Б.А. ДОСПЕХОВ

МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА

УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШИХ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Б. А. ДОСПЕХОВ

МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА

(с основами статистической обработки результатов исследований)

Третье издание, переработанное и дополненное

Допущено Главным управлением высшего и среднего сельскохозяйственного образования Министерства сельского хозяйства СССР в качестве учебника для агрономических специальностей сельскохозяйственных вузов

МОСКВА «КОЛОС» 1973

УДК 631.5/.9.001.4:619.2(075.8)

От автора

Третье издание книги переработано и дополнено с учетом пожеланий, высказанных в рецензиях и письмах преподавателей и научных работников.

Первые две части книги охватывают теоретический курс методики полевого опыта. Здесь дополнительно включен раздел об особенностях территориальной изменчивости плодородия почв опытных участков, приведены новейшие данные об эффективности рендомизации, более подробно рассмотрены современные принципы планирования эксперимента и частные вопросы методики, введен раздел о методах проверки гипотез.

В третьей части книги подробно рассмотрены основные статистические методы обработки данных наблюдений, однофакторных и многофакторных опытов — дисперсионный, корреляционный, регрессионный и ковариационный анализ, применение которых иллюстрируется примерами из различных областей сельскохозяйственной науки.

В книге 60 рисунков и 167 таблиц. В приложении даны статистические таблицы, необходимые для математической обработки данных и планирования выборочных наблюдений.

Книга предназначена для студентов сельскохозяйственных институтов и может быть рекомендована также сотрудникам опытных станций, аспирантам и специалистам, ведущим экспериментальную работу.

Автор благодарит профессоров Н. Н. Осадчего и К. Ф. Рубина за просмотр рукописи и ценные замечания при подготовке настоящего издания, а также преподавателей и научных сотрудников, приславших свои отзывы на книгу и оказавших тем самым большую помощь в работе над ее переизданием.

Отзывы и предложения по книге просьба направлять по адресу: Москва, К-31, ул. Дзержинского, д. 1/19, издательство «Колос».

Д $\dfrac{043-074}{035(01)-73}$ 256—73

МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА

§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ПОЛЕВОЙ ОПЫТ И ЕГО ОСОБЕННОСТИ

МЕТОДЫ НАУЧНОЙ АГРОНОМИИ

Агрономия — комплексная наука. Она занимается разработкой теоретических основ и агротехнических приемов дальнейшего повышения продуктивности культурных растений и улучшения качества урожая. Для решения этих задач необходимо постоянное расширение научных знаний, изыскание способов направленного изменения растений, выведение новых форм и сортов сельскохозяйственных культур, наиболее приспособленных к условиям среды, и изменение условий среды в соответствии с потребностями растений. Это достигается научно-исследовательской работой, изучением биологии культурных растений и приемов возделывания, изысканием новых возможностей повышения продуктивности земледелия.

В связи с большой комплексностью изучаемых объектов в научной агрономии используются разнообразные методы исследования, заимствованные из области точных наук — химии, математики, физики, физиологии, а также свои специфические методы. К основным методам агрономического исследования относятся лабораторный, вегетационный, лизиметрический и полевой методы, которые в сочетании с наблюдениями за растениями и условиями внешней среды представляют важнейшие инструменты научной агрономии. Среди них главным является опыт в поле. Полевой опыт завершает поисковое исследование, количественно оценивает агротехнический и экономический эффект нового способа или приема возделывания растений и дает объективные основания для передачи и внедрения научного достижения в сельскохозяйственное производство.

С того времени, как человек начал возделывать растения, постепенно стали накапливаться разрозненные эмпирические наблюдения над ростом растений и их урожаями, то, что мы теперь называем народным опытом, который долгое время был единственным источником сельскохозяйственных знаний.

Научная агрономия начала развиваться под влиянием непосредственных запросов материального производства. С ростом потребностей в продуктах питания и уменьшением свободных для освоения земель практическое земледелие уже не могло на основании одних эмпирических знаний удовлетворить потребности все увеличивающегося населения в пищевых ресурсах. Необходимо было более детальное изучение растений и их отношения к условиям среды, нужны были научный метод изучения вопросов, интересующих земледельца, и люди, владеющие этим методом. Так создавались объективные условия зарождения научной агрономии и формирования ее в самостоятельную науку. Экспериментальные работы по агрономии велись вначале на небольших полевых участках — опытных полях, затем возникли опытные станции, научные институты и другие сельскохозяйственные учреждения.

Хотя научные учреждения по сельскому хозяйству (опытные поля и станции) начали создаваться в России давно, но развитие их до Великой Октябрьской социалистической революции проходило очень медленно. Достаточно сказать, что к 1913 г. насчитывалось всего немногим более ста опытных учреждений, где работало меньше 1000 научных работников. Опытное дело было бессистемным и слабоорганизованным, достижения научной агрономии, недоступные для мелких крестьянских хозяйств, использовались только немногими крупными частновладельческими хозяйствами.

Великая Октябрьская социалистическая революция внесла коренные изменения в развитие народного хозяйства и науки в нашей стране. Была широко развернута научно-исследовательская работа по сельскому хозяйству, стали внедряться в производство механизация, селекционные сорта, минеральные удобрения, ядохимикаты и другие средства повышения продуктивности растений.

Научное исследование, т. е. изучение и объяснение закономерностей развития явлений в любой области науки, может быть теоретическим или экспериментальным. Явления, изучаемые научной агрономией, так многообразны и сложны, что получение точного теоретического решения вопроса часто затруднительно или порой невозможно. Поэтому многие исследования в области агрономии комплексные, и трудно провести грань между теоретическим и экспериментальным исследованием.

Первоосновой, источником теоретических исследований служит наблюдение, опыт, а обобщение экспериментальных данных развивает теорию. В большинстве случаев эксперимент является единственно надежным способом решения поставленной задачи и контроля правильности теоретических выводов, основой познания и критерием истины.

В основе любого теоретического и экспериментального исследования лежит общий метод познания — метод диалектического материализма, вскрывающий наиболее общие законы развития природы и общества. Агрономическая наука, опираясь на диалектический метод познания, при разработке теоретических основ и новых практических приемов повышения продуктивности растений пользуется общепринятыми приемами научного исследования — наблюдением и экспериментом (опытом), которые соответственно своеобразию объекта научной агрономии имеют специфические особенности и проводятся по определенной методике.

Наблюдения — это количественная или качественная регистрация интересующих исследователя сторон развития явления, констатация наличия того или иного его состояния, признака или свойства. Для наблюдения и регистрации тех или иных свойств или состояний явления применяют разнообразные средства измерений вплоть до самых совершенных.

На метеорологических станциях, например, систематически ведут наблюдения за температурой воздуха и почвы, осадками, направлением и силой ветра, влажностью воздуха и почвы. Мы можем наблюдать за засоренностью посевов, наличием в почве питательных веществ и влаги, морозостойкостью и засухоустойчивостью различных сортов, работой сельскохозяйственных машин и т. п. Во всех этих и подобных им случаях наблюдение дает нам количественную или качественную характеристику явления, но не вскрывает его сущности. В ряде случаев этого вполне достаточно для установления связи между отдельными явлениями, признаками или свойствами и позволяет предвидеть эти явления, а следовательно, оказывать на них определенное влияние. Однако чаще всего наблюдение в агрономии не является самостоятельным приемом исследования, а составляет важную часть более сложного метода исследования — э к с п е р и м е н т а, который иногда называют активным наблюдением.

Эксперимент, опыт — это такое изучение, при котором исследователь искусственно вызывает явления или изменяет условия так, чтобы лучше выяснить сущность явления, происхождение, причинность и взаимосвязь предметов и явлений. Опыт — ведущий метод исследования, включающий наблюдения, корреляции, строгий учет измененных условий и учет результатов. *Характернейшая черта и главная особенность любого точного научного опыта — его воспроизводимость.*

Между наблюдением и экспериментом с точки зрения теории познания есть принципиальная разница: наблюдение отражает внешний мир, идет извне в наш мозг, оно фиксирует факты, а эксперимент идет из нашего сознания, из мышления, он как бы гипотеза, ищущая проверки фактами, практикой.

По сравнению с наблюдением опыт имеет большие преимущества, благодаря которым эксперимент стал господствующим методом исследования всех естественных наук. Так, экспериментатор может сам воссоздать нужное ему явление, не дожидаясь, когда оно наступит в природе, может расчленять явления (анализ) и вновь объединять их (синтез), создавать надлежащие сопутствующие условия опыта, которые позволяют глубже изучать явления, понять причину их и следствие.

Наиболее характерной особенностью эксперимента, отличающей его от наблюдения и корреляции, является предварительный мысленный эксперимент, направленный на создание соответствующей обстановки опыта. Эта предварительная работа почти всегда самая трудная часть опыта, она требует от исследователя большой эрудиции и творческого воображения. Необходимо мысленно представить весь ход эксперимента, убрать все лишнее, мешающее изучению явления.

Экспериментатор должен уметь сосредоточить все свое внимание на исследуемой проблеме — продолжительно и упорно думать о ней. Когда Ньютона спросили, как он сделал свои открытия, он ответил: я постоянно думал о них. Правда, иногда приходится слышать утверждения, что великие открытия — дело случая: упало яблоко — открыл закон всемирного тяготения, забрался в ванну — гидростатический закон, увидел отпечатки птичьих лап на песке — китайские иероглифы. На самом же деле «непроизвольные» мысли были подготовлены всей предшествующей умственной работой; решение уже созрело, и нужен был самый незначительнй повод для того, чтобы оно выявилось с полной ясностью.

Экспериментатор должен преодолевать в себе привычку к рутинному мышлению, подходить ко всему с вопросом, развивать любознательность. Это необходимо не только потому, что тот, кто много спрашивает, многому научится, но и для творческой деятельности, самостоятельного мышления, критического отношения ко всему.

Важнейшие и неотъемлемые качества истинного экспериментатора — отсутствие чувства непреложности авторитетов и догматизма, признание сложности изучаемых объектов, осторожность и скромность в утверждениях. Это не означает, однако, что на каждом шагу следует ставить под сомнение все ранее установленное и проверенное точным опытом, наоборот, наука действует методом дальнейшего развития, а не отбрасывания уже достигнутого, но в поиске новых знаний исследователь должен обязательно учитывать возможные ошибки своих предшественников и современников. Часто это настолько важно, что выяснение возможных ошибок является условием развития науки. Каждый сам может повторить опыты и убедиться, соответствуют ли действительности его выводы.

Экспериментатор всегда ищет новые пути, всегда находится на краю неизвестного, и если то или иное мнение существует давно как общепринятое, если прием применяется всегда и всеми, это для исследователя не может служить доказательством его рациональности. В тех научных коллективах, где ко всему подходят критически, проявляют пытливость и любознательность, где не существует непреложности авторитетов, возникают научные школы, творческие коллективы, стоящие на передовых рубежах мировой науки.

И, наконец, экспериментатор должен обладать большой работоспособностью и настойчивостью. Недаром говорят: «гений — это терпение». Ч. Дарвин указывал, что его успех как исследователя определяется сложными и разнообразными условиями, среди которых самые важные — любовь к науке, бесконечное терпение при размышлении над определенной темой, наблюдательность, достаточная доля изобретательности и здравого смысла.

В широкой практике агрономических исследований используются в основном четыре метода: лабораторный, вегетационный, лизиметрический и полевой.

Лабораторные методы исследования — изучение (анализ) культурных растений и условий их выращивания в специально оборудованных лабораториях. Эти методы делятся на химические, физические, физико-химические, микробиологические, цитологические и др. Лабораторные методы могут иметь самостоятельное значение, но чаще являются составной и нередко очень важной частью более широких агрономических исследований. Например, при проведении полевых и вегетационных опытов правильная организация и осуществление лабораторных анализов почв и растений позволяют понять и объяснить сущность изучаемых явлений, сделать обоснованные выводы. В зависимости от целей и задач исследования удельный вес лабораторных методов в общем объеме исследовательских работ может быть различным. Однако во всех случаях правильно выполненные лабораторные исследования помогают понять ход процессов и на основании этого предвидеть, предугадать действие тех или иных факторов на урожай.

В практике агрономических исследований, особенно при проведении полевых опытов, часто применяют лабораторные методы определения агрофизических и агрохимических свойств почвы, химического состава культурных растений и оценки качества урожая. Все эти методы хорошо разработаны и описаны в специальных руководствах.

Правильное применение лабораторных методов в агрономических исследованиях требует хорошего знания теоретических основ биологии, химии, физики и смежных с ними наук, методики полевого и вегетационного опытов, а также техники лабораторных работ. Часто совершенно неправильно считают, что ценные аналитические результаты могут быть получены только при использовании дорогого и сложного оборудования. Искусство экспериментатора состоит именно в том, чтобы достичь цели при помощи самых обыкновенных средств и аппаратуры.

Вегетационный метод. Сущность вегетационного метода исследования состоит в том, что растения выращивают в вегетационных сосудах, в искусственной, но агрономически обоснованной обстановке, регулируемой экспериментатором. Для вегетационных опытов применяют самые разнообразные сосуды — стеклянные, глиняные, из оцинкованного железа, пластических и других материалов. В качестве субстрата для выращивания растений используют почву, песок или воду. Во время опыта сосуды с растениями помещают в специально построенные вегетационные домики, теплицы или лаборатории искусственного климата. Это делают для того, чтобы защитить растения от неизучаемых или неблагоприятных факторов и выявить значение того или иного фактора жизни в возможно более чистом виде, сделать расчлененный анализ, который в сложной природной обстановке провести нельзя. Особенно большое значение вегетационные опыты имеют при изучении питания растений.

В зависимости от субстрата, на котором выращиваются растения, различают вегетационные опыты с почвенными, песчанными, водными и стерильными культурами. Каждый из этих методов направлен на решение различных задач. Так, опыты на искусственных (беспочвенных) средах позволили разрешить ряд важных вопросов по физиологии растений, которые имеют большое значение для практической агропитания. Установлено, например, значение различных элементов в питании растений, механизм их поглощения, концентрации, взаимодействия и сочетания, антагонизм ионов и т. д.

Лизиметрический метод отличается от вегетационного тем, что исследование жизни растений и свойств почвы проводят в поле, в специальных лизиметрах, где почва отгорожена со всех сторон (с боков и снизу) от окружающей почвы и подпочвы. Основное условие, определяющее конструкцию лизиметра, — приспособления, позволяющие изучать просачивание воды и растворенных в ней веществ. Мощность слоя в лизиметре может варьировать в широких пределах — от глубины пахотного слоя до 1—2 м.

Лизиметрические опыты используют в земледелии, почвоведении, физиологии, агрохимии и селекции для выяснения таких вопросов, как водный баланс под различными сельскохозяйственными культурами, вымывание и перемещение питательных веществ атмосферными осадками, определение транспирационных коэффициентов в естественной обстановке и др.

В зависимости от способа наполнения почвой различают лизиметры с почвой естественного строения и лизиметры с насыпной почвой. Материалы, из которых изготовляют лизиметры, могут быть очень разнообразными: делают бетонные и кирпичные лизиметры объемом 1—2 $м^3$ в расчете на длительное использование; металлические — с радиусом от 10 до 40—50 см и так называемые лизиметрические воронки диаметром 25—50 см. Могут быть и другие конструкции лизиметров.

В лизиметрах значительно легче вести учет влаги и питательных веществ в почве и растениях, растущих на ней. Однако полное отделение почвы в лизиметрах от нижележащих слоев ее создает в них, несомненно, совершенно иной пищевой, водный и воздушный режим, чем в обычных полевых условиях.

Дальнейшее сближение условий проведения сельскохозяйственного эксперимента с полевой обстановкой наблюдается в в е г е т а ц и о н н о - п о л е в ы х опытах. Эти опыты проводят в поле в цилиндрических или квадратных сосудах без дна. Почва в сосудах отгорожена здесь только с боков (на глубину 20—30 см) и все время находится в контакте с подпочвой при естественном увлажнении и аэрации.

Вегетационно-полевые опыты могут быть использованы для решения самых разнообразных вопросов земледелия — оценки эффективности удобрений, плодородия различных генетических горизонтов почвы, взаимоотношений растений в смешанных посевах и т. п. Важно отметить, что такие опыты могут быть заложены как на специально выделенном участке, так и среди поля в условиях климата той зоны, в которой развиваются растения в естественной обстановке. Кроме того, проведение вегетационно-полевых опытов не требует соответствующей материальной базы и специального оборудования, необходимых при постановке вегетационных и лизиметрических опытов.

Полевой опыт. Как бы ни были ценны наблюдения, результаты вегетационных и лизиметрических опытов, прежде чем сделать выводы из них и рекомендации для производства (если вообще такие могут быть предложены), должны быть проверены в условиях сравнительного полевого опыта. Все это делает полевой опыт основным, важнейшим методом исследования в полеводстве, луговодстве, овощеводстве и плодоводстве.

Полевой сельскохозяйственный опыт — исследование, осуществляемое в полевой обстановке на специально выделенном участке. Основной задачей полевого опыта является установление различий между вариантами опыта, количественная оценка действия факторов жизни, условий или приемов возделывания на урожай растений и его качество.

В философском понимании опыт — это часть общественно-производственной деятельности людей, направленной на раскрытие объективных законов материального мира с целью овладения и подчинения сил природы власти человека. В техническом понимании опыт — это такое изучение, при котором исследователь искусственно воспроизводит явления природы или изменяет условия так, чтобы лучше выяснить сущность явления, происхождение, причинность и взаимосвязь предметов и явлений.

Полевой опыт связывает теоретические исследования в агрономии с сельскохозяйственной практикой. Результаты полевых опытов и обобщения практических наблюдений могут быть достаточно убедительным основанием для широкого внедрения новых средств повышения урожаев — агротехнических приемов, новых сортов, удобрений и др.

ТРЕБОВАНИЯ К ПОЛЕВОМУ ОПЫТУ

Особенность полевого опыта, отличающая его от других методов исследования, состоит в том, что культурное растение изучается вместе со всей совокупностью почвенных, климатических и агротехнических факторов, очень близких к производственным, или непосредственно в производственных условиях. Только полевой опыт может установить связь между урожаем и средствами воздействия на него. Кроме того, существует ряд вопросов, которые вообще не могут быть изучены вне полевой обстановки, вне полевого опыта, например система обработки почвы и уход за растениями, севооборот, применение удобрений в севообороте, сочетание удобрений и гербицидов с другими агротехническими приемами, механизация уборки и т. д.

Ценность результатов полевого опыта зависит от соблюдения определенных методических требований. Важнейшие из них следующие: 1) типичность опыта, 2) соблюдение принципа единственного различия, 3) проведение опыта на специально выделенном участке, 4) учет урожая и достоверность опыта по существу.

Под **типичностью**, или репрезентативностью, полевого опыта понимают соответствие условий его проведения почвенно-климатическим (природным) и агротехническим условиям данного района или зоны. Любой полевой опыт должен отвечать требованию почвенно-климатической типичности. Совершенно очевидно, что нет смысла изучать приемы повышения плодородия почв в опыте, расположенном на песчаных почвах, если результаты работы предполагается использовать на глинистых почвах. Что касается второго требования, а именно соответствия условий проведения опыта агротехническим, производственным условиям, то оно в различных полевых опытах выполняется по-разному. Полностью это требование выдерживается в полевых опытах, которые проводятся непосредственно в производственной обстановке. Однако в ряде случаев, особенно на первых этапах исследования (ограниченное количество семян, нового вида гербицида, удобрения и т. д.), это требование выполняется не полностью и полевой опыт проводится в некотором отрыве от типичных производственных условий.

В понятие «типичность» для агротехнического полевого опыта входит также требование проводить исследование с районированными (или перспективными) сортами и типичными для данной зоны культурами. Агротехнические опыты с экологически не приспособленными культурами и сортами теряют ценность, потому что районированные сорта и типичные культуры могут по-иному реагировать на изучаемые приемы и, следовательно, нельзя распространять выводы из подобных опытов на обычные производственные условия.

К типичности относится также требование проведения полевого опыта при общем высоком уровне агротехники; опыты при низком уровне агротехники не имеют производственной ценности. Часто неоправдан выбор неокультуренной почвы для полевого опыта, особенно с удобрениями. Это хотя и дает результаты, производящие большое впечатление, но не соответствует практическим условиям обычных старопахотных почв. Совершенно очевидно, что на бедных землях изучаемые в опыте удобрения будут более эффективными даже при более низком общем уровне урожаев. Поэтому достоверность выводов из опытов, проведенных на окультуренных почвах при высоком уровне агротехники, значительно выше и применимость результатов таких опытов шире, чем тех, которые ставятся на неокультуренных землях при низком уровне агротехники.

При постановке полевых опытов необходимо соблюдать *единство* всех условий, кроме одного — изучаемого. Это очень важное и обязательное требование методики называют *принципом единственного различия*. Он должен строго соблюдаться в опытной работе. Например, в полевом опыте с дозами азотных удобрений единственным различием по вариантам будут дозы. Все остальные условия опыта (почвенные условия, предшественник, способы обработки почвы, сорт, посев, уход и т. д.) во всех вариантах должны быть тождественными, одинаковыми. Без соблюдения этого требования методики нельзя правильно установить эффективность изучаемых доз удобрений.

Несмотря на несложные принципиальные подходы к постановке опытов по принципу единственного различия в практике опытного дела как при разработке схемы, так и при постановке и истолковании результатов полевого опыта, возникают значительные затруднения. Следует иметь в виду, что полное сохранение равенства всех условий, кроме изучаемого, оказывается невозможным из-за тесной связи и взаимозависимости между разными факторами жизни растений и почвы и действующими на них агротехническими приемами. Например, при изменении глубины обработки почвы изменяется ее влажность, температура, воздушный режим, биологическая деятельность и пищевой режим. Но значит ли это, что принцип единственного логического различия (только глубина обработки) неверен? Нет, не значит. Ведь для того чтобы принимать изменение в результате опыта как следствие тех изменений, которые произошли в изучаемом факторе, вовсе не нужно постоянное равенство в состоянии всех других неизучаемых условий в течение всего опыта, а достаточно, чтобы такое равенство имелось до опыта, т. е. до того момента, когда внесены изменения в изучаемый фактор. Изменения же, которые происходят под его влиянием в неизучаемых условиях, необходимо рассматривать как функции произведенного изменения в изучаемом факторе.

Принцип единственного логического различия, — непременное условие научного эксперимента. Но единственное различие не следует понимать механически, под этим принципом понимается главное, изучаемое различие. Поясним это примером. Предположим, в опыте сравниваются два сорта пшеницы, которые вследствие биологических особенностей по-разному реагируют на изменение густоты посева. Казалось бы, что для сравнения урожайности двух сортов необходимо применить одинаковую норму высева. Однако если сравниваемые сорта по биологическим особенностям (способности куститься и т. д.) требуют различной густоты посева, то их нельзя высевать одинаковой нормой, так как при этом один из сортов оказался бы в заведомо невыгодных для сравнения условиях. Более правильно сравнивать урожаи не при одинаковых, а наиболее соответствующих, оптимальных для каждого сорта нормах высева. Сходные вопросы возникают и в других случаях — в отношении сроков посева, уборки, обработки почвы, удобрения и т. д. Во всех этих случаях принцип единообразия должен пониматься как принцип целесообразности и оптимальности.

Требование проведения полевого опыта на специально выделенном участке с хорошо известной историей — это логическое следствие требования принципа единственного различия. Оно также обязательно для любого полевого опыта. В практике опытного дела это требование методики нередко игнорируют, опыты закладывают на участках, история которых неизвестна, в связи с чем результаты таких опытов невозможно понять, интерпретировать и тем более использовать. Требование методики проводить опыты на специально выделенном участке чаще всего нарушается производственниками. Им кажется гораздо проще и убедительнее ставить опыты не на специально выделенном однообразном участке, а на целых полях севооборота с заведомо разной историей и неодинаковыми условиями; такие опыты, особенно единичные, не могут дать удовлетворительных результатов. Нельзя называть полевым опытом какие бы то ни было испытания приемов агротехники или сортов, если их проводят на случайных участках, с отсутствием элемента сравнения.

Требование учета урожая и достоверности опыта. Урожай и качество сельскохозяйственных растений — главный объективный показатель при характеристике изучаемых в опыте вариантов. В результате учета урожая, который отражает и интегрирует действие на растение всех условий возделывания, становится возможным количественно установить влияние тех факторов, которые изучаются в данном опыте. Однако данные учета урожая и оценки его качества могут иметь реальный смысл и объективно отражают изучаемое явление только в том случае, если опыт достоверен по существу. *Под достоверностью опыта по существу понимают логически правильно построенную схему и методику проведения опыта, соответствие их поставленным перед исследованием задачам, правильный выбор объекта и условий проведения данного опыта.* Совершенно очевидно, что опыты, проведенные по неправильно разработанной схеме и методике, при несоответствующих данному исследованию условиях или с нарушением методики и техники, т. е. опыты, недостоверные по существу, искажают эффекты изучаемых вариантов и не могут быть использованы для их сравнительной оценки. Такие опыты следует браковать.

При проведении опыта экспериментатор обычно встречается с тремя видами ошибок — случайными, систематическими и грубыми. *Ошибка — это расхождение между результатами выборочного наблюдения и истинным значением измеряемой величины.* Оценка истинного значения результативного признака, например урожая, по полученным в полевом опыте данным, является одной из основных задач математической статистики. Чтобы правильно решить эту задачу, необходимо знать основные свойства ошибок и причины их возникновения.

Случайные ошибки — это ошибки, возникающие под воздействием очень большого числа таких факторов, эффекты действия которых столь незначительны, что их нельзя выделить и учесть в отдельности. Любой полевой опыт содержит в себе некоторый элемент случайности, т. е. изменчивость получаемых данных обусловлена в какой-то степени неизвестными нам причинами — случайными ошибками.

Случайное варьирование опытных данных — постоянный спутник полевых опытов, и ни в одном из них, как бы тщательно он ни проводился, нельзя получить абсолютно точные данные. Таким образом, случайные ошибки являются неизбежными, однако математическая статистика дает методы количественного определения величины случайных ошибок, совокупность которых при большом числе наблюдений подчиняется закону нормального распределения, а при ограниченном числе параллельных наблюдений — закону t-распределения Стьюдента. На основании этих законов распределения случайных ошибок устанавливается, насколько существенны разности между средними показателями, например урожаями по вариантам.

Характерная особенность случайных ошибок — их тенденция взаимно погашаться в результате приблизительно одинаковой вероятности как положительных, так и отрицательных значений, причем малые значения встречаются чаще, чем большие. Благодаря такой тенденции к взаимному погашению разнонаправленных случайных оши-

Вот при обобщении данных и выведении средних показателей погрешности уменьшаются по мере увеличения числа наблюдений.

Систематические ошибки искажают измеряемую величину в сторону преувеличения или преуменьшения в результате действия вполне определенной постоянной причины. В полевом опыте такой причиной часто является закономерное варьирование неизучаемых факторов, например плодородия почвы, и элиминировать их действие на результативный признак можно путем правильной методики.

Важную особенность систематических ошибок составляет их однонаправленность, т. е. они завышают или занижают результаты опыта. Это приводит к тому, что такие ошибки в отличие от случайных не имеют свойства взаимопогашения и, следовательно, целиком входят как в показания отдельных наблюдений, так и в средние показатели.

Грубые ошибки, или промахи, возникают чаще всего в результате нарушения основных требований к полевому опыту, недосмотра или небрежного и неумелого выполнения работ. Например, исполнитель опыта по небрежности дважды внес удобрения на одну и ту же делянку, перепутал делянки при взвешивании урожая, неправильно записал его вес и т. д. Подобные ошибки ни при каких условиях не могут быть «погашены», компенсированы, и остается только выбраковать испорченные делянки, повторения или весь опыт. Избежать грубых ошибок можно продуманной, тщательной организацией и проведением полевого опыта.

Необходимо подчеркнуть, что для математической обработки и обоснования выводов можно использовать лишь те результаты полевых опытов, которые не содержат грубых и систематических односторонних ошибок. Неустранимость же случайных ошибок из данных полевого опыта и возможность их количественной оценки ведут к тому, что все выводы по результатам эксперимента имеют вероятностный характер.

ВИДЫ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ

Полевые опыты делятся на две большие группы: 1) агротехнические, 2) опыты по сортоиспытанию сельскохозяйственных культур.

Основная задача агротехнических опытов — сравнительная объективная оценка действия различных факторов жизни, условий, приемов возделывания или их сочетаний на урожай сельскохозяйственных культур и его качество. К этой группе относятся, например, полевые опыты по изучению обработки почвы, предшественников, удобрений, способов борьбы с сорняками, болезнями и вредителями, норм и сроков посева и т. д.

Опыты по сортоиспытанию, где сравниваются при одинаковых условиях генетически различные растения, служат для объективной оценки сортов и гибридов сельскохозяйственных культур. На основании этих опытов наиболее урожайные, ценные по качеству и устойчивые сорта и гибриды районируют и внедряют в сельскохозяйственное производство.

В зависимости от количества изучаемых факторов, длительности проведения и охвата почвенно-климатических условий полевые опыты могут подразделяться на однофакторные, многофакторные, краткосрочные, многолетние, географические, массовые и др.

Если в опыте изучается действие только одного фактора, то такие опыты называют однофакторными или простыми. Опыты, в которых изучается действие и взаимодействие двух или нескольких факторов (приемов), называют многофакторными или сложными. Характерной особенностью такого опыта является то, что в нем изучается не один, а несколько факторов или приемов возделывания (например, удобрения, способы обработки, гербициды), причем определяется не только действие, но и взаимодействие изучаемых факторов.

К краткосрочным опытам относят такие, которые проводят в течение 1—3 лет для оценки действия или в крайнем случае одного последействия изучаемого приема. Однако для проведения и изучения многих важнейших агротехнических приемов или агрокомплексов, например севооборот, монокультура, система удобрения и обработки, известкование, систематическое внесение удобрений и др., необходимо несколько лет или ротаций севооборота. Кроме того, иногда бывает очень важно установить взаимосвязь между эффективностью изучаемого приема и условиями разных лет. Во всех этих и подобных им случаях ставят многолетние опыты. Такие опыты составляют особо важную группу методов агрономического исследования и направлены на оказание серьезной научной помощи сельскому хозяйству.

Многолетние опыты могут быть стационарными и нестационарными. Первые закладывают и проводят в течение длительного времени на одном и том же месте, вторые закладывают ежегодно на новых участках и проводят также в течение длительного периода.

Основная задача стационарного многолетнего опыта — изучение действия, последействия и взаимодействия систематически осуществляемых агротехнических приемов или комплексов их на продуктивность растений и плодородие почвы. Результаты таких опытов вносят существенные изменения в наши представления, сложившиеся на основе наблюдений и краткосрочных опытов.

Если опыты одинакового содержания проводят одновременно в нескольких различных географических и почвенно-климатических условиях и такие опыты объединены общей темой, их называют географическими. Основная задача географических опытов — определение действия изучаемого приема в различных почвенно-климатических условиях.

В практике агрономических исследований все виды полевых опытов применяют в двух основных модификациях. Первая из них называется лабораторно-полевым опытом, вторая — полевым опытом в производственной обстановке. В лабораторно-полевом опыте достигается соответствие условий его приближенным почвенным и климатическим условиям района или зоны, но допускается некоторый отрыв от производственных условий. В связи с этим лабораторно-полевые опыты дают возможность получить лишь относительную агротехническую эффективность агроприема или сорта, которая определяется прибавкой урожая или улучшением качества. Цель полевого опыта в производственной обстановке — наибольшее приближение условий исследования к типичной производственной обстановке. Поэтому такие опыты наряду с агротехнической эффективностью могут дать и производственную, или экономическую, оценку изучаемых приемов или их сочетаний.

Некоторый (больший или меньший) отрыв лабораторно-полевых опытов от типичной производственной обстановки обусловлен тем, что эти опыты направлены на выявление новых закономерностей, познание сущности явления, разработку новых агроприемов, оценку новых сортов и т. п., т. е. того, чего еще нет в производстве, а следовательно, и трудно испытать в типичных хозяйственных условиях. Например, оценка эффективности совершенно новых видов удобрений, гербицидов, небольшой партии семян нового сорта и т. п. Лабораторно-полевые опыты — это как бы первая ступенька к сближению условий исследования с условиями производства.

Часто полевой опыт в производственной обстановке, различные производственные испытания, например, новых сортов или сельскохозяйственных машин в колхозах (совхозах) неправильно называют производственным опытом. Как известно, *производственный сельскохозяйственный опыт — это комплексное, научно поставленное исследование, которое проводится непосредственно в производственных условиях и отвечает конкретным задачам самого материального производства, его постоянного развития и совершенствования*. Из определения следует, что цели производственного эксперимента значительно шире, чем любого вида полевого опыта. В его задачу входит изучение агротехнической и экономической эффективности системы агрономических и организационно-хозяйственных мероприятий, а не отдельных приемов или элементов этой системы. Поэтому экспериментирование проводится большими производственными единицами — бригадами, хозяйствами или группой хозяйств.

§ 2. ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВОГО ОПЫТА, ВЫБОР И ПОДГОТОВКА ЗЕМЕЛЬНОГО УЧАСТКА

ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Структура полевого эксперимента в значительной степени определяется закономерностями территориального варьирования пестроты почвенного плодородия. Особенности в изменчивости плодородия почвы земельных участков, на которых планируется закладка опытов, лучше всего изучить методом дробного учета урожая однородных рекогносцировочных посевов. *Рекогносцировочный, или разведывательный, посев* —

это сплошной посев одной культуры, предшествующий закладке опыта и проводимый для выявления степени однородности почвенного плодородия на площади опыта путем дробного учета урожая одинаковыми делянками.

Тысячи дробных учетов урожая, проведенных в нашей стране и за рубежом на разнообразных почвах и во всех климатических областях земного шара, показали, что урожаи на делянках однообразно возделываемого земельного участка всегда в той или иной степени отличаются по своей величине (рис. 1). Аналогичное варьирование всегда наблюдается и в урожаях повторных делянок любого варианта полевого опыта.

В полевой обстановке экспериментатор не имеет возможности выбрать для закладки опыта идеально выравненный земельный участок, т. е. однородный во всех отношениях. Чаще всего проявляется довольно сильная неоднородность почвенного плодородия и урожайности при переходе от делянки к делянке дробного учета однообразно возделы-

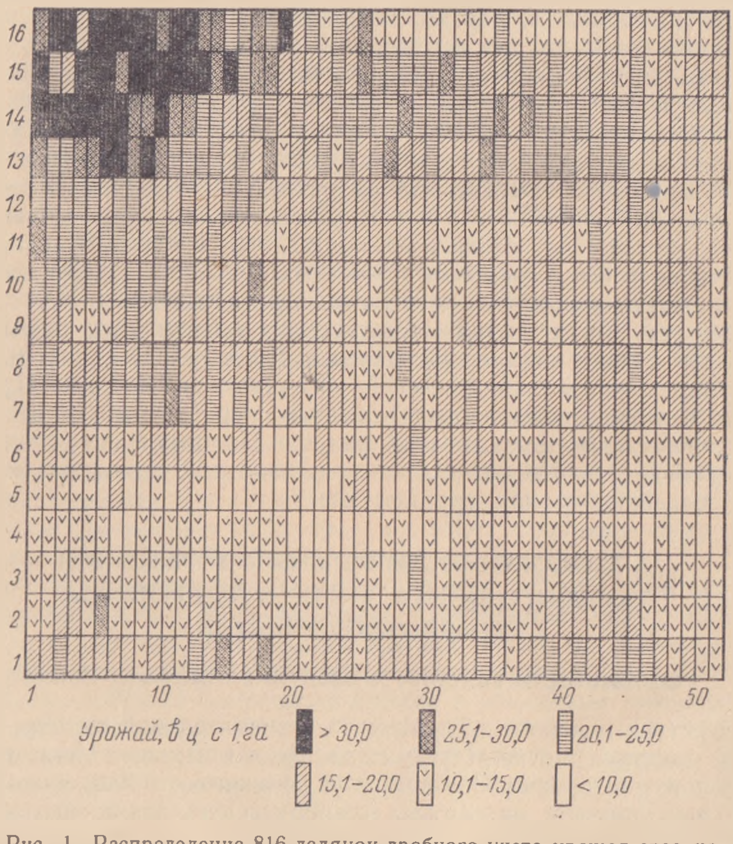

Рис. 1. Распределение 816 делянок дробного учета урожая овса на земельном участке экспериментальной базы ТСХА «Михайловское».

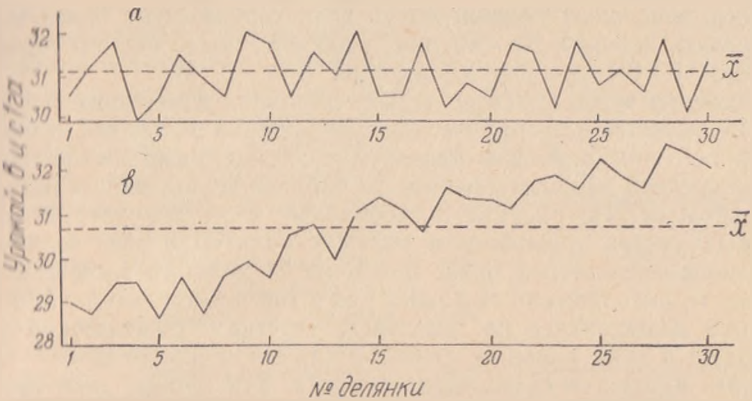

Рис. 2. Случайное (ряд *а*), случайное и закономерное (ряд *в*) варьирование урожайности овса по делянкам дробного учета.

...емого посева. Необходимо отчетливо представлять всю сложность этой конкретной обстановки, в которой на практике осуществляются полевые опыты, и хорошо знать основные закономерности территориальной (пространственной) изменчивости плодородия почвы, так как именно они лежат в основе современных методов размещения полевых опытов на земельном участке.

Общая особенность территориальной изменчивости почвенного плодородия заключается в том, что практически всегда при любом дробном учете есть участки, где наряду со случайным наблюдается более или менее выраженное систематическое, закономерное варьирование урожайности по делянкам. Объективные критерии, разграничивающие случайные и закономерные элементы пространственного варьирования плодородия, дает математическая статистика.

Чтобы уяснить сущность случайного и закономерного варьирования, вместо рассмотрения всей площади участка дробного учета урожайности или другого результативного признака можно изучать ход этого показателя вдоль ряда делянок, расположенных в одну линию (рис. 2).

Смысл случайного варьирования заключается в том, что урожаи делянок однородного дробного учета колеблются вокруг некоторого среднего значения, причем характер этих колебаний существенно не меняется при переходе от делянки к делянке (рис. 2, *а*), и разности между выборочными средними значениями, характеризующие отдельные участки дробного учета (например, делянки 1—10 и 20—30), статистически несущественны.

Смысл понятия о закономерном варьировании сводится к тому, что разности между некоторыми выборочными средними отдельных участков дробного учета статистически существенны. Если имеется закономерное варьирование, то независимо от неизбежного случайного колебания урожайности при переходе от делянки к делянке отдельные земельные участки могут характеризоваться более высоким (например, делянки 20—30) или, наоборот, более низким (например, делянки 1—10) уровнем плодородия (рис. 2, *в*).

Особенно четко характер территориальной изменчивости плодородия проявляется при графическом изображении в виде так называемых «профилей» или «рельефов» плодородия с использованием метода скользящей средней для сглаживания случайного варьирования поделяночных урожаев. На рисунке 3 изображена часть результатов четырех дробных учетов урожайности полевых культур в зоне черноземных и дерново-подзолистых почв. Взято по 24 делянки площадью около 100 кв. м, расположенных в один ряд в той последовательности, в какой они размещались на земельных участках. Фактические данные показаны в виде ломаных линий, а «профили плодородия» — в виде плавных кривых — скользящих средних. Эти кривые дают представление о «профилях» земельных участков, поскольку именно они главным образом определяют урожайность делянок однородного рекогносцировочного посева. На эту более или менее закономерную систематическую изменчивость плодородия почвы опытного участка как бы накладывается нерегулярное, случайное варьирование — направленные вверх и вниз «пики» ломаных линий фактической урожайности, величину которой при переходе от делянки к делянке невозможно предсказать.

Таким образом, в сложной полевой обстановке природные факторы и хозяйственная деятельность человека создали такое территориальное варьирование плодородия почвы, которое проявляется на культурных растениях двояко — в виде закономерной и случайной изменчивости

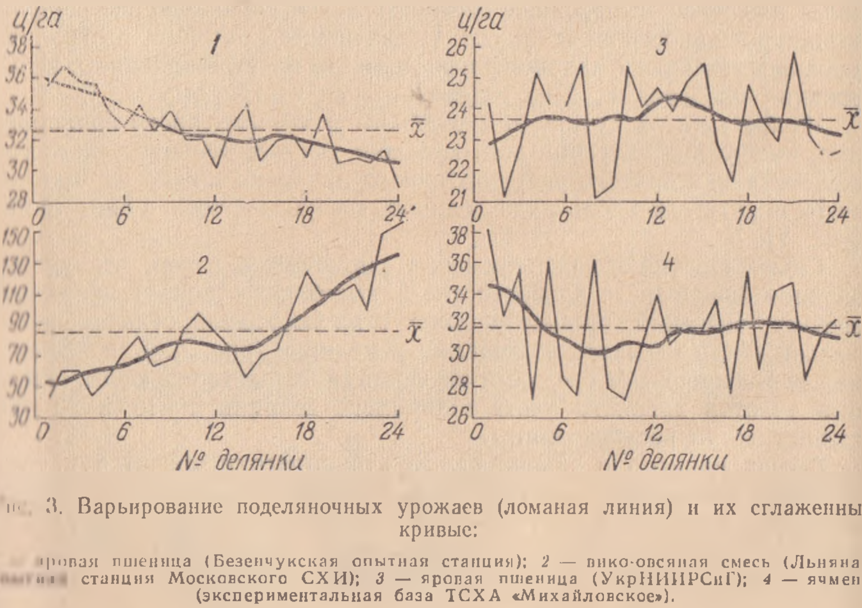

Рис. 3. Варьирование поделяночных урожаев (ломаная линия) и их сглаженные кривые:

1 — яровая пшеница (Безенчукская опытная станция); *2* — вико-овсяная смесь (Льняная опытная станция Московского СХИ); *3* — яровая пшеница (УкрНИИРСиГ); *4* — ячмень (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»).

урожайности делянок дробного учета. Степень выраженности закономерной изменчивости плодородия различна: она зависит от рельефа участка, выращиваемой культуры, площади делянок и других причин, но почти всегда общее варьирование урожайности делянок дробного учета обусловлено действием закономерных и случайных факторов. При четко выраженном закономерном варьировании урожайности их сглаженные кривые в одной или нескольких точках пересекают линии, соответствующие средним урожаям, подчеркивая тем самым систематический характер изменчивости плодородия почвы, а именно повышение или понижение урожаев при переходе от делянки к делянке (рис. 3, *1* и *2*). В других случаях закономерный компонент варьирования урожайности проявляется менее отчетливо (рис. 3, *3* и *4*) и составляет только 5—11% общей вариабельности урожаев, тогда как для данных, изображенных на рисунке 3, *1* и *2*, он достигает 60%.

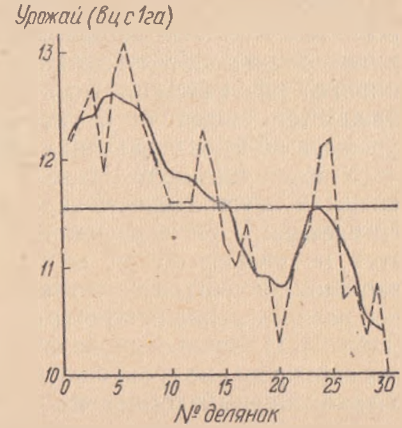

Рис. 4. Варьирование поделяночных урожаев и сглаженная кривая изменения урожайности яровой пшеницы (по В. Н. Перегудову, 1968).

По данным В. Н. Перегудова (1968), закономерный компонент достигал 70% общего варьирования, оставляя на долю случайного варьирования только 30% (рис. 4).

Систематическое изменение плодородия не элиминируется увеличением площади делянки, и поэтому нет оснований рассчитывать, что действие закономерного варьирования на эффекты изучаемых в опыте

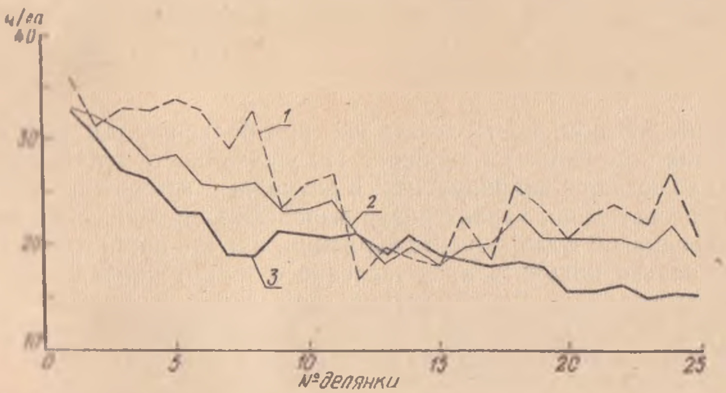

Рис. 5. Варьирование урожайности овса при разной площади делянки (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»):

1 — 100 м²; *2* — 400 м²; *3* — 800 м².

факторов можно устранить путем увеличения делянки. Следовательно, основные элементы методики, и в частности способы размещения вариантов при работе на делянках разного размера, не должны принципиально различаться. Что касается случайного варьирования, то наблюдается тенденция к уменьшению размера случайных колебаний урожаев по мере увеличения делянки от 100 до 800 кв. м (рис. 5).

Укажем еще одну важную особенность варьирования плодородия почвы — неустойчивость характера его территориальной изменчивости во времени. При возделывании разных культур севооборота изменяется не только общая вариабельность, измеряемая коэффициентом вариации, но, что особенно важно, значительно меняется территориальное распределение пестроты почвенного плодородия опытного участка (табл. 1). По данным дробного учета ячменя, на первой и второй полосах варьирование урожайности носило в основном случайный характер, а закономерный компонент в общем варьировании составлял только 9—12%. Однако учет урожая второй культуры — клевера на тех же фиксированных делянках показал четко выраженную закономерную изменчивость, и территориальный фактор составлял уже 40—60% общего варьирования.

Таблица 1

Изменение общего и территориального варьирования плодородия почвы во времени по данным дробных учетов урожая на 116 постоянных делянках площадью 100 м² (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»)

Полоса дробного учета	Общее варьирование (коэффициент вариации в %)			Территориальный фактор (в % общего варьирования)		
	ячмень (1967 г.)	клевер (1968 г.)	озимая пшеница (1969 г.)	ячмень (1967 г.)	клевер (1968 г.)	озимая пшеница (1969 г.)
1	9,2	9,0	15,2	8,8	60,0	38,6
2	10,5	9,6	20,5	12,0	40,8	56,2
3	9,5	7,2	16,1	44,6	32,0	25,1
4	7,5	6,3	17,1	18,3	40,8	20,0

Таким образом, почти всегда как при больших, так и при малых значениях коэффициента вариации (V) урожайности делянок дробного учета наблюдается закономерный и случайный компонент варьирования. Следовательно, характеризуя выравненность почвенных условий только величиной коэффициента вариации, как это принято в настоящее время, нельзя получить представление о территориальном распределении плодородия. Действительно, при одном и том же значении коэффициента вариации доли закономерного компонента в общем варьировании урожайности могут различаться в несколько раз (см. табл. 1).

Отмеченная закономерность в варьировании урожайности однородных посевов носит довольно общий характер. Она наблюдается на сенокосах и пастбищах, на посевах овощных, отмечена для плодовых, ягодных и других культур.

На рисунке 6 показаны средние данные (за 1964—1967 гг.) учета урожайности одновозрастных деревьев яблони сорта Антоновка обыкновенная в агротехническом саду Научно-исследовательского института садоводства нечерноземной полосы (составлено по данным К. В. Блиновой). И в этом случае мы имеем дело с двумя видами изменчивости: с закономерным варьированием урожайности яблони и случайным, которое как бы накладывается на более или менее плавное изменение урожайности при переходе от делянки к делянке. Здесь взяты подряд 24 однорядковые делянки (ряды 1—24) с 10 деревьями на каждой (деревья 1—10).

Более или менее выраженный закономерный компонент изменчивости плодородия почвы опытных участков создает определенные затруднения для экспериментальной работы и применения статистических методов обработки данных. Дело в том, что при наличии закономерной изменчивости распределение делянок дробных учетов по урожайности не всегда строго подчиняется закону нормального распределения, который является теоретической основой правильного применения статистических методов обработки результатов исследований и, в частности, метода дисперсионного анализа. Это затруднение преодолевается рендомизированным размещением вариантов по делянкам полевого опыта. Рендомизация устраняет возможное одностороннее влияние закономерной изменчивости почвенного плодородия на результаты опыта и гарантирует правильное использование статистических критериев для оценки экспериментальных данных.

Территориальная неоднородность почвенного плодородия опытного участка — главная причина варьирования поделяночных урожаев в дробных учетах. Все элементы и условия плодородия почвы крайне неравномерно распределены по территории земельного участка, что и является основным фактором варьирования урожайности.

Проведено много исследований для выяснения особенностей территориального распределения влажности, агрохимических и агрофизических свойств почвы на земельных участках. Все они согласованно

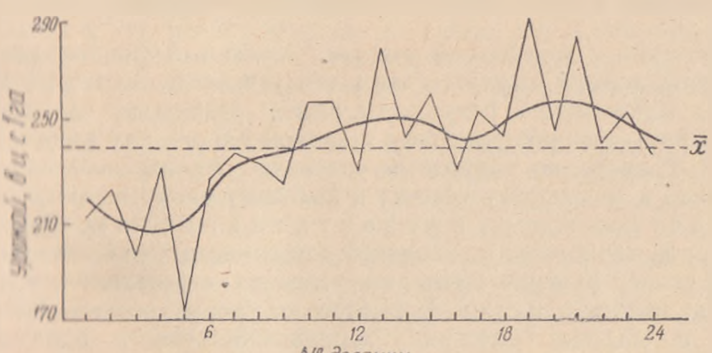

Рис. 6. Варьирование поделяночных урожаев и сглаженная кривая изменения урожайности деревьев яблони.

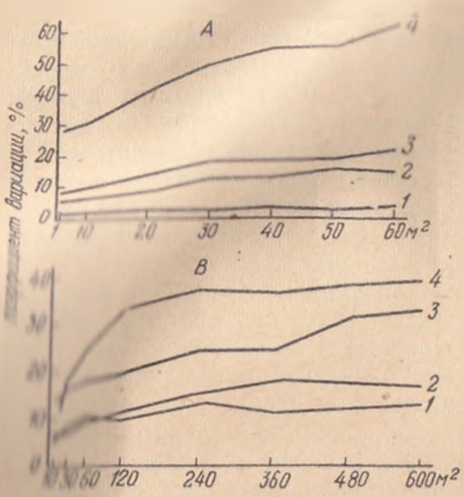

Рис. 7. Варьирование pH_{KCl} (1), гумуса (2) подвижных фосфатов (3) и обменного калия (4) в легких (A) и средних (B) дерново-подзолистых суглинках в зависимости от площади делянки.

показали, что в варьировании элементов и условий плодородия проявляются те же закономерности, что и в варьировании урожайности делянок дробных учетов: в пределах участков небольшого размера изменчивость меньше, чем в пределах более крупных участков (рис. 7), так как на более крупных земельных участках варьирование свойств почвы и урожайности не может быть меньше изменчивости их на делянках, составляющих часть этого участка.

Отмеченные особенности в варьировании свойств почвы и урожайности однородных посевов имеют принципиальное значение для планирования методики эксперимента. Так, с увеличением расстояния между делянками или точками взятия проб в полевом опыте на величине результативного признака начинает в большей степени проявляться действие закономерного варьирования свойств почвы, и в итоге разности между сравниваемыми вариантами могут быть обусловлены не действием изучаемых в опыте факторов, а территориальной изменчивостью. Поэтому при прочих равных условиях сравнимость средних по вариантам в опыте, проведенном на небольших участках, значительно лучше, чем на крупных земельных массивах.

ВЫБОР И ПОДГОТОВКА ЗЕМЕЛЬНОГО УЧАСТКА ДЛЯ ОПЫТА

Требования к земельному участку. Земельный участок для будущего опыта должен соответствовать тем условиям, в которых предполагается использовать результаты опыта: свойствам, плодородию и рельефу почв, распространенных в данном районе или даже в других районах, близких по природным условиям. Это первое и важнейшее требование к земельному участку и полевому опыту называется типичностью или репрезентативностью. Результаты опыта, проведенного на не типичной для данного хозяйства, зоны или района почве, в исключительных условиях агротехники, например при очень низком или слишком высоком ее уровне, не могут быть перенесены в обычные условия сельскохозяйственного производства. Из этого, однако, не следует, что опыты должны проводиться при уровне агротехники, свойственном рядовому хозяйству в данное время; правильнее применять более высокую агротехнику, на которую можно рассчитывать ко времени внедрения в производство изучаемого в опыте приема.

Второе требование к опытному участку — *однородность его почвенного покрова*, обеспечивающая достаточную точность результатов опыта. Это требование нельзя рассматривать как абсолютное, оно, естественно, будет меняться в зависимости от зоны и цели опыта. Оно не означает, как это неправильно понимают некоторые исследователи, отказа от постановки полевых опытов на пестрых, неоднородных почвах, а указывает на необходимость в подобных случаях более тщательно выбирать участок и стремиться к тому, чтобы он был достаточно выравнен для таких условий.

Выделить однородный земельный участок для полевого опыта часто бывает довольно трудно. Поэтому, чтобы правильно выбрать участок, отвечающий основным требованиям методики, необходимо тщательно изучить его историю, провести почвенное обследование, внимательно изучить рельеф, микрорельеф, засоренность и учесть ряд возможных случайных факторов.

История опытного участка. На участках, хозяйственная история которых неизвестна, закладывать опыты нельзя. Необходимо убедиться, что в течение последних 3—4 лет на этом участке ежегодно выращивали одну культуру, применяли единую систему удобрения, обработку почвы и т. д., хотя по годам обработка, удобрение и предшественники могут быть различными. Однообразными на всем участке особенно должны быть те агротехнические приемы, которые резко и на длительный период изменяют плодородие почвы, например известкование, систематическое внесение минеральных (особенно фосфорных) удобрений, периодическое унавоживание или однократная заправка почвы большими дозами органических удобрений, углубление пахотного слоя, дренаж, посев бобовых культур и т. п.

Желательно, чтобы сам экспериментатор в течение нескольких лет следил за историей будущего опытного участка и не допускал разнообразия агротехнических приемов на отдельных его частях. Если он не имел такой возможности, необходимо собрать достоверные сведения и убедиться в том, что в последние 3—4 года земельный участок был занят сплошь одними и теми же однообразно возделываемыми культурами. Это требование особенно важно для опытов, которые закладываются в производственных условиях.

Результаты опытов, проведенных на полях с неизвестной историей, теряют всякую ценность потому, что нельзя установить, к каким хозяйственным условиям они могут быть применимы, а также потому что понимание полученных в опыте результатов часто невозможно без ясного представления об истории земельного участка. Поэтому первое, что необходимо сделать при выборе участка для опыта, это совершенно точно установить его однородность не менее чем за последние 3—4 года.

При отсутствии таких участков иногда можно использовать под опыт поле, отдельные части которого возделывали по-разному. В этих случаях необходимо, чтобы все варианты одного или нескольких повторений опыта обязательно располагались в пределах участков с однородной историей.

При выборе опытного участка следует обратить внимание на случайные факторы, которые могут нарушить однородность условий будущего опыта. В частности не следует располагать опыты ближе чем в 50—100 м от жилых домов, животноводческих построек, сплошного леса или ближе 25—30 м от отдельных деревьев; плотные изгороди и проезжие дороги не должны быть ближе 10—20 м от опытного участка.

Необходимо также учесть все другие возможные причины случайной пестроты опытного участка: следы земляных работ, бывшие дороги, стоянки скота, места вывозки навоза, остатки строений, бывшие тока, старые оросители, арыки и т. д. Указанные случайные факторы почвенной неоднородности на участке недопустимы, так как они оказывают очень длительное последействие на плодородие почвы.

Почва опытного участка. Когда установят, что по своей истории земельный участок удовлетворяет предъявляемым требованиям, начинают изучать его почву. Без изучения ее нельзя говорить о почвенной типичности опыта и вообще нельзя определить, принадлежит ли почва опытного участка к почвенной разности, широко распространенной в зоне деятельности опытного учреждения. Чтобы правильно решить этот вопрос, необходимо воспользоваться почвенной картой, а при ее отсутствии провести детальное изучение почвы. Строго говоря, выводы из большинства опытов, поставленных на определенной почвенной разности, можно делать только для этой разности, хотя и имеется ряд приемов, действие которых обычно сохраняется в достаточно широком диапазоне почвенных разностей (например, порядок сортов по урожайности, способы посева, химические способы борьбы с сорняками). Следовательно, почва опытного участка должна быть представлена в зоне или районе, где закладывается опыт, на значительных площадях.

Почва опытного участка должна быть однообразной. При значительной пестроте почв приходится довольствоваться однородностью почвы в пределах каждого отдельного повторения.

Для определения почвенной разности, степени однородности почвы и глубины залегания грунтовых вод проводят детальное почвенное обследование, применяя обычные методы — почвенные разрезы, прикопки, на основании которых составляют почвенную карту в масштабе 10—50 м в 1 см. Основные задачи почвенного обследования заключаются в том, чтобы дать почвенную характеристику опытного участка в целом и помочь наилучшим образом расположить опыт (в пределах одной почвенной разности) или, если это невозможно, разместить в пределах одной разности все варианты одного или нескольких целых повторений.

Однако каким бы детальным ни было почвенное обследование, оно не может выявить микропестроту почв. Поэтому очень важно наблюдать за состоянием культурной или дикой растительности будущего опытного участка в течение нескольких лет. Такое наблюдение позвоможно выявить, где расположены пятна с наиболее бедной и плодородной почвой, а также учесть степень и равномерность засоренности почвы. Сильно засоренные земли, особенно с явно выраженными пятнами злостных сорняков (пырея, осота и др.), могут быть использованы под опыты (кроме опытов по борьбе с сорняками) лишь при соответствующей предварительной подготовке участка. Изучение пестроты плодородия и засоренности опытного участка систематическим осмотром посевов во время вегетации очень доступно при постановке опытов в производственных условиях.

В условиях опытного учреждения иногда в предшествующий опыту год может оказаться полезным провести рекогносцировочный посев на тех самых делянках, которые будут использоваться в опыте, учесть урожаи и применить статистический метод анализа.

Рельеф опытного участка. Требования к рельефу земельного участка, отводимого под опыт, зависят от целей исследовательской работы и изучаемого растения. Чтобы опыты с какой-либо культурой были типичны, необходимо располагать их на том элементе рельефа, на котором они обычно возделываются. Для большинства опытов предпочтителен ровный или с небольшим однообразным уклоном участок (1—2,5 м на 100 пог. м). В опытах с самотечным орошением некоторый уклон обязателен; наилучшие условия для увлажнения почвы создаются при уклоне от 0,005 до 0,01.

Если опыты ставятся на сравнительно крутых склонах, например опыты по изучению влияния склонов различной крутизны и экспозиции, опыты по эрозии и т. п., то целесообразно располагать отдельные повторения на разных уровнях склона или закладывать их на длинных вытянутых вдоль склона делянках, которые учитывают дробно, отрезками, расположенными на разных уровнях склона. Следует подчеркнуть, что при закладке опытов на крутых склонах необходимо стремиться к тому, чтобы опыт имел небольшое число вариантов.

Для изучения рельефа участка в условиях опытного учреждения производят его подробную нивелировку для составления плана с горизонталями через 0,1—0,2 м. В условиях производства приходится пользоваться значительно более грубыми планами, с горизонталями не чаще чем через 1 м, или даже определять направление и крутизну склонов на глаз.

Данные нивелировки, нанесенные на почвенную карту, служат одним из основных показателей при планировании размещения повторений и делянок, а в условиях орошения план с горизонталями составляет основу для специальной планировки опытного участка.

Кроме микрорельефа, при выборе земельного участка необходимо учитывать микрорельеф (блюдца, бугорки, мелкие ложбинки, свальные и развальные борозды). Особенно строгие требования нужно предъявлять к микрорельефу земельных участков, предназначенных для опытов с орошением напуском. Здесь приходится проводить планировку поверхности механизмами, а иногда и вручную для ликвидации впадин и бугорков.

Подготовка и изучение участка. Предварительное изучение хозяйственной истории и обследование почвы дают некоторое ориентировочное, но далеко не достаточное представление о земельном участке. Для более детального изучения однородности почвы необходимо воспользоваться так называемыми *уравнительными* и *рекогносцировочными посевами*. В условиях производства подготовка и изучение участка включают обычно один, реже два уравнительных посева. В опытных учреждениях последний по счету уравнительный посев учитывают дробно, отдельными, возможно малыми делянками. Такой посев называют рекогносцировочным.

Уравнительным посевом называют сплошной посев какой-либо культуры, проведенный на всей площади выбранного участка для повышения однородности почвенного плодородия. Уравнительный посев отличается от обычного хозяйственного только тем, что обработку почвы, удобрение и возделывание культуры на площади будущего опыта проводят на более высоком агротехническом уровне, тщательно и однообразно.

Уравнительными посевами, особенно если их применяют в течение нескольких лет, можно в некоторой степени устранить пестроту земельного участка, вызванную последействием агротехнических приемов, по-разному применявшихся в прошлом на различных частях поля. Наибольший эффект выравнивание дает в том случае, когда из года в год уравнительные посевы проводят при высоком уровне агротехники. При низком же уровне агротехники выравнивание плодородия под влиянием уравнительных посевов если и происходит, то крайне медленно.

Необходимо, однако, ясно представлять, что последействие таких агротехнических приемов, как известкование, внесение навоза, систематическое применение минеральных удобрений, особенно фосфорных, углубление пахотного слоя и т. п., а также различия почвы, обусловленные развитием самих почвенных процессов, которые слишком долго продолжались и вызвали в почве сильные изменения, невозможно устранить уравнительными посевами. Основная задача таких посевов — устранить пестроту, вызванную несильнодействующими приемами, и провести тщательную борьбу с сорняками. Последнее особенно важно, а поэтому земельный участок, подготавливаемый для опыта, иногда бывает целесообразно занять паром или пропашной культурой, а затем в зависимости от зоны, где закладывают опыт, какой-либо зерновой культурой.

Кроме некоторого выравнивания пестроты и борьбы с сорняками, уравнительные посевы имеют еще одну важную задачу — создание надлежащего фона для будущего опыта (определенная обработка, удобрение, предшественник и т. д.).

Наибольшее значение уравнительных посевов заключается в том, что глазомерная (органолептическая) оценка выравненности растений такого посева служит важнейшим и решающим критерием для суждения о пригодности земельного участка под опыт в условиях производства. При некотором навыке она дает возможность выделить участки, более однородные по плодородию, и забраковать совсем непригодные, например участки с сильной и непонятной пестротой стеблестоя, с пятнами засоленных солончаков и т. д. При отсутствии органолептической оценки пестроты почвенного плодородия невозможно быть уверенным в достоверности результатов будущего опыта по существу.

Дробные учеты урожаев дали значительный материал для разработки основных положений методики полевого опыта. Используя органолептическую оценку уравнительных посевов и опираясь на эти общие теоретические положения, квалифицированный экспериментатор на практике достаточно удовлетворительно планирует методику будущего опыта — определяет форму, размер, повторность и расположение делянок, не прибегая к дробному учету уравнительных посевов. Большое значение при этом имеет учет опыта предшествующей исследовательской работы в данном районе или зоне.

Отсутствие дробного учета рекогносцировочного посева не может служить препятствием применению правильной методики полевого опыта. Поэтому не случайно в нашей стране и за рубежом высказываются обоснованные сомнения в целесообразности новых дробных учетов, которые сопряжены со значительными материальными расходами, а камеральные вычисления статистических показателей представляют большую и сложную работу.

Действительно, чтобы определить пригодность данного поля для закладки полевых опытов и разработать их методику, вовсе не обязательно иметь статистически разработанные данные дробного учета. Для этой цели вполне достаточно провести почвенное обследование и нивелировку, изучить историю поля и дать визуальную оценку изменчивости плодородия на уравнительном или хозяйственном посеве.

Часто, особенно в опытах с однолетними культурами, бывает значительно выгоднее увеличивать повторность опытов на новых землях, чем проводить дробный учет рекогносцировочных посевов. Результаты первых опытов позволяют судить о степени пестроты поля по плодородию и определить необходимую повторность последующих опытов. В настоящее время, когда методика постановки опытов в полеводстве достаточно хорошо разработана, проведение новых дробных учетов рекогносцировочных посевов будет вполне оправдано лишь в особых, специальных случаях, например при закладке многолетних стационарных опытов.

Выделить наиболее однородные по плодородию участки (насаждения), установить правильный размер, форму и расположение делянок, т. е. план будущего опыта, и рассчитать необходимую повторность, исходя из запланированной экспериментатором ошибки будущего опыта, — в этом основной смысл и значение дробных учетов урожая однолетних и многолетних культур. Наиболее надежный способ планирования оптимальной структуры опыта — наложение на дробный учет специально смоделированных так называемых условных опытов. Моделирование плана будущего эксперимента осуществляется в соответствии с задачами исследования, техническими условиями проведения опыта и характером территориального варьирования плодородия земельного участка (насаждения). Результаты условных, однородных опытов обрабатывают статистически методом дисперсионного анализа и фактический опыт закладывают, ориентируясь на один из оптимальных вариантов модельного опыта. Пример дисперсионного анализа условных, модельных опытов рассмотрен в § 4 (см. стр. 44—51).

Для многолетних культур (плодовые, ягодные, луга, пастбища и т. п.) имеются большие возможности использовать дробные учеты урожая, так как на каждой учетной делянке остается не только почва, но и те же самые растения, и здесь обычно обнаруживается более тесная корреляция между урожаями в учетах, следующих один за другим. Данные предварительного изучения пространственной вариации многолетних культур используются в двух направлениях: 1) для планирования оптимальной структуры будущих экспериментов путем наложения на дробный учет модельных опытов; 2) для статистического выравнивания неизучаемых в эксперименте условий и снижения ошибки опыта путем использования метода ковариационного анализа (см. § 11, часть 3).

§ 3. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕТОДИКИ ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Под методикой полевого опыта подразумевают совокупность слагающих ее элементов: число вариантов, площадь делянок, их форму и направление, повторность, систему размещения повторений, делянок и вариантов на территории, метод учета урожая и организацию опыта во времени.

ЧИСЛО ВАРИАНТОВ

Под *опытным вариантом* понимают изучаемое растение, сорт, условие возделывания, агротехнический прием или их сочетание. Один или несколько вариантов, с которыми сравнивают опытные варианты, называют *контролем* или *стандартом*. Совокупность опытных и контрольных вариантов составляет *схему опыта*.

Число вариантов в схеме любого опыта — обычно заранее заданная величина, которая всецело определяется его содержанием и задачами. Число вариантов, очевидно, не может оказать влияния на типичность опыта, но может существенно сказаться на его ошибке, так как при прочих равных условиях опыт с большим числом вариантов будет занимать большую площадь. Увеличение числа вариантов в опыте сверх 12—16 на пестрых и выравненных участках с закономерной территориальной изменчивостью плодородия почвы значительно увеличивает ошибку эксперимента. При случайном варьировании пестроты плодородия, то есть на участках, где территориальная изменчивость выражена слабо, независимо от величины коэффициента вариации ошибка опыта при увеличении числа вариантов с 6 до 48 также возрастает, но в значительно меньшей степени (табл. 2).

С увеличением числа вариантов увеличивается площадь под опытом, возрастает пестрота почвенного плодородия и расстояние между сравниваемыми вариантами, так как в этом случае труднее уложить опыт или его отдельные повторения в пределах однородной по почвенному плодородию площадки. Все это и ведет к увеличению ошибки опыта.

Таблица 2

Зависимость ошибки опыта от числа вариантов (по Г. Д. Шашковой, 1969)

Число вариантов	Закономерное варьирование плодородия почвы		Случайное варьирование плодородия почвы	
	овес	яровая пшеница	овес	яровая пшеница
	коэффициент вариации в %			
6	13,5	5,9	15,6	5,9
12	16,0	6,4	15,4	5,7
24	21,0	7,4	15,8	6,2
48	26,0	7,7	15,7	6,8

В связи с этим при разработке схемы необходимо осторожно увеличивать число вариантов и стремиться к тому, чтобы в опыте было 12—16 вариантов и 60—64 делянки. Опыты с большим числом вариантов требуют, как правило, более сложных методов постановки, например введения в каждое повторение двух-трех контрольных вариантов, использования метода расщепленных делянок и смешивания при закладке многофакторых опытов и метода решетки при испытании большого набора номеров (сортов, гибридов) на первых этапах селекционной работы.

Следует отметить, что если вариантов очень мало, например 2—3, то необходима более высокая повторность, чтобы иметь достаточное число наблюдений для правильной оценки ошибки опыта. Характерно, что при более крупных делянках увеличение числа вариантов значительно сильнее увеличивает ошибку опыта, чем при делянках меньшего размера, и это следует учитывать при планировании методики эксперимента.

ПОВТОРНОСТЬ И ПОВТОРЕНИЕ

Точность полевого эксперимента и надежность средних по вариантам в большой степени определяются повторностью опыта на территории и во времени.

Повторностью опыта на территории называют обычно число одноименных делянок каждого варианта, а повторностью опыта во времени — число лет испытаний новых агротехнических приемов или сортов. Территориальная повторность дает возможность полнее охватить каждым вариантом опыта пестроту земельного участка и получить более устойчивые и точные средние, а повторность во времени позволяет установить действие, взаимодействие или последействие изучаемых факторов в разных метеорологических условиях.

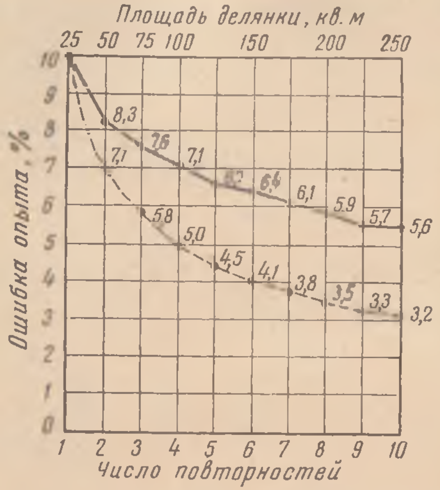

Рис. 8. Влияние увеличения повторности при неизменной площади делянки (25 кв. м) и увеличения площади делянки без повторности на ошибку опыта (по Ремеру):
сплошная линия — увеличение площади делянки;
пунктирная линия — увеличение числа повторностей.

При увеличении повторности заметно снижается ошибка опыта. Особенно сильно ошибка снижается при увеличении повторности до 4—6-кратной; дальнейшее повышение повторности сопровождается менее значительным уменьшением ошибки (рис. 8).

Увеличение числа повторных делянок сильнее уменьшает ошибку опыта, чем соответствующее увеличение площади делянки при неизменной повторности. Преимущество метода уточнения полевого опыта увеличением повторности по сравнению с увеличением площади делянки обычно более существенно, чем это можно видеть на рисунке 8, так как данные, представленные здесь, относятся к случаю, когда общая площадь опыта остается неизменной и не выходит за пределы достаточно однородного по плодородию земельного участка. Если же она выходит за эти пределы, что неизбежно при увеличении площади делянок, то дальнейшее повышение размера делянок не только не снижает, а, наоборот, может даже увеличить ошибку опыта. Увеличение же повторности и в этом случае дает положительный результат.

Эффективность повторности особенно четко проявляется, если целые повторения, т. е. весь набор изучаемых вариантов опыта, располагать в пределах даже сильно различающихся, но достаточно однородных внутри себя частей земельного участка.

Бо́льшую часть полевых опытов проводят, как правило, при 4—6-кратной повторности. В практике опытной работы 7—8-кратную повторность применяют в опытах, которые закладывают на небольших делянках (10—20 кв. м) и недостаточно выравненных земельных участках, повторность свыше 8-кратной используют только в исключительных случаях.

Ни один сколько-нибудь серьезный полевой опыт, требующий точных сравнений, не следует ставить менее чем в 4-кратной повторности. Двух- трехкратная повторность может быть допустима в предварительных, рекогносцировочных и демонстрационных опытах, а также в опытах, которые проводят одновременно в нескольких пунктах по единой согласованной методике. Нельзя закладывать сравнительные полевые опыты без повторностей и использовать результаты подобных сравнений в качестве каких-либо аргументов.

Результаты всякого полевого эксперимента сильно зависят от метеорологических условий года. Поэтому в подавляющем большинстве случаев для получения надежных результатов наряду с повторностью на территории необходимо повторять полевые опыты во времени. Это не только повышает достоверность выводов, но и дает возможность получить очень ценную дополнительную информацию об эффективности изучаемых приемов в отдельные годы — сухие, нормальные, влажные и т. п. Кроме того, многие наиболее важные агротехнические приемы (удобрения, предшественники, углубление пахотного слоя и др.) имеют длительное последействие, для учета которого также возникает необходимость в повторении опыта во времени.

По продолжительности опыты делят на **краткосрочные** и **многолетние**. Повторность во времени краткосрочного опыта, необходимая для получения достаточно достоверной характеристики изучаемого приема за ряд лет, зависит от задачи исследования и от того, как сложатся метеорологические условия, но при планировании таких опытов нельзя рассчитывать на получение исчерпывающего ответа менее чем за три года.

Исследования в севооборотах, наблюдения за такими медленно протекающими явлениями, как изменение запасов гумуса или плодородия почвы в результате применения различных агротехнических приемов, разработка системы удобрения или обработки почвы и другие исследования, требуют закладки стационарных многолетних опытов по тщательно разработанному плану. Такие опыты могут быть осуществлены только в условиях стационарных опытных учреждений и должны быть направлены на разрешение наиболее важных и перспективных вопросов земледелия.

Если планируется многолетний опыт по оценке эффекта от действия или последействия того или иного фактора в зависимости от условий погоды, то продолжительность его во времени не должна быть меньше по крайней мере десяти лет.

Полевые опыты обычно располагают на площади земельного участка методом организованных повторений. Суть его заключается в том, что делянки с полным набором всех вариантов схемы объединяют территориально в компактную группу, составляя определенным образом **организованное повторение**, которое занимает часть площади участка. Повторение, взятое в отдельности, представляет в сущности самостоятельный как бы сокращенный в объеме опыт и позволяет делать все возможные сравнения между вариантами. Итак, *организованное повторение — часть площади опытного участка, включающая полный набор вариантов схемы опыта.*

В условиях полевого опыта различия в плодородии почвы внутри повторений обычно значительно меньшие, чем между повторениями. Это и послужило основой для введения **метода организованных повторений**. В настоящее время большинство опытов ставят методом организованных повторений, так как выделить под опыт земельный участок, где не имелось бы более или менее резких различий между отдельными частями его, очень трудно.

Опыты могут размещаться на земельном участке и без территориального объединения вариантов в компактные группы — повторения, а полностью случайно. Такое размещение называют методом неорганизованных повторений или полной рендомизацией. Оно используется только в тех редких случаях, когда нет необходимости ставить под контроль возможное закономерное варьирование условий эксперимента, что может быть, например, в небольших опытах, которые закладывают на хорошо выравненных земельных участках.

Применяют два способа размещения организованных повторений: сплошное, когда все повторения объединены территориально, и разбросанное, когда повторения по одному или по нескольку расположены в разных частях поля или даже в различных полях и опытный участок не имеет одной общей границы. Ко второму способу расположения повторений чаще всего прибегают вынужденно при отсутствии в одном месте достаточного земельного участка, где можно было бы разместить все повторения в непосредственной близости друг от друга, например в районах с очень невыровненным рельефом, при поливе затоплением по «чекам» и т. п. Однако повторения иногда разбрасывают умышленно, например в опытах по изучению эрозии почвы, оценке новых приемов или сортов в разных почвенных и агротехнических условиях. В этих случаях несколько одинаковых опытов-повторений располагают на участках с различными по механическому составу и плодородию почвам, в разных севооборотах и при неодинаковом уровне агротехники. Число опытных участков соответствует числу повторностей опыта.

Обычно все повторения полевого опыта размещают на одном опытном участке, т. е. применяют сплошное расположение их в один, два, три или больше ярусов (рис. 9).

Организация полевого опыта, когда в каждом его повторении представлены все варианты схемы, а каждый вариант размещается во всех повторениях, называется взаимно ортогональной. Она позволяет методом дисперсионного анализа расчленить общее варьирование урожайности C_Y, измеряемое общей суммой квадратов отклонений поделяночных урожаев от среднего урожая, на компоненты — суммы квадратов для повторений C_P, вариантов C_V и остатка C_Z, который характеризует случайное варьирование.

В таблице 3 представлены итоги дисперсионного анализа данных полевого опыта с пшеницей, проведенного методом организованных повторений. Здесь на варьирование повторений, т. е. территориальный фактор, приходится значительная часть общего варьирования (32,6, что составляет 42,5% от общей суммы квадратов), и средний квадрат для повторений существенно отличается от остаточного среднего квадрата ($F_ф > F_{05}$), указывая тем самым на существенные различия в урожайности пшеницы по повторениям.

Следовательно, при наличии территориального фактора значительная часть изменчивости результативного признака обусловлена варьированием повторений. Если этот факт не учитывать, что часто делают

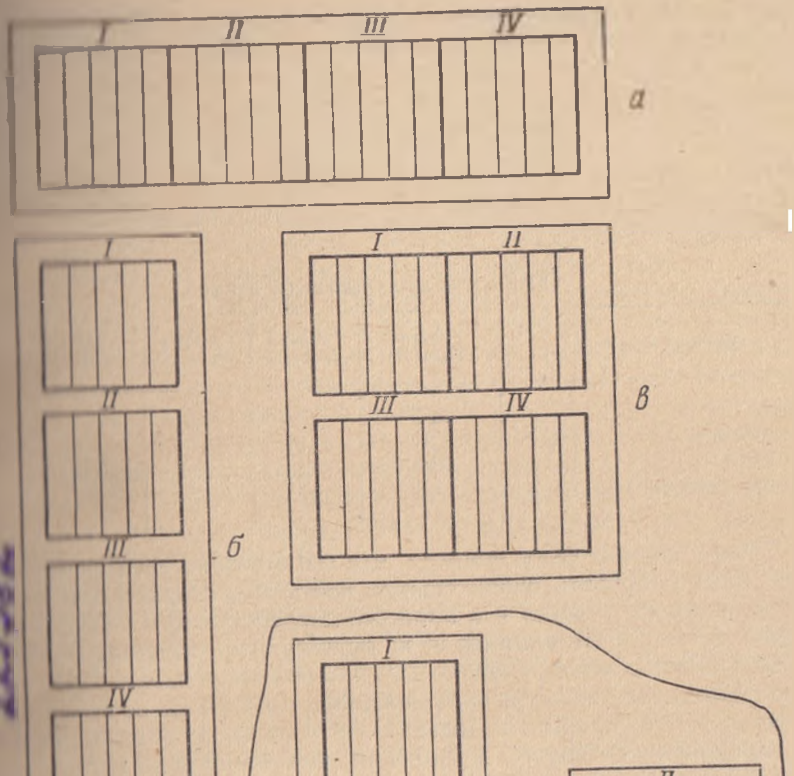

Рис. 9. Способы размещения четырех повторений с пятью делянками:
а, б, в — сплошное; *г* — разбросанное.

при обработке данных полевых опытов дробным и обобщенным методами, то сумма квадратов по строке «повторения», равная 32,6, войдет в остаток (ошибку), который возрастает до 34,5. Понятно, что в этом случае заметно увеличится и остаточный средний квадрат s^2, являющийся базой для оценки ошибки опыта. Для нашего примера средний квадрат ошибки составит 2,88 $\left(\frac{32,6+1,9}{3+9} = \frac{34,5}{12} = 2,88\right)$, то есть увеличится в 14 раз (2,88 и 0,21).

Таблица

Результаты дисперсионного анализа

Вид варьирования	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общее	76,7	15	—		
Повторения	32,6	3	10,87	51,76	3,86
Варианты	42,2	3	14,07	67,00	3,86
Остаток (ошибки)	1,9	9	0,21	—	—

Теперь должно быть понятно, что организация повторений позволяет контролировать значительную часть территориальной изменчивости опытного участка и в процессе дисперсионного анализа элиминировать, устранять влияние ее на ошибку эксперимента. В опыте без организованных повторений, то есть при полной рендомизации, ошибка эксперимента обусловлена варьированием плодородия по всему участку в целом, тогда как при организации повторений она определяется только варьированием внутри повторений, которое обычно меньше общего варьирования.

Эффективность элиминирования территориальной изменчивости с увеличением количества повторений увеличивается и особенно сильно на участках с закономерным варьированием плодородия почвы.

Таким образом, организованные повторения, кроме уточнения средних по вариантам, выполняют еще одну важную роль, а именно контролируют значительную часть территориальной изменчивости опытного участка и обеспечивают возможность уменьшения ошибки опыта в процессе дисперсионного анализа экспериментальных данных.

ПЛОЩАДЬ, НАПРАВЛЕНИЕ И ФОРМА ДЕЛЯНКИ

Площадь делянки. Полевой опыт ставят на делянках, имеющих определенный размер и форму. Делянки служат для размещения на них изучаемых и контрольных вариантов. Часто размеру делянки в опытном деле придается значительно большее значение, чем он того заслуживает. Увлечение большими делянками (до 1 га и больше), наблюдавшееся у нас в тридцатых годах, кроме снижения точности исследований и увеличения затрат на проведение опытов, ничего не принесло и быстро пошло на убыль. Во всех странах в практике опытной работы крупные делянки, характерные для начальной стадии развития опыт-дела, постепенно вытесняются более мелкими, позволяющими проводить исследования экономнее, быстрее и в большем объеме.

Теоретически можно ожидать, что увеличение площади делянки может иметь определенное значение постольку, поскольку на небольшой площади может разместиться малое число растений и индивидуальные различия их не будут компенсированы числом. Поэтому чем крупнее высеваемое растение, тем больше должна быть минимальная площадь делянки, но когда размер ее превышает площадь, на которой может располагаться нужное число растений, дальнейшее увеличение не может иметь существенного значения для точности опыта.

Большое число дробных учетов рекогносцировочных посевов, проводившихся в разных странах, показало, что точность опыта повышается по мере увеличения размера делянки примерно до 100 кв. м, дальнейшее же ее увеличение незначительно повышает, а за некоторым пределом даже снижает точность опыта. Дело в том, что с увеличением размера делянки возрастает общая площадь опыта, и он выходит за пределы выбранного для него однородного участка. Перекрыть макропестроту почвы увеличением размера делянки практически невозможно, так как для этого площадь под опытом должна возрасти до сотен, а может быть, и тысяч гектаров.

Довольно распространенное мнение о преимуществе крупных делянок основано на многочисленных исследованиях результатов дробных учетов. К сожалению, в большинстве этих исследований допущена методическая ошибка. Она заключается в том, что при сравнении не выдержан принцип единственного различия. С увеличением абсолютного размера делянок пропорционально уменьшается их число, так как урожаи всегда сравнивают со средним урожаем участка рекогносцировочного посева одного и того же размера, и остается невыясненным, отчего повышается точность: от увеличения площади каждой делянки или от уменьшения их числа. Если эти же данные обработать правильно, т. е. с соблюдением принципа единственного различия, они согласованно показывают, что увеличение размера делянки сначала снижает, а затем или не оказывает существенного влияния на ошибку опыта, или даже увеличивает ее.

Размер опытной делянки для различных видов полевого опыта в каждом конкретном случае будет меняться в зависимости от назначения и задачи опыта, культуры, степени и характера пестроты почвенного покрова, агротехники и от того, какими орудиями, машинами предполагается пользоваться и возможна ли одновременная обработка всех делянок или их придется обрабатывать раздельно. Целесообразно проектировать делянки, допускающие проведение всех полевых работ с максимальной механизацией, включая и уборку урожая. Поэтому предел, меньше которого не должна быть площадь делянки, определяется возможностью нормально проводить все агротехнические работы.

В практике опытного дела в нашей стране наиболее широко используются делянки размером 50—200, а на первоначальных этапах исследовательской работы 10—50 кв. м. Делянки меньше 10 кв. м обычно применяют в так называемых микрополевых опытах, например при селекции растений, когда очень важно экономить посевной материал.

При установлении размера делянки следует учитывать особенности агротехники опытных растений: ширину междурядий, густоту стояния и т. п. Для пропашных культур минимальный размер делянки должен быть достаточным, чтобы исключить влияние изменчивости отдельных растений на точность опыта. В литературе чаще всего указывается как минимум 80—100 растений; по данным некоторых исследователей, для картофеля достаточно иметь 40—50 и для кукурузы — 60 учетных растений на делянке. Общее правило таково, что чем больше выращивается растений на единице площади, тем меньше может быть площадь делянки. Так, у льна достаточно хорошая точность опыта достигается при площади учетной делянки 20—25 кв. м, у зерновых — 40—60, а у пропашных — 50—100 кв. м.

Следует указать, что вопрос о размере опытной делянки нельзя рассматривать изолированно от степени и характера пестроты почвенного покрова. В одном из исследований А. Мудра (1958) точность опыта по мере увеличения площади делянки на выравненном по плодородию участке заметно и закономерно возрастала, тогда как на невыравненном участке изменялась незначительно.

Следовательно, на пестрых по плодородию участках увеличение размера делянок не является эффективным способом повышения точности опыта. В этих случаях необходимо использовать другие пути и, в частности, увеличивать число повторностей.

На основании многолетней практики отечественных и зарубежных опытных учреждений можно считать, что при прочих равных условиях учетную площадь делянки полевого опыта целесообразно устанавливать в пределах 50—100 кв. м. Отклонение в ту или иную сторону от указанных размеров определяется в основном опытной культурой, техническими условиями и удобством проведения опыта, его задачами и агротехникой.

Как исключение можно привести пример селекционеров, которые на первых стадиях селекционной работы, когда имеется ограниченное количество семян, с успехом используют делянки размером 0,5—2 кв. м, а в малых сортоиспытаниях — 5—10 кв. м и при очень тщательной обработке получают высокую точность опыта. Конкурсное сортоиспытание проводят обычно уже на делянках площадью 50—100 кв. м и редко 200 кв. м. Большую часть агротехнических опытов, не требующих раздельной обработки делянок, закладывают обычно на делянках 50—200 кв. м. При изучении способов обработки почвы или других приемов, требующих раздельного применения машин и орудий на каждой делянке, размер ее приходится иногда увеличивать до 300 и даже 1000 кв. м.

Плодовые и овощные культуры имеют довольно высокий нижний предел площади делянки: она должна быть достаточной, чтобы индивидуальная (генетическая) изменчивость растений не оказывала существенного влияния на ошибку опыта. Например, в опытах с плодовыми на каждой делянке размещается 6—10 и более деревьев, а кус-

[illegible] ягодников — 10—20. В подобных случаях площадь делянки может значительно отклоняться от 100 кв. м.

Таким образом, полевые опыты следует ставить на делянках сравнительно небольшого размера, дающих возможность нормально проводить все агротехнические работы. На таких делянках гораздо легче достичь большой точности, они удобнее и требуют меньше затрат средств и труда, чем крупные делянки. Крупная делянка имеет преимущество перед небольшой только при проведении многолетних опытов, когда возникает необходимость изучать новые факторы или приемы, не предусмотренные при закладке опыта. В подобных случаях большую делянку можно разделить (расщепить) на несколько более мелких и наложить на них дополнительные варианты или ввести новый фон для изучения эффективности уже имеющихся вариантов. В связи с этим многолетние опыты целесообразно закладывать на делянках в 200 кв. м, с тем чтобы при необходимости расщепления каждая из них имела площадь 50—100 кв. м.

При проведении опытов в условиях производства нет объективных оснований к значительному увеличению размера делянок. Площадь делянки должна быть такой, чтобы можно было выполнять все полевые работы, достаточно типичные для агротехники и уровня механизации передовых хозяйств данного района. Поэтому размер делянок опытов, заложенных в производственных условиях, варьирует в широких пределах — от 100 до 3000 кв. м и больше.

Если говорить о минимально допустимом размере делянок для опытов в условиях производства, то они ничем не отличаются от тех, которые названы выше. Здесь следует отметить, что метод полевого опыта должен использоваться для научной разработки новых приемов, а не для повторения уже разработанных способов возделывания, поэтому большой размер делянок не достоинство, а скорее наоборот; применение крупных делянок (более 1000 кв. м) часто лишает опыт достоверности по существу, не говоря уже об увеличении материальных и трудовых затрат, необходимых для проведения опыта на больших площадях.

Итак, теоретически нет оснований для рекомендации закладывать полевые опыты на делянках большого размера. Однако нельзя говорить о каких-то раз и навсегда установленных и единственно правильных нормативах. Конкретная площадь делянки определяется изучаемым приемом, характером пестроты почвы, способами посева, ухода, уборки и т. д. При современном уровне механизации опытных работ, когда экспериментатор вынужден приспосабливать методику опыта к использованию машин и орудий, ему часто приходится необоснованно увеличивать размеры делянок. Нередко это снижает качество и производительность научной работы. Поэтому создание и серийное производство малогабаритной техники для экспериментальных работ в поле — один из важных факторов повышения производительности и эффективности сельскохозяйственных исследований.

Когда приходится выбирать между крупными делянками, позволяющими механизировать все полевые работы в опыте, и делянками небольших размеров, требующих малогабаритной техники, а при ее отсутствии — применения ручного труда, то предпочтение следует отдават первым. Это особенно справедливо при закладке опытов в колхозах и совхозах, где ручная уборка и обмолот часто могут привести к очень большим потерям урожая.

Защитные полосы. Различают боковые и концевые защитные полосы. Боковые защитки выделяют вдоль длинных сторон делянок для исключения влияния растений соседних вариантов, которое тем значительнее, чем больше растения различаются по своему развитию. Особенно сильно влияние соседних вариантов проявляется в опытах с удобрениями, способами обработки почвы, предшественниками и орошением. В большинстве случаев ширину боковой защитной полосы, которую убирают перед уборкой учетной площади, устанавливают в пределах 0,5—1,5 м. Иногда, например, в опытах с орошением или с различными гербицидами (при опрыскивании) ширину защитной полосы приходится увеличивать до 2—3 м и более.

В опытах по сортоиспытанию влиянием растений соседних делянок пренебрегают и боковые защитные полосы не выделяют. Для разграничения изучаемых сортов между делянками оставляют узкие незасеянные полосы шириной 20—40 см.

Концевые защитки шириной не менее 2 м выделяют для предохранения учетной части делянки от случайных повреждений.

Кроме того, для разворота машин и орудий с обоих концов делянок выделяют защитные полосы шириной не менее 5 м.

Направление делянки. Достоверность опыта во многом зависит от направления делянок, т. е. от ориентации их на опытном участке. Сравнение изучаемых вариантов будет правильным, если опытные делянки располагать длинной стороной в том же направлении, в каком сильнее всего изменяется плодородие почвы. В этом случае все варианты будут поставлены в одинаковые условия сравнения и оценка их эффективности будет неискаженной. При любой другой ориентации делянок они в разной степени будут охватывать изменчивость плодородия земельного участка, что отрицательно скажется на точности опыта и затруднит объективную оценку его результатов.

Известно, что особенно сильно плодородие почвы и другие условия выращивания растений меняются вдоль склона. Поэтому при расположении опыта на склоне направление длинных сторон делянок надо ориентировать вдоль, а не поперек склона. По такому же принципу закладывают опыт на полях с полезащитными лесными полосами: делянки располагаются длинной стороной перпендикулярно к лесной полосе.

При закладке опытов на выравненных по плодородию участках направление делянок не оказывает влияния на точность опыта и определяется техническими условиями проведения эксперимента.

Форма делянки. Говоря о форме делянки, обычно имеют в виду отношение ее длины к ширине. Делянки называют квадратными при отношении сторон, равном 1 (10 × 10 м или 5 × 5 м); прямоугольными при отношении длины к ширине больше 1, но меньше 10 (5 × 20 или

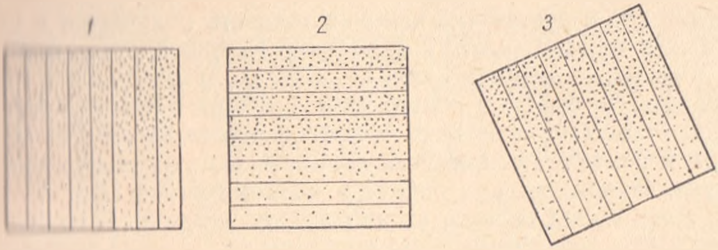

Рис. 10. Правильное (*1*) и неправильное (*2* и *3*) направление делянок в опыте (изменение плодородия почвы показано различной густотой точек).

[illegible] × 20 м), удлиненными при отношении более 10 (2,5 × 40 м или [illegible] × 100 м).

Данные рекогносцировочных посевов позволили установить, что удлиненные узкие делянки полнее охватывают пестроту земельного участка и обеспечивают лучшую сравнимость вариантов опыта.

Эффект от удлинения наиболее сильно проявляется при отношении сторон в пределах 1 : 10 — 1 : 15. Дальнейшее удлинение не дает существенных положительных результатов и бывает целесообразным лишь с точки зрения технологического удобства, например в сортоиспытании, при постановке опытов со сроками, способами и нормами посева и др.

Удлиненная форма оказывается наиболее рациональной при больших размерах делянок и при закладке опыта на склоне, когда можно ожидать заметного изменения плодородия почвы. В последнем случае длинные, узкие делянки необходимо располагать вдоль склона так, чтобы каждая из них захватывала все его элементы.

Существенным недостатком вытянутых делянок по сравнению с прямоугольными и квадратными является их большой периметр. Это требует выделения большой площади для устранения краевых эффектов. В зависимости от характера опыта между делянками необходимо иметь рамку защитных полос, причем площадь этих неучетных защиток на удлиненных делянках будет значительно больше, чем на делянках прямоугольной и квадратной формы.

В большинстве стационарных полевых опытов с площадью делянок от 20 до 200 кв. м применяют делянки, у которых длина превосходит ширину в 5—10 раз; опыты на делянках большего размера обычно ставят при более широком соотношении сторон, а именно длина превышает ширину обычно в 10—20 раз. Для удобства проведения работ (обработка почвы, посев, уход, уборка и т. п.) ширину делянки целесообразно устанавливать кратной ширине рабочих захватов сельскохозяйственных машин, особенно посевных и уборочных.

Эффект от более вытянутой формы делянок наиболее сильно проявляется при больших их размерах, в сложных схемах, когда расстояние между делянками квадратной формы может быть очень значительным. В опытах с небольшим числом вариантов (8—10) и размером делянок около 100 кв. м достаточно высокая точность получается и при пря моугольных или квадратных делянках. Только при больших схемах опыта и величине делянки более 100—200 кв. м имеет смысл придавать ей удлиненную форму с соотношением длины к ширине больше 10

Квадратная форма делянки предпочтительнее прямоугольной и вы тянутой в опытах, где смежные варианты могут сильно влиять друг на друга. Например, при внесении ядохимикатов в виде растворов и дустов ветер может сносить их на соседние делянки. Поэтому необхо димо выделять большие боковые защитные полосы, что ведет к нежела тельному сокращению учетной площади делянок или увеличению общей площади опытного участка. В этих случаях преимущество в экономии опытной полезной площади безусловно принадлежит делянкам квад ратной формы.

При изучении химических средств борьбы с болезнями и вреди телями необходимо также иметь в виду, что из центра делянки квадрат ной формы вредителям и грибам труднее мигрировать на соседние варианты, так как путь их длиннее, чем из центра прямоугольной и вы тянутой делянки.

Что касается формы опытного участка, то здесь, безусловно, следует отдать предпочтение форме, близкой к квадрату. В этом случае при любой системе расположения делянок расстояние между вариантами опыта бывает минимальное и сравнимость их между собой лучшая.

§ 4. РАЗМЕЩЕНИЕ ВАРИАНТОВ В ПОЛЕВОМ ОПЫТЕ

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Можно выделить три основные группы методов размещения вариан тов по делянкам опытного участка: стандартные, система тические и рендомизированные (случайные).

Стандартные методы характеризуются более частым, обычно через 1—2 опытных варианта, расположением контроля, стандарта. Систе матические методы предусматривают неизменный порядок расположе ния вариантов в каждом повторении. При случайных методах порядок вариантов определяется путем рендомизации, т. е. размещения их внутри каждого повторения случайно по жребию, когда каждый ва риант имеет равную вероятность, равный шанс попасть на любую де лянку, тогда как при систематическом такая возможность исключена (рис. 11).

Стандартные методы основаны на том, что плодородие опытного участка изменяется постепенно и между урожаями ближайших де лянок имеет место корреляционная связь. В стандартных методах каждый изучаемый вариант сравнивают со своим контролем, урожай которого вычисляют способом линейной интерполяции, находя про межуточные значения функции на основании предположения о посте пенном изменении плодородия почвы земельного участка.

Стандартные методы размещения полевого опыта иногда подкупают простотой и предполагаемой возможностью устранить влияние пестроты

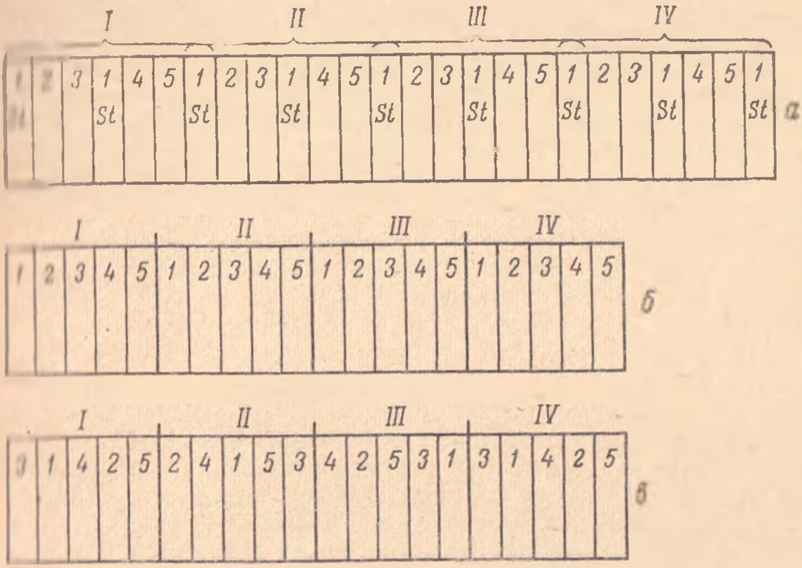

Рис. 11. Методы размещения пяти вариантов по делянкам четырех повторений полевого опыта:

а — стандартный; *б* — систематический; *в* — рендомизированный.

плодородия почвы и тем самым свести к минимуму ошибки эксперимента. Кажется, что стандарт, расположенный возле каждого изучаемого варианта, даст наиболее точную оценку эффективности сорта или агротехнического приема. Однако практика применения и сравнительной оценки стандартных методов выявила их существенные недостатки.

Во-первых, не всегда наблюдается тесная корреляционная зависимость между урожаями рядом расположенных делянок. Во-вторых, очень трудно сравнивать опытные варианты, далеко расположенные друг от друга, что бывает при большом числе (свыше 10—12) изучаемых вариантов. В-третьих, стандартные методы характеризуются большой громоздкостью и нерациональным использованием земельной площади, особенно при большом числе изучаемых вариантов. Действительно, при размещении стандарта через два опытных варианта около 40%, а через один — более 50% всей площади опыта занято стандартными делянками. Отмеченные недостатки не способствовали широкому распространению стандартных методов в опытной работе.

Стандартные методы иногда используются селекционерами. Например, на первых ступенях отбора, когда из-за недостатка семян нельзя иметь делянку нужной величины и соответствующую повторность, применение стандартных методов вполне обоснованно. Размещая стандарт через один или два испытуемых, систематически проводя визуальное сравнение со стандартом, можно достаточно объективно выявить наиболее перспективные линии.

Систематическое размещение вариантов — это такое расположение опыта, когда порядок следования вариантов в каждом повторении подчиняется определенной системе. Имеется много способов размещения вариантов по этому методу. В нашей стране распространены два — последовательный в один ярус и шахматный при расположении повторений в несколько ярусов.

Наиболее простым является последовательное расположение вариантов в один ярус. Варианты на делянках всех повторений располагаются в той последовательности, которая заранее установлена исследователем на основании главным образом организационно-технических причин — удобства обработки почвы, внесения удобрений, посева, ухода, уборки и т. п. Если, например, в первом повторении для опыта из пяти вариантов намечен порядок 1, 2, 3, 4, 5, то этот же порядок сохраняется во всех остальных повторениях (рис. 11, б).

При шахматном размещении порядок следования вариантов в повторениях разных ярусов сдвигается. Чтобы определить число делянок, на которое необходимо сдвинуть размещение вариантов в последующих ярусах, количество вариантов опыта делят на число ярусов. Так, при шести вариантах и двухъярусном расположении повторений делянки во втором ярусе необходимо сдвинуть на 3 номера (6 : 2 = 3), а при трехъярусном — на 2 номера в каждом ярусе.

Первоначально в научной агрономии систематические методы размещения опытов занимали господствующее положение. Важное достоинство этих методов — простота, а главный их недостаток — возможные и часто совершенно непредвиденные искажения эффектов по вариантам, а также ненадежность в статистической оценке ошибки опыта. Поэтому систематические методы размещения во многих зарубежных странах используются лишь в предварительных исследованиях, а также в демонстрационных и других видах полевых опытов, когда статистическая оценка данных не является необходимой и важной. Подавляющее же большинство полевых опытов закладывают сейчас новыми методами, в основу которых положен принцип случайного, или рендомизированного, размещения вариантов.

В связи с тем, что во многих руководствах по методике полевого опыта и в практике опытной работы научному обоснованию расположения вариантов в эксперименте уделяется мало внимания, необходимо осветить этот вопрос более подробно, так как правильное его решение имеет большое значение для повышения уровня исследований.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО И РЕНДОМИЗИРОВАННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Качество информации, получаемой в опытах с систематическим и рендомизированным размещением вариантов, заслуживает пристального внимания широкого круга специалистов и имеет большое значение для повышения уровня экспериментальных работ.

Среди исследователей существуют расхождения в оценке систематических и рендомизированных методов. В. Н. Перегудов считает рендомизацию обязательным требованием: если экспериментатор дорожит объективностью, он должен применять случайное размещение вариантов. В отечественных руководствах по применению статистики в биологии, химии, технике (А. М. Длин, В. В. Налимов, Н. А. Плохинский, В. Г. Вольф и др.), а также в зарубежных работах по методике полевого опыта и статистическим методам оценки результатов исследований (Р. А. Фишер, Дж. У. Снедекор, Дж. Уишарт и Г. Сандерс, Н. Бейли и др.) рендомизация рассматривается как основа построения современных схем эксперимента, способствующая получению объективной информации об изучаемом явлении.

Однако некоторые исследователи в области агрономии полагают, что требование случайной выборки и рендомизации вариантов в полевом опыте научно не обосновано, случайность в эксперименте они считают неуместной и даже вредной, а рендомизацию, по их мнению, вообще нельзя рекомендовать. В прошлом правильной оценке рендомизации длительное время препятствовало тенденциозное отношение к ней некоторых биологов, недостаточно знакомых с дисперсионным анализом и теорией выборочного метода исследования. И такую позицию можно было понять, но на современном этапе развития науки, когда рендомизированные способы получили солидное теоретическое обоснование, ничем, кроме инерции, нельзя объяснить стремление к закладке полевых опытов систематическими методами. Еще менее понятна бездоказательная критика, когда рендомизацию пытаются дискредитировать указаниями, что это якобы «типично позитивистский прием, рассчитанный на то, чтобы отвлечь исследователя от отыскания причин высоких или низких урожаев», или «...при рендомизации мы сознательно подчиняем себя и результаты своих опытов жребию, игре случая».

Упрощенные представления о совершенстве и незыблемости методики полевого опыта, разработанной в конце XIX века, бытуют, к сожалению, и среди некоторого круга опытников, что сдерживает внедрение в практику исследований методов, основанных на принципах рендомизации. Не случайно в современных условиях так остро ставится вопрос о совершенствовании принципов управления наукой, планирования и методики экспериментальных работ, о повышении производительности и эффективности научно-исследовательской деятельности. Наука только тогда совершенствуется, когда поднимается на новую ступень своего развития, когда улучшается методика исследования. Стремление решать научные проблемы на основе качественно новых идей с использованием все более совершенных методов исследования, а не бесконечные серии однотипных экспериментов по установленным ранее взглядам и методикам характеризует передовой научный коллектив, способный внести заметный вклад в развитие теории и практики земледелия.

Рендомизированное размещение вариантов предложено Р. А. Фишером (Англия) на основании предпосылок разработанного им дисперсионного анализа. Оно способствует лучшему охвату каждым вариантом пестроты плодородия почвы, как бы разрушает возможное систематическое изменение плодородия внутри повторения и исключает его однонаправленное влияние на результаты опыта. Использование случайных способов распределения — одна из характерных особенностей современного периода развития методики полевого эксперимента. В опытах, где варианты размещены систематически, мы в сущности лишаемся возможности опираться при оценке данных на достаточно надежный критерий существенности, используемый в дисперсионном анализе.

Изучение большого числа дробных учетов урожая многих культур разных лет и на различных типах почв убеждает, что практически всегда при любом дробном учете есть участки, где наряду со случайным наблюдается более или менее выраженное закономерное варьирование урожайности по делянкам (см. рис. 3—7). В какой ситуации может оказаться экспериментатор, если он при планировании опыта не будет считаться с наличием закономерной изменчивости плодородия почвы опытного участка и разместит изучаемые варианты по делянкам каждого повторения в строго определенном порядке? Нетрудно предугадать, что единая во всех повторениях система расположения вариантов, например 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5 и т. д., приведет к искажению данных о средних урожаях по вариантам, систематическому завышению или занижению их показателей. Принимая принцип единственного различия за основу при постановке полевых опытов, экспериментатор, использующий систематические методы, уже в самом начале опыта нарушает его, размещая варианты в каком-то определенном порядке. Этим он ставит варианты в неравные условия, приносит в опыт дополнительный и весьма нежелательный элемент, а именно возможную ошибку смещения в оценке изучаемых эффектов.

Справедливость этого вывода легко доказать последовательным наложением на дробные учеты условных или однородных опытов, т. е. опытов без фактических вариантов, отбирая одни и те же делянки с соответствующими им урожаями систематически и случайно. При такой методике выдерживается принцип единственного различия, когда сопоставляемые схемы размещения вариантов относятся к одной и той же сетке дробного учета. Ясно, что при сравнительной оценке фактических опытов, заложенных разными методами и на различных, хотя и расположенных рядом земельных участках, принцип единственного различия не соблюдается. Кроме того, в опытах с наличием фактических вариантов нельзя рассчитать теоретически ожидаемую дисперсию ошибки, и, следовательно, экспериментатор не имеет эталона для сравнения эффективности разных методов размещения вариантов.

Наложим два условных опыта на одну и ту же сетку дробного учета урожая овса (в ц с 1 га) экспериментальной базы ТСХА «Михайловское». Взято 20 делянок площадью 100 кв. м, расположенных в один рых (на схеме для компактности они расположены в несколько рядов)

№ делянки	1	2	3	4	5
Урожай	13,6	14,6	15,4	14,6	13,6
№ делянки	6	7	8	9	10
Урожай	13,6	15,2	16,4	18,9	15,7
№ делянки	11	12	13	14	15
Урожай	13,3	11,6	14,6	16,8	18,0
№ делянки	16	17	18	19	20
Урожай	11,7	12,0	14,0	16,0	16,1

При систематическом размещении в каждом из четырех повторений варианты будем располагать последовательно через строго определенный интервал, а при рендомизации порядок следования пяти вариантов в каждом повторении определим по таблице случайных чисел. В результате получено следующее расположение вариантов:

Повторение	I	II	III	IV
№ делянки	1, 2, 3, 4, 5	6, 7, 8, 9, 10	11, 12, 13, 14, 15	16, 17, 18, 19, 20
Систематическое размещение	1, 2, 3, 4, 5	1, 2, 3, 4, 5	1, 2, 3, 4, 5	1, 2, 3, 4, 5
Рендомизированное размещение	4, 3, 2, 1, 5	5, 2, 1, 3, 4	2, 1, 4, 3, 5	5, 2, 4, 3, 1

Может показаться, что рендомизированное размещение крайне неудачно. Жребий дал неприемлемый с точки зрения методики прошлого порядок, а именно в двух случаях вариант 5 оказался расположенным на смежных делянках, что, по мнению некоторых авторов (С. В. Щерба, А. А. Кудрявцева и др.), отрицает рендомизацию. Из большого числа рендомизированных наложений мы выбрали именно эту схему для того, чтобы показать необоснованность подобных утверждений. Группировка урожаев по вариантам условных опытов представлена в таблице 4, а результаты дисперсионного анализа сведены в таблицу 5.

В условных опытах при отсутствии фактических эффектов вариантов варьирование средних урожаев не должно существенно отличаться от случайного, т. е. дисперсии по строке «варианты» и «остаток» (s_V^2 и s^2) должны быть близки по своему значению. Это и получается при рендомизации ($s_V^2 = 4,28$ и $s^2 = 3,72$), тогда как при систематическом расположении равенство двух дисперсий сильно нарушено (9,51 и 1,98), а критерий F указывает на существенные различия средних по вариантам ($F_ф > F_{05}$). Следовательно, при систематическом расположении варьирование средних урожаев обусловлено не только случайным, но и закономерным территориальным фактором, что и может привести к иллюзии существенного действия условных вариантов. В этих условиях критерий F становится ненадежной базой для оценки результатов опыта и теряет свою законную силу.

Таблица 4

Поделяночные и средние урожаи овса при систематическом и рендомизированном размещении вариантов в повторениях (экспериментальная база ТСХА «Михайловское», 1966 г.)

Вариант	Урожаи по повторениям (в ц с 1 га)				Суммы по вариантам V	Средний урожай (в ц с 1 га)
	I	II	III	IV		
Систематическое размещение						
1	13,6	13,6	13,3	11,7	52,2	13,0
2	14,6	15,2	11,6	12,0	53,4	13,3
3	15,4	16,4	14,6	14,0	60,4	15,1
4	14,6	18,9	16,8	16,0	66,3	16,6
5	13,6	15,7	18,0	16,1	63,4	15,8
Суммы по повторениям P	71,8	79,8	74,3	69,8	295,7	14,78
Рендомизированное размещение						
1	14,6	16,4	11,6	16,1	58,7	14,7
2	15,4	15,2	13,3	12,0	55,9	14,0
3	14,6	18,9	16,8	16,0	66,3	16,6
4	13,6	15,7	14,6	14,0	57,9	14,5
5	13,6	13,6	18,0	11,7	56,9	14,2
Суммы по повторениям P	71,8	79,8	74,3	69,8	295,7	14,78

Таблица 5

Результаты дисперсионного анализа условных опытов при систематическом и рендомизированном размещении вариантов в повторениях

Показатели		Размещение	
		систематическое	рендомизированное
Сумма квадратов	общая	73,09	73,09
	повторений	11,24	11,24
	вариантов	38,03	17,13
	ошибки (остаток)	23,82	44,72
Дисперсия	вариантов s_V^2	9,51	4,28
	ошибки s^2	1,98	3,72
	теоретически ожидаемая $s_т^2$	3,86	3,86
Критерий значимости	$F_{факт}$	4,80	1,15
	F_{05}	3,26	3,26
Ошибка средней, в %	вычисленная	4,76	6,53
	теоретически ожидаемая	6,63	6,63
Эффективность, в %		51,3	96,4

Совершенно ясно, что при систематическом расположении вариантов экспериментатор получает смещенную оценку ошибки средних. Поэтому, если судить о качестве опытной работы по ошибке опыта, можно сделать ложное заключение о преимуществе систематических методов.

Действительно, в нашем примере ошибка опыта при систематическом расположении равна 4,76%, а при рендомизации — 6,53%. Между тем ошибка рендомизированного опыта близка к теоретически ожидаемой (6,53 и 6,63), т. е. она правильно характеризует неконтролируемые условия проведения эксперимента; при систематическом же расположении она сильно смещена и ей нельзя доверять.

Если значение дисперсии ошибки s^2, полученное при разных методах размещения, выразить в процентах к теоретически ожидаемой s_T^2, приняв ее за 100, то окажется, что эффективность систематического расположения составляет только 51,3%, а рендомизированного — 96,4%.

После изложения методики оценки способов размещения вариантов приведем в обобщенном виде часть наших материалов (табл. 6).

Таблица 6

Результаты дисперсионного анализа условных опытов при систематическом и рендомизированном размещении вариантов

Культура и год пробного учета	Элементы полевого опыта			Критерий значимости $F_{факт}$		Ошибка средних (в %)		
	площадь делянки (в м²)	число вариантов	число повторений	при систематическом размещении	при рендомизированном размещении	теоретически ожидаемая	при систематическом размещении	при рендомизированном размещении
Безенчукская опытная станция								
Яровая пшеница, 1925	50	6	4	5,84 *	0,92	2,27	1,53	2,30
Льняная опытная станция Московского СХИ								
Вико-овсяная смесь, 1915	50	6	4	6,17 *	0,93	11,09	7,33	11,18
Экспериментальная база ТСХА «Михайловское»								
Овес, 1966	100	5	4	3,39 *	1,32	6,08	4,78	5,83
То же	100	5	4	5,71 *	1,04	4,75	3,24	4,76
»	100	5	4	4,84 *	0,99	6,69	4,72	6,58
»	100	5	4	3,21	0,87	5,44	4,38	5,52
Вико-овсяная смесь	371	8	3	1,48	0,80	7,00	5,50	7,24
То же	371	8	3	3,93 *	1,57	5,81	4,13	5,32
Картофель, 1967	371	8	3	2,20	1,04	5,71	4,86	5,71
То же	371	8	3	5,02 *	0,74	4,85	3,19	4,94
Селекционно-генетическая станция ТСХА								
Овес, 1965	10	2	4	33,9 *	0,72	4,38	1,4	6,90
То же	10	4	3	2,53	1,12	4,38	3,59	4,28

* Эффекты условных вариантов значимы на 5%-ном уровне.

При обсуждении результатов исходим из предпосылки, что разности между средними в условных опытах обусловлены исключительно влиянием характера варьирования пестроты плодородия почвы. Наиболее близким к идеалу будет размещение, которое имеет дисперсию средних по вариантам, близкую к случайной, остаточной дисперсии, а значение критерия $F_{факт}$ — приближающееся к единице. Нарушение равенства двух средних квадратов и особенно увеличение дисперсии вариантов и, следовательно, критерия значимости F (в фактическом опыте это может привести к иллюзии действия мероприятий, не оказывающих влияния на урожайность) свидетельствуют о менее эффективном размещении, при котором систематически завышается или занижается дисперсия вариантов и создаются неблагоприятные условия для правильного определения действия изучаемых факторов и оценки ошибки эксперимента.

Результаты сравнительной оценки методов размещения вариантов, представленные в таблице 6, относятся к участкам дробных учетов урожая на черноземных и дерново-подзолистых почвах с более или менее выраженным закономерным варьированием плодородия. В этих условиях последовательное расположение увеличивает дисперсию средних по вариантам и критерий F указывает на существенные различия в однородных опытах. Рендомизация как бы нарушает систематическое варьирование внутри повторений, способствуя тем самым более равномерному распределению плодородия почвы по вариантам опыта, и выравнивает дисперсию по вариантам и остатку.

В некоторых руководствах по методике полевого опыта встречаются утверждения о том, что преимущество рендомизации проявляется лишь в опытах с большим набором изучаемых вариантов. В таблице 6 представлены данные, характеризующие эффективность рендомизированного и последовательного расположения вариантов в один ярус для опытов, включающих минимум вариантов, — 2—5. Любопытно, что даже в двухвариантном опыте с размером делянок 10 кв. м, наложенном на дробный учет овса на Селекционно-генетической станции ТСХА (данные Ю. Б. Коновалова), где, казалось бы, единственно «разумным» будет размещение 1,2; 1,2; 1,2; 1,2, средние существенно различались, тогда как рендомизация, где жребий дал неприемлемый с точки зрения систематического метода порядок 2,1; 1,2; 2,1; 1,2, обеспечила более репрезентативную выборку делянок для размещения вариантов. Аналогичные результаты получены и для опытов с 4—5 вариантами. Таким образом, строго определенное размещение вариантов по делянкам полевого опыта даже при небольшом числе изучаемых факторов может привести к иллюзии действия тех приемов возделывания, которые реально не оказывают существенного влияния на урожай.

Обратимся теперь к характеристике «точности» опыта при разных методах размещения вариантов. Известно, что показатель «точности полевого эксперимента» (s_x%, или P) часто необоснованно используется для оценки качества опытной работы. По нашим исследованиям наблюдается четко выраженная тенденция: при систематическом расположении вариантов ошибки средних по сравнению с теоретически

...ными сильно занижены (в среднем для 12 дробных учетов на [illegible]), а при рендомизации близки к расчетным (среднее отклонение от фактических составляет около 3%). Следовательно, в практике опытной работы можно встретиться с парадоксальной ситуацией: при систематическом размещении иллюзорные эффекты, обусловленные неправильной методикой, можно принять и выдать за реальные, а по показателю «точности» экспериментатор к тому же может рассчитывать даже на благодарность за высокое качество опытной работы. Из этого следует один вывод: *объективная, несмещенная оценка ошибки опыта может быть получена только при рендомизации вариантов.*

Кафедра земледелия и методики опытного дела ТСХА располагает обширными материалами (обработано более двух тысяч условных смоделированных опытов, наложенных на дробные учеты урожая разных культур в зоне дерново-подзолистых и черноземных почв) по сравнительной оценке методов размещения вариантов. Они убедительно показывают, что при закономерной изменчивости плодородия почвы последовательное и шахматное размещение значительно уступают по эффективности рендомизации.

В рассмотренных выше примерах систематическое размещение увеличивает сумму квадратов по вариантам за счет остаточной суммы квадратов до таких размеров, когда критерий существенности может указывать на значимые различия между вариантами при отсутствии реального действия изучаемых факторов на урожай. Иными словами, критерий F, используемый в дисперсионном анализе для оценки существенности различий по вариантам, может ввести экспериментатора в заблуждение, поэтому он теряет свою законную силу, так как для оценки результатов опыта применяется заниженный, смещенный показатель ошибки опыта.

По данным Г. Д. Шашковой (1969), на участках с закономерным варьированием плодородия почвы рендомизация в 94—96 условных опытах из 100, наложенных на одну и ту же сетку дробных учетов урожая в зоне черноземных и подзолистых почв, обеспечивает не смещенную оценку результатов опыта, а последовательное размещение в результате иллюзорной «точности» эксперимента, неправильно оцениваемой по остаточной дисперсии, ведет к ложному заключению о наличии существенных различий в опытах без реально действующих вариантов. Здесь необходимо сделать замечание о том, что аналогичные отрицательные результаты получены и в тех случаях, когда в некоторых повторениях смещают расположение вариантов наполовину, т. е. целой группой, не меняя порядка следования их внутри группы (блока). Особенно малоэффективен этот метод при больших схемах, когда каждый блок представляет собой опыт с неизменным порядком размещения вариантов.

Если плодородие почвы опытного участка изменяется только случайно, то система расположения вариантов по делянкам не имеет принципиального значения. Это, казалось бы, дает возможность сделать логическое заключение: когда данные дробного учета указывают лишь на случайное варьирование урожаев, нет оснований для требования рендомизации вариантов (Н. Ф. Деревицкий, В. И. Сазанов, С. В. Щерба и др.). Однако здесь не учитывается одно важное обстоятельство: вывод справедлив только для данного дробного учета и для условий данного года. И нет оснований распространять его на последующие культуры севооборота.

Данные наших исследований показывают, что дробные учеты, предшествующие закладке полевых опытов, позволяют судить о степени и характере варьирования урожайности возделываемой культуры только в условиях данного года, но они не дают надежных оснований для предсказания характера варьирования урожаев других однолетних культур на тех же делянках в последующие годы. Эту особенность в варьировании урожайности разных однолетних культур на одном и том же опытном участке нельзя игнорировать. Базируя планирование методики краткосрочных и многолетних полевых опытов на принципах рендомизации, экспериментатор как бы вводит своеобразный заслон против возможного влияния систематического варьирования плодородия почвы на результаты исследования.

Систематическое расположение не только может увеличить дисперсию вариантов, но часто ведет также и к значительному увеличению остаточной дисперсии и производной от нее ошибки опыта, тогда как при случайном размещении теоретическая и исчисленная ошибки практически мало различаются. Очевидно, что и в подобной ситуации, как это показано Р. А. Фишером (1958) и В. Н. Перегудовым (1961), остаточная дисперсия не будет надежной мерой для определения ошибки опыта, ибо, преувеличивая значение ошибки эксперимента, мы рискуем оценить реальные эффекты как несущественные. Рендомизация исключает опасность значительного смещения в оценке ошибки средних по вариантам, сохраняет правомерность использования критерия значимости F и представляет экспериментатору возможность правильно характеризовать качество опытной работы.

Таким образом, планируя полевые опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, необходимо использовать современные методы размещения вариантов, основой которых является рендомизация. Игнорирование требования случайного отбора делянок для каждого варианта внутри повторений часто ведет к неверным выводам и дискредитирует идею выборочного метода исследования. *Нарушая принцип рендомизации, экспериментатор должен помнить, что он лишается возможности полноценно статистически доказать существенность различий по вариантам, так как методы статистического анализа базируются на принципе случайного отбора.*

Вопреки мнению ряда экспериментаторов методы случайного размещения вариантов распространены не только за рубежом (в Англии, Болгарии, Венгрии, ГДР, Италии, Польше, США, Чехословакии), но и в нашей стране.

С 1960 г. методы рендомизации применяются в опытной работе ТСХА. На экспериментальной базе академии «Михайловское» однолетние и стационарные длительные опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, заложены методами, основанными на принципах рендомизации. Рендомизированные методы используют в опытной работе научно-исследовательские учреждения Литовской ССР, Латвийской ССР, Эстонской ССР, некоторые сотрудники Всесоюзного научно-исследовательского института удобрений и агропочвоведения, Всесоюзного института защиты растений, Научно-исследовательского института сельского хозяйства Юго-Востока, Украинского научно-исследовательского института растениеводства, селекции и генетики и других научных учреждений.

РЕНДОМИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Рассмотрим подробнее наиболее распространенные рендомизированные методы размещения вариантов в полевом опыте и технику рендомизации.

Техника рендомизации. Наиболее простой способ рендомизации заключается в следующем. Варианты нумеруют или обозначают буквами, и эти обозначения пишут на одинаковых карточках. Затем карточки тщательно перемешивают, после чего вынимают по одной. Варианты в повторении размещают на делянках в последовательности, определенной жребием, случаем. Для каждого повторения проводится своя рендомизация.

В настоящее время для рендомизации используется более современный способ, а именно таблица случайных чисел (см. приложение, табл. 9), которая является техническим пособием при планировании случайной выборки в различных экспериментальных работах. Табулированные цифры в таблице 9 сгруппированы по две. Случайность расположения цифр, составленных из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, заключается в том, что нет никакого закона в их расположении. Вместе с тем каждое из этих чисел встречается на каждой странице приблизительно одинаковое число раз с вероятностью 0,1.

Покажем на примере, как пользоваться таблицей случайных чисел для рендомизации вариантов.

Планируется заложить опыт с шестью вариантами в четырехкратной повторности. Обозначим варианты цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 и по таблице определим порядок размещения вариантов по делянкам каждого повторения. Для этого на любой странице таблицы случайных чисел наугад карандашом отметим начальный пункт отсчета и просмотрим таблицу в произвольном направлении до тех пор, пока не получим указанного набора цифр. Предположим, мы отметили карандашом цифру 6 в первой строке десятого столбца (стр. 316). Двигаясь по этой колонке, например, вниз, получим рендомизированное размещение для первого повторения 6, 3, 5, 2, 1, 4. Номер варианта, который займет последнюю делянку (у нас 4), проставляют автоматически, повторяющиеся цифры, и цифры превышающие 6, пропускают.

Для второго, третьего и четвертого повторений варианты рендомизируют аналогичным образом. Рекомендуется для каждого повторения менять начало отсчета и направление движения по таблице случайных чисел (вниз, вверх, вправо, влево, по диагонали).

Например, карандаш натолкнулся на цифру 8 в 16-й строке восьмого столбца. Двигаясь вниз, получаем такой порядок размещения вариантов во втором повторении: 2, 5, 4, 6, 1, 3.

В третьем повторении варианты необходимо разместить так (пятая строка, первый столбец, вправо): 1, 2, 5, 3, 6, 4.

И, наконец, для четвертого повторения определен следующий порядок (стр. 316 и 317, 35-я строка, 19-й столбец, снизу вверх): 3, 4, 2, 1, 6, 5.

В итоге получена такая рендомизация вариантов по повторениям:

I повторение	II повторение	III повторение	IV повторение
6 3 5 2 1 4	2 5 4 6 1 3	1 2 5 3 6 4	3 4 2 1 6 5

Итак, на первой делянке первого повторения необходимо разместить вариант 6, на второй делянке — вариант 3, на третьей — вариант 5 и т. д.

Еще один пример. Опыт с 14 вариантами в 6 рендомизированных повторениях. В данном случае пять вариантов обозначают числами 10, 11, 12, 13 и 14, поэтому в таблице необходимо использовать двузначные цифры.

Произвольно выбираем начало отсчета, например цифру 99 в пятой строке четвертого столбца (стр. 316), и, двигаясь по вертикали вниз до 40 строки на стр. 317, получим распределение: 8, 2, 5, 4, 14. Затем переходим, например, на соседний пятый столбец и, двигаясь вверх, получим такой набор необходимых нам цифр: 6, 7, 13, 3. Просматривая шестой столбец сверху вниз, получаем цифры 9, 11, 1, а 24-я строка соседнего 7-го столбца дает номер предпоследнего варианта 10. Номер варианта, который займет последнюю делянку (у нас 12), проставляем автоматически. В итоге рендомизация дала следующий порядок вариантов для первого повторения: 8, 2, 5, 4, 14, 6, 7, 13, 3, 9, 11, 1, 10, 12.

Аналогично осуществляется рендомизация вариантов и для остальных повторений.

Процедуру рендомизации можно ускорить, если не пропускать цифры, превышающие общее количество вариантов планируемого опыта l (в нашем примере 14), а вычитать из них наибольшее кратное числу l и пропускать только цифры, равные наибольшему кратному l, и цифры, которые уже встречались.

Прежде чем пользоваться таблицей случайных чисел для планирования эксперимента, полезно ознакомиться с кратким описанием современных методов размещения полевых опытов и иллюстрирующими их схемами.

Метод неорганизованных повторений (полная рендомизация). Простейшим из современных методов размещения полевого опыта на территории является неограниченная, полная рендомизация сопутствующих условий, когда варианты по делянкам опытного участка распределяются совершенно случайно. Если, например, планируется заложить опыт с 3 вариантами в четырех повторностях, то выделенный земельный участок разбивают на 12 делянок ($3 \times 4 = 12$) и по таблице случайных чисел размещают варианты по делянкам так, чтобы каждый вариант занял по 4 делянки (рис. 12).

Метод неорганизованных повторений, т. е. неограниченная рендомизация условий эксперимента, в ряде случаев эффективен, например при небольшом числе изучаемых вариантов (2—4), когда есть основание не ставить под контроль территориальное закономерное варьирование плодородия почвы. Такие условия часто встречаются при работе с многолетними плодовыми культурами, которые характеризуются сильной индивидуальной изменчивостью, а опытный участок достаточно однороден по плодородию и невелик по площади, и, следовательно, маловероятно увеличить точность опыта за счет вычленения варьирования организованных повторений.

Отсутствие контроля возможного закономерного варьирования плодородия почвы здесь компенсируется увеличением числа степеней свободы для ошибки. Увеличение числа степеней свободы ошибки при закладке опытов с небольшим количеством делянок важно для оценки существенности разности средних по критерию F. Для опыта, представленного на рисунке 12, число степеней свободы для оценки ошибки равно 9 ($N - l = 12 - 3 = 9$), тогда как в методе рендомизированных повторений оно равно только 6: $(l - 1)(n - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$. Чтобы считать разности существенными, в первом случае значение критерия F должно превышать 4,26, а во втором 5,14.

Если есть основания считать одну часть опытного участка более плодородной, чем другую, а также при желании исключить возможность случайного размещения всех делянок с одним вариантом вместе, но все же сохранить больше степеней свободы для ошибки можно разделить участок на блоки, включающие 2—3 полных набора всех вариантов. Для примера, изображенного на рисунке 13 *а* и *б*, опыт можно разделить на два блока по шесть делянок в каждом и в каждом блоке выделить по две делянки для размещения каждого из трех изучаемых

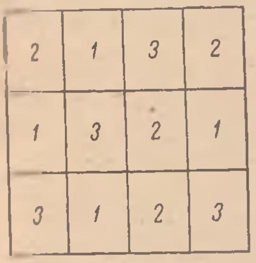

Рис. 12. Схема размещения трех вариантов в четырех повторностях методом полной рендомизации.

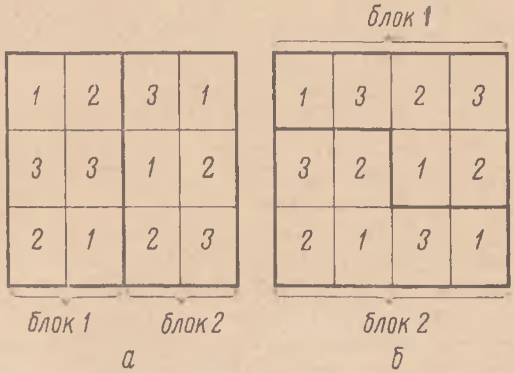

Рис. 13. Схема размещения трех вариантов двумя блоками в четырех повторностях (число повторностей вдвое больше числа блоков).

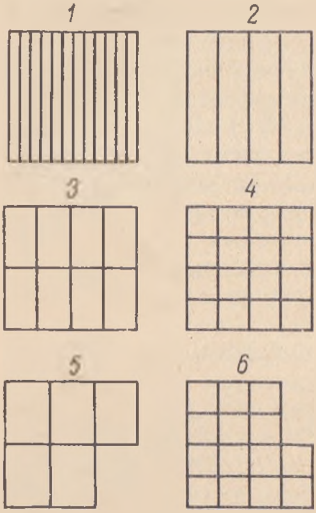

Рис. 14. Расположение делянок различной формы в одном повторении:

1—2 — удлиненные и прямоугольные в один ярус; *3* — прямоугольные в два яруса; *4* — квадратные в четыре яруса; *5* — прямоугольные в два яруса, ступенчато; *6* — квадратные в четыре яруса, ступенчато

вариантов. Варианты по делянкам в каждом блоке должны размещаться случайно (рис. 13).

При выделении двух блоков рендомизация ограничивается, но здесь теряется только одна степень свободы для ошибки ($b - 1 = 2 - 1 = 1$) и критерий F увеличивается незначительно, с 4,26 до 4,46, т. е. потеря чувствительности в сравнении с полной рендомизацией невелика.

По мере увеличения делянок в опыте расстояние между сравниваемыми вариантами возрастает, а в связи с увеличением расстояния возрастают различия и в плодородии почвы, что снижает эффективность метода неорганизованных повторений и необходимо использовать метод организованных повторений (блоков).

Метод рендомизированных повторений (блоков). Это наиболее распространенный в мировой практике опытного дела метод размещения вариантов по делянкам полевого опыта. В каждом повторении (полном блоке) варианты распределяются по делянкам в случайном порядке. Важно, чтобы внутри каждого повторения почва была по возможности более однородной, а форма повторения приближалась к квадрату. В этом случае при любом пространственном расположении делянок они будут лучше сравнимы между собой.

В зависимости от технических условий проведения опыта повторения подразделяют на делянки удлиненной, прямоугольной или квадратной формы. Делянки располагают в один, два или много рядов (ярусов). В ряде случаев повторение (блок) может иметь неправильную ступенчатую форму (рис. 14).

Чаще всего повторения располагают на поле компактно в один, два и больше ярусов. Однако, когда земельный участок недостаточно выравнен, можно разбросать, рассеять повторения по полю поодиночке или группами.

Число изучаемых вариантов в методе случайных повторений зависит от выравненности земельного участка и размера опытных делянок. Большинство исследователей указывают, что не следует иметь более 15—20 вариантов. Когда число вариантов превышает 8—10, целесообразно в каждом повторении иметь две или более делянок стандарта (контроля), что позволяет значительно повысить точность сравнения опытных вариантов со стандартом (рис. 15, *б*).

Часто, особенно в длинных схемах, целесообразно объединить варианты (сорта) внутри повторения в однородные группы, например,

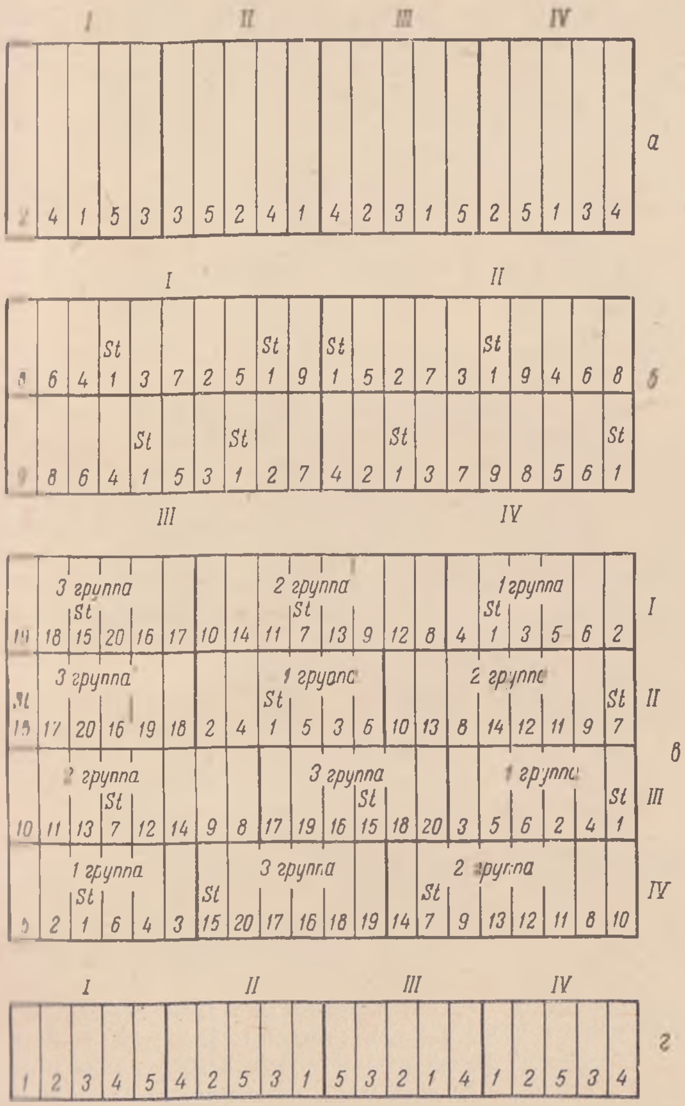

Рис. 15. Схемы размещения вариантов в четырех рендомизированных повторениях:

а — 5 вариантов в один ярус; *б* — 9 вариантов в два яруса; в каждом повторении стандарт размещается на двух делянках; *в* — 20 вариантов в четыре яруса; в каждом повторении по три группы; *г* — 5 вариантов в один ярус; в первом повторении варианты размещены систематически.

по морфологическим или другим признакам (высокорослость, скороспелость и т. п.). Порядок расположения групп в каждом повторении и вариантов внутри групп определяется рендомизацией (рис. 15, в). При этом в каждой группе может быть свой стандарт.

Иногда, например, в демонстрационных и учебных целях в одном повторении желательно расположить варианты в каком-то определенном порядке, то есть систематически. Это частичное отступление от строгой рендомизации может быть допустимо, ибо оно не является грубым нарушением, так как всегда имеется вероятность, особенно при небольшом количестве вариантов, случайно получить в одном из повторений последовательное размещение вариантов (рис. 15, *г*).

Латинский квадрат и прямоугольник. Размещение опытных делянок методом латинского квадрата позволяет в значительной степени сэлиминировать, устранить влияние систематического изменения плодородия почвы опытного участка на результаты опыта по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Для этого земельный участок квадратной или прямоугольной формы разбивают в горизонтальном и вертикальном направлении на столько рядов и столбцов, сколько вариантов в опыте. Любой ряд и любой столбец включает полный набор изучаемых вариантов, которые размещаются на делянках квадратной или прямоугольной формы. При удлиненной форме делянок латинский квадрат не имеет особых преимуществ перед методом рендомизированных повторений.

Расположение опыта латинским квадратом требует, чтобы число повторений обязательно было равно числу вариантов. Поэтому общее количество делянок в опыте всегда будет равно квадрату числа вариантов схемы. При четырех вариантах в опыте будет 4 × 4 = 16 делянок, при пяти — 5 × 5 = 25, при шести — 6 × 6 = 36 делянок и т. д. На площади их размещают рядами и столбцами. В каждом ряду и столбце должен быть полный набор всех вариантов, и, следовательно, ни один из вариантов не повторяется дважды ни в строке, ни в столбце. Кроме этих двух ограничений, варианты размещаются внутри столбцов и рядов случайно, по таблице случайных чисел.

Например, для пяти вариантов, обозначенных цифрами 1, 2, 3, 4, 5, расположение их в рядах и столбцах может быть таким, как показано на рисунке 16.

Ряды \ Столбцы	I	II	III	IV	V
I	5	1	4	2	3
II	2	5	3	1	4
III	1	3	5	4	2
IV	4	2	1	3	5
V	3	4	2	5	1

Рис. 16. Схема размещения опыта латинским квадратом 5 × 5.

Здесь каждая строка и столбец содержат все варианты и ни в строке, ни в столбце одноименные варианты не повторяются дважды. Такое расположение позволяет охватить изменение плодородия почвы в двух взаимно перпендикулярных направлениях и путем математической обработки устранить его влияние на результаты опыта, повысить точность экспе-

4 вариантa (4×4)

1

3	1	2	4
1	2	4	3
2	4	3	1
4	3	1	2

2

1	3	4	2
2	4	3	1
4	2	1	3
3	1	2	4

3

4	2	1	3
3	1	2	4
2	3	4	1
1	4	3	2

5 вариантов (5×5)

1

2	3	5	1	4
4	2	3	5	1
5	1	4	2	3
1	4	2	3	5
3	5	1	4	2

2

3	5	1	4	2
4	1	2	5	3
2	4	5	3	1
1	3	4	2	5
5	2	3	1	4

3

5	2	1	4	3
2	4	3	1	5
4	3	5	2	1
3	1	2	5	4
1	5	4	3	2

6 вариантов (6×6)

1

5	1	4	6	3	2
1	3	5	2	6	4
6	4	2	1	5	3
2	5	3	4	1	6
4	6	1	3	2	5
3	2	6	5	4	1

2

6	4	1	3	5	2
1	5	4	6	2	3
4	2	6	5	3	1
3	1	5	2	4	6
2	6	3	4	1	5
5	3	2	1	6	4

3

1	2	6	4	5	3
3	4	2	5	1	6
6	5	3	1	4	2
4	3	5	6	2	1
2	1	4	3	6	5
5	6	1	2	3	4

7 вариантов (7×7)

1

3	6	1	2	7	5	4
1	3	6	5	4	2	7
7	2	3	4	6	1	5
2	4	5	6	1	7	3
5	7	4	1	2	3	6
6	1	7	3	5	4	2
4	5	2	7	3	6	1

2

1	4	3	5	2	6	7
5	2	7	1	3	4	6
6	5	1	3	4	7	2
2	1	4	6	7	5	3
7	6	2	4	1	3	5
3	7	6	2	5	1	4
4	3	5	7	6	2	1

3

4	7	6	3	5	2	1
5	1	4	6	7	3	2
3	6	5	7	2	1	4
2	3	7	1	4	6	5
1	5	2	4	6	7	3
7	4	3	2	1	5	6
6	2	1	5	3	4	7

8 вариантов (8×8)

1

3	4	1	6	5	8	2	7
5	2	6	1	8	7	3	4
2	1	7	5	4	6	8	3
7	5	8	4	3	2	1	6
1	8	3	7	6	5	4	2
4	6	5	8	2	3	7	1
8	3	4	2	7	1	6	5
6	7	2	3	1	4	5	8

2

2	5	6	4	8	7	3	1
4	7	8	3	2	6	1	5
3	6	1	8	5	4	2	7
8	4	7	6	1	3	5	2
7	2	4	1	6	5	8	3
1	3	5	2	4	8	7	6
5	8	2	7	3	1	6	4
6	1	3	5	7	2	4	8

3

4	2	8	7	1	5	3	6
1	6	5	4	7	2	8	3
5	8	7	3	6	4	2	1
7	1	6	8	4	3	5	2
2	7	4	6	3	8	1	5
8	3	1	5	2	6	7	4
6	5	3	2	8	1	4	7
3	4	2	1	5	7	6	8

Рис. 17. Схемы размещения опытов с 4—8 вариантами латинским квадратом.

Ряды \ Столбцы	I			II			III			IV		
I	4	9	11	1	7	2	8	12	10	6	3	5
II	1	5	2	6	10	12	3	4	7	11	9	8
III	12	6	8	3	4	9	1	5	11	2	7	10
IV	3	7	10	5	8	11	9	2	6	4	1	12

Рис. 18. Схема размещения опыта латинским прямоугольником 4 × 4 × 3.

римента. Недостаток латинского квадрата — требование равенства числа повторений числу вариантов. В связи с этим увеличение числа вариантов ведет к громоздким опытам и предусматривает большую повторность, чем это обычно требуется. Поэтому в практике опытной работы наибольшее распространение получили квадраты 5 × 5, 6 × 6, 7 × 7. Нерационально закладывать квадраты с числом вариантов меньше четырех. В этом случае стандартная ошибка опирается на небольшое число наблюдений и становится неустойчивой базой для оценки существенности различий между вариантами.

На рисунке 17 даны некоторые схемы размещения полевых опытов латинским квадратом 4 × 4, 5 × 5, 6 × 6, 7 × 7 и 8 × 8.

Если есть основания считать, что варьирование неконтролируемых условий эксперимента может быть не только по двум перпендикулярным направлениям, но и по диагоналям, то целесообразно сблокировать варианты не только по строчкам и колонкам, но и по блокам, расположенным по диагоналям.

При 7—8 и более вариантах постановка опытов латинским квадратом становится затруднительной, и чтобы, не прибегая к излишней повторности, использовать преимущества латинского квадрата, целесообразно закладывать опыты латинским прямоугольником. В этом случае число вариантов должно быть кратным числу повторностей. Так, при трехкратной повторности этим методом можно заложить опыт с 6, 9, 12, 18 и т. д. вариантами; при четырехкратной — с 8, 12, 16, 24 и т. д. вариантами; при пятикратной — с 10, 15, 20, 25 вариантами и т. д.

Число вариантов должно делиться без остатка на число повторностей. Частное от деления дает число делянок, на которое необходимо расщепить столбец соответствующего латинского квадрата. Например, при изучении 12 вариантов в четырехкратной повторности каждый столбец латинского квадрата 4 × 4 необходимо расщепить в вертикальном или горизонтальном направлении на три полосы (12 : 4 = 3). Такой метод закладки опыта носит название латинского прямоугольника 4 × 4 × 3 (рис. 18). Произведение всех цифр (у нас 4 × 4 × 3 = 48) дает общее число делянок в опыте, а произведение двух последних цифр 4 × 3 = 12 — количество вариантов.

Варианты по делянкам рендомизируются так, чтобы ряд и столбец имели полный набор всех вариантов. Такое расположение позволит

15 вариантов (3×3×5)

	I					II					III				
I	3	13	12	14	11	2	1	5	15	6	7	9	4	10	8
II	9	10	4	8	7	13	14	3	12	11	5	6	1	15	2
III	1	5	6	15	2	8	7	4	9	10	14	12	3	13	11

18 вариантов (3×3×6)

	I						II						III					
I	12	2	9	5	8	7	6	13	3	15	10	1	14	17	4	11	16	18
II	4	14	16	18	3	10	17	8	16	12	2	11	6	9	1	5	7	13
III	13	1	17	16	11	6	5	14	7	4	9	18	8	3	10	2	12	15

16 вариантов (4×4×4)

	I				II				III				IV			
I	7	9	12	3	15	16	1	6	2	4	14	13	11	8	5	10
II	8	6	5	14	11	2	4	7	12	3	1	10	9	16	13	15
III	2	11	10	4	5	13	9	8	6	15	16	7	3	14	12	1
IV	15	1	16	13	3	10	12	14	11	8	5	9	2	7	4	6

24 варианта (4×4×6)

	I						II						III						IV					
I	22	10	16	24	4	17	11	3	5	15	18	6	13	1	21	8	2	14	20	12	7	23	9	19
II	20	23	12	9	19	7	21	14	13	1	2	8	4	17	22	16	10	24	6	18	11	5	3	15
III	5	6	11	18	3	15	24	22	17	10	4	6	23	7	20	9	19	12	2	21	14	13	8	1
IV	14	21	13	2	8	1	23	20	19	12	7	9	18	6	3	11	15	5	10	4	24	17	16	22

20 вариантов (5×5×4)

	I				II				III				IV				V			
I	10	2	1	14	9	20	3	15	13	5	8	19	16	4	18	11	7	6	17	12
II	3	20	15	9	8	19	13	5	17	7	12	6	2	1	14	10	11	16	18	4
III	13	5	19	8	16	4	11	18	20	9	15	3	12	6	7	17	14	2	10	1
IV	4	11	16	18	6	12	17	7	14	1	2	10	15	20	9	3	13	19	8	5
V	6	12	7	17	2	1	14	10	18	11	4	16	19	8	13	5	20	15	9	3

Рис. 19. Схема размещения опытов с 15—24 вариантами методом латинского прямоугольника.

путем математической обработки устранить влияния систематического варьирования плодородия почвы в двух перпендикулярных направлениях и, следовательно, снизить ошибку эксперимента. Некоторые схемы латинского прямоугольника для 15—24 вариантов даны на рисунке 19.

Метод расщепленных делянок. Метод расщепленных (сложных) делянок используется преимущественно для закладки многофакторных опытов, когда в отношении одного какого-либо фактора требуется получить точную информацию, а в отношении других факторов нет необходимости добиваться большой точности.

Расщепленные делянки используют также в тех случаях, когда необходимо в стационарном опыте ввести дополнительную группу вариантов, сохранив все первоначальные варианты. Нередко постановка опыта методом расщепленных делянок диктуется техническими условиями проведения эксперимента. Например, при испытании доз удобрений, гербицидов и сортоиспытании на малых делянках можно объединить целые группы таких делянок и на укрупненных площадках испытать различные предшественники или виды обработки почвы, которые требуют более крупных делянок. Опыты, поставленные таким образом, называют опытами с расщепленными делянками. Схема расщепленных делянок — это эксперимент, в котором делянки одного опыта используются как блоки для другого. Делянки первого порядка (крупные делянки) делятся, расщепляются в вертикальном или горизонтальном направлении на делянки второго порядка, а делянки второго порядка на более мелкие делянки третьего порядка (рис. 20).

На рисунке 21 показана схема расположения двухфакторного опыта 5 × 3 методом расщепленных делянок по изучению пяти градаций способов обработки почвы A (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) и трех градаций удобрений B (b_1, b_2, b_3). Здесь делянки, на которых изучаются варианты обработки почвы, называемые главными делянками, или делянками первого порядка, расщепляются, делятся на малые субделянки, или делянки второго порядка, предназначенные для вариантов удобрений. На рисунке 22 представлена схема размещения одного повторения опыта 3 × 2 × 3 с тройным расщеплением.

Варианты по главным делянкам и субделянкам размещают методом рендомизации. Особенность их расположения заключается в том, что варианты главных делянок рендомизируются самостоятельно по каждому повторению, а варианты делянок второго и последующих порядков рендомизируются каждый раз заново или для каждой главной делянки или группы их, например для целого повторения (рис. 23).

Смешивание. Рассмотренный выше метод расщепленных делянок удобен при работе в поле, но он имеет один недостаток: в многовариантных опытах с большими размерами повторений начинают сильно проявляться неравноточность сравнения главных эффектов и взаимодействий. Эффекты вариантов, размещенных на субделянках, а также взаимодействия высших порядков оцениваются обычно более точно, чем главные эффекты вариантов, занимающих делянки первого порядка. Теория планирования эксперимента рекомендует в этих

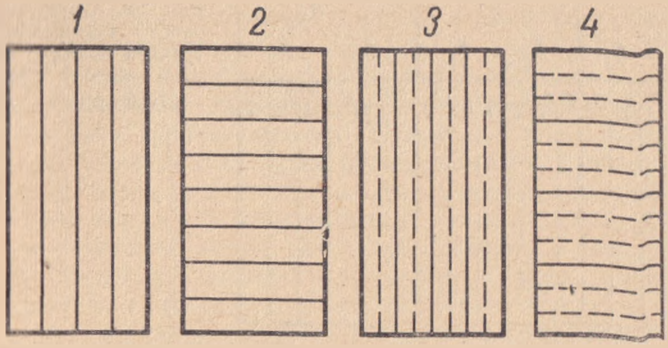

Рис. 20. Схема расщепления делянок при постановке двух-факторных (1—2) и трехфакторных (3—4) опытов.

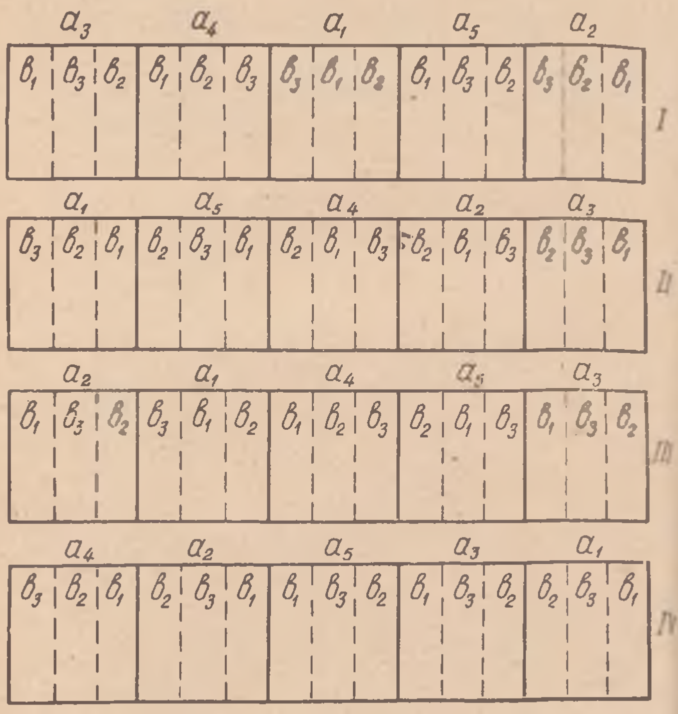

Рис. 21. Схема размещения двухфакторного опыта с 15 вариантами (5 × 3) методом расщепленных делянок, повторность четырехкратная.

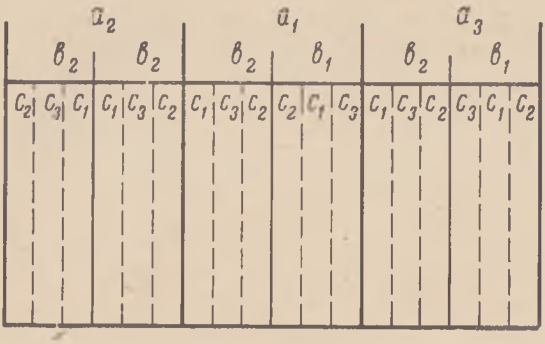

Рис. 22. Схема размещени[illegible] одного повторения трехф[illegible] торного опыта с 18 вари[illegible] тами (3 × 2 × 3) мето[illegible] расщепленных делянок

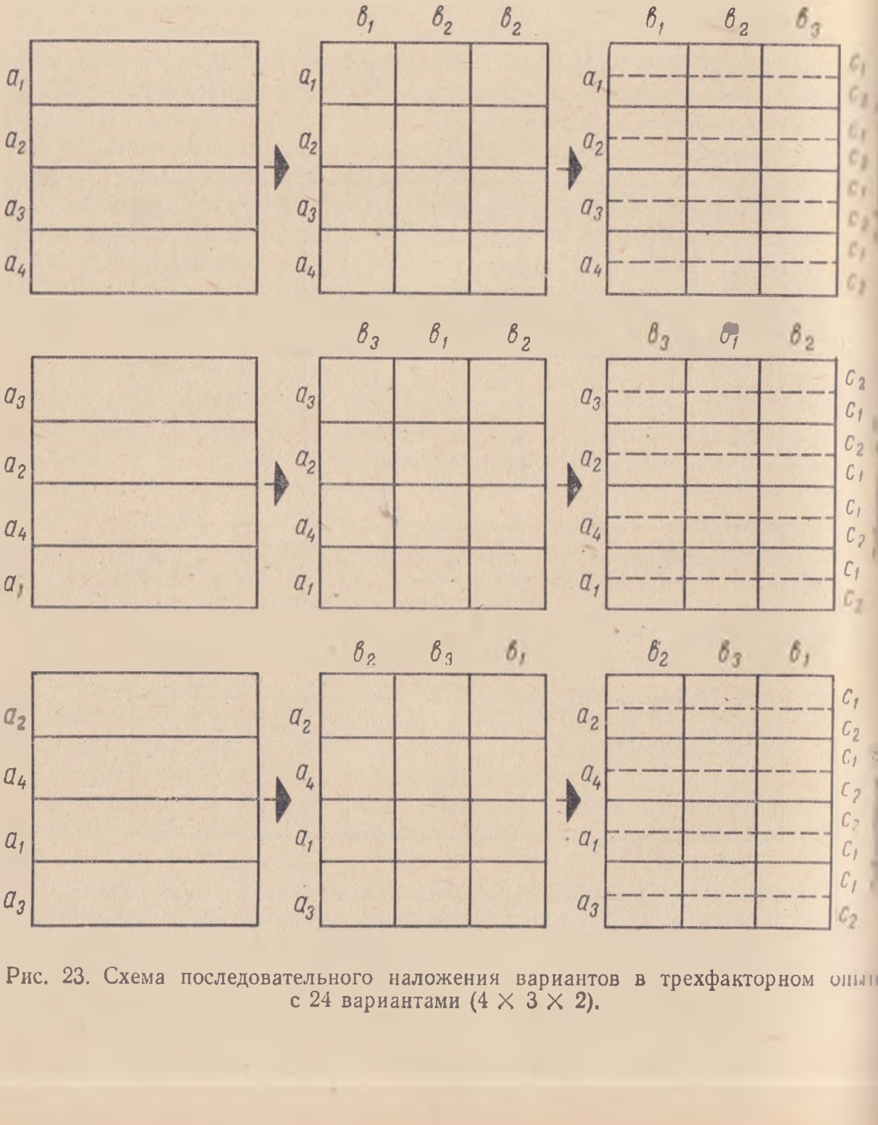

Рис. 23. Схема последовательного наложения вариантов в трехфакторном опы[illegible] с 24 вариантами (4 × 3 × 2).

случаях использовать метод смешивания, который позволяет значительно повысить точность сравнения главных эффектов в многофакторных опытах с повышенным числом вариантов.

Метод смешивания предусматривает выделение внутри повторений специально организованных блоков (неполных повторений), включающих определенный набор вариантов схемы. Сравнения внутри блоков более точны, чем между блоками, и поэтому варианты группируют в блоки так, чтобы внутриблоковые сравнения составляли наиболее существенную часть результатов опыта, а междублоковые сравнения менее существенную. Например, можно пожертвовать взаимодействиями второго-третьего порядка, значимость которых маловероятна, а главные эффекты и взаимодействия первого порядка сравнивать с повышенной точностью благодаря элиминированию различий между блоками. Таким образом, смешиванием называется такой способ размещения вариантов, при котором в каждом повторении все комбинации вариантов подразделяют на две или более групп (блоков) так, чтобы разности между группами составляли взаимодействия высшего порядка, представляющие меньший интерес, чем главные эффекты и взаимодействия между двумя факторами. Взаимодействия высшего порядка при таком размещении опыта отождествляются, смешиваются с междублоковыми различиями, и, следовательно, экспериментатор жертвует сведениями о таких взаимодействиях.

§ 5. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ПОЛЕВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Планирование — это определение задачи исследования, разработка схемы эксперимента, выбор земельного участка и оптимальной структуры полевого опыта. Ошибки, допущенные при планировании, нельзя исправить в последующем ни тщательным проведением опытной работы, ни применением современных методов исследования и статистической обработки данных.

Период, предшествующий исследованию, включает: 1) выбор темы, определение задачи и объекта исследования; 2) изучение современного состояния вопроса; 3) выдвижение рабочей гипотезы или ряда конкурирующих гипотез; 4) разработку схемы и методики эксперимента. Эта часть работы, пожалуй, самая трудная и ответственная.

Необходимо четко сформулировать цель исследования, построить логическую модель изучаемого явления и правильно выбрать стратегию, которая определяет методы и приемы исследования. Красота эксперимента зависит прежде всего от замысла, проникающего в самую суть, от того, задается ли в эксперименте вопрос, на который природа готова ответить.

Следующий этап планирования — изучение литературы по данной проблеме и выдвижение рабочей гипотезы или ряда конкурирующих гипотез. Рабочая гипотеза служит отправным пунктом для составления схемы или ряда схем будущих опытов и разработки программы исследования. В программе указывают схемы опытов, основные элементы методики и техники эксперимента, наблюдения и учеты.

Сложный вопрос, который приходится решать экспериментатору, — планирование схем опытов. При разработке схем важно: 1) выдержать требование принципа единственного различия и принципа факториальности (соблюдение принципа факториальности означает такое построение схемы многофакторного опыта, которое предусматривает испытание всех возможных сочетаний изучаемых факторов); 2) правильно выбрать контрольный вариант (стандарт) и определить сопутствующие, неизучаемые условия эксперимента (фон); 3) правильно установить основной уровень (центр эксперимента) и единицы варьирования изучаемых факторов.

Для однофакторного опыта необходимо так составить схему — совокупность способов воздействия, выбранных для сравнительного изучения, чтобы на основании экспериментальных точек можно было в двухмерном пространстве построить к р и в у ю о т к л и к а, которая будет характеризовать зависимость результативного признака от вариабельности изучаемого фактора $Y = f(X)$.

Обычно достаточно иметь 6—8 уровней (доз, градаций) изучаемого фактора X. При этом важно так установить основной уровень, т. е. ту центральную точку на кривой отклика, чтобы по мере движения к экстремальным (крайним) значениям эксперимент охватывал бы л и м и т и р у ю щ у ю, с т а ц и о н а р н у ю и и н г и б и р у ю щ у ю о б л а с т и этой кривой (рис. 24).

Таким образом, успешное решение поставленной перед экспериментом задачи зависит от удачного выбора основного уровня (центра эксперимента) и единицы (шага) варьирования изучаемого фактора. Если неправильно установлен центр эксперимента и приняты незначительные различия в единицах варьирования (дозах, градациях), то 6—8 экспериментальных точек могут охватывать только лимитирующую или стационарную область и, следовательно, на основании этой информации нельзя установить оптимальный уровень для изучаемого в опыте фактора. Другая опасность возникает в том случае, когда шаг варьирования выбран слишком большим и можно «проскочить» точку максимума. Точные рекомендации по выбору величины шага дать невозможно, и многое здесь зависит от квалификации и интуиции экспериментатора.

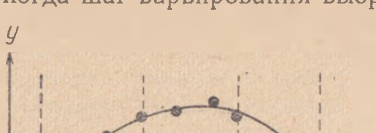

Рис. 24. Типичная форма кривой однофакторной зависимости: AB — лимитирующая область; BC — стационарная область; CD — ингибирующая область.

Если предварительные сведения об изучаемом явлении отсутствуют, выбор основного уровня, центра эксперимента приходится делать более или менее случайным образом, руководствуясь общими представлениями о процессе. При выборе шага варьирования необходимо так установить градации фактора, чтобы в лимити изучаемой области вызванное этим варьированием изменение результативного признака, например, превышало возможную ошибку эксперимента.

В общем виде схему однофакторного опыта при изучении действия нескольких градаций фактора A можно представить так: $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n$. Здесь индексами при a обозначены градации изучаемого фактора A, а a_0 — низшая, нулевая градация.

Сравнительно просто решается вопрос о схемах однофакторных опытов, в которых варианты различаются качественно — опыты по сортоиспытанию, эксперименты по оценке разных культур, предшественников, форм удобрений, ядохимикатов и т. п. Если интересующие экспериментатора факторы планируется изучить только в одной градации, например виды пара, сорта или способы обработки, то в общем виде схему таких опытов можно записать так: A, B, C, ..., Z.

Когда один или ряд факторов представлен в схеме в нескольких градациях, то схема приобретает следующий вид: A (a_0, a_1, a_2, ... a_n), B (b_0, b_1, b_2, ... b_n), ... Z (z_0, z_1, z_2, ... z_n). Здесь заглавными буквами обозначены изучаемые факторы, а строчными с индексами — их градации.

При планировании многофакторных экспериментов, т. е. опытов по изучению действия и взаимодействия нескольких факторов, схема опыта должна включать все возможные комбинации вариантов. Такой опыт называют **полным факторным экспериментом** (ПФЭ). Он позволяет получить сведения о реакции растений на разные факторы и установить действие уровня (дозировки, градации) одного фактора на эффект других, т. е. выявить взаимодействие между изучаемыми факторами, смысл которого заключается в том, что эффект каждого фактора при переходе с нижнего на верхний уровень зависит от того, на каком уровне находятся другие факторы, взаимодействующие с первым.

Для двух изучаемых в опыте факторов, двух независимых переменных X_1 и X_2 значение зависимой переменной Y, например урожая, является функцией двух варьирующих величин: $Y = f(X_1, X_2)$.

В этом случае экспериментальные точки будут лежать на некоторой поверхности, характеризующей реакцию (отклик) живого организма (растения) на внешние факторы X_1 и X_2. Эту поверхность в трехмерном пространстве называют **поверхностью отклика**.

На рисунке 25 представлена поверхность отклика для всех возможных сочетаний X_1 и X_2 при пяти градациях изучаемых факторов (0, 1, 2, 3, 4). Каждое экспериментально найденное значение — это отрезок прямой, высота которого равна перпендикуляру, восстановленному из точки на плоскости X_1X_2 (область эксперимента). Например, точка P, показанная на рисунке 25, — это урожай, полученный в опыте при сочетании $X_1 = 3$ и $X_2 = 2$. В биологических и сельскохозяйственных опытах одно и то же значение результативного признака можно получить при разном сочетании уровней фактора X_1 и X_2. Поэтому экспериментально установленная поверхность отклика позволяет

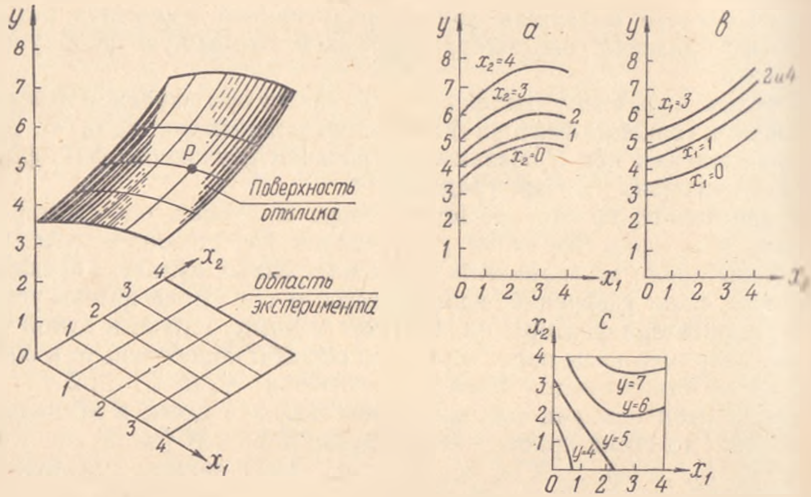

Рис. 25. Поверхность (холм) отклика двухфакторного эксперимента 5 × 5 *(слева)* и проекция поверхности отклика *(справа)*:

а — вид спереди; *в* — вид сбоку; *с* — вид сверху (линии уровня) (по Уайлду).

принимать оптимальные решения в конкретной производстве[нной] обстановке.

Поверхность отклика графически можно изобразить и другим с[по]собом, который часто используется при представлении экспери[мен]тальных данных, например в печатных работах. На рисунке 25, *а* показано семейство кривых, принадлежащих к поверхности откли[ка] при $X_2 = 0, 1, 2, 3, 4$ (вид спереди на плоскости YX_1), а на р[и]сунке 25, *в* — семейство кривых при $X_1 = 0, 1, 2, 3, 4$ (вид справ[а на] плоскость YX_2). На рисунке 25, *с* изображен вид сверху. Кри[вые] здесь являются проекцией поверхности отклика на плоскость $X_1 0 X_2$, на нее нанесены линии, соединяющие одинаковые значения $Y = 3, 4,$ 5, 6, 7. Эти кривые называются и з о л и н и я м и или л и н и я м[и] у р о в н я аналогично горизонталям на топографических кар[тах]. В машиностроительном черчении такой способ изображения тверд[ых] тел известен как метод ортогональной проекции.

Таким образом, изучение действия многих факторов на урож[ай] с точки зрения методов аналитической геометрии сводится к иссле[до]ванию формы поверхности отклика $Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, и задач[а] планирования эксперимента заключается в выборе определенной ко[м]бинации экспериментальных точек в факторном пространстве (В. Н. Ма[]ксимов, В. Д. Федоров, 1969).

Если число изучаемых факторов обозначим n, то при одинаково[м] числе градаций для каждого фактора q в полном факториальном экспе[]рименте (ПФЭ) количество вариантов будет равно q^n. Сокращен[ная] схема такого опыта записывается так: ПФЭ q^n. Когда число градаци[й] у факторов неодинаково, схема изображается в виде произведени[я]

..., указывающих градации ... фактора. Например, ... трехфакторного опыта по ... двух градаций обработки почвы, двух градаций удобрения и четырех градаций ... посева записывают так: ПФЭ $2 \times 2 \times 4$. В этом опыте будет 16 вариантов ($l = 2 \times 2 \times 4 = 16$).

Обозначим (закодируем) нижний уровень каждого фактора через 0, а следующие уровни 1, 2, 3 и т. д. Тогда план полного факториального эксперимента можно представить в виде таблицы ..., которую называют **матрицей планирования**. Число столбцов в матрице соответствует числу факторов, а число строк — числу вариантов.

В таблицах 7—9 представлены матрицы планирования для полных ...факторных опытов, в которых каждый фактор имеет две градации (0 и 1). В правой колонке всех таблиц каждый вариант обозначен комбинацией строчных латинских букв, соответствующих тем факторам, которые находятся в этой строчке. Строчка, где все факторы находятся на нижнем или нулевом уровне, обозначается 0 или 1.

Таблица 7

План полного факториального эксперимента 2^2 в кодированных переменных (матрица планирования ПФЭ 2^2)

Номер варианта	Факторы		Обозначения вариантов (строк)
	A	B	
1	0	0	0 или 1
2	1	0	a
3	0	1	b
4	1	1	ab

Таблица 8

План полного факториального эксперимента 2^3 в кодированных переменных (матрица планирования ПФЭ 2^3)

Номер варианта	Факторы			Обозначения вариантов (строк)
	A	B	C	
1	0	0	0	0 или 1
2	1	0	0	a
3	0	1	0	b
4	1	1	0	ab
5	0	0	1	c
6	1	0	1	ac
7	0	1	1	bc
8	1	1	1	abc

Из этих таблиц ясно, что при введении каждого нового фактора число вариантов в матрице ПФЭ 2^2 удваивается. При двух факторах число вариантов $l = 2^2 = 4$, при трех — $l = 2^3 = 8$, при четырех — $l = 2^4 = 16$ и т. д.

Если число градаций каждого фактора равно трем ($q = 3$), то введение в матрицу нового фактора утраивает число вариантов в ПФЭ 3^n

(табл. 10, 11). Так, для двух факторов число вариантов $l = 3^2 = 9$, для трех $l = 3^3 = 27$, для четырех $l = 3^4 = 81$ и т. д.

Таблица 9

План полного факториального эксперимента 2^4 в кодированных переменных (матрица планирования ПФЭ 2^4)

Номер варианта	Факторы				Обозначения вариантов (строк)
	A	*B*	*C*	*D*	
1	0	0	0	0	0 или 1
2	1	0	0	0	*a*
3	0	1	0	0	*b*
4	1	1	0	0	*ab*
5	0	0	1	0	*c*
6	1	0	1	0	*ac*
7	0	1	1	0	*bc*
8	1	1	1	0	*abc*
9	0	0	0	1	*d*
10	1	0	0	1	*ad*
11	0	1	0	1	*bd*
12	1	1	0	1	*abd*
13	0	0	1	1	*cd*
14	1	0	1	1	*acd*
15	0	1	1	1	*bcd*
16	1	1	1	1	*abcd*

По такому же принципу строят схемы (матрицы) других факториальных опытов и, в частности, тех из них, в которых планируется изучить разное число градаций каждого фактора. Пример такого плана для опыта, в котором фактор *A* имеет три, а фактор *B* — четыре градации, показан в таблице 12.

Многие исследователи рекомендуют использовать схему ПФЭ 3^n, т. е. изучение трех факторов на *n* уровнях (градациях). Эта схема обеспечивает получение наибольшей информации на каждую точку эксперимента.

Таблица 10

План полного факториального эксперимента 3^2 в кодированных переменных (матрица планирования ПФЭ 3^2)

Номер варианта	Факторы		Обозначения вариантов (строк)
	A	*B*	
1	0	0	0 или 1
2	1	0	a_1
3	2	0	a_2
4	0	1	b_1
5	1	1	a_1b_1
6	2	1	a_2b_1
7	0	2	b_2
8	1	2	a_1b_2
9	2	2	a_2b_2

Решающее значение для успеха многофакторного эксперимента имеет удачный выбор основного уровня (центра эксперимента) и единиц (шага) варьирования изучаемых факторов. Целесообразно так установить шаг варьирования, чтобы нижний и верхний уровни варьирования находились в активных областях (лимитирующей и ингибирующей) на кривой зависи-

зависимости результативного признака от величины отдельного фактора. Недостаток факториальной схемы — ее громоздкость, однако преимущества столь велики, что сокращать схему следует лишь в том случае, если ее трудно осуществить.

Таблица 11

План полного факториального эксперимента 3^3 в кодированных переменных
(матрица планирования ПФЭ 3^3)

Номер варианта	Факторы			Обозначения вариантов (строк)
	A	B	C	
1	0	0	0	0 или 1
2	1	0	0	a_1
3	2	0	0	a_2
4	0	1	0	b_1
5	1	1	0	a_1b_1
6	2	1	0	a_2b_1
7	0	2	0	b_2
8	1	2	0	a_1b_2
9	2	2	0	a_2b_2
10	0	0	1	c_1
11	1	0	1	a_1c_1
12	2	0	1	a_2c_1
13	0	1	1	b_1c_1
14	1	1	1	$a_1b_1c_1$
15	2	1	1	$a_2b_1c_1$
16	0	2	1	b_2c_1
17	1	2	1	$a_1b_2c_1$
18	2	2	1	$a_2b_2c_1$
19	0	0	2	c_2
20	1	0	2	a_1c_2
21	2	0	2	a_2c_2
22	0	1	2	b_1c_2
23	1	1	2	$a_1b_1c_2$
24	2	1	2	$a_2b_1c_2$
25	0	2	2	b_2c_2
26	1	2	2	$a_1b_2c_2$
27	2	2	2	$a_2b_2c_2$

В последние годы ведутся интенсивные поиски менее громоздких и более эффективных, чем ПФЭ, схем опытов, позволяющих при меньшем количестве вариантов извлекать из результатов эксперимента больше информации (дробные реплики от ПФЭ, композиционные схемы и др.).

Особое внимание при планировании опыта следует обратить на правильное сочетание основных элементов методики и в зависимости от целей исследования, схемы опыта, земельного участка и технических возможностей установить наиболее рациональное направление, форму и площадь делянки, повторность, систему расположения повторений, делянок и вариантов. Планируя полевой опыт, всегда нужно помнить, что урожай должен быть учтен в короткие сроки сплошным методом.

Таблица 12

План полного факториального эксперимента 3×4 в кодированных переменных
(матрица планирования ПФЭ 3×4)

Номер варианта	Факторы		Обозначения вариантов (строк)
	A	B	
1	0	0	0 или 1
2	1	0	a_1
3	2	0	a_2
4	0	1	b_1
5	1	1	a_1b_1
6	2	1	a_2b_1
7	0	2	b_2
8	1	2	a_1b_2
9	2	2	a_2b_2
10	0	3	b_3
11	1	3	a_1b_3
12	2	3	a_2b_3

Важно правильно ориентировать делянки на территории опытного участка. Общее требование к их ориентации следующее: *делянки необходимо расположить длинной стороной в том направлении, в каком сильнее всего изменяются не изучаемые в опыте условия жизни растений,* например плодородие почвы земельного участка, господствующие ветры, действие лесополосы, изгороди и т. п. При любом другом расположении делянок они в разной степени будут охватывать изменчивость неизучаемых условий возделывания, что затруднит объективную оценку результатов опыта.

Все многообразие действия не изучаемых в опыте факторов на результативный признак можно свести к следующим четырем наиболее типичным случаям (рис. 26).

1. На земельном участке нет четко выраженных условий, которые могут оказывать одностороннее влияние на результативный признак, и делянки могут быть ориентированы на территории в направлении, наиболее приемлемом по организационным соображениям (рис. 26, *a*).

2. Неизучаемые условия возделывания на опытном участке четко изменяются в одном направлении (вдоль одного вектора: вдоль склона, в направлении к лесополосе, реке и т. п.). Ориентация делянок должна быть в том же направлении, в каком изменяются неизучаемые условия (рис. 26, *в* и *c*).

3. Неизучаемые условия возделывания варьируют в двух взаимно перпендикулярных направлениях (двухсторонний склон, склон и лесополоса, лесополоса и изгородь и т. п.). Ориентация делянок должна

Рис. 26. Расположение (ориентация) делянок в зависимости от характера варьирования не изучаемых в опыте условий (стрелками-векторами указаны направления наибольшей изменчивости внешних факторов).

учитывать оба воздействия, и в результате наложения делянок, ориентированных в двух направлениях, получается схема, известная под названием латинский квадрат. В каждом ряду и столбце должны быть представлены все варианты опыта, и, следовательно, одностороннее воздействие неизучаемых факторов при таком расположении будет сбалансировано (рис. 26, *d*).

4. Неизучаемые условия изменяются в трех направлениях, как это показано векторами на рисунке 26, *e*. В таких случаях необходимо использовать наиболее сложную схему размещения делянок и вариантов, которая позволяет учесть и в значительной степени сбалансировать действие сильной неоднородности условий возделывания на результативный признак. На рисунке 26, *e* представлен один из возможных вариантов: изучаемые факторы размещаются по рядам, столбцам и четырем блокам, расположенным по диагоналям. Каждый ряд, столбец и блок имеет полный набор изучаемых факторов, что позволяет методом дисперсионного анализа вычленить варьирование рядов, столбцов и блоков и, следовательно, сэлиминировать влияние трех факторов на результативный признак.

Необходимая повторность будущего опыта при установленной площади и форме делянки определяется в основном характером территориальной изменчивости земельного участка и заданной величиной ошибки опыта. Пестроту почвенных условий устанавливают по данным дробного учета или глазомерной оценки уравнительного посева. Если таких данных нет, используют результаты предшествующей работы в аналогичных условиях. Значение ошибки устанавливает исследователь; величина этого показателя зависит от масштаба тех различий, которые предполагается получить между вариантами. Чем больше предполагаемый эффект от изучаемых приемов, тем больше может быть и ошибка, и, наоборот, для доказательства незначительных различий между вариантами необходимо иметь опыт с меньшей ошибкой.

В полевом эксперименте наименьшая существенная разность примерно равна утроенной ошибке среднего ($НСР_{05} \approx 3 s_{\bar{x}}$), и, следовательно, ошибка опыта должна быть втрое меньше предполагаемых минимальных эффектов вариантов. Если, например, экспериментатор предполагает, что изучаемые в опыте мероприятия увеличат урожай или другой результативный признак в сравнении со стандартом не менее чем на 18%, то достаточно иметь опыт с ошибкой 6% (18 : 3 = 6), а если минимальный эффект принят в 12%, то $s_{\bar{x}} = 4\%$ (12 : 3 = 4); чтобы доказать эффекты порядка 6—9%, относительная ошибка опыта должна быть около 2—3%.

При планировании опыта у исследователя обычно уже имеются данные прежних экспериментов, проведенных в сходных условиях и на делянках близкого размера. Статистическая обработка этих данных позволяет определить ошибку опыта без повторности (*s* — стандартное отклонение), выразив которую в процентах к среднему урожаю опыта, получают коэффициент вариации *V*, необходимый для расчета повторности планируемого эксперимента.

Например, для $s_{\bar{x}} = 4\%$ при коэффициенте вариации $V = 8\%$, полученном в опыте, проведенном в сходных условиях, необходимо (при $t = 1$):

$$n = \left(\frac{tV}{s_{\bar{x}}\%}\right)^2 = \left(\frac{1\times 8}{4}\right)^2 = 4 \text{ повторности.}$$

Большую часть опытов проводят при 4—6-кратной повторности, 7—8 повторностей применяют в экспериментах, которые закладывают на небольших делянках (5—20 м²) и недостаточно выравненных земельных участках; повторность свыше 8-кратной используют в отдельных случаях, например на первых этапах селекции при оценке гибридов овощных и других культур, когда каждое растение занимает отдельную делянку.

Следует подчеркнуть большое значение изучения предшествующих экспериментов для выбора оптимального плана будущего опыта. Оно позволяет предсказать последствия использования различных структур полевого опыта, дает возможность улучшить будущие эксперименты.

В заключение отметим, что повторность и размер делянок в полевом опыте должны быть согласованы так, чтобы обеспечить оптимальные агротехнические условия и низкую ошибку эксперимента. Для земельного участка определенной площади характерна довольно устойчивая закономерность: ошибка заложенного здесь опыта будет тем меньше, чем больше повторность и, следовательно, меньше площадь делянки. Увеличение размера делянки при неизменной общей площади под опытом ведет к уменьшению повторности и увеличению ошибки эксперимента (табл. 13).

Таблица 13

Зависимость ошибки средней от размера делянки и повторности при неизменной площади опыта (по данным однородных опытов с 6 вариантами)

Повторность	Дробный учет овса на Селекционно-генетической станции ТСХА (общая площадь опыта 480 м²)		Дробный учет озимой пшеницы в Киргизском СХИ (общая площадь опыта 2016 м²)		Дробный учет овса на экспериментальной базе ТСХА «Михайловское» (общая площадь опыта 4800 м²)	
	площадь делянки (в м²)	ошибка (в %)	площадь делянки (в м²)	ошибка (в %)	площадь делянки (в м²)	ошибка (в %)
1	80	4,27	336	2,92	800	6,33
2	40	3,92	168	2,26	400	4,21
4	20	2,44	84	1,47	200	3,76
8	10	2,13	42	1,14	100	2,40

§ 6. ПЛАНИРОВАНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ И УЧЕТОВ

Метод исследования, когда по изучению небольшой группы единиц, объектов совокупности (пробам почвы, площадкам для учета сорняков, растениям и т. п.) делают заключение о изучаемой совокупности, называют, как известно, выборочным. Результаты изучения выборки можно перенести на всю совокупность, если обеспечена репрезентативность (представительность) выборки, если она достаточна по объему, а изучаемая совокупность качественно однородна. Репрезентативность достигается случайностью выбора, когда каждой единице совокупности обеспечена равная вероятность попасть в выборку.

Рендомизированный (случайный) отбор позволяет получить среднее значение признака и определить ошибку наблюдения, что дает возможность статистически оценить существенность различий между средними разных выборок. Рендомизацию можно разумно ограничить, например раздробить совокупность на части равной величины, и в пределах каждой из них провести случайный отбор равного количества образцов, но главное свойство случайного отбора — независимость выбираемых учетных единиц — должно быть сохранено. Это важный принцип планирования наблюдений и учетов в полевом опыте.

Систематический отбор, т. е. выбор объектов наблюдений и учетов через равные расстояния друг от друга, имеет серьезный недостаток. Принятая система отбора может совпасть с более или менее выраженной периодичностью распределения изучаемых признаков, и в выборке будут преобладать единицы, не составляющие большинства в совокупности, т. е. структура выборки не будет отражать структуру совокупности. В подобных условиях будет получена искаженная, смещенная выборка и собранный материал нельзя обрабатывать статистически.

Следует предостеречь от распространенной ошибки, когда площадки для наблюдений и учетов выбирают путем выделения «типичных», «средних» мест обследуемого поля, участка или делянки. Определение «типичного» или выбор «математически средних растений» является заранее сформированным субъективным мнением наблюдателя о совокупности, и данные, полученные на основе изучения такой нерепрезентативной выборки, характеризуют только собранный материал, а не совокупность, подлежащую обследованию.

Сроки и частота проведения наблюдений. Сроки и частота наблюдений и учетов определяются целью исследования и техническими возможностями. Для общей характеристики агрофизических свойств почвы исследования лучше проводить в период роста культурных растений, тогда как, например, для учета засоренности почвы семенами сорных растений, учета общего количества растительных остатков и агрохимической характеристики почвы целесообразнее пробы почвы брать весной (до посева) и осенью (после уборки урожая).

При исследовании динамики какого-либо процесса целесообразнее установить календарные сроки для взятия образцов, наблюдений и учетов, отделенных друг от друга равными промежутками времени, не приурочивая их строго к фазам развития растений. Имея динамику процесса через равные промежутки времени, легко установить его напряженность для любого момента.

Чтобы полнее выяснить динамику хода изучаемого явления, необходимо вести наблюдения с возможно малыми промежутками. Наиболее ответственные наблюдения проводят с интервалами в 1—2 недели. Если есть основания считать происходящее во времени изменения незначительными, то можно увеличить интервалы до 3—4 недель, но с таким расчетом, чтобы за весь период исследования иметь 6—7 дат.

Простой метод исследования данных динамических наблюдений — способ скользящей средней, когда результаты последовательно усредняют и вместо величины y_i рассматривается среднее арифметическое значение y_i предыдущего значения y_{i-1} и последующего y_{i+1}. По формуле $\bar{y}_i = \frac{1}{3}(y_{i-1} + y_1 + y_{i+1})$ или, если придать значению y_i больший вес, чем двум соседним значениям, по формуле $\bar{y}_i = \frac{1}{4}(y_{i-1} + 2y_i + y_{i+1})$ вычисляют средние величины $\bar{y}_i$ для каждого срока и по этим данным строят эмпирическую функцию хода изучаемого явления во времени (пример расчета см. на стр. 194).

Планирование размера выборки. При изучении одной совокупности для общей ее характеристики обследования и учеты, не требующие статистической оценки, проводят так. Обширную совокупность (поле, сад и т. п.) делят на равные участки, не превышающие 5 га, а при значительной изменчивости признака — на меньшие участки площадью 1—2 и даже 0,5 га и в пределах этих частных совокупностей отбирают индивидуальные или смешанные образцы, выделяют пробные площадки, ряды растений или отдельные растения для учетов. Количество наблюдений (проб, площадок, растений и т. п.) на участке 1—5 га составляет 1—5 единиц, а на поле размером 50—100 га — 10—30. Если можно использовать смешанные образцы, то пробы строго одинакового объема, отобранные с выделенных участков, объединяют в один образец, который затем и используется для анализов. Если изучаемая совокупность невелика, то из нее методом случайной выборки отбирают не менее 10—20 учетных единиц.

В исследованиях, требующих статистической оценки, каждая индивидуальная или средняя проба, отобранная с участка, выделенного внутри поля, анализируется отдельно. В этом случае можно определить доверительный интервал для средней (или доли признака) совокупности по формулам: $\bar{x} \pm \frac{ts}{\sqrt{n}}$ при количественной и $p \pm \frac{tpq}{\sqrt{n}}$ при качественной изменчивости. Здесь $\bar{x}$ — выборочная средняя; p и q — доли признака; s — стандартное отклонение; n — объем выборки, t-критерий Стьюдента для принятого уровня вероятности.

Чтобы ошибка выборки не превосходила запланированное значение, можно записать формулы так:

$$s_{\bar{x}} = \frac{ts}{\sqrt{n}} \quad \text{и} \quad s_p = \frac{tpq}{\sqrt{n}}.$$

Откуда искомый размер выборки:

$n = \frac{t^2 s^2}{s_{\bar{x}}^2}$ при количественной и $n = \frac{t^2 pq}{s_p^2}$ при качественной изменчивости. Здесь $s_{\bar{x}}$ и s_p — предельные ошибки выборки при определении средней и доли. В статистической литературе предельные ошибки обозначают соответственно Δ_x и Δ_p.

Подставляя значения критерия $t_{05} = 2$ и $t_{01} = 3$ соответственно для 95%-ного и 99%-ного уровней вероятности (5%-ного или 1%-ного уровня значимости), получим рабочие формулы:

$$n_{05} = \frac{4s^2}{s_{\bar{x}}^2} \quad \text{и} \quad n_{01} = \frac{9s^2}{s_{\bar{x}}^2} \quad \text{(количественная изменчивость);}$$

$$n_{05} = \frac{4pq}{s_p^2} \quad \text{и} \quad n_{01} = \frac{9pq}{s_p^2} \quad \text{(качественная изменчивость).}$$

В этих формулах дисперсии и ошибки могут быть выражены как в абсолютных, так и в относительных показателях (процентах).

Для определения размера выборки надо знать вариабельность признака (s) и запланировать величину ошибки ($s_{\bar{x}}$), которая должна быть примерно в 2—3 раза меньше тех различий, которые предполагается получить между средними сравниваемых совокупностей, а именно: $s_{\bar{x}} = \frac{\text{НСР}}{2 \div 3}$.

Если стандартное отклонение не известно, то по предварительной небольшой выборке устанавливают размах варьирования $R = X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}$ и определяют s. Когда объем выборки равен приблизительно 5, 10, 25 и 100, значение s определяют путем деления размаха варьирования соответственно на 2, 3, 4, 5. Приближенно, но достаточно точно s можно вычислить, используя коэффициенты К. Пирсона (табл. 14), по соотношению $s = kR$.

Таблица 14

Коэффициенты k для разных значений

n	k	n	k	n	k	n	k
2	0,89	6	0,40	10	0,32	20	0,27
3	0,59	7	0,37	12	0,31	30	0,25
4	0,49	8	0,35	14	0,29	40	0,23
5	0,43	9	0,34	16	0,28	50	0,22

Пример 1. Стандартное отклонение для высоты растений $s = 10$ см. Определить размер выборки при $s_{\bar{x}} = 1$, 2 и 5 см и уровне значимости 5%.

Решение: По формуле $n_{05} = \frac{4s^2}{s_{\bar{x}}^2}$ находим:

при $s_{\bar{x}} = 1$ см, $n_{05} = \frac{4 \times 10^2}{1^2} = 400$;

при $s_{\bar{x}} = 2$ см, $n_{05} = \frac{4 \times 10^2}{2^2} = 100$;

при $s_{\bar{x}} = 5$ см, $n_{05} = \frac{4 \times 10^2}{5^2} = 16$ растений.

Следовательно, для получения средних с ошибкой 1 см необходима выборка 400 растений, с ошибкой 2 см — 100, а с ошибкой 5 см — 16 растений. В первом случае при сравнении двух выборочных средних разности могут считаться существенными, если они превосходят $3s_{\bar{x}}$, или 3 см, во втором — 6 и в третьем — 15 см.

Этот пример четко иллюстрирует, что для доказательства незначительных разностей необходима обширная выборка, тогда как большие разности могут быть доказаны и при малом значении n.

Пример 2. Определить объем выборки для 5%-ного уровня значимости, если предполагается доказать существенность разности между средними порядка 12—15% ($НСР_{05}$). По предварительной выборке получены следующие данные (вес плодов в г): 102, 87, 104, 74 и 64.

Решение. Чтобы воспользоваться формулой $n_{05}=\frac{4s^2}{s_{\bar{x}}^2}$ для определения n, необходимо определить s и $s_{\bar{x}}$. Вычисления следует вести в относительных величинах, так как $НСР_{05}$ дана в процентах.

Напомним, что при 5%-ном уровне значимости наименьшая существенная разность равна примерно утроенной ошибке среднего. Отсюда значение $s_{\bar{x}}\% = (НСР_{05}) : 3 = (12 \div 15) : 3 = 4 \div 5\%$. Далее определяем s и его относительный показатель V — коэффициент вариации. Значение s находим по размаху варьирования R и соотношению $s = kR$. Коэффициент k берем из таблицы 14 для $n = 5$. Вычисления записываем в такой последовательности:

$$R = x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}} = 104 - 64 = 40 \text{ г};$$

$$\bar{x} = (x_{\text{макс}} + x_{\text{мин}}) : 2 = (104 + 64) : 2 = 84 \text{ г};$$

$$s = kR = 0{,}43 \times 40 = 17{,}2 \text{ г};$$

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{17{,}2}{84} \times 100 = 20{,}4\%.$$

Подставляя найденные значения $V = 20{,}4\%$ и минимальную величину $s_{\bar{x}} = 4\%$ в формулу, получим:

$$V = \frac{4V^2}{s_{\bar{x}}^2} = \frac{4 \times 20{,}4^2}{4^2} = 208 \text{ плодов}.$$

Пример 3. При учете площадками 1 кв. м вариация засоренности $V = 16\%$. Определить размер выборки для получения на 5%-ном уровне значимости выборочной средней с ошибкой 5 и 10%.

Решение. По формуле для количественной изменчивости находим:

$$\text{при} \quad s_{\bar{x}} = 5\%, \quad n_{05} = \frac{4 \times 16^2}{5^2} \approx 1{,}4;$$

$$\text{при} \quad s_{\bar{x}} = 10\%, \quad n_{05} = \frac{4 \times 16^2}{10^2} \approx 10 \text{ площадок}.$$

Пример 4. Определить размер выборочного наблюдения за пораженностью сахарной свеклы корнеедом для $s_p = 3\%$ и 5%. Предварительными учетами установлено, что около 10% растений повреждены этим заболеванием. Уровень значимости 5%-ный.

Решение. Размер выборки определяем по формуле для качественной изменчивости при $p = 10\%$ и $q = 90\%$:

$$\text{при} \quad s_p = 3\%, \quad n_{05} = \frac{4 \times 10 \times 90}{3^2} = 400;$$

$$\text{при} \quad s_p = 5\%, \quad n_{05} = \frac{4 \times 10 \times 90}{5^2} = 144 \text{ растения}.$$

В тех случаях, когда изучается несколько качественных признаков, например пораженность болезнями, сначала устанавливают объем выборки для наиболее важных признаков. Если эти значения не слишком отличаются друг от друга, можно взять наибольшее из них. Если же объемы выборок различаются значительно, то один из применяемых методов заключается в том, что также берется наибольшее значение n, но для некоторых признаков из первоначальной выборки делают так называемую субвыборку, или вторичную выборку, меньшего размера: например, 100 единиц из 500 в первоначальной выборке. В других случаях большое расхождение значений n указывает, что исследование должно состоять из двух или нескольких разделов.

Размер выборки в полевом опыте. Статистический анализ данных учета высоты и веса растений, засоренности посевов, агрохимических и агрофизических свойств почвы в полевом опыте показывает, что вариабельность изучаемых признаков снижается при переходе от повторений опыта к делянкам и от делянок к учетным площадкам внутри делянки. Эта закономерность варьирования определяет и ту принципиальную систему отбора проб в опыте, которая даст репрезентативную выборку для характеристики изучаемого варианта. За основу должно быть взято равномерное расположение учетных единиц по делянкам всех повторений хотя бы путем сокращения проб внутри параллельных делянок (рис. 27) или (что более рационально при учете густоты стояния растений, засоренности посевов и т. п.) уменьшения размера единицы учета. Качество учета значительно улучшается при увеличении числа повторений полевого опыта (единиц наблюдений первого порядка) и количества учетных площадок (единиц второго

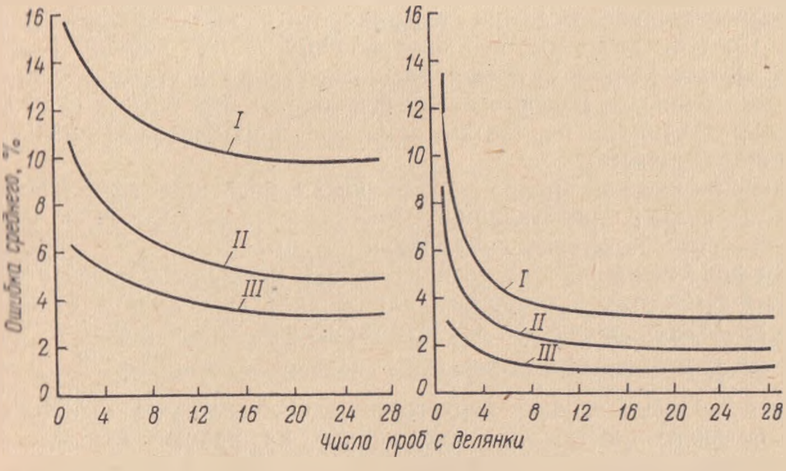

Рис. 27. Ошибки средних при определении влажности *(слева)* и объемного веса пахотного слоя почвы в зависимости от системы отбора проб в полевом опыте:

I, II, III — количество повторений, вошедших в учет (по данным И. П. Васильева, 1970).

порядка), но существенно не изменяется при увеличении размера пробной площадки.

Подсчеты густоты стояния, биометрические измерения растений, количественно-весовой учет засоренности посевов, определение объемного веса почвы и многие другие наблюдения и учеты в полевом опыте — все это примеры двухстадийного выборочного исследования. Здесь делянка с дисперсией изучаемого признака s_1^2 представляет собой выбор единиц наблюдений первого порядка с объемом n_1, из которых на второй стадии берется субвыборка единиц наблюдений второго порядка n_2 — растений, пробных площадок или скважин с дисперсией s_2^2. Общая дисперсия средних по вариантам рассчитывается по формуле:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1 n_2}.$$

При заданном общем объеме наблюдений $n = n_1 n_2$ ошибка среднего будет сильнее уменьшаться с увеличением n_1. Другими словами, методика отбора учетных единиц в полевом опыте должна предусматривать снижение суммарной ошибки прежде всего путем увеличения единиц наблюдений первого порядка n_1 — параллельных делянок, а затем субъединиц n_2 — растений, учетных площадок или скважин.

Целесообразно кратко коснуться вопроса о так называемой внутрилабораторной ошибке, или ошибке анализа. Специальные исследования показывают, что дисперсия ошибки анализа при определении химического состава растений и агрохимических свойств почвы, как правило, в несколько раз меньше дисперсии индивидуальных проб. Между тем методике отбора проб в полевом опыте уделяется меньше внимания, чем способам снижения внутрилабораторной дисперсии, не оказывающей существенного влияния на репрезентативность выборочных средних. Следует добавить, что внутрилабораторную ошибку анализов в результате неверного представления о сущности статистической обработки данных в полевом опыте используют для оценки существенности различий по вариантам, принимая параллельные анализы за повторность опыта.

Агрохимический анализ растительных и почвенных проб в полевом опыте — пример трехстадийного выборочного исследования. Первая стадия — отбор делянок с дисперсией s_1^2, вторая — отбор проб с делянки для смешанного растительного или почвенного образца с дисперсией s_2^2 и третья — отбор проб для параллельных анализов с дисперсией s_3^2. Общая дисперсия (s^2) в этом случае будет равна $s^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$, а дисперсия выборочной средней — $s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1 n_2} + \frac{s_3^2}{n_1 n_2 n_3}$. Здесь n_1 — число единиц первого порядка, число учтенных повторений полевого опыта; n_2 — число проб на каждой делянке; n_3 — число параллельных анализов.

Все наблюдения, т. е. n_1, n_2 и n_3, должны быть независимыми друг от друга. И если, например, на делянке намечено взять 20 проб (n_2), то нельзя концентрировать пробы на 5 площадках по 1—2 кв. м, отбирая по 4 пробы с каждой из них. В этом случае независимых проб будет не 20, а только 5, поскольку четыре наблюдения внутри каждой площадки сопряжены и одна площадка — это одно наблюдение, так как делянка полевого опыта является элементарной единицей первого порядка и дробные учеты внутри нее не увеличивают повторности полевого опыта (n).

Дисперсия параллельных анализов, как правило, незначительна, и этот источник ошибок в определении выборочных средних не играет существенной роли, конечно, при условии, если качество аналитической работы исключает появление грубых ошибок (промахов). При данном общем числе анализов $n = n_1 + n_2 + n_3$ величина ошибки будет заметно уменьшаться с увеличением значений n_1 и n_2; увеличивать n_3 нерационально и можно свести число параллельных анализов к одному-двум.

При организации ответственных наблюдений и учетов, по которым желательно иметь статистические критерии существенности различий, необходимо предусмотреть проведение их на параллельных делянках отдельно. Неправильное представление о сущности статистической обработки результатов наблюдений в полевом опыте довольно часто приводит к тому, что для расчета ошибки средних используют показатели варьирования изучаемого признака внутри делянки (ошибка отбора проб) или параллельные анализы смешанного образца (ошибка метода определения). Между тем параллельные анализы смешанного образца и наблюдения, которые охватывают только одно повторение, не дают экспериментатору возможности рассчитать статистические критерии для суждения о существенности разности средних по вариантам.

§ 7. ТЕХНИКА ЗАКЛАДКИ И ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ

Полевой опыт дает объективную оценку изучаемым вариантам лишь в том случае, если эксперимент проведен с соблюдением всех требований методики. Ошибки технического характера, допущенные на любом этапе опытной работы (разбивка опытного участка, обработка почвы, внесение удобрений, посев, уход, уборка урожая и т. д.), нарушают сравнимость вариантов и искажают их эффекты. Эти ошибки не могут быть исправлены никакой математической обработкой и, следовательно, полностью обесценивают результаты опыта. Поэтому соблюдение всех технических правил проведения эксперимента в поле — важнейшее условие получения точных данных, пригодных для объективной оценки действия изучаемых в опыте агротехнических приемов или сортов.

РАЗБИВКА ОПЫТНОГО УЧАСТКА

После изучения и подготовки земельного участка необходимо нанести намеченное расположение опыта на схематический план, где указать точные размеры всего опыта, повторений, делянок и т. п. (рис. 28). По схематическому плану затем размещают опыт в натуре,

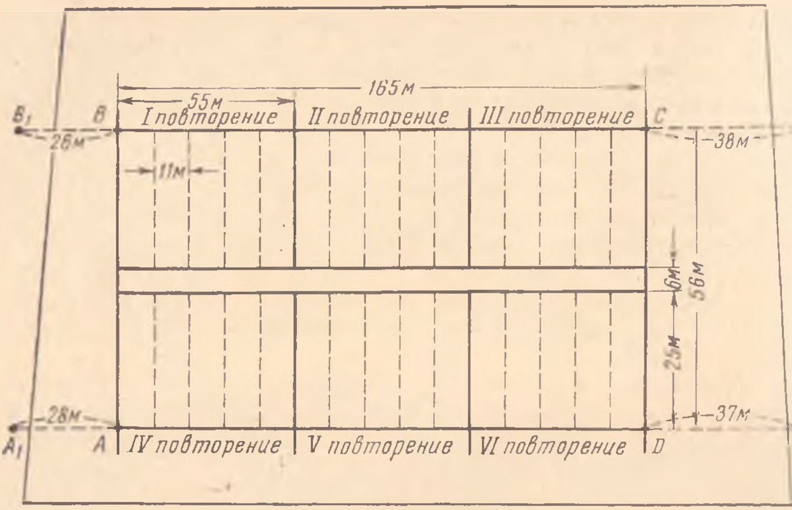

Рис. 28. Схематический план полевого опыта.

т. е. выделяют и фиксируют границы опыта, отдельных повторений и делянок. При этом очень важно, чтобы площадь повторений и делянок точно соответствовала принятым размерам, все делянки во всех повторениях обязательно должны быть одинаковой длины и ширины и иметь строго прямоугольную форму.

Перед выходом в поле необходимо заранее подготовить теодолит или эккер для построения прямых углов, стальную мерную ленту или 20-метровую рулетку, крепкий длинный шнур, 5—10 вешек длиной 1,5—2 м, 4 угловых столбика (репера) для фиксирования границ опыта и небольшие рабочие колышки диаметром 3—4 см и длиной 25—30 см для фиксирования границ делянок. Рабочих колышков требуется примерно на 10—12 штук больше удвоенного числа всех делянок.

Разбивку участка начинают с выделением общего контура опыта и контуров отдельных повторений. Опыт должен располагаться так, чтобы его или каждое повторение (при разбросанном размещении их) со всех сторон окаймляли защитные полосы шириной не менее 5 м. Общий контур и контур повторений выделяют с возможно большей точностью; допустимая невязка для общего контура не должна превышать 5—10 см на 100 м длины.

Чтобы выделить контур опыта, поступают так. По одной из длинных сторон участка прокладывают, отмечая вешками или по шнуру, прямую линию, например A_1D_1 (см. рис. 28). Отступают от границы поля 5—10 м и забивают колышек A. Затем по линии A_1D_1 отмеряют требуемое по плану расстояние и ставят колышек D. В точках A и D восстанавливают перпендикуляры к линии AD. От точек A и D по перпендикуляру откладывают необходимое расстояние и фиксируют границы опыта колышками B и C. Если прямые углы были построены верно, то $AD = BC$ и $AB = CD$, если же получилась невязка, превышающая допустимые пределы, то работу повторяют.

После выделения общего контура опыта его разбивают на повторения и делянки по шнуру и мерной ленте или рулетке. Технически эта работа не представляет сложности, но должна быть проделана очень аккуратно. Колышки на границах делянок нужно вбивать точно возле отметок, все время с одной стороны мерной ленты; по границам повторений ставят по два колышка или выделяют их особо. На колышках надписывают номера делянок, повторений и делают другие обозначения. Надписи располагают на той стороне колышка, которая обращена внутрь соответствующей делянки, чтобы было ясно, к какой из них они относятся.

При планировании и закладке опыта в натуре должны быть обязательно предусмотрены защитные полосы шириной не менее 5 м, окаймляющие весь опытный участок, а также между повторениями и по краям каждой делянки, чтобы устранить влияние соседних вариантов. В опытах с удобрениями, обработкой почвы и многолетних опытах минимальной шириной защиток следует считать 1—1,5 м около каждой делянки или 2—3 м между соседними делянками, а для краткосрочных опытов по изучению способов, норм высева и т. п. ширина защиток допускается в пределах 0,5—0,75 м для каждой делянки.

Границы защиток вокруг делянок закрепляют чаще всего после появления всходов. В опытах по сортоиспытанию защитки вдоль делянок вообще не выделяют, так как допускают, что практически влияние сортов одной и той же культуры друг на друга незначительно и вряд ли может быть уловлено полевым опытом. В принципе это, конечно, неправильно, так как сильно развивающиеся сорта, безусловно, могут оказывать угнетающее влияние на краевые растения смежных, более слабых сортов.

По окончании разбивки опыта необходимо надежно зафиксировать его основные границы, от которых в любое время можно было бы установить границы повторений и делянок. Для каждого опыта нужно обязательно закреплять по крайней мере четыре основные точки — A, B, C, D для двух линий, например AD и BC (см. рис. 28), которые продолжают по прямой до точек A_1, B_1, C_1, D_1, находящихся за пределами обрабатываемого участка, и в этих точках устанавливают постоянные столбики (реперы, фиксированные колья). Расстояние от реперов до границы опыта тщательно измеряют и записывают, чтобы при утере угловых кольев, что часто происходит при обработках, их можно было быстро восстановить.

Если границы делянок близко примыкают к полевым дорогам, целесообразно и в краткосрочных опытах закрепить границы делянок. Осуществляют это так называемой подземной разметкой, которая не мешает проезду машин и орудий. В местах пересечения средней линии дороги с границей каждой делянки почвенным буром делают отверстия и в них опускают на 8—10 см ниже поверхности почвы небольшие металлические, каменные или деревянные столбики длиной 30—40 см. Чтобы эти постоянные реперы можно было легко отыскать, в конусообразные углубления над ними и вокруг насыпают куски битого кирпича, камня, песок или известь.

ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ НА ОПЫТНОМ УЧАСТКЕ

Важнейшее правило исследователя — *одновременность выполнения агротехнических работ*, не подлежащих изучению на всех или, в крайних случаях, на нескольких целых повторениях полевого опыта. Это требование необходимо строго выполнять на стационарном опытном поле и в условиях производства: в соответствии с ним должен быть организован труд на всем опытном участке, опытном поле или станции. Даже незначительный разрыв в сроках обработки, если за это время, например, прошел дождь, разрыв в сроках внесения удобрений или посева всего на 6—8 часов ведет иногда к существенным различиям в росте и развитии растений. К сожалению, именно это важнейшее требование методики, вытекающее из принципа единственного различия, часто упускают из виду при планировании опыта на крупных делянках с большим числом изучаемых вариантов. Неоднократное нарушение этого требования в течение вегетации часто ведет к полной утрате достоверности опытов по существу. Таким образом, единовременность, равнокачественность и краткосрочность всех работ на опыте — первое и важнейшее требование к выполнению агротехнических работ.

Другое общее требование — *высококачественность* всех выполняемых работ. Агротехнический фон на опытном участке должен быть оптимальным для проявления эффекта от изучаемого приема или сорта, и, как правило, более высоким, чем в производственных условиях. Здесь могут быть использованы любые прогрессивные агротехнические приемы, не мешающие выявлению действия того или иного фактора. Нельзя, например, при исследовании действия азотных удобрений в качестве общего фона вносить органические удобрения, богатые азотом, если их не изучают в опыте. При разработке агротехнического фона опыта главное внимание, безусловно, необходимо обращать на создание оптимальных условий для сравнения изучаемых приемов или сортов и на максимальное использование механизации.

Внесение удобрений. Органические и минеральные удобрения вносят или для изучения их действия, или в качестве общего агротехнического фона. Во всех случаях этому приему необходимо уделить особое внимание в связи с тем, что допущенная ошибка не может быть исправлена, а большей частью и обнаружена. Основное требование к любому способу применения удобрений в опыте — равномерное их распределение по площади делянок.

Органические удобрения (навоз, торф, компосты) обычно вносят по общему весу на единицу площади (в тоннах на гектар) и обязательно поделяночно, даже тогда, когда они применяются в качестве общего фона. Эти удобрения должны быть по возможности однородными по химическому составу, происхождению, степени разложения и влажности. Перед распределением по делянкам удобрения необходимо хорошо перемешать.

Для больших делянок допускается взвешивание навоза на возовых весах и вывозка непосредственно на делянки, которые должны быть резко отграничены друг от друга вешками, шнурами или бороздкой и разбиты на небольшие квадраты (карты), обычно размером 16 (4×4), 25 (5×5) или 36 (6×6) кв.м. Отвешенную для каждой делянки дозу удобрений раскладывают равными частями на углах квадратов, отмеченных прикопками или колышками, а затем вилами и граблями равномерно распределяют по поверхности делянки и запахивают.

Недопустимо оставлять навоз и другие органические удобрения на опытных делянках в кучах более чем на один день. В опытах с делянками небольшого размера (до 200 кв.м) удобрения складывают сначала в одну или несколько куч на дорожки, окружающие опыт. После тщательного перемешивания удобрения отвешивают на десятичных весах в специально приспособленные корзины или носилки и разносят по делянкам.

Механизированное внесение органических удобрений на делянках очень затруднено тем, что у существующих навозоразбрасывателей трудно регулировать норму; они рассчитаны для работы на делянках размером около 1000 кв.м. Поэтому механизированное внесение органических удобрений возможно только в опытах с крупными делянками, а также в том случае, если удобрения вносят как общий фон для всего опыта.

Техника рассева минеральных удобрений должна обеспечивать равномерное распределение их по делянкам. Перед развешиванием удобрения нужно тщательно измельчить и просеять, чтобы в них не попадались комки. Если удобрения в опыте не изучаются, желательно вносить их на делянки туковой сеялкой. Это позволяет более равномерно распределить удобрения, так как для внесения определенного их количества нужно лишь точно установить сеялку на соответствующую норму высева. Механизированный рассев удобрения возможен и на делянках вытянутой формы и размером более 500 кв.м. Если вносят несколько видов удобрений, они должны быть тщательно перемешаны с соблюдением всех правил смешивания удобрений.

Несмотря на все преимущества механизированного внесения минеральных удобрений, отсутствие удобных малогабаритных и достаточно регулируемых сеялок для удобрений часто заставляет прибегать к ручному их внесению не только на небольших делянках, но и на таких, площадь которых вполне позволяет применять для этого обычные производственные сеялки.

При ручном рассеве навески удобрений заготовляют в лаборатории, заранее или непосредственно в поле. В зависимости от площади делянки удобрения развешивают в бумажные пакеты, матерчатые мешочки или специальные деревянные ящики. В поле пакеты, мешочки или ящики с удобрениями раскладывают на всех делянках опыта, где должны применяться удобрения, после чего проверяют правильность раскладки.

На каждой делянке удобрения рассевают в два приема или с таким расчетом, чтобы немного удобрений осталось. Остаток всегда можно разбросать равномерно по всей делянке, а при нехватке удобрений на какую-то ее часть делянка считается испорченной. К пылящим сухим удобрениям обязательно подмешивают почву с той же делянки. Минеральные удобрения желательно вносить в безветренную погоду.

Обработка почвы на опытном участке, если она сама не является изучаемым фактором, должна быть однородной, одновременной и высококачественной на всех делянках опыта. Вспашку и все другие приемы обработки почвы следует выполнять через все делянки повторности перпендикулярно к их длинным сторонам, чтобы возможные случайные факторы одинаково влияли на все варианты опыта. На опытных делянках недопустимы разъемные борозды и свальные бугры, орудия обработки должны разворачиваться за пределами делянок — на защитных полосах или полевых дорогах. Вспашка всвал или вразвал вдоль делянок допустима только в том случае, если свальные или развальные борозды можно сделать на защитных полосах между делянками или повторениями. При достаточной ширине защитных полос (не менее 2 м) и аккуратной, квалифицированной работе свал или развал не захватывает учетной площади делянки. Это требование часто вынуждает вести вспашку, особенно на небольших делянках, в одну сторону с холостым обратным ходом. Для такой работы очень удобен оборотный плуг, позволяющий пахать с обеих сторон.

Посев и посадка. Для доброкачественного проведения посева или посадки на опытном участке необходимо серьезное внимание обратить на технику высева или посадки и качество посевного материала. Во всех опытах норму высева желательно устанавливать по числу всхожих семян, а не по весу.

Посев на опытном участке, как правило, должен быть проведен в один день. Многие исследователи отмечали, например, что разрыв в сроках посева ранних яровых в 4—6 часов приводит иногда к разнице в урожае 1—2 ц на 1 га. Поэтому в опытах, допускающих сплошной посев, обязательно проведение посева поперек всех делянок опыта или всех делянок целых повторений. При этом первый проход сеялки делают по шнуру или по предварительно сделанной по нему бороздке. Необходимо высевающие аппараты сеялки включать за 1—1,5 м до начала делянки и выключать только после выхода на границу поля, тщательно следить за работой сошников, количеством семян в ящике и равномерностью их размещения в нем. Совершенно недопустимо останавливать сеялку во время работы, так как после остановки, если не откатить ее назад на 0,5—1 м, получится огрех.

При посеве или посадке пропашных культур необходимо следить, чтобы на делянку приходилось целое число борозд (рядков), а число растений на всех делянках было строго одинаковым и соответствовало требуемой густоте.

Уход за растениями и опытом. Уход за растениями на опытном поле не отличается от ухода за соответствующими культурами в производственных условиях. Все работы следует выполнять своевременно, тщательно и однообразно. Прополку (химическую или ручную), междурядную обработку, подкормку и т. п. проводят совершенно одинаково на всех делянках опыта и не растягивают во времени. Особое внимание обращают на борьбу с сорняками, так как они особенно сильно нарушают сравнимость вариантов.

К специальным работам по уходу за опытом относятся: поделка и прочистка дорожек, обрезка по шнуру концов полей, делянок, а также отбивка защитных полос, своевременная расстановка колышков, этикеток и т. д.

В соответствии с характером опыта и способом учета урожая на каждой делянке намечают учетную и защитные части. По концам делянок независимо от наличия защитной полосы вокруг всего опыта (в стационарных лабораторно-полевых опытах часто ее совсем не бывает) обязательно выделяют концевые защитки длиной 2—5 м, а между соседними делянками — боковые защитки шириной 1—2 м. При механизированной уборке урожая удобнее отбивать такие боковые защитки, общая ширина которых между двумя соседними делянками соответствует захвату уборочной машины.

На культурах сплошного сева все защитные полосы выделяют по всходам. Защитки отбивают ручными планетами или прорезают дорожки культиватором, навешенным на малогабаритный трактор. Ширина дорожек обычно 20—30 см. Если посев проводят вдоль делянок, то их учетную часть можно отграничить от боковой защитной полосы, закрыв соответствующий сошник сеялки во время работы.

В опытах по сортоиспытанию или при изучении таких агротехнических приемов, которые оказывают несущественное влияние на соседние делянки, боковые защитки иногда не выделяют и заменяют их незасеянными дорожками между делянками шириной 30—40 см. Выделять более широкие незасеянные дорожки нецелесообразно, так как они очень сильно зарастают сорняками и требуют специальной обработки почвы. Кроме того, урожай на учетной части делянки, примыкающей к широкой дорожке, очень резко отличается от урожая на остальной ее площади.

На пропашных культурах концевые защитки выделяют во время обработки междурядий, а боковые — чаще всего перед уборкой. Урожай с боковых и концевых защиток убирают отдельно и раньше, чем с учетной части делянок.

После всходов и поделки дорожек устанавливают этикетки. В начале опытного участка помещают большую этикетку с наименованием опыта. Надписи на поделяночных этикетках должны в самой краткой и понятной форме указывать на основные отличия вариантов.

На всей территории опыта, так же как и опытного поля или опытной станции в целом, поддерживают чистоту и порядок. Нигде не оставляют куч выполотой травы, остатков соломы, неубранной ботвы и т. п. Все это увозят с поля в компостные кучи.

УЧЕТ УРОЖАЯ

Уборка и учет урожая требуют большого внимания и аккуратности; небрежность и излишняя поспешность при выполнении этой важной работы неизбежно ведут к грубым ошибкам, совершенно обесценивающим опыт.

За несколько дней до уборки нужно осмотреть опытный участок, выделить каждую делянку колышками или вешками, а при необходимости сделать выключки. Под выключкой понимают часть учетной делянки, исключенную из учета вследствие случайных повреждений или ошибок, допущенных во время работы. Целые делянки выключают и выбраковывают лишь в исключительных случаях, когда есть зарегистрированные данные, свидетельствующие о повреждении растений, об ошибке в работе или другие причины, которые могут изменить урожай независимо от изучаемого приема.

Допускаются следующие основания для выключек или браковки целых делянок:

а) повреждения, вызванные стихийными явлениями природы, неравномерно повредившие опытную культуру, при условии, что неравномерность повреждения не является следствием изучаемых в опыте причин;

б) случайные повреждения в результате потравы скотом, птицей, грызунами и пр.;

в) ошибки при закладке и проведении опыта.

Уменьшение учетной делянки из-за выключек допускается не более чем на 50%. При уменьшении ее больше указанного размера делянку выбраковывают полностью. Вообще выключки и браковка целых делянок очень нежелательны, так как это вызывает неравноточность сравнений вариантов и искажает результаты опыта. Чтобы опыт с одной-двумя выпавшими из учета делянками привести к сравнимому виду, результаты их должны быть восстановлены статистическим методом.

Совершенно недопустима выключка или браковка целых делянок на основании чисто субъективного впечатления на глаз, особенно после того, как урожай убран и взвешен. Полученные данные могут вызвать подозрение, но стоит начать браковку их, как не будешь знать, где остановиться. При некотором навыке в этом деле можно получить математически очень точные, но совершенно не заслуживающие внимания результаты.

Итак, основаниями для выключек или браковки целых делянок до уборки должны быть совершенно ясные внешние объективные причины. Для выбраковки не может быть убедительным доводом тот факт, что, например, делянка варианта, от которого экспериментатор ждет хороших результатов, кажется ему необычно малоурожайной.

Урожай на учетных делянках убирают после удаления урожая с защитных полос и выключек.

Урожай убирают способом и в сроки, которые устанавливают на месте, руководствуясь общим требованием к полевым работам на опытах — одновременность и однокачественность их. Необходимо тщательно следить за тем, чтобы техника и методика уборки не внесли «незаконных» различий в сравниваемые объекты. Все опытные делянки желательно убирать в один день, одним и тем же способом.

Если это технически не удается сделать, то в один день убирают обязательно целое число повторений. В том случае, если изучаемые приемы оказывают влияние на сроки созревания (например, при испытании сортов, сроков посева, удобрений и т. п.), то уборку проводят по мере созревания культур, но обязательно одним и тем же способом на всех делянках. Различные способы уборки в одном опыте, естественно, могут быть допустимы лишь при изучении самих способов уборки.

В исследовательской работе используют два основных метода учета урожая: 1) сплошной и 2) учет по пробным снопам. Применяемый иногда метод учета урожая по пробным площадкам или отдельным растениям ненадежен и не может быть рекомендован для точных полевых опытов.

Сплошной метод учета урожая применяют в подавляющем большинстве полевых опытов; он наиболее точен. Весь урожай каждой делянки при сплошном учете взвешивают и учитывают отдельно.

К учету урожая по пробным снопам прибегают в опытах с прядильными и кормовыми культурами. Суть его заключается в следующем. Растения на учетной делянке скашивают, жнут или теребят, всю массу урожая сразу после уборки или после некоторой просушки взвешивают непосредственно в поле и здесь же отбирают в 10—80 местах каждой делянки и взвешивают на более точных весах два пробных снопа весом по 5—7 кг, затем их упаковывают в мешки, перевозят в усадьбу, подвешивают в хорошо проветриваемом помещении и сушат до постоянного веса. После этого каждый сноп взвешивают, обмолачивают на лабораторной молотилке или вручную и определяют вес зерна. Рассчитывают урожай зерна с делянки по равенству (в кг):

$$У = A \frac{В}{Б},$$

где A — вес общей массы урожая с делянки, включая пробные снопы;
$Б$ — вес сырого пробного снопа;
$В$ — вес сухого зерна с пробного снопа.

Учет по пробным снопам допустим в том случае, когда по условиям погоды не удается просушить и с необходимой точностью учесть весь урожай, например в увлажненных районах при уборке сена, так как высушивание в поле большого количества травы всегда связано с опасностью потери и порчи части урожая. Изучение точности определения урожая зерновых по пробному снопу показало, что расхождение с прямым его учетом на всей делянке составляет не менее 5—7%. Ясно, что для опытов, где необходимо учесть незначительные различия между урожаями вариантов, этот метод малопригоден.

Чтобы добиться более высокой точности учета, необходимо брать с учетной делянки 5—8 пробных снопов, но в этом случае метод пробного снопа не упрощает, а усложняет учет и, следовательно, утрачивает всякий смысл. По-видимому, целесообразнее поставить опыт на более мелких делянках при высокой повторности и урожай каждой делянки убирать и учитывать полностью.

Учет урожая по пробным площадкам нельзя рекомендовать для точных полевых опытов. Сущность метода и его основной недостаток заключаются в том, что урожай взвешивают и учитывают с нескольких малых площадок, т. е. с небольшой части учетной делянки — выборки.

Все основные полевые опыты надо планировать и организовывать так, чтобы можно было провести сплошной учет урожая каждой опытной делянки. К учету по пробным снопам и особенно по пробным площадкам надо прибегать лишь в том случае, когда такой учет — единственный выход из положения, если какие-либо непредвиденные обстоятельства не дают возможности собрать и учесть весь урожай.

Пробные снопы и площадки были пригодны для учета в грубых, ориентировочных опытах на первых стадиях развития опытного дела, но в современных условиях, когда исследовательская работа приобрела значительный размах и необходимо постоянное совершенствование методики и повышение точности для доказательства даже незначительных различий в урожаях отдельных вариантов, они утратили свой смысл, так как методически правильный учет по пробам не упрощает, а усложняет учет урожая. Поэтому совершенно необоснованно и непонятно частое стремление к закладке агротехнических опытов на очень крупных делянках — площадью 1—2 га и больше и заведомое планирование учета урожаев в таких опытах 2—4 «типичными» площадками размером 100—200 кв.м, расположенными в середине крупной делянки или одной полосой в захват хедера самоходного комбайна. Достоверность выводов по данным такого учета сомнительна по существу, так как учетные площадки сильно удалены территориально, и часто вообще не представляется возможным ответить на вопрос, в результате чего получены разницы по вариантам: повлияла ли пестрота плодородия почвы или изучаемый прием.

Таким образом, во всех полевых опытах необходимо стремиться к сплошному, прямому методу учета урожая, так как все косвенные методы, и особенно учет по пробным площадкам (так называемый «биологический урожай»), в той или иной степени приблизительны и нередко не свободны от субъективизма. Любая проба, как бы тщательно она ни отбиралась, всегда характеризует совокупность неточно, часто с очень большой ошибкой.

Рассмотрим кратко некоторые особенности учета урожая отдельных культур.

Зерновые культуры. В последние годы наиболее распространена уборка зерновых культур самоходным комбайном. Особенно удобен этот способ уборки урожая на удлиненных делянках с общей шириной 5—6 м. Комбайн за один проход убирает среднюю учетную часть дещики, оставляя защитные полосы. Убирают защитные полосы и делают прокосы между повторениями тем же комбайном. Специальное изучение и практика применения самоходного комбайна при уборке полевых опытов показали, что этот способ дает возможность получать вполне достоверные результаты даже на сравнительно небольших учетных делянках — 100—200 кв.м. Использование комбайна на делянках меньшего размера ограничивается не их площадью, а количеством намолачиваемого зерна. Если урожаи зерна очень малы, например меньше 15 кг, то независимо от размера делянки применение комбайна для уборки целесообразно, так как случайные отклонения в весе зерна, вполне возможные на такой сложной и громоздкой машине, будут составлять большой процент и поэтому сильно влиять на точность учета.

При использовании комбайна очень важно установить и строго выдержать в течение всей уборки оптимальный режим его работы на данной культуре и продолжительность работы вхолостую между уборкой двух делянок; она должна быть не меньше 3—5 минут. Этого времени обычно бывает достаточно для полного промолота хлебной массы, затаривания зерна из бункера в мешки и этикетирования.

В том случае, когда расположение опыта и форма делянок затрудняют работу самоходного комбайна непосредственно на уборке, можно использовать его на обмолоте урожая, убранного простыми машинами или вручную. После обмолота урожая на одной делянке комбайн переезжает на другую и т. д.

Бункерный урожай с каждой делянки взвешивают или непосредственно в поле, или после перевозки в затаренных и заэтикетированных мешках в хозяйство. Урожай чистого зерна определяют после очистки урожая каждой делянки или, что менее желательно, по пробе в 1—2 кг, которую берут при взвешивании бункерного урожая.

При учете урожая обязателен пересчет на стандартную 14%-ную влажность, поэтому экспериментатор обязан определять влажность зерна. Для этого в стеклянные банки с притертыми пробками берут пробы сразу же после взвешивания урожая каждой делянки. Влажность определяют одним из методов, предусмотренных стандартом на зерно, и выражают в процентах к сырой навеске. Полученный урожай на каждой делянке приводят к 14%-ной влажности, пользуясь соотношением:

$$X = \frac{A\,(100 - B)}{100 - 14},$$

где X — урожай зерна при 14%-ной влажности;
A — урожай зерна без поправки на влажность;
B — влажность зерна при взвешивании.

Если размер делянок или величина урожая не позволяет использовать на уборке комбайн, применяют простые машины (жатки-лобогрейки, сенокосилки), сжинают или скашивают растения вручную (серпами или косой с грабельками). После скашивания хлеб немедленно связывают, снопы пересчитывают и число их записывают в полевую книжку по каждой делянке отдельно. К снопам каждой делянки шпагатом прикрепляют деревянные этикетки, на которых простым карандашом указывают: опыт, сорт или вариант, номер делянки, номер повторения и число снопов на данной делянке. После просушки снопы немедленно свозят в молотильный сарай для поделяночного обмолота на небольшой молотилке простой конструкции, очистки и взвешивания урожая.

Общий урожай с каждой делянки определяют взвешиванием снопов перед самым обмолотом. При этом их пересчитывают и сверяют с записями на этикетках и в полевой книжке. Зерно взвешивают после очистки, урожай соломы определяют по разности между общим весом урожая перед обмолотом и весом зерна.

Для определения влажности и качества зерна с каждой делянки в стеклянные банки с притертыми пробками берут пробы зерна весом 1—2 кг. Очень заманчив, но совершенно необоснован отбор смешанного образца для каждого варианта и последующее отнесение результатов такой средней пробы к урожаям соответствующих делянок. Необходимо брать пробы от всего урожая каждой делянки и находить ошибку выборочного определения, что особенно важно при оценке качества урожая. Отбор смешанного образца лишает возможности судить о точности и существенности различий между изучаемыми вариантами по тем или иным показателям (вес 1000 зерен, содержание белка, всхожесть и т. п.).

Лен и конопля. Учет урожая этих культур в принципе сходен с учетом зерновых. Кроме урожая семян и соломы, для полевых опытов со льном и коноплей обязателен учет урожая волокна и оценка его качества. Чтобы установить процентное содержание волокна в соломе, урожай волокна и оценить его качество, с каждой делянки отбирают два образца соломы весом 5—10 кг каждый (в расчете на вес воздушносухой массы) и проводят их технологический анализ — расстил или мочку, сушку тресты, мятье и трепание, определение количества и качества волокна. Образцы, отобранные для технологического анализа, не должны попадать под дождь.

После просушки и обмолота урожай соломы и семян взвешивают отдельно. Одновременно берут образцы семян и соломы для анализа на влажность.

Травы. Урожай клевера, люцерны, вики, травосмесей, луговых трав и т. п. учитывают как сплошным методом, так и по пробным снопам. В первом случае укосную массу высушивают на делянке и затем там же взвешивают, а во втором — в 30—50 местах делянки из скошенных рядков набирают методом случайной пробы не менее двух снопов весом 5—7 кг каждый, взвешивают сырую массу их и всю массу с делянки. После ботанического анализа пробные снопы высушивают до постоянного веса на специальных сетчатых стеллажах в закрытом, хорошо проветриваемом помещении. Пробные снопы необходимо брать и при учете сплошным методом; в этом случае они служат для оценки качества урожая сена (определения ботанического состава травостоя, облиственности, химического состава). Урожай сена приводят к стандартной 16%-ной влажности.

Пропашные культуры. Учитывают урожай этих культур, как правило, сплошным методом, взвешивая урожай с каждой делянки непосредственно в поле, сразу после уборки. При значительной загрязненности клубней и корней необходимо брать пробы весом по 20 кг для установления количества приставшей почвы. Отобранные клубни (корни) взвешивают до и после отмывки и обсушки. Эти пробы можно использовать затем для определения качества продукции. Например, для картофеля очень важно знать товарность урожая, т. е. процент мелких, средних и крупных клубней, содержание в них крахмала, пораженность болезнями, вкусовые качества; для корнеплодов — средний вес корня, содержание сухих веществ и сахара, процент больных и здоровых корней и т. п. В опытах с кукурузой важное значение имеет показатель вызреваемости початков в различных вариантах опыта, средний вес початка, вес початка, вес 1000 зерен, соотношение веса стеблей, листьев и початков; в опытах с подсолнечником — содержание жира в семенах и лузжистость семянок.

Косвенные методы учета урожая пропашных культур (методы пробных площадок, полос, борозд, гнезд или отдельных растений) очень неточны и в основных опытах не должны применяться.

Методы поправок на изреженность посева. В опытах с редко стоящими растениями большое значение имеет учет влияния пустых мест (выпадов) на развитие соседних растений. Исследованиями установлено, что в посевах картофеля и сахарной свеклы выпад единичных растений, если он произошел задолго до уборки урожая, увеличивает продуктивность граничащих с пустыми промежутками растений на 30–50%, поэтому необходимо использовать специальные методы, позволяющие элиминировать влияние изреживания на результаты опыта, например метод ковариационного анализа (см. § 11, часть 3).

Применение поправок на изреживание допустимо, если выпадение растений не связано с изучаемым фактором и если оно не превышает 20%. Когда изреживание выше указанной величины, то выбраковывается вся делянка, а если выпало не более 4% общего числа учетных растений на делянке или если изреживание связано с изучаемым фактором, то поправок на изреженность не делают.

Чтобы исключить влияние пустых мест на результаты опыта и получить сравнимые данные, предложено несколько методов. Наиболее надежный из них заключается в том, что перед уборкой урожая подсчитывают число пустых мест и удаляют растения, граничащие с пустыми промежутками. Краевые растения возле пустых мест не удаляют только в том случае, если выпады произошли непосредственно перед уборкой урожая и, следовательно, не могли оказать заметного влияния на соседние растения. Фактическую учетную площадь делянки рассчитывают по формуле:

$$S = (P - H)\,П,$$

где P — расчетное число растений на делянке;
H — число недостающих растений;
$П$ — площадь питания одного растения (в кв.м).

При равномерном выпадении единичных растений допускается, что около половины площади пустых мест используется соседними растениями и компенсируется более высоким их урожаем. Поэтому в расчет принимается половина выпавших растений. Приведенный к сравнимому виду урожай, т. е. урожай, рассчитанный на определенную, например среднюю для опыта, густоту стояния растений, определяют по формуле:

$$У = \frac{AP}{P - \frac{1}{2}H},$$

где A — фактический урожай с делянки;
P — расчетное число растений на делянке;
H — число недостающих растений.

При другом способе фактический урожай приводят к расчетному числу растений по формуле:

$$У = \frac{A + P\bar{x}}{2},$$

где A — фактический урожай с делянки;
P — расчетное число растений на делянке;
$\bar{x}$ — средний фактический вес одного растения.

Совершенно очевидно, что наиболее надежные результаты получаются в опытах с нормальным урожаем, а не исправленным тем или иным способом. Поэтому необходимо стремиться свести к минимуму те выпады растений, которые не обусловлены изучаемым фактором.

ДОКУМЕНТАЦИЯ И ОТЧЕТНОСТЬ ПО ПОЛЕВОМУ ОПЫТУ

Для правильного объяснения результатов исследования, хранения и публикации экспериментальных данных необходимо регистрировать все приводимые на опытном участке агротехнические работы, учеты и наблюдения за условиями внешней среды и растениями. Экспериментальная работа требует строгой и объективной документации: здесь никогда нельзя полагаться на память.

Документация полевого опыта должна быть полной по содержанию, объективной, точной, своевременной, по возможности лаконичной и однотипной. Основу всего учета и отчетности составляет первичная документация. Первичным документом по каждому опыту служит дневник полевых работ и наблюдений. Дневник — это небольшая книжка-тетрадь, удобная для ношения в кармане или полевой сумке. В ней день за днем в хронологическом порядке, по соответствующим формам ведут все первичные записи непосредственно в поле, в молотильном сарае, в лаборатории, во время выполнения или тотчас же после окончания работ и наблюдений. Вспомогательными первичными документами считаются рабочие тетради, где ведутся все необходимые пересчеты массовых наблюдений, анализов и учетов.

Записи в дневнике полевых работ и наблюдений следует вести простым карандашом (ни в коем случае химическим) и все поправки обязательно оговаривать.

Сводным документом, включающим основные сведения о программе, схеме опыта, методике исследования, сопутствующих условиях проведения опыта, записи всех агротехнических работ, обработанные результаты наблюдений, данные об урожаях и другие сведения, необходимые для дальнейших обобщений, выводов и практических предложений, является журнал полевого опыта. Его своевременно заполняют стойкими чернилами на основе первичных документов и хранят в помещении. В журнале в наиболее удобной и понятной для других форме должен быть сосредоточен весь основной материал по полевому опыту. Это может быть сделано текстовым изложением с помощью таблиц, графиков и уравнений.

Многие научно-исследовательские учреждения для упорядочения и стандартизации учета и отчетности по полевым опытам имеют единые формы документации (полевые книжки, вспомогательные документы, журналы полевого опыта, отчетные карточки). Не имея возможности рассмотреть все разнообразие форм учета и отчетности, укажем на содержание основного сводного документа — журнала полевого опыта. В любом журнале обязательны записи, совершенно необходимые для понимания и дальнейшего обобщения результатов исследований:

1. Название, цели и задачи опыта.
2. Схема и план размещения опыта в натуре.
3. Характеристика и история участка (почва, предшественник, удобрение и т. д.).
4. Почвенная, агрохимическая, агрофизическая и другие характеристики участка.
5. Программа и методика исследований.
6. Перечень всех работ от уборки предшествующей культуры до уборки урожая в опыте (с указанием сроков, способов и качества выполнения).
7. Результаты всех анализов и наблюдений в виде таблиц, графиков и уравнений.
8. Результаты учета урожая: а) по делянкам, б) в переводе на гектар, приведенного к стандартной влажности.
9. Результаты статистической обработки урожаев и важнейших анализов.
10. Предварительные выводы и предложения.

Заключительный этап экспериментальной работы — ее литературное оформление в виде научного отчета, статьи, дипломной или диссертационной работы и передача научного достижения для внедрения в производство. В зависимости от качества и объема всей предшествующей работы, от имеющегося опыта и ряда других обстоятельств этот этап имеет различную степень трудности. При окончательном литературном оформлении результатов научного исследования иногда затрачивается много энергии из-за несоблюдения некоторых элементар-

ных правил, предъявляемых к любому печатному выступлению, на
пример, таких, как наличие ведущей идеи, фактическая достовер
ность, логическая последовательность, ясность, краткость и убедитель
ность изложения. В научном произведении необходимо сказать о
многом в немногих словах. Так, Ч. Дарвин впервые опубликовал эволю
ционную теорию всего на четырех страницах, а А. Энштейн представил
в Прусскую академию наук итоги своей десятилетней работы по теории
относительности, составляющей основу современной физики, на пяти
страницах.

Процесс литературного оформления результатов полевого опыта, т. е. описание научно-исследовательской работы, изложение ориги нальных мыслей автора в их логической последовательности, вклю чает мобилизацию, отбор материала и его группировку для решения изучаемого вопроса и непосредственное написание научного произ ведения. Без оригинальных мыслей не может быть научного произве дения.

На основании всего имеющегося у исследователя материала со ставляются отчет или статья, дипломная или дисстертационная ра бота и т. п., которые включают обычно следующие основные раздел

1. Цель и значение исследования.
2. Краткая история вопроса.
3. Схема, методика и условия эксперимента.
4. Результаты экспериментальной работы.
5. Выводы и практические предложения.
6. Список использованной литературы.

Подводя итоги опытной работы за год и особенно за несколь лет, необходимо пользоваться простыми таблицами и диаграмми Слишком много данных в таблице или кривых на диаграмме свидете ствуют обычно о недостаточной проработанности эксперимента ного материала и вызывают опасность, что их прочтут и тем более по мут лишь немногие. Непременное требование к эксперименталь данным, которые излагаются в результативной части, — их точнос и достоверность. Никакое многословие, ссылки на гипотезы и авто ритеты не могут заменить строгие объективные статистические крите рии точности и существенности. Без них научная ценность и практи ческая значимость опытных данных очень сомнительны. В свя с этим уместно напомнить, что наука только тогда совершенствует когда она использует математику.

Введение (вступление) к научному произведению, где обычно ук зывается цель исследования, обоснование и практическое значени рекомендуется писать после оформления работы в целом, когда со держание ее получило достаточную ясность. В самом конце написани работы формулируется и окончательное заглавие ее. Идеальным мо считать такое заглавие, которое точно отражает содержание, главн шие достижения и притом по возможности не расширяет и не сужи рамки, в которые укладывается это содержание. Заглавие долж быть интересным, привлекать внимание читателя, а не звучать траф ретно, например «Некоторые вопросы агротехники...» или «Некотор вопросы биологии...» В то же время оно должно отражать самую сущность исследования, не обещая больше того, что дает работа. Если к тому же добавить, что заглавие должно быть кратким, то станет ясно, что над его формулировкой надо основательно поработать.

В конце научного произведения помещают список использованной литературы, в который включают фамилии авторов, чьи произведения использовались в подлинниках, по рефератам или цитатам из других работ. В этом отношении должна быть проявлена полная добросовестность исследователя. Указывать в списке литературы источники, на которые нет ссылки в тексте, по меньшей мере бессмысленно, а включение работ, которые известны автору только по названиям, имеет лишь один смысл — обмануть читателя, показать свою ложную ученость.

§ 8. ПОСТАНОВКА ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ В КОЛХОЗАХ И СОВХОЗАХ

В связи с многообразием и сложностью условий хозяйственной деятельности отдельных колхозов и совхозов многие эффективные, по данным опытных учреждений, приемы и методы повышения урожайности не всегда оказываются наилучшими для данного хозяйства, а в отдельных случаях они не повышают, а, наоборот, могут снизить урожай. Поэтому новые приемы и методы нужно не просто внедрять в производство, а предварительно испытывать, дополнительно изучать и творчески совершенствовать в соответствии с местными особенностями. Для этого в колхозах и совхозах должна проводиться опытная работа.

Кроме того, важной задачей массовой опытной работы в условиях производства является экспериментальное решение вопросов, которые возникают из потребностей конкретного хозяйства. Действительно любому научному учреждению не под силу учесть и тем более решить все проблемы, которые появляются в десятках хозяйств зоны для обслуживания с чрезвычайно разнообразными природными условиями. И, пожалуй, никто лучше производственников-экспериментаторов, хорошо знающих местные условия и особенно микроусловия, не может быстро и правильно решить многие из этих проблем, так как зачастую они имеют сугубо местное, локальное значение.

Особенности организации, методики и техники полевого опыта в производственной обстановке определяются целями и характером исследования, видом опыта, степенью производственного риска, материально-технической базой. Нет и не может быть единой методики для всех опытов, которые закладываются в хозяйствах, методика и техника проведения эксперимента всегда конкретны. Поэтому широко распространенное представление о том, что опыты в производственных условиях всегда нужно закладывать на крупных земельных участках, производственных загонах в 10—30 га и более или даже на целых полях хозяйственного севооборота, крайне односторонне и неправильно. Проведение экспериментальных работ на больших земельных участках целесообразно лишь при изучении некоторых вопросов, например механизации, когда необходимо определить производительность машин, расход горючего и т. п. Что касается изучения (а не внедрения!) большинства агротехнических приемов (обработки почвы, посева, ухода, удобрений), а также сравнительной оценки новых сортов и культур в производственной обстановке, то оно гораздо проще, дешевле, без существенного производственного риска, и, что самое главное, методически более правильно может быть проведено в опытах, поставленных на делянках (полосах) оптимального размера для каждого случая.

Нельзя ставить опыт так, чтобы один его вариант размещался на одном, а второй — на другом целом поле. Доказать различия между вариантами в подобных случаях невозможно. Разные поля севооборота всегда различаются по своей истории, степени окультуренности и другим показателям. Поэтому опыты, заложенные таким образом, дают искаженную информацию о действии изучаемых приемов, и, следовательно, выводы на основании этих опытов могут быть ошибочными.

В колхозах и совхозах в отличие от научных учреждений нет специально подготовленных кадров для ведения опытной работы, малогабаритной техники, инвентаря и приспособлений, облегчающих проведение полевых опытов. Поэтому нельзя копировать методику и особенно технику полевых опытов научных учреждений.

Опыт в производственной обстановке должен быть по возможности простым по технике постановки и особенно по методике и технике уборки и учета урожая. Вместе с этим полевые опыты в хозяйствах должны обеспечивать получение данных, достоверных по существу, и, следовательно, проводиться с соблюдением основных требований методики, выработанных и проверенных на тысячах опытов научно-исследовательских учреждений.

При организации опытной работы в колхозе (совхозе) необходимо ориентироваться: 1) на проведение полевых опытов не на специально выделенном опытном участке, а главным образом в полях хозяйственных севооборотов и 2) на сочетание постановки и проведения опыта с основными производственными процессами. В отдельных случаях бывает целесообразным поставить опыт на делянках очень небольшого размера, например при недостатке нового вида удобрений или гербицида, отсутствии большой партии семян новой культуры или сорта и т. д. В подобных случаях многие работы по закладке и проведению опыта должны быть, естественно, выполнены вручную.

Программа опытных работ в хозяйстве должна включать разные виды опытов, имеющих небольшое (3—4) число вариантов, а методика и техника закладки и проведения эксперимента не должны затруднять производственные процессы. Планируя опытную работу в производственной обстановке, необходимо помнить, что большое число плохо поставленных и кое-как проведенных опытов не выясняет, а запутывает вопрос об эффективности того или иного приема, ведет к бесполезной затрате труда и средств. Поэтому целесообразно сосредоточить внимание только на тех из них, которые представляют наибольший интерес для хозяйства, и провести эти опыты высококачественно. Если же условий для опытной работы нет, то лучше совсем отказаться от нее.

Эффективность опытной работы в колхозах и совхозах определяется рядом условий. Важнейшими являются: 1) правильный выбор основного направления исследований, 2) отношение к опытной работе руководителей и специалистов хозяйства и 3) выполнение основных требований методики постановки и проведения полевых опытов. Можно с уверенностью сказать, что экспериментальная работа в хозяйстве будет обречена на провал, если руководители не уделят ей должного внимания, не сочтут ее полезной для производства и откажут экспериментатору в своевременном предоставлении техники и рабочих, не выделят средств для приобретения необходимого оборудования, инвентаря и материалов, не будут способствовать внедрению достижений науки в производство.

В современных условиях опытная работа в колхозах и совхозах — это не работа опытников-одиночек, а коллективный научный поиск новых путей совершенствования производства, целенаправленное испытание и активное внедрение всего нового, что дает наука и передовой опыт. Совершенно очевидно, что в крупном сельскохозяйственном производстве внедрение и учет эффективности новых агротехнических мероприятий, постановку сравнительных полевых опытов надо проводить по плану, под непосредственным руководством квалифицированного специалиста (агронома).

Полевые опыты, проводимые в колхозах и совхозах, можно разделить на четыре вида: 1) опыты-пробы, 2) точные сравнительные опыты, 3) опыты по учету эффективности новых агротехнических приемов и 4) демонстрационные опыты.

В любом хозяйстве в том или ином объеме проводят так называемые *опыты-пробы*, которые являются широкодоступным агрономическим методом поиска нового, что может быть в последующем использовано для совершенствования сельскохозяйственного производства. Как у агронома, хорошо знающего производство и его потребности, так и у молодого специалиста постоянно зарождаются мысли по усовершенствованию приемов и методов возделывания сельскохозяйственных культур. И надо уметь правильно в процессе производства поставить опыт-пробу на небольшой площади и получить ответ на возникший вопрос. Например, агроном заметил, что на отдельных участках яровая вика и горох сильно полегают как в чистых посевах, так и в смеси с овсом и, следовательно, необходимо заменить овес другой, более устойчивой к полеганию культурой. Для этого на поле, где возделывают однолетние бобовые, ставят на небольших делянках (полосах) и, как правило, без повторности опыт-пробу и вместо овса в качестве компонента испытывают другие культуры, например горчицу, яровую пшеницу, кормовые бобы и т. д. Визуальные наблюдения за ростом и развитием растений и учет урожая в этих опытах позволяют отобрать те сочетания (варианты), которые заслуживают внимания, более глубокого изучения и всесторонней оценки в сравнительных полевых опытах.

Кроме опытов-проб, в хозяйствах необходимо ставить **точные сравнительные полевые опыты** по разработке дифференцированной агротехники, испытанию новых приемов и агрокомплексов, рекомендованных научными учреждениями. Эти опыты должны проводиться в соответствии с основными требованиями методики полевого опыта, а именно с соблюдением принципа единственного различия, в типичных почвенных и хозяйственных условиях, на сравнительно однородных по плодородию земельных участках с известной историей. Полевые опыты в производственной обстановке требуют особенно тщательного учета урожая, так как здесь до минимума сокращаются количественные наблюдения за факторами внешней среды и растениями, имеющими самостоятельную ценность, и урожай — фактически единственный критерий оценки эффективности изучаемых приемов. Поэтому методике и технике полевого опыта в хозяйствах и особенно методике и технике уборки и учета урожая должно быть уделено особое внимание.

Земельные участки под сравнительные полевые опыты выбирают в полях хозяйственных севооборотов за год, а лучше за два года до закладки опытов. Участки должны быть типичными для данного хозяйства по почвенному покрову, достаточно однородными по плодородию и с одинаковым хозяйственным использованием по крайней мере за два предыдущих года. Для правильного выбора участка необходимо воспользоваться почвенной картой и книгой истории полей. В год, предшествующий закладке опыта, рекомендуется дать оценку пестроты плодородия почвы по состоянию хозяйственного посева. Для этого 3—4 раза за вегетацию осматривают посев предшествующей опыту культуры. По росту и развитию растений сравнительно легко судить об однородности плодородия почвы. На основании многократной глазомерной оценки посева из общего массива выделяют наиболее выравненный и удобный для закладки опыта земельный участок и фиксируют его границы кольями (реперами).

Площадь делянки полевых опытов в хозяйственных условиях устанавливают в зависимости от содержания и цели опыта, особенностей культуры и пестроты плодородия почвы. Часто, однако, решающим фактором являются технические условия проведения эксперимента. Размер делянки должен позволять максимально механизировать проведение всех сельскохозяйственных работ производственными машинами и орудиями. В наибольшей степени этому требованию отвечают удлиненные делянки-полосы, расположенные в один ряд (ярус) поперек или вдоль всего поля. Следовательно, длина делянки и ее площадь в значительной степени определяются случайными факторами, а именно длиной или шириной поля, в котором размещается опыт.

Ширина делянки варьирует менее значительно и полностью зависит от изучаемых приемов. Так, в опытах по обработке почвы ширина делянки должна быть достаточной для нормальной работы обрабатывающих орудий и составлять (с учетом боковых защитных полос) не менее 10—15 м; в опытах по изучению норм и способов посева ширина делянки должна быть не меньше ширины захвата сеялки; в опы тах с изучением гербицидов и препаратов для борьбы с болезнями и вредителями — не меньше ширины захвата опрыскивателя или опыливателя. В полевых опытах с зерновыми культурами, когда уборку урожая планируют прямым комбайнированием, ширину учетной части делянки необходимо устанавливать кратной одному или нескольким захватам хедера самоходного комбайна.

Практика постановки полевых опытов в колхозах и совхозах показывает, что целесообразная ширина делянки (полосы) для зерновых 6—10 м и для пропашных культур 5—10 м, а общая площадь ее 500—1000 кв.м. При таких размерах делянки для опыта с 3—4 вариантами и 3—4-кратной повторностью требуется земельный участок площадью не больше 2,5—3 га.

Все агротехнические работы в полевых опытах нужно проводить своевременно и высококачественно, с соблюдением единства всех прочих условий, кроме изучаемого. Урожай в опытах, закладываемых в производстве, учитывают, как правило, сплошным методом со всей учетной площади делянки. Данные учета урожая следует обрабатывать статистически методом дисперсионного анализа.

Если в хозяйстве планируют проведение опытов для первоначальной оценки принципиально новых способов возделывания сельскохозяйственных культур, необходимо закладывать их на небольших делянках — 50—100 кв.м, а в отдельных случаях 10—20 кв.м. Методика и техника проведения этих опытов описаны выше и не отличаются от методики и техники полевых опытов, принятых для научно-исследовательских учреждений. Такие опыты в колхозах и совхозах представляют исключение и ставят их на особо выделенных участках вне хозяйственного севооборота.

Следующий этап опытных работ в производстве — объективный количественный учет **хозяйственной эффективности агротехнических мероприятий.** Это по существу совмещение процесса внедрения и исследования тех новых приемов или комплексов их, агротехническая оценка которых уже дана на опытных станциях и в полевых сравнительных опытах колхозов и совхозов, но необходимы усовершенствование и дальнейшая дифференциация этих приемов в условиях конкретного хозяйства.

Для учета эффективности нового агротехнического приема (сорта) или агрокомплекса в общем массиве, где будет внедряться прием, выделяют 3—4 контрольные полосы. Ширина контрольных полос для культур сплошного сева должна быть не менее 10—20 м, пропашных культур — 5—10 м. На этих полосах новый (опытный) агротехнический прием не применяется. Контрольные полосы необходимо выделять так, чтобы они охватывали все разнообразие условий земельного массива и правильно характеризовали агротехническую эффективность внедряемого приема.

Границы контрольных полос на концах поля фиксируют кольшками и вешками.

При уборке урожай учитывают отдельно на контрольных полосах и на рядом расположенных и параллельных им полосах хозяйственного посева, где применяется новый прием. Количество и площади контрольных и опытных учетных полос должны быть одинаковыми. Сопоставляя средние урожаи контрольных и опытных участков, делают вывод об агротехнической эффективности, а экономическую эффективность нового приема или агрокомплекса определяют учетом затрат и прибыли.

Один из лучших способов уборки зерновых культур с контрольных и опытных учетных полос — прямое комбайнирование. Перед началом работы комбайн необходимо нормально загрузить зерном. Для этого он должен предварительно проработать некоторое время на хозяйственном посеве. Непосредственно перед заездом на учетные полосы и после уборки урожая на них необходимо в течение 2—3 минут промолотить остатки сжатого хлеба. Комбайнер ведет машину точно на вешки, которые устанавливают в середине намеченных прокосов. На каждой контрольной полосе делают два прокоса с расстоянием 2—5 м друг от друга. Зерно с них собирают в мешки, этикетируют, а затем взвешивают. Рядом с контрольной полосой (на расстоянии 3—10 м) справа и слева делают по прокосу для учета урожая с опытного варианта. Таким образом, учетная площадь первой контрольной и опытной полос будет равна удвоенной ширине захвата хедера комбайна, умноженной на длину гона. Например, при ширине захвата хедера 4 м и длине гона 200 м (рис. 29) она будет равна $2 \times 4 \times 200 = 1600$ кв. м.

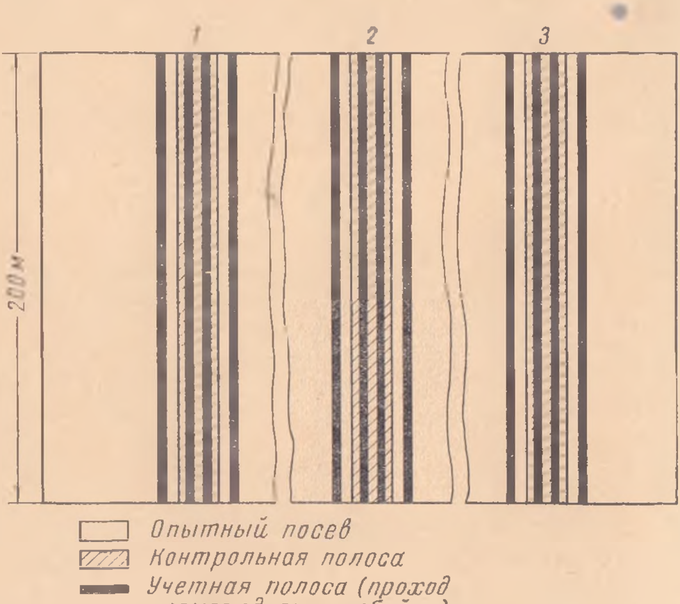

Рис. 29. Схема расположения контрольных и учетных полос в опыте по оценке хозяйственной эффективности агротехнических мероприятий.

Для определения влажности и веса отсортированного зерна, а также по качества при взвешивании урожая берут средние пробы весом около 1 кг в банки с притертыми пробками.

После того как будут убраны все учетные полосы, убирают урожай со всего массива тем же комбайном.

Экономическую эффективность внедрения нового агротехнического мероприятия устанавливают сопоставлением дополнительных затрат труда и средств производства и стоимости дополнительного урожая. Для этих расчетов необходимо иметь следующие показатели: 1) прибавку урожая от применения данного приема, 2) дополнительные затраты на ее получение и 3) доход на гектар площади. Если новый агротехнический прием не требует дополнительных затрат, например оптимальный срок сева, ранний подъем зяби и т. п., то в этом случае никаких расчетов, кроме агротехнической и статистической оценки, производить не следует, ибо экономический эффект таких приемов очевиден.

Важная роль в пропаганде достижений науки и передового опыта принадлежит **демонстрационным**, или **показательным**, полевым опытам. Главная задача этих опытов — дать наглядное представление о преимуществе и особенностях нового агротехнического приема, технологии возделывания нового сорта или культуры. Для демонстрационных опытов, которые закладывают в опорно-показательных хозяйствах, на экспериментальных базах научно-исследовательских учреждений и в передовых хозяйствах, отбирают те приемы и способы, агротехническая оценка которых дана в полевых опытах, хорошо отработана вся технология и, следовательно, нет оснований сомневаться в их эффективности.

Закладывают демонстрационные опыты в полях хозяйственного севооборота на участках (полосах), позволяющих полностью механизировать возделывание опытной культуры. Работы по закладке и проведению опыта должны быть выполнены своевременно и высококачественно.

Во время вегетации опытные посевы и дорожки между делянками должны содержаться в образцовом порядке. После всходов и пробивки дорожек на опытном участке устанавливают этикетки. В начале опыта помещают большую этикетку с кратким описанием рекомендуемого приема или новой технологии возделывания культуры. На делянках устанавливают небольшие этикетки. Надписи на поделяночных этикетках должны в самой краткой и понятной форме указывать на основные отличия вариантов.

На участке, где заложен демонстрационный опыт, целесообразно организовать семинары с руководителями и специалистами соседних хозяйств, указать условия получения наибольшего эффекта от рекомендуемого способа возделывания.

Организация массовых экспериментальных исследований на полях и фермах, активное внедрение достижений науки и передового опыта — не просто сопутствующий и маложелательный элемент повседневной организационно-хозяйственной работы специалиста — это неотъемлемая часть его производственной деятельности, наиболее плодотворный путь успешной работы. В настоящее время созданы особенно благоприятные условия для широкого внедрения в практику новейших достижений науки, для проведения экспериментальных работ непосредственно на производстве, и современный агроном — это не консультант и не администратор, а технолог и хозяин поля. В практической работе он должен доверять лишь одному авторитету — фактам, полученным в точном опыте. Только в этом случае сельское хозяйство будет гарантировано от субъективизма и догматизма, от внедрения необоснованных приемов, рожденных на основе гипотез и предубеждений, которые очень часто бывают дальше от истины, чем незнание.

§ 9. ЧАСТНЫЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТОВ В УСЛОВИЯХ ОРОШЕНИЯ

Проведение полевых опытов в условиях орошаемого земледелия требует особенно внимательного подхода и правильного диалектического понимания принципа единственного различия. Тождество неизучаемых условий — это не механическое соблюдение их равенства, а создание таких условий эксперимента, при которых тот или иной из изучаемых приемов (сортов) может дать наибольший эффект.

Например, в опытах с пропашными культурами почву на неполиваемых делянках, если она не уплотнена и нет сорняков, не надо рыхлить одновременно с политыми делянками, где рыхление после очередного полива должно проводиться немедленно при наступлении спелости почвы. При оставлении одинакового количества растений на делянках с поливом и без полива и, следовательно, при механическом соблюдении равенства неизучаемых условий будет грубо нарушен принцип оптимальности и целесообразности. Это приведет к искаженной информации об эффективности изучаемых приемов и неправильным выводам, так как известно, что оптимальный урожай на поливных землях получается при большей густоте стояния растений, чем на богарных участках, где из-за недостатка влаги увеличение густоты посева сопровождается снижением урожая. Таким образом, для вариантов с поливом и без полива нельзя устанавливать единые нормы высева; они должны быть разными, но оптимальными для каждого случая.

При постановке полевых опытов на орошаемых землях особенно нужно следить за равномерностью снабжения всей площади земельного участка водой и возможно точно регулировать количество воды, поступающей на каждую делянку. Эти требования и определяют особенности методики полевого опыта в условиях орошения. Даже небольшие отклонения во влажности почвы, вызванные неравномерностью полива, могут привести к различиям в продуктивности растений различных вариантов опыта, изменяющим эффекты от изучаемых факторов.

Участки, выделяемые под опыты на орошаемых землях, должны быть хорошо спланированы. Разница уровней поверхности в 10—15 см может быть причиной резкой пестроты урожаев в результате неравномерного увлажнения почвы. Поэтому к рельефу опытных полей на орошаемых землях предъявляются более строгие требования, чем в неполивных условиях. Нельзя допускать постановку агротехнических опытов, особенно по изучению режимов орошения, на неспланированном или плохо спланированном участке.

Участок должен иметь равномерный и незначительный уклон вдоль поливных борозд, что способствует равномерному впитыванию проходящей по ним воды. Кроме того, при большом и неравномерном уклоне поливные борозды могут быть сильно размыты. Во всяком случае уклон не должен превышать 0,01—0,02, или 1—2 м на 100 пог. м, а еще лучше ставить опыты с орошением при уклоне 0,001—0,008 (0,1—0,8 м на 100 пог. м).

В условиях орошения делянки чаще всего располагают в один ряд. Размер их определяется схемой и техническими условиями опыта. Он может варьировать в достаточно широких пределах — от 50 до 500 кв. м и больше, как и в опытах на богарных землях. Делянки прямоугольной или удлиненной формы с соотношением сторон примерно 1 : 10 и 1 : 15 располагают длинной стороной вдоль уклона. При однорядном расположении проще организовать независимую подачу воды на каждую делянку. Пропускать воду через одну делянку на другую нежелательно, особенно в опытах с удобрениями. Если опыт заложен в несколько рядов (ярусов), то между ними прокладывают временные оросители, из которых вода подается на любую делянку.

Двухлетними исследованиями Киргизского НИИземледелия (Корнева, Богатырева, Черткова, 1971) показано, что в длительных опытах на сероземах с уклоном ~ 0,020—0,022 количество водорастворимого азота, фосфатов и калия в поливной воде, поступающей на делянки и сбрасываемой с них, было практически одинаковым и не зависело от применения удобрения. Следовательно, в отдельных случаях на орошаемых землях и в опытах с удобрениями возможно многоярусное расположение делянок без нарезки временных оросителей между ярусами, что обеспечивает более производительное использование поливных земель.

Правильная постановка опытов в условиях орошения включает регулирование и точный учет количества воды, попадающей на весь опытный участок и на каждую делянку. Для определения расхода воды пользуются методами, разработанными для данного орошаемого района или способа полива.

Из особенностей опытов на орошаемых землях следует указать еще на необходимость увеличения концевых защитных полос до 4—6 м, чтобы избежать ошибки, связанной с неравномерностью увлажнения. Защитные полосы, отделяющие опытные делянки от постоянных оросителей, должны быть не уже 6—8 м. Если в опыте предусмотрены неполивные делянки, то их окаймляют боковыми защитными полосами шириной не менее 3 м. В опытах с дождеванием ширину боковых защитных полос увеличивают до 4—5 м и более с каждой стороны делянки, чтобы исключить перенос ветром водяных струй на соседние участки.

Ширину защитных полос и опытных делянок необходимо увели... вать при закладке опытов на почвах с близкими грунтовыми во... чтобы устранить влияние подъема грунтовых вод в случае разно... менного полива соседних делянок.

При поливе по бороздам длина их определяется размером посев... делянок, уклоном местности и водопроницаемостью почвы. В бол... шинстве случаев она не должна превышать 150 м, так как при бол... длинной борозде почва увлажняется неравномерно и образуются за... топляемые места. На сильно проницаемых почвах борозды дела... короче — около 100 м.

Борозды нарезают в междурядьях растений. Глубина и ширина и... определяются шириной междурядий, нормой полива, длиной боро... и свойствами почвы. На почвах со слабой водопроницаемостью лучше делать более глубокие борозды, чтобы вода скорее достигла корне... растений, а на почвах с большой водопроницаемостью целесообра... делать борозды средней глубины — до 15 см. Расстояние между по... ными бороздами на легких почвах должно быть не больше 60—70 ..., а на тяжелых почвах с преобладанием горизонтальной фильтра... оно может быть увеличено до 1 м.

Сроки и нормы поливов устанавливают в зависимости от це... опыта, биологических особенностей растений и местной практики. Для правильного определения поливных норм необходим постоянный уч... запасов воды в активном (расчетном) слое почвы, где сосредоточе... основная масса корней и всасывающих корневых волосков. Глуби... и характер расположения корневых систем зависят от биологичес... особенностей выращиваемых культур, почвенно-климатических усло... вий и агротехники. Чем больше принята глубина активного сло... почвы, который предполагается увлажнить при поливе, тем бол... поливная норма, т. е. количество воды за один полив.

Для культур с глубокой корневой системой (люцерна, кукуру..., сахарная свекла и др.) активный слой почвы при определении полив... норм принимают чаще всего равным 60—80 см; для зерновых и зерно... бобовых — 50—70 см и для овощных культур — 40—50 см.

Чтобы установить сроки и нормы полива, необходим постоянн... учет запасов влаги в активном слое почвы. Зная запас воды в расче... ном слое почвы при предельной полевой влагоемкости (ППВ) и запа... ее в почве перед поливом, определяют поливную норму по форму...

$$M = 100\,h\,d\,(\text{ППВ} - B).$$

где M — поливная норма (в м^3/га);
h — активный слой почвы (глубина, на которую расс... тывается поливная норма) (в м);
d — объемный вес почвы (в т/м^3);
ППВ — предельная полевая влагоемкость (в % на сухую почв...
B — влажность почвы перед поливом (в % на сухую почв...

Необходимые для расчета поливной нормы величины (объемно... вес, полевую влагоемкость и влажность почвы) определяют в каждом опыте отдельно. Нижний предел оптимального увлажнения, т. е. вла...

...ть почвы, при которой необходим очередной полив, устанавливают в зависимости от целей опыта, почвенно-климатических условий и биологических особенностей возделываемых культур.

Для правильного учета поливных норм водоизмерительные сооружения на участках, где проводятся опыты, должны иметь несложное устройство, просто и достаточно точно определять расход воды.

Величину поливной струи устанавливают в зависимости от водопроницаемости почвы, уклона местности и длины поливных борозд.

Распределяют воду по поливным бороздам и нормируют ее при помощи переносных трубопроводов с регулируемыми водовыпусками, а где их нет — при помощи поливных сифонов и трубок.

В опытах с поливом напуском по полосам ширину и длину поливной полосы определяют в зависимости от поливной нормы, свойств почвы, рельефа опытного участка и размера делянок. На одной поливной полосе размещают одну или, если позволяет тема опыта, несколько целых делянок. Величину поливной струи при поливе по полосам устанавливают в пределах 2—6 л/сек на погонный метр ширины полосы.

Особенностью постановки полевых опытов в условиях орошения является необходимость учета с у м м а р н о г о   в о д о п о т р е б л е н и я по вариантам опыта, т. е. общего расхода воды на транспирацию и испарение почвой за период вегетации. Располагая этими данными, можно оценить эффективность изучаемых приемов не только по величине и качеству продукции, но и по использованию поливной воды.

Величину суммарного водопотребления можно определить балансовым методом. Для этого необходимо учесть все статьи прихода воды, а именно осенне-зимние и весенние запасы воды в корнеобитаемом слое почвы, продуктивные осадки (свыше 5 мм) за вегетационный период и поливы, а также установить запас воды в корнеобитаемом слое почвы (обычно глубиной 1 м) при уборке урожая. По разности между суммой всех элементов приходной части баланса и запасом влаги при уборке урожая находят величину суммарного водопотребления.

При экономической оценке эффективности орошения следует иметь в виду, что урожаи на неполивных делянках, окруженных поливными, в результате улучшения микроклимата бывают, как правило, значительно выше, чем на больших богарных участках.

ОПЫТЫ С ОВОЩНЫМИ, ПЛОДОВЫМИ КУЛЬТУРАМИ И ВИНОГРАДОМ

Овощные культуры. Методика опытов в овощеводстве с культурами открытого грунта имеет много общего с опытами в полеводстве. Особенности методики определяются главным образом большим разнообразием растений и требуют большей дифференциации размера делянки, способов учета и оценки качества урожая.

Опыты с овощными культурами закладывают на достаточно окультуренных и более выравненных по плодородию участках, чем опыты в полеводстве. Это позволяет применять делянки меньшего размера, что имеет большое значение в работе с более трудоемкими овощными культурами.

Минимальная площадь делянки полевого опыта с овощными культурами определяется главным образом числом растений, при котором индивидуальные различия между ними не будут оказывать существенного влияния на точность эксперимента. В большинстве случаев считается достаточным иметь не менее 80 учетных растений на делянке.

Для основных овощных культур при закладке опытов в открытом грунте на выравненном опытном участке и посеве калиброванными семенами следует считать вполне достаточным следующие размеры учетных делянок (в кв. м):

редька, редис	5—10
лук, морковь, петрушка, горох, перец	10—30
огурцы, капуста, томаты, баклажаны, свекла	20—50
арбузы, дыни, тыква	100—150

Практика опытной работы с овощными культурами показывает, что при 4—6 повторностях и указанных размерах учетной делянки получается обычно вполне удовлетворительная для полевого опыта точность. Эти размеры делянок и принимают чаще всего для агротехнических опытов с овощами. Если проводят опыты с использованием машин, например для обработки почвы, механической посадки рассады, ухода за растениями, уборки урожая и др., площадь делянок должна быть достаточной для применения механизации.

Наиболее приемлемая форма делянок при работе с овощными культурами прямоугольная с соотношением сторон от 1 : 2 до 1 : 5, а при использовании механизации — с соотношением между шириной и длиной около 1 : 10. Квадратные делянки используются при закладке опытов методом латинского квадрата, а также в опытах по изучению химических средств защиты растений от вредителей, болезней и сорняков, где может быть сильное влияние смежных вариантов друг на друга.

В овощеводстве применяют те же методы размещения опытов, как и в полеводстве: случайные, систематические и стандартные. Основные полевые опыты с овощными культурами необходимо, как правило, закладывать случайными методами, которые позволяют получить наиболее достоверные сведения об изучаемом факторе. Наиболее широко распространен в нашей стране пока шахматный метод с систематическим расположением вариантов в каждом ряду (ярусе). При работе с небольшими делянками и особенно на недостаточно выравненных участках целесообразно использовать метод латинского квадрата и латинского прямоугольника. Латинский квадрат применяют в опытах с 4—6, а латинский прямоугольник с 8—16 вариантами. Опыты с большим числом изучаемых вариантов (16 и более) рекомендуется закладывать методом решетки.

Особого внимания требует постановка опытов в условиях защищенного грунта. Необходимо принять все меры к тому, чтобы сравниваемые варианты имели одинаковые неизучаемые условия (температура, осветность, водный режим и т. п.), которые оказывают особенно большое влияние на варьирование урожаев, так как сильно отличаются в отдельных частях теплицы, парника или утепленного грунта. При расположении вариантов на опытных делянках защищенного грунта следует полностью исключить субъективизм в размещении опыта и использовать для этой цели метод рендомизации.

Размер учетной делянки в защищенном грунте чаще всего 4—10 кв.м при 4—6-кратной повторности одноименных делянок. В опытах с крупными растениями (томаты, огурцы, дыни и др.) размер делянок равен 8—10 кв. м; для этих же культур при проведении опытов с формированием вегетативных органов площадь делянки можно уменьшить в два раза, до 4—5 кв. м. При постановке опытов с мелкими растениями (редис, салат, рассада, выгоночные культуры и др.) делянки уменьшают до 2 кв. м.

При работе с овощными культурами большое внимание следует обращать на семена, посев и посадку. Для посева необходимо использовать только однородные семена известного происхождения и одной и той же репродукции. Густота посева, если она не является изучаемым фактором, должна соответствовать принятой в практике овощеводства данной зоны. На всех делянках должно быть гарантировано установленное схемой опыта число растений, а в случае необходимости следует проводить прореживание посевов после всходов.

Рассаду для опыта надо выращивать в одинаковых условиях, а высадку ее проводить равномерно на всем опыте и по возможности в минимально короткий срок. Известно, что рассада, высаженная в жаркую погоду во второй половине дня, может развиваться иначе, чем рассада, высаженная утром. Поэтому очень важно спланировать работу по высадке рассады так, чтобы влияние времени посадки было во всех вариантах опыта одинаково.

Размеры защитных полос в опытах с овощами устанавливают в зависимости от темы опыта, методики его закладки и площади питания опытных растений. Чем сильнее предполагаемые различия в росте и развитии растений на изучаемых вариантах, тем больше должны быть и боковые защитные полосы. При минимальных различиях рекомендуется в качестве боковых, разделительных, защитных полос выделять 1—2 рядка растений, а при сильных различиях (опыты с удобрением, обработкой почвы, предшественниками и т. д.) — не менее 2—4 рядков. В опытах по орошению защитные полосы между соседними делянками увеличивают до 3 м и более.

В опытах с овощами все работы по уходу следует проводить в оптимальные сроки, тщательно, на высоком агротехническом уровне, с учетом новейших достижений агрономической науки и практики.

Уборка и учет урожая. Урожай овощных культур с опытных делянок убирают вручную. Предварительно точно фиксируют и измеряют делянки, убирают овощи с них и с защитных полос и удаляют с опытного участка.

Урожай учитывают сплошным методом, взвешивая овощи со всей учетной делянки. Урожай многосборовых культур (огурцы, томаты, баклажаны, перцы, раннеспелая, среднеспелая и цветная капуста, фасоль, горох и бахчевые) убирают регулярно при наступлении технической спелости, не допуская перезревания и огрубения продукции. Односборовые культуры (лук, корнеплоды, среднепоздняя и поздняя капуста, тыква и др.) убирают в один прием и чаще всего одновременно на всех делянках опыта или на всех делянках целых повторений.

При уборке и учете урожая овощных культур следует придерживаться требований, установленных Государственными стандартами, по подготовке их к реализации: например, зачистка кочанов капусты от наружных листьев и кочерыг, обрезка листьев у цветной капусты, очистка корнеплодов от ботвы и т. п. Всю валовую продукцию делят на две группы: товарную и нетоварную.

Убранная и подготовленная к реализации продукция должна быть взвешена поделяночно в день уборки, и только лук-репку взвешивают после просушки луковиц в валках или в закрытых проветриваемых помещениях.

Для оценки качества урожая овощных культур с каждой делянки или с делянок четных или нечетных повторений отбирают средние пробы (выборки) из товарной части продукции и (в зависимости от культуры, цели и задачи исследования) определяют средний вес единицы продукции (кочана, плода, корнеплода и т. д.), вкусовые и засолочные качества, лежкость при зимнем хранении, содержание сухих веществ, сахаров, витаминов и пр.

Плодовые и ягодные культуры. Специфика полевого опыта с плодово-ягодными культурами обусловлена их биологическими особенностями, из которых важное значение для правильного планирования, организации и проведения исследования имеют габитус, продолжительность жизни и широкая индивидуальная изменчивость многолетних деревьев и кустарников.

Материалы учета урожая в опытах с плодовыми, чайным кустом, цитрусовыми и виноградом, математически обработанные В. Н. Перегудовым, показывают, что вариабельность урожаев этих культур очень высока. При выращивании на одинаковой примерно площади (30—40 кв. м) коэффициент вариации изменялся от 13,7% для винограда до 81,3% для тунга:

Культура	Коэффициент вариации (в %)
Виноград (плоды)	13,7
Чай (зеленый лист)	16,4
Лимон (плоды)	30,0
Яблоня (плоды)	41,2
Тунг (плоды)	81,3

Основной причиной сильного варьирования опытных данных в плодоводстве служит индивидуальная, генетическая изменчивость растений. Поэтому при планировании полевого опыта в саду и на ягодных плантациях необходимо учитывать не только варьирование показателей в зависимости от пестроты плодородия почвы опытного участка и местоположения растений, но и хорошо знать индивидуальную изменчивость растений до закладки опыта. Предварительный индивидуальный учет урожая или других показателей, характеризующих наследственную изменчивость растений, составляет основу для правильного распределения опытных деревьев на группы по их состоянию (относительно слабые, средние и сильные), определения необходимого числа растений на делянке и установления числа повторностей.

У плодовых наблюдается довольно устойчивое относительное варьирование урожаев по годам, сохраняющееся в течение многих лет. Наблюдения Н. Д. Спиваковского над ростом и плодоношением молодых деревьев в течение 11 лет показали прямую корреляционную связь между состоянием растений в начале опыта и на протяжении всех последующих лет. Эта устойчивость показателей, зависимость роста и плодоношения растений от их исходного состояния и должна быть использована в исследовательской работе с многолетними плодовыми и ягодными культурами. Следует так объединить растения по исходному состоянию в варианты, чтобы каждый из них охватывал все разнообразие условий опытного участка и опытных растений.

При постановке опытов во вновь закладываемых насаждениях после выбора и установления пригодности земельного участка для опыта необходимо провести специальные мероприятия по созданию высокого уровня окультуренности и однородности почвы: плантажную вспашку, внесение извести, органических и минеральных удобрений. Глубина плантажной вспашки и дозы внесения удобрений изменяются в зависимости от зоны и особенностей опытных культур. Все работы по подготовке участка для закладки плодовых насаждений должны проводиться очень тщательно с соблюдением однородности условий.

Во вновь закладываемых насаждениях особое внимание следует обращать на повышение однородности посадочного материала опытных растений.

Посадочный материал плодовых культур должен выращиваться в питомнике с соблюдением определенных требований. Необходимо использовать стандартные подвои, а при семенном размножении — наиболее устойчивые виды и сорта с апробированных маточных деревьев; отбирать однородные по силе развития стандартные дички и использовать для окулировки глазки со строго апробированных деревьев. За всеми растениями в питомнике должен быть одинаковый и тщательный уход. Посадочный материал отбирают в питомнике до выкопки и измеряют диаметр штамба, высоту растения, количество и прирост побегов. Все отобранные саженцы должны быть однородными по силе развития и с доброкачественной корневой системой. Из опыта нужно исключить все неподходящие растения, например больные, слишком маленькие, уродливые и т. п.

После отбора однородных саженцев окончательно подбирать опытные растения для каждого варианта и делянки необходимо методом случайной выборки, т. е. путем рендомизации, которая исключает вольный или невольный субъективизм исследователя и позволяет получить выборку с несмещенными оценками. Распределение вариантов и деревьев по местоположению на опытном участке также должно быть, как правило, случайным.

При постановке экспериментов в уже существующих садах и ягодниках насаждения детально изучают до закладки опыта. Они должны отвечать требованиям типичности по местоположению для данной зоны, быть однородными по сортовому и возрастному составу, обеспеченными сортами-опылителями и иметь изреженность не выше 15—20% для плодовых и не выше 10—15% для ягодных культур. Агротехника, применявшаяся в насаждениях (содержание почвы, удобрение, обрезка и др.), должна быть однообразной по крайней мере за последние 3—5 лет.

В результате предварительного изучения насаждения особенно желательно иметь такие количественные калибровочные (таксационные) показатели, которые хорошо коррелируют с последующей продуктивностью растений. Если, например, некоторые предназначенные для опыта деревья имеют больший габитус или более урожайны, чем другие, то тенденция этих деревьев обладать более высокой продуктивностью сохранится, очевидно, и после закладки опыта. Поэтому целесообразно выяснить этот вопрос до распределения их по вариантам, так как при отсутствии таких исходных данных эффект вариантов нельзя будет отделить от эффектов, связанных с различиями деревьев до опыта, и, следовательно, невозможно объективно оценить действие исследуемых факторов. В качестве характеристик исходного состояния деревьев яблони, например, чаще всего используют урожаи за предшествующие 2—4 года, суммарный урожай, а также окружность штамба до опыта.

Количественные калибровочные (таксационные) показатели, полученные в результате изучения насаждения, наносят на план, который служит основой: а) для планирования расположения делянок и вариантов в опыте, определения количества деревьев на делянке и числа повторностей; б) для того, чтобы впоследствии с помощью ковариационного анализа полученные по вариантам опыта данные привести к сравнимому виду.

Для агротехнических опытов рекомендуют и чаще всего используют в исследовательской работе делянки со следующим числом учетных растений:

для плодовых	6—10 деревьев
для кустарниковых ягодников	10—20 растений
в питомнике	40—60 растений
в школе сеянцев	20—25 кв. м
для земляники	20—40 кв. м

Общее число опытных растений в каждом варианте зависит от принятой повторности, но, как правило, для плодовых оно не должно быть менее 24—30, для кустарниковых ягодников — 30—60, для питомников — 100—160, для школы сеянцев и опытов с земляникой не менее 50—100 кв. м.

Все опыты, требующие точных сравнений, нужно закладывать, как правило, в 4—6-кратной повторности. Для опытов предварительного характера допустима трехкратная повторность.

По исследованиям В. Н. Перегудова и М. И. Сошниковой (1968) в опытах с плодовыми меньшая делянка с соответствующим образом повышенной повторностью обеспечивает получение более надежных данных, чем большая делянка при небольшой повторности. Эта закономерность является общей для однолетних и многолетних культур и наблюдается всегда, когда в методических опытах выдерживается принцип единственного различия. Если иметь всегда одинаковое количество деревьев в варианте или занимать под вариант одинаковую площадь в опытах с однолетними культурами, но изменять площадь элементарной делянки, а, следовательно, увеличивать или уменьшать повторность, то ошибка эксперимента растет по мере увеличения размера делянки. Поэтому в принципе «дерево-делянка» является наилучшей, если, конечно, повторные деревья данного варианта рассеяны по опытному участку, а не сосредоточены на одной делянке. В последнем случае деревья не являются повторностями, как не являются повторностями и растения внутри делянки опытов с однолетними культурами. Подчеркнем, что *подеревный учет урожая внутри делянки не создает повторности и его нельзя использовать при статистической обработке данных. Элементарной единицей полевого опыта является делянка.*

Количество рядов и учетных растений на делянке устанавливают в зависимости от цели опыта, выравненности участка и опытной культуры. Учетные растения на делянке располагают чаще всего в 1—2 ряда; землянику — в 2—4 ряда. На концах рядов должны быть защитные растения: у плодовых культур по 1—2 дерева, у ягодных кустарников по 2 куста, у земляники по 4—5 растений. С двух сторон квартала, вдоль делянок, необходимо иметь 1—2 защитных ряда. В опытах, связанных с воздействием на почву (система содержания почвы, удобрение, орошение и т. д.), следует предусмотреть выделение боковых защитных рядов между вариантами опыта.

Основные полевые опыты с плодовыми и ягодными культурами необходимо закладывать, как правило, случайными методами. В нашей стране пока все еще преобладают систематические и стандартные методы размещения вариантов, которые зачастую дают возможность получить желаемый для исследователя, но далекий от истины результат. Рендомизация, как уже отмечалось выше, и является тем заслоном, который противостоит вольному или невольному субъективизму исследователя и позволяет получить выборку с несмещенными оценками, т. е. избежать накопления систематических ошибок, искажающих эффекты вариантов. Конечно, рендомизацию нельзя рассматривать как жесткое требование, и на практике она может разумно ограничиваться.

На рисунках 30—32 показано размещение вариантов методом рендомизированных повторений и латинским квадратом. Эти методы и рекомендуется использовать в практической работе при постановке однофакторных полевых опытов с плодовыми и ягодными культурами.

Если планируется закладка опыта с небольшим числом вариантов (2—4) и на небольшом земельном участке с отсутствием четко выражен-

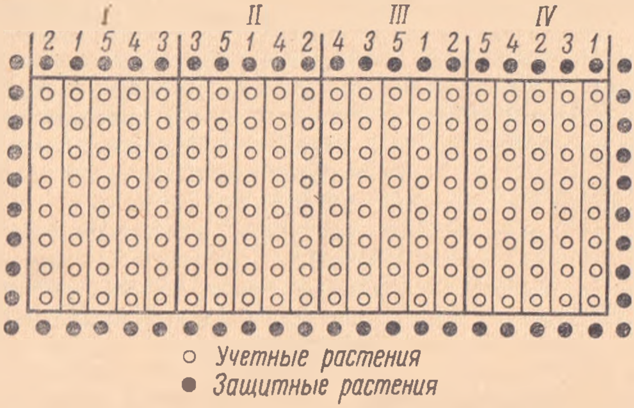

Рис. 30. Схема расположения пяти вариантов опыта с плодовыми культурами методом рендомизированных повторений.

ной территориальной изменчивости насаждения, можно использов[ать] полную рендомизацию.

При постановке многофакторных опытов с плодовыми и ягодн[ыми] культурами целесообразно применять метод расщепленных делян[ок], позволяющий использовать делянки одного опыта в качестве блок[ов] повторений для другого опыта. Так, при изучении способов содерж[ания] почвы в саду необходимы делянки большого размера (делянки перв[ого] порядка), которые можно разделить на более мелкие делянки втор[ого] порядка и испытать на них ядо[] химикаты или удобрения, а эт[и] делянки, в свою очередь, ра[]

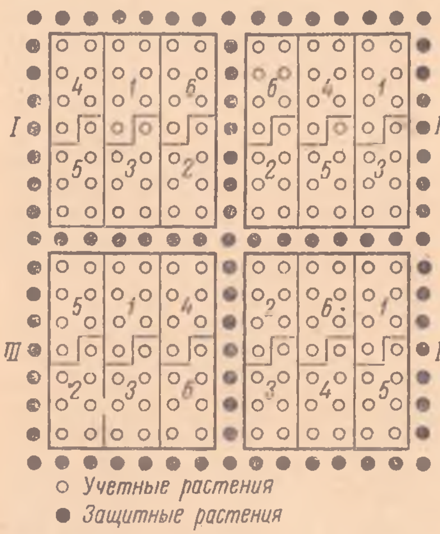

Рис. 31. Схема расположения шести вариантов опыта с плодовыми культурами рендомизированными повторениями в два яруса.

Рис. 32. Схема расположения че[]тырех вариантов опыта с плодовы[]ми культурами латинским квад[ра]том 4 × 4.

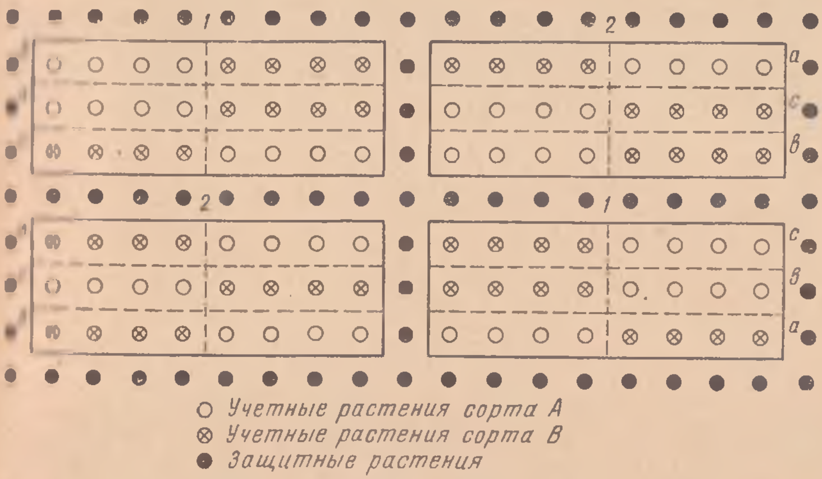

Рис. 33. Схема размещения 12 вариантов трехфакторного опыта (2 × 3 × 2) методом расщепленных делянок (показано два повторения):

1, 2 — сроки опрыскивания; а, в, с — способы формирования ягодников.

...бить на еще более мелкие делянки третьего порядка, например ... изучению сортов или способов обрезки. Расщеплять основ... делянку можно до элементарной единицы, т. е. одного ...ения.

На рисунке 33 представлена схема размещения опыта с расщеплен... делянками по изучению сроков опрыскивания малины ядохими... (делянки первого порядка), трех способов формирования ку... (делянки второго порядка) и двух сортов (делянки третьего по...). Эта схема позволяет сконцентрировать внимание исследова... на факторах, требующих особенно углубленного анализа и точной ... (в нашем примере сорта малины), и упростить технику прове... опыта.

В опытах с плодовыми культурами по методу дерево-делянка, когда ...ения (деревья) одноименных делянок размещают рассеянно по ...ной площадке и каждое дерево считают делянкой, особенно тща... нужно изучить выделенное под опыт насаждение до закладки ... С этой целью данные учета урожая деревьев наносят на план, ... объединяют растения в группы (повторения) с таким расчетом, ... варьирование урожаев внутри группы было наименьшим. Из ... группы методом рендомизации (жребия) отбирают необходимое ...аковое для всех вариантов число деревьев.

...ли опытных растений в каждом варианте не более 10—12, то ... закладке опытов по методу дерево-делянка может быть приме... латинский квадрат. В этом случае количество изучаемых вариан... должно быть равно числу растений в каждом варианте, а порядок ...ложения деревьев (кустов) в ряду и столбце определяется рендо...цией.

Урожай плодовых культур учитывают сплошным методом, взвешивая урожай со всех опытных растений. Для оценки эффективности изучаемых агротехнических приемов или сортов проводят следующие основные учеты и определения:

1) глазомерное определение степени плодоношения каждого дерева в баллах и ожидаемого урожая в килограммах;

2) учет хозяйственно годной падалицы;

3) весовой учет съемного урожая;

4) оценку качества урожая: вкусовые достоинства, величину и одномерность плодов, выход их по товарным сортам, сроки съема и наступления потребительской зрелости, лежкость плодов, их химический состав и др.

У молодых, вступающих в плодоношение деревьев урожай учитывают со всей делянки. Чтобы определить средний урожай с дерева, полученный урожай со всех опытных деревьев делят на число учетных деревьев, включая и не плодоносившие в данном году, но здоровые, не исключенные из учета. Урожай с деревьев, исключенных из учета, убирают раньше. К таким деревьям относятся те, у которых урожай снижен по причинам, не связанным с изучаемыми факторами (механические повреждения, хищения и т. п.). Так же, как и в полеводстве, совершенно недопустима браковка деревьев или делянок по субъективным причинам.

При полном плодоношении урожай учитывают отдельно с каждого дерева. Началом полного плодоношения условно считают год, когда урожай с одного учетного дерева в среднем достигает: у яблони не менее 25 кг, у груши 15 и у косточковых не менее 10 кг.

Для изучения качества плодов с каждой делянки всех повторений отбирают средние пробы (выборки), не менее 100 плодов в каждой. Взвесив плоды и разделив полученный вес на 100, узнают средний вес одного из них, а затем плоды сортируют по стандарту и определяют выход их по товарным сортам в процентах к общему числу взятых для сортировки плодов. Степень одномерности (одномерные, средней одномерности и неодномерные) определяют глазомерно.

Урожай с каждого повторения и в целом по варианту (сорту) в центнерах с 1 га вычисляют по формуле:

$$У=\frac{А}{Б}\cdot 100,$$

где $А$ — средний урожай с одного дерева (в кг);
$Б$ — площадь питания одного дерева (в кв. м).

При выведении среднего урожая с дерева по повторению и варианту из учета исключают деревья, на которых урожай заметно снижен под действием не зависящих от изучаемого фактора причин. Но в число учетных необходимо обязательно включать деревья, не имевшие плодов в данном году из-за периодичности плодоношения или не вступившие в плодоношение, если на других молодых деревьях данного варианта учет урожая уже проводят.

О вкусовых достоинствах плодов судят по данным дегустации в момент наступления оптимальной (полной потребительской) зрелости. Дегустацию проводят закрытым способом: плоды с различных вариантов предоставляют дегустаторам под номерами, подлинные названия сортов или агроприемов объявляют после сбора дегустационных карточек.

Учет урожая в опытах с ягодными культурами (смородина, крыжовник, малина, земляника) проводят сплошным методом, определяя вес урожая ягод при каждом сборе на всех делянках каждого варианта. Одновременно с учетом урожая устанавливают качество ягод каждого сбора. Для этого со всех делянок берут средние пробы по 100—200 ягод и в каждой пробе определяют средний вес одной ягоды, вкусовые достоинства, количество здоровых и больных ягод.

Чтобы заметно снизить ошибку полевого опыта в плодоводстве, целесообразно использовать теоретически хорошо обоснованный метод ковариационного анализа. Сущность его заключается в корректировке опытных данных на основе учета первоначального (исходного) состояния подопытных деревьев. Например, варьирование урожаев по годам в полновозрастном саду хорошо коррелирует, и, следовательно, деревья, более урожайные в начале опыта, будут более продуктивными и в последующие годы. Высокая корреляция отмечается также между показателями состояния деревьев яблони (окружность штамба, сила развития в баллах и др.) и их урожайностью. Учет этой особенности позволяет внести в опытные данные поправки исходя из того, на каких делянках (высоко- или низкоурожайных, с большей или меньшей силой развития) размещается изучаемый вариант.

По данным Б. А. Доспехова, А. К. Синева и Л. В. Соколовой, в опытах 1967—1968 гг. корректировка урожая яблони сорта Осеннее полосатое с помощью ковариации уменьшала ошибку полевого опыта на 2,9—3,1%. Иначе говоря, ковариация оказалась равноценной введению в опыт дополнительной повторности. Значение такого уточнения опыта для последующей объективной оценки эффективности изучаемых факторов очевидно. Приходится сожалеть, что пока метод ковариации практически не используется плодоводами в опытной работе, и зачастую весьма трудно с уверенностью выделить действительно эффективные мероприятия, так как индивидуальная изменчивость многолетних растений наряду с территориальным варьированием плодородия почвы не позволяет получать данные с низкой экспериментальной ошибкой.

Виноград. Для закладки полевых опытов с виноградом выделяют участки, типичные по природным условиям (климату, почве, рельефу, экспозиции), сортовому составу и агротехническому состоянию насаждений той зоны, где намечается использовать результаты исследований. Опытный участок должен быть однообразным по истории, почвенному покрову и системе культуры винограда. Изреженность кустов и примесь посторонних сортов не должны превышать 10%.

Серьезный источник ошибок в опытах с виноградом — сильное варьирование урожаев отдельных кустов и неоднородность почвенных условий. Н. П. Бузин отмечает, что в результате указанных выше причин равные по площади и числу кустов делянки или участки с одновозрастными и односортными насаждениями могут различаться по урожаям в 2—3 раза и более.

По данным А. М. Негруля, В. Н. Перегудова и С. Н. Макарова, основным фактором сильного варьирования урожаев на делянках с числом кустов до 20 является индивидуальная изменчивость растений, а на делянках большего размера — изменчивость плодородия почвы. В связи с этим при проведении опытов на небольших делянках повышение точности должно происходить главным образом за счет уменьшения варьирования урожаев отдельных кустов. Это достигается тщательным отбором посадочного материала и высококачественным проведением всех агротехнических мероприятий, и особенно тех из них, которые непосредственно воздействуют на растение винограда (прививка, обрезка, обломка), а также посадки новых кустов. При работе на делянках большего размера, кроме того, особое внимание должно быть обращено на подбор участков однородных по почвенным условиям, рельефу и экспозиции.

Следует учитывать, что с возрастом вариация урожаев отдельных кустов сильно увеличивается, и если возраст насаждения не является изучаемым фактором, то для опытов лучше использовать виноградники не старше 20—30 лет.

Вопрос о размере и форме учетной делянки в опытах с виноградом изучен недостаточно. Большинство исследователей рекомендуют иметь на каждой делянке 20—30 кустов, т. е. площадь учетной делянки должна быть равной 60—100 кв. м. При 4-кратной повторности это составит 80—120 учетных кустов по варианту. С. Н. Макаров на основании материалов Кишиневского филиала научно-исследовательского института виноделия и виноградарства «Магарач» считает оптимальными размеры делянок с 50—100 учетными растениями.

Эти рекомендации надо рассматривать лишь как некоторые придержки при планировании опытной работы на виноградниках. Конкретно размеры делянок и число кустов на них устанавливают в зависимости от задач и требуемой точности исследования, степени производственного риска эксперимента, выравненности насаждения, возможностей и технических условий проведения опыта.

Например, для сортоиспытательных участков, где проводится тщательная предпосадочная подготовка земельного участка, закладка виноградников осуществляется хорошо подобранным посадочным материалом и все агротехнические работы ведутся на высоком уровне, Государственная комиссия по сортоиспытанию сельскохозяйственных культур рекомендует иметь 20 учетных кустов на делянке. При принятой в сортоиспытании трехкратной повторности по каждому сорту учитывают 60 кустов. В отдельных случаях допускается 16 учетных кустов на делянке или 48 учетных растений по сорту.

Специальными исследованиями с полевыми культурами показано, что при сильной вариации урожаев на опытном участке увеличение размера делянки незначительно повышает точность опыта. В этих условиях выгоднее закладывать опыты на делянках небольшого размера, компактно располагать варианты внутри каждого повторения и увеличивать повторность. Этот путь повышения точности опыта будет, очевидно, эффективным и на виноградниках, где в обычных хозяйственных условиях наблюдается сильная вариация растений по урожаям.

Опыты с виноградом, которые проводят для получения данных, необходимых для точной сравнительной оценки изучаемых вариантов (сортов), необходимо закладывать не менее чем в четырехкратной повторности. Трехкратная повторность допустима для исследований предварительного характера, а также для опытов, проводимых на хорошо выравненных виноградниках.

В опытной работе с виноградом форме делянок и системе их расположения не придают пока должного внимания. Это обусловлено главным образом техническими причинами. При шпалерной культуре неудобно делить ряд на много частей. Поэтому на практике при постановке агротехнических опытов преобладают очень вытянутые делянки, длина которых равна длине или, реже, половине длины ряда (длина ряда около 100 м). В литературе по методике постановки опытов с виноградом практически нет данных, характеризующих эффективность делянок различной формы, и лишь встречаются отдельные указания на то, что в ряде случаев, например при расположении рядов виноградника поперек склона, более широкие делянки обеспечивают большую точность, чем узкие.

В опытах на виноградниках защитные полосы между делянками в количестве 1—2 рядов выделяют в тех случаях, когда может проявиться взаимное влияние соседних вариантов. В опытах с обработкой почвы, удобрением, орошением, обрезкой и формированием кустов с каждой стороны делянки следует выделять не менее одного защитного ряда. В опытах с зелеными операциями, со сроками и способами укрытия и в других исследованиях, где не наблюдается заметного взаимного влияния вариантов, можно обходиться без боковых защитных рядов. Во всех опытах в концевые защитки надо выделять не менее двух кустов в ряду.

Опыты на виноградниках закладывают в основном теми же методами, что и опыты с другими культурами.

Учет урожая проводят взвешиванием гроздей винограда, собранных со всех учетных кустов делянки. Перед сбором и учетом урожая опытное насаждение тщательно осматривают и отмечают кусты, которые сильно отклоняются от типичных кустов данного варианта по причинам, не связанным с действием изучаемых факторов. Эти растения исключают из учета. Все невыключенные кусты, не давшие в данном году урожай, обязательно входят в число учетных.

Сначала собирают урожай с выключенных и защитных кустов и удаляют его с делянок. Затем в зависимости от принятой методики учета собирают и взвешивают урожай или сразу со всех учетных кустов (поделяночный учет), или отдельно с каждого учетного куста (покустный учет). Урожай с защитных рядов снимают в последнюю очередь.

Урожай с делянки в центнерах с 1 га находят, умножая средний урожай с одного куста на число кустов, размещающихся на 1 га насаждения при схеме посадки, принятой в опыте.

При покустном учете урожая, который проводят обычно в мелкоделяночных опытах и в исследованиях, требующих высокой точности и дифференцированной оценки действия изучаемых факторов на каждый куст, средний урожай с одного куста находят делением суммы урожаев всех учетных кустов на их число.

Определение среднего веса грозди. Этот показатель определяют по варианту в целом. Обычно взвешивают 100 гроздей, взятых при учете урожая без выбора (подряд), но с различных учетных рядов всех повторностей. При покустном учете урожая, который сопровождается подсчетом гроздей на каждом кусте, средний вес грозди определяют делением веса урожая на число гроздей.

Для оценки **качества винограда** определяют механический состав и механические свойства гроздей и ягод, сахаристость и кислотность сока, вычисляют показатель зрелости (отношение количества сахаров к количеству кислот), проводят дегустацию и дают технологическую оценку изучаемым вариантам (сортам), приготовляя вино.

ОПЫТЫ В РАЙОНАХ С ВЕТРОВОЙ ЭРОЗИЕЙ ПОЧВЫ

Ущерб, наносимый народному хозяйству ветровой эрозией, особенно пыльными бурями, неисчислим. Это не только гибель посевов, но и невозместимые потери пахотного слоя, в результате чего плодородные земли могут стать бесплодными и надолго выпасть из сельскохозяйственного оборота.

Разработкой зональных систем противоэрозионных мероприятий занимается большое число научно-исследовательских и учебных учреждений.

Наиболее характерными особенностями основных (базовых) полевых опытов в эрозионноопасных районах являются: 1) стационарность и достаточная (6—8 лет и более) длительность; 2) бо́льшая, чем в обычных полевых опытах, площадь делянок и 3) ориентация делянок вдоль, а направления посева — поперек господствующих ветров.

Стационарные полевые опыты в сочетании с широкими географическими исследованиями и модельными экспериментами с использованием аэродинамических труб и дождевальных установок необходимы для достоверной оценки действия и взаимодействия изучаемых факторов в широком диапазоне климатических условий. Эти опыты являются основой для разработки научных рекомендаций по охране почв от эрозии.

Площадь и форма делянки должны исключать возможность проявления краевых эффектов прилегающих территорий и соседних вариантов и обеспечивать получение неискаженной информации по оценке действия почвозащитных мер на устойчивость почвы и продуктивность растений. В практике опытной работы площадь делянок варьирует в широких пределах от 500—1000 кв. м до 1 га и более; особенно часто стационарные полевые опыты закладывают на делянках 0,25—1 га, а при работе в условиях производства — 0,5—2 га. Однолетние и краткосрочные опыты закладывают на делянках меньшего размера.

Форма делянки квадратная или прямоугольная, с соотношением сторон не более 1 : 4. Ширина делянки не менее 30 м. Планируя расположение опыта на территории, необходимо ориентировать делянки вдоль господствующих ветров и основного уклона. Посев проводят поперек направления господствующих ветров, а обработку почвы — поперек основного уклона. При наличии лесополос делянки ориентируют под прямым углом к ним или располагают учетные части делянок от лесополосы не ближе ее 20-кратной высоты.

Однофакторные опыты, требующие статистической оценки данных, необходимо закладывать не менее чем в 4-кратной, а на комплексных почвах в 5—6-кратной повторности с рендомизированным размещением вариантов. Для предварительных, разведочных и массовых опытов в условиях производства допустима 2—3-кратная повторность.

На выровненных по рельефу участках и на полях с односторонним склоном, совпадающим с направлением господствующих ветров, однофакторные и двух-трехфакторные опыты с небольшим (до 10) числом вариантов следует закладывать методом рендомизированных повторений (блоков). Повторения могут размещаться на опытном участке компактно или разбросанно. Более сложные многофакторные опыты закладывают методом смешивания или методом расщепленных делянок с рендомизированным размещением вариантов при 3—4-кратной повторности.

Чтобы сэлиминировать двустороннее действие неконтролируемых в опыте факторов, например, на участках с двусторонним склоном или полях, где направление склона и господствующих ветров не совпадают, опыты необходимо закладывать латинским квадратом или латинским прямоугольником. Латинский квадрат 4×4, 5×5 и 6×6 целесообразно применять для размещения опытов с числом вариантов 4—6, а латинский прямоугольник 4×4×2, 4×4×3 и 4×4×4 для опытов, включающих 8—16 вариантов. Делянки, близкие по форме к квадрату, необходимо ориентировать вдоль направления господствующих ветров.

Учет урожая должен проводиться со всей учетной делянки сплошным методом. В точных стационарных полевых опытах недопустим выборочный учет урожая методом учетных площадок, метровок или контрольных полос.

Планируя объем стационарного эксперимента, необходимо всегда иметь в виду, что все агротехнические работы на опытном участке должны быть выполнены в оптимальные и сжатые (в 1—2 дня) сроки. Это требует тщательной и дифференцированной для каждого опыта проработки вопроса о площади делянки. Очевидно, что делянка должна быть не большой, а оптимальной для данных условий, позволяющей правильно оценить эффективность изучаемых мероприятий. Необоснованное увеличение площади делянки сверх оптимальной ведет к сильному увеличению общей площади под опытом и ухудшает сравнимость изучаемых вариантов. Большая площадь опыта часто является основной причиной затягивания агротехнических работ на сопоставимых вариантах и неоднократного нарушения важнейшего требования научного эксперимента — принципа единственного различия.

Полевые опыты на полях, защищенных лесными полосами. Особенностью экологических условий межполосного пространства является их территориальная неоднородность, зональность вследствие действия лесных полос на ослабление скорости ветров. Всесоюзный агролесомелиоративный институт (В. В. Захаров, 1970) предлагает выделять такие зоны внутри продольных (основных) полос, расположенных поперек господствующих ветров (рис. 34):

1. Заветренная зона протяженностью, равной 10-кратной высоте лесной полосы (10 H), расположенная с заветренной относительно господствующих метелевых ветров стороны лесных полос и занимающая пространство от опушки до окончания снежного шлейфа.

2. Центральная зона протяженностью, равной 10—15-кратной высоте лесной полосы;

3. Наветренная зона протяженностью, не превышающей 5-кратную высоту лесной полосы;

4. Контрольная зона, которую выделяют только на полях, где расстояние между продольными лесными полосами превышает дальность их действия (30—35 H). Эту зону условно принимают за «контроль», который в экологическом отношении близок к участку, не защищенному лесными полосами. «Контрольная зона» занимает пространство между центральной и наветренной зонами.

На полях, где расстояние между основными лесополосами не превышает рекомендуемое для данных условий (на выщелоченных, тучных, обыкновенных и предкавказских черноземах 500—600 м, а на южных развеваемых предкавказских черноземах и каштановых почвах 350—400), «контрольную зону» не выделяют.

С зональностью межполосного пространства хорошо коррелируют основные элементы микроклимата (скорость ветра, влажность и температура воздуха и почвы, режим питания и др.), и надо так спла

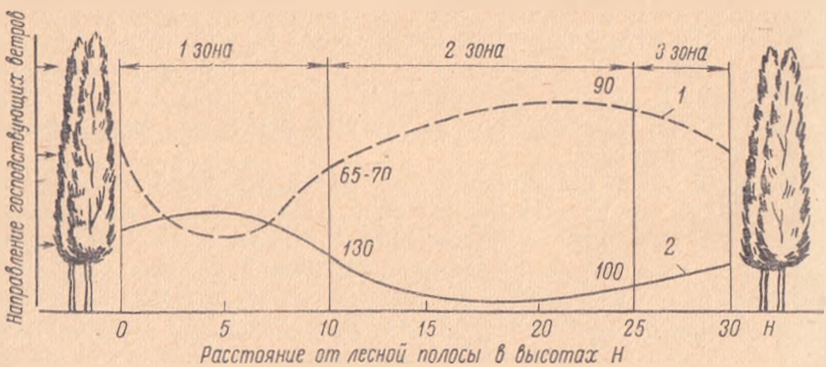

Рис. 34. Дифференциация межполосного пространства на зоны:

1 — скорость ветра (в % от скорости в открытом поле); 2 — снегоотложение (по В. В. Захарову).

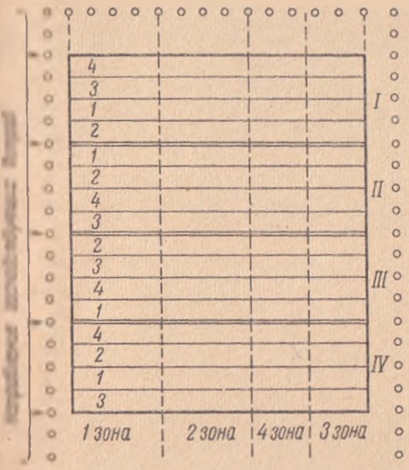

Рис. 35. Схема расположения четырех вариантов в четырех рендомизированных повторениях на делянках, расщепленных для учета эффекта изучаемых мероприятий по зонам.

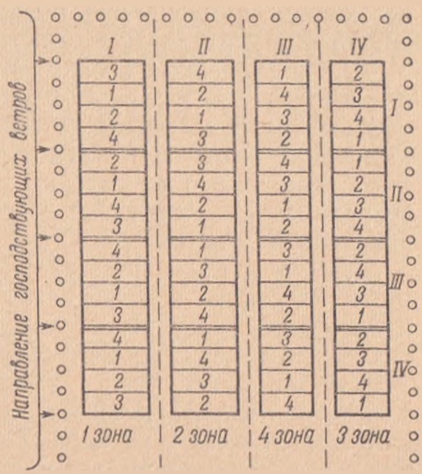

Рис. 36. Схема расположения четырех вариантов опыта в четырех зонах межполосного пространства по типу латинского квадрата 4 × 4.

нировать полевой эксперимент, чтобы он позволил оценить эффективность изучаемых приемов в пределах каждой зоны. Поэтому, кроме ориентации делянок вдоль направления господствующих ветров, характерной особенностью методики полевых опытов на полях, защищенных лесными полосами, является обязательный дифференцированный учет урожая по каждой зоне.

Площадь и форму делянок устанавливают, исходя из общих методических требований (обычно в пределах 200—500 кв. м. и больше), учитывая особенности территориального варьирования плодородия почвы опытного участка, цели и технические условия проведения эксперимента. В опытах, требующих точных сравнений и статистической оценки, варианты должны размещаться рендомизированно в 4—6-кратной повторности.

В техническом отношении удобно размещать опыты в один ярус методом рендомизированных повторений (блоков). Для учета эффективности изучаемых приемов по зонам каждую делянку, охватывающую все зоны межполосного пространства, делят на 3—4 одинаковые по площади субделянки. Число субделянок устанавливают равным количеству зон, которое целесообразно выделить на данном поле. Все наблюдения и учеты проводят отдельно по каждой зоне. Для элиминирования действия на изучаемые варианты поперечных лесных полос необходимо размещать опытные делянки не ближе 20—30 H от них (рис. 35).

В связи с тем, что физическая спелость почвы и созревание зерновых культур по зонам может наступить неодновременно, то агротехнические работы и уборку урожая необходимо проводить в оптимальные сроки дифференцированно по каждой зоне. Поэтому, планируя опыт, необходимо предусмотреть выделение между зонами защитных полос шириной не менее 8—10 м для разворота сельскохозяйственных машин.

Для углубленных исследований по оценке действия и взаимодействия изучаемых факторов в зависимости от неоднородности условий межполосного пространства опыт можно расположить по принципу латинского квадрата и прямоугольника с ортогональным расположением вариантов и повторений в нескольких направлениях. Одна из возможных и сравнительно простых схем такого расположения опыта показана на рисунке 36.

Здесь в каждой зоне заложен опыт (четыре варианта в 4 повторениях). Варианты в повторениях всех зон размещены методом рендомизированного латинского квадрата 4×4. Для каждого латинского квадрата сделана самостоятельная рендомизация. Такое расположение опытов позволяет учесть варьирование результативного признака по четырем направлениям (рядам, столбцам и двум диагоналям) и оценить эффективность изучаемых факторов в зависимости от пространственного размещения варианта на опытном участке. Площадь учетных делянок устанавливают одинаковыми для всех зон, ориентируясь на размер делянок в зоне с минимальной протяженностью.

ОПЫТЫ НА СЕНОКОСАХ И ПАСТБИЩАХ

Крупные изменения в методологических основах планирования эксперимента и математической обработке его данных пока еще мало затронули практику опытной работы на сенокосах и пастбищах. Здесь преобладают систематические методы постановки полевых опытов. Между тем исследования луговодов убеждают, что территориальная изменчивость урожайности и ботанического состава на лугах и пастбищах имеет четко выраженный закономерный характер. Сильная закономерная вариабельность травостоя на территории и во времени обусловлена здесь как природными факторами (неоднородностью почвенного покрова, рельефом и др.), так и причинами технического порядка (неравномерностью сенокошения или стравливания и др.). Понятно, что в этих сложных условиях для преодоления возможного одностороннего действия неизучаемых факторов на результативный признак необходимо использовать рендомизированное размещение вариантов по делянкам каждого повторения.

При постановке опытов на сенокосах и пастбищах часто рекомендуют использовать так называемый «парный метод», сводя его к делению опытной и контрольной делянок на 4—8 парных парцелл. Таким путем опыты, поставленные без повторности, искусственно превращают в эксперименты с 4—8-кратной повторностью. Совершенно очевидно, что деление делянок на учетные парцеллы и создание ложной повторности не имеют ничего общего с фактической пространственной повторностью и правильным применением математической статистики в опытном деле.

Общие требования к планированию и методике полевого опыта на сенокосах и пастбищах принципиально не отличаются от требований, изложенных применительно к полевым культурам. Однако необходимо хорошо знать и на всех этапах исследовательской работы учитывать специфику луговых трав, особенно разное долголетие растений многовидовых сообществ, и особенности методики эксперимента на пастбищах с имитацией пастьбы и с выпасом подопытных животных.

При закладке опытов на сенокосах и пастбищах особенно важно правильно выбрать участок, типичный для данной зоны и однородный по истории, почвенному покрову и растительности. Чтобы установить степень однородности участка, наиболее правильно определить размер, форму и систему расположения делянок, необходимо оценить исходное состояние травостоя участка детальным геоботаническим картированием, дробным учетом урожая и учетом ботанического состава. Знание ботанического состава и исходного состояния травостоя позволяет в дальнейшем правильно оценить действие агротехнических мероприятий, проведенных во время опыта.

Картирование и последующий дробный учет урожая целесообразно проводить небольшими площадками размером 10—20 кв. м. Границы площадок выделяют весной и по углам их забивают колышки. Перед скашиванием на каждой площадке отмечают преобладающие растения, высоту их, полноту травостоя и т. д. После скашивания траву взвешивают отдельно на каждой площадке. Для определения усушки одновременно со взвешиванием берут одну пробу весом 1 кг с 5—10 площадок. Если учетные площадки сильно различаются по составу травостоя, то пробы на усушку берут с каждой площадки отдельно.

После определения урожая сухой массы (сена) полученные данные наносят различной штриховкой на план участка. План дает хорошее представление об однородности сенокоса или пастбища и позволяет выделить подходящие для закладки опытов участки и забраковать места, резко отклоняющиеся по урожайности и составу травостоя. Соответствующей комбинацией учетных площадок и последующей статистической разработкой данных дробного учета вычисляют необходимую повторность при различной величине, форме и системе расположения делянок.

Для разработки методики будущего опыта целесообразно использовать метод наложения условных опытов на данные дробного учета, а для статистического выравнивания неконтролируемых условий эксперимента применять ковариационный анализ (см. стр. 290).

Если дробный учет урожая сенокосов и пастбищ, выделенных для закладки опытов, не проводится, то необходимы более детальное почвенное обследование, геоботаническое картирование и глазомерная оценка исходного состояния травостоя. Учет исходного состояния травостоя за один-два года до закладки опытов является важным условием правильной организации опытной работы с многолетними растениями.

Опыты на сенокосах и пастбищах сопровождаются наблюдениями за растениями и факторами внешней среды. Объем наблюдений определяется задачами и характером экспериментальной работы, а также имеющимися возможностями. Важно фиксировать фазы развития растений, вести наблюдения за метеорологическими условиями, динамикой влажности почвы, ботаническим составом, учитывать динамику запаса кормовой массы, поедаемость растений животными и др.

Опыты на сенокосах. Размеры учетных делянок в опытах на сенокосах определяются целями и задачами исследования, однородностью и площадью опытного участка, применяемой техникой и др. Практика показывает, что в большинстве случаев хорошие результаты получаются при работе на делянках с учетной площадью 50—100 кв. м при 4—6-кратной повторности. В ряде случаев учетную площадь можно уменьшить до 20—25 кв. м при не менее чем 6-кратной повторности. Дальнейшее уменьшение площади делянок, например до 10 кв. м, возможно на участках с выравненным по составу травостоем. Если травостой недостаточно выравнен, то при небольшой площади делянки состав урожая на ней будет сильно отличаться от среднего состава растительного покрова на всем опытном участке. Нецелесообразно также выделять чрезмерно большие делянки, так как в этом случае очень трудно, а часто просто невозможно выбрать достаточно большой и однородный опытный участок.

Планируя закладку опытов на сенокосах с применением машин (сеялок, косилок, фрезы и др.), необходимо, чтобы ширина делянок была кратной ширине их захвата, а площадь позволяла нормально проводить все работы. В этом случае размер делянки может достигать 300—500 кв. м и более. Что касается методов расположения полевых опытов, то здесь нет каких-либо специфических особенностей, и, планируя эксперимент, необходимо основываться на общих принципиальных положениях методики, изложенных ранее. Опыты, требующие точной статистической оценки, необходимо закладывать методами, основанными на принципе рендомизации.

Урожай в опытах на сенокосах учитывают сплошным методом. Траву скашивают косой или косилкой (удобны малогабаритные фронтальные мотокосилки) на высоте 6—7 см и, если позволяют условия, высушивают на делянках. Сено с каждой делянки взвешивают; для ботанического анализа с разных мест набирают среднюю пробу весом около 0,5 кг. В районах с неустойчивой погодой траву взвешивают сразу же после скашивания, а для определения урожая сена и ботанического анализа одновременно со взвешиванием с каждой делянки отбирают среднюю пробу (сноп) весом 1—2 кг. Зная вес травы при учете, по средней сырой и воздушносухой пробы вычисляют урожай сена с делянки в пересчете на 1 га.

Урожай воздушносухого сена вычисляют по формуле (в ц с 1 га):

$$y = \frac{AD \times 100}{BC},$$

где A — вес скошенной травы (в кг);
B — вес пробного снопа с делянки (в кг);
C — площадь делянки (в кв. м);
D — вес пробного снопа после высушивания (в кг).

Например, получено 250 кг травы (A) с делянки площадью 200 кв. м (C). Пробный сноп травы с этой делянки весом 1,2 кг (B) после высушивания весил 0,435 кг (D).

Тогда урожай сена с 1 га будет $\frac{250 \times 0,435 \times 100}{1,2 \times 200} = 45,3$ ц.

Для пересчета урожая сена на 16%-ную стандартную влажность (по ГОСТ 4808—49 сено приводят к 15—17%-ной влажности) пользуются формулой:

$$X = \frac{У(100 - B)}{100 - 16},$$

где X — урожай сена при 16%-ной влажности;

$У$ — урожай сена без поправки на влажность;

B — влажность сена при взвешивании.

Опыты на пастбищах. В зависимости от характера изучаемого вопроса и имеющихся возможностей применяют следующие методы постановки опытов на пастбищах: 1) внутризагонное размещение всей схемы опыта; 2) каждая делянка опыта — отдельный загон и 3) каждый вариант опыта — отдельное пастбище.

Внутризагонное размещение всей схемы опыта. Однофакторные и многофакторные опыты закладывают в пределах одного загона опытного или производственного пастбища, используя рендомизированные методы размещения вариантов по делянкам. Повторность, площадь делянок и метод размещения опыта на территории устанавливают в зависимости от темы исследования, технических возможностей и характера территориальной изменчивости опытного участка. Наиболее часто опыты закладывают методом рендомизированных повторений (блоков) на прямоугольных делянках 50—100 кв. м при 4—6-кратной повторности.

Используются две модификации внутризагонного размещения всей схемы опыта: 1) без выпаса скота (имитация пастьбы, т. е. периодическое скашивание при наступлении так называемой пастбищной спелости) и 2) с выпасом скота одновременно по всему загону, т. е. всем вариантам схемы, ориентируясь на пастбищную спелость травостоя в варианте со средним уровнем урожайности (принцип среднего загонного варианта).

Опыты с имитацией выпаса скота, представляющие собой первый этап исследования на пастбище, включают обычно большое число вариантов. Это дает возможность отобрать из них наиболее перспективные для дальнейшего изучения в условиях пастбищного использования и зоотехнического метода оценки продуктивности пастбища. Урожай в опытах без выпаса скота учитывают сплошным методом со всей делянки по мере наступления пастбищной спелости травы на каждом варианте. Общий валовой урожай определяют как сумму урожаев за все укосы, имитирующие циклы стравливания. На природных и сеяных пастбищах с хорошим ботаническим составом фактически используемый животными урожай составляет 80—90% от валового, а на плохих пастбищах — 40—50%.

Хотя результаты опытов без выпаса скота не соответствуют пока-зателям продуктивности пастбища при выпасе, их успешно используют для сравнительной оценки изучаемых вариантов, особенно на первых этапах исследования.

В опытах с выпасом скота урожай трав учитывают укосным методом. Сущность этого метода состоит в том, что перед каждым очередным стравливанием определяют количество травы основного запаса или отавы. Для этого на каждой делянке скашивают косой или малогабаритной мотокосилкой одну-две полосы (трансекты) общей площадью 10—20 кв. м или 4—8 учетных площадок размером не менее 2,5 кв. м (1×2,5 м) каждая. Скошенную массу тотчас взвешивают и отбирают из нее среднюю пробу в 1 кг для определения выхода сухой массы, ботанического и химического анализа. После стравливания учитывают остатки травы в загоне, скашивая ее на таком же или большем количестве учетных полос (площадок), что и перед выпасом, но в других местах. В мелкоделяночных опытах остатки скашивают и взвешивают со всей делянки. Определение остатков травы после стравливания дает возможность установить полноту (%) использования травостоя, рассчитать фактический рацион животных — количество травы, съеденной ими за время выпаса на каждом варианте, а по данным ботанического анализа проб, взятых до и после выпаса, охарактеризовать поедаемость отдельных групп и видов растений.

При повторных учетах урожая полосы или площадки каждый раз размещают на новых смежных частях делянки (без выбора «типичных» травостоев). Урожай пастбища выражают в центнерах воздушносухой массы с 1 га или в количестве кормовых единиц, переваримого белка, протеина, используя переводные показатели.

Срок стравливания на загоне, включающем весь опыт, определяют по состоянию травостоя на большинстве вариантов, используя принцип среднего варианта (загона), т. е. ориентируясь на пастбищную спелость в варианте со средним уровнем урожая.

Основной недостаток метода — одновременное для всех вариантов стравливание, может неблагоприятно отразиться на травостое некоторых вариантов, особенно в многолетних и многофакторных опытах. Поэтому когда схема опыта включает варианты, резко отличающиеся по продуктивности (быстро и медленно отрастающие травы, большой диапазон доз удобрений, разная влагообеспеченность и др.), то его целесообразно разбить на части (неполные блоки), объединив варианты в блоки по принципу их близкой урожайности. Удобнее планировать опыт так, чтобы в каждом блоке было одинаковое число вариантов. Блоки с определенным набором вариантов и варианты по делянкам внутри блоков размещают рендомизированно. Каждый неполный блок разделяют переносной электроизгородью (электропастухом). Выпас животных на всех повторениях каждого блока по принципу среднего загона при достижении травостоем пастбищной спелости, на варианте со средним уровнем урожайности.

Схема размещения 12 вариантов опыта в двух неполных блоках (*A* и *B*) показана на рисунке 37. Если все блоки *A* размещают без реразмещении одной полосой вверху, а блоки B внизу опытного участка, то статистическая обработка данных всего опыта и точные межблоковые сравнения вариантов становятся неправомерными. В этом случае обе полосы представляют собой два самостоятельных опыта и статистически обоснованные сравнения можно проводить только внутри неполных блоков. Отмеченное обстоятельство часто не учитывают при планировании однофакторных и особенно многофакторных опытов, и в результате удобный в техническом отношении эксперимент не может дать достоверной информации по изучаемым вопросам.

Каждая делянка опыта — отдельный загон. Используются две модификации данного метода: 1) животные в опыте используются лишь как фактор выпаса, и продуктивность пастбища учитывают только укосным методом; 2) животные используются для элементарной зоотехнической оценки продуктивности пастбища и параллельно осуществляется учет урожайности укосным методом. В схемы опытов с выпасом животных ввиду усложнения эксперимента включают, как правило, небольшое число вариантов (3—6), эффективность которых выявлена в предшествующих опытах с внутризагонным размещением всей схемы.

При использовании первой модификации (животные в опыте — фактор выпаса) площадь делянки-загона должна быть достаточной для пастьбы 2—3 коров или 4—6 голов молодняка крупного рогатого скота. Обычно применяют прямоугольные делянки площадью 200—400 кв. м при 4—6- кратной повторности. Повторения и делянки внутри повторений размещают в один или несколько рядов (ярусов). В опытах, требующих точных сравнений и статистической оценки, варианты

Рис. 37. Схема расположения 12 вариантов опыта (*1, 2, 3 ... 12*) с выпасом животных в четырех повторениях (*I, II, III, IV*), разбитых на два рандомизированных блока (*A* и *B*). Пунктиром показана электроизгородь.

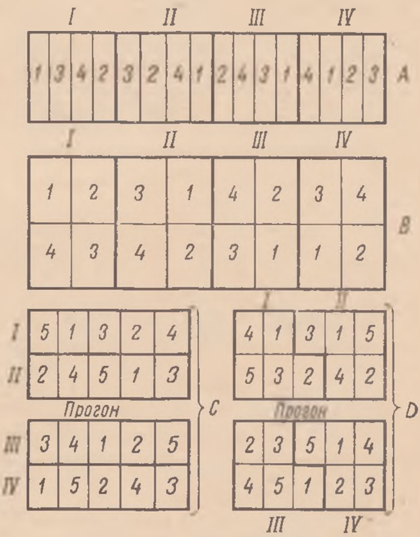

Рис. 38. Схема расположения повторений (*I, II, III, IV*), делянок и вариантов (*1, 2, 3, 4, 5*) в опытах с выпасом скота по принципу делянка — загон:

A — повторения и делянки в один ярус; *B* — повторения в один, делянки в два яруса; *C* — повторения в два, делянки в один ярус; *D* — повторения и делянки в два яруса.

необходимо размещать рендомизированно. Использование метода рендомизированных повторений (полных блоков) в опытах с выпасом животных позволяет уверенно применять дисперсионный анализ для математической обработки данных. Схема размещения опытов с выпасом животных по принципу делянка — отдельный загон дана на рисунке 39.

Выпасают животных одновременно на всех делянках данного варианта в период пастбищной спелости травостоя по принципу среднего загона-повторности. В промежутках между стравливаниями опытные группы животных (число групп устанавливается равным числу вариантов) пасутся в общем стаде. Дифференцированное по вариантам опыта стравливание обеспечивает получение более правильных данных о продуктивности пастбища в сравнении с выпасом скота одновременно по всем вариантам (по принципу среднего для всей схемы варианта загона) при внутризагонном размещении всей схемы. Урожай, как уже отмечалось, учитывается укосным методом (см. стр. 126).

Если предусматривается элементарная зоотехническая оценка продуктивности пастбища, т. е. планируется использовать вторую модификацию метода делянка-загон, то площадь делянки увеличивают до 0,3—0,5 га, число вариантов и повторностей сокращают до 3—4, количество коров в опытной группе увеличивают до 8—12. Количество опытных групп животных должно быть равно числу изучаемых вариантов. Опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, необходимо закладывать методом рендомизированных повторений по схемам, представленным на рисунке 38.

Перед каждым стравливанием продуктивность пастбища учитывается укосным методом (см. стр. 126). На каждой делянке в разных ее частях скашивают (без выбора «типичных» мест) и учитывают траву не менее чем на 4 полосах (трансектах) общей площадью 80—100 кв. м. После стравливания таким же методом учитывают остатки травы.

Стравливание травы ведут последовательно по повторениям каждого варианта, учитывают количествоorово-дней пастьбы, количество и жирность молока. По этим данным и дают элементарную зоотехническую оценку вариантам опыта.

Каждый вариант опыта — отдельное пастбище (метод развернутой загонной системы). Для каждого варианта опыта выделяют отдельное пастбище площадью не менее 3 га при орошении и 6—7 га без него (из расчета на одну корову не менее 0,3 и 0,6—0,7 га соответственно) и формируют постоянную группу животных (8—12 коров). Например, для трехвариантного опыта требуется три отдельных пастбища и три группы животных.

Достоинство этого способа заключается в том, что опыт проводится в условиях полного выпаса, и для учета продуктивности пастбища могут быть использованы два метода — зоотехнический и укосный. Основной недостаток метода — сложность и большая стоимость исследования, а поэтому его целесообразно использовать для изучения наиболее важных вопросов (нагрузка на пастбища, сроки пастьбы, число загонов и др.) и ограничиваться включением в опыт не более 3—4 вариантов.

Работы по организации опыта методом вариант — отдельное пастбище ведут в таком порядке. На основании суточной потребности в корме подопытных животных и предполагаемой урожайности определяют площадь каждого варианта-пастбища. Кроме того, при всяком опыте на пастбище надо иметь резервные участки, на которые перегоняют животных, если на опытном пастбище в течение некоторого времени нельзя пасти скот. В соответствии с запланированной схемой опыта и площадью каждого пастбища выделяют опытный участок квадратной или прямоугольной формы и разбивают его на блоки-загоны. В лесной зоне выделяют обычно 12—16, а в степной, полупустынной и пустынной зонах 3—6 загонов. Каждый блок-загон делят на элементарные делянки-пастбища с соотношением сторон 1 : 2 или 1 : 3, которые огораживают постоянной изгородью. Варианты по делянкам-пастбищам размещают внутри каждого блока рендомизированно (рис. 39).

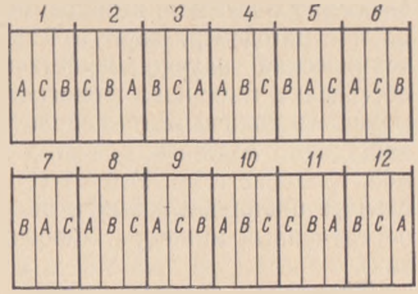

Рис. 39. Схема расположения трех вариантов — пастбищ (*A*, *B*, *C*) в 12 загонах (*1*, *2*, *3* ... *12*) методом рендомизированных блоков.

Продуктивность пастбища при проведении опытов методом развернутой загонной системы учитывают двумя методами — укосным (см. стр. 126) и зоотехническим.

Для учета урожайности (продуктивности) пастбища зоотехническим методом необходимо определить количество кормовых единиц, которые получают с 1 га пастбища за время выпаса в виде животноводческой (молока, мяса, прироста живого веса, шерсти и др.) и дополнительной продукции (сена, травы). Чтобы получить материалы, необходимые для расчета продуктивности пастбища, надо систематически вести дневник по учету производства молока, журнал живого веса животных, иметь точные сведения о подкормке животных и о дополнительной продукции, полученной с пастбищ в виде сена или травы. Используя эти документы и нормативы по расходу кормовых единиц на единицу продукции (на 1 кг молока, 1 кг привеса и т. д.), определяют продуктивность пастбища в килограммах кормовых единиц с 1 га.

Продуктивность пастбища, выраженная в кормовых единицах с 1 га, есть основной итоговый показатель, который позволяет сравнить изучаемые варианты с контролем и между собой. Для оценки результатов опыта необходимо также воспользоваться сравнением данных по живому весу, молочной продуктивности и другим показателям в опытных группах животных. Для статистической оценки результатов опыта с пастьбой скота, особенно при работе с группами животных, подобранных по принципу аналогов, необходимо использовать дисперсионный анализ.

Подбор животных для опытов. При постановке опытов на пастбищах большое значение имеет подбор групп однородных животных.

Особенно тщательно необходимо подбирать животных при проведении опытов методом развернутой загонной системы. Это по существу зоотехнический научно-хозяйственный опыт, который проводится в обстановке типичного животноводческого производства. Он дает возможность количественно оценить действие изучаемых факторов на хозяйственно полезные качества животного — продуктивность, поведение, здоровье и др. Эти качества очень вариабельны, поэтому чтобы сделать правильный вывод по результатам опыта, необходимо иметь определенный минимум животных в сравниваемых группах (вариантах).

Животные в сравниваемых группах должны быть одного пола и породы, с одинаковым предыдущим уходом и содержанием. Число подопытных животных в группе зависит от степени колебаний основных признаков (продуктивности, живого веса и др.) и от возможностей исследователя. Чем больше сходство отобранных для опыта животных, тем меньше их можно включить в группу. Как минимум в группе должно быть не менее 8 взрослых молочных коров среднего возраста (3—8 отелов); молодняка крупного рогатого скота — 15 голов.

Для подбора животных в группы используют метод аналогов. Сущность его заключается в том, что в стаде отбирают сходных, аналогичных животных по числу групп и распределяют их по одному в каждую группу под одним и тем же порядковым номером. Например, если планируется использовать для опыта три группы животных, то отбирают по три особи, аналогичные по возрасту, живому весу, продуктивности и другим признакам, и по одной из них (путем рендомизации) размещают в каждую группу под порядковыми номерами: 1—1—1, 2—2—2, 3—3—3, 4—4—4 и т. д.

Между аналогами допускается разница в 8—10% в живом весе, удоях, шерстности и до 5% в возрасте. Различия между животными по указанным признакам в пределах группы допускаются в 2—3 раза больше, чем между аналогами.

Перед началом опыта по методу развернутой загонной системы необходим так называемый уравнительный период, когда все группы скота содержатся при одинаковом типе кормления. Продолжительность уравнительного периода должна быть не менее 20—30 дней, из которых последние 6—10 дней — учетные. Этот период необходим для выяснения аналогичности животных по группам и внесения соответствующих корректив в подбор особей. Если будет обнаружено недопустимое расхождение животных по основным признакам в аналогах, то особь с сильно отклоняющимся признаком удаляют из группы и заменяют другой, более подходящей.

Учет качества сена и подножного корма. Чтобы дать правильную оценку изучаемых в опытах на сенокосах и пастбищах вариантов, необходимо в программу исследований включать учет качества кормов. Кратко рассмотрим наиболее распространенные агрономические и зоотехнические методы оценки качества сена и подножного корма.

Оценка продуктивности сенокосов и пастбищ в кормовых единицах (и других показателях). На основе данных учета урожайности и группового ботанического состава кормов (весовой анализ) качество сена по ГОСТ—4808—49 подразделяют на десять типов.

I. Злаково-бобовое и бобовое сено (сеяных бобовых трав не менее 40% по весу и листьев не менее 60%).

II. Злаковое сено (сеяных злаков не менее 60%).

III. Луговое крупнотравное (злаков и бобовых не менее 40% или злаков не менее 50%).

IV. Луговое мелкотравное (злаков и бобовых не менее 40% или злаков не менее 50%).

V. Суходольно-луговое мелкотравное (злаков не менее 40%).

VI. Влажно-луговое крупнотравное (злаков не менее 40%).

VII. Степное крупнотравное (злаков или злаков с бобовыми не менее 50%).

VIII. Степное мелкотравное (злаков или злаков с мелкими осоками не менее 50%).

IX. Солончаково-луговое крупнотравное (злаков и бобовых не менее 40%).

X. Солончаково-луговое мелкотравное (злаков или злаков с бобовыми не менее 40%).

Вредных и ядовитых растений в сене не должно содержаться свыше 1% по весу.

При групповом ботаническом анализе травы подразделяют на пять групп: 1) злаковые, 2) бобовые, 3) прочие съедобные, 4) несъедобные, 5) ядовитые и вредные. При видовом ботаническом анализе пробный сноп травы или сена разбирают на отдельные виды растений, а при полувидовом анализе разбирают по видам злаки и бобовые; осоки и разнотравье выделяют в группы. Результаты записывают в ведомость ботанического анализа по следующей форме:

Ботанический состав урожая

	Ботанические группы или вид растений	Сухой вес по повторностям (в г)				Содержание компонентов (в %)					Среднее содержание компонентов (в %)
		I	II	III	IV	I	II	III	IV	сумма	
	Первый укос (или первый цикл стравливания)										
	Злаковые	110	114	126	116	50,0	54,3	57,8	54,5	216,6	54,2
	Бобовые	70	62	64	51	31,8	29,5	29,4	23,9	114,6	28,7
I	Прочие съедобные	35	30	26	40	15,9	14,3	11,9	18,8	60,9	15,2
	Несъедобные	5	3	2	4	2,3	1,4	0,9	1,9	6,5	1,6
	Ядовитые	0	1	0	2	0	0,5	0	0,9	1,4	0,3
	Итого	220	210	218	213	100	100	100	100	400,0	100

Групповой, видовой или полувидовой ботанический анализ позволяет определить тип сена и урожайность компонентов, травостоя по вариантам опыта. После обработки данных результатов анализа по всем укосам или циклам стравливания подсчитывают урожайность каждого компонента за сезон и по кормовым таблицам рассчитывают питательность урожая в кормовых единицах или других показателях.

Учет поедаемости растений животными на пастбище. Оценка проводится по двойной шестибалльной шкале: цифровая шкала от 0 до 5 используется для общей качественной оценки, а буквенная — для детализации учета поедаемости растения и его частей. Кроме того, выделяют «нажировочные» (*Н*), ядовитые (*Я*) и «вредные» (*В*) растения.

Шкала учета поедаемости растений

Обозначение и краткая характеристика поедаемости	
Цифровая шкала	Буквенная шкала
0 — растение не поедается	Р — поедается все растение (без корней)
1 — поедается плохо или только изредка	С — поедаются стебли
2 — поедается лишь после использования лучше поедаемых растений	Л — поедаются листья
3 — растения поедаются всегда, но менее охотно, чем другие	Ц — поедаются цветы
4 — растения поедаются всегда, но без выбора из травостоя	П — поедаются плоды
5 — растения поедаются отлично, всегда в первую очередь	К — поедаются корни, корневища, клубни

Наблюдения за поедаемостью необходимо планировать в зависимости от фаз основных компонентов травостоя, цикла стравливания и сезона.

Наблюдения ведут в течение дня (утром, до и после дневного отдыха и вечером) за несколькими животными. Данные наблюдений записывают по следующей форме.

Учет поедаемости растений на пастбищах колхоза (совхоза) . . . .
. . . . в 197 . . . г.

Тип пастбища . . . .

Травостой . . . .

Вид, возрастная группа и количество животных в опытной группе . . . .
. . . .

Число, месяц и цикл стравливания	Растение и фаза вегетации	Время наблюдения	Оценка поедаемости	Примечание (указать погодные условия при выпасе и др.)
10 июня первый цикл стравливания	Овсяница луговая в начале колошения	Утром	5 Р	
		До дневного отдыха	5 Л 4 С	
		После дневного отдыха	5 Р	
		Вечером	4 Р	

Если требуется определить поедаемость травы из скошенной зеленой массы, то организуют специальные наблюдения не менее чем за тремя животными продолжительностью не менее пяти дней.

Учет переваримости и питательности подножного корма методом скашивания контрольных полос и выпаса животных. Суть учета заключается в определении урожайности пастбищной травы укосным методом на половине участка и установлении продуктивности пастбища зоотехническим методом путем выпаса однородной группы животных на другой половине участка. Общая продолжительность исследований 16—18 дней, из них 10—12 предварительный период и 6 дней — учетный.

Работы проводят совместно с зоотехником в такой последовательности.

1. Подбирают однородные по возрасту, живому весу и продуктивности группы животных из 4—5 голов (коров первых месяцев лактации, телят, овец).

2. Пастбищные загоны в продольном направлении разбивают на полосы шириной 6 м, разграничивая их защитками шириной 2—3 м. Траву на защитках заблаговременно выкашивают и убирают.

3. На одних полосах выпасают животных на привязи длиной 3 м, прикрепляя ее к приколу. После выпаса ежедневно в течение учетного периода вечером скашивают и взвешивают остатки травы и определяют площадь участка, стравленного каждым животным. На смежной (контрольной) полосе вечером этого же дня скашивают и взвешивают траву с площади, равной площади стравленной группой животных за день. По разности между общим запасом травы и остатками определяют количество травы, съеденной каждым животным, принимая условно, что урожаи на смежных полосах были равновеликими.

4. В течение шести дней организуют сбор и учет кала подопытных животных и отбор проб травы с участков, где их выпасают. В собранных средних пробах кала и травы определяют основные питательные вещества (протеин, белок, клетчатку, жир, золу) по общепринятым методикам.

На основе полученных данных вычисляют урожай травы на пастбище, коэффициент переваримости и общую питательную ценность травы в кормовых единицах. Коэффициент переваримости (в %) рассчитывают по формуле:

$$П=\frac{(A-B)}{A}100,$$

где A — количество питательного вещества, потребленное с кормом;

B — количество питательного вещества, выделенного с калом.

Подробно техника расчета питательности подножного корма изложена в специальных руководствах *.

---

* А. П. Дмитроченко. «Руководство к практическим занятиям по кормлению сельскохозяйственных животных», Сельхозиздат, М., 1963.

Методика опытов на сенокосах и пастбищах. Часть первая. М. Всесоюзный НИИ кормов, 1971.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

§ 1. ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. СОВОКУПНОСТЬ И ВЫБОРКА

Математическая статистика — это один из разделов математики. Она позволяет делать умозаключения о всей (генеральной) совокупности на основе наблюдений над выборочной совокупностью, или выборкой. Все статистические методы основаны на теории вероятностей — науке, изучающей общие закономерности в массовых случайных явлениях различной природы, и применяются везде, где приходится иметь дело с планированием экспериментов и обследований, с оценкой параметров и проверкой гипотез, с принятием решений при изучении сложных систем. Слово «случайный» употребляется здесь для обозначения явления, исход которого в настоящий момент нельзя точно предсказать. Так, результаты опытов всегда подвергаются тем или иным посторонним влияниям, помимо изучаемых. В результате любой опыт содержит некоторый элемент случайности, который измеряется величиной экспериментальной ошибки.

Фундаментальное значение для разработки современных статистических методов научного планирования эксперимента и обработки результатов исследований имели труды К. Пирсона, В. И. Романовского, Р. А. Фишера, А. Н. Колмогорова и др. В настоящее время без статистических методов невозможно правильно спланировать эксперимент и дать научную оценку результатам исследований.

Знание современных методов статистической обработки необходимо не только для количественной характеристики наблюдений и полученных в опыте данных, когда уже нельзя ничего исправить, но и на всех этапах эксперимента — от планирования до интерпретации окончательных результатов. Отсутствием статистически обоснованных исследований можно объяснить в большинстве случаев периодическое появление «модных» агротехнических приемов, препаратов и способов быстрого повышения урожайности сельскохозяйственных культур, которые при широком применении не оправдывают возлагавшихся на них надежд.

Нельзя, однако, преувеличивать ценность статистических методов и превращать их использование в самоцель. Сами по себе методы математической статистики, если они не сочетаются с предварительным квалифицированным анализом агрономической сущности изучаемого явления и правильной постановкой опытов, не могут ничего добавить к умению экспериментатора. Никакая статистическая обработка материалов не может заставить плохой опыт дать хорошие результаты. Главная обязанность экспериментатора — постановка добротных, целенаправленных опытов, а математическая статистика помогает агрономическому исследованию в выборе оптимальных условий для проведения опыта, дает объективную, количественную оценку экспериментальным данным.

Всякое массовое, множественное явление, например группа растений на поле или животных на ферме, представляет собой совокупность особей, случаев, фактов, предметов, т. е. некоторых условных единиц, каждая из которых в отдельности строго индивидуальна и отличается от других рядом признаков — высотой, весом, количеством продукции и т. д. Каждый из признаков может иметь у различных особей разную степень выраженности, поэтому говорят, что признак варьирует. Свойство условных единиц — растений, урожаев на параллельных делянках полевого опыта и т. п. — отличаться друг от друга даже в однородных совокупностях называется изменчивостью, или варьированием. Изменчивость — свойство, присущее всем предметам природы: двух совершенно одинаковых предметов не существует, хотя различия между ними и могут быть незаметными для невооруженного глаза.

Варьирующими признаками у растений являются, например, их высота, количество и вес зерен в колосе, содержание протеина, и др. Варьирование возникает вследствие того, что растения одного и того же сорта всегда отличаются своей наследственностью, кроме того, формирование их часто протекает в относительно различных условиях внешней среды. В полевых и вегетационных опытах, даже при самой тщательной работе, урожаи на параллельных делянках или в сосудах всегда получаются разные. Это колебание, изменчивость, вариация — результат влияния различного сочетания внешних условий, не всегда поддающихся учету, и определяемое часто как следствие случайных причин, вызывающих различия в изучаемых признаках. Следовательно, при любом исследовании данные опытов будут всегда варьировать в тех или иных пределах.

Изменчивость, варьирование признаков создают известную трудность в тех случаях, когда требуется дать общую характеристику определенной варьирующей группе (совокупности) растений, животных, почв и т. п. по отдельным признакам или сравнить две такие группы и найти различие между ними. Совершенно очевидно, что не всегда возможно (а практически очень редко) исследовать по тому или другому признаку все особи, всю совокупность. В этих случаях прибегают к изучению части ее, по которой делают общее заключение. Такой метод называется *выборочным* и считается основным при статистическом изучении совокупности.

Таким образом, всю группу объектов, подлежащую изучению, называют *совокупностью* или *генеральной сово*-

купностью, а ту часть объектов, которая попала на проверку, исследование, — выборочной совокупностью или просто выборкой. Число элементов в генеральной совокупности и выборке называют их объемом.

Главная цель выборочного метода — по статистическим показателям малой выборки (средней пробе) возможно точнее охарактеризовать всю совокупность объектов, которая в статистике и называется генеральной совокупностью.

Аналогично поступают и при постановке полевых опытов, когда редко имеют более 6—8 одноименных (повторных) делянок и по их урожаям или другим определениям, т. е. по этой малой выборке из общей площади опытного участка, пытаются получить достоверные выводы относительно всего опытного участка, относительно большего числа возможных результатов. Здесь в скрытом виде имеется практически бесконечная статистическая группа, генеральная совокупность, которая на основании данных малой выборки должна быть охарактеризована возможно более простыми статистическими показателями.

Следовательно, цель выборочного метода научного исследования — при помощи сравнительно ограниченных средств, которые дают возможность изучать единичные явления, установить характерные свойства и законы для бесконечного числа возможных или встречающихся явлений.

В результате наблюдений мы получаем сведения о численной величине изучаемого признака у каждого члена данной выборочной совокупности. Возможные значения варьирующего признака X называют вариантами и обозначают X_1, X_2, ...X_n. Полученный таким образом ряд варьирующих величин можно упорядочить — расположить значения признака (варианты) в порядке их возрастания (или убывания). Такое упорядочение ряда, т. е. расположение вариант в порядке возрастания (или убывания), называется ранжированием его. После ранжирования нетрудно заметить, что каждое значение признака встречается неодинаковое число раз — одни редко, другие часто. Числа, которые характеризуют, сколько раз повторяется каждое значение признака у членов данной совокупности, называются частотами признака и обозначаются f. Сумма всех частот (Σf) равна объему выборки, т. е. числу членов ряда — n. В результате такой обработки первичных наблюдений получаем так называемый вариационный ряд.

Итак, *вариационным рядом называется такой ряд данных, в которых указаны возможные значения варьирующего признака в порядке возрастания или убывания и соответствующие им частоты.*

Различают два типа изменчивости: количественную, которая может быть измерена, и качественную или атрибутивную, которая не поддается измерению.

Под количественной изменчивостью понимают такую, в которой различия между вариантами выражаются количеством, например весом, высотой, урожаем, числом зерен и т. д. Различают квалифицированным анализом агрономической сущности изуча‹ явления и правильной постановкой опытов, не могут ничего доб‹ к умению экспериментатора. Никакая статистическая обра‹ материалов не может заставить плохой опыт дать хорошие резуль‹ Главная обязанность экспериментатора — постановка добротных ленаправленных опытов, а математическая статистика помогает номическому исследованию в выборе оптимальных условий для ведения опыта, дает объективную, количественную оценку экс‹ ментальным данным.

Всякое массовое, множественное явление, например группа р‹ ний на поле или животных на ферме, представляет собой сов‹ ность особей, случаев, фактов, предметов, т. е. некоторых усло‹ единиц, каждая из которых в отдельности строго индивидуал‹ отличается от других рядом признаков — высотой, весом, коли‹ вом продукции и т. д. Каждый из признаков может иметь у разли‹ особей разную степень выраженности, поэтому говорят, что при‹ варьирует. Свойство условных единиц — растений, урожаев на п‹ лельных делянках полевого опыта и т. п. — отличаться друг от ‹ даже в однородных совокупностях называется изменчивостью, варьированием. Изменчивость — свойство, присущее всем пред‹ природы: двух совершенно одинаковых предметов не сущес‹ хотя различия между ними и могут быть незаметными для нев‹ женного глаза.

Варьирующими признаками у растений являются, наприме‹ высота, количество и вес зерен в колосе, содержание протеина, Варьирование возникает вследствие того, что растения одного и же сорта всегда отличаются своей наследственностью, кроме формирование их часто протекает в относительно различных усл‹ внешней среды. В полевых и вегетационных опытах, даже при ‹ тщательной работе, урожаи на параллельных делянках или в со‹ всегда получаются разные. Это колебание, изменчивость, вариа‹ результат влияния различного сочетания внешних условий, не ‹ поддающихся учету, и определяемое часто как следствие случа‹ причин, вызывающих различия в изучаемых признаках. Следоват‹ при любом исследовании данные опытов будут всегда варьир‹ в тех или иных пределах.

Изменчивость, варьирование признаков создают известную ность в тех случаях, когда требуется дать общую характери‹ определенной варьирующей группе (совокупности) растений, ж‹ ных, почв и т. п. по отдельным признакам или сравнить две группы и найти различие между ними. Совершенно очевидно, ‹ всегда возможно (а практически очень редко) исследовать по том‹ другому признаку все особи, всю совокупность. В этих случаях бегают к изучению части ее, по которой делают общее заклю‹ Такой метод называется **выборочным** и считается основны‹ статистическом изучении совокупности.

Таким образом, всю группу объектов, подлежащую изуч‹ называют **совокупностью** или **генеральной со‹**

...ью, а ту часть объектов, которая попала на провер... — выборочной совокупностью ... выборкой. Число элементов в генеральной совокупнос... называют их объемом.

... цель выборочного метода — по статистическим пока... выборки (средней пробе) возможно точнее охарактери... совокупность объектов, которая в статистике и называет... совокупностью.

... поступают и при постановке полевых опытов, ко... более 6—8 одноименных (повторных) делянок и по ... другим определениям, т. е. по этой малой выборке ... опытного участка, пытаются получить достовер... всего опытного участка, относительно больше... результатов. Здесь в скрытом виде имеется практи... статистическая группа, генеральная совокупност... данных малой выборки должна быть охаракт... более простыми статистическими показателями... цель выборочного метода научного исследования ... ограниченных средств, которые дают во... единичные явления, установить характерные свой... для бесконечного числа возможных или встречающихся...

В результате наблюдений мы получаем сведения о численной вели... признака у каждого члена данной выборочной сово... Возможные значения варьирующего признака X называ... и обозначают X_1, X_2, ...X_n. Полученный таки... ряд варьирующих величин можно упорядочить — располо... признака (варианты) в порядке их возрастания (или ... Такое упорядочение ряда, т. е. расположение вариан... возрастания (или убывания), называется ранжирова... После ранжирования нетрудно заметить, что кажд... признака встречается неодинаковое число раз — одни редко... Числа, которые характеризуют, сколько раз повторяет... значение признака у членов данной совокупности, называются... признака и обозначаются f. Сумма всех частот (Σf) равн... выборки, т. е. числу членов ряда — n. В результате такой... первичных наблюдений получаем так называемый вариа... ряд.

..., вариационным рядом называется такой ряд данных, в котором ... значения варьирующего признака в порядке возра... убывания и соответствующие им частоты.

Различают два типа изменчивости: количественную, ко... может быть измерена, и качественную или атрибутивную, ... не поддается измерению.

Под количественной изменчивостью понимают..., в которой различия между вариантами ... выражаются количеством, например весом ..., урожаем, числом зерен и т. д. Различ...

два вида количественной изменчивости: прерывистую, или дискретную, и непрерывную.

В первом случае различия между вариантами выражаются целыми числами, между которыми нет и не может быть переходов, например число растений на квадратном метре, число зерен в колосе и т. д. Во втором случае значения вариант выражаются мерами объема, длины, веса и т. д., между которыми мыслимы любые переходы с неограниченным числом возможных значений; все зависит от степени точности, принимаемой для характеристики данного количественного признака.

Качественной или атрибутивной изменчивостью называется такое варьирование, когда различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые одни варианты имеют, а другие нет (цвет, вкус, форма изучаемого объекта и др.). Если при атрибутивной изменчивости признак принимает только два взаимоисключающие друг друга значения (больной — здоровый, остистый — безостый и пр.), то изменчивость называется альтернативной, т. е. двояковозможной.

§ 2. ЭМПИРИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И ЕГО ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Многие исследования начинаются обычно со сбора обширного цифрового материала, понимание которого облегчается систематизацией и представлением исходных данных в виде таблиц и графиков.

Допустим, что в результате измерения общей длины 100 растений льна были получены следующие данные (в см):

90	109	99	100	115	68	70	72	73	70
76	82	80	68	69	74	72	69	80	79
79	84	84	108	83	84	99	98	102	101
45	59	60	63	78	87	94	91	88	90
72	68	80	81	84	77	79	81	84	76
70	67	100	103	69	72	74	66	67	72
79	78	83	92	93	81	82	86	89	93
77	76	88	89	94	82	80	81	77	80
92	91	76	79	73	84	79	84	79	84
89	85	93	90	79	83	91	87	89	94

В таком виде ряд измерений объемом $n = 100$ мало приспособлен, чтобы характеризовать растения льна по высоте. Поэтому необходимо сгруппировать значения X_1, X_2, ...X_n в k групп с интервалом каждой группы i. Ориентировочно число групп равно корню квадратному из объема выборки, которое, однако, не должно быть меньше 5 и больше 20.

Величину интервала групп определяют по соотношению:

$$i = \frac{X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}}{\text{число групп}} = \frac{R}{k}.$$

Для нашего примера целесообразно взять 7 групп. В этом случае величина интервала будет равна целому числу, а именно:

$$i = \frac{R}{k} = \frac{115-45}{7} = \frac{70}{7} = 10 \text{ см.}$$

При выборке границ групп следует обращать внимание на то, чтобы верхняя граница группы была меньше, чем нижняя граница прилегающей соседней группы на цену деления, т. е. единицу измерения, в нашем примере на 1 см. Группировка осуществляется в такой последовательности:

1. Определяется размах варьирования результатов измерения т. е. разность между наибольшим и наименьшим значением ряда измерений:

$$R = X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}.$$

2. Устанавливается число групп k и размер интервала группировки $i = R/k$.

3. Подготавливается макет таблицы сгруппированного распределения частот результатов измерений (табл. 15). В первой колонке (подлежащее) записывается интервал группировки (группы), а во второй (сказуемое) — число результатов измерений, входящих в данный интервал, т. е. частоту f.

4. Подсчитывается число данных, соответствующих по своему значению каждому интервалу группировки, и результаты записываются в соответствующие графы таблицы.

Указанный в таблице ряд пар чисел составляет эмпирическое распределение частот — распределение частот f по значениям X_i. Сумма частот равна объему совокупности $\Sigma_f = n = 100$.

Визуальное представление о распределении частот становится еще более наглядным при графическом изображении данных.

Таблица 15

Сгруппированное распределение частот по данным измерения длины 100 растений льна

Группы (интервал группировки)	Частота	Средние значения групп (групповые варианты)
45—54	1	50
55—64	3	60
65—74	21	70
75—84	40	80
85—94	23	90
95—104	9	100
105—115	3	110

Этот способ очень удобен, он позволяет сразу охватить важнейшие черты, закономерности распределения наблюдений. Графическое изображение вариационного ряда называется **кривой распределения** или **вариационной кривой**.

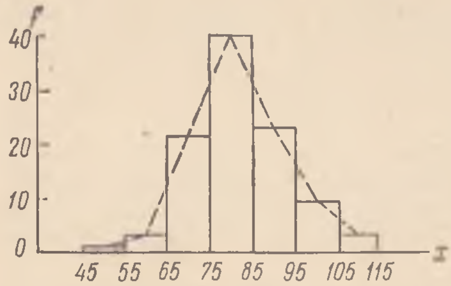

Рис. 40. Гистограмма и кривая распределения 100 растений льна по высоте.

Для построения кривой распределения на горизонтальной линии (ось абсцисс) наносят значения интервала группировки, а по вертикали (ось ординат) — численности этих значений или частоту f. Масштаб в обоих направлениях следует выбирать такой, чтобы весь график имел удобную и легко обозримую форму.

Ступенчатый график в виде столбиков, имеющих высоту, пропорциональную частотам, а ширину, равную интервалам классов, называется гистограммой, из которой легко получить полигон-кривую распределения, соединив линией средние значения групп (рис. 40).

Для выбора соотношения между масштабами на осях абсцисс и ординат при построении графика целесообразно руководствоваться правилом «золотого сечения», согласно которому высота графика должна относиться к его ширине примерно как 5 : 8.

Беглый взгляд на рисунок убеждает, что характер распределения высоты растений льна имеет некоторые общие закономерности: случайные величины группируются вокруг центра распределения, при удалении от которого вправо или влево частоты их непрестанно убывают. *Тенденция наблюденных значений признака группироваться вокруг центра распределения частот, статистической характеристикой которого является средняя арифметическая $\bar{x}$, называется центральной тенденцией.*

Наряду со средней арифметической важной статистической характеристикой эмпирических распределений является **стандартное отклонение** s — мера разброса отдельных наблюдений вокруг среднего значения признака. **Квадрат стандартного отклонения** s^2 **называется дисперсией или средним квадратом.** Стандартное отклонение и дисперсия являются наиболее употребительными и стабильными характеристиками рассеяния варьирующих признаков: чем больше дисперсия или стандартное отклонение, тем более рассеяны около средней индивидуальные значения признака, т. е. больше изменчивость; с уменьшением этих величин изменчивость уменьшается.

Средняя арифметическая и стандартное отклонение являются основными статистическими характеристиками, при помощи которых задается эмпирическое распределение частот. Этих двух простых характеристик достаточно, чтобы на основе знания закономерностей теоретических распределений построить эмпирическое распределение и воспроизвести определенную закономерность в этом распределении. Таким образом, главная ценность статистических характеристик — возможность при помощи немногих и простых пока-

...ющей выразить существенные особенности эмпирических распределений.

Рассмотрим более подробно важнейшие статистические характеристики количественной и качественной изменчивости и теоретические распределения, позволяющие уяснить основные закономерности варьирования результатов наблюдений.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ И КАЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

Количественная изменчивость. Основными статистическими характеристиками количественной изменчивости являются средняя арифметическая ($\bar{x}$), дисперсия (s^2), стандартное отклонение (s), ошибка средней арифметической ($s_{\bar{x}}$), коэффициент вариации (V) и относительная ошибка выборочной средней ($s_{\bar{x}}\%$).

Средняя арифметическая $\bar{x}$ представляет собой обобщенную, абстрактную характеристику всей совокупности в целом. Если сумму всех вариант ($X_1 + X_2 + \ldots\ldots + X_n$) обозначить через ΣX, а число всех вариант через n, то формула для определения простой средней арифметической примет следующий вид:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n}.$$

Взвешенную среднюю арифметическую вычисляют по формуле:

$$\bar{x} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + \ldots\ldots + f_nX_n}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n} = \frac{\Sigma fX}{n},$$

где X — значение признака, варианты;

f — частота встречаемости каждой варианты, признака;

n — общее число измеренных значений, сумма всех частот ($n = \Sigma f$).

Основное свойство средней арифметической заключается в равенстве суммы всех положительных и всех отрицательных отклонений от нее, т. е. сумма центральных отклонений всех отдельных вариант от $\bar{x}$ равна нулю: $\Sigma\ (X - \bar{x}) = (X_1 - \bar{x}) + (X_2 - \bar{x}) + \ldots + (X_n - \bar{x}) = 0$. Если $\Sigma\ (X - \bar{x})$ оказалась неравной нулю, значит, допущена ошибка в вычислениях.

Дисперсия s^2 и стандартное отклонение s служат основными мерами вариации, рассеяния изучаемого признака. Дисперсия представляет собой частное от деления суммы квадратов отклонений $\Sigma\ (X - \bar{x})^2$ на число всех измерений без единицы ($n - 1$):

$$s^2 = \frac{\Sigma\ (X - \bar{x})^2}{n - 1}.$$

Размеренность дисперсии равна квадрату размеренности изучаемого признака, что неудобно и заставляет ввести для измерения рассеяния другую характеристику, имеющую размеренность варьирующей величины и называемую стандартным или средним

Коэффициент вариации является относительным показателем изменчивости. Использование коэффициента вариации имеет смысл при изучении вариации признака, принимающего только положительные значения. Не имеет смысла, например, коэффициент вариации, вычисленный для характеристики колеблемости среднегодовой температуры, близкой к 0°, когда варьирующий признак принимает как положительные, так и отрицательные значения.

Изменчивость принято считать незначительной, если коэффициент вариации не превышает 10%, средней, если V выше 10%, но менее 20%, и значительной, если коэффициент вариации более 20%.

Для характеристики степени выравненности материала иногда целесообразно использовать величину, дополняющую значение коэффициента вариации до 100. Этот показатель называют коэффициентом выравненности и определяют по равенству $B = 100 - V$.

Коэффициенты изменчивости и выравненности, будучи отвлеченными числами, выраженными в процентах, дают возможность сравнивать варьирование признаков разной размеренности, например высоты и веса, содержания азота и площади листьев, а также при сравнении изменчивости величины, уровень которых резко различен (например, урожай льноволокна и корнеплодов). При изучении вариабельности признаков одинаковой размеренности необходима известная осторожность — коэффициент вариации может дать искаженное представление об изменчивости, например, при разных значениях $\bar{x}$ и одинаковых s. В этих случаях степень вариации необходимо оценивать величиной s^2 или s.

Ошибка выборочной средней или ошибка выборки $s_{\bar{x}}$ является мерой отклонения выборочной средней $\bar{x}$ от средней всей (генеральной) совокупности μ. Ошибки выборки возникают вследствие неполной репрезентативности (представительности) выборочной совокупности и свойственны только выборочному методу исследования. Они связаны с перенесением результатов, полученных при изучении выборки, на всю генеральную совокупность. Величина этих ошибок зависит от степени изменчивости изучаемого признака и от объема выборки.

Ошибка выборочной средней прямо пропорциональна выборочному стандартному отклонению s и обратно пропорциональна корню квадратному из числа измерений n, т. е.

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}.$$

Ошибки выборки выражают в тех же единицах измерения, что и варьирующий признак, и приписывают к соответствующим средним со знаками $\pm$, т. е. $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$.

Ошибка средней арифметической тем меньше, чем меньше варьирует опытный материал и чем из большего количества измерений вычислено среднее арифметическое.

Ошибка выборки, выраженная в процентах от соответствующей средней, называется **относительной ошибкой выборочной средней**:

$$s_x\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100.$$

Относительную ошибку средней часто обозначают буквой P и называют «точностью опыта», «точностью анализа». Следует признать крайне неудачным это укоренившееся понятие. При одних и тех же значениях выборочных средних возрастание величины P свидетельствует о том, что опыт становится менее точным, так как чем больше абсолютная ошибка эксперимента, тем выше и относительная ошибка, т. е. P. Кроме того, что указанное обстоятельство вносит в понятие «точность» элемент двойственности, величина P часто необоснованно используется для оценки качества опытной работы и браковки полевых опытов. Так, если P превышает 5%, то рекомендуется совершенствовать методику, а опыты с $P > 7$—8% браковать.

Такой подход очень условен, так как значение P зависит не только от методического уровня эксперимента, но и от урожайности возделываемой культуры. Без учета уровня урожайности часто опыты, имеющие практически равные абсолютные ошибки и, следовательно, равноценные по точности, могут по величине P классифицироваться по-разному.

Например, в опытах с зерновыми, проведенных на участках с низким, средним и высоким уровнем плодородия при средней урожайности, равной соответственно 14, 25 и 45 ц с 1 га, могут быть получены близкие значения ошибок $s_{\bar{x}} \approx 1{,}5$ ц с 1 га. По фактической точности, мерой которой и является абсолютная ошибка $s_{\bar{x}}$, эти опыты равноценны. Однако по величине P первый опыт относят к «недостоверным» и бракуют ($P = 10{,}7\%$), для второго надо выяснять причины низкой «точности» ($P = 6{,}0\%$), а третий опыт проведен достаточно «точно» ($P = 3{,}0\%$). Понятно, что в данном случае величина P вводит экспериментатора в заблуждение относительно фактической точности опыта.

Вследствие недостаточной обоснованности и двойственности понятия «точность опыта» в дальнейшем мы не будем им пользоваться. Вызывает возражение и дальнейшее использование буквы P для обозначения относительной ошибки средней. Известно, что этим символом во всех руководствах и учебниках по математической статистике обозначается вероятность. В данной работе относительную ошибку будем обозначать символом $s_{\bar{x}}\%$.

Качественная изменчивость. В биологических и агрономических исследованиях часто приходится иметь дело с качественной, или атрибутивной, изменчивостью признаков: разная форма и окраска семян и плодов, расщепление гибридов и т. д. Частным случаем атрибутивной изменчивости является альтернативная, при которой варьирующие признаки представляют собой одну из двух возможностей (альтернатив) — наличие или отсутствие признака, например мужские

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Различают эмпирические и теоретические распределения части совокупности результатов наблюдений.

Эмпирическое распределение — распределение результатов измерений, полученных при изучении выборки, например распределение растений по высоте и весу, распределение делянок дробного учета по урожаю и т. д. В основе его лежат определенные математические закономерности, которые в генеральной совокупности, т. е. при очень большом числе наблюдений ($n \to \infty$), характеризуются некоторыми теоретическими распределениями.

На основе теоретических распределений построены статистические критерии, которые используются для проверки некоторых гипотез. Наиболее часто в исследовательской работе опираются на нормальное распределение или специальные распределения, получаемые из нормального для определенно поставленной задачи и при ограниченном числе степеней свободы (t, F, χ^2 — распределения, распределение Пуассона).

Нормальное распределение. Нормальным, или гауссовым, называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины X, которое описывается следующей функцией:

$$Y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2},$$

где Y — ордината кривой, или вероятность;

μ — генеральная средняя (математическое ожидание);

σ — стандартное отклонение генеральной совокупности ($n \to \infty$);

π и e — константы ($\pi \approx 3{,}14$; $e \approx 2{,}72$).

Положение и форма кривой нормального распределения полностью определяются двумя параметрами: генеральной средней μ, которая находится в центре распределения, и стандартным отклонением σ, которое измеряет вариацию отдельных наблюдений около средней

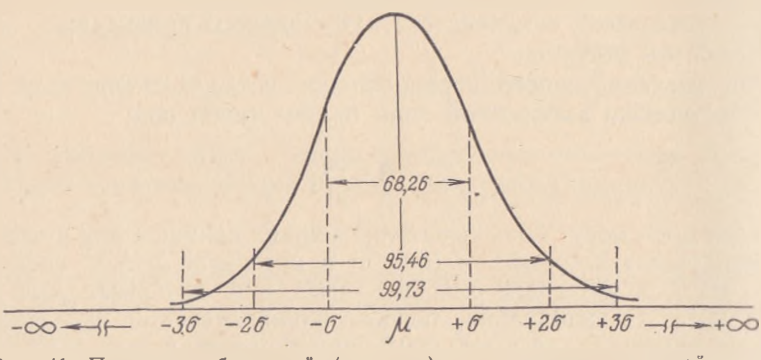

Рис. 41. Процент наблюдений (площадь), отграниченная кривой нормального распределения, для различных значений σ.

Максимум, или центр, нормального распределения лежит в точке $X = \mu$; точки перегиба кривой находятся при $X_1 = \mu - \sigma$ и $X_2 = \mu + \sigma$ при $X \pm \infty$ кривая достигает нулевого значения (рис. 41).

По форме кривые нормального распределения могут быть различными. Вид кривой полностью соответствует степени варьирования изучаемого признака, т. е. величине стандартного отклонения σ. Чем оно больше и, следовательно, больше варьирует изучаемый материал, тем более пологой становится вариационная кривая, при малых значениях σ она приобретает иглообразную форму.

Размах колебаний от μ вправо и влево зависит от величины σ и ограничивается в основном в пределах трех стандартных отклонений. Продолжение кривой за пределы $\mu \pm 3\sigma$ практически можно заметить лишь при большом числе наблюдений, и этими значениями ординат обычно можно пренебречь.

Для нормального распределения характерны следующие закономерности:

в области $\mu \pm \sigma$ лежит 68,26% (почти две трети) всех наблюдений;

внутри пределов $\mu \pm 2\sigma$ находится 95,46% всех значений случайной величины;

интервал $\mu \pm 3\sigma$ охватывает 99,73%, следовательно, практически все значения.

Площадь под кривой, отграниченную от среднего на t стандартных отклонений, выраженную в процентах всей площади, называют **статистической надежностью** или **уровнем вероятности** P, т. е. вероятностью появления значения признака, лежащего в области $\mu \pm t\sigma$. Вероятность того, что значение варьирующего признака находится вне указанных пределов, называется **уровнем значимости** P_1. Он указывает вероятность отклонения от установленных пределов варьирования случайной величины $P_1 = 1 - P$. Следовательно, чем больше уровень вероятности, тем меньше уровень значимости, и наоборот.

В практике агрономических исследований считается возможным пользоваться вероятностями 0,95—95% и 0,99—99%, которым соответствуют 0,05—5%-ный и 0,01—1%-ный уровни значимости. Эти вероятности получили название **доверительных вероятностей**, т. е. таких значений, которым можно доверять и уверенно пользоваться ими. Принимая вероятность 0,95 = 95%, риск сделать ошибку составляет 0,05 = 5%, или 1 на 20. При вероятности 0,99 = 99% риск ошибиться равен 0,01 = 1%, или 1 на 100.

Выбор доверительной вероятности или уровня значимости для тех или иных исследований определяется практическими соображениями, ответственностью выводов и возможностями. Вероятность 0,95 = 95% и уровень значимости 0,05 = 5% обычно считаются вполне приемлемыми в большинстве сельскохозяйственных исследований.

Все сказанное о нормальном распределении индивидуальных значений полностью относится и к распределению выборочных средних

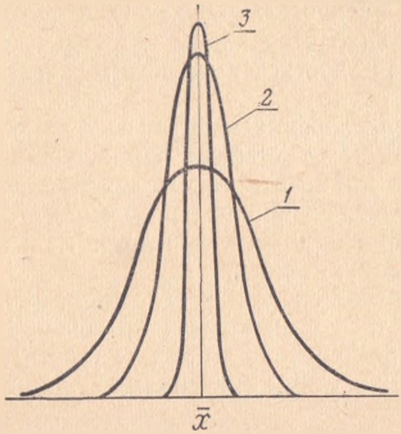

Рис. 42. Соотношение между распределением средних значений выборок и распределениями индивидуальных наблюдений:

1 — распределение индивидуальных наблюдений; *2* — распределение средних значений выборок объемом по четыре образца каждая; *3* — то же, по 25 образцов каждая.

арифметических $\bar{x}$, а также разностей между средними арифметическими ($x_1 - x_2$). Это еще больше подчеркивает исключительное значение нормального распределения в исследовательской работе, так как любой опыт в сущности сводится к сравнению средних величин, которые чаще всего подчиняются закону нормального распределения показаний.

Для практического применения особенно важно, что нормальному распределению достаточно хорошо следуют выборочные средние значения x, полученные из n наблюдений из одной и той же совокупности даже тогда, когда единичные значения не распределены нормально. Кривая распределения, построенная для средних значений, более вытянута, иглообразна, чем для единичных (рис. 42).

Заметим, что средняя μ, дисперсия σ^2 и стандартное отклонение σ — параметры генеральной совокупности, когда $n \to \infty$. Выборочные наблюдения позволяют получать оценки этих параметров. Так, выборочная средняя $\bar{x}$ является оценкой генеральной средней μ, выборочная дисперсия s^2 — оценкой σ^2 и выборочное стандартное отклонение s — оценкой σ. Для достаточно больших выборок ($n > 20$—30 и особенно $n > 100$) закономерности нормального распределения, указанные выше для параметров генеральной совокупности, справедливы и для их оценок, а именно: в области $\bar{x} \pm s$ находится 68,26%, внутри пределов $x \pm 2s$ — 95,46% и в интервале $x \pm 3s$ — 99,73% всех наблюдений.

Средняя арифметическая и стандартное отклонение являются основными статистическими характеристиками, при помощи которых задается эмпирическое распределение частот. Этих двух простых характеристик достаточно, чтобы на основе знания закономерностей теоретических распределений построить эмпирическое распределение и воспроизвести определенную закономерность в нем. Доказано, что $\bar{x}$ и s сосредоточивают в себе всю информацию о параметрах μ и σ, и ничего более совершенного для характеристики совокупности по выборочным данным предложить нельзя.

Выборочную среднюю x, дисперсию s^2, стандартное отклонение s и коэффициент вариации V вычисляют по формулам:

$$\bar{x}=\frac{\Sigma X}{n};\quad s^2=\frac{\Sigma (X-\bar{x})^2}{n-1};\quad s=\sqrt{s^2};\quad V=\frac{s}{\bar{x}}100.$$

где X — значение варьирующего признака;

ΣX — сумма по ряду X;

$\Sigma(X - \bar{x})^2$ — сумма квадратов отклоненийй;

n — объем выборки;

$n - 1$ — число степеней свободы.

Результаты различных наблюдений, полевых и вегетационных опытов чаще всего располагаются приблизительно в соответствии с симметричной кривой нормального распределения, когда частоты вариант, равно отстоящих от средней, равны между собой, т. е. симметричны. Но нередко некоторые признаки растений и животных дают распределения, значительно отличающиеся от нормального, — асимметричные или скошенные.

Асимметрия может быть положительной, или правосторонней, когда увеличиваются частоты правой части, и отрицательной, или левосторонней, когда увеличиваются частоты левой части вариационной кривой (рис. 43).

Причинами асимметричных распределений могут быть следующие.

1. Неправильно взятая выборка, когда в нее вошло непропорционально много (или мало) представителей варианта с большим или меньшим их значением.

2. Действие определенных факторов, сдвигающих частоту варьирующего признака в ту или другую сторону от среднего значения.

Когда какие-либо причины благоприятствуют более частому появлению и средних и крайних значений признака, образуются так называемые положительные эксцессивные распределения, имеющие вид острой пирамиды с расширенным основанием, или отрицательные эксцессивные распределения, когда в центре их имеется не вершина, а впадина, и вариационная кривая становится двухвершинной (рис. 44).

Многовершинные и двухвершинные кривые в большинстве случаев показывают, что в выборку попали представители нескольких совокупностей с различными средними. Например, высеяна смесь сортов, имеются закономерные различия в плодородии почвы на отдельных частях земельного участка и т. п. В генетических работах двухвершинные и многовершинные кривые могут свидетельствовать о появлении объектов с новыми свойствами, или признаками, и указывать на результативность применяемого фактора.

Нормальное распределение — наиболее часто встречающийся в практике экспериментальной работы закон распределения случайной величины, т. е. величины, значение которой нельзя точно предсказать. Главная его особенность заключается в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения.

Рис. 43. Асимметричные распределения:

1 — левостороннее; 2 — правостороннее.

Рис. 44. Эксцессивные распределения:

1 — положительный эксцесс; 2 — отрицательный эксцесс.

t-распределение Стьюдента. Закон нормального распределения проявляется при $n > 20$—30. Однако экспериментатор часто проводит ограниченное число измерений, основывает свои выводы на малых выборках. При небольшом числе наблюдений результаты обычно близки и редко появляются большие отклонения. Это легко объяснить законом нормального распределения, согласно которому вероятность появления малых отклонений больше, чем отклонений значительных. Так, вероятность отклонений, превышающих по абсолютной величине $\pm 2s$, равна 0,05, или один случай на 20 измерений, а отклонений $\pm 3s$ — 0,01, или один случай на 100. Если же полевой опыт проводят, например, в 4—6 повторностях, то естественно ожидать, что среди показаний урожаев на параллельных делянках очень больших отклонений не будет. Поэтому стандартное отклонение s, подсчитанное по малой выборке, в большинстве случаев будет меньше, чем по всей генеральной совокупности σ. Следовательно, в этих случаях полагаться на критерии нормального распределения в своих выводах нельзя.

С начала XX в. в математической статистике стало разрабатываться новое направление, которое можно назвать статистикой малых выборок. Наибольшее практическое значение для экспериментальной работы имело открытое в 1908 г. английским статистиком и химиком В. Госсетом t-распределение, получившее название распределения Стьюдента (англ. стьюдент — студент, псевдоним В. Госсета).

Распределение t Стьюдента для выборочных средних определяется равенством:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}.$$

Числитель формулы означает отклонение выборочной средней от средней всей совокупности μ, а знаменатель $\frac{s}{\sqrt{n}} = s_{\bar{x}}$ является показателем, оценивающим величину $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_{\mu}$ или стандартную ошибку средней генеральной совокупности. Таким образом, величина t измеряется отклонением выборочной средней $\bar{x}$ от средней совокупности μ, выраженным в долях ошибки выборки $s_{\bar{x}}$, принятой за единицу.

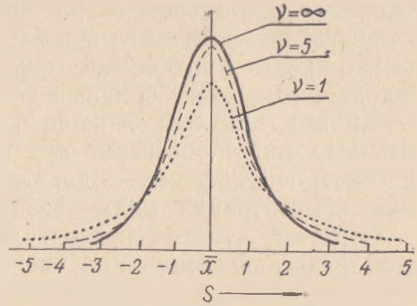

Рис. 45. Соотношение между нормальным ($\nu = \infty$) и t-распределением Стьюдента ($\nu = 1$ и $\nu = 5$).

Распределение критерия t Стьюдента представлено в таблице 1 приложений, графическое изображение показано на рисунке 45. Максимумы частоты нормального и t-распределения совпадают, но форма кривой t-распределения всецело зависит от числа степеней свободы. При очень малых значениях степеней свободы она принимает вид плосковершинной кривой, причем площадь, отграниченная кривой, больше, чем при нормальном распределении, а при увеличении числа наблюдений ($n > 30$) распределение t приближается к нормальному и переходит в него при $n \to \infty$.

Распределение t Стьюдента имеет важное значение при работе с малыми выборками: позволяет определить доверительный интервал, покрывающий среднюю совокупности μ, и проверить ту или иную гипотезу относительно генеральной совокупности. При этом нет необходимости знать параметры совокупности μ и σ, достаточно иметь их оценки $\bar{x}$ и s для определенного объема выборки n.

F-распределение Фишера. Если из нормально распределенной совокупности взять две независимые выборки объемом n_1 и n_2 и подсчитать дисперсии s_1^2 и s_2^2 со степенями свободы $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$, то можно определить отношение дисперсий:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}.$$

Отношение дисперсий берут таким, чтобы в числителе была большая дисперсия, и поэтому $F \geq 1$.

Распределение F, закон которого открыл Р. А. Фишер *, зависит только от числа степеней свободы ν_1 и ν_2. Когда две сравниваемые выборки являются случайными независимыми выборками из общей совокупности с генеральной средней μ, то фактическое значение F не выйдет за определенные пределы и не превысит критическое для данных ν_1 и ν_2 теоретическое значение критерия F ($F_{факт.} < F_{теор.}$). Если генеральные параметры сравниваемых групп различны, то

* Р. А. Фишер дал распределение вероятностей случайной величины $z = \log\sqrt{\frac{s_1^2}{s_2^2}}$. Позднее Дж. У. Снедекор предложил перейти непосредственно к распределению отношения $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$, обозначив его буквой F в честь Фишера.

Если событие x подчинено закону Пуассона со средней a, то вероятности значений $x = 0, 1, 2, 3$ и т. д. будут соответственно равны

$$P_{x=0} = \frac{a^0 e^{-a}}{1} = e^{-a}; \quad P_{x=1} = ae^{-a};$$

$$P_{x=2} = \frac{a^2 e^{-a}}{2}; \quad P_{x=3} = \frac{a^3 e^{-a}}{6} \text{ и т. д.}$$

Распределение Пуассона определяется одним параметром — средней. Дисперсия этого распределения равна средней, т. е. $s^2 = a$. Отсюда следует, что все теоретические распределения можно построить только на основании одной выборочной средней.

Распределение Пуассона является частным случаем биномиального распределения, когда в биноме $(p + q)^n$ значение p очень мало, а q стремится к бесконечности. Графически распределение редких событий представляет асимметричную кривую, и асимметрия тем больше, чем меньше вероятность события. Примерами такого распределения могут служить количество сорняков в семенном зерне, число клеток в счетной камере, рождение четырех — шести близнецов.

§ 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Вопрос о статистической проверке гипотез — один из основных при применении математической статистики в научных исследованиях. Статистические методы или критерии проверки гипотез — надежная основа принятия тех или иных решений при некоторой неопределенности, обусловленной случайной вариацией изучаемых явлений. Они применяются всегда, когда необходимо использовать выборочное наблюдение для суждения о законе распределения совокупности, для решения вопроса о существенности разности между выборочными средними, для установления принадлежности варианты к данной совокупности и соответствия между фактическими и теоретическими распределениями частот.

Практически проверка гипотез часто сводится к сравнению статистических характеристик, оценивающих параметры законов распределения, т. е. к проверке определенных статистических гипотез. Вообще *статистической гипотезой* называют научное предположение о тех или иных статистических законах распределения рассматриваемых случайных величин, которое может быть проверено на основе выборки. В большинстве случаев задача сводится к проверке гипотезы об отсутствии реального различия между фактическими и теоретически ожидаемыми наблюдениями. Эту гипотезу называют *нулевой гипотезой* и обозначают символом H_0.

Если в результате проверки H_0 различия между фактическими и теоретическими показателями близки к нулю или находятся в области допустимых значений, то нулевая гипотеза не опровергается, а если различия оказываются в критической для данного статистического критерия области, которые при нашей гипотезе невозможны, а потому несовместимы с ней, H_0 опровергается. Принятие нулевой гипотезы

$F_{факт.} > F_{теор}$. Теоретические значения F для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости даны в таблице 2 приложений, где табулированы только правые критические точки для $F \geqslant 1$, так как всегда принято находить отношение большей дисперсии к меньшей.

Кривые, полученные из функции распределения для всех возможных значений F, особенно при небольшом числе наблюдений, имеют асимметричную форму — длинный «хвост» больших значений и большую концентрацию малых величин F.

Отметим, что t-распределение Стьюдента является частным случаем F-распределения при числе степеней свободы $\nu_1 = 1$ и $\nu_2 = \nu$, т. е. равно числу степеней свободы для распределения t. В этом случае наблюдается следующее соотношение между F и t:

$$F(\nu_1 = 1,\ \nu_2) = t^2(\nu_2) \text{ и } t = \sqrt{F}.$$

χ^2-распределение. Закон распределения χ^2 (хи-квадрат) открыл К. Пирсон. Кривая распределения, полученная из функции хи-квадрат

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F},$$

где f — фактические и F — гипотетические частоты численности объектов выборки в сильной степени зависят от числа степеней свободы. Для малого числа степеней свободы ν кривая асимметрична, но с увеличением ν асимметрия уменьшается и при $\nu \to \infty$ кривая становится нормальной.

Критерий χ^2, или критерий согласия (подобия), используется для оценки степени соответствия эмпирических данных определенным теоретическим предпосылкам, нулевой гипотезе (H_0).

Гипотеза опровергается, если $\chi^2_{факт} \geqslant \chi^2_{теор}$, и не опровергается, если $\chi^2_{факт} < \chi^2_{теор}$. Когда фактические и теоретически ожидаемые частоты полностью совпадают, $\chi^2 = 0$.

Распределение χ^2, так же как и t-распределение, частный случай F-распределения при $\nu_1 = \nu$ и $\nu_2 = \infty$:

$$F(\nu_1,\ \nu_2 = \infty) = \frac{\chi^2(\nu)}{\nu}.$$

Распределение Пуассона. Когда наступление некоторого события имеет очень малую вероятность, например небольшое число раз на 1000 или 10 000 обычных явлений, то распределение случайной величины следует определенному закону редких событий, который выражается формулой Пуассона:

$$P_x = \frac{a^x e^{-a}}{x!},$$

где P — вероятность значения x;
x — число редких событий, происшедших в каждой большой группе ($x = 0$, 1, 2, 3 и т. д.);
a — среднее число редких событий на каждую большую группу;
$x!$ — произведение чисел от 1 до x (факториал); считается, что факториал нуля равен единице: $0! = 1$;
e — основание натуральных логарифмов $\approx 2{,}718$.

Если событие x подчинено закону Пуассона со средней a, то вероятности значений $x = 0, 1, 2, 3$ и т. д. будут соответственно равны

$$P_{x=0} = \frac{a^0 e^{-a}}{1} = e^{-a};\quad P_{x=1} = ae^{-a};$$

$$P_{x=2} = \frac{a^2 e^{-a}}{2};\quad P_{x=3} = \frac{a^3 e^{-a}}{6} \text{ и т. д.}$$

Распределение Пуассона определяется одним параметром — средней. Дисперсия этого распределения равна средней, т. е. $s^2 = a$. Отсюда следует, что все теоретические распределения можно построить только на основании одной выборочной средней.

Распределение Пуассона является частным случаем биномиального распределения, когда в биноме $(p + q)^n$ значение p очень мало, а n стремится к бесконечности. Графически распределение редких событий представляет асимметричную кривую, и асимметрия тем больше, чем меньше вероятность события. Примерами такого распределения могут служить количество сорняков в семенном зерне, число клеток в счетной камере, рождение четырех — шести близнецов.

§ 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Вопрос о статистической проверке гипотез — один из основных при применении математической статистики в научных исследованиях. Статистические методы или критерии проверки гипотез — надежная основа принятия тех или иных решений при некоторой неопределенности, обусловленной случайной вариацией изучаемых явлений. Они применяются всегда, когда необходимо использовать выборочное наблюдение для суждения о законе распределения совокупности, для решения вопроса о существенности разности между выборочными средними, для установления принадлежности варианты к данной совокупности и соответствия между фактическими и теоретическими распределениями частот.

Практически проверка гипотез часто сводится к сравнению статистических характеристик, оценивающих параметры законов распределения, т. е. к проверке определенных статистических гипотез. Вообще **статистической гипотезой** называют научное предположение о тех или иных статистических законах распределения рассматриваемых случайных величин, которое может быть проверено на основе выборки. В большинстве случаев задача сводится к проверке гипотезы об отсутствии реального различия между фактическими и теоретически ожидаемыми наблюдениями. Эту гипотезу называют **нулевой гипотезой** и обозначают символом H_0.

Если в результате проверки H_0 различия между фактическими и теоретическими показателями близки к нулю или находятся в области допустимых значений, то нулевая гипотеза не опровергается, а если различия оказываются в критической для данного статистического критерия области, которые при нашей гипотезе невозможны, а потому несовместимы с ней, H_0 опровергается. Принятие нулевой гипотезы

означает, что данные наблюдений не противоречат предполо...
об отсутствии различий между фактическими и гипотетически...
ретическими) или между двумя рядами фактических распреде...
но не доказывают отсутствия такого различия. Отбрасывание ...
тезы означает, что эмпирические данные несовместимы с H_0, а ...
другая, альтернативная гипотеза. Справедливость нулевой ...
проверяется вычислением статистических критериев проверки ...
определенного уровня значимости.

Уровень значимости определяется конкретными задачами ...
вания; он характеризует, в какой мере мы рискуем ошибиться, ...
гая нулевую гипотезу. Чем меньше уровень значимости, тем ...
вероятность отвергнуть H_0, когда она верна, или, как говорят, ...
шить ошибку I рода, но тем больше вероятность совершить ...
II рода, когда не отвергают H_0, в действительности неверную. Уро...
значимости не измеряет степень риска, связанный с принятием ...
ной гипотезы (ошибка II рода), он контролирует лишь ошибку I ...

Для проверки статистической гипотезы H_0 используют крите...
двух видов: параметрические и непараметрические.

П а р а м е т р и ч е с к и м и называют критерии, которые ...
ваны на предположении, что распределение признака в совокуп...
подчиняется некоторому известному закону, например, закону ...
мального распределения. К таким критериям относятся, в част...
критерии t и F, применение которых требует вычисления оценок ...
метров распределения.

Н е п а р а м е т р и ч е с к и м и называют критерии, испол...
вание которых не требует предварительного вычисления оценок ...
вестных параметров распределения и даже приближенного зна...
закона распределения признака. Они могут применяться и ...
когда распределение сильно отклоняется от нормального. С дру...
стороны, непараметрические критерии менее эффективны по срав...
нию с параметрическими, и поэтому их целесообразно исполь...
только в предварительных исследованиях.

ТОЧЕЧНАЯ И ИНТЕРВАЛЬНАЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Статистические характеристики выборочной совокупности яв...
приближенными оценками неизвестных параметров генеральной ...
купности. Оценка может быть представлена одним числом, точ...
(т о ч е ч н а я о ц е н к а) или некоторым интервалом (и н т е р-
в а л ь н а я о ц е н к а), в котором с определенной вероятност...
может находиться искомый параметр. Так, выборочная средня...
является несмещенной и наиболее эффективной точечной оцен...
генеральной средней μ, а выборочная дисперсия s^2 — несмещ...
точечной оценкой генеральной дисперсии σ^2. Обозначая ошиб...
выборочной средней $s_{\bar{x}}$, точечную оценку генеральной средней мо...
записать в виде $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$. Это означает, что $\bar{x}$ — оценка генерал...
средней μ с ошибкой, равной $s_{\bar{x}}$.

Естественно, что точечные статистические оценки x и s^2 не должны иметь систематической ошибки в сторону завышения или занижения оцениваемых параметров μ и σ^2. Оценки, удовлетворяющие такому условию, называют несмещенными.

Интервальной называют оценку, которая характеризуется двумя числами — концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр. Доверительным называют такой интервал, который с заданной вероятностью покрывает оцениваемый параметр. Центр такого интервала — выборочная оценка точки, а пределы, или доверительные границы, интервала определяются средней ошибкой оценки и уровнем вероятности. Таким образом, интервальная оценка является дальнейшим развитием точечной оценки, которая при малом объеме выборки неэффективна.

В общем виде доверительный интервал для генеральной средней записывается так:

$$\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + ts_{\bar{x}},$$

или в более компактной форме:

$$\bar{x} \pm ts_{\bar{x}}.$$

Здесь $ts_{\bar{x}}$ — предельная ошибка выборочной средней при данном числе степеней свободы и принятом уровне значимости. Значение критерия Стьюдента для различных уровней значимости и числа степеней свободы можно взять из таблицы 1 приложений.

Пример 1. При определении содержания белка в зерне пшеницы найдены следующие значения: $\bar{x} = 14{,}80\%$; $s_{\bar{x}} = 0{,}20\%$, $n = 4$. Определить 95%-ный и 99%-ный доверительные интервалы для генеральной средней. По таблице 1 приложений для $k = 3$ ступеней свободы $t_{05} = 3{,}18$ и $t_{01} = 5{,}84$, т. е. ширина 95%-ного доверительного интервала составляет $3{,}18\, s_{\bar{x}}$ и 99%-ного интервала — $5{,}84\, s_{\bar{x}}$. Найдем доверительные интервалы:

$$95\% - \bar{x} \pm t_{05}s_{\bar{x}} = 14{,}80 \pm 3{,}18 \times 0{,}20 = 14{,}80 \pm 0{,}64 (14{,}16 \div 15{,}44);$$

$$99\% - \bar{x} \pm t_{01}s_{\bar{x}} = 14{,}80 \pm 5{,}84 \times 0{,}20 = 14{,}80 \pm 1{,}17 (13{,}63 \div 15{,}97).$$

Такая запись говорит о том, что с вероятностью 95% генеральная средняя содержания белка в зерне пшеницы заключена в интервале от 14,16 до 15,44% и с вероятностью 99% — от 13,63 до 15,97%. Вероятность выйти за эти интервалы, т. е. попасть в критическую область, в первом случае составляет 5% и во втором — 1% (уровень значимости).

Крайние точки интервала — начало $\bar{x} - ts_{\bar{x}}$ и конец $\bar{x} + ts_{\bar{x}}$ — называются доверительными границами.

Интервальную оценку параметров распределения можно использовать для статистической проверки гипотез при сравнении выборочных средних.

Пусть, например, при $n = 10$ были получены такие выборочные средние и ошибки средних:

$$\bar{x}_1 \pm s_{\bar{x}_1} = 22{,}0 \pm 0{,}5 \text{ и } \bar{x}_2 \pm s_{\bar{x}_2} = 20{,}4 \pm 0{,}8.$$

Необходимо определить, существенно ли различаются эти выборочные средние при 0,95 = 95%-ном уровне вероятности, или 0,05—5%-ном уровне значимости, т. е. проверить нулевую гипотезу H_0: $x_1 - x_2 = d = 0$. Для 10 — 1 = 9 степеней свободы $t_{05} = 2{,}26$ и 95%-ные доверительные интервалы равны:

$$\bar{x}_1 \pm t_{05}s_{\bar{x}_1} = 22{,}0 \pm 2{,}26 \times 0{,}5 = 22{,}0 \pm 1{,}1\ (20{,}9 \div 23{,}1);$$

$$\bar{x}_2 \pm t_{05}s_{\bar{x}_2} = 20{,}4 \pm 2{,}26 \times 0{,}8 = 20{,}4 \pm 1{,}8\ (18{,}6 \div 22{,}2).$$

Доверительные интервалы для генеральных средних перекрывают друг друга, и следовательно, разность между выборочными средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1{,}6$ нельзя переносить на генеральные средние μ_1 и μ_2, так как генеральная разность между ними $D = \mu_1 - \mu_2$ может быть равна и нулю и даже отрицательной величине, когда $\mu_2 > \mu_1$. Поэтому $H_0 : d = 0$ не отвергается.

Нулевую гипотезу об отсутствии существенных различий между выборочными средними можно проверить и другим способом интервальной оценки генеральных параметров совокупности. По формуле $s_d = \sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}}$ можно определить ошибку разности средних, а затем описанным выше способом рассчитать доверительные интервалы для генеральной разности средних D. Если доверительные интервалы перекрывают нулевое значение и включают область отрицательных величин, то $H_0 : d = 0$ не отвергается, а если лежат в области положительных величин, то H_0 отвергается и разность признается существенной.

Для примера 1 разность $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 22{,}0 - 20{,}4 = 1{,}6$; ошибка разности $s_d = \sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}8^2} = 0{,}9$.

При $n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$ степенях свободы $t_{05} = 2{,}10$ и $t_{01} = 2{,}88$.

Найдем доверительные интервалы для генеральной разности:

$$95\% - d \pm t_{05}s_d = 1{,}6 \pm 2{,}1 \times 0{,}9 = 1{,}6 \pm 1{,}9\ (-0{,}3 \div 3{,}5);$$

$$99\% - d \pm t_{01}s_d = 1{,}6 \pm 2{,}88 \times 0{,}9 = 1{,}6 \pm 2{,}6\ (-1{,}0 \div 4{,}2).$$

Нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ не отвергается, так как доверительные интервалы включают нуль и область отрицательных величин, т. е. разность меньше предельной случайной ошибки разности ($d < ts_d$).

Величина, указывающая границу предельным случайным отклонениям, называется **наименьшей существенной разностью**. Она сокращенно обозначается НСР* и определяется по соотношению:

$$\text{НСР} = ts_d.$$

Если фактическая разность между выборочными средними $d \geqslant$ НСР, то H_0 отвергается, а если $d <$ НСР — не отвергается.

Наименьшая существенная разность широко используется при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез. Доверительный интервал для разности генеральных средних определяется по соотношению:

$$d - \text{НСР} \leqslant D \leqslant d + \text{НСР} \quad \text{или} \quad d \pm \text{НСР}.$$

Здесь НСР $= ts_d$ — предельная ошибка разности выборочных средних при данном числе степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2$ и принятом уровне значимости.

* Наименьшая существенная разность в английской и американской научной литературе обозначается *LSD* (начальные буквы англ. Least significant difference), а в немецкой — *GD* (начальные буквы нем. Gesicherte Differenz).

По величине стандартного отклонения s оценивается интервал для отдельного значения X и всей совокупности:

$$\bar{x} - ts \leqslant \mu \leqslant \bar{x} + ts,$$

или в более компактном виде $\bar{x} \pm ts$. Внутри этого интервала с 95%-ным или 99%-ным уровнем вероятности будут находиться значение генеральной средней μ и все индивидуальные значения варьирующей величины.

Для примера при $s = 0,40$ доверительные интервалы для отдельных значений и всей совокупности будут равны:

$$95\% - \bar{x} \pm t_{05}s = 14,80 \pm 3,18 \times 0,40 = 14,80 \pm 1,27\ (13,53 \div 16,07);$$

$$99\% - \bar{x} \pm t_{01}s = 14,80 \pm 5,84 \times 0,40 = 14,80 \pm 2,34\ (12,46 \div 17,14).$$

Таким образом, с вероятностью 95% можно утверждать, что все отдельные определения содержания белка в зерне пшеницы, взятой из этой совокупности, дадут величины в пределах от 13,53 до 16,07%, а с вероятностью 99% — от 12,46 до 17,14%.

Величину ts называют о б л а с т ь ю р а з б р о с а и н д и в и д у а л ь н ы х з н а ч е н и й. Для 95%-ного уровня вероятности область разброса составляет ±1,27 и 99%-ного ±2,34% содержания белка.

Таблица 16

Формулы средних ошибок выборочных оценок

Вид выборочной оценки	Средняя ошибка выборочной оценки
Средняя выборочная $\bar{x}$	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$
Доля признака p	$s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$
Стандартное отклонение s	$s_s = \frac{s}{\sqrt{2n}}$
Коэффициент вариации V	$s_V = \frac{V}{\sqrt{2n}}$
Разность между выборочными средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$s_d = \sqrt{s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2}$
Разность между выборочными долями $d_p = p_1 - p_2$	$s_{d_p} = \sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2}$
Коэффициент линейной корреляции при малых r	$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$
Коэффициент линейной регрессии b_{yx}	$s_b = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (y-\bar{y})^2}{\Sigma (x-\bar{x})^2}}$

Чтобы по выборочной оценке установить доверительный интервал для генеральной средней, надо знать среднюю ошибку этой оценки. Поэтому при вычислении любой выборочной оценки необходимо определять и ее среднюю ошибку. Формулы средних ошибок для некоторых выборочных характеристик приведены в таблице 16.

ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТИ ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ ПО t-КРИТЕРИЮ

При сравнении средних необходимо иметь в виду два случая:

1) сравниваются средние двух независимых выборок, когда единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки;

2) сравниваются две сопряженные выборки, в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

В первом случае по t-критерию Стьюдента оценивается существенность разности средних ($d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$), а во втором существенность средней разности ($\bar{d} = \Sigma d : n$)

Оценка разности средних независимых выборок. В теории статистики доказывается, что ошибка разности или суммы средних арифметических независимых выборок при одинаковом числе наблюдений $n_1 = n_2$ определяется соотношением:

$$s_d = \sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}},$$

где s_d — ошибка разности (или суммы);

$s_{\bar{x}_1}$ и $s_{\bar{x}_2}$ — ошибки сравниваемых средних арифметических $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$.

Гарантией надежности вывода о существенности или несущественности различий между $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ служит отношение разности к ее ошибке. Это отношение получило название критерия существенности разности:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}}} = \frac{d}{s_d}.$$

Если $t_{факт} \geqslant t_{теор}$, нулевая гипотеза об отсутствии существенных различий между средними опровергается, а если $t_{факт} < t_{теор}$, различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости и H_0: $d = 0$ не опровергается.

Несущественная разность не утверждает, но и не отрицает, что между генеральными средними не существуют различия. Разность могла оказаться такой, во-первых, вследствие недостаточного объема выборок, тогда как повторное исследование на более многочисленном материале даст существенную разность; во-вторых, из-за того что одинаковы генеральные средние сравниваемых совокупностей, поэтому повторные исследования на более обширном материале также дают неопределенный ответ, т. е. разность опять оказывается несущественной и нулевая гипотеза не опровергается.

Теоретические значения критерия t находят в таблице 1 приложений по числу степеней свободы и принятому уровню значимости. Число степеней свободы определяют по соотношению $\nu = n_1 + n_2 - 2$.

Проверить нулевую гипотезу можно также и по величине наименьшей существенной разности, которую выражают в единицах варьирующего признака. Когда разность между средними $d \geqslant$ НСР и попадает в критическую область существенных различий, она признается значимой и H_0 опровергается, а когда она лежит в области случайных колебаний ($d <$ НСР), то H_0 не опровергается.

Пример 2. В двух образцах почвы определено содержание гумуса в четырехкратной повторности и для каждого образца вычислена средняя и ее ошибка (в %): $\bar{x}_1 \pm s_{\bar{x}_1} = 2{,}36 \pm 0{,}08\%$; $\bar{x}_2 \pm s_{\bar{x}_2} = 2{,}09 \pm 0{,}07$. Число степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$. В таблице 1 приложений ему соответствует теоретическое $t_{05} = 2{,}45$ и $t_{01} = 3{,}71$. Здесь индексами при букве t записаны показатели уровня значимости (5%-ный и 1%-ный). Фактическое значение критерия существенности находим по соотношению:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}}} = \frac{2{,}36 - 2{,}09}{\sqrt{0{,}08^2 + 0{,}07^2}} = \frac{0{,}27}{0{,}106} = 2{,}55.$$

Сопоставляя фактическое значение t с теоретическими, приходим к выводу, что $t_{05} < t_{факт} < t_{01}$. Следовательно, разность существенна при 5%-ном уровне значимости. При более строгом подходе к оценке результатов, т. е. при 1%-ном уровне, разность несущественна, образцы почвы по содержанию гумуса относятся к одной совокупности, и другие выборки могут иметь одинаковые значения этого показателя.

К аналогичному выводу приходим и в том случае, если нулевая гипотеза проверяется по наименьшей существенной разности ($d >$ НСР$_{05} <$ НСР$_{01}$):

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2{,}45 \times 0{,}106 = 0{,}26\ \%;$$
$$\text{НСР}_{01} = t_{01} s_d = 3{,}71 \times 0{,}106 = 0{,}39\ \%.$$

Оценка существенности средней разности (сопряженные выборки). Ошибку разности средних для сопряженных выборок вычисляют разностным методом. Сущность его заключается в том, что оценивается не разность средних $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$, а существенность средней разности $\pm \bar{d}$, хотя арифметически это одна и та же величина.

Для нахождения $s_{\bar{d}}$ разностным методом вычисляют разности между сопряженными парами наблюдений d, определяют значение средней разности $\bar{d} = \Sigma d : n$ и ошибку средней разности по формуле:

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\Sigma (d - \bar{d})^2}{n(n-1)}} \quad \text{или} \quad s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2 : n}{n(n-1)}}.$$

Критерий существенности вычисляют по формуле:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}}.$$

Число степеней свободы находят по равенству $\nu = n - 1$, где n — число сопряженных пар.

Пример 3. При анализе зерна двух сортов яровой пшеницы (A и B) получены данные о содержании белка в различных партиях. При уточнении условий выращивания пшеницы разных партий установлено, что сравниваемые сорта возделывались в четырех пунктах, при этом во всех пунктах сорта располагались всегда на соседних участках. Следовательно, здесь сопряженные (парные) наблюдения, и обрабатывать результаты анализов необходимо методом попарных сравнений (табл. 17)

Таблица 17

Обработка сопряженных наблюдений

Пункт испытания сортов	Содержание белка (в %)		Разность d	Квадрат разности d^2
	сорт A	сорт B		
1	18,6	17,8	+0,8	0,64
2	16,2	15,4	+0,8	0,64
3	17,4	16,5	+0,9	0,81
4	20,2	19,5	+0,7	0,49
Суммы	72,4	69,2	3,2	2,58
Средние	18,1	17,3	0,8	—

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{2{,}58 - 3{,}2^2 : 4}{4(4-1)}} = 0{,}04;$$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{0{,}80}{0{,}04} = 20{,}0.$$

Для трех степеней свободы $\nu = 4 - 1 = 3$ значение $t_{05} = 3{,}18$, $t_{01} = 5{,}84$. Следовательно, даже при строгой оценке разности в содержании белка в зерне двух сортов пшеницы существенны.

К аналогичному выводу приводит и проверка H_0 по НСР:

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_{\bar{d}} = 3{,}18 \times 0{,}04 = 0{,}13\ \%;$$

$$\text{НСР}_{01} = t_{01} s_{\bar{d}} = 5{,}84 \times 0{,}04 = 0{,}23\ \%.$$

Так как $\bar{d} > \text{НСР}_{01}$ $(0{,}80 > 0{,}23)$, нулевая гипотеза опровергается на 1%-ном уровне значимости.

Если пренебречь условиями получения партий зерна и обработать эти данные как независимые наблюдения, то получается противоположный вывод. Ошибки средних будут равны: $s_{\bar{x}_1} = 0{,}86\%$ и $s_{\bar{x}_2} = 0{,}88\%$. Ошибка разности $s_d = 1{,}23$ и критерий $t = \frac{d}{s_d} = \frac{0{,}80}{1{,}23} = 0{,}65$. Фактическое значение критерия существенности меньше табличного, и, следовательно, разность нельзя признать существенной.

Из этого примера ясно, что статистический метод обработки, определяемый условиями выборочного наблюдения, нельзя менять произвольно.

Приемы определения существенности разности средних двух сопряженных рядов с помощью критерия t часто используются для сравнительной оценки методов анализа. Если два сравниваемых метода дают одинаковые результаты, то при достаточно большом числе измерений должна получиться средняя разность $\bar{d} = 0$. При небольшом числе анализов $\bar{d} \neq 0$, и поэтому всегда возникает необходимость в проверке нулевой гипотезы об отсутствии постоянного расхождения.

Оценка разности выборочных средних редких событий. Критерий существенности разности средних, подчиняющихся распределению Пуассона, определяют по формуле:

$$t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\bar{x}_1+\bar{x}_2}}.$$

Здесь $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ — непосредственно подсчитанное число редких событий в сравниваемых больших совокупностях.

Оценка разности между выборочными долями. Оценку существенности разности между долями при качественной изменчивости проводят так же, как и при количественной изменчивости, т. е. по критерию t:

$$t=\frac{d}{s_d}=\frac{p_1-p_2}{\sqrt{s_{p_1}^2+s_{p_2}^2}},$$

где p_1 и p_2 — выборочные доли;

s_{p_1} и s_{p_2} — ошибки долей.

Эта формула для определения критерия существенности разности между выборочными долями вполне применима, если сравниваются две совокупности с равным объемом выборки, т. е. при $n_1=n_2$. Часто, однако, две сравниваемые группы объектов имеют разные объемы, т. е. $n_1 \neq n_2$, или индивидуальные ошибки долей не вычислены. В этих случаях ошибку разности определяют по формуле:

$$s_d=\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}.$$

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О ПРИНАДЛЕЖНОСТИ «СОМНИТЕЛЬНОЙ» ВАРИАНТЫ К СОВОКУПНОСТИ

Часто встречаются случаи, когда выборочная совокупность содержит даты, значения которых сильно отличаются от основной массы наблюдений. У исследователя возникает мысль, что цифры нетипичны, и появляется желание исключить их из таблицы. После того как данные уже получены, о них трудно сказать определенно: грубо ошибочны они или просто имеют большую, но вероятную случайную ошибку. Поэтому применяемая иногда в практике браковка сомнительных дат на глаз бывает субъективной и совершенно недопустима. Отбрасывать, браковать даты независимо от их значения можно только тогда, когда есть прямые доказательства того, что условия их получения противоречат сущности эксперимента или являются результатом грубой ошибки. Во всех других случаях «подозрительная» дата может быть забракована только путем статистической проверки, когда гипотеза о принадлежности варианты к данной совокупности будет отброшена и доказано, что она получена в каких-то особых условиях, резко отличающихся от условий всех остальных вариант.

Проверка гипотезы о принадлежности «сомнительных», наиболее уклоняющихся (крайних) вариант X_1 и X_n к данной совокупности в малых выборках осуществляется по критерию τ (греч. тау). Фактическое значение критерия, представляющее собой отношение разности между сомнительной и соседней с ней датой к размаху варьирования, сравнивают с теоретическим на 5%-ном или 1%-ном уровне значимости.

Если $\tau_{факт} > \tau_{теор}$, то варианта отбрасывается, если $\tau_{факт} < \tau_{теор}$, то варианта оставляется и нулевая гипотеза о принадлежности ее к данной совокупности не отвергается. Критические значения критерия $\tau_{теор}$, которые зависят от принятого уровня значимости и от объема выборки n, даны в таблице 18.

Таблица 18

Критические значения критерия τ для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости

n	τ		n	τ	
	0,01	0,05		0,01	0,05
4	0,991	0,955	14	0,502	0,395
5	0,916	0,807	16	0,472	0,369
6	0,805	0,689	18	0,449	0,349
7	0,740	0,610	20	0,430	0,334
8	0,683	0,554	22	0,414	0,320
9	0,635	0,512	24	0,400	0,309
10	0,597	0,477	26	0,389	0,299
11	0,566	0,450	28	0,378	0,291
12	0,541	0,428	30	0,369	0,283

Чтобы рассчитать фактическое значение критерия τ, варианты располагают в порядке возрастания: X_1, X_2, ..., X_{n-1}, X_n.

Сомнительными обычно бывают одни или оба крайних члена ряда, т. е. X_1 и X_n, а не вызывающие сомнения ближайшие к ним варианты X_2 и X_{n-1}, с которыми и сравниваются X_1 и X_n.

Критерий τ вычисляют по отношениям:

$$\text{для } X_1\ \tau = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} \text{ и для } X_n\ \tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2}.$$

В этих формулах разности $X_{n-1} - X_1$ и $X_n - X_2$ характеризуют размах варьирования вариационного ряда без крайних значений, которые сомнительны, и, следовательно, нецелесообразно связывать с ними оценку значимости отклонения X_1 с сомнительной датой X_n, а X_n — с сомнительной величиной X_1.

Пример 4. Из шести урожаев на параллельных делянках 7,9; 19,7; 19,9; 21,8; 24,1 и 27,2 вызывают сомнения $X_1 = 7,9$ и $X_n = 27,2$. Надо проверить гипотезу о принадлежности этих вариантов к совокупности.

Рассчитаем фактические значения критерия τ и сравним их с теоретическими:

$$\text{для } X_1\quad \tau = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} = \frac{19,7 - 7,9}{24,1 - 7,9} = 0,728;$$

$$\text{для } X_n\quad \tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2} = \frac{27,2 - 24,1}{27,2 - 19,7} = 0,413.$$

Значение τ для X_1 больше, чем $\tau_{05} = 0{,}689$. Следовательно, с 5%-ным уровнем можно считать значение урожая $X_1 = 7{,}9$ выходящим за пределы случайных колебаний, и есть основания исключить эту дату из дальнейшей обработки. При более строгом подходе (1%-ный уровень) оснований для браковки нет, так как фактическое значение τ меньше $\tau_{01} = 0{,}805$. В отношении $X_n = 27{,}2$ оснований для браковки нет, и нулевая гипотеза о принадлежности этого урожая к данной совокупности не отвергается ни при 5%-ном, ни при 1%-ном уровне, так как $\tau_{\text{факт}} < \tau_{05}$.

Пример 5. Имеется четыре определения содержания гумуса (в %) в почве, взятых с параллельных делянок опыта: 1,88; 2,58; 2,67 и 2,77. Необходимо проверить, не отклоняются ли слишком сильно крайние варианты.

Найдем отношение разности между сомнительной и соседней датой к размаху варьирования:

$$\text{для } X_1 \ \tau = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} = \frac{2{,}58 - 1{,}88}{2{,}67 - 1{,}88} = \frac{0{,}70}{0{,}79} = 0{,}885;$$

$$\text{для } X_n \ \tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2} = \frac{2{,}77 - 2{,}67}{2{,}77 - 2{,}58} = \frac{0{,}10}{0{,}22} = 0{,}454.$$

Для $n = 4$ теоретические значения $\tau_{01} = 0{,}991$ и $\tau_{05} = 0{,}955$. Следовательно, обе варианты находятся в пределах возможных случайных колебаний ($\tau_{\text{факт}} < \tau_{\text{теор}}$) и при вычислении средней их исключить нельзя.

Проверку нулевой гипотезы о принадлежности сомнительных дат к изучаемому ряду часто проводят вычислением доверительного интервала для всей совокупности и определением вероятности нахождения сомнительной даты X в пределах $\bar{x} \pm 2s$ (для больших выборок вероятность 95%) или $\bar{x} \pm 3s$ (уровень вероятности 99%). Если X выходит за пределы $\bar{x} \pm 2s$, то нулевая гипотеза отвергается на 5%-ном уровне, а если X выходит за пределы утроенного стандартного отклонения, т. е. $\bar{x} + 3s$, — на 1%-ном уровне значимости и дата бракуется.

Для малых выборок ($n < 30$) проверка осуществляется по соотношению $\bar{x} \pm ts$. Значение критерия t берут из таблицы 1 приложений для принятого уровня значимости и числа степеней свободы $n - 1$, а стандартное отклонение вычисляют по всем фактическим датам.

При ориентировочных расчетах значение s можно определить по формуле $s = k\,(X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}})$. Коэффициенты k даны ниже.

n	2—3	4—5	6—10	11—25	25—100
k	0,75	0,50	0,33	0,25	0,20

Необходимо отметить, что выключение сомнительных дат очень опасно и прибегать к этому следует лишь в исключительных случаях. Проведение любой стадии эксперимента на высоком уровне, тщательная организация труда и некоторое предвидение трудностей, которые могут возникнуть в опытной работе, позволяют избежать грубых ошибок, а следовательно, и браковки сомнительных дат.

ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ МЕЖДУ НАБЛЮДАЕМЫМИ И ОЖИДАЕМЫМИ (ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ) РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ χ^2

Критерий χ^2 применяется в тех случаях, когда необходимо определить соответствие двух сравниваемых рядов распределения — эмпирического и теоретического или двух эмпирических. Особенно широко критерий соответствия используется в генетическом анализе, когда необходимо убедиться в том, является ли обнаруженное отклонение от теоретически ожидаемого расщепления (1 : 1; 3 : 1; 9 : 3 : 4; 9 : 3 : 3 : 1 и т. д.) отклонением закономерным или оно лежит в пределах возможных случайных колебаний.

Если обозначить теоретически ожидаемые показатели для данной группы объектов через $F_1, F_2, \ldots, F_n$, а опытные, эмпирически полученные через $f_1, f_2, \ldots, f_n$, то отклонения фактических данных от теоретических будут равны $f_1 - F_1$; $f_2 - F_2$, ..., $f_n - F_n$. Общей мерой отклонения фактических данных от теоретических, т. е. критерием соответствия χ^2, будет сумма отношений квадратов разностей между частотами эмпирического и теоретического распределений к частотам теоретического распределения для данной группы:

$$\chi^2 = \frac{(f_1 - F_1)^2}{F_1} + \frac{(f_2 - F_2)^2}{F_2} + \ldots + \frac{(f_n - F_n)^2}{F_n}.$$

Эту формулу можно написать и в более сжатом виде:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F}.$$

Если фактические и теоретически ожидаемые данные полностью совпадают, то $\chi^2 = 0$. В этом случае вероятность предложенной нулевой гипотезы полная: $P = 1{,}00$, а если $f \neq F$, то χ^2 будет отклоняться от нуля и тем больше, чем больше расхождения между теоретическими и эмпирическими данными. Те предельные значения χ^2, при которых нулевая гипотеза может быть приемлема, находят по таблице 5 приложений. Согласно установившейся практике, нулевая гипотеза о соответствии между фактическими и теоретическими данными не отвергается, если $\chi_{факт} < \chi_{05}$, и отвергается при $\chi_{факт} > \chi_{05}$.

ОЦЕНКА РАЗЛИЧИЙ МЕЖДУ ДИСПЕРСИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ F

Существенность различий в степени вариации признаков оценивают при помощи критерия F.

Если $F_{факт} \geq F_{теор}$, то между сравниваемыми дисперсиями имеются существенные различия, когда $F_{факт} < F_{теор}$ — различия несущественны и нулевая гипотеза о равенстве сравниваемых дисперсий не отвергается. Так как числителем всегда берется большая дисперсия, то критерий F равен единице или больше ее. Теоретическое значение критерия F для принятого в исследовании уровня значимости находят по таблице 2 приложений с учетом числа степеней свободы сравниваемых дисперсий.

На сравнении дисперсий построен важный статистический метод, получивший название дисперсионного анализа, основы которого рассмотрены ниже.

§ 4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

ОСНОВЫ МЕТОДА

Дисперсионный анализ разработан и введен в практику сельскохозяйственных и биологических исследований английским ученым Р. А. Фишером, который открыл закон распределения отношения средних квадратов (дисперсий):

$$\frac{\text{средний квадрат выборочных средних}}{\text{средний квадрат объектов}} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = F.$$

Дисперсионный анализ широко используется для планирования эксперимента и статистической обработки его данных. Если в недалеком прошлом считали, что роль математика состоит лишь в анализе экспериментальных данных, то работы Р. А. Фишера коренным образом изменили эту точку зрения, и в настоящее время статистическое планирование опыта в соответствии с требованиями дисперсионного анализа и математическая интерпретация результатов — непременные условия успешного получения ответов на вопросы, интересующие экспериментатора. Статистически обоснованный план эксперимента определяет и метод математического анализа результатов. Поэтому современный эксперимент нельзя правильно спланировать, не зная основ дисперсионного анализа.

При дисперсионном анализе одновременно обрабатывают данные нескольких выборок (вариантов), составляющих единый статистический комплекс, оформленный в виде специальной рабочей таблицы. Структура статистического комплекса и его последующий анализ определяются схемой и методикой эксперимента.

Сущностью дисперсионного анализа является расчленение общей суммы квадратов отклонений и общего числа степеней свободы на части — компоненты, соответствующие структуре эксперимента, и оценка значимости действия и взаимодействия изучаемых факторов по F-критерию.

Если обрабатывают однофакторные статистические комплексы, состоящие из нескольких независимых выборок, например l-вариантов в вегетационном опыте, то общая изменчивость результативного признака, измеряемая общей суммой квадратов C_Y, расчленяется на два компонента: варьирование между выборками (вариантами) C_V и внутри выборок C_Z. Следовательно, в общей форме изменчивость признака может быть представлена выражением:

$$C_Y = C_V + C_Z.$$

Здесь вариация между выборками (вариантами) представляет ту часть общей дисперсии, которая обусловлена действием изучаемых факторов, а дисперсия внутри выборок характеризует случайное варьирование изучаемого признака, т. е. ошибку эксперимента.

Общее число степеней свободы ($N - 1$) также расчленяется на две части — степени свободы для вариантов ($l - 1$) и для случайного варьирования ($N - l$), а именно:

$$N - 1 = (l - 1) + (N - l).$$

Если обрабатывают однофакторные сопряженные статистические комплексы, когда выборки (варианты) связаны каким-то общим контролируемым условием, например наличием n организованных повторений (блоков) в полевом опыте, общая сумма квадратов разлагается на три части: варьирование повторений C_P, вариантов C_V и случайное C_Z. В подобных случаях общая изменчивость и общее число степеней свободы могут быть представлены выражениями:

$$C_Y = C_P + C_V + C_Z;$$
$$(N - 1) = (n - 1) + (l - 1) + (n - 1)(l - 1).$$

Суммы квадратов отклонений по данным полевого опыта — статистического комплекса с l-вариантами и n-повторениями — находят обычно в такой последовательности. В исходной таблице определяют суммы по повторениям P, вариантам V и общую сумму всех наблюдений ΣX. Затем вычисляют:

1) общее число наблюдений $N = ln$;
2) корректирующий фактор (поправку) $C = (\Sigma X)^2 : N$;
3) общую сумму квадратов $C_Y = \Sigma X^2 - C$;
4) сумму квадратов для повторений $C_P = \Sigma P^2 : l - C$;
5) сумму квадратов для вариантов $C_V = \Sigma V^2 : n - C$;
6) сумму квадратов для ошибки (остаток) $C_Z = C_Y - C_P - C_V$.

Две последние суммы квадратов C_V и C_Z делят на соответствующие им степени свободы, т. е. приводят к сравниваемому виду — одной степени свободы вариации. В результате получают два средних квадрата (дисперсии):

$$\text{вариантов } s_V^2 = \frac{C_V}{l - 1} \text{ и}$$

$$\text{ошибки } s^2 = \frac{C_Z}{(n - 1)(l - 1)}.$$

Эти средние квадраты и используют в дисперсионном анализе для оценки значимости действия изучаемых факторов. Оценка проводится путем сравнения дисперсии вариантов s_V^2 с дисперсией ошибки s^2 по критерию $F = \frac{s_V^2}{s^2}$. Таким образом, за базу — единицу сравнения принимают средний квадрат случайной дисперсии, которая определяет случайную ошибку эксперимента. При этом проверяемой нулевой гипотезой служит предположение: все выборочные средние являются оценками одной генеральной средней, и, следовательно, различия между ними несущественны. Если $F_{факт}=\frac{s_V^2}{s^2}<F_{теор}$, то нулевая гипотеза $H_0: d=0$ не отвергается; между всеми выборочными средними нет существенных различий, и на этом проверка заканчивается. Нулевая гипотеза отвергается, когда $F_{факт}=\frac{s_V^2}{s^2}\geqslant F_{теор}$. В этом случае дополнительно проводят оценку существенности частных различий по НСР или при более строгой оценке по D-критерию Тьюки и определяют, между какими средними имеются значимые различия.

Теоретическое значение критерия F для принятого в исследовании уровня значимости находят по таблице 2 приложений с учетом числа степеней свободы для дисперсии вариантов и случайной дисперсии. В большинстве случаев избирают 5%-ный, а при более строгом подходе 1%-ный или даже 0,1%-ный уровень значимости.

При наличии общих принципов возможны разные модели, или конкретные схемы, дисперсионного анализа, отражающие условия и методику проведения эксперимента. Общая схема дисперсионного анализа однофакторных комплексов дана в таблице 19. Здесь N — общее число наблюдений, l — число вариантов, n — число повторений, рядов и столбцов. Делением суммы квадратов для вариантов C_V и остатка C_Z на соответствующее число степеней свободы получают средние квадраты s_V^2 и s^2, необходимые для расчета критерия F.

Здесь необходимо подчеркнуть, что все суммы квадратов — положительные числа. Отрицательное значение суммы означает, что допущена ошибка, которую следует отыскать и исправить.

Таблица 19

Общая схема дисперсионного анализа однофакторных экспериментов (комплексов)

Вид эксперимента	Сумма квадратов (в числителе) и степени свободы (в знаменателе)				
	общая	повторений (рядов)	столбцов	вариантов	остаток (ошибки)
Вегетационные и полевые опыты, проведенные методом неорганизованных повторений (полная рандомизация)	$\frac{C_Y}{N-1}$	—	—	$\frac{C_V}{l-1}$	$\frac{C_Z}{N-l}$
Полевые и вегетационные опыты, проведенные методом организованных повторений (блоков)	$\frac{C_Y}{N-1}$	$\frac{C_P}{n-1}$	—	$\frac{C_V}{l-1}$	$\frac{C_Z}{(n-1)(l-1)}$
Латинский квадрат	$\frac{C_Y}{N-1}$	$\frac{C_P}{n-1}$	$\frac{C_C}{n-1}$	$\frac{C_V}{n-1}$	$\frac{C_Z}{(n-1)(n-2)}$
Латинский прямоугольник	$\frac{C_Y}{N-1}$	$\frac{C_P}{n-1}$	$\frac{C_C}{n-1}$	$\frac{C_V}{l-1}$	$\frac{C_Z}{(n-1)(l-2)}$

Из таблицы 19 видно, что для каждого вида эксперимента имеется определенная математическая модель, или схема дисперсионного анализа. Так, урожай с единичной делянки полевого опыта или сосуда вегетационного опыта, проведенных методом неорганизованных повторений, может рассматриваться состоящим из двух компонентов: связанного с вариантом и случайного компонента, связанного с ошибкой. В полевом опыте, поставленном методом блоков, компонентов варьирования урожая будет уже три: повторение, вариант и ошибка; в латинском квадрате и прямоугольнике — четыре: ряд, столбец, вариант и ошибка.

Ясное представление о математической модели дисперсионного анализа облегчает понимание необходимых вычислительных операций, особенно при обработке данных многофакторных опытов, в которых больше источников варьирования, чем в простых, однофакторных опытах. Например, в двухфакторном опыте, поставленном методом обычных повторений (блоков), сумма квадратов для вариантов C_V расчленяется на три, а в трехфакторном — на семь компонентов. Общая сумма квадратов для этих опытов будет представлена следующими выражениями (в скобках указаны суммы квадратов для изучаемых факторов A, B, C и их взаимодействия):

$$C_Y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_P + C_Z;$$

$$C_Y = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + C_P + C_Z.$$

Соответственно указанным компонентам варьирования результативного признака разлагают и общее число степеней свободы.

Часто многофакторные опыты закладывают по методу сложных, или расщепленных, делянок. В этом случае не все сравнения можно провести с одинаковой степенью точности. Неравноточность различных сравнений, вытекающая из расположения вариантов на расщепленной делянке, требует расслоения ошибки опыта в соответствии с составляющими ее компонентами: на ошибку для вариантов, размещенных на делянках первого порядка C_{ZI}, на ошибку для делянок второго порядка C_{ZII} и т. д. Эти ошибки и используют затем для оценки действия и взаимодействия факторов. Например, для двух- и трехфакторных полевых опытов, проведенных соответственно с двойным и тройным расщеплением делянок, общая сумма квадратов будет равна:

$$C_Y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_P + C_{ZI} + C_{ZII};$$

$$C_Y = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + C_P + C_{ZI} + C_{ZII} + C_{ZIII}.$$

Таким образом, в опытах с расщепленными делянками оценка существенности различий будет опираться не на одну остаточную сумму квадратов C_Z, как это было во всех предшествующих примерах, а на суммы квадратов, рассчитанные для делянок первого, второго и третьего порядков.

Для упрощения расчетов сумм квадратов, особенно при отсутствии вычислительной машины, исходные даты обычно преобразуют

[…]ируют) путем вычитания из результатов измерений условного [н]ачала A — одного и того же целого числа, близкого к среднему урожаю по опыту $\bar{x}$. Изменение начала отсчета не оказывает влияния на суммы квадратов и позволяет работать с малозначными цифрами.

Дисперсионный анализ дает возможность получить представление о степени, или доле, влияния того или иного фактора в общей дисперсии признака, которую принимают за единицу или 100%, а именно:

$\eta_V^2 = \frac{C_V}{C_Y}$ — влияние вариантов; $\eta_P^2 = \frac{C_P}{C_Y}$ — влияние повторений;

$\eta_Z^2 = \frac{C_Z}{C_Y}$ — влияние случайных факторов;

$\eta_Y^2 = \eta_V^2 + \eta_P^2 + \eta_Z^2 = 1{,}0$ (или 100%) — влияние всех факторов.

Отношение сумм квадратов вариантов, повторений и остатка к общему варьированию, обозначенное здесь соответственно η_V^2, η_P^2 и η_Z^2, показывает долю участия отдельных факторов в общей изменчивости признака. При этом $\eta_V = \sqrt{\eta_V^2} = \sqrt{\frac{C_V}{C_Y}}$ — корреляционное отношение, характеризующее тесноту связи результативного признака с факториальным, а η_V^2 — индекс детерминации, показывающий долю его варьирования под воздействием изучаемых факторов.

Дисперсионный анализ быстро вошел в употребление при обработке экспериментальных данных благодаря следующим основным преимуществам его перед методом попарных сравнений по t-критерию Стьюдента:

1) вместо индивидуальных ошибок, средних по каждому варианту, в дисперсионном анализе используется обобщенная ошибка средних, которая опирается на большее число наблюдений и, следовательно, является более надежной базой для оценок;

2) методом дисперсионного анализа можно обрабатывать данные простых и сложных, однолетних и многолетних, однофакторных и многофакторных опытов;

3) дисперсионный анализ позволяет избежать громоздких вычислений при большом числе вариантов в опыте и дает возможность компактно в виде существенных разностей представить итоги статистической обработки.

Современная теория планирования эксперимента и статистический анализ базируются на принципах рендомизации. Теория требует, чтобы все наблюдения были независимы. В этом случае дисперсионный анализ дает правильную, несмещенную оценку ошибки эксперимента. Следовательно, если опыт не рендомизирован, то экспериментатор может получить смещенную оценку ошибки опыта, и обычно используемые в дисперсионном анализе критерии значимости теряют законную силу и не могут использоваться в качестве аргументов строгого статистического доказательства эффектов вариантов.

Критерий F устанавливает только сам факт наличия существенных различий между средними, но не указывает, между какими средними имеются эти различия. Поэтому, если общая оценка по критерию F устанавливает наличие вариантов, существенно отличающихся от остальных ($F_{факт} \geq F_{теор}$), и нулевая гипотеза о равенстве параметров изучаемых совокупностей отвергается, то необходимо определить, к каким вариантам относятся существенные разности. Когда $F_{факт} < F_{теор}$ и, следовательно, нулевая гипотеза не отвергается, оценку частных различий не проводят. В этом случае все разности между любыми парами находятся в пределах ошибки опыта.

В практике опытной работы используется несколько методов для оценки существенности разности между средними. Рассмотрим наиболее распространенные из них.

1. Оценка значимости разности между средними по наименьшей существенной разности (НСР). Если в опыте l вариантов, то можно определить $\frac{l(l-1)}{2}$ разностей между средними, среди которых могут быть существенные и несущественные разности. Критерий НСР $= ts_d$ указывает предельную ошибку для разности двух выборочных средних. Если фактическая разность $d \geq$ НСР, то она существенна, значима, а если $d <$ НСР — несущественна, незначима.

Чтобы определить НСР, необходимо по данным дисперсионного анализа вычислить:

обобщенную ошибку средней $s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$;

ошибку разности средних $s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}$*.

В опытной работе чаще всего проводят попарные сравнения средних по вариантам и вычисляют ошибку разности по приведенной выше формуле. Но иногда, например, когда в опыте нет контрольного варианта, возникает необходимость сравнить средние урожаи опытных вариантов со средним урожаем в опыте. В этом случае ошибку разности средних вычисляют по формуле:

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{s^2 \frac{(l-1)}{ln}} = s_{\bar{x}} \sqrt{\frac{l-1}{l}}.$$

Иногда приходится сравнивать группы неодинакового размера и неравномерные комплексы, в которых средние неравноточны. В этих случаях ошибку разности вычисляют по формуле:

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}} = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}},$$

* В. Н. Перегудов (1968) обозначает обобщенную ошибку средней буквой E или e, а ошибку разности средних — E_d или e_d (начальные буквы англ. error — ошибка и difference — разность).

где s^2 — остаточный средний квадрат, который берется из таблицы дисперсионного анализа, а n_1 и n_2 — число повторностей в сравниваемых группах.

Если $n_1 = n_2$, то формула приобретает вид:

$$s_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{s^2 \frac{2n}{n^2}} = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}.$$

Подставляя значение s_d в формулу НСР, получим (в абсолютных или относительных величинах):

$$НСР_{05} = t_{05}\, s_d; \qquad НСР_{05}\,\% = \frac{t_{05}\, s_d}{\bar{x}}\, 100;$$

$$НСР_{01} = t_{01}\, s_d; \qquad НСР_{01}\,\% = \frac{t_{01}\, s_d}{\bar{x}}\, 100;$$

$$НСР_{001} = t_{001}\, s_d; \qquad НСР_{001}\,\% = \frac{t_{001}\, s_d}{\bar{x}}\, 100.$$

Значение критерия t для принятого уровня значимости и числа степеней свободы остаточной дисперсии берут из таблицы 1 приложений. Индексами при НСР и t записаны показатели уровня значимости (5, 1 и 0,1%-ный). Напомним, что 5%-ному уровню значимости соответствует 95%-ный уровень вероятности, 1%-ному — 99%-ный и 0,1%-ному — 99,9%-ный.

Разности между средними, которые больше $НСР_{05}$, считаются существенными с 5%-ным уровнем значимости и обозначаются одной звездочкой (*), больше $НСР_{01}$ — существенными с 1%-ным уровнем значимости и обозначаются двумя звездочками (**), а больше $НСР_{001}$ — существенными с 0,1%-ным уровнем значимости и обозначаются тремя звездочками (***).

Используя связь между F и t, а именно $F = t^2$ при $\nu_1 = 1$, значение наименьшей существенной разности можно рассчитывать по формуле:

$$НСР = \sqrt{\frac{2s^2F}{n}},$$

где F — критерий Фишера для принятого уровня значимости и числа степеней свободы $\nu_1 = 1$ и ν_2 = числу степеней свободы остатка; s^2 — остаточная дисперсия; n — число повторностей.

В формуле НСР вместо критерия t Стьюдента и F Фишера иногда используется критерий t Дункана, учитывающий число объектов (вариантов). Для экспериментов с 3—5 вариантами этот критерий в 1,04—1,09, а для опытов с 6—15 вариантами в 1,1—1,2 раза больше значения t Стьюдента (табл. 3 приложения).

2. Оценка значимости разностей между средними по величине утроенной ошибки средней, т. е. $3s_{\bar{x}}$ или $3E$ (по В. Н. Перегудову). Обобщенная ошибка средней $s_{\bar{x}}$ определяется на основе остаточного среднего квадрата $s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$. Утроенная величина этой ошибки и принимается за крите-

рий существенности. Если фактические разности $d \geqslant 3s_{\bar{x}}$, то они существенны на 5%-ном уровне, а если $d < 3s_{\bar{x}}$ — несущественны.

Когда в опыте с 4—6-кратной повторностью много вариантов, например в сортоиспытании, то применение критерия $3s_{\bar{x}}$ обосновано. Но для опытов с 2—6 вариантами при 3—4-кратной повторности эта оценка дает преувеличенное число существенных разностей.

Сказанное станет понятным, если рассмотреть, как возникает критерий $3s_{\bar{x}}$ или $3E$.

Дисперсионный анализ дает обобщенную, одинаковую для всех средних ошибку $s_{\bar{x}} = s_{\bar{x}_1} = s_{\bar{x}_2} = \ldots s_{\bar{x}_n}$ и, следовательно, единую ошибку разности средних:

$$s_d = \sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}} = \sqrt{2s^2_{\bar{x}}} = 1{,}414\, s_{\bar{x}}.$$

При числе степеней свободы для остатка $\nu_2 \geqslant 16$, когда $t_{05} = 2{,}12$, наименьшая существенная разность на 5%-ном уровне значимости равна: $НСР_{05} = t_{05}s_d = 2{,}12 \cdot 1{,}414 s_{\bar{x}} = 2{,}99 s_{\bar{x}}$, или, округленно, $3s_{\bar{x}}$.

Таким образом, утроенная ошибка — это $НСР_{05}$ для опытов с $\nu_2 \geqslant 16$. Когда $\nu_2 < 16$, то коэффициент перед $s_{\bar{x}}$ возрастает и особенно сильно, если остаточное число степеней свободы снижается до 2—7, что и наблюдается в опытах с небольшим числом вариантов. В этих случаях сама величина ошибки $s_{\bar{x}}$ становится ненадежной базой для оценки, и поэтому для получения критерия существенности на прежнем 5%-ном уровне перед $s_{\bar{x}}$ В. Н. Перегудов рекомендует ставить следующие коэффициенты:

Остаточное число степеней свободы	2	3	4	5	6—7	8—9	10—12	13—15	16 и более
Коэффициент при $s_{\bar{x}}$	6,08	4,50	3,93	3,64	3,40	3,23	3,11	3,04	3,00

Таким образом, применение критерия $3s_{\bar{x}}$ или $3E$ обосновано для числа степеней свободы остаточной дисперсии $\nu \geqslant 16$, когда $3s_{\bar{x}} = НСР_{05}$. Если $\nu_2 < 16$, то использование утроенной ошибки для оценки разности между средними, что часто делается при статистической обработке опытов с небольшим числом вариантов, неправомерно, такая оценка различий между средними дает сильно преувеличенное количество существенных разностей. В этих случаях перед $s_{\bar{x}}$ необходимо ставить коэффициенты, приведенные выше, которые в 1,5 — 2 раза могут превосходить число 3.

3. **Оценка существенности разности по D критерию Тьюки.** Исследования Дж. Тьюки показали, что при числе вариантов больше двух оценка различий между средними по НСР также дает преувеличенное количество существенных разли-

чий. В связи с этим он предложил метод сравнения выборочных разностей с величиной $D = Qs_{\bar{x}}$, которую получают умножением ошибки средней на множитель Q. Значение Q берут из таблицы 4 приложений, и $s_{\bar{x}}$ определяют методом дисперсионного анализа. Если фактические разности $d \geqslant D$, то они существенны на 5%-ном уровне, а когда $d < D$ — несущественны.

Для опытов с двумя вариантами $Q = t_{05}\sqrt{2}$ и, следовательно, $D = t_{05}\, s_{\bar{x}} \sqrt{2} = \text{НСР}_{05}$. Если в опыте более двух вариантов, то $D > \text{НСР}_{05}$. Так, для опытов с 6—15 вариантами при 4—6-кратной повторности значение критерия D в 1,5—1,8 раза больше НСР_{05}. Таким образом, D более чувствительный критерий, чем НСР_{05} и $3s_{\bar{x}}$, так как он базируется не только на числе степеней свободы остаточной дисперсии, но и учитывает число вариантов в опыте.

4. Оценка существенности частных различий по F-критерию. Иногда существенность частных различий между средними проверяют по F-критерию, который определяют для каждой сравниваемой пары средних:

$$F = \frac{d^2}{s^2} \times \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2},$$

где d — разность между средними;

s^2 — дисперсия остатка (ошибки);

n_1, n_2 — число повторностей в сравниваемых группах.

При $n_1 = n_2$ формула принимает вид:

$$F = \frac{d^2 n}{2s^2}.$$

Фактическое значение F сравнивают с теоретическим при числе степеней свободы $\nu_1 = 1$ и $\nu_2 =$ степени свободы остатка. Если $F_ф \geqslant F_т$, то разность существенна, а если $F_ф < F_т$ — несущественна и H_0: $d = 0$ не отвергается.

Неудобство оценки существенности частных различий по F-критерию заключается в том, что необходимо вычислять большое число значений F, особенно в многовариантных опытах.

При использовании дисперсионного анализа в практике экспериментальной работы существенные разности между средними чаще всего определяют по НСР_{05}. Этот критерий и принят нами при оценке частных различий. Для ориентировочных расчетов можно использовать упрощенный критерий $3s_{\bar{x}}$ или $3E$, а при более строгой оценке, особенно когда в опыте много вариантов и мало повторностей, целесообразно применять D-критерий Тьюки. Вычисление существенных разностей при $F_ф \geqslant F_т$ не проводят в том случае, когда в опыте только два варианта и, следовательно, критерий F дает достаточную информацию для выводов.

В системе государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур на основе НСР_{05} или $3E$, обозначаемых через γ, все сорта распределяют на три группы:

I группа — отклонения средних урожаев от стандарта (контроля) с положительным знаком больше HCP_{05};

II группа — отклонения не выходят за пределы $\pm HCP_{05}$;

III группа — отклонения с отрицательным знаком больше по абсолютной величине HCP_{05}.

Распределение вариантов на три группы по величине существенной разности целесообразно использовать и в агротехнических опытах.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Правильное использование дисперсионного анализа для обработки экспериментального материала предполагает однородность дисперсий по вариантам (выборкам), нормальное или близкое к нему распределение варьирующих величин, значения которых получают независимо одно от другого. В агрономических исследованиях независимость сравнения достигается рендомизированным размещением вариантов в опыте и случайным отбором проб в выборку. Когда есть основания предполагать неоднородность дисперсий по выборкам, о чем обычно свидетельствуют большие различия в варьировании по вариантам, например при учете сорняков, энто- и фитофауны, то рекомендуется преобразовать (трансформировать) исходные даты. Трансформация дает возможность уменьшить пределы варьирования, устранить неоднородность дисперсий по выборкам и провести сравнение результатов более точно.

Наиболее подходящие и чаще всего применяемые преобразования следующие:

1) логарифмические, когда каждое значение X трансформируется в $\lg X$ [или в $\lg(X+1)$, если некоторые наблюдения равны нулю];

2) трансформация данных подсчета численности путем извлечения квадратного корня из $X - \sqrt{X}$ (или $\sqrt{X+1}$, когда некоторые наблюдения дают нулевые или очень небольшие значения);

3) трансформация X в «угол-арксинус $\sqrt{\text{процент}}$» (по табл. 8 приложений), когда наблюдаемые величины выражены в процентах, например пораженность растений болезнями и вредителями, или при изучении силы действия повреждающих факторов на биологические объекты, в пробиты и эквивалентные углы. Преобразование процентов можно не проводить, если все значения лежат в пределах между 15 и 85, но, если имеются значения, близкие к 0 и 100, когда вариация сильно снижается, необходимы преобразования, позволяющие провести сравнения результатов более точно.

Преобразованные значения обрабатывают по схеме дисперсионного анализа и после оценки существенности частных различий переходят обратно к первоначальным единицам измерения. Средние, полученные в процессе преобразования, будут несколько отличаться от средних, полученных по исходным датам, но разница обычно невелика, и более правильным средним будет значение, полученное обратным переходом.

§ 5. КОРРЕЛЯЦИЯ, РЕГРЕССИЯ И КОВАРИАЦИЯ

В агрономических исследованиях редко приходится иметь дело с точными и определенными функциональными связями, когда каждому значению одной величины соответствует строго определенное значение другой величины. Здесь чаще встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака X соответствует не одно, а множество возможных значений признака Y, т. е. их распределение. Такие связи, обнаруживаемые лишь при массовом изучении признаков, в отличие от функциональных называются стохастическими (вероятностными) или корреляционными.

При изучении корреляционных связей возникает два основных вопроса — о тесноте связи и о форме связи. Для измерения тесноты и формы связи используют специальные статистические методы, называемые корреляцией и регрессией.

По форме корреляция может быть линейной и криволинейной, по направлению прямой и обратной. Корреляцию и регрессии называют простой, если исследуется связь между двумя признаками, и множественной, когда изучается зависимость между тремя и более признаками.

Регрессионный и ковариационный анализы приобретают все большее значение в современных исследованиях по биологии и агрономии. Под регрессией понимается изменение результативного признака Y (функции) при определенном изменении одного или нескольких факториальных (аргументов).

Связь между функцией и аргументом выражается уравнением регрессии или корреляционным уравнением. При простой регрессии уравнение кратко обозначается $Y = f(X)$ и при множественной $Y = f(X, Z, V, \ldots)$. Если степень связи между признаками велика, то по уравнению регрессии можно предсказать значение результативного признака для определенных значений факториальных признаков. Для оценки тесноты (силы) связи используют коэффициенты корреляции и корреляционное отношение.

Совместное применение методов корреляции, регрессии и дисперсионного анализа для уточнения эксперимента получило название ковариационного анализа. Слово ковариация составлено из начальных букв слова корреляция и из слова вариация.

Суть ковариационного анализа сводится к следующему. Если между результативным признаком Y и сопутствующим эксперименту неизучаемым признаком X имеет место значимая линейная связь, то методом ковариации можно статистически выровнять условия проведения опыта в отношении признака X и тем заметно снизить ошибку эксперимента и получить больше информации об изучаемом явлении.

ЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

Под линейной (прямолинейной) корреляционной зависимостью между двумя признаками X и Y понимают такую зависимость, которая носит линейный характер и выражается уравнением прямой линии

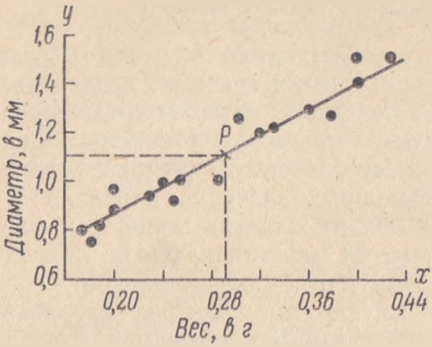

Рис. 46. Зависимость между весом и диаметром стеблей льна-долгунца.

$Y = a + bX$. Это уравнение называется уравнением регрессии Y на X, а соответствующая ему прямая линия — выборочной линией регрессии Y на X. Прямая линия, показанная на рисунке 46, проходит через точку P, которая соответствует значениям средних $\bar{x}$ и $\bar{y}$ и имеет наклон, определяемый в единицах Y на одну единицу X. Здесь b — выборочный коэффициент регрессии. Рисунок 46 показывает, что линейная регрессия — это такая зависимость, когда при любом значении аргумента X одинаковые приращения его вызывают одинаковые изменения функции Y. Когда при одинаковых приращениях аргумента функция имеет неодинаковые изменения, регрессия называется криволинейной.

Линейная регрессия Y на X показывает, как изменяется в среднем величина Y при изменении величины X. Если при увеличении X величина Y в среднем увеличивается, то корреляция и регрессия называется положительной, или прямой, а если с увеличением X значение Y в среднем уменьшается — отрицательной, или обратной.

Для анализа линейной корреляции между X и Y проводят n независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел $(X_1; Y_1)$, $(X_2; Y_2)$, ..., $(X_n; Y_n)$. По этим значениям определяют выборочные эмпирические коэффициенты корреляции и регрессии, рассчитывают уравнение регрессии, строят теоретическую линию регрессии и оценивают значимость полученных результатов.

В качестве числового показателя простой линейной корреляции, указывающего на тесноту (силу) и направление связи X с Y, используют к о э ф ф и ц и е н т к о р р е л я ц и и, обозначаемый буквой r. Он является безразмерной величиной, изменяющейся в области $-1 < r < +1$. Коэффициент корреляции рассчитывают по формуле:

$$r = \frac{\sum (X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (X-\bar{x})^2 \sum (Y-\bar{y})^2}},$$

или, минуя вычисления отклонений и квадратов отклонений, по формуле:

$$r = \frac{\sum XY - (\sum X \sum Y) : n}{\sqrt{(\sum X^2 - (\sum X)^2 : n)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2 : n)}}.$$

Если каждой величине X соответствует только определенная величина Y, то корреляционная связь переходит в функциональную, которую можно считать частным случаем корреляционной. При полных связях, когда корреляционная связь превращается в функциональную, значение коэффициента корреляции равно для положительных, или прямых, связей $+1,0$, для отрицательных, или обратных, связей $-1,0$. Чем ближе r к $+1$ или -1, тем теснее прямолинейная корреляционная связь; она ослабевает с приближением r к 0. Когда $r = 0$, между X и Y нет линейной связи, но криволинейная зависимость может существовать.

Может показаться, что величина коэффициента корреляции, близкая к 0,5, уже достаточно высока и совпадение вариации двух признаков при этом должно быть у половины всех случаев. Однако теория корреляции показывает, что степень сопряженности в вариации двух величин более точно измеряется квадратом коэффициента корреляции (r^2). Например, при $r = 0,5$ не 50%, а только 25% изменчивости одного признака объясняется изменчивостью другого ($0,5^2 = 0,25$, или 25%), остальная же часть сопряженности ($1-0,25 = 0,75$, или 75%) обусловлена другими факторами. При $r = 0,6$ не 60%, а около 36%, при $r = 0,8$ около 64%, а при $r = 0,95$ уже около 97% изменчивости зависимой переменной Y (результативного признака) связано с изменчивостью независимой переменной X (факториального признака).

Квадрат коэффициента корреляции (r^2) называется коэффициентом детерминации и обозначается d_{yx}. Он показывает долю (%) тех изменений, которые в данном явлении зависят от изучаемого фактора. Коэффициент детерминации является более непосредственным и прямым способом выражения зависимости одной величины от другой, и в этом отношении он предпочтительнее коэффициента корреляции. В случаях, где известно, что зависимая переменная Y находится в причинной связи с независимой переменной X, значение r^2 показывает ту долю элементов в вариации Y, которая определена влиянием X. Поэтому, когда употребляют, например, выражение «50% колебаний в урожае вызывается колебаниями в выпадении осадков», то здесь 50% — коэффициент детерминации.

Считается, что при $r < 0,3$ корреляционная зависимость между признаками слабая, $r = 0,3-0,7$ — средняя, а при $r > 0,7$ — сильная.

Для оценки надежности выборочного коэффициента корреляции вычисляют его ошибку и критерий существенности.

Стандартную ошибку коэффициента корреляции определяют по формуле:

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}.$$

Здесь s_r — ошибка коэффициента корреляции;
r — коэффициент корреляции;
n — численность выборки, т. е. число пар значений, по которым вычислен выборочный коэффициент корреляции.

Из формулы следует, что коэффициенты корреляции, близкие к единице, оказываются всегда точнее коэффициентов корреляции, близких к нулю. С увеличением количества объектов исследовани s_r также будет всегда уменьшаться, а точность в определении r — во растать.

Критерий существенности коэффициента корреляции рассчиты вают по формуле:

$$t_r = \frac{r}{s_r}.$$

Если $t_{r\text{факт}} \geq t_{\text{теор}}$, то корреляционная связь существенна, а когда $t_{r\text{факт}} < t_{\text{теор}}$ — несущественна. Теоретическое значение критерия t нахо дят по таблице Стьюдента, принимая 5%-ный, а при более строгом подходе 1%-ный уровень значимости. Число степеней свободы прини мают равным $n - 2$.

При малых выборках и значениях r, близких к единице, распре деление выборочных коэффициентов корреляции заведомо отличает от нормального. Поэтому для оценки значимости коэффициента кор реляции, построения доверительных интервалов относительно кор реляции в генеральной совокупности и сравнения коэффициентов кор реляции критерий t Стьюдента становится ненадежным. Чтобы обойти это затруднение, Р. Фишер предложил преобразовать r в величину z (зет), которая распределена нормально. Для перехода от r к z и об ратно используется таблица 20. Стандартная ошибка величины равна:

$$s_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}},$$

где n — объем выборки.

Критерий значимости для z и разности $z_1 - z_2$, а также довери тельные границы величины z определяют по обычным соотношениям

$$t_z = \frac{z}{s_z}; \qquad t_{z_1 - z_2} = \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{s_{z_1}^2 + s_{z_2}^2}}; \qquad z \pm t s_z.$$

После определения доверительных границ обратным преобра ванием по таблице 20 находят соответствующие $z_{\text{макс}}$ и $z_{\text{мин}}$ величины $r_{\text{макс}}$ и $r_{\text{мин}}$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : r = 0$ можно и без расчетов критерия t_z непосредственно по таблице 7 приложений. В таблице даны граничные значения коэффициентов корреляции на 5%-ном и 1%-ном уровне значимости. Между X и Y имеется существенная связь и H_0 отвергается, если $r_ф \geq r_т$. Нуль-гипотеза не отвергается, когда $r_ф < r_т$. Рассматривая эту таблицу, легко заметить, какое влияние оказывает на размер выборки величина r. Так, для доказательства значимости слабых связей необходимо 40—100, средних 12—40 и сильных 6—12 пар наблюдений.

Коэффициент корреляции указывает на направление и степень сопряженности в изменчивости признаков, но не позволяет судить о том, как количественно меняется результативный признак при изме

Таблица 20

Соотношение между величиной r и z

Десятые доли (r)	Сотые доли (r)									
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	значения z									
0,0	0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090
0,1	0,100	0,110	0,121	0,131	0,141	0,151	0,161	0,172	0,182	0,192
0,2	0,203	0,213	0,224	0,234	0,245	0,255	0,266	0,277	0,288	0,299
0,3	0,309	0,321	0,332	0,343	0,354	0,365	0,377	0,388	0,400	0,412
0,4	0,424	0,436	0,448	0,460	0,472	0,485	0,498	0,510	0,523	0,536
0,5	0,549	0,563	0,576	0,590	0,604	0,618	0,633	0,648	0,663	0,678
0,6	0,693	0,709	0,725	0,741	0,758	0,776	0,793	0,811	0,829	0,848
0,7	0,867	0,887	0,908	0,929	0,951	0,973	0,996	1,020	1,045	1,071
0,8	1,099	1,127	1,157	1,188	1,221	1,256	1,293	1,333	1,376	1,422
0,9	1,472	1,527	1,589	1,658	1,738	1,832	1,946	2,092	2,298	2,647

нении факториального на единицу измерения, что важно в познавательных и практических целях. В подобных случаях на помощь приходит регрессионный анализ. Его основная задача определить формулу корреляционной зависимости, т. е. уравнение прямой линии.

Уравнение линейной регрессии Y по X имеет вид:

$$Y = \bar{y} - b_{yx}(X - x),$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние арифметические для ряда X и Y;

b_{yx} — коэффициент регрессии Y по X.

Коэффициент регрессии вычисляют по формулам:

$$b_{yx} = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - x)^2} \quad \text{и} \quad b_{xy} = \frac{\sum (X - x)(Y - \bar{y})}{\sum (Y - \bar{y})^2}.$$

Коэффициент регрессии b_{yx} показывает, как изменяется Y при изменении X на единицу измерения, и выражается в единицах Y, а b_{xy} ...зывает регрессию X на Y и выражается в единицах X. При исследовании односторонней зависимости, например корреляции между урожаями Y и количеством выпавших осадков X, вычисляют только ...ин коэффициент регрессии результативного признака Y на факториальный X, т. е. значение b_{yx}, так как регрессия X по Y лишена в подобных случаях логического смысла.

Таким образом, *коэффициентом линейной регрессии называется ...ло, показывающее, в каком направлении и на какую величину изменяется в среднем признак Y (функция) при изменении признака X (аргумента) на единицу измерения.* Коэффициенты регрессии имеют знак коэффициента корреляции.

Произведение коэффициентов регрессии равно квадрату коэффициента корреляции:

$$b_{yx} b_{xy} = r^2.$$

Этой формулой можно пользоваться как проверочной при вычислении коэффициентов регрессии.

Ошибку коэффициента регрессии вычисляют по формуле:

$$s_{b_{yx}} = s_r \sqrt{\frac{\sum (Y-y)^2}{\sum (X-x)^2}} \text{ и } s_{b_{xy}} = s_r \sqrt{\frac{\sum (X-x)^2}{\sum (Y-y)^2}}.$$

Критерий существенности коэффициента регрессии определяют по формуле:

$$t_b = \frac{b}{s_b}.$$

Если определен критерий существенности для коэффициента корреляции, он может быть использован и для оценки значимости коэффициента регрессии, так как $t_b = t_r$.

Существенность коэффициента регрессии оценивают по таблице 1 приложений; число степеней свободы принимают равным $n-2$.

Корреляция может быть изображена графически в виде линии регрессии. Для построения графика по оси абсцисс откладывают значения признака X, по оси ординат — значения признака Y и каждое наблюдение над двумя переменными отмечают точкой с координатами (X, Y). Такой график называется «точечной диаграммой» или «корреляционным полем» (рис. 46). По точечному графику легко установить такие связи, которые заслуживают того, чтобы наблюдения были продолжены, или, наоборот, он может указать на нецелесообразность накопления материала подобного рода.

Точечная диаграмма часто указывает на сильный разброс индивидуальных наблюдений и не позволяет с достаточной точностью определить любое значение результативного признака Y по заданному значению X. Поэтому необходимо устранить влияние случайных отклонений и найти положение теоретической линии регрессии, т. е. усредненное течение функции при равномерном увеличении аргумента.

Принципы, положенные в основу нахождения усредненного течения функции, в некоторой степени подобны определению средней арифметической, которая наиболее близко стоит ко всем индивидуальным значениям, так что сумма квадратов отклонений их от средней есть величина наименьшая. Выравнивать эмпирические ряды можно двумя способами: графическим и аналитическим.

Графический способ позволяет с достаточным приближением получить теоретическую линию регрессии без дополнительных вычислений. На точечной диаграмме при помощи прозрачной линейки с нанесенной чертой проводят линию на глаз так, чтобы она располагалась как можно ближе ко всем точкам и сумма расстояний этой линии от эмпирических точек была бы наименьшей. Этот метод дает удовлетворительные результаты в тех случаях, когда необходимо только грубо, приближенно выявить общую тенденцию. Поэтому, лучше воспользоваться аналитическим методом и найти наилучшее положение прямой линии для соответствующих данных.

Рассмотрим кратко наиболее простой аналитический способ построения теоретической линии регрессии Y по X.

По исходным наблюдениям вычисляют $\bar{x}$, $\bar{y}$ и b_{yx}. Подставляя найденные значения в уравнение линейной регрессии $Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x})$, определяют формулу уравнения прямой линии, которая примет общий вид $Y = a + bX$. По уравнению находят теоретически усредненные значения y_x для двух крайних (экстремальных) значений ряда X. Найденные точки ($X_{мин}$; $y_{мин}$) и ($X_{макс}$; $y_{макс}$) наносят на график и соединяют прямой — это и будет теоретическая линия регрессии Y по X.

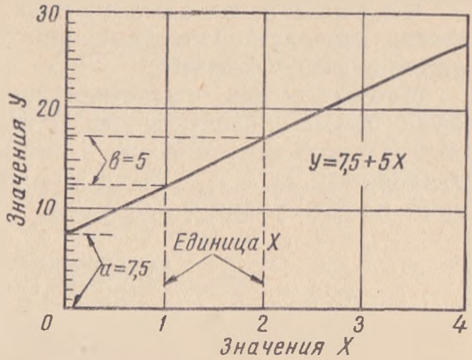

Рис. 47. График уравнения $Y = 7{,}5 + 5X$.

Для истолкования смысла уравнения линейной регрессии на рисунке 47 иллюстрировано значение параметров a и b для уравнения вида $Y = 7{,}5 + 5X$.

Параметр $a = 7{,}5$ — ордината линий, когда $X = 0$, т. е. это общее начало отсчета, и часто величина a не имеет логического смысла. Когда линия регрессии пересекает ось Y ниже нуля, то величина a отрицательная. Для максимальной величины $X = 4$ значение $y_{X=4} = 7{,}5 + 5 \times 4 = 27{,}5$.

Параметр b — коэффициент регрессии Y по X — всегда имеет определенное смысловое значение. Он указывает, насколько в среднем изменяется Y при изменении X на одну единицу измерения, например от 1 до 2 на рисунке 47. В данном примере величина $b = 5$ означает, что при возрастании значений X на одну единицу значение Y в пределах рассмотренного ряда увеличивается в среднем на 5 единиц.

ЧАСТНАЯ И МНОЖЕСТВЕННАЯ ЛИНЕЙНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И РЕГРЕССИИ

Корреляция называется множественной, если на величину результативного признака одновременно влияют несколько факториальных.

Наиболее простой формой множественной связи является линейная зависимость между тремя признаками, когда один из них, например первый, рассматривается как функция (Y), а два другие — как аргументы (X и Z). В качестве меры тесноты линейной связи трех признаков используют частные коэффициенты корреляции, обозначаемые $r_{xy \cdot z}$, $r_{xz \cdot y}$, $r_{zy \cdot x}$, и множественные коэффициенты корреляции, обозначаемые символами $R_{x \cdot yz}$, $R_{y \cdot xz}$, $R_{z \cdot xy}$.

Частный коэффициент корреляции — это показатель измеряющий степень сопряженности двух признаков при постоянном значении третьего.

Математическая статистика позволяет установить корреляцию между двумя признаками при постоянном значении третьего, не ставя специального эксперимента, а используя парные коэффициенты корреляции r_{xy}, r_{xz} и r_{yz}. Частные коэффициенты корреляции рассчитывают по формулам:

$$r_{xy \cdot z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})(1 - r^2_{yz})}};$$

$$r_{xz \cdot y} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{zy}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})(1 - r^2_{zy})}};$$

$$r_{yz \cdot x} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xy})(1 - r^2_{xz})}}.$$

Здесь в индексах буквы перед точкой указывают, между какими признаками изучается зависимость, а буква после точки — влияние какого признака исключается (элиминируется). Ошибку и критерий значимости частной корреляции определяют по тем же формулам, что и парной корреляции:

$$s_{r_{xy \cdot z}} = \sqrt{\frac{1 - r^2_{xy \cdot z}}{n - 2}}; \quad t = \frac{r}{s_r}.$$

Теоретические значения t берут из таблицы 1 приложений для принятого уровня значимости и $n - 3$ степеней свободы.

Подобно парным коэффициентам корреляции частные коэффициенты могут принимать значения, заключенные между -1 и $+1$. Частные коэффициенты детерминации находят путем возведения в квадрат частных коэффициентов корреляции:

$$d_{xy \cdot z} = r^2_{xy \cdot z}; \quad d_{xz \cdot y} = r^2_{xz \cdot y}; \quad d_{yz \cdot x} = r^2_{yz \cdot x}.$$

Определение степени частного воздействия отдельных переменных на результативный признак при исключении (элиминировании) связи его с другими признаками, искажающими эту корреляцию, часто представляет большой интерес. Например, тесноту связи урожая с осадками может сильно искажать варьирование температуры, и поэтому целесообразно изучить связь между первыми двумя признаками при постоянных значениях третьего. С чисто внешней стороны (а не внутренней) при постоянном значении элиминируемого признака нельзя подметить его статистического влияния на изменчивость других признаков: он удерживается на постоянном уровне, а другие признаки варьируют и находятся в корреляционном отношении друг с другом.

Чтобы уяснить технику расчета и смысл частного коэффициента корреляции, рассмотрим данные по определению парной корреляции между окружностями початка кукурузы (X), окружностью его стержня

(Y) и количеством рядков зерен (Z) на основании измерения 9000 початков:

$$r_{xy} = 0{,}799;\ r_{xz} = 0{,}570;\ r_{yz} = 0{,}507.$$

По приведенным выше соотношениям определим частные коэффициенты корреляции:

$$r_{xy\cdot z} = \frac{0{,}799 - 0{,}570 \times 0{,}507}{\sqrt{(1-0{,}799^2)\,(1-0{,}507)^2}} = 0{,}720;$$

$$r_{xz\cdot y} = \frac{0{,}570 - 0{,}799 \times 0{,}507}{\sqrt{(1-0{,}799^2)\,(1-0{,}507^2)}} = 0{,}550;$$

$$r_{yz\cdot x} = \frac{0{,}507 - 0{,}799 \times 0{,}570}{\sqrt{(1-0{,}799^2)\,(1-0{,}570^2)}} = 0{,}105.$$

Частный коэффициент корреляции между окружностью початка и его стержня у початков с одинаковым числом рядков зерен ($r_{xy\cdot z} = 0{,}720$) показывает, что лишь незначительная часть взаимосвязи этих признаков в общей корреляции ($r_{xy} = 0{,}799$) обусловлена влиянием третьего признака. Аналогичное заключение необходимо сделать и в отношении частного коэффициента корреляции между окружностью початка и количеством рядков зерен у початков с одинаковой окружностью стержня ($r_{xz\cdot y} = 0{,}55$ и $r_{xz} = 0{,}57$). Напротив, частный коэффициент корреляции между окружностью стержня и количеством рядков зерен у початков с одинаковой окружностью $r_{yz\cdot x} = 0{,}105$ значительно отличается от общего коэффициента корреляции $r_{yz} = 0{,}507$; из этого видно, что если подобрать початки с одинаковой окружностью, то связь между этими признаками у них будет очень слабой, так как значительная часть в этой взаимосвязи обусловлена варьированием окружности початка.

При некоторых обстоятельствах частный коэффициент корреляции может оказаться противоположным по знаку парному. Например, при изучении взаимосвязи между морфологическими признаками стеблей льна — весом (X), длиной (Y) и диаметром (Z) были получены следующие коэффициенты ($n = 100$):

между весом и длиной $r_{xy} = 0{,}6$;
между весом и диаметром $r_{xz} = 0{,}9$;
между длиной и диаметром $r_{yz} = 0{,}4$.

Частные коэффициенты корреляции при исключении влияния третьего признака:

$$r_{xy\cdot z} = \frac{0{,}6 - 0{,}9 \times 0{,}4}{\sqrt{(1-0{,}6^2)\,(1-0{,}4^2)}} = 0{,}33;$$

$$r_{xz\cdot y} = \frac{0{,}9 - 0{,}6 \times 0{,}4}{\sqrt{(1-0{,}6^2)\,(1-0{,}4^2)}} = 0{,}90;$$

$$r_{yz\cdot x} = \frac{0{,}4 - 0{,}6 \times 0{,}9}{\sqrt{(1-0{,}6^2)(1-0{,}9^2)}} = -0{,}40.$$

Частные коэффициенты корреляции между весом и длиной и весом и диаметром при систематическом исключении влияния третьего признака не вызывают никаких недоумений. Выявилась очень высокая частная корреляция веса и диаметра при исключении влияния длины стебля $r_{xz \cdot y}$ и слабая корреляция между весом и длиной $r_{xy \cdot z}$ для растений с одинаковым диаметром. Частная корреляция между длиной стебля при постоянном значении веса получилась отрицательной: при увеличении длины диаметр стебля уменьшается, тогда как общий коэффициент корреляции указывает на положительную взаимосвязь между этими признаками. На первый взгляд этот результат кажется невероятным, он противоречит обычным представлениям о росте растений: если увеличивается высота, то, конечно, увеличивается и диаметр стебля. Однако это мнимое противоречие объясняется основным условием частной корреляции — постоянством исключаемого признака. Если взять стебли льна одного и того же веса, то среди таких стеблей увеличение длины может происходить только за счет уменьшения диаметра. При увеличении обоих признаков не мог бы оставаться постоянным вес стебля.

Метод частной корреляции дает возможность вычислить частный коэффициент корреляции второго порядка. Этот коэффициент указывает взаимосвязь между первым и вторым признаком при постоянном значении третьего и четвертого. Определение частного коэффициента второго порядка ведут на основании частных коэффициентов первого порядка по формуле:

$$r_{xy \cdot zv} = \frac{r_{xy \cdot v} - r_{xz \cdot v} \cdot r_{yz \cdot v}}{\sqrt{(1 - r^2_{xz \cdot v})(1 - r^2_{yz \cdot v})}}.$$

Здесь $r_{xy \cdot v}$, $r_{xz \cdot v}$, $r_{yz \cdot v}$ — частные коэффициенты первого порядка, значение которых определяют по формуле частного коэффициента, используя коэффициенты парной корреляции r_{xy}, r_{xz}, r_{xv}, r_{yz}, r_{yv}, r_{zv}.

Множественный коэффициент корреляции трех переменных — это показатель тесноты линейной связи между одним из признаков (буква индекса перед точкой) и совокупностью двух других признаков (буквы индекса после точки):

$$R_{x \cdot yz} = \sqrt{\frac{r^2_{xy} + r^2_{xz} - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r^2_{yz}}};$$

$$R_{y \cdot xz} = \sqrt{\frac{r^2_{xy} + r^2_{yz} - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r^2_{xz}}};$$

$$R_{z \cdot xy} = \sqrt{\frac{r^2_{xz} + r^2_{yz} - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r^2_{xy}}}.$$

Эти формулы позволяют легко вычислить множественные коэффициенты корреляции при известных значениях коэффициентов парной корреляции r_{xy}, r_{xz} и r_{yz}.

Коэффициент R не отрицателен и всегда находится в пределах от 0 до 1. При приближении R к единице степень линейной связи трех признаков увеличивается. Между коэффициентом множественной корреляции, например $R_{y \cdot xz}$ и двумя коэффициентами парной корреляции r_{yx} и r_{yz}, существует следующее соотношение: каждый из парных коэффициентов не может превышать по абсолютной величине $R_{y \cdot xz}$.

Квадрат коэффициента множественной корреляции R^2 называется коэффициентом множественной детерминации. Он показывает долю вариации зависимой переменной под воздействием изучаемых факторов.

Значимость множественной корреляции оценивается по F-критерию:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2}\left(\frac{n-k}{k-1}\right),$$

где n — объем выборки, k — число признаков; в нашем случае $k = 3$.

Теоретическое значение F-критерия берут из таблицы 2 приложений для $\nu_1 = k - 1$ и $\nu_2 = n - k$ степеней свободы и принятого уровня значимости. Нулевая гипотеза о равенстве множественного коэффициента корреляции в совокупности нулю ($H_0 : R = 0$) принимается, если $F_ф < F_т$, и отвергается, если $F_ф \geqslant F_т$.

Приведем пример вычисления коэффициента множественной корреляции. При изучении методики селекционного отбора у репчатого лука второго года жизни были получены такие коэффициенты парной корреляции ($n = 15$):

между урожаем (Y) и средним весом луковицы (X) ... $r_{yx} = 0{,}6$;
между урожаем (Y) и гнездностью (Z) ... $r_{yz} = 0{,}3$;
между средним весом луковицы (X) и гнездностью (Z) ... $r_{xz} = -0{,}2$.

Необходимо выяснить зависимость урожая (Y) от среднего веса луковицы (X) и гнездности (Z), т. е. рассчитать коэффициент множественной корреляции:

$$R_{y \cdot xz} = \sqrt{\frac{0{,}6^2 + 0{,}4^2 - 2 \times 0{,}6 \times 0{,}4 \times (-0{,}2)}{1-0{,}2^2}} = 0{,}74.$$

$$F = \frac{0{,}74^2}{1-0{,}74^2}\left(\frac{15-3}{2}\right) = 7{,}33.$$

Табличное значение F при 2 и $15 - 3 = 12$ степенях свободы $F_{05} = 3{,}89$ и $F_{01} = 6{,}93$.

Таким образом, взаимосвязь между урожаем, средним весом луковицы и гнездностью $R_{y \cdot xz} = 0{,}74$ значима на 1%-ном уровне ($F_ф > F_{01}$). Судя по коэффициенту множественной детерминации ($R^2 = 0{,}74^2 = 0{,}55$), вариация урожайности лука на 55% связана с действием изучаемых факторов — средним весом луковицы и гнездностью и 45% вариации ($1 - R^2$) не может быть объяснено влиянием этих переменных.

Математическое уравнение для прямолинейной зависимости между тремя переменными называется множественным линейным уравнением прямой регрессии. Оно имеет следующий общий вид:

$$Y = a + b_1X + b_2Z.$$

корреляционное отношение, обозначаемое греческой буквой η (эта). Оно измеряет степень корреляции при любой ее форме.

Корреляционное отношение при малом числе наблюдений вычисляют по формуле:

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2 - \Sigma (Y - \bar{y}_x)^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}},$$

где $\Sigma (Y - \bar{y})^2$ — сумма квадратов отклонений индивидуальных значений Y от общей средней арифметической $\bar{y}$;

$\Sigma (Y - \bar{y}_x)^2$ — сумма квадратов отклонений вариант от частных средних $\bar{y}_x$, соответствующих определенным, фиксированным значениям независимой переменной X.

Для вычисления корреляционного отношения значения независимого признака X располагают по ранжиру в возрастающем порядке и разбивают весь ряд наблюдений на 4—7 групп с таким расчетом, чтобы в каждой группе по ряду X было не менее двух наблюдений. Затем определяют общую среднюю $\bar{y}$, групповые средние $\bar{y}_x$, соответствующие каждой фиксированной группе X, и суммы квадратов отклонений для общего $\Sigma (Y - \bar{y})^2$ и группового $\Sigma (Y - \bar{y}_x)^2$ варьирования признака Y.

При большом объеме наблюдений ($n > 30$) обработка материала для вычисления корреляционного отношения проводится в корреляционной таблице. После группировки и разноски дат определяют сумму квадратов отклонений группового варьирования $\Sigma f (\bar{y}_x - \bar{y})^2$, сумму квадратов отклонений общего варьирования $\Sigma f (Y - \bar{y})^2$ и вычисляют корреляционное отношение по формуле:

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma f (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\Sigma f (Y - \bar{y})^2}}.$$

Сумма квадратов отклонений групповых средних $\bar{y}_x$ от общей средней $\bar{y}$ (групповое варьирование) характеризует ту часть варьирования признака Y, которая связана с изменчивостью признака X. Сумма квадратов разностей между каждой датой Y и общей средней $\bar{y}$, т. е. $\Sigma f (Y - \bar{y})^2$, характеризует общее варьирование признака Y.

При функциональной зависимости Y от X корреляционное отношение равно единице; если оно равно нулю, то показывает некоррелированность Y от X; при промежуточном характере корреляционной зависимости корреляционное отношение заключено в пределах

$$0 < \eta_{yx} < 1.$$

Чем ближе η_{yx} к единице, тем сильнее, ближе функциональная зависимость Y от X, и, наоборот, чем ближе η_{yx} к нулю, тем слабее выражена эта зависимость.

Отношение сумм квадратов группового варьирования к общему, т. е. η^2_{yx}, имеет самостоятельное значение. Оно показывает ту долю варьирования признака Y, которая обусловлена степенью колебания признака X. Эта величина, называемая индексом детерминации, определяет процент вариации Y под влиянием X.

Ошибку и критерий существенности корреляционного отношения рассчитывают по формулам:

$$s_\eta = \sqrt{\frac{1-\eta^2}{n-2}};$$

$$t_\eta = \frac{\eta}{s_\eta}.$$

Теоретическое значение критерия t для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости находят по таблице 1 приложений; число степеней свободы принимают равным $n - 2$.

При обработке экспериментального материала методом дисперсионного анализа значение η^2_{yx} определяется как отношение суммы квадратов отклонений для вариантов C_V к общей сумме квадратов C_Y:

$$\eta^2_{yx} = \frac{C_V}{C_Y}, \text{ откуда } \eta_{yx} = \sqrt{\frac{C_V}{C_Y}}.$$

Критерий линейности корреляции. Для определения степени приближения криволинейной зависимости к прямолинейной используется критерий F, вычисляемый по формуле:

$$F = \frac{(\eta^2 - r^2)(n-k)}{(1-\eta^2)(k_x - 2)},$$

где η^2 — квадрат корреляционного отношения Y по X;
r^2 — квадрат коэффициента линейной корреляции;
n — объем выборки;
k_x — число групп по ряду X.

Связь можно практически принять за линейную, если $F_ф < F_т$, и определять показатели для прямолинейной корреляции и регрессии. Корреляция нелинейна, если $F_ф > F_т$. Теоретические значения F берут из таблицы 2 приложений для $\nu_1 = k_x - 2$ и $\nu_2 = n - 2$ степеней свободы.

Проверим линейность корреляции для $r = 0{,}74$, $\eta_{yx} = 0{,}80$, $n = 80$ и $k_x = 7$.

$$F = \frac{(0{,}80^2 - 0{,}74^2)(80-7)}{(1-0{,}80^2)(7-2)} = 3{,}74;\ F_{05} = 2{,}33 \text{ и } F_{01} = 3{,}25;$$

$$\nu_1 = 5,\ \nu_2 = 78.$$

Гипотеза о линейности отвергается ($F_ф > F_{01}$), и пользоваться линейной корреляцией и регрессией нельзя, нелинейность значима на 1%-ном уровне.

Криволинейные зависимости между двумя переменными могут быть выражены в виде кривых линий регрессии и соответствующих им математических уравнений (рис. 50). Представленные на рисунке 50 кривые указывают, что *криволинейная регрессия — это такая зависимость, когда при одинаковых приращениях независимой перемен-*

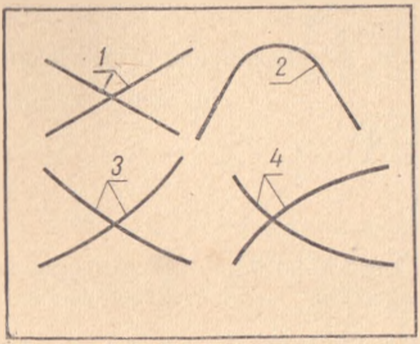

Рис. 50. Кривые, иллюстрирующие различные типы зависимостей:

1 — прямолинейная зависимость типа $y = a + вX$; *2* — кривая типа параболы $Y = a + в_1 X + в_2 X^2$; *3* — кривая типа $\lg Y = a - вX$; *4* — кривая типа $Y = a + в \lg X$.

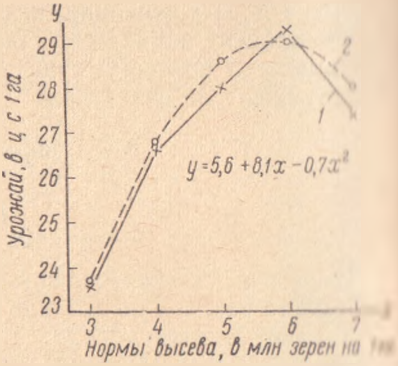

Рис. 51. Эмпирическая (*1*) и теоретическая (*2*) линии регрессии урожая (Y) озимой пшеницы на нормы высева (X).

ной X зависимая переменная Y имеет неодинаковые приращения. Эмпирические точки корреляционного поля при криволинейной корреляции располагаются около кривых различного типа — парабол, гипербол, логарифмических кривых и т. п. В общем случае все линии регрессии являются кривыми и рассматриваемая нами ранее линейная регрессия является простейшей зависимостью между двумя признаками (или с каким-нибудь третьим признаком), когда незначительные по степени криволинейности связи практически можно принять за линейные.

Основной метод построения математических уравнений: подбор типа формулы и нахождение коэффициента к ней. Тип формулы проще всего подобрать, пользуясь чертежами типовых кривых, для которых даны соответствующие уравнения (рис. 51).

Статистическая разработка экспериментального материала часто приводит к построению уравнений, близких к квадратической параболе:

$$Y = a + b_1 X + b_2 X^2.$$

Кривые, удовлетворяющие этому уравнению, получены многими исследователями для зависимости урожая кукурузы, пшеницы, гороха, сои, хлопчатника, томатов, хмеля, райграса и клевера ползучего от густоты стояния растений.

Уравнение для квадратической параболы можно рассчитать по соотношению:

$$Y = \bar{y} + \frac{\Sigma (X-\bar{x})\, Y}{\Sigma (X-\bar{x})^2}(X-\bar{x}) + \left[\frac{\Sigma (X-\bar{x})^2\, Y - nC\bar{y}}{\Sigma (X-\bar{x})^4 - nC^2}\right]\left[(X-\bar{x})^2 - C\right],$$

$$\text{где } C = \frac{\Sigma (X-\bar{x})^2}{n}.$$

Используя данные таблицы 22, где показаны все необходимые вычисления сумм, входящих в формулу параболы, имеем:

$$Y = 27 + \frac{10,2}{10}(X-5) + \left[\frac{260-5\times2\times27}{34-5\times2^2}\right]\left[(X-5)^2-2\right] =$$
$$= 27 + 1,02(X-5) - 0,71\left[(X-5)^2-2\right] = 5,6 + 8,1X - 0,7X^2.$$

На рисунке 51 зависимость между урожайностью и нормами высева пшеницы изображена графически в виде эмпирической и теоретической линий регрессии. Значения Y_x, по которым построена теоретическая линия регрессии, вычисленные по найденному уравнению, проставлены в последнем столбце таблицы 22.

Таблица 22

Влияние норм высева X (в млн. зерен на 1 га) на урожай озимой пшеницы Y (в ц с 1 га)

X	Y	$(X-\bar{x})$	$(X-\bar{x})^2$	$(X-\bar{x})^4$	$(X-\bar{x})Y$	$(X-\bar{x})^2Y$	$Y_x=5,6+$ $+8,1X-0,7X^2$
[illegible]	23,6	−2	4	16	−47,2	94,4	23,6
[illegible]	26,7	−1	1	1	−26,7	26,7	26,8
[illegible]	28,0	0	0	0	0	0	28,6
[illegible]	29,3	1	1	1	29,3	29,3	29,0
[illegible]	27,4	2	4	16	54,8	109,6	28,0
[illegible]	$\Sigma Y=135$ $\bar{y}=27$	$\Sigma(X-\bar{x})=$ $=0$	$\Sigma(X-\bar{x})^2=$ $=10$	$\Sigma(X-\bar{x})^4=$ $=34$	$\Sigma(X-\bar{x})Y=$ $=10,2$	$\Sigma(X-\bar{x})^2Y=$ $=260,0$	

Когда для эмпирической кривой трудно подобрать сравнительно простое математическое уравнение, а также когда нет веских оснований уточнять результаты исследований, выравнивание ряда можно провести способом простой скользящей средней. Сущность его заключается в том, что для каждого значения независимой переменной X берется средняя арифметическая из нескольких (соседних) значений зависимой переменной Y. Если эмпирический ряд имеет большую кривизну и слабую вариабельность, то лучше проводить усреднение по трем точкам, а при малой кривизне и сильной вариации — по пяти точкам:

$$\bar{y}_i = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1}) : 3;$$
$$\bar{y}_i = (Y_{i-2} + Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + Y_{i+2}) : 5.$$

При выравнивании по трем точкам вместо величины Y_i рассматривается среднее арифметическое основного значения Y_i, предыдущего значения Y_{i-1} и последующего значения Y_{i+1}, а при выравнивании по пяти точкам — среднее арифметическое основного значения, двух предыдущих и двух последующих значений.

Значению Y_i можно придавать больший вес, чем остальным значениям, например:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{4}(Y_{i-1} + 2Y_i + Y_{i+1}).$$

Пример расчета простых скользящих средних по трем точкам для данных, характеризующих зависимость урожая картофеля Y (в т с 1 га) от уровня питания X (в дозах NPK), показан в таблице 23.

Таблица 23

Урожаи картофеля, выравненные методом скользящей средней

$$y_i = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1}) : 3$$

X	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
Y	10	15	16	20	26	27	35	36	30	31	20
$\bar{y}_i$	11,7	13,7	17,0	20,7	24,3	29,3	32,7	33,7	32,3	27,0	23,7

Для сглаживания крайних значений берется удвоенная их величина, $2Y$, к которой прибавляется последующее (или предшествующее) однократное значение Y; полученную сумму делят на три:

$$y_{x-0} = (2 \times 10 + 15) : 3 = 11,7; \qquad \bar{y}_{x-5} = (2 \times 20 + 31) : 3 = 23,7.$$

В качестве показателя правильности выравнивания используется коэффициент корреляции между эмпирическими и выравненными значениями признака:

$$r = \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2 - \Sigma (\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{\Sigma (\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}}.$$

Если $r > 0,95$, то выравнивание считается удовлетворительным, а при $r < 0,95$ совпадение между опытными и выравненными данными недостаточно, и тогда сглаженные значения подвергают повторному сглаживанию.

Для нашего примера вычисления дают:

$$\Sigma (Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 10\,368 - (266)^2 : 10 = 3293;$$

$$\Sigma (\bar{y}_i - Y)^2 = (11,7 - 10)^2 + (13,7 - 15)^2 + \ldots + (23,7 - 20)^2 = 54,52;$$

$$r = \sqrt{1 - \frac{\Sigma (\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{54,52}{3293}} = 0,99.$$

Коэффициент корреляции $r = 0,99$ указывает, что линия для выравнивания подобрана правильно и результаты выравнивания получились вполне удовлетворительные (рис. 52).

При изучении корреляции трех переменных исходные данные табулируют и для нескольких фиксированных градаций аргумента X и Z определяют наиболее вероятное значение функции Y. Полученные результаты изображают графически в виде поверхности регрессии Y по X и Z, которая дает наглядное представление о форме зависимости результативного признака от совмещенного действия двух переменных.

Для примера на рисунке 53 дано графическое изображение множественной корреляционной зависимости урожая льна-долгунца от комбинированного влияния осадков и температуры воздуха в июне. На этой диаграмме количество осадков в миллиметрах, т. е. значения аргумента X, читаются на правой стороне основания куба, среднемесячная температура воздуха в градусах Z — вдоль левого края, а значение функции (урожая соломы льна Y) — по вертикальному ребру.

Не анализируя детально изображенную на рисунке 53 поверхность регрессии Y по X и Z, ясно, что существует криволинейная зависимость урожая льна от совмещенного действия осадков и температуры воздуха в июне. В центральных районах нечерноземной зоны в этот период лен находится обычно в фазе быстрого роста и характеризуется сильной реакцией на изменение метеорологических факторов.

Легко убедиться, что совместное влияние температуры и осадков по-разному отражается на урожае: при достаточном увлажнении, например, отрицательное действие высоких температур проявляется в меньшей степени, чем при недостатке осадков. С другой стороны, видно, что в условиях достаточного увлажнения осадки июня используются наиболее эффективно в диапазоне среднемесячных температур 15—19°.

В заключение нужно отметить, что корреляционный анализ не дает объяснения причинно-следственных связей. Он позволяет лишь измерить силу и форму взаимозависимости, более ясно представить существующие в природе закономерности и дает экспериментатору эффективный метод их изучения. Однако статистический анализ не может заменить специальных знаний, логики мышления и мастерства исследователя. Математический аппарат — это острый инструмент исследователя, но небрежное, механическое применение его ведет к ложным выводам и рекомендациям.

Рис. 52. Эмпирическая (1) и выравненная методом скользящей средней (2) линии регрессии Y по X.

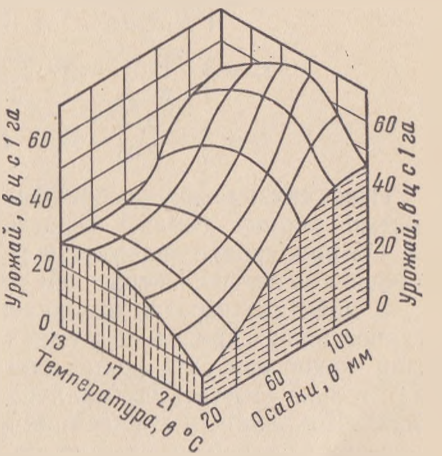

Рис. 53. Зависимость урожайности соломы льна-долгунца от совместного действия осадков и температуры воздуха в июне

Коэффициент корреляции при альтернативной изменчивости вычисляют по формуле Юла:

$$r = \frac{n_1 n_4 - n_2 n_3}{\sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4}},$$

где n_1 и n_4 — частоты с одинаковыми знаками клеток (+ + или — —);
n_2 и n_3 — частоты с разными знаками клеток (+ — или — +);
N_1 и N_2 — суммы частот по строкам;
N_3 и N_4 — суммы частот по столбцам.

В качестве примера расчета коэффициента корреляции воспользуемся данными, полученными при изучении действия борных удобрений на заболеваемость сахарной свеклы сухой гнилью сердечка. Первичные материалы о числе непораженных (+) и пораженных (—) растений сахарной свеклы из числа получавших (+) и не получавших (—) борные удобрения представлены в виде четырехпольной таблицы распределения 2 × 2 (табл. 24).

Таблица 24

Действие бора на пораженность сахарной свеклы сухой гнилью сердечка

Растения	С бором (+)	Без бора (—)	Суммы по строкам
Непораженные (+)	122 (n_1)	58 (n_2)	180 (N_1)
Пораженные (—)	28 (n_3)	102 (n_4)	130 (N_2)
Суммы по столбцам	150 (N_3)	160 (N_4)	310 (n)

$$r = \frac{n_1 n_4 - n_2 n_3}{\sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4}} = \frac{122 \times 102 - 58 \times 28}{\sqrt{180 \times 130 \times 150 \times 160}} = 0{,}60;$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}60^2}{310 - 2}} = 0{,}046 \approx 0{,}05;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0{,}60}{0{,}05} = 12{,}0; \quad t_{05} = 1{,}96; \quad t_{01} = 2{,}58.$$

Итак, связь между удобрением сахарной свеклы бором и пораженностью корней гнилью сердечка ($r = 0{,}60 \pm 0{,}05$) существенна на 1%-ном уровне значимости ($t_r > t_{01}$): растения, получавшие бор, в общем менее поражены, чем растения без бора.

В практике нередко возникает необходимость исследовать сопряженность двух признаков у одних и тех же единиц наблюдения, когда один можно измерить (количественный признак), а в отношении другого только отметить его наличие или отсутствие (качественный признак). Коэффициент корреляции между качественными и количественными признаками вычисляют по формуле:

$$r = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{s} \sqrt{\frac{n_1}{n - n_1}},$$

где $\bar{x}$ — общее среднее для количественного признака; $\bar{x}_1$ — среднее значение количественного признака с наличием качественного; n — общее число всех наблюдений; n_1 — число случаев с наличием качественного признака; s — общее стандартное отклонение для количественного признака.

Пример расчета коэффициента корреляции между качественным и количественным признаками показан в таблице 25.

Таблица 25

Урожай картофеля (в кг с 1 куста) и пораженность стеблей фитофторой

Урожай, X	Число кустов: непораженных f_1	пораженных, f_2	всего f	f_1X	f_2X	fX	X^2	fX^2
0,9	4	0	4	3,6	0	3,6	0,81	3,24
0,8	10	2	12	8,0	1,6	9,6	0,64	7,68
0,7	16	4	20	11,2	2,8	14,0	0,49	9,80
0,6	19	10	29	11,4	6,0	17,4	0,36	10,44
0,5	10	6	16	5,0	3,0	8,0	0,26	4,00
0,4	8	5	13	3,2	2,0	5,2	0,16	2,08
0,3	0	6	6	0,0	1,8	1,8	0,09	0,54
Суммы	$67 = n_1$	$33 = n_2$	$100 = n$	$42{,}4 = \Sigma f_1X$	$17{,}2 = \Sigma f_2X$	$59{,}6 = \Sigma fX$	—	$37{,}78 = \Sigma fX^2$

Вычисляем общее среднее ($\bar{x}$) и средние урожаи для непораженных ($\bar{x}_1$) и пораженных фитофторой ($\bar{x}_2$) кустов картофеля, определяем s, r и t_r.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fX}{n} = \frac{59{,}6}{100} = 0{,}596; \quad \bar{x}_1 = \frac{\Sigma f_1X}{n_1} = \frac{42{,}4}{67} = 0{,}633;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\Sigma f_2X}{n_2} = \frac{17{,}2}{33} = 0{,}521 \text{ кг с 1 куста};$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma fX^2 - (\Sigma fX)^2 : n}{n-1}} = \sqrt{\frac{37{,}78 - (59{,}6)^2 : 100}{100-1}} = 0{,}15 \text{ кг};$$

$$r = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{s}\sqrt{\frac{n_1}{n-n_1}} = \frac{0{,}633 - 0{,}596}{0{,}15}\sqrt{\frac{67}{100-67}} = 0{,}35;$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}35^2}{100-2}} = 0{,}10; \quad t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0{,}35}{0{,}10} = 3{,}5;$$

$$\nu = n - 2 = 100 - 2 = 98; \quad t_{05} = 1{,}96; \quad t_{01} = 2{,}58.$$

Таким образом, между пораженностью фитофторой и урожайностью картофеля имеет место прямая связь ($r = 0{,}35 \pm 0{,}10$), значимая на 1%-ном уровне ($t_r > t_{01}$).

Для установления сопряженности между качественными признаками, имеющими несколько градаций — порядковых номеров или рангов (баллов), например, первый, второй и т. д., в биологии и психологии иногда применяется **коэффициент ранговой корреляции** Спирмана:

$$r_s = 1 - \frac{\Sigma d^2}{n(n^2-1)},$$

где d — разность между рангами сопряженных рядов X и Y, т. е. $d = X - Y$;

n — число парных наблюдений.

Коэффициент ранговой корреляции целесообразно вычислять в тех случаях, когда совокупность двух переменных не имеет нормального распределения. Для выборок, взятых из нормальных совокупностей и особенно при необходимости установить зависимость более точно, следует рассчитывать обычный коэффициент корреляции (Снедекор, 1961).

КОВАРИАЦИЯ

Ковариационный анализ — одновременный анализ сумм квадратов и сумм произведений отклонений двух или более переменных от их средних. Он используется при планировании и статистической обработке результатов опыта как способ уменьшения ошибки эксперимента, не поддающейся непосредственному контролю (выравниванию). Ковариационный анализ позволяет установить соотношение между вариацией зависимой переменной, например урожаев Y, и вариацией сопутствующей эксперименту переменной X, например исходным состоянием многолетних деревьев, густотой стояния растений, содержанием в почве питательных веществ и т. д. На основе соотношения проводится статистическое выравнивание условий эксперимента. Статистический контроль над сопутствующей опыту переменной при условии, что ее вариация не связана с изучаемым фактором, дает возможность получить такой конечный результат, который был бы получен при сохранении величины X на постоянном уровне. Это заметно уточняет результаты опыта, снижает его ошибку.

В узком смысле под **ковариацией**, обозначаемой cov или s_{xy}, в математической статистике понимается среднее произведение отклонений двух переменных от их средних:

$$cov = \frac{\Sigma (X - x)(Y - y)}{n - 1}.$$

Ковариация может быть как положительной, так и отрицательной.

В более широком смысле ковариацией называется совокупность трех статистических показателей: средних арифметических $\bar{x}$ и $\bar{y}$, сумм квадратов отклонений $\Sigma (X - x)^2$ и $\Sigma (Y - y)^2$ и суммы произведений отклонений $\Sigma (X - x)(Y - y)$. Параллельное разложение этих величин по факторам варьирования и составляет суть ковариационного анализа.

Ковариационный анализ включает три основных этапа:

1) дисперсионный анализ ряда X, Y и произведений XY;

2) разложение остаточной дисперсии C_Z по ряду Y (остаток I) на сумму квадратов отклонений, обусловленную регрессией Y по X, обозначаемую C_b, и сумму квадратов отклонений от регрессии $C_{d_{y \cdot x}}$ (остаток II);

C_Z (остаток I) $= C_b + C_{d_{y \cdot x}}$ (остаток II);

3) приведение фактических средних по ряду Y к полной выравненности условий эксперимента по ряду сопутствующей переменной X.

Таким образом, ковариационный анализ — это распространение методов дисперсионного анализа на случай нескольких переменных, а также корреляционного и регрессионного анализов на общие схемы полевых, вегетационных и лабораторных экспериментов.

Когда между переменной Y, подлежащей изучению, и сопутствующей переменной X можно предполагать линейную связь, то целесообразно запланировать измерение величины X. Это дает возможность получить дополнительную информацию об изучаемом явлении и использовать регрессию в целях уточнения эксперимента.

Сумма квадратов отклонений, обусловленная регрессией Y по X, определяется по формуле:

$$C_b = \frac{[\Sigma (X - x)(Y - y)]^2}{\Sigma (X - x)^2}.$$

Сумма квадратов случайного варьирования, т. е. сумма квадратов отклонений от регрессии, находится по разности как остаток:

$C_{d_{y \cdot x}}$ (остаток II) $= C_Z$ (остаток I) $- C_b$.

Коэффициент регрессии Y по X определяют по формуле:

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - x)(Y - y)}{\Sigma (X - x)^2}.$$

Выравнивание результативного признака Y проводится по соотношению:

$$Y_1 = Y + b(\bar{x} - X),$$

где Y_1 — корректированное значение даты;

Y — фактическое значение даты;

b — коэффициент регрессии Y по X;

$\bar{x} - X$ — разность между средним значением независимой переменной по опыту $\bar{x}$ и фактическим ее значением X.

Выравнивают обычно только итоговые данные, т. е. средние, поэтому в уравнении регрессии Y и X будут соответствовать средним по вариантам опыта.

В агрономических исследованиях ковариационный анализ целесообразно использовать для уточнения опыта в двух основных случаях:

1) если на результативный признак может оказать заметное влияние разное исходное состояние условий эксперимента — плодородие почвы, мощность многолетних растений и т. п., которые могут быть измерены в начале опыта;

2) если на изучаемый признак в процессе эксперимента оказывают влияние не зависящие от вариантов опыта причины — выпадение растений и повреждение их болезнями, вредителями, птицами и т. д.

Подчеркнем, что правильное применение ковариационного анализа предполагает независимое от вариантов опыта распределение случайной величины X. Если сопутствующая X имеет отношение к изучаемым вариантам, то исключение ее эффекта неправомерно, так как это ведет к исключению части эффекта варианта. Например, при сортоиспытании отдельные сорта могут поражаться в большей степени, и исключение этого влияния неправильно по отношению к более устойчивым сортам. В опытах с пропашными, овощными и плодовыми культурами, когда разная густота стояния растений является результатом действия изучаемых вариантов, нельзя делать никаких поправок на изреженность.

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ТЕХНИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И ОПЫТОВ

Надлежащая математическая обработка экспериментальных данных позволяет сделать надежные выводы об объективных свойствах, закономерностях интересующего нас явления. При этом значительная роль принадлежит правильной организации статистических вычислений, которые не должны вносить в исходные показатели дополнительных ошибок. Необходимо тщательно продумать порядок и технику вычислений и разумно использовать счетные вспомогательные средства: числовые таблицы, логарифмическую линейку, номограммы, вычислительные машины. Не следует обольщаться возможностями современных быстродействующих вычислительных устройств и всегда помнить, что нельзя получить из «математической мельницы» больше, чем в нее вложили. Абсолютная точность последующих вычислений будет бессмысленной и ничего не даст, если исходные данные ненадежны. Главная обязанность экспериментатора — получение достоверной исходной информации об изучаемом явлении, без которой невозможна правильная статистическая интерпретация данных. Статистические методы — это средство объяснения результатов исследований и активный инструмент планирования оптимальной схемы и структуры эксперимента.

Обработка данных агрономических исследований, например, результатов полевых и вегетационных опытов, наблюдений, учетов и анализов, включает:

1) агрономический анализ полученных данных;
2) первичную цифровую обработку материалов;
3) статистическую оценку результатов исследования.

Прежде чем приступить к первичной цифровой и статистической обработке материалов, необходимо оценить их с агрономической точки зрения. Агрономический анализ заключается в сопоставлении фактической методики проведения опыта с методикой, требуемой условиями и характером исследования и включает критический обзор данных об урожаях, сопоставление их с результатами полевых наблюдений, анализ методики проведения опыта, а также освобождение первичных данных от описок и других неточностей. Опыты с нарушениями методики и техники, грубыми ошибками, искажающими агрономическую сущность изучаемых приемов, не представляют ценности, а полученные данные нельзя использовать в качестве каких-либо аргументов и тем более бессмысленно обрабатывать их статистически. Такие опыты бракуют.

После агрономической оценки, тщательного анализа методики и техники проведения полевого опыта, проверки записей по первоисточникам (полевой книжке и журналу), устранения описок и неточностей приступают к первичной цифровой обработке экспериментального материала.

§ 1. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Первичная цифровая обработка материалов полевого опыта включает:

1) пересчет урожаев с делянки на урожай с 1 гектара;

2) приведение урожая к стандартной влажности;

3) составление таблицы урожая — определение сумм урожаев по вариантам, повторениям и общей суммы урожаев, расчет средних урожаев по вариантам и опыту.

При составлении таблицы урожаев, которую и используют затем для статистического анализа, необходимо придерживаться следующего принципа: основная масса чисел должна быть трехзначной. Если урожаи не превосходят 100 ц с 1 га, поделяночные и средние урожаи записывают в таблицу с точностью до 0,1, а если урожаи выражаются сотнями центнеров — с точностью до 1 ц с гектара. В первом случае сотые, а во втором десятые доли центнеров округляют по обычному правилу.

Если из учета выпала одна или несколько делянок и, следовательно, нарушено сравнение вариантов, вычисляют наиболее вероятный урожай этих делянок, как бы восстанавливают выпавшие данные.

Часто в задачу полевого опыта входит сравнительная оценка продуктивности различных растений и возникает необходимость в статистической оценке существенности различий между культурами по продуктивности. Однако изучаемые растения не только могут резко различаться по урожаям, но и быть совершенно несравнимыми по товарной продукции, например льноволокно, зерно, корнеклубнеплоды и т. д. В подобных случаях все поделяночные урожаи изучаемых культур необходимо привести к сравнимому виду. Это можно сделать пересчетом товарной продукции урожая в стоимостное выражение, в кормовые, зерновые или другие сопоставимые единицы. Поделяночные урожаи, приведенные одним из указанных способов к сравнимому виду, заносят в таблицу урожаев и обрабатывают статистически как данные обычного полевого опыта.

Если сравнивают группу культур, например севообороты или их звенья, статистически оценивают существенность различий между суммами или средними урожаями изучаемых групп, приведенных к сравнимому виду.

Всегда необходимо иметь четкое представление об абсолютной ошибке применяемых методов исследования. Соответственно ошибке исходных наблюдений, которая определяется вариабельностью признаков и измерительной аппаратурой, должна быть и точность вычисления результатов эксперимента. Результаты вычислений не могут быть точнее, чем используемые данные. Поэтому излишняя точность последующих вычислений ничего не дает, кроме непроизводительной растраты времени, и является обычно признаком недостаточно четкого представления о точности исходных данных.

В каждом числе нужно сохранить столько значащих цифр, чтобы сомнительным был только один последний знак. Поэтому, если варьируют десятки — принимают точность 1, единицы — 0,1, десятые доли — 0,01 и т. д.

Во всех промежуточных расчетах число значащих цифр должно быть, как правило, на порядок выше, чем их количество в окончательном ответе. В этом случае есть уверенность, что самими вычислениями не вносится заметных ошибок.

Все статистические характеристики, вычисленные с точностью, превышающей на один порядок первоначальные даты, округляют до точности исходных измерений. При округлении чисел необходимо придерживаться следующих правил;

1) если отбрасываемая при округлении цифра меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не изменяется (например, 15,746 $\rightarrow$ 15,7), если отбрасываемая цифра больше 5, то последняя значащая цифра увеличивается на единицу (например, 17,764 $\rightarrow$ 17,8);

2) если перед округлением за значащей цифрой стоит 5, то последнюю значащую цифру увеличивают на единицу, если она нечетная (например, 17,752 $\rightarrow$ 17,8), и оставляют изменения, если она четная или равна нулю (например, 17,252 $\rightarrow$ 17,2 и 17,052 $\rightarrow$ 17,0).

Для приведенных в этом разделе статистических методов обработки экспериментального материала достаточно иметь логарифмическую линейку и таблицу квадратов или малую вычислительную машину. Наибольшие затруднения, например, в дисперсионном анализе многовариантных опытов возникают при вычислении сумм квадратов отклонений $\Sigma (X - \bar{x})^2$. Для практических расчетов рекомендуется применять формулу

$$\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - (\sum X)^2 : N,$$

которая не ведет к накоплению ошибок округления. При подсчете сумм квадратов по равноценным формулам

$$\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - N\bar{x}^2$$

$$\text{и } \sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - \bar{x} \sum X$$

в некоторых случаях за счет округления среднеарифметического значения может появиться заметная ошибка вычисления.

Определение суммы квадратов по формуле

$$\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - (\sum X)^2 : N$$

на малых автоматических вычислительных машинах целесообразно вести в таком порядке:

1. Способом «нарастающего итога» определяют ΣX и ΣX^2. Для этого последовательно, без промежуточных записей возводят в квадрат все исходные даты X и, суммируя их на счетчике оборотов, получают значение ΣX, а на счетчике результатов ΣX^2.

2. Переносят частный результат ΣX в умножающий механизм, возводят его в квадрат и полученную величину $(\Sigma X)^2$ делят на N. В итоге получают корректирующий фактор $C = (\Sigma X)^2 : N$.

3. Переносят в механизм суммирования значение ΣX^2 и, вычитая корректирующий фактор C, получают окончательный результат, т. е. сумму квадратов отклонений $\Sigma (X - x)^2 = \Sigma X^2 - C$.

Описанный порядок вычисления применим как к непосредственным данным, так и к преобразованным данным, т. е. к отклонениям от произвольного начала $X_1 = X - A$. В этом случае обрабатывают более простые числа, что позволяет в значительной мере сократить время на обработку и облегчает расчеты. Сумма квадратов отклонений определяется по формуле

$$\Sigma (X - \bar{x})^2 = \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : N.$$

§ 5. ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ ПРИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПРИЗНАКА

К количественным относят признаки, которые могут быть охарактеризованы количественно, — урожай с делянки, число, высота и вес растений, содержание белка и клейковины в зерне и т. д. Различают два вида количественной изменчивости: непрерывную и прерывистую, или дискретную. В первом случае значения признака выражены мерами объема, длины, веса и т. д., во втором различия между единицами наблюдения выражаются целыми числами, между которыми нет и не может быть переходов, например, число вредителей на квадратном метре, число зерен в колосе и т. д.

Выборки, состоящие из 20—30 единиц наблюдения, называют малыми, а выборки бо́льшего объема — большими.

После изучения выборочная совокупность представляет собой ряд варьирующих значений признака, записанных в той последовательности, в какой они были получены. Статистические характеристики вычисляются по формулам таблицы 26.

В таблице 26 через X обозначены отдельные значения признака в малых выборках и групповые средние в больших выборках; X_1 — преобразованные значения исходных дат; A — произвольное начало, условная средняя; f — частота, численность группы; n — объем выборки; t — теоретическое значение критерия Стьюдента.

Для вычисления средней арифметической и суммы квадратов (числитель дисперсии) в таблице дано несколько формул. Все они дают практически одинаковые результаты.

Таблица 26

Формулы для вычисления статистических характеристик выборки при количественной изменчивости

Показатель	Малая выборка (негруппированные данные)	Большая выборка (сгруппированные данные)
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = A + \frac{\sum X_1}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n} = A + \frac{\sum fX}{n}$
Дисперсия	$s^2 = \frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum X^2 - (\sum X)^2 : n}{n-1} = \frac{\sum X_1^2 - (\sum X_1)^2 : n}{n-1}$	$s^2 = \frac{\sum f(X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum fX^2 - (\sum fX)^2 : n}{n-1} = \frac{\sum fX_1^2 - (\sum fX_1)^2 : n}{n-1}$
Стандартное отклонение	$s = \sqrt{s^2}$	$s = \sqrt{s^2}$
Коэффициент вариации	$V = \frac{s}{\bar{x}} 100$	$V = \frac{s}{\bar{x}} 100$
Ошибка средней	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$
Относительная ошибка средней	$s_{\bar{x}}\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100$	$s_{\bar{x}}\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100$
Доверительный интервал для среднего значения	$\bar{x} \pm ts_{\bar{x}}$	$\bar{x} \pm ts_{\bar{x}}$
Степень свободы	$n-1$	$n-1$

При вычислениях исходные даты целесообразно преобразовать так, чтобы отбросить лишние цифры и опустить запятые. Последние потом вновь восстанавливают. Преобразование (кодирование) может осуществляться вычитанием от результатов измерений одного и того же числа A, умножением или делением исходных дат на одно и то же число K, а также одновременным проведением двух действий.

При работе с преобразованными (закодированными) датами необходимо иметь в виду, что вычитание или прибавление условной средней, A, то есть изменение начала отсчета, не оказывает влияния на сумму квадратов и поправка необходима лишь при определении средней арифметической. Если преобразование осуществляется путем умножения или деления, то для получения окончательных результатов среднее арифметическое и сумму квадратов надо скорректировать: среднее — в первом случае надо разделить, во втором — умножить на число кода K, а сумму квадратов соответственно разделить или умножить на K^2.

МАЛЫЕ ВЫБОРКИ (НЕСГРУППИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ)

Пример 1. При определении содержания фосфора в растительном материале получены следующие результаты (в г P_2O_5 на 100 г сухого вещества льна): 0,56; 0,53; 0,49; 0,57; 0,48. Необходимо вычислить $\bar{x}$, $s_{\bar{x}}$, 95%-ные и 99%-ные доверительные интервалы для среднего значения совокупности.

Решение. Целесообразно исходные даты преобразовать по соотношению $X_1 = XK - A = X \cdot 100 - 50$, т. е. умножить каждое значение X на 100, а затем отнять условную среднюю $A = 50$. В итоге получим ряд однозначных цифр, удобных для вычисления статистических показателей. При наличии вычислительной машины расчеты можно вести без преобразования по исходным датам.

В таблице 27 представлено три способа вычисления суммы квадратов отклонений, и легко убедиться в рациональности преобразования исходных дат.

Таблица 27

Способы вычисления средней арифметической и суммы квадратов отклонений

X	1. От истинной средней $\bar{x}$		2. По исходным датам X	3. По преобразованным датам X_1: $X_1 = X - A$ $(A = 0{,}50)$		3. По преобразованным датам X_1: $X_1 = XK - A$ $(K = 100$, $A = 50)$	
	$X - \bar{x}$	$(X - \bar{x})^2$	X^2	X_1	X_1^2	X_1	X_1^2
0,56	0,034	0,001156	0,3136	0,06	0,0036	6	36
0,53	0,004	0,000016	0,2809	0,03	0,0009	3	9
0,49	−0,036	0,001296	0,2401	−0,01	0,0001	−1	1
0,57	0,044	0,001936	0,3249	0,07	0,0049	7	49
0,48	−0,046	0,002116	0,2304	−0,02	0,0004	2	4
$\Sigma X = 2{,}63$	$\Sigma (X - \bar{x}) = 0$	$\Sigma (X - \bar{x})^2 = 0{,}00652$	$\Sigma X^2 = 1{,}3899$	$\Sigma X_1 = 0{,}13$	$\Sigma X_1^2 = 0{,}0099$	$\Sigma X_1 = 13$	$\Sigma X_1^2 = 99$
Средняя $\bar{x}$	$\frac{\Sigma X}{n} = \frac{2{,}65}{5} = 0{,}526$			$A + \frac{\Sigma X_1}{n} = 0{,}50 + \frac{0{,}13}{5} = 0{,}526$		$\left(A + \frac{\Sigma X_1}{n}\right) : K = \left(50 + \frac{13}{5}\right) : 100 = 0{,}526$	
Сумма квадратов $\Sigma (X - \bar{x})^2$	0,00652	$\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 1{,}3899 - (2{,}63)^2 : 5 = 0{,}00652$		$\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n = 0{,}0099 - (0{,}13)^2 : 5 = 0{,}00652$		$[\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n] : K^2 = [99 - (13)^2 : 5] : 100^2 = 0{,}00652$	

При вычислении статистических характеристик записи рекомендуется вести в такой последовательности:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{2,63}{5} = 0,526 \text{ г};$$

$$s^2 = \frac{\Sigma(X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{0,0062}{5-1} = 0,0016;$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0016} = 0,04 \text{ г}; \quad V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0,04}{0,526} \cdot 100 = 7,60\%;$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,0016}{5}} = 0,018 \text{ г}; \qquad s_{\bar{x}}\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100 = \frac{0,018}{0,526} \cdot 100 = 3,38\% \text{ (отн.)};$$

$$\bar{x} \pm t_{05}\, s_{\bar{x}} = 0,526 \pm 2,8 \times 0,018 = 0,526 \pm 0,050 \ (0,48 \div 0,58) \text{ г};$$

$$\bar{x} \pm t_{01}\, s_{\bar{x}} = 0,526 \pm 4,6 \times 0,018 = 0,526 \pm 0,083 \ (0,44 \div 0,61) \text{ г}.$$

Теоретические значения t берут из таблицы 1 приложения для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости при степенях свободы $n - 1 = 5 - 1 = 4$.

Итак, средняя изучаемой совокупности с 95%-ным уровнем вероятности находится в интервале $0,48 \div 0,58$ и с 99%-ным уровнем — в интервале $0,44 \div 0,61$ г P_2O_5 на 100 г сухого вещества льна. Вероятность ошибочного заключения в первом случае составляет 5%, а во втором — 1%. Абсолютная ошибка средней $s_{\bar{x}} = 0,018$ г и относительная ошибка $s_{\bar{x}} = 3,38\%$; коэффициент вариации $V = 7,6\%$ характеризует в данном примере ошибку параллельных анализов.

Пример 2. В вегетационном опыте получены урожаи томатов по параллельным сосудам (г/сосуд): 578, 564, 539, 604, 551, 468. Определить $\bar{x}$, $s_{\bar{x}}$, $s_{\bar{x}}\%$ и 95%-ный доверительный интервал для среднего значения совокупности.

Р е ш е н и е. Вычисления средней арифметической и суммы квадратов отклонений удобно вести по датам, преобразованным по соотношению $X_1 = X - A = X - 550$. При наличии вычислительной машины эти показатели рассчитывают непосредственно по исходным датам (табл. 28).

Т а б л и ц а 28

Вычисление средней арифметической и сумма квадратов отклонений

X	Вычисления по исходным датам X	Вычисления по преобразованным датам X_1	
	X^2	$X_1 = X - A$ ($A = 550$)	X_1^2
578	334 084	28	784
564	318 096	14	196
539	290 521	−11	121
604	364 816	54	2916
551	303 601	1	1
468	219 024	−82	6724
$\Sigma X = 3304$	$\Sigma X^2 = 1\,830\,142$	$\Sigma X_1 = 4$	$\Sigma X_1^2 = 10\,742$
Средняя $\bar{x}$	$\frac{\Sigma X}{n} = \frac{3304}{6} = 550,7$	$A + \frac{\Sigma X_1}{n} = 550 + \frac{4}{6} = 550,7$	
Сумма квадратов $\Sigma (X - \bar{x})^2$	$\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 1\,830\,142 - (3304)^2 : 6 = 10\,739,3$	$\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n = 10\,742 - (4)^2 : 6 = 10\,739,3$	

$$\overline{x} = \frac{\Sigma X}{n} = 550,7 \text{ г/сосуд};$$

$$s^2 = \frac{(\Sigma X - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{10739,3}{6-1} = 2147,9;$$

$$s = \sqrt{s^2} = 2147,9 = 46,3 \text{ г/сосуд}; \qquad V = \frac{s}{\overline{x}}\,100 = \frac{46,3}{550,7}\,100 = 8,41\%;$$

$$s_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2147,9}{6}} = 18,9 \text{ г/сосуд}; \quad s_{\overline{x}}\% = \frac{s_{\overline{x}}}{\overline{x}}\,100 =$$

$$= \frac{18,9}{550,7} \times 100 = 3,43\% \text{ (отн.)};$$

$$\overline{x} \pm t_{05}\, s_{\overline{x}} = 550,7 \pm 2,6 \times 18,9 = 550,7 \pm 49,1 \ (502 \div 600).$$

БОЛЬШИЕ ВЫБОРКИ (СГРУППИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ)

При большом числе исходных наблюдений результаты необходимо представить в виде систематизированного вариационного ряда. Систематизация сводится к распределению отдельных значений по группам, или классам. Число групп зависит от объема выборки: при 30—60 наблюдениях рекомендуется выделить 6—7 групп, при 60—100 наблюдениях — 7—8, а если число наблюдений более 100, то выделяют 8—15 групп. Ориентировочно число групп равно корню квадратному из общего числа наблюдений.

Необходимо иметь в виду, что выделением большого числа групп можно затушевать общую картину распределения случайными отклонениями, а если взять слишком мало групп (меньше 5—6), то нельзя выяснить характерную особенность распределения изучаемого признака в совокупности.

После установления числа групп необходимо определить величину интервала, верхнюю и нижнюю границу каждой группы, групповые или средние значения вариант и частоты.

Величину интервала, то есть промежутки, на которые разбивается ряд варьирующих признаков, определяют по формуле:

$$i = \frac{X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}}{\text{число групп}} = \frac{R}{k}.$$

При интервальной группировке допускают, что в каждом интервале включены варианты, имеющие одинаковое значение варьирующего признака, равное центральному значению каждой группы.

На правильное определение интервала для групп (классов) следует обратить серьезное внимание. Величина промежутка между границами соседних групп должна быть всегда одной и той же, границы групп необходимо наметить так, чтобы одно и то же значение не повторялось в двух классах. Конец каждой группы должен быть меньше начала следующей на величину, равную принятой точности измерения. Если, например, первая группа заканчивается величиной 60, то следующая должна начинаться цифрой 61, а если первая группа заканчивается цифрой 60,5, то следующая должна начаться цифрой 60,6 и т. д.

Не обязательно за начало первой группы брать минимальное значение признака. Лучше за начало принять целое число с таким расчетом, чтобы минимальная варианта попала примерно в середину первого класса.

Например, если установлено значение интервала $i = 10$ и признак варьирует от 45,4 до 115,2, то начала групп можно установить следующие: 40, 50, 60, ..., 100, 110.

При непрерывной изменчивости срединные или групповые значения вариант устанавливают прибавлением к началу каждой группы половины интервала. В нашем примере для первой группы срединное значение равно $40 + \frac{10}{2} = 45$, для второй $50 + \frac{10}{2} = 55$ и т. д.

Иногда удобнее установить сначала групповые варианты, а затем определить границы классов. Начало группы находят вычитанием от групповой варианты половины значения интервала, а конец — прибавлением половины интервала, уменьшенного на величину, равную точности измерения. Например, если установлены групповые варианты, равные 45, 55, 65 и т. д., а $i = 10$, то началами групп будут соответственно $45 - \frac{10}{2} = 40$; $55 - \frac{10}{2} = 50$; $65 - \frac{10}{2} = 60$ и т. д., а концами при точности измерения 1 будут $45 + \left(\frac{10}{2} - 1\right) = 49$; $55 + \left(\frac{10}{2} - 1\right) = 59$ и т. д., а при точности измерения 0,1 границы групп будут равны 49,9; 59,9; 69,9 и т. д.

Частоту встречаемости признака в каждой группе устанавливают путем разноски исходных дат по классам. Чтобы избежать ошибок и сэкономить время при распределении вариант по группам, рекомендуется не искать одинаковые варианты в совокупности, а разносить их подряд по группам, что не одно и то же. Для разноски целесообразно пользоваться одним из следующих способов.

Способ «штрихов». В исходных данных зачеркивают первую дату и заносят ее в соответствующую строчку (группу) рабочей таблицы, отмечая вертикальной чертой. Затем зачеркивают вторую дату и также переносят ее в таблицу. В таблице первые четыре даты в каждом классе отмечают вертикальными черточками, а пятую — в виде диагонали.

Способ «конвертиков». Первые четыре даты в каждой группе изображают точками по углам квадрата; следующие четыре даты 5—8 отмечают в виде сторон квадрата, соединяющих ранее нанесенные точки, 9-ю и 10-ю даты—в виде диагоналей. Таким образом, каждый десяток отмечают в виде «конвертика» (⊠).

Сумма частот всех групп Σf должна быть равна объему выборки n. Правильность разноски проверяют повторным составлением рабочей таблицы.

После определения групповых вариант и разноски дат по группам непрерывный вариационный ряд будет трансформирован в прерывистый, или дискретный. При этом исходные даты, попав в соответствующие группы, приравниваются по величине к групповым срединным значениям, которые и используются для расчетов средней арифметической и других показателей. Такая трансформация непрерывного ряда в прерывистый связана с потерей части информации, и поэтому метод расчета статистических характеристик по сгруппированным данным не является абсолютно точным. Однако для больших выборок погрешности метода незначительны и ими можно пренебречь.

Чтобы наглядно представить закономерность распределения изучаемого признака в совокупности, вариационные ряды принято изображать графически в виде ступенчатого графика-гистограммы или полигона — ломаной линией, соединяющей средние значения групп. Графическое изображение вариационного ряда называется кривой распределения.

Группировка и расчеты статистических показателей при непрерывной изменчивости показаны в примере 3.

Пример 3. Измерена техническая длина стебля (в см) у 100 растений льна:

90,1	109,9	99,1	100,1	(115,2)	68,0	70,4	72,3	73,0	70,1
76,2	82,2	80,0	68,4	69,4	74,4	72,2	69,4	80,0	59,2
79,9	81,4	84,0	108,2	83,3	81,7	99,4	98,0	102,4	101,7
(45,4)	59,1	60,1	63,3	78,2	87,0	94,7	91,5	88,2	90,1
72,4	68,5	80,7	81,2	84,4	77,0	79,8	81,6	84,3	50,[illegible]
70,7	67,0	100,4	103,4	69,0	72,4	74,4	66,1	67,3	52,0
79,1	78,0	83,9	92,2	93,2	81,3	82,0	86,4	89,1	93,5
77,0	76,1	88,1	89,7	94,1	82,0	80,1	81,0	77,0	80,0
92,1	91,5	76,7	79,0	73,5	84,4	79,7	84,0	79,6	84,1
89,4	85,4	93,1	90,0	79,0	83,0	91,0	87,2	80,3	51,7

Необходимо сгруппировать эти данные, определить статистические характеристики — x, s, V, $s_{\bar{x}}$, $x \pm t_{05}s_{\bar{x}}$ и начертить ступенчатый график — гистограмму и полигон распределения 100 растений льна по технической длине стебля.

Р е ш е н и е. Признак стеблей варьирует непрерывно и может принимать любые значения от минимальной (45,5 см) до максимальной (115,2 см). Следовательно, это пример непрерывной количественной изменчивости и целесообразно провести интервальную группировку. Работу рекомендуется вести в такой последовательности.

1. Установить количество групп (классов), величину интервала, начало и конец каждой группы и групповые варианты.

При объеме выборки, равном 100, целесообразно сгруппировать данные в 8—10 классов. Величину интервала находят делением размаха варьирования R-разности экстремальных (крайних) значений на число групп $к$. Лучше, чтобы величина интервала была равна целому числу или целому с половиной, если даже число групп будет при этом несколько большим или меньшим указанных выше ориентировочных чисел. В нашем примере $R = X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}} = 115{,}2 - 45{,}4 = 69{,}8$ см, и поэтому целесообразно разбить вариационный ряд на $к = 7$ групп. В этом случае величина интервала будет целым числом:

$$j = \frac{R}{к} = \frac{X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}}{\text{число групп}} = \frac{115{,}2 - 45{,}4}{7} = 9{,}97 \approx 10 \text{ см.}$$

Если величина интервала не равна целому числу, то ее округляют до числа знаков в исходных датах.

Начало каждой группы находят последовательно, прибавляя к минимальному значению признака $X_{\text{мин}}$ величины интервала i. Первая группа будет начинаться с 45,4, вторая — с $45{,}4+10=55{,}4$, третья — с $55{,}4+10=65{,}4$ и т. д. Конец предшествующей группы должен отличаться от начала следующей на величину, равную точности измерения, т. е. на 0,1 см. Следовательно, конец первой группы будет равен $55{,}4-0{,}1=55{,}3$, второй — $65{,}4-0{,}1=65{,}3$ и т. д. Конец последней искомой группы равен $X_{\text{макс}}=115{,}2$.

Значения групповых вариант находят, прибавляя к началу каждой группы половины интервала. Для первой группы $45{,}4+\frac{10}{2}=50{,}4$ второй $55{,}4+\frac{10}{2}=60{,}4$ и т. д.

Недостаток приведенного способа группировки для разбираемого примера заключается в том, что групповые варианты — дробные числа, а это неудобно при вычислении статистических характеристик. Все вычисления значительно упростятся, если за начало первой группы взять целое число с таким расчетом, чтобы минимальное значение признака попало примерно в середину первой группы. Для нашего примера таким числом является 40. Вторая группа будет начинаться с 50, третья — с 60 и т. д. Срединные значения групповых вариант будут соответственно равны $40+\frac{10}{2}=45$, $50+\frac{10}{2}=55$ и т. д. Конец каждой группы определяется вычитанием от начала следующей группы величины, равной точности измерения, у нас 0,1. Первая группа будет заканчиваться числом $50{,}0-0{,}1=49{,}9$; вторая $60{,}0-0{,}1=59{,}9$ и т. д. В итоге получаются следующие 8 групп:

40,0—49,9;	80,0—89,9;
50,0—59,9;	90,0—99,9;
60,0—69,9;	100,0—109,9;
70,0—79,9;	110,0—120,0.

2. Составить рабочую таблицу и разнести исходные данные по группам, используя способ «штрихов» или «конвертиков» (табл. 29).

Таблица 29

Разноска исходных дат по группам

Группа	Способ «штрихов»	Способ «конвертиков»	Частота	Групповые варианты
1. 40,0—49,9			1	45
2. 50,0—59,9			5	55
3. 60,0—69,9			11	65
4. 70,0—79,9			26	75
5. 80,0—89,9			33	85
6. 90,0—99,9			16	95
7. 100,0—109,9			7	105
8. 110,0—120,0			1	115
Сумма			100	

Таблица 30

Группировка данных и вычисление средней арифметической и суммы квадратов отклонений при непрерывной изменчивости

Группа	Разноска дат	Частота f	Групповые варианты X	Вычисление суммы квадратов						
				по исходным датам X			по преобразованным датам $X_1=(X-A):k=(X-85):10$			
				fX	X^2	fX^2	X_1	fX_1	X_1^2	fX_1^2
40,0—49,9		1	45	45	2 025	2 025	—4	—4	16	16
50,0—59,9		5	55	275	3 025	15 125	—3	—15	9	45
60,0—69,9		11	65	715	4 225	46 475	—2	—22	4	44
70,0—79,9		26	75	1950	5 625	146 250	—1	—26	1	26
80,0—89,9		33	85	2805	7 225	238 425	0	0	0	0
90,0—99,9		16	95	1520	9 025	144 400	+1	16	1	16
100,0—109,9		7	105	735	11 025	77 175	+2	14	4	28
110,0—120,0		1	115	115	13 225	13 225	+3	3	9	9
Сумма	—	100	—	8160	—	683 100	—	—34	—	184
Средняя $\bar{x}$				$\frac{\Sigma fX}{n}=\frac{8160}{100}=81,6$			$A+\left(\frac{\Sigma fX_1}{n}\right)\cdot k=85+ +\left(\frac{-34}{100}\right)\cdot 10=81,6$			
Сумма квадратов $\Sigma f\,(X-x)^2$				$\Sigma fX^2-(\Sigma fX)^2:n=683\,100- -(8160)^2:100=17\,224$			$[\Sigma fX_1^2-(\Sigma fX_1)^2:n]\cdot k^2= =[184-(-34)^2:100]\cdot 10^2= =17\,244$			

Правильность разности проверяют повторным составлением аналогичной таблицы.

После группировки получается короткий, легко обозримый вариационный ряд, позволяющий судить о характере изменчивости изучаемого признака. Так, наиболее часто встречаются растения с технической длиной стебля 80,0—89,9 см. Группа, обладающая наибольшей частотой, получила название модальной (мода — наиболее часто встречающийся), значения крайних групп называются лимитами или пределами.

3. Определить среднее арифметическое и сумму квадратов отклонений.

В таблице 30 показано два способа вычисления этих величин: первый используется при наличии вычислительной машины; второй — при ее отсутствии.

4. Определить статистические характеристики вариационного ряда и доверительный интервал для генеральной средней.

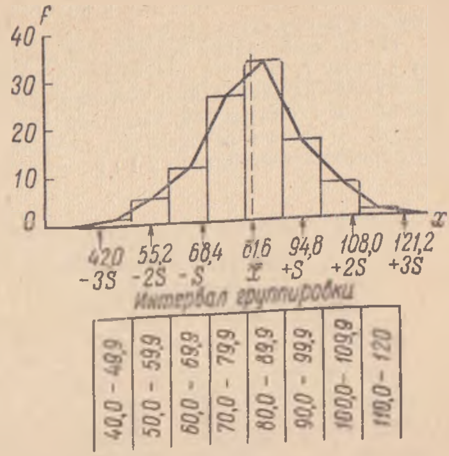

Рис. 54. Графическое изображение распределения 100 растений льна по технической длине стеблей (гистограмма и полигон).

Вычисления рекомендуется вести в такой последовательности:

а) средняя арифметическая (взвешенная)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fX}{n} = 81{,}6 \text{ см};$$

б) дисперсия

$$s^2 = \frac{\Sigma f\,(X - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{17244}{99} = 174{,}2;$$

в) стандартное отклонение (ошибка отдельного наблюдения)

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{174{,}2} = 13{,}2 \text{ см};$$

г) коэффициент вариации

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{13{,}2}{81{,}6} \cdot 100 = 16{,}2\%;$$

д) абсолютная ошибка выборочной средней

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{13{,}2}{\sqrt{100}} = 0{,}132 \text{ см};$$

е) относительная ошибка выборочной средней

$$s_{\bar{x}}\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0{,}132}{81{,}6} \cdot 100 = 0{,}16\ \% \text{ (отн.)};$$

ж) доверительный интервал генеральной средней для 5%-ного уровня значимости при $n - 1 = 100 - 1 = 99$ степенях свободы вариации ($t_{05} = 1{,}96$)

$$\bar{x} \pm t_{05}\, s_{\bar{x}} = 81{,}6 \pm 1{,}96 \cdot 0{,}132 = 81{,}6 \pm 0{,}3 \ (81{,}3 \div 81{,}9).$$

Таким образом, средняя всей совокупности с 95%-ным уровнем вероятности находится в интервале 81,3 ÷ 81,9 см, абсолютная ошибка выборочной средней — 0,132 см, относительная — 0,16%; коэффициент вариации технической длины стеблей льна 16,2%.

5. Построить гистограмму и полигон распределения 100 растений льна по технической длине стебля (рис. 54).

По горизонтальной оси абсцисс наносят значения границ групп, а по оси ординат частоту f. В итоге получают ступенчатый график в виде столбиков, имеющих высоту, пропорциональную частотам, а ширину, равную интервалу i. Такой график называется гистограммой. Соединив линиями срединные значения групп, получим полигон — кривую распределения. Желательно, чтобы соотношение ширины и высоты графика было близко к 1 : 2.

§ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ

К качественным, или атрибутивным, относят такие признаки, которые выражаются в каких-то качествах, не поддающихся количественному измерению, — разные сельскохозяйственные культуры, разные виды болезней, окраска зерна или цветков, форма плода, наличие или отсутствие признаков или реакции на воздействие и т. д. Наиболее часто при изучении качественных признаков встречается случай, когда изучаемая совокупность представлена объектами только с двумя градациями — признак есть и признака нет, то есть имеется две возможности, две альтернативы. Такое распределение называется альтернативным (двояковозможным).

Сводные статистические характеристики вычисляют по формулам таблицы 31. В таблице p_1, p_2, ..., p_k и q обозначают доли признака в совокупности; n_1, n_2, ..., n_k — численность группы; N — объем выборки; k — число градаций признака; t — теоретическое значение критерия Стьюдента.

Вычисления сводных характеристик выборки при качественной изменчивости складываются из распределения исходных наблюдений по группам (классам), определения среднего значения доли, изменчивости признака и доверительного интервала, в пределах которого находится значение доли в генеральной совокупности. При вычислении коэффициента вариации следует иметь в виду, что максимально возможная изменчивость ($s_{макс}$) при двух градациях признаков равна 0,500 (50,0%), трех — 0,333 (33,3%), четырех — 0,250 (25,0%); пяти — 0,200 (20,0%) и шести — 0,167 (16,7%).

Пример 1. При просмотре 500 растений льна было обнаружено 50 растений, пораженных фузариозом. Определить 95%-ные и 99%-ные доверительные интервалы для генеральной доли пораженных растений в совокупности.

Решение. Исходные данные при альтернативной (двояковозможной) изменчивости распределяют по двум группам. Первая группа — растения, имеющие признак, в нашем примере — пораженные растения ($n_1 = 50$), и вторая группа — растения , у которых этот признак отсутствует, т. е. здоровые растения ($n_2 = N - n_1 = 500 - 50 = 450$).

Вычисления сводных характеристик выборки ведут в такой последовательности:

а) доля пораженных (p) и здоровых (q) растений

$$p = \frac{n_1}{N} = \frac{50}{500} = 0{,}10 \text{ (или 10\%)};$$

$q = 1 - p = 1 - 0{,}10 = 0{,}90$ (или 90%);

Таблица 31

Формулы для вычисления статистических характеристик выборки при качественной изменчивости

Показатель	Формула
Доля признака при $k=2$	$p=\frac{n_1}{N}$; $q=1-p$
при $k>2$	$p_1=\frac{n_1}{N}$; $p_2=\frac{n_2}{N}$; ... $p_k=\frac{n_k}{N}$
Стандартное отклонение при $k=2$	$s=\sqrt{pq}$
при $k>2$	$s=\sqrt[k]{p_1 \times p_2 \times \dots p_k}$ $\lg s=\frac{\lg p_1+\lg p_2+\dots+\lg p_k}{k}$
Коэффициент вариации	$V_p=\frac{s}{s_{\text{макс}}} \cdot 100$
Ошибка доли	$s_p=\frac{s}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{pq}{n}}$
Доверительный интервал для доли признака в совокупности	$p \pm ts_p$
Степень свободы	$n-1$

б) стандартное отклонение доли

$$s=\sqrt{pq}=0,10 \times 0,90=0,30 \text{ (или } 30\%);$$

в) коэффициент вариации (при $k=2$; $s_{\text{макс}}=0,50$)

$$V_p=\frac{s}{s_{\text{макс}}}100=\frac{0,30}{0,50}100=60,0\%;$$

г) ошибка выборочной доли

$$s_p=\sqrt{\frac{pq}{n}}=\frac{0,10 \times 0,90}{500}=0,013 \text{ (или } 1,3\%);$$

д) доверительный 95%-ный интервал генеральной доли пораженных фузариозом растений в совокупности ($t_{05}=1,96$ при $n-1=500-1=499$)

$$p \pm t_{05}s_p=0,10 \pm 1,96 \times 0,013=0,10 \pm 0,025 \text{ } (0,075 \div 0,125 \text{ или } 7,5 \div 12,5 \text{ } \%).$$

Таким образом, генеральная доля растений, пораженных фузариозом в изучаемой совокупности с 95%-ным уровнем вероятности, составляет 7,5—12,5%, ошибка репрезентативности $s_p=1,3\%$, коэффициент вариации 60,0%.

Пример 2. После распределения зерен озимой пшеницы по стекловидности получены данные (штук, зерен): полностью стекловидные $n_1=658$; частично стекловидные $n_2=102$; мучнистые $n_3=60$.

Определить процентное содержание каждой группы зерен в выборке и их доверительные интервалы в генеральной совокупности с 1%-ным уровнем значимости.

Решение. Объем выборки $N = n_1 + n_2 + n_3 = 658 + 102 + 60 = 820$. Статистические характеристики:

а) доля зерен в совокупности

полностью стекловидных $p_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{658}{820} = 0,80$ (или 80%);

частично стекловидных $p_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{102}{820} = 0,12$ (или 12%);

мучнистых $p_3 = \frac{n_3}{N} = \frac{60}{820} = 0,08$ (или 8%);

б) стандартное отклонение доли

$$\lg s = \frac{\lg p_1 + \lg p_2 + \lg p_3}{k} = \frac{\lg 0,80 + \lg 0,12 + \lg 0,08}{3} = \frac{\bar{1},9031 + \bar{1},0792 + \bar{2},9031}{3} =$$

$$= \frac{\bar{3},8854}{3} = \bar{1},2951;$$

$$s = \text{antilg } \bar{1},2951 = 0,1979 \approx 0,198 \text{ (или } 19,8\%);$$

в) коэффициент вариации (при $k = 3$; $s_{\text{макс}} = 0,333$)

$$V_p = \frac{s}{s_{\text{макс}}} 100 = \frac{0,198}{0,333} 100 = 61,3\%;$$

г) ошибка доли

$$s_p = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0,198}{\sqrt{820}} = 0,0069 \approx 0,007 \text{ (или } 0,7\%);$$

д) доверительные интервалы для 1%-ного уровня значимости ($t_{01} = 2,58$ при $n - 1 = 820 - 1 = 819$);

для полностью стекловидных зерен

$p_1 \pm t_{01} s_p = 0,80 \pm 2,58 \times 0,007 = 0,80 \pm 0,018$ ($0,782 \div 0,818$ или $78,2 \div 81,8\%$);

для частично стекловидных зерен

$p_2 \pm t_{01} s_p = 0,12 \pm 2,58 \times 0,007 = 0,12 \pm 0,018$ ($0,102 \div 0,138$ или $10,2 \div 13,8\%$);

для мучнистых зерен

$p_3 \pm t_{01} s_p = 0,08 \pm 2,58 \times 0,007 = 0,08 \pm 0,018$ ($0,062 \div 0,098$ или $6,2 \div 9,8\%$).

Результаты выборочного наблюдения позволяют считать, что генеральная доля полностью стекловидных зерен в совокупности находится в интервале $78,2 \div 81,8\%$, частично стекловидных — в интервале $10,2 \div 13,8\%$ и мучнистых — в интервале от 6,9 до 9,8%. Уровень значимости данного заключения составляет 1%.

§ 4. ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ МЕЖДУ НАБЛЮДАЕМЫМИ И ОЖИДАЕМЫМИ (ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ) РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ χ^2

Критерий χ^2 (критерий соответствия К. Пирсона) представляет собой сумму отклонений квадратов разности между наблюдаемыми и теоретически ожидаемыми частотами к теоретическим частотам:

$$\chi^2 = \frac{(f_1 - F_1)^2}{F_1} + \frac{(f_2 - F_2)^2}{F_2} + \ldots + \frac{(f_n - F_n)^2}{F_n} = \sum \frac{(f - F)^2}{F}.$$

Здесь $f_1, f_2, \ldots, f_n$ — фактические частоты,

$F_1, F_2, \ldots, F_n$ — ожидаемые, теоретически вычисленные частоты.

Критерий χ^2 используется при изучении качественных признаков для оценки соответствия эмпирических данных определенной теоретической предпосылке, нулевой гипотезе (H_0). Гипотеза отвергается, если $\chi^2_{факт} > \chi^2_{теор}$, и не отвергается, если $\chi^2_{факт} < \chi^2_{теор}$.

Когда фактические и теоретические ожидаемые частоты полностью совпадают, то $\chi^2 = 0$, а если совпадение неполное, то χ^2 будет отличен от нуля и тем больше, чем больше расхождение между теоретическими и эмпирическими частотами. Предельные значения χ^2, при которых нулевая гипотеза принимается, даны в таблице 5 приложений. В наиболее типичных случаях применение критерия соответствия число степеней свободы определяется по формуле $(c—1)$ $(k—1)$, где c — число строк и k — число колонок в аналитической таблице.

Критерий χ^2 широко используется в генетическом анализе соответствия расщепления гибридов теоретически ожидаемому (примеры 1 — 2), для оценки независимости (или сопряженности) в распределении объектов совокупности (примеры 3—5), определения степени соответствия фактического распределения изучаемого признака нормальному (примеры 6—7) и оценки соответствия двух эмпирических распределений между собой (оценка однородности распределений).

Применение критерия χ^2 требует известной осторожности. В формулу χ^2 должны подставляться только частоты, а не величины, полученные измерением, взвешиванием и т. д. При проверке гипотезы о соответствии эмпирических распределений нормальному желательно иметь не менее 50 наблюдений, а в каждой теоретически рассчитанной группе не менее пяти наблюдений (при менее строгом подходе за минимум принимают три наблюдения). Поэтому если крайние группы в ряду распределения малочисленны, их необходимо объединить. Число степеней свободы для $\chi^2_{теор}$ при определении соответствия распределений нормальному закону равно числу групп без трех $(k—3)$, так как вычисления теоретических частот связаны здесь тремя условиями, определяющими нормальное распределение, а именно: объемом выборки n, средним значением признака x и дисперсий s^2, по которым строилось теоретическое нормальное распределение.

Пример 1. При скрещивании двух сортов гороха Г. Мендель во втором поколении получил $f_1 = 355$ желтых семян; $f_2 = 123$ зеленых семян; сумма $= 478$.

Соответствуют ли результаты опыта теоретически ожидаемому отношению желтых к зеленым как 3 : 1? Соотношение 3 : 1 берется в качестве H_0, которую необходимо доказать.

Р е ш е н и е. Исходя из соотношения 3 : 1, определяют теоретически ожидаемые частоты F:

$$F_1 = 3/4 \times 478 = 358{,}5$$

$$F_2 = 1/4 \times 478 = 119{,}5$$

$$\text{Сумма} = 478{,}0$$

Подставляя эмпирические и теоретически ожидаемые частоты в формулу χ^2, получают:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = \frac{(355-358,5)^2}{358,5} + \frac{(123-119,5)^2}{119,5} = 0,137$$

при $(c-1)(\kappa-1) = (2-1)(2-1) = 1$ степени свободы. Теоретическое значение $\chi^2_{05} = 3,48$ (по табл. 5 приложений).

Вывод. Различия между фактическими и теоретически ожидаемыми частотами несущественны ($\chi^2_{факт} < \chi^2_{05}$) и H_0 не отвергается.

Расчеты χ^2 удобно вести по форме таблицы 2 × 2 (2 строки и 2 столбца, табл. 32)

Таблица 32

Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия (χ^2) по таблице 2 × 2

Показатели	Семена		Сумма
	желтые	зеленые	
Ожидаемое расщепление (H_0)	3	1	4
Наблюдаемые частоты (f)	355	123	478
Ожидаемые частоты (F)	358,5	119,5	478
Разность ($f - F$)	—3,5	3,5	—
Квадрат разности $(f - F)^2$	12,25	12,25	—
Отношение $(f - F)^2/F$	0,034	0,103	$0,137 = \chi^2$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = 0,137.$$

Пример 2. При дигибридном расщеплении во втором поколении были получены следующие результаты (табл. 33). Необходимо установить, соответствует ли эмпирическое распределение частот f теоретически ожидаемому наследованию в соотношении 9 : 3 : 3 : 1 (опыт Г. Менделя).

Решение. Порядок расчета критерия χ^2 показан в таблице 33. Ожидаемые частоты определяют умножением теоретически ожидаемой доли семян в совокупности на общее число наблюдений. Так, доля гладких желтых семян в совокупности должна быть равна $^9/_{16}$ и, следовательно, $F_1 = 9/16 \times 556 = 313$ семян, $F_2 = 3/16 \times 556 = 104$ и т. д.

Таблица 33

Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия (χ^2) по таблице 2 × 4

Показатели	Семена				Сумма
	гладкие		морщинистые		
	желтые	зеленые	желтые	зеленые	
Ожидаемое расщепление (H_0)	9	3	3	1	16
Наблюдаемые частоты (f)	315	101	108	32	556
Ожидаемые частоты (F)	313	104	104	35	556
Разность ($f - F$)	2	—3	4	—3	—
Квадрат разности $(f - F)^2$	4	9	16	9	—
Соотношение $(f - F)^2/F$	0,01	0,09	0,15	0,26	$0,51 = \chi^2$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = 0,51.$$

Вывод. При $(c-1)(k-1) = (2-1)(4-1) = 3$ степенях свободы теоретическое значение $\chi^2_{05} = 7{,}81$ (по табл. 5 приложений). Так как $\chi^2_{факт} < \chi^2_{05}$, нулевая гипотеза о соответствии эмпирического распределения теоретически ожидаемому по отношению 9 : 3 : 3 : 1 не отвергается.

Пример 3. Во втором поколении дигибридного скрещивания при неполном доминировании двух пар аллелей расщепление по фенотипу ожидается в отношении (1 : 2 : 1)² или 1 : 2 : 2 : 4 : 1 : 2 : 1 : 2 : 1. В опытах Т. С. Фадеевой (по М. Е. Лобашеву, 1967) по изучению наследования признаков у земляники получено следующее количество растений, отличающихся друг от друга по окраске ягоды и форме чашечки (табл. 34). Определить по критерию χ^2 соответствие эмпирического расщепления теоретически ожидаемому.

Решение: Порядок расчетов показан в таблице 34. Ожидаемые частоты (F) определяют умножением теоретически ожидаемой доли растений данного типа в совокупности на общее число растений. Например, доля растений с красной окраской ягоды и нормальной формой чашечки составляет $^1/_{16}$, ожидаемая частота этих растений $F_1 = 1/16 \times 307 = 19{,}19$; для $F_2 = 2/16 \times 307 = 38{,}37$ и т. д.

Вывод. При $(c-1)(k-1) = (2-1)(9-1) = 8$ степенях свобод теоретическое значение $\chi^2_{05} = 15{,}51$ (по табл. 5 приложений) и нулевая гипотеза о соответствии эмпирического расщепления ожидаемому не отвергается ($\chi^2_{факт} < \chi^2_{05}$).

Пример 4. Обследовано 113 полей озимой пшеницы на зараженность корневой гнилью (табл. 35). Существенно ли различие в пораженности пшеницы, высеянной по черным и занятым парам?

Решение. H_0: вид пара не оказывает влияния на пораженность озимой пшеницы корневой гнилью, и, следовательно, колебание соотношений сильно и слабо пораженных полей в каждой колонке таблицы 2 × 2 является случайным.

На основании нулевой гипотезы для каждой клетки таблицы вычисляют, каковы должны быть ожидаемые значения F. Для вычисления

Таблица 34

Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия (χ^2) по таблице 2 × 9

Показатели	Форма чашечки									Сумма
	красная ягода			розовая ягода			белая ягода			
	нормальная	промежуточная	листовидная	нормальная	промежуточная	листовидная	нормальная	промежуточная	листовидная	
Ожидаемое расщепление (H_0)	1	2	1	2	4	2	1	2	1	16
Наблюдаемые частоты (f)	25	33	17	45	85	30	20	42	10	307
Ожидаемые частоты (F)	19,19	38,37	19,19	38,37	76,76	38,37	19,19	38,37	19,19	307
Разность ($f - F$)	5,81	−5,37	−2,19	6,63	8,24	−8,37	0,81	3,63	−9,19	—
Квадрат разности $(f - F)^2$	33,76	28,84	4,80	43,96	67,90	70,06	0,66	−13,18	84,46	—
Соотношение $(f - F)^2/F$	1,75	0,75	0,25	1,15	0,88	1,82	0,03	0,34	4,40	$11{,}37 = \chi^2$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = 11{,}37$$

ожидаемых частот общее число полей в каждой группе умножают на ожидаемую долю слабо зараженных (58,4) или сильно зараженных (41,6) полей. Ожидаемая численность слабо зараженных полей чистого пара будет равна $F_1 = 42 \times 58,4 = 24,5$ и сильно зараженных $F_2 = 42 \times 41,6 = 17,5$; в группе занятых паров ожидаемая численность слабо зараженных полей $F_3 = 71 \times 58,4 = 41,5$ и сильно зараженных $F_4 = 71 \times 41,6 = 29,5$. Эти числа, которые носят названия ожиданий, в таблице 35 заключены в скобки.

После расчета ожиданий определяют разности между фактическими и ожидаемыми частотами (табл. 36). Суммы всех разностей по колонкам и строчкам равны нулю.

Таблица 35

Пораженность озимой пшеницы в связи с видами паров и вычисление ожидаемой численности полей F по таблице 2×2

Вид пара	Заражение		Сумма	Процент слабо зараженных полей
	слабое	сильное		
Чистый	30 (24,5)	12 (17,5)	42 (42)	71,4
Занятой	36 (41,5)	35 (29,5)	71 (71)	50,7
Сумма	66 (66)	47 (47)	113 (113)	58,4

Таблица 36

Разности между фактическими и ожидаемыми численностями полей ($f - F$)

Вид пара	Заражение		Сумма
	слабое	сильное	
Чистый	5,5	−5,5	0
Занятой	−5,5	5,5	
	0	0	0

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = \frac{5,5^2}{24,5} + \frac{(-5,5)^2}{17,5} + \frac{(-5,5)^2}{41,5} + \frac{5,5^2}{29,5} = 1,23 + 1,74 + 0,73 + 1,02 = 4,72$$

при $(c - 1)(k - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$ степени свободы. Теоретическое значение $\chi^2 = 3,84$ (по табл. 5 приложений).

Вывод. Наблюдается существенное увеличение зараженности посевов пшеницы при посеве ее по занятым парам ($\chi_{\text{факт}} > \chi^2_{05}$), и нулевая гипотеза о независимости заражения посевов от вида пара отвергается.

Использование критерия χ^2 при работе с таблицами состава 2×2 требует, чтобы ни одно из ожиданий не было меньше 5. Если теоретические численности невелики, то до того как вычислять χ^2, все разности $(f - F)$ уменьшают на 0,5, приближая их к нулю (поправка Йитса). В нашем примере, если ввести поправку Йитса, вычисления приобретают следующий вид:

$$\chi^2 = \frac{5,0^2}{24,5} + \frac{(-5,0)^2}{17,5} + \frac{(-5,0)^2}{41,5} + \frac{5,0^2}{29,5} = 3,90.$$

Пример 5. На 260 полях ячменя учтен урожай и проведен подсчет зараженности почвы проволочником (Д. Д. Финни, 1957). Поля разбиты на две группы по урожайности и на четыре группы по зараженности проволочником (табл. 37). Зависит ли урожай ячменя от степени зараженности проволочником?

Решение: H_0: урожай не зависит от степени зараженности и колебание соотношений удовлетворительных и неудовлетворительных урожаев в каждой колонке таблицы является случайным.

На основе нулевой гипотезы вычисляют ожидаемые частоты для каждой клетки таблицы. Число полей с удовлетворительным урожаем при слабой зараженности должно быть $F_1 = \frac{77,7}{100} \times 109 = 84,7$, умеренной—$F_2 = \frac{77,7}{100} \times 77 = 59,8$, сильной—$F_3 = \frac{77,7}{100} \times 48 = 37,3$ и весьма сильной —$F_4 = \frac{77,7}{100} \times 26 = 20,2$. Число полей с неудовлетворительным урожаем при слабой зараженности $F_5 = \frac{22,3}{100} \times 109 = 24,3$, умеренной $F_6 = \frac{22,3}{100} \times 77 = 17,2$, сильной $F_7 = \frac{22,3}{100} \times 48 = 10,7$ и весьма сильной $F_8 = \frac{22,3}{100} \times 26 = 5,8$. Ожидаемые числа в таблице 37 заключены в скобки. Расчеты разностей между фактическими и ожидаемыми частотами ($f - F$) удобно вести по форме таблицы 38.

Таблица 37

Урожай ячменя в связи с заражением почвы проволочником и вычисление ожидаемой численности полей F по таблице 2×4

Урожай	Заражение				Сумма	Процент
	слабое (балл 1)	умеренное (балл 2)	сильное (балл 3)	очень сильное (балл 4)		
Удовлетворительный. . .	94 (84,7)	62 (59,8)	31 (37,3)	15 (20,2)	202	77,7
Неудовлетворительный. .	15 (24,3)	15 (17,2)	17 (10,7)	11 (5,8)	58	22,3
Сумма	109	77	48	26	260	100,0
Процент	41,9	29,6	18,5	10,0	—	100,0

Таблица 38

Разности между фактическими и ожидаемыми численностями полей ($f - F$)

Урожай	Заражение				Сумма
	слабое	умеренное	сильное	очень сильное	
Удовлетворительный	9,3	2,2	−6,3	−5,2	0
Неудовлетворительный	−9,3	−2,2	6,3	5,2	0
Сумма	0	0	0	0	0

$$\chi^2 = \frac{9,3^2}{84,7} + \frac{2,2^2}{59,8} + \frac{(-6,3)^2}{37,3} + \frac{(-5,2)^2}{20,2} + \frac{(-9,3)^2}{24,3} + \frac{(-2,2)^2}{17,2} + \frac{6,3^2}{10,7} + \frac{5,2^2}{5,8} = 15,70$$

при $(c-1)\ (k-1) = (2-1)\ (4-1) = 3$ степенях свободы.

Теоретическое значение $\chi^2_{05} = 7,8$ (по табл. 5 приложений).

Вывод. Имеет место существенная зависимость урожаев ячменя от степени зараженности почвы проволочником ($\chi^2_{факт} > \chi^2_{05}$), и нулевая гипотеза отвергается.

Пример 6. Апробацией семенников клевера красного установлено распределение 110 стеблей по числу междоузлий:

X	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f	6	10	28	10	12	29	10	3	2

Необходимо проверить соответствие эмпирического распределения нормальному по критерию χ^2.

Р е ш е н и е. Прежде всего по данным эмпирического распределения частот f необходимо определить теоретически ожидаемые частоты F, которые следуют нормальному распределению, а затем установить степень соответствия фактических и ожидаемых частот по критерию хи-квадрат.

Расчеты проводят в таком порядке (табл. 39):

1. По формулам для сгруппированных данных* (см. стр. 205) определяют $\bar{x}$ и s:

$$\bar{x}=\frac{\Sigma fX}{n}=\frac{(6\times4)+(10\times5)+\ldots\ldots+(2\times12)}{110}=7{,}5;$$

$$s=\sqrt{\frac{\Sigma f\,(X-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{6\ (4-7{,}5)^2+10\ (5-7{,}5)^2+\ldots\ldots+(12-7{,}5)^2}{110-1}}=1{,}93$$

2. Определяют нормированное отклонение в долях стандартного отклонения

$$t=\frac{X-\bar{x}}{s}.$$

3. По величине t в таблице 6 приложений находят $\Phi\ (t)$ — вероятность встречи данного значения признака x в нормально распределенной совокупности.

4. Рассчитывают теоретический ряд частот F, соответствующий данному объему выборки n, $\bar{x}$ и s при величине интервала группировки i по формуле:

$$F=\Phi\ (t)\frac{n\cdot i}{s}.$$

Для нашего примера значение коэффициента $\frac{n\cdot i}{s}=\frac{110\times1}{1{,}93}=57{,}0$.

5. Объединяют крайние малочисленные группы так, чтобы значение F превышало 5, рассчитывают разности $(f-F)$, возводят их в квадрат, делят на соответствующие теоретические частоты $(f-F)^2/F$ и полученные величины суммируют

Таблица 39

Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия эмпирического распределения нормальному (χ^2)

X	f		$t=\frac{X-\bar{x}}{s}$	$\Phi\ (t)$	F		$(f-F)$	$(f-F)^2$	$\frac{(f-F)^2}{F}$
4	6	16	1,80	0,0790	4,5	14,6	—	—	
5	10		1,28	0,1758	10,1		1,4	1,96	0,13
6	28		0,77	0,2966	17,2		10,8	116,64	6,78
7	10		0,26	0,3867	22,4		−12,4	153,76	0,86
8	12		0,26	0,3867	22,4		−10,4	108,16	4,83
9	29		0,77	0,2966	17,2		11,8	139,24	8,10
10	10		1,28	0,1758	10,1		−0,1	0,01	0,00
11	3	5	1,80	0,0790	4,5	6,1	−1,1	1,21	0,20
12	2		2,32	0,0270	1,6		—	—	—
Сумма	110		—	—	100,0		—	—	26,90 $=\chi^2$

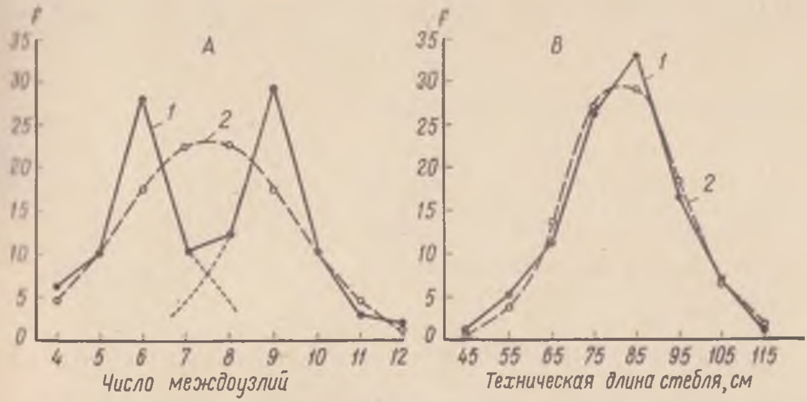

Рис. 55. Эмпирическое (*1*) и теоретическое (*2*) распределение стеблей клевера по числу междоузлий (*А*) и растений льна по технической длине стебля (*В*).

Сумма всех частных дает значение $\chi^2 = 26{,}90$ при $(k - 3) = (7 - 3) = 4$ степеней свободы вариации. Табличное значение $\chi^2_{05} = 9{,}49$ (по табл. 5 приложений).

Вывод. Распределение стеблей красного клевера по числу междоузлий существенно отличается от нормального $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{05}$ и нулевая гипотеза отвергается. Апробируемый посев является, по-видимому, механической смесью клеверов двух типов: раннеспелого (среднее число междоузлий около 6) и позднеспелого (среднее число междоузлий около 9) (рис. 55, *А*).

Пример 7. По технической длине стебля 100 растений льна распределены следующим образом (данные примера 3, табл. 29):

X	45	55	65	75	85	95	105	115
f	1	5	11	26	33	16	7	1

Подчиняется ли распределение растений льна по технической длине стебля нормальному закону?

Решение. Расчеты ведут в той же последовательности, как и в примере 6 (табл. 40).

Таблица 40

Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия эмпирического распределения нормальному (χ^2)

X	f	$t = \frac{X - \bar{x}}{s}$	$\Phi(t)$	F	$(f - F)$	$(f - F)^2$	$\frac{(f-F)^2}{F}$
45	1	2,77	0,0088	0,7	—	—	—
55	5 } 17	2,02	0,0519	3,9 } 18,3	—	—	—
65	11	1,26	0,1804	13,7	−1,3	1,69	0,09
75	26	0,50	0,3521	26,7	−0,7	0,49	0,02
85	33	0,26	0,3857	29,3	3,7	13,69	0,47
95	16	1,02	0,2371	18,0	−2,0	4,00	0,22
105	7 } 8	1,77	0,0833	6,4 } 7,7	0,3	0,09	0,01
115	1	2,53	0,0162	1,3	—	—	—
Сумма	100	—	—	100	—	—	$0{,}81 = \chi^2$

1. Определяют $\bar{x}$ и s эмпирического распределения. Для нашего примера:

$$\bar{x} = 81,6 \text{ и } s = 13,2$$

2. Определяют нормированное отклонение:

$$t = \frac{X - \bar{x}}{s}.$$

3. По величине t в таблице 6 приложений находят значение $\Phi(t)$.

4. Рассчитывают теоретический ряд частот: $F = \Phi(t) \frac{n \times i}{s} = \frac{100 \times 10}{13.2} = 75,76$.

5. Объединяют крайние малочисленные классы, рассчитывают $(f - F)$, $(f - F)^2$, $(f - F^2)/F$ и полученные частные суммируют.

Сумма всех частных дает значение $\chi^2 = 0,81$ при $(k - 3) = 5 - 3 = 2$ степенях свободы. Табличное значение $\chi^2_{st} = 5,99$ (по табл. 5 приложений).

Вывод. Распределение растений льна по длине технической части стебля подчиняется нормальному закону ($\chi^2_{факт} < \chi^2_{05}$), и нулевая гипотеза не отвергается. Наглядное представление о степени соответствия эмпирических и теоретически вычисленных частот дает рисунок 55, *В*.

§ 5. СРАВНЕНИЕ ДВУХ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ ПО t-КРИТЕРИЮ

Сравнение двух выборочных средних или долей проводится путем проверки нулевой гипотезы H_0, которая формулируется так: между выборочными средними (или долями) нет существенных различий. Проверка осуществляется при помощи статистического t-критерия. Если $t_{факт} > t_{теор}$, между двумя средними значениями $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ или долями $(p_1 - p_2)$ имеется значимое различие и H_0 отвергается, а если $t_{факт} < t_{теор}$, разность несущественна и H_0 не отвергается.

ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТИ СРЕДНИХ И СРЕДНЕЙ РАЗНОСТИ ПО t-КРИТЕРИЮ

Если изучаемые переменные двух сравниваемых выборок независимы, то такие выборки относят к несопряженным и по критерию t оценивается существенность разности средних $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$. Выборки называют сопряженными, когда единицы наблюдений первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдений второй выборки. В сопряженных выборках по критерию t оценивается существенность средней разности $\bar{d} = (\Sigma d) : n$.

Вычисления статистических характеристик при оценке существенности разности ведут по формулам таблицы 41. В примерах 1—2 показана техника расчетов при работе с независимыми, а в примерах 3—5 с сопряженными выборками.

Если изучаемый признак распределяется по закону редких событий Пуассона, когда выборочные средние и дисперсии равны ($\bar{x} =$

$= s^2$), критерий существенности средних определяется по формуле:

$$t = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 + x_2}}.$$

Здесь x_1 и x_2 — непосредственное число редких событий в сравниваемых больших выборках, для которых теоретические значения $t_{05} = 1{,}96$ и $t_{01} = 2{,}58$. Порядок расчетов разности средних редких событий показан в примере 6.

В таблице 41 через X обозначены значения признака: d — разности между сопряженными парами; n — объем выборки или число сопряженных пар, $t_т$ — теоретическое значение критерия Стьюдента.

Таблица 41

Формулы для вычисления существенности разности между средними двух выборок
(количественная изменчивость)

Показатель	Несопряженные выборки	Сопряженные выборки
Средняя арифметическая	$\bar{x} = \frac{\sum X}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum X}{n}$
Разность средних и средняя разность	$d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$\bar{d} = (\sum d) : n$
Ошибка средней арифметической	$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2 : n}{n(n-1)}}$	Не вычисляется
Ошибка разности средних и средней разности	$s_d = \sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}}$	$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n(n-1)}}$
Доверительный интервал для генеральной разности	$d \pm t_т s_d$	$\bar{d} \pm t_т s_{\bar{d}}$
Критерий существенности	$t_ф = \frac{d}{s_d}$	$t_ф = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}}$
Степени свободы	$n_1 + n_2 - 2$	$n - 1$

Пример 1. На четырех учетных площадках каждого из двух участков, обработанных инсектицидом 1 и 2, подсчитана гибель растений сахарной свеклы от вредителей в период от всходов до прорывки (в тыс. штук на 1 га) (табл. 42). Определить 5%-ные доверительные интервалы для средней гибели растений и проверить значимость различий в действии препаратов 1 и 2 на вредителей.

Решение. Пробные площадки для учета гибели растений на двух участках сахарной свеклы не связаны никаким общим условием, и, следовательно, полученные данные необходимо обработать по типу несопряженных выборок (табл. 42).

Таблица 42

Последовательность вычислений при сравнении средних двух несопряженных выборок

Первая выборка (инсектицид 1)			Вторая выборка (инсектицид 2)		
X	$X_1 = X - 33$	X_1^2	X	$X_1 = X - 27$	X_1^2
35	2	4	28	1	1
41	8	64	42	15	225
24	—9	81	15	—12	144
33	0	0	24	—3	9
$\Sigma X = 133$ $\bar{x}_1 = 33{,}25$	$\Sigma X_1 = 1$	$\Sigma X_1^2 = 149$	$\Sigma X = 109$ $\bar{x}_2 = 27{,}25$	$\Sigma X_1 = 1$	$\Sigma X_1^2 = 379$

а) Сумма квадратов $\Sigma(X - \bar{x})^2 = \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n$

$149 - (1)^2 : 4 = 148{,}75.$ | $379 - (1)^2 : 4 = 378{,}75.$

б) Абсолютная ошибка средней $s_{\bar{x}} = \sqrt{\dfrac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{n\,(n-1)}}$

$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\dfrac{148{,}75}{4\,(4-1)}} = 3{,}5$ | $s_{\bar{x}_2} = \sqrt{\dfrac{378{,}75}{4\,(4-1)}} = 5{,}6.$

в) Относительная ошибка средней $s_{\bar{x}\%} = \dfrac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}}\,100\%.$

$s_{\bar{x}_1} = \dfrac{3{,}5}{33{,}25}\,100 = 10{,}5\%$ | $s_{\bar{x}_2} = \dfrac{5{,}6}{27{,}25}\,100 = 20{,}6\%.$

г) Доверительный интервал для генеральной средней $\bar{x} \pm t_{05} s_{\bar{x}}$. При $n - 1 = 3$ степенях свободы $t_{05} = 3{,}18$.

$33{,}25 \pm 3{,}18 \times 3{,}5 = 33{,}25 \pm 11{,}2$ $(22 \div 44)$ | $27{,}25 \pm 3{,}18 \times 5{,}6 = 27{,}25 \pm 17{,}9$ $(9 \div 35).$

д) Критерий существенности $t_ф = \dfrac{d}{s_d} = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2}}.$

$t_ф = \dfrac{33{,}25 - 27{,}25}{\sqrt{3{,}5^2 + 5{,}6^2}} = \dfrac{6{,}0}{6{,}6} = 0{,}91.$ При $n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$ степенях свободы $t_{05} = 2{,}45$.

Вывод. Нулевая гипотеза не отвергается ($t_ф < t_{05}$), и разность в действии инсектицидов на 5%-ном уровне значимости несущественна.

Пример 2. Изучено действие приема A и B на клопа-черепашку. После группировки данных учета получены следующие распределения числа личинок (штук на кв. м):

	X	5	15	25	35	45	55	65
f	A	7	12	21	33	17	8	2
	B	16	15	50	15	3	1	—

Существенно ли различаются приемы A и B в действии на развитие клопа-черепашки при 5%-ном уровне значимости?

Решение. H_0: приемы A и B существенно не различаются. Это предположение проверяют по t-критерию. Расчеты для сгруппированных, независимых выборок удобно вести в последовательности, указанной в таблице 43.

Таблица 43

Порядок вычисления статистических показателей по сгруппированным данным

X	Первая выборка (прием A)					Вторая выборка (прием B)				
	f	$X_1 = (X-35):10$	fX_1	X_1^2	fX_1^2	f	$X_1 = (X-25):10$	fX_1	X_1^2	fX_1^2
5	7	−3	−21	9	63	16	−2	−32	4	64
15	12	−2	−24	4	48	15	−1	−15	1	15
25	21	−1	−21	1	21	50	0	0	0	0
35	33	0	0	0	0	15	1	15	1	15
45	17	1	17	1	17	3	2	6	4	12
55	8	2	16	4	32	1	3	3	9	9
65	2	3	6	9	18	—	—	—	—	—
Сумма	100	—	−27	—	199	100	—	−23	—	115
Среднее	$\bar{x}_1 = 35 + \left(\frac{-27}{100}\right) \times 10 = 32{,}3$					$x_2 = 25\bar{x} + \left(\frac{-23}{100}\right) \times 10 = 22{,}7$				

а) Сумма квадратов $\left[\sum fX_1^2 - \frac{(\Sigma fX_1)^2}{n}\right] \cdot k^2$

$$\left[199 - \frac{(-27)^2}{100}\right] \times 10^2 = 19\,171 \quad \Bigg| \quad \left[115 - \frac{(-23)^2}{100}\right] \times 10^2 = 10\,971.$$

б) Абсолютная ошибка средней $s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$

$$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{19\,171}{100\,(100-1)}} = 1{,}38. \quad \Bigg| \quad s_{\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{10\,971}{100\,(100-1)}} = 1{,}07.$$

в) Относительная ошибка средней $s_{\bar{x}} = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}}\,100\%$

$$s_{\bar{x}_1} = \frac{1{,}38}{32{,}3}\,100 = 4{,}3\%. \quad \Bigg| \quad s_{\bar{x}_2} = \frac{1{,}07}{25{,}7}\,100 = 4{,}7\%.$$

г) Доверительный интервал для генеральной средней $\bar{x} \pm t_{05}\, s_{\bar{x}}$, при $n - 1 = 100 - 1 = 99$ степенях свободы $t_{05} = 1{,}98$.

$$32{,}3 \pm 1{,}98 \times 1{,}38 = 32{,}3 \pm 2{,}7 \ (29{,}6 \div 35{,}0) \quad \Bigg| \quad 25{,}7 \pm 1{,}98 \times 1{,}07 = 25{,}7 \pm 2{,}1 \ (23{,}6 \div 27{,}8).$$

д) Критерий существенности $t_ф = \frac{d}{s_d} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{s^2_{\bar{x}_1} + s^2_{\bar{x}_2}}}$;

$t_ф = \frac{32{,}3 - 25{,}7}{\sqrt{1{,}38^2 + 1{,}07^2}} = \frac{9{,}6}{1{,}74} = 5{,}5.$ При $n_1 + n_2 - 2 = 100 + 100 - 2 = 198$ степенях свободы $t_{05} = 1{,}97$.

Вывод. Нулевая гипотеза отвергается ($t_ф > t_{05}$), и, следовательно, прием $Б$ эффективнее приема A в борьбе с клопом-черепашкой. Аналогичный вывод следует и из сравнения доверительных интервалов для генеральных средних — при 5%-ном уровне значимости они не перекрывают друг друга (29,6 ÷ 35,0 и 23,6 ÷ 27,8 личинок на кв. м).

Пример 3. Изучалось действие на листья табака двух препаратов вируса табачной мозаики. Одна половина листа натиралась кусочком марли, смоченным в препарате I, а вторая в препарате II. Сила действия препарата характеризовалась числом мест поражения. Определить, различаются ли препараты по силе действия? Исходные данные представлены в левой части расчетной таблицы 44.

Решение. Выборки сопряженные и по t-критерию необходимо оценить существенность средней разности $\bar{d}$. Нулевая гипотеза $H_0 : \bar{d} = 0$, то есть между силой действия препаратов нет существенных различий. Вычисления по формулам таблицы 41 удобно вести в расчетной таблице 44.

Таблица 44

Число пораженных мест на половинках 8 листьев табака
(по Д. Снедекору, 1961)

Номер растения	Число поражений на половине листа		Разность $d = X_1 - X_2$	Квадрат разности d^2
	препарат I X_1	препарат II X_2		
1	9	10	−1	1
2	17	11	6	36
3	31	18	13	169
4	18	14	4	16
5	7	6	1	1
6	8	7	1	1
7	20	17	3	9
8	10	5	5	25
Сумма	120	88	32	258
Среднее	15	11	$\bar{d} = 4$	—

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{258 - (32)^2 : 8}{8(8-1)}} = 1{,}52 \text{ поражения.}$$

$t_ф = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{4}{1{,}52} = 2{,}63$. При числе степеней свободы $(n - 1) = (8 - 1) = 7$ значение $t_{05} = 2{,}36$ (по табл. 1 приложений)

Доверительный интервал для генеральной разности $\bar{d} \pm t_{05}s_{\bar{d}} = 4 \pm 2{,}36 \times 1{,}52 = 4 \pm 3{,}6$ (0,4 ÷ 7,6).

Вывод. Разность существенна с 5%-ным уровнем значимости, и нулевая гипотеза отвергается. Препарат I по силе действия на поражение листьев табака значительно превышает препарат II ($t_ф > t_{05}$).

Пример 4. На 16 образцах испытано два метода подготовки почвы к агрегатному анализу: метод A (стандартный) и метод B (ускоренный). Значимо ли на 5%-ном уровне расхождение между методами A и B (табл. 45)?

Решение. H_0: расхождение между методами обусловлено случайными ошибками воспроизводимости. Результаты попарного сравнения и расчеты статистических показателей приведены в таблице 45.

Таблица 45

Количество водопрочных агрегатов размером больше 0,25 мм (в %)

Номера образцов почвы	Метод подготовки почвы		Разность d	Номера образцов почвы	Метод подготовки почвы		Разность d
	A	B			A	B	
1	35,0	34,8	0,2	9	44,4	45,6	−1,2
2	38,0	40,4	−2,4	10	64,6	61,0	3,6
3	55,4	50,7	4,7	11	59,9	60,0	−0,1
4	55,8	50,9	4,9	12	47,8	47,2	0,6
5	61,8	62,7	−0,9	13	46,8	48,7	−1,9
6	45,0	43,8	1,2	14	61,8	64,4	−2,6
7	47,4	45,3	2,1	15	48,9	44,4	4,5
8	56,8	54,0	2,8	16	61,1	59,9	1,2

$$\sum d = 0{,}2 + (-2{,}4) + 4{,}7 + \ldots + 1{,}2 = 16{,}7;$$

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{16{,}7}{16} = 1{,}04;$$

$$\sum d^2 = 0{,}2^2 + (-2{,}4)^2 + 4{,}7^2 + \ldots + 1{,}2^2 = 113{,}24;$$

$$(\sum d)^2 = 16{,}7^2 = 278{,}89;$$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{113{,}24 - 278{,}89 : 16}{16(16-1)}} = 0{,}63;$$

$$t_ф = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{1{,}04}{0{,}63} = 1{,}65.$$

При числе степеней свободы $n - 1 = 16 - 1 = 15$ теоретическое значение $t_{05} = 2{,}13$, т. е. $t_ф < t_{05}$.

Вывод. Различия между двумя методами подготовки почвы к агрегатному анализу несущественны на 5%-ном уровне, и, следовательно, можно рекомендовать ускоренный метод подготовки B.

Пример 5. В 85 хозяйствах изучали действие двух способов обработки почвы на урожай яровой пшеницы. Варианты обработки всегда располагали рядом на одном и том же поле. Получено следующее распределение разностей в урожаях (1-я и 2-я колонки в таблице 46). Определить существенно ли различаются на 5%-ном уровне значимости испытанные способы обработки по воздействию на урожай яровой пшеницы?

Решение. Обработку сгруппированных разностей сопряженных выборок ведут к той же последовательности, как и для несгруппированных, но, естественно, с учетом частоты встречаемости. Техника вычислений показана в таблице 46.

Вывод. Нулевая гипотеза отвергается ($t_ф > t_{05}$), и, следовательно, прием B эффективнее приема A в борьбе с клопом-черепашкой. Аналогичный вывод следует и из сравнения доверительных интервалов для генеральных средних — при 5%-ном уровне значимости они не перекрывают друг друга (29,6 ÷ 35,0 и 23,6÷27,8 личинок на кв. м).

Пример 3. Изучалось действие на листья табака двух препаратов вируса табачной мозаики. Одна половина листа натиралась кусочком марли, смоченным в препарате I, а вторая в препарате II. Сила действия препарата характеризовалась числом мест поражения. Определить, различаются ли препараты по силе действия? Исходные данные представлены в левой части расчетной таблицы 44.

Решение. Выборки сопряженные и по t-критерию необходимо оценить существенность средней разности $\bar{d}$. Нулевая гипотеза $H_0 : \bar{d} = 0$, то есть между силой действия препаратов нет существенных различий. Вычисления по формулам таблицы 41 удобно вести в расчетной таблице 44.

Таблица 44

Число пораженных мест на половинках 8 листьев табака
(по Д. Снедекору, 1961)

Номер растения	Число поражений на половине листа		Разность $d = X_1 - X_2$	Квадрат разности d^2
	препарат I X_1	препарат II X_2		
1	9	10	−1	1
2	17	11	6	36
3	31	18	13	169
4	18	14	4	16
5	7	6	1	1
6	8	7	1	1
7	20	17	3	9
8	10	5	5	25
Сумма	120	88	32	258
Среднее	15	11	$\bar{d} = 4$	—

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{258 - (32)^2 : 8}{8(8-1)}} = 1{,}52 \text{ поражения.}$$

$t_ф = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{4}{1{,}52} = 2{,}63$. При числе степеней свободы $(n - 1) = (8 - 1) = 7$ значение $t_{05} = 2{,}36$ (по табл. 1 приложений)

Доверительный интервал для генеральной разности $\bar{d} \pm t_{05} s_{\bar{d}} = 4 \pm 2{,}36 \times$ $\times\ 1{,}52 = 4 \pm 3{,}6$ (0,4 ÷ 7,6).

Вывод. Разность существенна с 5%-ным уровнем значимости, и нулевая гипотеза отвергается. Препарат I по силе действия на поражение листьев табака значительно превышает препарат II ($t_ф > t_{05}$).

Пример 4. На 16 образцах испытано два метода подготовки почвы к агрегатному анализу: метод A (стандартный) и метод B (ускоренный). Значимо ли на 5%-ном уровне расхождение между методами A и B (табл. 45)?

Решение. H_0: расхождение между методами обусловлено случайными ошибками воспроизводимости. Результаты попарного сравнения и расчеты статистических показателей приведены в таблице 45.

Таблица 45

Количество водопрочных агрегатов размером больше 0,25 мм (в %)

Номера образцов почвы	Метод подготовки почвы		Разность d	Номера образцов почвы	Метод подготовки почвы		Разность d
	A	B			A	B	
1	35,0	34,8	0,2	9	44,4	45,6	−1,2
2	38,0	40,4	−2,4	10	64,6	61,0	3,6
3	55,4	50,7	4,7	11	59,9	60,0	−0,1
4	55,8	50,9	4,9	12	47,8	47,2	0,6
5	61,8	62,7	−0,9	13	46,8	48,7	−1,9
6	45,0	43,8	1,2	14	61,8	64,4	−2,6
7	47,4	45,3	2,1	15	48,9	44,4	4,5
8	56,8	54,0	2,8	16	61,1	59,9	1,2

$$\sum d = 0{,}2 + (-2{,}4) + 4{,}7 + \ldots + 1{,}2 = 16{,}7;$$

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{16{,}7}{16} = 1{,}04;$$

$$\sum d^2 = 0{,}2^2 + (-2{,}4)^2 + 4{,}7^2 + \ldots + 1{,}2^2 = 113{,}24;$$

$$(\sum d)^2 = 16{,}7^2 = 278{,}89;$$

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n\,(n-1)}} = \sqrt{\frac{113{,}24 - 278{,}89 : 16}{16\,(16-1)}} = 0{,}63;$$

$$t_{ф} = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{1{,}04}{0{,}63} = 1{,}65.$$

При числе степеней свободы $n - 1 = 16 - 1 = 15$ теоретическое значение $t_{05} = 2{,}13$, т. е. $t_{ф} < t_{05}$.

Вывод. Различия между двумя методами подготовки почвы к агрегатному анализу несущественны на 5%-ном уровне, и, следовательно, можно рекомендовать ускоренный метод подготовки B.

Пример 5. В 85 хозяйствах изучали действие двух способов обработки почвы на урожай яровой пшеницы. Варианты обработки всегда располагали рядом на одном и том же поле. Получено следующее распределение разностей в урожаях (1-я и 2-я колонки в таблице 46). Определить существенно ли различаются на 5%-ном уровне значимости испытанные способы обработки по воздействию на урожай яровой пшеницы?

Решение. Обработку сгруппированных разностей сопряженных выборок ведут к той же последовательности, как и для несгруппированных, но, естественно, с учетом частоты встречаемости. Техника вычислений показана в таблице 46.

Таблица 46

Вычисление статистических показателей по сгруппированным разностям (выборки сопряженные)

Разность $d = X_1 - X_2$	Частота f	fd	d^2	fd^2
−2	4	−8	4	16
−1	12	−12	1	12
0	14	0	0	0
1	20	20	1	20
2	17	34	4	68
3	11	33	9	99
4	7	28	16	112
Сумма	85	95	—	337
Среднее	—	$\bar{d} = 1{,}12$	—	—

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{337 - (95)^2 : 85}{85(85-1)}} = 0{,}17 \text{ ц};$$

$t_ф = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{1{,}12}{0{,}17} = 6{,}59$. При числе степеней свободы $(n - 1) = (85 - 1) = 84$ значение $t_{05} = 1{,}99$.

Доверительный интервал для генеральной разности $\bar{d} \pm t_{05} s_{\bar{d}} = 1{,}12 \pm 1{,}99 \times 0{,}17 = 1{,}12 \pm 0{,}34$ $(0{,}78 \div 1{,}46)$.

Вывод. Нулевая гипотеза отвергается ($t_ф > t_{05}$), и при 5%-ном уровне значимости первый вариант обработки почвы более эффективен, чем второй.

Пример 6. От каждой из двух партий семян клевера взято по 100 проб, в которых подсчитано количество семян сорняков. Всего в 100 пробах, взятых из первой партии, найдено 105 сорняков, а в пробах из второй — 74. Существенна ли разность в засоренности двух пар партий семян клевера?

Решение. В этом примере мы имеем дело с редкими событиями, подчиняющимися распределению Пуассона. Оценка значимости разности выборочных средних редких событий проводится по формуле: $t_ф = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}}$.

Здесь x и x_2 — непосредственно подсчитанное число редких событий в сравниваемых совокупностях. В нашем примере $x_1 = 105$ и $x_2 = 74$, критерий значимости

$$t_ф = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}} = \frac{105 - 74}{\sqrt{105 + 74}} = 2{,}35.$$

При $n_1 + n_2 - 2 = 100 + 100 - 2 = 198$ степенях свободы $t_{05} = 1{,}97$, $t_{01} = 2{,}60$.

Вывод. Разность в засоренности двух партий семян клевера существенна на 5%-ном и несущественна на 1%-ном уровне значимости.

ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТИ МЕЖДУ ВЫБОРОЧНЫМИ ДОЛЯМИ (КАЧЕСТВЕННАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ)

Сравнение выборочных долей лучше всего проводить, используя метод χ^2 (стр. 216—224). Однако, если необходимо установить не только значимость различия двух долей, но и определить доверительный интервал разности долей, используют параметрические критерии. В этих случаях существенность разности оценивается по t-критерию:

$$t_ф = \frac{d}{s_d} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2}} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{N_1} + \frac{p_2 q_2}{N_2}}},$$

где p и q — выборочные доли;
s_{p_1} и s_{p_2} — ошибки долей;
N_1 и N_2 — объемы сравниваемых выборок.

Доверительный интервал для разности долей находят по соотношению $d \pm ts_d = (p_1 - p_2) \pm ts_d$.

Пример 7. Из 200 семян кукурузы, подвергнутых закалке при пониженных температурах и высеянных в полевых условиях, взошло 180, а из 200 обычных семян — 168. Определить критерий $t_ф$ и 95%-ный доверительный интервал для разности долей.

Р е ш е н и е. H_0: закалка семян не оказывает существенного влияния на полевую всхожесть семян кукурузы. По формулам таблицы 31 находим основные статистические характеристики для сравниваемых групп семян.

Закаленные семена	Обычные семена
$p_1 = \frac{n_1}{N_1} = \frac{180}{200} = 0{,}90\ (90\%)$	$p_2 = \frac{n_2}{N_2} = \frac{168}{200} = 0{,}84\ (84\%)$
$q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}90 = 0{,}10\ (10\%)$	$q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0{,}84 = 0{,}16\ (16\%)$
$s_{p_1} = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{N_1}} = \sqrt{\frac{0{,}90 \times 0{,}10}{200}} = 0{,}0245\ (2{,}45\%)$	$s_{p_2} = \sqrt{\frac{p_2 q_2}{N_2}} = \sqrt{\frac{0{,}84 \times 0{,}16}{200}} = 0{,}036\ (3{,}6\%)$

Ошибка разности долей

$$s_d = \sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2} = \sqrt{0{,}0245^2 + 0{,}0360^2} = 0{,}0436\ (4{,}36\ \%).$$

Доверительный 95%-ный интервал разности долей

$$(p_1 - p_2) \pm t_{05} s_d = (0{,}90 - 0{,}84) \pm 1{,}96 \times 0{,}0436 = 0{,}06 \pm 0{,}085\ (-0{,}15 \div 0{,}145).$$

Критерий существенности разности долей

$$t_ф = \frac{p_1 - p_2}{s_d} = \frac{0{,}90 - 0{,}84}{0{,}0436} = \frac{0{,}06}{0{,}0436} = 1{,}40.$$

Число степеней свободы $n_1 + n_2 - 2 = 200 + 200 - 2 = 398$.

По таблице 1 приложений $t_{05} = 1{,}96$.

В ы в о д. По критерию t и 95%-ному доверительному интервалу разность в полевой всхожести между семенами, подвергнутыми закалке и обычными, равная 0,06 (или 6%), несущественна ($t_ф < t_{05}$), т. е. H_0 не отвергается.

§ 6. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ВЕГЕТАЦИОННОГО ОПЫТА

Вегетационные опыты чаще всего представляют собой статистические комплексы, состоящие из нескольких независимых выборок-вариантов. Независимость сопоставимых вариантов достигается регулярным перемещением сосудов на вагонетке. Следовательно, в вегетационных опытах обычно нет территориально организованных повторений (блоков). В таких случаях дисперсионный анализ данных необходимо вести как для несопряженных выборок. Когда в вегетационном опыте варианты объединяют территориально в повторения (блоки), то статистический анализ проводят так же, как и полевых опытов, поставленных методом организованных повторений.

Перед дисперсионным анализом данных вегетационного опыта ставится задача проверить статистическую нулевую гипотезу H_0, которая формулируется так: между средними по вариантам нет существенных различий, т. е. $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \ldots = \bar{x}_l$, или $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = d = 0$. Кратко нулевая гипотеза записывается $H_0 : d = 0$.

Ниже даны примеры дисперсионного анализа однофакторных и многофакторных вегетационных опытов, проведенных методом неорганизованных повторений.

ОДНОФАКТОРНЫЙ ОПЫТ

В однофакторном вегетационном опыте общее варьирование результативного признака разлагается на два компонента — варьирование вариантов и случайное варьирование: $C_Y = C_V + C_Z$.

Статистический анализ данных проводят в три этапа:

1. Составляют расчетную таблицу, располагая в ней исходные данные по рядам и столбцам, определяют суммы и средние по вариантам, общую сумму и среднее значение результативного признака по опыту (табл. 47).

Таблица 47

Расположение данных в таблице

Варианты	Исходные данные X	Число наблюдений n	Суммы по вариантам V	Средние по вариантам
1	$X_{11}, X_{12}, \ldots, X_{1n}$	n_1	V_1	$\bar{x}_1$
2	$X_{21}, X_{22}, \ldots, X_{2n}$	n_2	V_2	$\bar{x}_2$
.	. . .		.	.
.	. . .		.	.
.	. . .		.	.
l	$X_{l_1}, X_{l_2}, \ldots, X_{ln}$	n_l	V_l	$\bar{x}_l$
Общая сумма		$N = \Sigma n$	$\Sigma X = \Sigma V$	$\bar{x} = \Sigma X / N$

2. Вычисляют суммы квадратов отклонений по формулам таблицы 48 и определяют фактическое значение критерия $F_ф$.

3. Определяют ошибку опыта и существенность частных различий.

Техника расчетов при обработке опытов с одинаковой повторностью по вариантам показана в примере 1 и с разной повторностью в примере 2.

Таблица 48

Формулы для вычисления сумм квадратов отклонений, дисперсий и критерия $F_ф$

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат s^2	$F_ф$	$F_т$
Общая C_Y	$\Sigma X^2 - C$	$N-1$	—	—	—
Вариантов C_V	$\Sigma V^2 : n - C$	$l-1$	s_V^2	$s_V^2 : s^2$	По таблице 2 приложений
Остаток C_Z	$C_Y - C_V$ находятся по разности	$N-l$	s^2	—	

$C = (\Sigma X)^2 : N$ или $C = \bar{x}\,\Sigma X$ — корректирующий фактор, поправка.

Пример 1. Обработать данные вегетационного опыта с водными культурами по изучению действия соотношения $N : P_2O_5 : K_2O$ при питании рассады томатов на урожай плодов (табл. 49). Нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$, т. е. все разности между средними по вариантам статистически несущественны.

Таблица 49

Ранний урожай плодов (в г на сосуд)

Варианты*	Урожай, X				Число наблюдений n	Суммы V	Средние
1 (*st*)	454	470	430	500	4	1854	463,5
2	502	550	490	507	4	2049	512,2
3	601	670	550	607	4	2428	607,0
4	407	412	475	402	4	1696	424,0
5	418	470	460	412	4	1760	440,0
Общая сумма					$20 = \Sigma n = N$	$9787 = \Sigma X$	$489,4 = \bar{x}$

* Обозначения вариантов (соотношения $N : P_2O_5 : K_2O$) : 1—1 : 1 : 1(контроль); 2—1 : 2 : 1; 3—1 : 2 : 2; 4—2 : 1 : 1; 5—2 : 2 : 1.

Решение. 1. В таблице урожаев подсчитывают суммы и средние по вариантам, определяют общую сумму и средний урожай в опыте (табл. 49).

2. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условную среднюю A число 500, близкое к среднему урожаю по опыту $\bar{x} = 489,4$ (табл. 50).

Вычисления суммы квадратов отклонений ведут в такой последовательности.

Общее число наблюдений $N = \Sigma n = 20$.

Корректирующий фактор $C = (\Sigma X_1)^2 : N = (213)^2 : 20 = 2268$.

Общая сумма квадратов отклонений

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (46^2 + 30^2 + \ldots + 88^2) - 2268 = 104\,941.$$

Сумма квадратов для вариантов

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (146^2 + 49^2 + \ldots + 240^2) : 4 - 2268 = 86\,961.$$

2. Для вычисления сумм квадратов отклонений исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условную среднюю A число 25, близкое к среднему урожаю по опыту $\bar{x} = 24,94$ (табл. 54).

Таблица 54

Таблица преобразованных дат

Варианты	$X_1 = X - 25$						Суммы V
1	−9,0	−7,8	−10,6	−9,2	—	—	−36,6
2	4,4	5,4	5,3	3,1	—	—	18,2
3	1,0	4,2	1,7	2,1	1,0	3,1	13,1
4	0,3	−0,2	3,1	1,2	0,7	−1,0	4,1
						Общая сумма	$-1,2 = \Sigma X_1$

При вычислении сумм квадратов отклонений для вариантов необходимо иметь в виду, что в суммы V входит разное число наблюдений n. Расчеты ведут в такой последовательности:

общее число наблюдений $N = \Sigma n = 20$;

корректирующий фактор $C = (\Sigma X_1)^2 : N = (-1,2)^2 : 20 = 0,07$;

суммы квадратов отклонений

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (9,0^2 + 7,8^2 + \ldots + 1,0^2) - 0,07 = 474,21;$$

$$C_V = \Sigma\left(\frac{V_1^2}{n_1} + \frac{V_2^2}{n_2} + \ldots + \frac{V_l^2}{n_l}\right) - C =$$

$$= \left(\frac{36,6^2}{4} + \frac{18,2^2}{4} + \frac{13,1^2}{6} + \frac{4,1^2}{6}\right) - 0,07 = 449,03;$$

$$C_Z = C_Y - C_V = 474,21 - 449,03 = 25,18.$$

После вычисления сумм квадратов отклонений составляют таблицу дисперсионного анализа (табл. 55).

Таблица 55

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	474,21	19	—	—	—
Вариантов	449,03	3	149,68	95,34	3,24
Остаток (ошибка)	25,18	16	1,57	—	—

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений для 3 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 16 степеней свободы остатка (знаменатель). Так как $F_ф > F_{05}$, то между вариантами опыта имеются существенные различия на 5%-ном уровне значимости и H_0 отвергается.

3. При оценке существенности частных различий в опыте с разной повторностью необходимо учесть неравноточность сравнения средних. Ошибки средних первых двух вариантов ($\bar{x}_1$ и x_2) опираются на $n_1 = n_2 = 4$ наблюдения, а двух последних (x_3 и $\bar{x}_4$) — на $n_3 = n_4 = 6$ наблюдений. Поэтому ошибку разности между средними,

вычисленными на основе неодинакового количества наблюдений, нужно определять по формуле, учитывающей разную повторность по вариантам, а именно:

$$s_d=\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_1}}=\sqrt{s^2\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}.$$

Вычисляют:

а) ошибку разности средних при сравнении $\bar{x}_1$ с $\bar{x}_2$ $(n_1=n_2=4)$

$$s_d'=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times1{,}57}{4}}=0{,}88 \text{ г};$$

при сравнении x_1 и x_2 с x_3 и x_4 $(n_1=4$ и $n_3=6)$

$$s_d''=\sqrt{s^2\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}=\sqrt{1{,}57\frac{4+6}{4\times6}}=0{,}81 \text{ г};$$

при сравнении x_3 с x_4 $(n_3=n_4=6)$

$$s_d'''=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times1{,}57}{6}}=0{,}72 \text{ г};$$

б) наименьшую существенную разность для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости:

$$НСР_{05}'=t_{05}s_d'=2{,}12\times0{,}88=1{,}87 \text{ г};$$
$$НСР_{05}''=t_{05}s_d''=2{,}12\times0{,}81=1{,}72 \text{ г};$$
$$НСР_{05}'''=t_{05}s_d'''=2{,}12\times0{,}72=1{,}53 \text{ г}.$$

Значение критерия $t_{05}=2{,}12$ берут из таблицы 1 приложений для 16 степеней свободы дисперсии ошибки (остатка).

Результаты опыта и статистической обработки записывают в таблицу 56.

Таблица 56

Урожаи овсяницы луговой (в г на сосуд)

Варианты	Урожай	Сравнение с контролем		Сравнение с аммиачной селитрой	
		разность	$НСР_{05}$	разность	$НСР_{05}$
Без удобрений	15,8	—	—	—11,4	1,72
Сульфат аммония	29,6	13,8	1,87	2,4	1,72
Аммиачная селитра	27,2	11,4	1,72	—	—
Мочевина	25,7	9,9	1,72	—1,5	1,53

Таким образом, все формы азотных удобрений существенно повышают урожай овсяницы. Аммиачная селитра и мочевина примерно равноценны по эффективности; сульфат аммония обеспечивает статистически значимый на 5%-ном уровне эффект в сравнении с аммиачной селитрой.

МНОГОФАКТОРНЫЙ ОПЫТ

Дисперсионный анализ данных многофакторного опыта проводят в два этапа. Первый этап — разложение общей вариации результативного признака на варьирование вариантов и остаточное: $C_Y=C_V+C_Z$. На втором этапе сумма квадратов отклонения для вариантов разлагается на компоненты, соответствующие источникам варьирования, —

главные эффекты изучаемых факторов и их взаимодействия. В двух факторном опыте $C_V = C_A + C_B + C_{AB}$; в трехфакторном — $C_V = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}$.

Пример 3. В двухфакторном опыте 2 × 3 с почвенной культурой ячменя изучено действие двух доз азота и трех доз фосфора (табл. 56). Провести дисперсионный анализ результатов этого опыта.

Таблица 56

Урожай зерна ячменя в двухфакторном опыте 2×3 (в г на сосуд)

Азот A	Фосфор B	Урожай, X				Суммы V	Средние
a_0	b_0	24,1	25,8	23,0	27,0	99,9	25,0
	b_1	28,4	29,7	30,1	27,4	115,6	28,9
	b_2	28,7	30,4	32,0	27,0	118,1	29,5
a_1	b_0	30,7	34,4	34,0	31,0	130,1	32,5
	b_1	46,7	45,4	47,1	46,3	185,5	46,4
	b_2	59,4	50,7	64,5	60,1	234,7	58,7
					Общая сумма	$883,9 = \Sigma X$	$36,8 = \bar{x}$

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта по изучению двух градаций фактора A (число вариантов $l_A = 2$) и трех градаций фактора B (число вариантов $l_B = 3$), проведенного в четырех повторностях ($n = 4$), осуществляется в следующие четыре этапа.

1. Определяют суммы и средние по вариантам, общую сумму и средний урожай по опыту (табл. 56).

2. Вычисляют общую сумму квадратов отклонений, сумму квадратов для вариантов и остатка:

$$N = l_A \cdot l_B \cdot n = 2 \times 3 \times 4 = 24;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (883,9)^2 : 24 = 32\,553,3;$$

$$C_Y = \sum X^2 - C = (24,1^2 + 25,8^2 + \ldots + 60,1^2) - 32\,553,3 = 3505,2;$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (99,9^2 + 115,6^2 + \ldots + 234,7^2) : 4 - 32\,553,3 = 3374,5;$$

$$C_Z = C_Y - C_V = 3505,2 - 3374,5 = 130,7.$$

3. Для вычисления сумм квадратов по факторам A, B и взаимодействию AB составляют вспомогательную таблицу 57, в которую записывают суммы урожаев по вариантам (из табл. 56). Суммируя цифры по строчкам и колонкам, находят суммы A, суммы B и вычисляют суммы квадратов отклонений для главных эффектов и взаимодействия.

Таблица 57

Таблица для определения сумм для главных эффектов и взаимодействия

Азот A	Фосфор B: b_0	b_1	b_2	Суммы A
a_0	99,9	115,6	118,1	333,6
a_1	131,1	185,5	234,7	550,3
Суммы B	230,0	301,1	352,8	$883,9 = \Sigma X$

Сумма квадратов для фактора A (азот):

$$C_A = \sum A^2 : l_B n - C = (333{,}6^2 + 550{,}3^2) : 3 \times 4 - 32\,553{,}3 = 1956{,}6$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы.

Сумма квадратов для фактора B (фосфор):

$$C_B = \sum B^2 : l_A n - C = (230{,}0^2 + 301{,}1^2 + 352{,}8^2) : 2 \times 4 - 32\,553{,}3 = 950{,}3$$

при $(l_B - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы.

Сумма квадратов для взаимодействия AB (азот — фосфор) находят по разности:

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 3374{,}5 - 1956{,}6 - 950{,}3 = 467{,}6$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$ степенях свободы.

Суммы квадратов записывают в таблицу дисперсионного анализа и определяют фактические значения критерия F (табл. 58).

Таблица 58

Результаты дисперсионного анализа двухфакторного вегетационного опыта 2×3

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	3505,2	23	—	—	—
Азота A	1956,6	1	1956,60	269,50	4,41
Фосфора B	950,3	2	475,15	65,45	3,55
Взаимодействия AB	467,6	2	233,80	32,20	3,55
Остаток	130,7	18	7,26	—	—

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из степеней свободы дисперсии главных эффектов и взаимодействия (числитель) и 18 степеней свободы остатка (знаменатель). В нашем примере — действие и взаимодействие изучаемых факторов значимо на 5%-ном уровне ($F_ф > F_{05}$) и нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ отвергается.

4. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{7{,}26}{4}} = 1{,}35 \text{ г};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 7{,}26}{4}} = 1{,}90 \text{ г};$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2{,}10 \times 1{,}9 = 3{,}99 \text{ г}.$$

Значение критерия $t_{05} = 2{,}10$ берут из таблицы 1 приложений для 18 степеней свободы дисперсии остатка (ошибки).

Результаты опыта и статистической обработки данных можно представить в виде таблицы или графика (табл. 59, рис. 56).

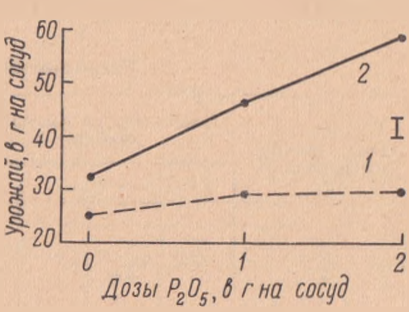

Рис. 56. Действие фосфорных удобрений на урожай ячменя в зависимости от обеспеченности азотом

(1 — без азота; 2 — по фону азота). Вертикальной чертой показана $НСР_{05}$ = — 3,99 г/сосуд.

Таблица 59

Действие азота и фосфора на урожай ячменя (в г на сосуд)

Дозы азота	Дозы фосфора		
	0	1	2
0	25,0	28,9	29,5
1	32,5	46,4	58,7

$НСР_{05} = 3,99$ г.

§ 7. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ОДНОЛЕТНИМИ И МНОГОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

Обработку данных опыта с однолетними культурами проводят в такой последовательности:

1) исходные даты заносят в таблицу урожаев, определяют суммы и средние;

2) вычисляют суммы квадратов отклонений для всех источников варьирования;

3) составляют таблицу дисперсионного анализа и проверяют нулевую гипотезу по F-критерию. Если $F_ф \geqslant F_т$, то определяют существенность частных различий и группируют варианты (сорта) на основе $НСР_{05}$. Если $F_ф < F_т$ и H_0 не отвергается, то все разности между выборочными средними находятся в пределах случайных отклонений, и в этом случае вычисляют только ошибку опыта $s_{\bar{x}}$.

ОБРАБОТКА ДАННЫХ ОПЫТА, ПРОВЕДЕННОГО МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ (БЛОКОВ)

Расчетную таблицу исходных данных для дисперсионного анализа составляют по форме таблицы 60.

Таблица 60

Расположение данных в таблице

Варианты (сорта, способы возделывания)	Показатели по повторениям (блокам), X				Число наблюдений n	Суммы по вариантам V	Средние по вариантам
	1	2	...	n			
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1n}	n_1	V_1	$\bar{x}_1$
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2n}	n_2	V_2	$\bar{x}_2$
.	...	...	...	...	...	...	...
.	...	...	...	...	...	...	...
.	...	...	...	...	...	...	...
l	X_{l_1}	X_{l_2}	...	X_{ln}	n_l	V_l	$\bar{x}_l$
Суммы по повторениям P	P_1	P_2	...	P_n	$N = \Sigma n$	$\Sigma X = \Sigma P = \Sigma V$	$\bar{x} = \Sigma X / N$

Суммы квадратов отклонений, дисперсии и F-критерий вычисляют по формулам таблицы 61.

Таблица 61

Формулы для вычисления

Дисперсия	Суммы квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	$F_т$
Общая C_Y	$\Sigma X^2 - C$	$N-1$	—		
Повторений C_P	$\Sigma P^2 : l - C$	$n-1$	—		
Вариантов C_V	$\Sigma V^2 : n - C$	$l-1$	s_V^2	$s_V^2 : s^2$	Находится по таблице 2 приложений
Остаток C_Z	$C_Y - C_P - C_V$ находятся по разности	$(l-1)(n-1)$	s^2		

$C = (\Sigma X)^2 : N$ или $C = x\Sigma X$ — корректирующий фактор, поправка.

ОБРАБОТКА ОПЫТОВ С ОДНОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

Пример 1 иллюстрирует технику расчета при обработке данных опыта с одинаковой повторностью по вариантам. В примере 2 рассмотрены особенности обработки опытов с повышенной повторностью контрольного варианта, а в примере 3 описана техника обработки данных опытов, в которых из учета выпадают отдельные делянки.

Пример 1. Провести дисперсионный анализ данных опыта (табл. 62), определить $НСР_{05}$ и сгруппировать сорта по отношению к стандарту. Нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$.

Таблица 62

Урожай озимой пшеницы (в ц с 1 га)

Варианты (сорта)	Повторения, X				Суммы V	Средние
	I	II	III	IV		
1 (*st*)	47,8	46,9	45,4	44,1	184,2	46,0
2	53,7	50,3	50,6	48,0	202,6	50,6
3	46,7	42,0	43,4	40,7	172,8	43,2
4	48,0	47,0	45,9	45,7	186,6	46,6
5	41,8	40,0	43,0	41,6	166,4	41,6
Суммы P	238,0	226,2	228,3	220,1	$912,6 = \Sigma X$	$45,6 = x$

Решение. 1. В таблице 62 подсчитывают суммы и средние. Правильность расчетов проверяют по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 912,6$.

2. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее A число 45, близкое к x. Преобразованные даты записывают в таблицу 63. Правильность расчетов проверяют по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = 11,6$.

в таблицу 67, определяют суммы по вариантам, повторениям и общую сумму. Проверяют правильность вычислений по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = -9$ и определяют суммы квадратов отклонений.

Таблица 67

Таблица преобразованных дат

Варианты	$X = X - 350$				Суммы V
	I	II	III	IV	
1	10	20	25	38	93
2	60	76	73	62	271
3	71	72	82	95	320
4	−134	−60	−54	11	−237
5	6	28	46	41	121
6	−104	−60	−40	−23	−227
7	19	13	10	29	71
8	−139	−118	−90	−61	−399
9	−32	0	−2	12	−22
Суммы P	−234	−29	50	204	$-9 = \Sigma X_1$

$$N = ln = 9 \times 4 = 36;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (9)^2 : 36 = 2,25;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (10^2 + 20^2 + \ldots + 12^2) - 2,25 = 138\,132,75;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (234^2 + 29^2 + 50^2 + 204^2) : 9 - 2,25 = 11\,076,64;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (93^2 + 271^2 + \ldots + 22^2) : 4 - 2,25 = 117\,886,50;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 138\,132,75 - 11\,076,64 - 117\,886,50 = 9169,03.$$

Заполняют таблицу дисперсионного анализа (табл. 68) и определяют критерий $F_ф$.

Таблица 68

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	138 132,75	35	—	—	—
Повторений	11 076,64	3	—	—	—
Вариантов	117 886,50	8	14 735,81	38,57	2,36
Остаток (ошибки)	9 169,03	24	382,04	—	—

Теоретическое значение $F_{05} = 2,36$ берут из таблицы 2 приложений для 8 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 24 степеней свободы ошибки (знаменатель). Между вариантами (сортами) есть существенные различия на 5%-ном уровне значимости ($F_ф > F_{05}$).

6. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

а) ошибку опыта

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{s^2}{n}}=\sqrt{\frac{382{,}04}{4}}=9{,}8\ \text{ц};$$

б) ошибку разности средних

при сравнении опытных вариантов со стандартным, имеющим восьмикратную повторность,

$$s'_d=\sqrt{s^2\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}=\sqrt{382{,}04\frac{8+4}{8\cdot 4}}=11{,}9\ \text{ц};$$

при сравнении опытных вариантов, имеющих четырехкратную повторность:

$$s''_d=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times 382{,}04}{4}}=13{,}8\ \text{ц};$$

в) наименьшую существенную разность для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости

$$НСР'_{05}=t_{05}s'_d=2{,}06\times 11{,}9=24{,}5\ \text{ц};$$

$$НСР'_{05}=\frac{t_{05}s'_d}{\bar{x}}100=\frac{24{,}5}{349{,}7}\cdot 100=7{,}0\%;$$

$$НСР''_{05}=t_{05}s''_d=2{,}06\times 13{,}8=28{,}4\ \text{ц};$$

$$НСР''_{05}=\frac{t_{05}s''_d}{\bar{x}}100=\frac{28{,}4}{349{,}7}\cdot 100=8{,}1\%.$$

Значение критерия $t_{05}=2{,}06$ берут из таблицы 1 приложений для 24 степеней свободы остаточной дисперсии.

Величина $НСР'_{05}$ используется при сравнении опытных вариантов (сортов) с контролем, а $НСР''_{05}$ — при сравнении опытных вариантов между собой.

Итоговая таблица результатов опыта и статистической обработки может быть такой, как показано в таблице 69.

Таблица 69

Урожаи корней сахарной свеклы (в ц с 1 га)

Варианты (сорта)	Урожай	Отклонение от стандарта		Группа
		ц/га	%	
1 и 5	376,8	—	—	st
2	417,8	41,6	11,0	I
3	430,0	53,2	14,1	I
4	290,8	—86,0	—22,8	III
6	293,2	—83,5	—22,2	III
7	367,8	—9,0	—2,4	II
8	250,2	—126,0	—33,4	III
9	344,5	—32,2	—8,5	III
$НСР_{05}$	—	24,5	7,0	—

Вывод. Сорта 2-й и 3-й существенно превышают (I группа), а 4, 6, 8 и 9-й существенно уступают (III группа) по урожаю стандарту; сорт 7-й на 5%-ном уровне значимости не различается существенно по урожаю (II группа) от контроля.

Пример 3. Изучено действие подкормок на урожай капусты. В варианте 2 выпала из учета делянка в IV, а в варианте 5 — делянка в III и IV повторениях (табл. 70). Восстановить «выпавшие данные» и проверить нулевую гипотезу $H_0 : d = 0$

Таблица 70

Урожай стандартных кочанов капусты (в ц с 1 га)

Варианты	Повторения, X					Число наблюдений
	I	II	III	IV	V	
1	560	542	574	537	510	5
2	548	509	560	—	497	4
3 (*st*)	595	569	631	515	501	5
4	607	594	612	586	574	5
5	629	601	—	—	597	3
6	518	502	549	518	499	5
Суммы по повторениям с полным набором вариантов (1+3+4+6)	2280	2207	2366	2156	2084	—
Средние по 4 вариантам	570	552	592	539	521	—

Решение. Прежде чем проводить дисперсионный анализ данных, необходимо привести результаты опыта к сравнимому виду, т. е. «восстановить» выпавшие данные. Расчеты рекомендуется вести в такой последовательности.

1. В таблицу 70 записывают суммы по повторениям, включая те варианты, которые имеют полный набор делянок (варианты 1, 3, 4 и 6), рассчитывают средние по повторениям путем деления сумм на число вариантов, имеющих полный набор дат, т. е. на 4.

2. Для вычисления теоретически ожидаемых урожаев на выпавших из учета делянках составляют вспомогательную таблицу 71, куда вносят поделяночные урожаи вариантов, в которых имеются выпавшие делянки, и средние по повторениям, вычисленные для вариантов с полным набором дат (из табл. 70).

Таблица 71

Вспомогательная таблица для восстановления выпавших данных

Варианты	Повторения, X					Суммы	Средние для вариантов	
	I	II	III	IV	V		2	5
2	448	509	560	—	495	2012	503	—
5	629	601	—	—	597	1827	—	609
Средние по 4 вариантам	570	552	592	539	521	—	556	548
Эффекты вариантов	—	—	—	—	—	—	−53	+61
Восстановленный урожай								
2	—	—	—	486	—	—	—	—
5	—	—	653	600	—	—	—	—

Средние по повторениям, вычисленные по 4 вариантам с полным набором делянок, сопоставимы между собой, и их различия обусловлены в основном различиями в уровнях плодородия повторений. Чтобы вычислить средний эффект, например варианта 2, у которого выпала из учета делянка в четвертом повторении, определяют средний урожай этого варианта по оставшимся делянкам ($\bar{x}_2 = 503$) и средний урожай по вариантам с полным набором делянок для этих же повторений ($\bar{x} = 556$). Сопоставляя эти два числа ($503 - 556 = -53$), находят средний эффект варианта 2 с выпавшей датой. Если бы делянка в четвертом повторении дала нормальный урожай, то он был бы примерно на 53 ц меньше, чем средний урожай остальных вариантов в этом повторении, а именно: $539 + (-53) = 486$ ц с 1 га. Аналогичным способом вычисляют вероятные значения урожая выпавших делянок для пятого варианта.

Если из учета выпадает только одна делянка, то теоретически вычисленный урожай определяют по формуле:

$$X' = \frac{lV + nP - \Sigma X}{(l-1)(n-1)},$$

где l — число вариантов; n — число повторений; V — сумма данных того варианта, где находится выпавшее наблюдение; P — сумма данных того повторения, где находится выпавшее наблюдение; ΣX — общая сумма всех наблюдений.

3. Составляют расчетную таблицу для дисперсионного анализа, в которой восстановленные урожаи заключают в скобки, подсчитывают суммы и средние по вариантам, суммы по повторениям, общую сумму и общий урожай по опыту (табл. 72). Правильность расчетов проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 16\,773$.

Таблица 72

Урожаи стандартных кочанов капусты (в ц с 1 га)

Варианты	Повторения, X					Суммы V	Средние
	I	II	III	IV	V		
1	560	542	574	537	510	2723	544,6
2	548	509	560	(486)	497	2600	520,0
3 (st)	595	569	631	515	501	2811	562,2
4	607	594	612	586	574	2973	594,6
5	629	601	(653)	(600)	597	3080	616,0
6	518	502	549	518	499	2586	517,2
Суммы P	3457	3317	3579	3242	3178	$16\,773 = \Sigma X$	$559{,}1 = \bar{x}$

4. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее число 550, близкое к среднему урожаю по опыту. Преобразованные даты записывают в таблицу 73, суммируют даты по вариантам, повторениям и находят общую сумму $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = 273$.

Таблица 73

Таблица преобразованных дат

Варианты	$X_1 = X - 550$					Суммы V
	I	II	III	IV	V	
1	10	−8	24	−13	−40	−27
2	−2	−41	10	(−64)	−53	−150
3 (st)	45	19	81	−35	−49	61
4	57	44	62	36	24	223
5	79	51	(103)	(50)	47	330
6	−32	−48	−1	−32	−51	−164
Суммы P	157	17	279	−58	−122	$273 = \Sigma X_1$

Вычисляют суммы квадратов отклонений:

$$N = ln = 6 \times 5 = 30;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (273)^2 : 30 = 2484,3;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (10^2 + 8^2 + \ldots + 51^2) - 2484,3 = 63\,302,7;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (157^2 + 17^2 + 279^2 + 58^2 + 122^2) : 6 - 2484,3 = 17\,686,9;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (27^2 + 150^2 + \ldots + 164^2) : 5 - 2484,3 = 40010,7;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 63\,302,7 - 17\,686,9 - 40\,010,7 = 20\,807,7.$$

Полученные данные заносят в таблицу дисперсионного анализа и вычисляют значение F-критерия. При вычислении числа степеней свободы для остатка необходимо остаточное число степеней свободы, которое определяется обычным путем, уменьшить на число выпавших дат, в нашем примере на 3 даты (табл. 74).

Таблица 74

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	63 302,7	29	—	—	—
Повторений	17 686,9	4	—	—	—
Вариантов	40 010,7	5	8002,1	6,53	2,81
Остаток (ошибки)	20 807,7	20 — 3 = 17	1224,0	—	—

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений для 5 степеней свободы вариантов (числитель) и 17 степеней остатка (знаменатель). Между вариантами имеются значимые на 5%-ном уровне разности ($F_ф > F_{05}$), и H_0 отвергается.

5. Определение существенности частных различий в опыте с восстановленными урожаями имеет ту особенность, что необходимо учитывать число фактических дат, лежащих в основе вычисления статистических показателей. Вычисляют:

а) среднюю ошибку опыта

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{(n_1 + n_2 + \ldots n_l) : l}} = \sqrt{\frac{1224,0}{(5 + 4 + 5 + 5 + 3 + 5) : 6}} = 16,5 \text{ ц};$$

б) ошибки разности средних при сравнении вариантов 1, 3, 4 и 6 ($n = 5$)

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1224,0}{5}} = 22,1 \text{ ц};$$

варианта 2 ($n = 4$) с вариантами 1, 3, 4 и 6 ($n = 5$)

$$s_d'' = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{1224,0 \frac{4 + 5}{4 \cdot 5}} = 23,5 \text{ ц};$$

варианта 5 ($n = 3$) с вариантами 1, 4 и 6 ($n = 5$)

$$s_d''' = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{1224,0 \frac{3 + 5}{3 \cdot 5}} = 25,5 \text{ ц};$$

в) наименьшие существенные разности для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости:

$$\text{НСР}_{05}' = t_{05} s_d = 2,11 \cdot 22,1 = 46,6 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05}'' = t_{05} s_d'' = 2,11 \cdot 23,5 = 49,6 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05}''' = t_{05} s_d''' = 2,11 \cdot 25,5 = 53,8 \text{ ц}.$$

Значение $t_{05} = 2,11$ берут из таблицы 1 приложений для 17 степеней свободы остатка.

Итоговая таблица результатов опыта и статистической обработки при сравнении опытных вариантов со стандартом может быть, как таблица 75.

Таблица 75

Урожай стандартных кочанов капусты (в ц с 1 га)

Варианты (сорта)	Урожай	Отклонение от стандартов	$НСР_{05}$	Группа
3 (*st*)	562,2	—	—	*st*
1	544,6	—17,6	46,6	II
2	520,0	—42,2	49,6	II
4	594,6	32,4	46,6	II
5	616,0	53,8	53,8	I
6	517,2	45,0	46,6	II

Вывод. Существенную прибавку урожая обеспечил только 5-й вариант опыта (I группа), другие варианты по урожаю не отличаются от стандарта (II группа).

В заключение отметим особенности обработки данных опытов с выпавшими из учета делянками:

1) необходимо восстановить выпавшие даты;

2) число степеней свободы остатка уменьшить на количество выпавших дат;

3) при расчете ошибок средних и существенных разностей необходимо учитывать число фактических наблюдений, лежащих в основе вычисления сравниваемых средних.

ОБРАБОТКА ОПЫТОВ С МНОГОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

При дисперсионном анализе данных опытов с многолетними культурами (травы, плодовые, ягодные, виноград, чай и др.), не меняющими местоположения в течение ряда лет, главное внимание сосредоточивается на выводах, вытекающих из обработки данных за весь период эксперимента. Обработка включает два основных этапа: 1) анализ данных за каждый год; 2) обработку суммарных урожаев за весь период опыта (пример 4).

Пример 4. В опыте с многолетними травами получены следующие урожаи (табл. 76). Существенно ли различаются урожаи по вариантам внутри каждого года и за двухлетний период опыта? $H_0 : d = 0$.

Решение. 1. В таблице 76 подсчитывают суммы и средние за каждый год учета и в сумме за период опыта.

2. Вычисляют суммы квадратов для каждого года и за 2 года.

Таблица 76

Урожай сена многолетних трав (в ц с 1 га)

Годы	Варианты (сорта)	Повторения, X					Суммы V	Средние
		I	II	III	IV	V		
1968	1 (*st*)	40,2	47,4	30,7	51,4	51,0	220,7	44,1
	2	41,4	46,7	32,4	50,7	52,4	223,6	44,7
	3	52,4	54,7	41,2	59,4	61,4	269,1	53,8
	Суммы P	134,0	148,8	104,3	161,5	164,8	$713{,}4=\Sigma X$	$47{,}6=\bar{x}$
1969	1 (*st*)	31,2	36,4	28,1	34,7	30,1	160,5	32,1
	2	30,0	35,4	29,9	37,0	32,4	164,7	32,9
	3	40,2	48,8	34,7	54,4	50,1	228,2	45,6
	Суммы P	101,4	120,6	92,7	126,1	112,6	$553{,}4=\Sigma X$	$36{,}9=\bar{x}$
В сумме за 2 года	1 (*st*)	71,4	83,8	58,8	86,1	81,1	381,2	76,2
	2	71,4	82,1	62,3	87,7	84,8	388,3	77,7
	3	92,6	103,5	75,9	113,8	111,5	497,3	99,5
	Суммы P	235,4	269,4	197,0	287,6	277,4	$1266{,}8=\Sigma X$	$84{,}4=\bar{x}$

Учет 1968 г.

$$N=ln=3\times5=15;$$

$$C=(\Sigma X)^2:N=(713{,}4)^2:15=33\,929{,}30;$$

$$C_Y=\Sigma X^2-C=(40{,}2^2+47{,}4^2+\ldots+61{,}4^2)-33\,929{,}30=1113{,}42;$$

$$C_P=\Sigma P^2:l-C=(134{,}0^2+148{,}8^2+\ldots+164{,}8^2):3-33\,929{,}30=809{,}77;$$

$$C_V=\Sigma V^2:n-C=(220{,}7^2+223{,}6^2+269{,}1^2):5-33\,929{,}30=294{,}75;$$

$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=1113{,}42-809{,}77-294{,}75=8{,}90.$$

Учет 1969 г.

$$N=ln=3\times5=15;$$

$$C=(\Sigma X)^2:N=(553{,}4)^2:15=20\,416{,}77;$$

$$C_Y=\Sigma X^2-C=(31{,}2^2+36{,}4^2+50{,}1^2)-20\,416{,}77=918{,}21;$$

$$C_P=\Sigma P^2:l-C=(101{,}4^2+120{,}6^2+\ldots+112{,}6^2):3-20\,416{,}77=249{,}45;$$

$$C_V=\Sigma V^2:n-C=(160{,}5^2+164{,}7^2+228{,}8^2):5-20\,416{,}77=575{,}54;$$

$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=918{,}21-249{,}54-575{,}54=93{,}22.$$

В сумме за 2 года

$$N=ln=3\times5=15;$$

$$C=(\Sigma X)^2:N=(126{,}8)^2:15=106\,985{,}48;$$

$$C_Y=\Sigma X^2-C=(71{,}4^2+83{,}8^2+\ldots+11{,}5^2)-106\,985{,}48=3615{,}28;$$

$$C_P=\Sigma P^2:l-C=(235{,}4^2+269{,}4^2+\ldots+277{,}4^2):3-106\,985{,}48=1835{,}53;$$

$$C_V=\Sigma V^2:n-C=(381{,}2^2+388{,}3^2+497{,}3^2):5-106\,985{,}48=1694{,}04;$$

$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=3615{,}28-1835{,}53-1694{,}04=85{,}71.$$

Составляют таблицу дисперсионного анализа и вычисляют $F_ф$ (табл. 77). В 1968 и 1969 гг., а также в сумме за 2 года $F_ф > F_{05}$ и, следовательно, нулевая гипотеза о равенстве средних по вариантам отвергается.

Таблица 77

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
		Учет 1968 г.			
Общая	1113,42	14	—	—	—
Повторений	809,77	4	—	—	—
Вариантов	249,75	2	124,87	112,49	4,46
Остаток (ошибки)	8,90	8	1,11	—	—
		Учет 1969 г.			
Общая	918,21	14	—	—	—
Повторений	249,45	4	—	—	—
Вариантов	575,54	2	287,77	24,70	4,46
Остаток (ошибки)	93,22	8	11,65	—	—
		В сумме за 2 года			
Общая	3615,28	14	—	—	—
Повторений	1835,53	4	—	—	—
Вариантов	1694,04	2	847,02	79,08	4,46
Остаток (ошибки)	85,71	8	10,71	—	—

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

а) учет 1968 г.

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{s^2}{n}}=\sqrt{\frac{1,11}{5}}=0,47 \text{ ц};$$

$$s_d=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times 1,11}{5}}=0,66 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05}=t_{05}s_d=2,31\times 0,66=1,52.$$

б) учёт 1969 г.

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{s^2}{n}}=\frac{11,65}{5}=1,53 \text{ ц};$$

$$s_d=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\frac{2\times 11,65}{5}=2,16 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05}=t_{05}s_d=2,31\times 2,16=4,98 \text{ ц};$$

в) в сумме за 2 года

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{s^2}{n}}=\sqrt{\frac{10,71}{5}}=1,46 \text{ ц};$$

$$s_d=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times 10,71}{5}}=2,04 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05}=t_{05}s_d=2,31\times 2,04=4,71 \text{ ц}.$$

Значение $t_{05}=2,31$ берут из таблицы 1 приложений для 8 степеней свободы дисперсии остатка.

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 78.

Таблица 78

Урожаи сена многолетних трав (в ц с 1 га)

Год	Варианты (сорта)	Урожай	Разность со стандартом	$НСР_{05}$	Группа
1968	1	44,1	—		st
	2	44,7	0,6	1,52	II
	3	53,8	9,7		I
1969	1	32,1	—		st
	2	32,9	0,8	4,98	II
	3	45,6	13,5		I
В сумме за 2 года	1	76,2	—		st
	2	77,7	1,5	4,71	II
	3	99,5	23,3		I

ЛАТИНСКИЙ КВАДРАТ И ПРЯМОУГОЛЬНИК

В латинских квадратах и прямоугольниках расположение вариантов ортогонально, т. е. уравновешено в двух взаимно перпендикулярных направлениях — по рядам и столбцам. Это позволяет исключить из общего варьирования результативного признака варьирование по рядам и столбцам.

Если в латинском квадрате выпадает из учета одна делянка, то восстановленный урожай определяют по формуле:

$$X' = \frac{n\,(P + C + V) - 2\,\Sigma X}{(n-1)\,(n-2)},$$

где n — число рядов, столбцов и вариантов; P, C и V — суммы данных того ряда, столбца и варианта, где находится выпавшее наблюдение; ΣX — общая сумма всех наблюдений.

Обработка данных опыта, поставленного латинским квадратом, рассмотрена в примере 5, прямоугольником — в примере 6.

Пример 5. В опыте с ячменем, проведенном по схеме латинского квадрата 5 × 5, получены следующие урожаи (табл. 79).

Таблица 79

Схема размещения опыта и урожаи ячменя
(в ц с 1 га, латинскими буквами обозначены варианты)

Ряды	Столбцы					Суммы по		Средние по вариантам
	1	2	3	4	5	рядам P	вариантам V	
1	35,3 D	31,1 C	32,6 A	33,4 B	33,8 E	166,2	163,5 A	32,7
2	40,8 B	33,7 A	39,3 E	37,7 C	37,3 D	188,8	162,2 B	32,4
3	35,8 E	27,7 B	37,2 D	31,8 A	35,8 C	168,3	173,7 C	31,7
4	34,2 A	35,3 D	36,9 C	40,0 E	33,9 B	180,3	178,8 D	35,8
5	32,2 C	33,7 E	26,4 B	33,7 D	31,2 A	157,2	182,6 E	36,5
Суммы C	178,3	161,5	172,4	176,6	172,0	$860{,}8 = \Sigma X$		34,4 [illegible]

Решение. 1. Определяют суммы и средние (табл. 79). Проверяют правильность вычислений по равенству $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X = 860{,}8$.

2. Исходные даты преобразуют по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное начало 35, число, близкое к $\bar{x} = 34{,}43$. В таблицу 80 записывают преобразованные даты и определяют суммы, проверяя правильность расчетов по равенству $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X_1 = -11{,}6$.

Таблица 80

Таблица преобразованных дат

Ряды	Столбцы					Суммы	
	$X_1 = X - 35$					P	V
	1	2	3	4	5		
1	0,3 *D*	−3,9 *C*	−2,4 *A*	−1,6 *B*	−1,2 *E*	−8,8	−11,5 *A*
2	5,8 *B*	−1,3 *A*	4,3 *E*	2,7 *C*	2,3 *D*	13,8	−12,8 *B*
3	0,8 *E*	−7,3 *B*	2,2 *D*	−3,2 *A*	0,8 *C*	−6,7	−1,3 *C*
4	−0,8 *A*	0,3 *D*	1,9 *C*	5,0 *E*	−1,1 *B*	5,3	3,8 *D*
5	−2,8 *C*	1,3 *E*	−8,6 *B*	−1,3 *D*	−3,8 *A*	−15,2	10,2 *E*
Суммы *C*	3,3	−10,9	−2,6	1,6	−3,0	$-11{,}6 = \Sigma X_1$	

Суммы квадратов отклонений вычисляют в таком порядке:

$$N = nn = 5 \times 5 = 25;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (11{,}6)^2 : 25 = 5{,}38;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (0{,}3^2 + 3{,}9^2 + \ldots + 3{,}8^2) - 5{,}38 = 285{,}90;$$

$$C_C = \Sigma C^2 : n - C = (3{,}3^2 + 10{,}9^2 + \ldots + 3{,}0^2) : 5 - 5{,}38 = 24{,}22;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : n - C = (8{,}8^2 + 13{,}8^2 + 5{,}3^2 + 15{,}2^2) : 5 - 5{,}38 = 109{,}00;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (11{,}5^2 + 12{,}8^2 + 1{,}3^2 + 3{,}8^2 + 10{,}2^2) : 5 - 5{,}38 = 77{,}87;$$

$$C_Z = C_Y - C_C - C_P - C_V = 285{,}90 - 24{,}22 - 109{,}00 - 77{,}87 = 74{,}81.$$

Составляют таблицу дисперсионного анализа и вычисляют F-критерий (табл. 81).

Таблица 81

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	285,90	24	—	—	—
Столбцов	24,22	4	—	—	—
Рядов	109,00	4	—	—	—
Вариантов	77,87	4	19,47	3,12	3,26
Остаток	74,81	12	6,23	—	—

Для 4 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 12 степеней остатка (знаменатель) значение $F_{05} = 3{,}26$ (по табл. 2 приложений), то есть $F_ф < F_{05}$, и нулевая гипотеза не отвергается. Когда по критерию F в опыте нет существенных

различий по вариантам, все они относятся ко II группе и значение $НСР_{05}$ не вычисляют. Определяют только ошибку опыта. Для нашего примера она равна:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{6{,}23}{5}} = 1{,}12 \text{ ц}.$$

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 82.

Таблица 82

Урожай ячменя (в ц с 1 га)

Варианты (сорта)	Урожай	Группа
A	32,7	*st*
B	32,4	II
C	34,7	II
D	35,7	II
E	36,5	II

$$s_{\bar{x}} = 1{,}12 \text{ ц/га}; \quad F_{ф} < F_{05}.$$

Вывод. Разности между средними урожаями по вариантам на 5%-ном уровне значимости несущественны.

Пример 6. Обработать результаты опыта, проведенного латинским прямоугольником 4 × 4 × 2 (табл. 83).

Таблица 83

Схема размещения опыта и урожаи зеленой массы кукурузы
(в т с 1 га, латинскими буквами обозначены варианты)

Ряды	Столбцы				Суммы по		Средние по вариантам
	1	2	3	4	рядам *P*	вариантам *V*	
1	49 *E* 43 *A*	64 *G* 65 *C*	35 *B* 47 *F*	50 *D* 60 *H*	413	167 *A* 147 *B*	41,8 *A* 36,8 *B*
2	64 *G* 66 *C*	42 *E* 42 *A*	55 *D* 54 *H*	35 *B* 35 *F*	393	250 *C* 215 *D*	62,5 *C* 53,8 *D*
3	40 *F* 40 *B*	50 *H* 48 *D*	40 *E* 36 *A*	51 *G* 60 *C*	365	161 *E* 167 *F*	40,2 *E* 41,8 *F*
4	53 *H* 61 *D*	45 *F* 37 *B*	53 *G* 59 *C*	30 *E* 46 *A*	385	232 *G* 217 *H*	58,0 *G* 54,2 *H*
Суммы по столбцам *C*	417	393	379	367	$1566 = \Sigma X$		$48{,}6 = \bar{x}$

Решение. 1. В таблице 83 подсчитывают суммы по столбцам *C*, рядам *P*, вариантам *V* и общую сумму всех поделяночных урожаев ΣX. Суммы урожаев по вариантам вычисляют суммированием всех поделяночных урожаев для соответствующего варианта. Для варианта *A* сумма равна $V_A = 43 + 42 + 36 + 46 = 167$; $V_B = 40 + 37 + 35 + 35 = 147$ и т. д.

Проверяют правильность вычислений $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X = 1566$.

2. Вычисляют суммы квадратов, записывают их в таблицу дисперсионного анализа и определяют критерий F (табл. 84).

$$N = 4 \times 4 \times 2 = 32;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1556)^2 : 32 = 75660,5;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (49^2 + 64^2 + \ldots + 46^2) - 75660,5 = 3269,5;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (413^2 + 393^2 + 385^2) : 8 - 75660,5 = 148,0;$$

$$C_C = \Sigma C^2 : l - C = (417^2 + 393^2 + 379^2 + 367^2) : 8 - 75660,5 = 173,0;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (167^2 + 147^2 + \ldots + 217^2) : 4 - 75660,5 = 2576,0;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_C - C_V = 3269,5 - 148,0 - 173,0 - 2576,0 = 372,5.$$

Таблица 84

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	3269,5	31	—	—	—
Рядов	148,0	3	—	—	—
Столбцов	173,0	3	—	—	—
Вариантов	2576,0	7	368,00	17,78	2,58
Остаток (ошибки)	372,5	18	20,69	—	—

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{20,69}{4}} = 2,24 \text{ т};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 20,69}{4}} = 3,22 \text{ т};$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2,10 \times 3,22 = 6,8 \text{ т};$$

$$\text{НСР}_{05} = \frac{t_{05} s_d}{\bar{x}} 100 = \frac{6,8}{48,6} 100 = 14,0\%.$$

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 85.

Таблица 85

Урожай зеленой массы кукурузы (в т с 1 га)

Варианты (сорта)	Урожаи	Отклонение от стандарта		Группа
		т/га	%	
A	41,8	—	—	st
B	36,6	−5,0	−10,3	II
C	62,5	20,7	42,6	I
D	53,8	12,0	24,7	I
E	40,2	−1,6	−3,3	II
F	41,8	0,0	0,0	II
G	58,0	16,2	33,3	I
H	54,2	12,4	25,5	I
НСР_{05}	—	6,8	14,0	—

Вывод. Варианты C, D, G и H существенно превышают стандарт (I группа), а остальные варианты существенно не отличаются (II группа) от контроля

ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ СТАНДАРТНЫМИ МЕТОДАМИ

Составление таблицы урожаев и вычисление средних величин для опытов, проведенных стандартными методами, значительно отличается от определения средних урожаев в опытах, поставленных методом обычных повторений. Дело в том, что при частом расположении контролей имеются различные возможности приведения урожаев изучаемых вариантов к среднему плодородию поля по показателям стандарта (контроля).

Существует несколько способов вычисления показателя стандарта (обозначим его буквой K) для какой-либо делянки опытного варианта.

1. В качестве показателя K может приниматься средняя арифметическая двух ближайших (окаймляющих) стандартов. Этот показатель наиболее приемлем при размещении стандартных делянок через 1—2 опытные.

2. В опытах с размещением стандартов через 2—3 опытные делянки и более за показатель K может быть взят урожай интерполированного контроля.

Сравнение опытных вариантов только с парным, ближайшим контролем обычно дает бо́льшую ошибку, чем сравнение их со средним арифметическим двух ближайших стандартных делянок или с интерполированным контролем, которые правильнее отражают исходное плодородие опытных делянок и более устойчивы для сравнения. Это объясняется тем, что в основе вычисления интерполированного и среднего арифметического показателя K лежит не один, а два поделяночных урожая.

Следует обратить внимание еще на одну характерную особенность обработки результатов опытов, проведенных стандартными методами. Она обусловлена тем, что при этих методах нельзя непосредственно сравнивать опытные делянки между собой, так как нередко они сильно удалены пространственно, особенно при длинных схемах, и, следовательно, могут быть расположены на различных по плодородию участках. В этих случаях варианты сравнивают между собой через стандарт, т. е. все урожаи приводят к общему среднему контролю.

Пример 7. В опыте по сортоиспытанию 16 сортов подсолнечника, расположенном в одном ярусе стандартным дактиль-методом, получены следующие урожаи (табл. 86.) $H_0 : d = 0$.

Решение. Вычисления ведут в следующем порядке.

1. Определяют разности между урожаями с опытных делянок и средними двух окаймляющих стандартов и записывают их в первую часть таблицы 86. Для первой делянки сорта 1322 разность будет 15,4 — (14,8 + 15,6) : 2 = 0,2, для второй 17,6 — (16,4 + 17,1) : 2 = 0,8 и третьей 15,9 — (16,0 + 15,6) : 2 = 0,1. Для первой делянки сорта 1387 разность урожаев равна 13,0 — (13,6 + 15,1) : 2 = —1,4, для второй 15,6 — (17,2 + 17,6) = —1,8 и т. д. При вычислении среднего урожая контроля для сортов, находящихся на стыках повторений (в нашем примере делянки

сортов 1322 и 1323, расположенные во II и III повторениях), учитывают фактическое расположение стандартных делянок в опыте.

Таблица 86

Таблица фактических урожаев подсолнечника (в ц с 1 га) и приведение их к среднему стандарту (по В. Г. Вольфу, 1966)

Вариант (№ сорта)	Фактические урожаи				Отклонение от среднего урожая окаймляющих стандартов					Урожаи, приведенные к среднему стандарту
	по повторениям X			средние	по повторениям d			суммы V	средние	
	I	II	III		I	II	III			
Стандарт	14,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1322	15,4	17,6	15,9	16,3	0,2	0,8	0,1	1,1	0,4	15,9
1323	16,4	17,0	16,7	16,7	1,2	0,2	0,9	2,3	0,8	16,3
Стандарт	15,6	17,1	15,6	16,1	—	—	—	—	—	—
1328	14,4	15,9	15,6	15,3	—0,5	—0,5	0,9	—0,1	0	15,5
1343	16,8	17,8	16,7	17,1	1,9	1,4	2,0	5,3	1,8	17,3
Стандарт	14,2	15,8	13,8	14,6	—	—	—	—	—	—
1346	13,9	16,3	14,5	14,9	—0,8	0,2	0,5	—0,1	0	15,5
1351	15,9	18,7	17,6	17,4	1,2	2,6	3,6	7,4	2,5	18,0
Стандарт	15,2	16,4	14,3	15,3	—	—	—	—	—	—
1357	16,0	18,8	18,0	17,6	1,6	2,4	2,8	6,8	2,3	17,8
1358	15,1	17,4	17,6	16,7	0,7	1,0	2,4	4,1	1,4	16,9
Стандарт	13,6	16,9	16,0	15,5	—	—	—	—	—	—
1363	16,4	18,4	18,6	17,8	2,8	1,4	2,6	6,8	2,3	17,8
1364	17,0	19,3	18,9	18,4	3,4	2,3	2,9	8,6	2,9	18,4
Стандарт	13,6	17,2	16,0	15,6	—	—	—	—	—	—
1387	13,0	15,6	14,9	14,5	—1,4	—1,8	—1,2	—4,4	—1,5	14,0
1389	16,0	18,4	17,2	17,2	1,6	1,0	0,9	3,5	1,2	16,7
Стандарт	15,1	17,6	16,6	16,4	—	—	—	—	—	—
1396	17,9	19,9	18,6	18,8	3,1	3,2	2,7	9,0	3,0	18,5
1409	12,8	16,0	13,8	14,2	—2,0	—0,7	—2,1	—4,8	—1,6	13,9
Стандарт	14,6	15,8	15,2	15,2	—	—	—	—	—	—
1410	15,6	17,5	15,2	16,1	0,1	1,6	0,6	2,3	0,8	16,3
1418	13,2	15,7	12,1	13,7	—2,3	—0,2	—2,5	—5,0	—1,7	13,8
Стандарт	16,4	16,0	14,1	15,5	—	—	—	—	—	—
	Суммы P				10,8	14,9	17,1	42,8 = Σd	—	—

2. Определяют средний урожай стандарта в опыте:

$$\bar{x}_{st} = \frac{(14,8 + 15,6 + \ldots + 14,1)}{25} = 15,5 \text{ ц с 1 га.}$$

3. Находят суммы отклонений по сортам V, повторениям P, общую сумму всех разностей Σd и проверяют правильность вычислений по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma d$. Определяют средние разности для каждого сорта $\bar{d}$.

4. Приводят фактические урожаи к среднему урожаю стандарта. Для этого к среднему урожаю стандартного сорта, у нас 15,5, прибавляют среднюю разность $\bar{d}$ для сорта (учитывая знак разности) и записывают урожаи, приведенные к сравнимому виду, в правую колонку таблицы 86. Так, для сорта 1322 приведенный урожай равен 15,5 + 0,4 = 15,9; для сорта 1387 он составит 15,5 + (—1,5) = 14,0 и т. д.

5. Методом дисперсионного анализа определяют суммы квадратов отклонений. Для этой цели используют отклонения от среднего стандарта. Расчеты ведут в таком порядке.

Общее число наблюдений-разностей

$$N = ln = 16 \times 3 = 48.$$

Корректирующий фактор

$$C = (\Sigma\, d)^2 : N = (42,8)^2 : 48 = 36,16.$$

Общая сумма квадратов

$$C_Y = \Sigma\, d^2 - C = (0,2^2 + 0,8^2 + \ldots + (-2,1^2) - 38,16 = 124,48.$$

Сумма квадратов для повторений

$$C_P = \Sigma\, P^2 : l - C(10,8^2 + 14,9^2 + 17,1^2) : 16 - 38,16 = 1,28.$$

Сумма квадратов для вариантов

$$C_V = \Sigma\, V^2 : n - C = (1,1^2 + 2,3^2 + \ldots + 4,8^2) : 3 - 38,16 = 108,03.$$

Остаточная сумма квадратов (ошибки)

$$C_Z = C_Y - C_P + C_V = 124,48 - 1,28 - 108,03 = 15,17.$$

Полученные данные записывают в таблицу дисперсионного анализа и вычисляют F критерий (табл. 87).

Таблица 87

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	124,48	47	—	—	—
Повторений	1,28	2	—	—	—
Сортов	108,03	15	7,20	14,24	2,02
Остаток	15,17	30	0,51	—	—

Значение $F_{05} = 2,02$ берут из таблицы 2 приложений для 15 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 30 степеней остатка (знаменатель).

6. Для оценки существенности частных различий вычисляют ошибку средней разности и НСР для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости. Так как для статистического анализа использовались не фактические урожаи, а отклонения их от стандарта, т. е. разности d, то по формуле ошибки средней сразу находят ошибку средней разности s_d, которая и используется для расчета существенной разности. Вычисляют:

а) ошибку средней разности между урожаями сортов и стандартов

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,51}{3}} = 0,41 \text{ ц};$$

б) наименьшую существенную разность для 5%-ного уровня значимости в абсолютных и относительных величинах

$$\text{НСР}_{05} = t_{05}s_d = 2,04 \times 0,41 = 0,84 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05} = \frac{t_{05}s_d}{\bar{x}_{st}}\, 100 = \frac{0,84}{15,5}\, 100 = 5,4\%.$$

Теоретическое значение t_{05} берут из таблицы 1 приложений для 30 степеней свободы остатка.

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 88.

Таблица 88

Урожай сортов подсолнечника (в ц с 1 га)

№ сортов	Урожай	Отклонение от стандарта		Группа
		ц/га	%	
Стандарт	15,5	—	—	*st*
1322	15,9	0,4	2,6	II
1323	16,3	0,8	5,2	II
1328	15,5	0,0	0,0	II
1343	17,3	1,8	11,6	I
1346	15,5	0,0	0,0	II
1351	18,0	2,5	16,1	I
1357	17,8	2,3	14,8	I
1358	16,9	1,4	9,0	I
1363	17,8	2,3	14,8	I
1364	18,4	2,9	18,7	I
1387	14,0	—1,5	—9,7	III
1389	16,7	1,2	7,7	I
1396	18,5	3,0	19,4	I
1409	13,9	—1,6	—10,3	III
1410	16,3	0,8	5,2	II
1418	13,8	—1,7	—11,0	III
$НСР_{05}$	—	0,84	5,4	—

Вывод. 8 сортов существенно превысили стандарт (I группа), 3 сорта существенно уступили (III группа) стандарту и 5 сортов по урожаю несущественно отклоняются (II группа) от стандарта.

§ 8. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ МНОГОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА

ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ (БЛОКОВ)

Статистическую обработку данных проводят в такой последовательности:

1) исходные даты заносят в таблицу урожаев, определяют суммы и средние;

2) вычисляют суммы квадратов для общего варьирования C_Y, варьирования повторений C_P, вариантов C_V и остатка C_Z, т. е. обрабатывают данные так же, как и результаты однофакторного опыта;

3) общее варьирование вариантов C_V разлагают на компоненты — главные эффекты изучаемых факторов и их взаимодействия;

4) составляют таблицу дисперсионного анализа и проверяют нулевую гипотезу о существенности действия и взаимодействия факторов по F-критерию.

Многофакторный дисперсионный комплекс — это совокупность исходных наблюдений (дат), позволяющих статистически оценить действие и взаимодействие нескольких изучаемых факторов на изменчивость результативного признака. Эффект взаимодействия составляет ту часть общего варьирования, которая вызвана различным действием одного фактора при разных градациях другого. Специфическое действие сочетаний в ПФЭ выявляется тогда, когда при одной градации первого фактора второй действует слабо или угнетающе, а при другой градации он проявляется сильно и стимулирует развитие результативного признака.

В полевом эксперименте часто эффект от совместного применения изучаемых факторов больше (синергизм) или меньше (антагонизм) суммы эффектов от раздельного применения каждого из них. Следовательно, существует взаимодействие факторов: в первом случае положительное, а во втором — отрицательное. Когда факторы не взаимодействуют, прибавка от совместного применения их равна сумме прибавок от раздельного воздействия (аддитивизм).

Пример 1. В двухфакторном опыте 3×4, поставленном в четырех рендомизированных повторениях, изучено действие трех градаций орошения (0 — без орошения, 1 — умеренное и 2 — обильное орошение) и четырех доз азота (0 — без азота, 1—60, 2—120, 3—240 фунтов на акр) на урожай семян хлопчатника (табл. 89). Провести дисперсионный анализ данных.

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта с тремя градациями фактора A — орошения ($l_A = 3$) и четырьмя градациями фактора B — доз азота ($l_B = 4$), поставленного в четырех повторениях ($n = 4$), слагается из следующих этапов.

1. В таблице 89 определяют суммы и средние. Правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1443$.

Таблица 89

Влияние орошения и доз азота на урожай семян хлопчатника (в ц с 1 акра, по Salmon и Hanson, 1964 г.)

Орошение A	Дозы азота B	Повторения, X				Суммы V	Средние
		I	II	III	IV		
0	0	19	20	15	15	69	17,3
	1	20	20	20	18	78	19,5
	2	18	20	18	18	74	18,5
	3	20	19	18	19	76	19,0
1	0	32	29	18	21	100	25,0
	1	40	39	33	34	146	36,5
	2	39	38	40	37	154	38,5
	3	44	42	40	39	165	41,3
2	0	30	31	21	17	99	24,8
	1	42	35	28	33	138	34,5
	2	38	38	36	35	147	36,8
	3	48	51	50	48	197	49,3
	Суммы P	390	382	337	334	$1443 = \Sigma X$	30,1

2. Определяют суммы квадратов отклонений

$$N = l_A l_B n = 3 \times 4 \times 4 = 48;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1443)^2 : 48 = 43\,380{,}2;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (19^2 + 20^2 + \ldots + 48^2) - 43\,380{,}2 = 5494{,}8;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (390^2 + 382^2 + 337^2 + 334^2) : 3 \times 4 - 43\,380{,}2 = 215{,}6;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (69^2 + 78^2 + \ldots + 197^2) : 4 - 43\,380{,}2 = 5024{,}1;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 5494{,}8 - 215{,}6 - 5024{,}1 = 255{,}1$$

3. Следующий этап дисперсионного анализа многофакторного опыта — определение сумм квадратов для факторов A, B и взаимодействия AB. Для этого составляют таблицу 3×4, в которую вписывают суммы урожаев по вариантам (из табл. 89), и находят необходимые для расчета главных эффектов суммы A и B (табл. 90).

Таблица 90

Определение главных эффектов и взаимодействий

Орошение A	Доза азота, B				Суммы A
	0	1	2	3	
0	69	78	74	76	297
1	100	146	154	165	565
2	99	138	147	197	581
Суммы B	268	362	375	438	$1443 = \Sigma X$

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (297^2 + 565^2 + 581^2) : 4 \times 4 - 43\,380{,}2 = 3182{,}0$$

при $(l_A - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы;

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A n - C = (268^2 + 362^2 + 375^2 + 438^2) : 3 \times 4 - 43\,380{,}2 =$$

$= 1231{,}2$ при $(l_B - 1) = (4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 5024{,}1 - 3182{,}0 - 1231{,}2 = 610{,}9$$ при

$(l_A - 1)(l_B - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$ степенях свободы.

Составляют таблицу дисперсионного анализа и определяют значимость действия и взаимодействия изучаемых факторов по F-критерию (табл. 91).

Таблица 91

Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта 3×4, проведенного методом рендомизированных блоков

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	5494,8	47	—	—	—
Повторений	215,6	3	—	—	—
Орошения A	3182,0	2	1591,0	205,8	3,30
Азота B	1231,2	3	410,4	53,1	2,90
Взаимодействия AB	610,9	6	101,8	13,2	2,40
Остаток (ошибки)	255,1	33	7,73	—	—

Рис. 57. Действие доз азота на урожай семян хлопчатника в зависимости от уровня орошения:

1 — без орошения; *2* — умеренное орошение; *3* — обильное орошение. Вертикальной чертой показана НСР$_{05}$ = 3,9 ц.

Значения F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов A, B и взаимодействия AB (числитель) и 33 степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель). В нашем примере эффект орошения, применения азота и их взаимодействия значим на 5%-ном уровне ($F_ф > F_{05}$).

4. Для оценки существенности частных различий определяют:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{7,73}{4}} = 1,39 \text{ ц};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 7,73}{4}} = 1,97 \text{ ц};$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \times 1,97 = 3,94 \text{ ц}.$$

5. Оценка существенности главных эффектов и взаимодействия по НСР$_{05}$. В этом примере частные средние опираются на $n = 4$, а средние для главного эффекта A — на $nl_B = 4 \times 4 = 16$ и средние для главного эффекта B — на $nl_A = 4 \times 3 = 12$ наблюдений. Вычисляют s_d и НСР$_{05}$ для главных эффектов:

для фактора A

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{nl_B}} = \sqrt{\frac{2 \times 7,73}{4 \times 4}} = 0,98 \text{ ц};$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \times 0,98 = 1,96 \text{ ц};$$

для фактора B и взаимодействия AB

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{nl_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 7,73}{4 \times 3}} = 1,13 \text{ ц};$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \times 1,13 = 2,26 \text{ ц}.$$

В заключение составляют итоговую таблицу или представляют результаты опыта в графическом виде (табл. 92, рис. 57). В таблице 92 показаны три значения

Таблица 92

Действие орошения и доз азота на урожай семян хлопчатника
(ц с 1 акра)

Орошение A	Дозы азота B				Средние по фактору A (НСР$_{05}$=1,96)
	0	60	120	240	
Без орошения	17,3	19,5	18,5	19,0	18,6
Умеренное	25,0	36,5	38,5	41,3	35,3
Обильное	24,8	34,5	36,8	49,3	36,4
Средние по фактору B (НСР$_{05}$=2,26)	22,4	30,2	31,2	36,5	30,1

НСР$_{05}$ = 3,94 для сравнения частных средних.

НСР$_{05}$ — одно для оценки существенности частных различий между средними (НСР$_{05}$ = 3,94), а два других для оценки существенности разности средних по фактору A (НСР$_{05}$ = 1,96) и по фактору B (НСР$_{05}$ = 2,26), т. е. оценки главных эффектов орошения и азота.

ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ МЕТОДОМ РАСЩЕПЛЕННЫХ ДЕЛЯНОК

Данные вначале обрабатывают в той же последовательности, которая указана для многофакторных опытов, поставленных методом рендомизированных повторений. Новым элементом является разложение остаточной суммы квадратов C_Z на компоненты, связанные с вариабельностью делянок первого (ошибка I), второго (ошибка II) и третьего (ошибка III) порядков. Таким образом, в опыте с расщепленными (сложными) делянками сравнения главных эффектов и взаимодействий неравноточны.

Техника вычислений при дисперсионном анализе двухфакторного опыта 2×5 (двойное расщепление) показана в примере 2.

Пример 2. В опыте с многолетними травами на делянках первого порядка (S_1 = 1000 м^2) изучалось действие известкования (0 — без извести, 1 — по извести), а на делянках второго порядка (S_2 = 200 м^2) — пять доз фосфорных удобрений (0 — без фосфора; 1—30; 2—60; 3 —90; 4 — 120 кг P_2O_5 на 1 га). Урожаи приведены в таблице 93. Обработать результаты опыта методом дисперсионного анализа.

Таблица 93

Влияние известкования и доз фосфора на урожай сена многолетних трав (в ц с 1 га)

Известкование A	Фосфор B	Повторения, X				Суммы V	Средние
		I	II	III	IV		
0	0	22	20	24	26	92	23,0
	1	26	23	26	29	104	26,0
	2	29	28	31	31	119	29,8
	3	31	35	30	31	127	31,8
	4	31	30	32	30	123	30,8
1	0	25	22	28	24	99	24,8
	1	28	29	32	28	117	29,2
	2	29	31	34	36	130	32,5
	3	34	36	37	32	139	34,8
	4	36	40	42	36	154	38,5
Суммы P		291	294	316	303	1204=ΣX	30,1 = $\bar{x}$

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта с двумя градациями фактора A (l_A = 2) и пятью градациями фактора B (l_B = 5), поставленного методом расщепленных делянок в четырех повторениях (n = 4), проводят в следующие пять этапов.

1. В исходной таблице 93 определяют суммы и средние, правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1204$.

2. Вычисляют общую сумму квадратов, сумму квадратов по повторениям, по вариантам и остаток:

$$N = l_A l_B n = 2 \times 5 \times 4 = 40;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1204)^2 : 40 = 36\,240{,}4;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (22^2 + 20^2 + \ldots + 36^2) - 36\,240{,}4 = 953{,}6;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l_A l_B - C = (291^2 + 294^2 + 316^2 + 303^2) : 2 \times 5 - 36\,240{,}4 = 37{,}8;$$

$$C_V = \Sigma V : n - C = (92^2 + 104^2 + \ldots + 154^2) : 4 - 36\,240{,}4 = 791{,}1;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 953{,}6 - 37{,}8 - 791{,}1 = 124{,}7.$$

3. Определяют суммы квадратов для факторов A, B и взаимодействия AB. Для этого составляют таблицу 2×5 с двумя входами, записывают в нее соответствующие суммы урожаев по вариантам (из табл. 93), находят суммы и средние по факторам A и B (табл. 94).

Таблица 94

Таблица для определения главных эффектов и взаимодействия

Известкование A	Фактор B					Суммы A	Средние A
	0	1	2	3	4		
0	92	104	119	127	123	565	$28{,}2 = A_0$
1	99	117	130	139	154	639	$32{,}0 = A_1$
Суммы B	191	221	249	266	277	$1204 = \Sigma X$	
Средние B	$23{,}9 = B_0$	$27{,}6 = B_1$	$31{,}1 = B_2$	$33{,}2 = B_3$	$34{,}6 = B_4$	$30{,}1 = \bar{x}$	

Дисперсионный анализ данных таблицы 94 дает: общее варьирование C_{A+B+AB} (численно оно равно $C_V = 791{,}1$), варьирование факторов A и B. Взаимодействие AB находят по разности:

$$C_{A+B+AB} = (92^2 + 104^2 + \ldots + 154^2) : n - C = 148\,126 : 4 - 36\,240{,}4 = 791{,}1;$$

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (565^2 + 639^2) : 5 \times 4 - 36\,240{,}4 = 136{,}6$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы;

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A n - C = (191^2 + 221^2 + 249^2 + 266^2 + 277^2) : 2 \times 4 - 36\,240{,}4 =$$

$= 610{,}6$ при $(l_B - 1) = (5 - 1) = 4$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 791{,}1 - 136{,}6 - 610{,}9 = 43{,}6$$

при $(l_A - 1)\ (l_B - 1) = (2 - 1)\ (5 - 1) = 4$ степенях свободы.

4. В опыте, поставленном методом расщепленных делянок, имеются две ошибки: одна для вариантов A, которые изучаются на более крупных делянках первого порядка (ошибка I), и вторая для вариантов B и взаимодействия AB (ошибка II). Чтобы определить ошибки I и II, нужно разложить общее остаточное варьирование C_Z на составляющие компоненты: $C_Z = C_{ZI} + C_{ZII}$. Сумма квадратов C_{ZI} дает возможность оценить существенность действия извести (ошибка I), а C_{ZII} — эффект фосфора и взаимодействие известкования с фосфором (ошибка II). Разложение C_Z производят так: вычисляют сумму квадратов для делянок первого порядка C_{ZI}, а сумму квадратов для делянок второго порядка C_{ZII} находят по разности.

Чтобы определить ошибку I, составляют таблицу 95, куда записывают суммы урожаев по делянкам первого порядка (известкование). Для первой делянки первого повторения сумма равна $22 + 26 + 29 + 31 + 31 = 139$ (по табл. 93), второго повторения $20+23+28+35+30 = 136$ и т. д. Правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1204$.

Таблица 95

Суммы урожаев по делянкам первого порядка для вычисления ошибки I

Известкование A	Повторения				Суммы A
	I	II	III	IV	
0	139	136	143	147	565
1	152	158	173	156	639
Суммы P	291	294	316	303	$1204 = \Sigma X$

Таблица 95 позволяет определить общую сумму квадратов отклонений $C_{Y\mathrm{I}}$, которая включает варьирование фактора A, варьирование повторений P и случайное варьирование для делянок первого порядка. Вычитая из $C_{Y\mathrm{I}}$ значения C_A и C_P которые определены ранее, находят сумму квадратов для ошибки I:

$$C_{YI} = (139^2 + 136^2 + \ldots + 156^2) : l_B - C = 182\,208{,}5 - 36\,240{,}4 = 201{,}2;$$

$$C_{ZI} = C_{YI} - C_A - C_P = 201{,}2 - 136{,}9 - 37{,}8 = 26{,}5$$

при $(l_A - 1)(n - 1) = (2 - 1)(4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{Z\mathrm{II}} = C_Z - C_{Z\mathrm{I}} = 124{,}7 - 26{,}5 = 98{,}2.$$

Теперь можно составить таблицу дисперсионного анализа и определить существенность действия и взаимодействия факторов по F-критерию (табл. 96).

Таблица 96

Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта 2×5, поставленного методом расщепленных делянок

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	953,6	39	—	—	—
Повторений	37,8	3	—	—	—
Известкования A	136,9	1	136,90	15,50	10,13
Ошибка I	26,5	3	8,83	—	—
Фосфора B	610,6	4	152,65	37,32	2,78
Взаимодействия AB	43,6	4	10,90	2,66	2,78
Ошибка II	98,2	24	4,09	—	—

Значения F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из числа степеней свободы для факторов A, B и взаимодействия AB (числитель) и соответствующих им ошибок I или II (знаменатель). Эффект известкования и фосфора доказан ($F_ф > F_{05}$), взаимодействие этих факторов несущественно ($F_ф < F_{05}$).

5. Оценка существенности частных различий:
а) делянки первого порядка (известкование)

$$s'_x = \sqrt{\frac{s_I^2}{n}} = \sqrt{\frac{8{,}83}{4}} = 1{,}49 \text{ ц};$$

$$s'_d = \sqrt{\frac{2s_I^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 8{,}83}{4}} = 2{,}10 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}'_{05} = t_{05}s'_d = 3{,}18 \times 2{,}10 = 6{,}68 \text{ ц};$$

значение $t_{05} = 3{,}18$ берут из таблицы 1 приложений для 3 степеней свободы ошибки I.

б) делянки второго порядка (дозы фосфора)

$$s''_x = \sqrt{\frac{s_{II}^2}{n}} = \sqrt{\frac{4{,}09}{4}} = 1{,}00 \text{ ц};$$

$$s''_d = \sqrt{\frac{2s_{II}^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 4{,}09}{4}} = 1{,}41 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}''_{05} = t_{05}s''_d = 2{,}06 \times 1{,}41 = 2{,}90 \text{ ц};$$

значение $t_{05} = 2{,}06$ при 24 степенях свободы для ошибки II.

6. Оценка существенности главных эффектов:

для главного эффекта известкования A

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_{II}^2}{nl_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 8{,}33}{4 \times 5}} = 2{,}94 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05}s_d = 3{,}12 \times 0{,}94 = 2{,}93 \text{ ц};$$

для главного эффекта фосфора B

$$s_d = \sqrt{\frac{2s_{II}^2}{nl_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 4{,}09}{4 \times 2}} = 1{,}00 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05}s_d = 2{,}06 \times 1{,}00 = 2{,}06 \text{ ц}.$$

Полученные значения существенной разности оценивают: $\text{НСР}'_{05} = 6{,}68$ ц — значимость разностей между частными средними по делянкам первого порядка —

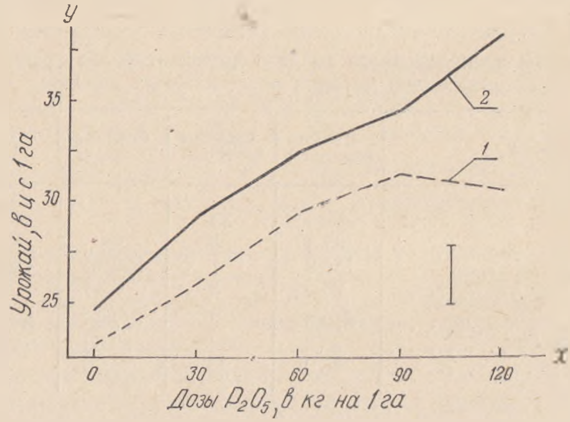

Рис. 58. Действие известкования на эффективность фосфорных удобрений:

1 — без извести; 2 — по извести. Вертикальной чертой показана $\text{НСР}''_{05} = 2{,}9$ ц для делянок второго порядка.

эффект известкования при разных уровнях фосфатного питания ($a_1b_0 - a_0b_0 = 24,8 - 23,0 = 1,8$ ц; $a_1b_4 - a_0b_4 = 38,5 - 30,8 = 7,7$ ц и т. д., см. табл. 93);

$НСР''_{05} = 2,90$ ц — значимость разностей между частными средними по делянкам второго порядка — эффект доз фосфора на известкованном и неизвесткованном фоне ($a_0b_1 - a_0b_0 = 26,0 - 23,0 = 3,0$ ц; $a_1b_1 - a_1b_0 = 29,4 - 24,8 = 4,6$ ц и т. д., см. табл. 93);

$НСР_{05} = 2,93$ — значимость среднего (главного) эффекта известкования A независимо от доз фосфора ($A_1 - A_0 = 32,0 - 28,2 = 3,8$ ц);

$НСР_{05} = 2,06$ ц — значимость среднего (главного) эффекта фосфора независимо от фона ($B_1 - B_0 = 27,6 - 23,9 = 3,7$ ц; $B_2 - B_1 = 31,1 - 27,6 = 3,5$ и т. д.).

Результаты опыта и статистической обработки удобно представить в виде графика (рис. 58). Вертикальной чертой показано $НСР''_{05} = 2,9$ ц для частных средних делянок второго порядка, т. е. доз фосфора.

§ 9. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И УЧЕТОВ В ПОЛЕВОМ ОПЫТЕ

Многие количественные показатели, характеризующие растения и почву, подчиняются закону нормального распределения, и их статистическую обработку проводят по схеме дисперсионного анализа с учетом структуры эксперимента (пример 1).

Однако результаты подсчета таких переменных, как количество вредителей или сорняков на учетной площадке, оценка состояния посевов в баллах, дегустационная оценка качества продукции, часто не подчиняются нормальному закону, и исходные даты необходимо преобразовать. Наиболее подходяще для таких случаев преобразование $X_1 = \sqrt{X}$ (или $X_1 = \sqrt{1 + X}$, если некоторые наблюдения дают нулевые или очень небольшие значения варьирующей переменной). Обработку преобразованных дат ведут методом дисперсионного анализа. После оценки существенности частных различий делают обратный переход к исходному показателю (примеры 2—3).

Если наблюдаемую величину выражают в относительных числах (в процентах или долях), исходные даты преобразуют через угол, синус которого является квадратным корнем из доли или процента: $X_1 =$ угол-арксинус $\sqrt{\text{процент}}$. Для этого пользуются таблицей 8 приложений (пример 4).

В таблице данных для дисперсионного анализа проставляют обычно не индивидуальные наблюдения (анализы), а усредненные по каждой делянке значения варьирующего признака. Учет размаха внутриделяночной изменчивости и варьирования параллельных анализов смешанного растительного или почвенного образца увеличивает объем вычислительных операций и не приводит к заметному изменению критерия существенности. Поэтому учет этого варьирования имеет смысл лишь в специальных методических исследованиях.

Пример 1. В опыте, поставленном рендомизированными блоками, обнаружено следующее содержание белка в зерне пшеницы (табл. 97).

Р е ш е н и е. Дисперсионный анализ проводят по схеме для рендомизированных блоков: определяют суммы квадратов, отклонений, составляют таблицу дисперсионного анализа (табл. 98) и дают оценку существенности частных различий:

Таблица 97

Содержание белка в зерне пшеницы (в г на 100 г)

Варианты (сорта)	Повторения, X			Сумма	Средние	Группа
	I	II	III			
1 (*st*)	14,8	17,2	13,4	45,4	15,1	*st*
2	13,8	15,8	12,2	41,8	13,9	III
3	15,6	18,2	14,4	48,2	16,1	I
Суммы P	44,2	51,2	40,0	$135,4=\Sigma X$	$15,0=\bar{x}$	—

$$N=ln=3\times 3=9;$$

$$C=(\Sigma X)^2:N=(135,4)^2:9=2037,02;$$

$$C_Y=\Sigma X^2-C=(14,8^2+17,2^2+\ldots+14,4^2)-2037,02=28,30;$$

$$C_P=\Sigma P^2:l-C=(44,2^2+51,2^2+40,0^2):3-2037,02=21,34;$$

$$C_V=\Sigma V^2:n-C=(45,4^2+41,8^2+48,2^2):3-2037,02=6,86;$$

$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=28,30-21,34-6,86=0,10.$$

Таблица 98

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	28,30	8	—	—	—
Повторений	21,34	2	—	—	—
Вариантов	6,86	2	3,430	137,20	6,94
Остаток (ошибки)	0,10	4	0,025	—	—

В опыте есть варианты (сорта), существенно различающиеся по содержанию белка в зерне ($F_ф > F_{05}$). Для оценки частных различий вычисляют:

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{s^2}{n}}=\sqrt{\frac{0,025}{3}}=0,09 \text{ г};$$

$$s_d=\sqrt{\frac{2s^2}{n}}=\sqrt{\frac{2\times 0,025}{3}}=0,13 \text{ г};$$

$$\text{НСР}_{05}=t_{05}s_d=2,78\times 0,13=0,36\approx 0,4 \text{ г}.$$

Результаты исследования и статистической обработки записывают в таблицу 99.

Вывод. Разности между стандартом и вариантами опыта существенны на 5%-ном уровне значимости; вариант 2 существенно уступает (III группа), а вариант 3 превышает стандарт по содержанию белка в зерне (I группа).

Таблица 99

Содержание белка в зерне пшеницы (в г на 100 г)

Варианты (сорта)	Содержание белка	Отклонение от стандарта	Группа
1	15,1	—	st
2	13,9	—1,2	III
3	16,1	1,0	I
$НСР_{05}$	—	0,4	—

Пример 2. В опыте с гербицидами, поставленном в четырех рендомизированных блоках, подсчитано количество сорняков (верхняя часть табл. 100). Провести дисперсионный анализ данных.

Таблица 100

Количество сорняков

Варианты	Повторения				Суммы V	Средние	Средняя засоренность на 1 м²
	I	II	III	IV			
Исходные даты, X (на 1 м²)							
1 (st)	169	132	280	105	686	172	—
2	210	172	358	125	865	216	—
3	160	94	103	65	422	106	—
4	42	40	84	28	194	48	—
Преобразованные даты, $X_1=\sqrt{X}$							
1 (st)	13,0	11,5	16,7	10,2	51,4	12,8	164
2	14,5	13,1	18,9	11,2	57,7	14,4	207
3	12,6	9,1	10,1	8,1	39,9	10,0*	100*
4	6,5	6,3	9,1	5,3	27,2	6,8**	46**
Суммы P	46,6	40,0	54,8	34,8	$176,2=\Sigma X_1$	$11,0=\bar{x}_1$	$121=\bar{x}$

Решение. Большой размах варьирования ($R = 280 - 28 = 252$) указывает на неоднородность дисперсий по вариантам. Целесообразно преобразовать исходные даты по соотношению $X_1 = \sqrt{X}$. После преобразования (нижняя часть табл. 100) проводится дисперсионный анализ (табл. 101).

$$N = ln = 4 \times 4 = 16;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (176,2)^2 : 16 = 1940,40;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (13,0^2 + 11,5^2 + \ldots + 5,3^2) - 1940,40 = 210,32;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (46,6^2 + 40,0^2 + 54,8^2) : 4 - 1940,40 = 56,01;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (51,4^2 + 57,7^2 + 39,9^2 + 27,2^2) : 4 - 1940,40 = 125,38;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 210,32 - 56,01 - 125,38 = 28,93.$$

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	210,32	15	—	—	—
Повторений	56,01	3	—	—	—
Вариантов	125,38	3	41,79	13,02	3,86
Остаток (ошибки)	28,93	9	3,21	—	—

$$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{3,21}{4}} = 0,89;$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,21}{4}} = 1,26;$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2,26 \times 1,26 = 2,8;$$

$$\text{НСР}_{01} = t_{01} s_d = 3,25 \times 1,26 = 4,1.$$

Сравнивая разности между средними с НСР, приходят к выводу: в вариантах 3 и 4 засоренность посевов существенно снизилась, а вариант 2 на 5%-ном уровне не отличается по засоренности от стандарта. Этот вывод, сделанный на основе обработки преобразованных дат, переносится на исходные наблюдения.

После оценки существенности частных различий по вариантам делают обратный переход от преобразованных дат к исходным по соотношению $X = X_1^2$. Средняя засоренность посевов, вычисленная обратным переходом, не совпадает со средней из исходных дат, но это различие обычно невелико, и более правильными средними будут показатели, полученные после преобразования (последняя колонка табл. 100). Поэтому они и приводятся в качестве окончательного результата исследования. Одна звездочка * в таблице 100 означает, что различия со стандартом существенны на 5%-ном и две звездочки ** — на 1%-ном уровне значимости.

Пример 3. В опыте, поставленном рендомизированными блоками, сделана оценка плодоношения деревьев в баллах (верхняя часть табл. 102).

Провести дисперсионный анализ данных.

Р е ш е н и е. Так как исходные числа включают нулевые значения, то их следует преобразовать по соотношению $X_1 = \sqrt{1 + X}$ (нижняя часть табл. 102), а затем провести дисперсионный анализ, результаты которого записывают в таблицу 103:

$$N = ln = 5 \times 4 = 20;$$

$$C = (\sum X_1)^2 : N = (38,8)^2 : 20 = 75,2720;$$

$$C_Y = \sum X_1^2 - C = (1,09^2 + 1,41^2 + \ldots + 2,30^2) - 75,2720 = 3,6166;$$

$$C_P = \sum P^2 : l - C = (9,65^2 + 10,16^2 + 10,11^2 + 8,88^2) : 5 - 75,2720 = 0,2109;$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (4,84^2 + 7,37^2 + \ldots + 9,48^2) : 4 - 75,2720 = 3,2372;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 3,6166 - 0,2109 - 3,2372 = 0,1685;$$

$$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,014}{4}} = 0,06;$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,014}{4}} = 0,084;$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2,18 \times 0,084 = 0,18.$$

Таблица 102

Степень плодоношения деревьев

Варианты (сорта)	Повторения I	II	III	IV	Суммы V	Средние	Средний балл плодоношения $x = \bar{x}_1^2 - 1$
Исходные даты, X (в баллах)							
1	0,2	1,0	0,8	0,0	2,0	0,5	—
2	2,7	3,2	2,7	1,2	9,8	2,4	—
3 (*st*)	3,4	3,1	4,0	3,2	13,7	3,4	—
4	4,1	4,0	3,7	3,2	15,0	3,8	—
5	4,2	5,0	5,0	4,3	18,5	4,6	—
Преобразованные даты, $X_1 = \sqrt{1 + X}$							
1	1,09	1,41	1,34	1,00	4,84	1,21	0,5
2	1,92	2,05	1,92	1,48	7,37	1,84 *	2,4 *
3	2,10	2,02	2,23	2,05	8,40	2,10	3,4 (*st*)
4	2,26	2,23	2,17	2,05	8,71	2,18	3,8
5	2,28	2,45	2,45	2,30	9,48	2,37 *	4,6 *
Суммы P	9,65	10,16	10,11	8,88	$38{,}80 = \Sigma X_1$	$1{,}94 = \bar{x}_1$	$2{,}8 = \bar{x}$

Разности между средними, превышающие 0,18 единицы X_1, статистически доказаны на 5%-ном уровне значимости. В заключение делают обратный переход от среднего преобразованного показателя к среднему исходному показателю (баллу) по степени плодоношения (последняя колонка табл. 102).

Таблица 103

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	3,6166	19	—	—	—
Повторений	0,2109	3	—	—	—
Вариантов	3,2372	4	0,8093	57,81	3,26
Остаток (ошибки)	0,1685	12	0,0140	—	—

Пример 4 (по В. Н. Перегудову, 1968). Провести дисперсионный анализ результатов наблюдений за пораженностью пыльной головней колосьев проса (левая часть табл. 104) в опыте, проведенном методом обычных повторений.

Решение. По исходным данным — процентам по таблице 8 приложений определяют углы-арксинусы $\sqrt{\text{проценты}}$ (правая часть табл. 104), которые подвергают обработке по обычной схеме дисперсионного анализа.

$$N = ln = 8 \times 3 = 24;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (743{,}4)^2 : 24 = 23\,028{,}82;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (53{,}5^2 + 54{,}8^2 + \ldots + 46{,}6^2) - 23\,028{,}82 = 11\,457{,}22;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (251{,}6^2 + 243{,}3^2 + 248{,}5^2) : 8 - 23\,028{,}82 = 4{,}40;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (164{,}7^2 + 163{,}7^2 + \ldots + 143{,}0^2) : 3 - 23\,028{,}82 = 11\,434{,}89;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 11\,457{,}22 - 4{,}40 - 11\,434{,}89 = 17{,}93.$$

Таблица 104

Процент пораженности колосьев проса пыльной головней

Варианты (сорта)	Исходные даты по повторениям, X			Преобразованные даты, угол-арксинус $\sqrt{\text{процент}}$, X_1			Суммы V	Средние	Средний процент поражения	Группа
	I	II	III	I	II	III				
1 (*st*)	64,6	66,7	69,4	53,5	54,8	56,4	164,7	54,9	67,0	*st*
2	67,0	64,2	68,0	54,9	53,2	55,6	163,7	54,6	66,5	II
3	1,0	0,4*	0,5	5,7	3,6	4,0	13,3	4,4*	0,6*	I
4	12,2	10,6	13,3	20,4	19,0	21,4	60,8	20,3*	12,0*	I
5	2,7	1,4	2,4	9,5	6,8	8,9	25,2	8,4*	2,1*	I
6	63,8	62,2	59,6	53,0	52,1	50,5	155,6	51,9*	62,0*	I
7	1,2	1,0	0,8	6,3	5,7	5,1	17,1	5,7*	1,0*	I
8	55,8	55,4	52,8	48,3	48,1	46,6	143,0	47,7*	54,7*	I
Суммы P				251,6	243,3	248,5	$743{,}4=\Sigma X_1$	$31{,}2=\bar{x}_1$	$27{,}0=\bar{x}$	—

Таблица 105

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	11 457,22	23	—	—	—
Повторений	4,40	2	—	—	—
Вариантов	11 434,89	7	1633,56	1276,21	2,77
Остаток (ошибки)	17,93	14	1,28	—	—

$$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{1{,}28}{3}} = 0{,}65;$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2\times 1{,}28}{3}} = 0{,}93;$$

$$НСР_{05} = t_{05}s_d = 2{,}15 \times 0{,}93 = 2{,}0.$$

Разности между средними, превышающими 2,0 единицы X_1, доказаны на 5%-ном уровне значимости. Сорта 3—8 существенно превышают стандарт по устойчивости к пыльной головне ($d >$ НСР$_{05}$), а сорт 2 равноценен стандарту ($d <$ НСР$_{05}$). После оценки существенности частных различий и группировки сортов делают обратный переход по таблице 8 приложений от арксинусов к среднему исходному показателю — проценту поражения (предпоследняя колонка в табл. 104).

§ 10. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

ЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

При изучении корреляционной или статистической зависимости между X и Y проводят n пар наблюдений (X_1; Y_1), (X_2; Y_2), ... (X_n; Y_n) и по полученным данным вычисляют выборочный коэффициент корреляции и регрессии. Результаты исследования и статистического анализа изображают графически в виде теоретической линии регрессии

Таблица 106

Формулы для вычисления

Показатель	Малая выборка (несгруппированные данные $n \leqslant 30$)	Большая выборка (сгруппированные данные $n > 30$)
Коэффициент корреляции	$r = \frac{\Sigma (X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X-\bar{x})^2 \Sigma (Y-\bar{y})^2}} = \frac{\Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n}{\sqrt{(\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n)(\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n)}}$	$r = \frac{\Sigma f (X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma f (X-\bar{x})^2 \Sigma f (Y-\bar{y})^2}} = \frac{\Sigma fXY - (\Sigma fX \Sigma fY) : n}{\sqrt{(\Sigma fX^2 - (\Sigma fX)^2 : n)(\Sigma fY - (\Sigma fY)^2 : n)}}$
Коэффициент регрессии	$b_{yx} = \frac{\Sigma (X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\Sigma (X-\bar{x})^2} = \frac{\Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n}{\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n}$	$b_{yx} = \frac{\Sigma f (X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\Sigma f (X-\bar{x})^2} = \frac{\Sigma fXY - (\Sigma fX \Sigma fY) : n}{\Sigma fX^2 - (\Sigma fX)^2 : n}$
Ошибка коэффициента корреляции и регрессии	$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}; \; s_b = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (Y-\bar{y})^2}{\Sigma (X-\bar{x})^2}}$	
Критерий существенности и степени свободы	$t = \frac{r}{s_r}; \; \nu = n-2$	
Доверительные интервалы	$r \pm t_{т} s_r; \; b_{yx} \pm t_{т} s_b$	
Уравнение регрессии и ошибка отклонения от регрессии	$Y = \bar{y} + b_{yx}(X-\bar{x}); \; s_{yx} = s_r \sqrt{\Sigma (Y-\bar{y})^2}$	

В примерах 1—2 рассмотрен порядок вычислений при работе с малыми ($n \leqslant 30$) и в примере 3 — с большими выборками ($n > 30$). Основные формулы для вычисления статистических показателей даны в таблице 106.

Пример 1. Провести корреляционный и регрессионный анализ данных таблицы 107, в которой представлены данные по определению относительной влажности (X) и липкости (Y) обыкновенного чернозема (данные П. У. Бахтина, 1969).

Решение. 1. Вычисляют шесть вспомогательных величин, записывая цифры под расчетной таблицей 107.

Таблица 107

Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

Номер пары	Значение признаков		X^2	Y^2	XY
	X, %	Y, г/см²			
1	19,9	0,0	396,01	0,00	0,00
2	20,9	0,6	436,81	0,36	12,54
3	26,1	1,1	681,21	1,21	28,71
4	29,4	1,2	864,36	1,44	35,28
5	30,5	1,7	930,25	2,89	51,85
6	40,3	1,7	1624,09	2,89	68,51
7	44,8	2,6	2007,04	6,76	116,48
8	47,8	3,4	2284,84	11,56	162,52
9	55,6	4,2	3091,36	17,64	233,52
10	58,3	5,8	3398,89	33,64	338,14
11	64,5	6,3	4160,25	39,69	406,35
12	76,6	7,3	5867,56	53,29	559,18
Сумма	$514{,}7 = \Sigma X$	$35{,}9 = \Sigma Y$	$25\,742{,}67 = \Sigma X^2$	$171{,}37 = \Sigma Y^2$	$2013{,}08 = \Sigma XY$

$$n = 12$$

$$\bar{x} = (\Sigma X) : n = 514{,}7 : 12 = 42{,}89\%;$$

$$\bar{y} = (\Sigma Y) : n = 35{,}9 : 12 = 2{,}99 \text{ г/см}^2;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 25\,742{,}67 - (514{,}7)^2 : 12 = 3666{,}33;$$

$$\Sigma (Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 171{,}37 - (35{,}9)^2 : 12 = 63{,}97;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = \Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n = 2013{,}08 - (514{,}7 \times 35{,}9) : 12 = 473{,}27.$$

2. Определяют коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии

$$r = \frac{(\Sigma X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X - \bar{x})^2 \Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \frac{473{,}27}{\sqrt{3666{,}33 \times 63{,}97}} = 0{,}977;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2} = \frac{473{,}27}{3666{,}35} = 0{,}13 \text{ г/см}^2;$$

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 2{,}99 + 0{,}13(X - 42{,}89) = 0{,}13X - 2{,}58.$$

3. Вычисляют ошибки, критерий значимости и доверительные интервалы

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,977^2}{12-2}} = 0,067;$$

$$s_b = s_r\sqrt{\frac{\Sigma (Y-y)^2}{\Sigma (X-x)^2}} = 0,067\sqrt{\frac{63,97}{3666,33}} = 0,009 \text{ г/см}^2;$$

$$s_{yx} = s_r\sqrt{\Sigma (Y-y)^2} = 0,067\sqrt{63,97} = 0,54 \text{ г/см}^2;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,977}{0,067} = 14,58; \quad \nu = n-2 = 12-2 = 10; \quad t_{05} = 2,23;$$

$$r \pm t_{05}s_r = 0,977 \pm 2,23 \times 0,67 = 0,977 \pm 0,149\ (0,828 \div 1,00);$$

$$b_{yx} \pm t_{05}s_b = 0,13 \pm 2,23 \times 0,009 = 0,13 \pm 0,02\ (0,11 \div 0,15) \text{ г/см}^2.$$

По t-критерию ($t_ф > t_{05}$) и доверительным интервалам, которые не включают нулевого значения, корреляция и регрессия значимы и, следовательно, нулевая гипотеза на 5%-ном уровне отвергается.

4. По уравнению регрессии рассчитывают усредненные теоретические значения Y для экстремальных величин X и строят теоретическую линию регрессии Y по X:

$$Y_{x-19,9} = 0,13 \times 19,9 - 2,58 = 0,00 \text{ г/см}^2;$$

$$Y_{x-76,6} = 0,13 \times 76,6 - 2,58 = 7,37 \text{ г/см}^2.$$

Найденные точки (19,9; 0,00) и (76,6; 7,37) наносят на график и, соединяя их прямой, получают теоретическую линию регрессии Y по X. Она показывает, что увеличению влажности почвы на 1% соответствует увеличение липкости в среднем на 0,13 г/см². Судя по коэффициенту детерминации ($d_{yx} = r^2 = 0,972^2 = 0,95$), примерно 95% изменений в липкости обусловлено изменениями во влажности почвы и только 5% изменений связано с другими факторами. На графике целесообразно указать уравнение регрессии, коэффициент регрессии и корреляции, доверительную зону для истинной линии регрессии в совокупности (рис. 59). Чтобы отграничить доверительную зону, необходимо вверх и вниз от теоретической линии регрессии отложить величину одной (68%-ная зона) или двух (95%-ная зона) ошибок отклонения от регрессии, т. е. $\pm s_{yx}$ или $\pm 2s_{yx}$, и соединить найденные точки пунктирными линиями. Область, заключенная между этими линиями, и называется доверительной зоной регрессии.

На рисунке 59 пунктирными линиями отграничена 68%-ная доверительная зона для положения «истинной» линии регрессии в совокупности, т. е. зона в пределах $Y \pm s_{yx}$. Если необходимо отграничить 95%-ную доверительную зону, когда можно ожидать, что только 5% всех случаев окажутся за пределами $Y \pm 2s_{yx}$, то значение ошибки умножают на 2, так как $t_{05} = 2$.

Отметим, что общая сумма квадратов $\Sigma (Y - y)^2$ может быть разложена на два компонента: сумму квадратов для регрессии C_b и сумму квадратов отклонения от регрессии $C_{b_{yx}}$. Первую сумму определяют по формуле:

$$C_b = \frac{[\Sigma (X-x)(Y-y)]^2}{\Sigma (X-x)^2} = \frac{473,27^2}{3666,33} = 61,09.$$

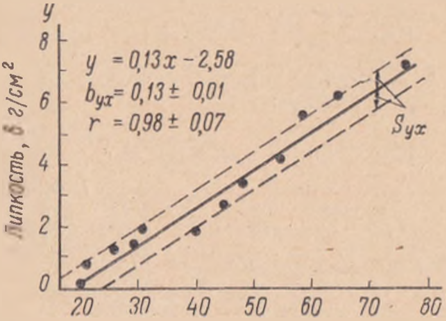

Рис. 59. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямолинейной корреляции между липкостью и относительной влажностью почвы.

Вторую сумму квадратов находят по разности

$$C_{b_{yx}} = \Sigma (Y - y) - C_b = 63{,}97 - 61{,}09 = 2{,}88.$$

Разделив найденные суммы квадратов на соответствующие степени свободы, определяют средние квадраты и вычисляют критерий F, который и позволяет проверить нулевую гипотезу об отсутствии линейной связи Y с X. Расчеты представляют в виде таблицы дисперсионного анализа (табл. 108).

Таблица 108

Дисперсионный анализ Y

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	63,97	11	—		
Регрессия	61,09	1	61,09	212,12	4,96
Отклонения от регрессии . . .	2,88	10	0,288	—	—

Полученное значение $F_ф > F_{05}$ указывает на то, что отклонение от линейности обусловлено случайным выборочным варьированием и нулевая гипотеза об отсутствии линейной связи Y с X отвергается.

По среднему квадрату отклонения от регрессии $s^2_{yx} = 0{,}288$ легко вычислить ошибку отклонения от регрессии s_{yx}. Она равна: $s_{yx} = \sqrt{s^2_{yx}} = \sqrt{0{,}288} = 0{,}54$ г/см², т. е. величине, вычисленной нами ранее.

Пример 2. Определена пораженность льна фузариозом (ряд Y) в зависимости от интервала между посевом на одном и том же поле восприимчивых к грибным патогенам (фузариозу) сортов льна (ряд X в табл. 109). Провести корреляционный и регрессионный анализ данных.

Решение. 1. Составляют расчетную таблицу и вычисляют вспомогательные величины, записывая их под таблицей 109.

2. Определяют коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии Y по X

$$r = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X - \bar{x})^2 \, \Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \frac{-534}{\sqrt{36{,}9 \times 7988}} = -0{,}98;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2} = \frac{-534}{36{,}9} = -14{,}4\%$$

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{X}) = 44 + (-14{,}4)(X - 3{,}9) = 100{,}2 - 14{,}4X \approx 100 - 14X;$$

3. Вычисляют ошибки, критерий значимости и доверительные интервалы для r, b_{yx} и проверяют H_0

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}98^2}{10 - 2}} = 0{,}07;$$

$$s_b = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2}{\Sigma (X - \bar{x})^2}} = 0{,}07 \sqrt{\frac{7988}{36{,}9}} = 1{,}02\%;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0{,}98}{0{,}07} = 14{,}00; \quad \nu = n - 2 = 10 - 2 = 8;$$

$$t_{05} = 2{,}31;$$

$$r \pm t_{05}s_r = -0{,}98 \pm 2{,}31 \times 0{,}07 = -0{,}98 \pm 0{,}16 (-1{,}00 \div -0{,}82);$$

$$b_{yx} \pm t_{05}s_b = -14{,}4 \pm 2{,}31 \times 1{,}02 = -14{,}4 \pm 2{,}4 (-16{,}8 \div -12{,}0).$$

Нулевая гипотеза отвергается ($t_ф > t_{05}$).

Таблица 109

Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

Номер пары	Значение признаков		X^2	Y^2	XY
	X, годы	Y, %			
1	1	88	1	7 744	88
2	2	76	4	5 776	152
3	2	70	4	4 900	140
4	7	5	49	25	35
5	6	12	36	144	72
6	5	28	25	784	140
7	3	45	9	2 025	135
8	4	45	16	2 025	180
9	6	9	36	81	54
10	3	62	9	3 844	186
Сумма	$39=\Sigma X$	$440=\Sigma Y$	$189=\Sigma X^2$	$27\,348=\Sigma Y^2$	$1182=\Sigma XY$

$$n=10$$

$$\bar{x}=(\Sigma X):n=39:10=3{,}9 \text{ года;}$$

$$\bar{y}=(\Sigma Y):n=440:10=44\%;$$

$$\Sigma(X-\bar{x})^2=\Sigma X^2-(\Sigma X)^2:n=189-(39)^2:10=36{,}9;$$

$$\Sigma(Y-\bar{y})^2=\Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2:n=27\,348-(440)^2:10=7988;$$

$$\Sigma(X-\bar{x})(Y-\bar{y})=\Sigma XY-(\Sigma X\Sigma Y):n=1182-(39\times 440):10=-534.$$

4. По найденному уравнению регрессии рассчитывают теоретические усредненные значения Y для двух крайних величин X и строят линию регрессии Y по X.

$$Y_{X=1}=100-14\times 1=86\%;\quad Y_{X=7}=100-14\times 7=2\%.$$

Найденные точки (1; 86) и (7; 2) наносят на график и соединяют прямой линией. Регрессия Y по X указывает на обратную связь пораженности растений фузариозом с интервалом между посевами восприимчивых сортов льна на одном и том же поле: увеличение интервала на 1 год снижает пораженность в среднем на 14%. Из таблицы 109 на график последовательно переносят исходные даты и указывают основные статистические показатели. Экспериментальные точки, которые отмечены кружками, достаточно хорошо ложатся на линию прямолинейной регрессии (рис. 60).

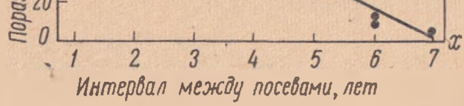

Рис. 60. Пораженность льна-долгунца фузариозом в зависимости от интервала между посевами восприимчивых сортов льна на одном и том же поле (точечный график и теоретическая линия регрессии).

Пример 3. Провести корреляционный и регрессионный анализ для выборочной совокупности таблицы 110, в которой представлены результаты определения содержания гумуса и подвижных форм фосфатов в пахотном слое легкосуглинистой дерново-подзолистой почвы (данные В. А. Мазуриной, 1970).

Содержание гумуса в % (ряд X) и подвижного фосфора в мг на 100 г почвы (ряд Y)

Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y
1	1,57	30	17	1,35	17	33	0,96	6	49	1,42	27
2	1,58	28	18	1,31	17	34	1,08	9	50	1,36	25
3	1,21	25	19	1,29	16	35	1,16	19	51	1,55	24
4	1,21	27	20	1,38	17	36	1,12	17	52	1,36	22
5	1,41	25	21	1,38	16	37	1,01	11	53	1,46	28
6	1,47	24	22	1,36	14	38	1,07	11	54	1,39	28
7	1,45	25	23	1,36	16	39	1,10	16	55	1,63	36
8	1,49	27	24	1,20	17	40	1,22	17	56	1,57	36
9	1,38	24	25	1,36	16	41	1,22	16	57	1,37	27
10	1,41	25	26	1,29	14	42	1,12	19	58	1,48	25
11	1,55	25	27	1,30	12	43	0,86	20	59	1,61	28
12	1,45	25	28	1,32	12	44	0,79	19	60	1,61	30
13	1,30	22	29	1,17	11	45	1,19	23	61	1,70	28
14	1,30	22	30	1,22	11	46	1,15	22	62	1,62	28
15	1,39	20	31	1,09	9	47	1,13	18	63	1,04	9
16	1,46	22	32	1,13	9	48	1,34	20	64	1,12	10

Решение. 1. Группируют данные в корреляционную таблицу (решетку), состоящую из столбцов и строк, количество которых соответствует числу групп для ряда X (столбцы) и ряда Y (строки). При $n = 64$ целесообразно выделить 6—8 групп. Определяют для ряда X и Y величину интервала группировки и число групп:

$$i_x = \frac{X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}}{6-8} = \frac{1,70-0,79}{6-8} = \frac{0,91}{7} = 0,13\%;$$

$$i_y = \frac{Y_{\text{макс}} - Y_{\text{мин}}}{6-8} = \frac{36-6}{6-8} = \frac{30}{6} = 5 \text{ мг}.$$

В корреляционную таблицу 111 последовательно переносят исходные даты из таблицы 110. Например, первая пара, имеющая $X = 1,57\%$ и $Y = 30$ мг, заносится черточкой в клетку, находящуюся на пересечении последнего столбца, против группы 1,5 —1,70 и второй строки против группы 26—30 мг. Так, все данные первичной таблицы переносят в корреляционную решетку (для проверки это проделывают дважды), подсчитывают число дат в каждой ячейке и результат записывают в ней же. Эти числа представляют частоты количества вариант, имеющих одинаковые значения признаков X и Y. Затем подсчитывают частоты каждой строки и столбца и общие суммы всех частот по столбцам (f_x) и по строкам (f_y) и общее число объектов: $n = \Sigma f_x = \Sigma f_y = 64$.

2. Составляют расчетную таблицу 112 и проводят вспомогательные вычисления. В таблице вместо границ групп проставляют их середины и преобразуют X и Y по соотношениям:

$$X_1 = \frac{X - A_x}{i_x} = \frac{X - 1,24}{0,13}; \quad Y_1 = \frac{Y - A_y}{i_y} = \frac{Y - 18}{5}.$$

За условные начала A_x и A_y принимают те значения X и Y, которые ближе всего к x и y.

В расчетной таблице определяют:

а) произведение отклонений в единицах интервала на их частоту — $f_x X_1$ и $f_y Y_1$ и соответственно их суммы $\Sigma f_x X_1 = 37$; $\Sigma f_y y_1 = 30$;

Таблица 111

Заполненная корреляционная таблица

Y \ X: интервалы	середина групп	0,79–0,91	0,92–1,04	1,05–1,17	1,18–1,30	1,31–1,43	1,44–1,56	1,57–1,70	Суммы f_y
середина групп		0,85	0,98	1,11	1,24	1,37	1,50	1,64	
36—31	33							2	2
30—26	28				1	3	2	6	12
25—21	23			1	4	5	7		17
20—16	18	2	1	5	4	8			20
15—11	13		2	2	3	2			9
10—6	8			3	1				4
Суммы f_x		2	3	11	13	18	9	8	64=n

б) произведение квадратов отклонений на их частоты $f_xX_1^2$ и $f_yY_1^2$ и их суммы $\Sigma f_xX_1^2 = 167$; $\Sigma f_yY_1 = 110$;

в) суммы произведений отклонений в интервалах на их частоту fX_1Y_1 и общую сумму $\Sigma fX_1Y_1 = 96$. Для этого частоту f, указанную в каждой клетке таблицы, умножают на соответствующие значения X_1 и Y_1 и суммируют по каждой колонке полученные цифры. Так, для первой колонки $fX_1Y_1 = 2 \times (-3) \times 0 = 0$; для второй колонки $fX_1Y_1 = 1\,(-2) \times 0 + 2\,(-2)\,(-1) = 4$ и т. д. Затем находят общую сумму произведений $\Sigma fX_1Y_1 = (0 + 4 + \ldots 54) = 96$;

г) групповые или частные средние $\bar{y}_x$ для каждого зафиксированного значения X по формуле $\bar{y}_x = A_y + i_y\left(\frac{\Sigma fY_1}{f}\right)$, где $A_y = 18$; $i_y = 5$;

д) значения $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\Sigma\,(X - x)$, $\Sigma\,(Y - y)$ и $\Sigma\,(X - \bar{x})\,(Y - \bar{y})$ в исходных единицах, записывая их под таблицей 112. Следует иметь в виду, что если в процессе кодирования производилось деление или умножение на i_x и i_y, то суммы квадратов в первом случае надо умножить, а во втором разделить на i_x^2 или i_y^2; сумму произведений отклонений в первом случае надо умножить, а во втором разделить на i_xi_y.

3. Вычисляют выборочный коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии Y по X:

$$r = \frac{\Sigma\,(X-x)\,(Y-y)}{\sqrt{\Sigma\,(X-x)^2\,\Sigma\,(Y-y)^2}} = \frac{51,13}{2,46 \times 2398,5} = 0,67;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma\,(X-x)\,(Y-\bar{y})}{\Sigma\,(X-x)^2} = \frac{51,13}{2,46} = 20,8 \text{ мг};$$

$$Y = \bar{y} + b_{yx}\,(X-x) = 20,3 + 20,8\,(X-1,32) = 20,8X - 7,2.$$

Таблица 112

Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

$Y_1=\frac{Y-18}{5}$	$X_1=\frac{X-1{,}24}{0{,}13}$	−3	−2	−1	0	1	2	3	f_y	f_yY_1	$f_yY_1^2$
	Y \ X	0.85	0,98	1.11	$A_x=1.24$	1,37	1,50	1.63			
3	33							2	2	6	18
2	28				1	3	2	6	12	24	48
1	23			1	4	5	7		17	17	17
0	$A_y=18$	2	1	5	4	8			20	0	0
−1	13		2	2	3	2			9	−9	9
−2	8			3	1				4	−8	16
	f_x	2	3	11	13	18	8	8	$64=n$	$30=\Sigma f_yY_1$	$110=\Sigma f_yY_1^2$
	f_xX_1	−6	−6	−11	0	18	18	24	$37=\Sigma f_xX_1$		
	$f_xX_1^2$	18	12	11	0	18	36	72	$167=\Sigma f_xX_1^2$		
	fX_1Y_1	0	4	7	0	9	22	54	$96=\Sigma fX_1Y_1$		
	$\bar{y}_x$	18,0	14,7	15,7	18,0	19,7	24,1	29,2			

$n=64$

$\bar{x}=A_x+i_x(\Sigma f_xX_1):n=1{,}24+0{,}13\times 37:64=1{,}32\%$;

$\bar{y}=A_y+i_y(\Sigma f_yY_1):n=18+5\times 30:64=20{,}3$ мг;

$\Sigma(X-\bar{x})^2=i_x^2[\Sigma f_xX_1^2-(\Sigma f_xX_1)^2:n]=0{,}13^2(167-37^2:64)=2{,}46$;

$\Sigma(Y-\bar{y})^2=i_y^2[\Sigma f_yY_1^2-(\Sigma f_yY_1)^2:n]=5^2(110-30^2:64)=2398{,}5$;

$\Sigma(X-\bar{x})(Y-\bar{y})=i_xi_y[\Sigma fX_1Y_1-(\Sigma f_xX_1\,\Sigma f_yY_1):n]=0{,}13\times 5(96-37\times 30:64)=51{,}13$;

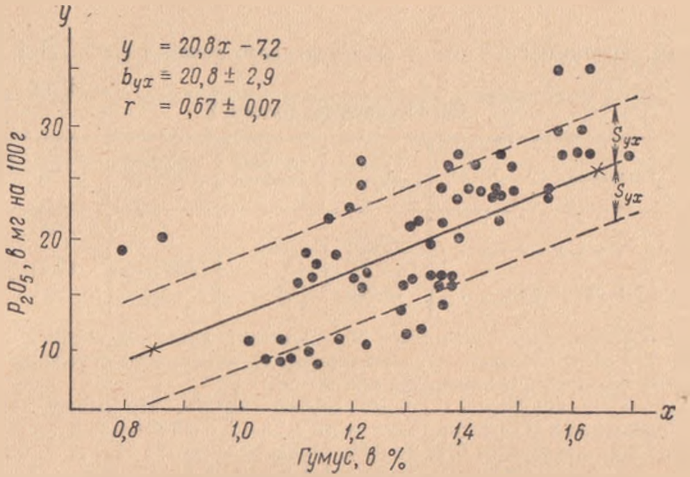

Рис. 61. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямолинейной корреляции между гумусом и подвижным фосфором в почве.

4. Определяют ошибки, критерий значимости, доверительные интервалы для r и b_{yx} и проверяют H_0.

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,67^2}{64-2}} = 0,094;$$

$$s_b = \sqrt{\frac{\Sigma (Y-y)^2}{\Sigma (X-x)^2}} = 0,094 \sqrt{\frac{2398,5}{2,46}} = 2,9 \text{ мг};$$

$$s_{yx} = s_r \sqrt{\Sigma (Y-y)^2} = 0,094 \sqrt{2398,5} = 4,61 \text{ мг};$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,67}{0,094} = 7,13; \quad \nu = n-2 = 64-2 = 62; \quad t_{05} = 1,96;$$

$$r \pm t_{05} s_r = 0,67 \pm 1,96 \times 0,094 = 0,67 \pm 0,18 \ (0,49 \div 0,85);$$

$$b_{yx} \pm t_{05} s_b = 20,8 \pm 1,96 \times 2,9 = 20,8 \pm 5,7 \ (15,1 \div 26,5) \text{ мг};$$

H_0 отвергается ($t_ф > t_{05}$).

5. По найденному уравнению регрессии рассчитывают средние теоретические значения $\bar{y}_X$ для экстремальных групповых значений X и строят теоретическую линию регрессии Y по X.

$$\bar{y}_{X=0,85} = 20,8 \times 0,85 - 7,2 = 10,5;$$

$$\bar{y}_{X=1,64} = 20,8 \times 1,64 - 7,2 = 26,9 \text{ мг}.$$

Построив на графике точки (0,85; 10,5) и (1,64; 26,9), проводят через них теоретическую линию регрессии Y по X (рис. 61); пунктирными линиями указывают доверительную зону регрессии для 68%-ного уровня.

После построения линий регрессии следует перенести на график из исходной таблицы 110 все данные, отмечая их кружочками, указать на рисунке уравнение регрессии, коэффициент регрессии и корреляции (рис. 61).

Для проверки гипотезы о линейности связи Y с X вычисляют суммы квадратов для регрессии C_b и отклонения от регрессии $C_{b_{yx}}$:

$$C_b = \frac{[\Sigma (X-\bar{x})(Y-\bar{y})]^2}{\Sigma (X-x)^2} = \frac{51,13^2}{2,46} = 1062,7;$$

$$C_{b_{yx}} = \Sigma (Y-y)^2 - C_b = 2398,5 - 1062,7 = 1335,8.$$

Данные записывают в таблицу дисперсионного анализа (табл. 113).

Таблица 113

Дисперсионный анализ Y

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	2398,5	63			
Регрессия	1062,7	1	1062,70	49,31	4,00
Отклонения от регрессии . . .	1335,8	62	21,55	—	—

Таким образом, нулевая гипотеза об отсутствии линейной связи Y с X отвергается ($F_ф > F_{05}$) и, следовательно, отклонение от линейности обусловлено случайным выборочным варьированием данных.

На основании полученных данных можно считать, что между содержанием гумуса и подвижными фосфатами имеет место средняя взаимосвязь и r_0 всей совокупности лежит в интервалах от 0,49 до 0,85. Нулевая гипотеза $H_0 : r_0 = 0$ на 5%-ном уровне значимости отвергается ($t_r = t_b > t_{05}$). Судя по коэффициенту детерминации ($d_{yx} = r^2 = 0{,}67^2 = 0{,}45$), примерно 45% изменений в содержании фосфора обусловлено изменениями в содержании почвенного гумуса.

Изменению содержания гумуса на 1% соответствует изменение содержания в почве подвижных фосфатов в среднем на 20,8 мг на 100 г.

По уравнению $Y = 20{,}8X - 7{,}2$ для любых значений X, включая те, которых нет в исходных данных, можно рассчитать значение Y. Однако нельзя использовать уравнение регрессии для экстраполяции за пределы таблицы.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА МНОЖЕСТВЕННОЙ ЛИНЕЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Пример 4. По данным таблицы 114 (три левые колонки) определить зависимость урожая клевера (Y) от содержания в почве подвижных форм фосфатов (X) и кислотности почвы (Z).

Решение. В данном примере имеет смысл определить коэффициент множественной корреляции $R_{Y \cdot XZ}$, характеризующий связь урожая Y с варьированием фосфора X и кислотности почвы Z; вычисление двух других коэффициентов корреляции $R_{X \cdot YZ}$ и $R_{Z \cdot XY}$ нецелесообразно. Расчеты ведут в таком порядке.

1. Составляют вспомогательную таблицу 114 (6 правых колонок), вычисляют суммы квадратов и суммы произведений отклонений.

2. Вычисляют парные коэффициенты корреляции r_{XY}, r_{XZ}, r_{YZ} и коэффициент множественной корреляции $R_{Y \cdot XZ}$.

$$r_{XY} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X - \bar{x})^2 \Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \frac{67{,}05}{\sqrt{61{,}42 \times 144{,}17}} = 0{,}71;$$

$$r_{XZ} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z})}{\sqrt{\Sigma (X - x)^2 (Z - z)^2}} = \frac{6{,}15}{\sqrt{61{,}42 \times 3{,}49}} = 0{,}42;$$

$$r_{YZ} = \frac{\Sigma (Y - y)(Z - z)}{\sqrt{\Sigma (Y - y)^2 \Sigma (Z - z)^2}} = \frac{13{,}60}{\sqrt{144{,}17 \times 3{,}49}} = 0{,}61;$$

$$R_{Y \cdot XZ} = \sqrt{\frac{r^2_{XY} + r^2_{YZ} - 2r_{XY} r_{XZ} r_{YZ}}{1 - r^2_{XZ}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}71^2 + 0{,}01^2 - 2 \times 0{,}71 \times 0{,}42 \times 0{,}61}{1 - 0{,}42^2}} = 0{,}79.$$

Таблица 114

Расчет вспомогательных величин для вычисления коэффициента множественной корреляции

Значение признаков			X^2	Y^2	Z^2	XY	XZ	YZ
X, мг	Y, ц/га	Z, pH в KCl						
2,5	20,5	3,8	6,25	420,25	14,44	51,25	9,50	77,90
6,2	25,5	3,8	38,44	650,25	14,44	158,10	23,56	96,90
6,2	28,2	3,8	38,44	795,24	14,44	174,84	23,56	107,16
9,5	30,5	3,9	90,25	930,25	15,21	289,75	37,05	118,95
7,5	28,1	3,9	56,25	789,61	15,21	209,75	29,25	109,59
12,5	31,1	4,4	156,25	967,21	19,36	388,75	55,00	136,84
8,7	26,8	4,8	75,69	718,24	23,04	233,16	41,76	128,64
8,7	27,6	4,7	75,69	761,76	22,09	240,12	40,89	129,72
7,5	31,2	5,1	56,25	973,44	26,01	234,00	38,25	159,12
9,0	34,2	5,5	81,00	1176,49	30,25	308,70	49,50	188,65
78,3 = $=\Sigma X$	283,7 = $=\Sigma Y$	43,7 = $=\Sigma Z$	674,51 = $=\Sigma X^2$	8182,74 = $=\Sigma Y^2$	194,49 = $=\Sigma Z^2$	2288,42 = $=\Sigma XY$	348,32 = $=\Sigma XZ$	1253,37 = $=\Sigma YZ$

$$\bar{x} = 7,83; \quad \bar{y} = 28,37; \quad \bar{z} = 4,37;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 674,51 - (78,3)^2 : 10 = 61,42;$$

$$\Sigma (Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 8182,74 - (283,7)^2 : 10 = 144,17;$$

$$\Sigma (Z - \bar{z})^2 = \Sigma Z^2 - (\Sigma Z)^2 : n = 194,49 - (43,7)^2 : 10 = 3,49;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = \Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n = 2288,42 - (78,3 \times 283,7) : 10 = 67,05;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z}) = \Sigma XZ - (\Sigma X \Sigma Z) : n = 348,32 - (78,3 \times 43,7) : 10 = 6,15;$$

$$\Sigma (Y - \bar{y})(Z - \bar{z}) = \Sigma YZ - (\Sigma Y \Sigma Z) : n = 1253,37 - (283,7 \times 43,7) : 10 = 13,60.$$

Критерий существенности F для коэффициента множественной корреляции определяется по соотношению

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2}\left(\frac{n-k}{k-1}\right) = \frac{0,79^2}{1 - 0,79^2}\left(\frac{10-3}{3-1}\right) = 5,81$$

при $\nu_1 = k - 1 = 3 - 1 = 2$ и $\nu_2 = n - k = 10 - 3 = 7$ степенях свободы.

По таблице 2 приложений теоретическое значение $F_{05} = 4,74$. Следовательно, гипотеза о независимости случайных величин отвергается, так как $R_{Y \cdot XZ}$ значимо отличается от нуля ($F_ф > F_{05}$).

Таким образом, урожайность клевера сильно коррелирует с содержанием подвижных фосфатов и кислотностью почвы и 62% изменчивости ее урожая ($R^2 = 0,79^2 = 0,62$) обусловлено варьированием X и Z.

3. Определяют параметры a, b_1, b_2 и составляют уравнение множественной регрессии

$$b_1 = \frac{\Sigma (Z - \bar{z})^2 \cdot \Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) - \Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z}) \cdot \Sigma (Y - \bar{y})(Z - \bar{z})}{\Sigma (X - \bar{x})^2 \cdot \Sigma (Z - \bar{z})^2 - [\Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z})]^2} =$$

$$= \frac{3,49 \times 67,05 - 6,15 \times 13,60}{61,42 \times 3,49 - 6,15^2} = 0,85;$$

$$b_2 = \frac{\Sigma (X - \bar{x})^2 \cdot \Sigma (Y - \bar{y})(Z - \bar{z}) - \Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z}) \cdot \Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2 \, \Sigma (Z - \bar{z})^2 - [\Sigma (X - \bar{x})(Z - \bar{z})]^2} =$$

$$= \frac{61,42 \times 13,60 - 6,15 \times 67,05}{61,42 \times 3,19 - 6,15^2} = 2,40;$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x} - b_2\bar{z} = 28,37 - 0,85 \times 7,83 - 2,4 \times 4,37 = 10,23.$$

$$Y = 10,23 + 0,85X + 2,4Z.$$

Таблица 118

Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляционного отношения

Номер пары	X	$\bar{x}_y$	n_x	Y	$\bar{y}_x$	$Y-\bar{y}_x$	$(Y-\bar{y}_x)^2$	$Y-\bar{y}$	$(Y-\bar{y})^2$
1	3	3,50	2	25	24,00	1,00	1,00	14,25	203,06
2	4			23		−1,00	1,00	12,25	150,06
3	5	5,50	2	14	14,50	0,50	0,25	4,25	18,06
4	6			15		−0,50	0,25	3,25	10,56
5	8	8,00	2	12	11,50	0,50	0,25	1,25	1,56
6	8			11		−0,50	0,25	0,25	0,06
7	17	17,67	3	5	6,33	−1,33	1,77	−5,75	33,06
8	18			7		0,67	0,45	−3,75	14,06
9	18			7		0,67	0,45	−3,75	14,06
10	25	32,33	3	5	3,33	1,67	2,79	−5,75	33,06
11	27			3		−0,33	0,11	−7,75	60,06
12	45			2		−1,33	1,77	−8,75	76,56
	$184=\Sigma X$	$15,33=\bar{x}$	$12=n$	$129=\Sigma Y$	$10,75=\bar{y}$	0,02	$10,34=\Sigma(Y-\bar{y}_x)^2$	$0,00=\Sigma(Y-\bar{y})$	$614,22=\Sigma(Y-\bar{y})^2$

$$\eta^2_{yx}=\frac{\Sigma(Y-\bar{y})^2-\Sigma(Y-\bar{y}_x)^2}{\Sigma(Y-\bar{y})^2}=\frac{614,22-10,34}{614,25}=0,98 \text{ (или 98\%)};$$

$$\eta_{yx}=\sqrt{\eta^2_{yx}}=\sqrt{0,98}=0,99;$$

$$s_\eta=\sqrt{\frac{1-\eta^2_{yx}}{n-2}}=\sqrt{\frac{1-0,98}{12-2}}=0,04;$$

$$t_\eta=\frac{\eta_{yx}}{s_\eta}=\frac{0,99}{0,04}=24,75; \quad \nu=n-2=12-2=10; \quad t_{05}=2,23;$$

$$\eta_{yx}\pm t_{05}s_\eta=0,99\pm 2,23\times 0,04=0,99\pm 0,09\,(0,90\div 1,00);$$

H_0 отвергается ($t_ф > t_{05}$).

Таблица 119

Среднесуточное суммарное водопотребление (в мм) (ряд X) и урожай зерна кукурузы (в ц с 1 га) (ряд Y)

Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y	Номер пары	X	Y
1	0,8	25	11	0,6	17	21	0,5	10	31	1,2	44
2	1,3	35	12	1,2	36	22	1,4	39	32	1,1	28
3	1,7	55	13	1,6	58	23	1,8	48	33	1,6	44
4	1,9	50	14	1,6	35	24	1,8	39	34	1,6	36
5	2,2	66	15	2,4	68	25	2,1	60	35	2,4	58
6	2,3	55	16	2,0	58	26	2,2	57	36	2,2	46
7	2,3	48	17	2,4	50	27	2,9	70	37	2,8	60
8	2,5	60	18	2,8	58	28	2,6	48	38	2,7	44
9	2,6	48	19	2,6	38	29	3,5	64	39	3,4	58
10	3,5	58	20	3,4	46	30	3,0	50	40	3,1	40

Таблица 120

Заполненная корреляционная таблица

Y \ X		0,5—0,9	1,0—1,4	1,5—1,9	2,0—2,4	2,5—2,9	3,0—3,5	f_y
		середина групп						
	середина групп	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	
70—61	65				2	1	1	4
60—51	55			2	5	3	2	12
50—41	45		1	3	3	3	2	12
40—31	35		3	3		1	1	8
30—21	25	1	1					2
20—10	15	2						2
	f_x	3	5	8	10	8	6	$40=n$

По виду корреляционной таблицы нетрудно заметить, что в данном случае связь между водопотреблением и урожаем кукурузы носит криволинейный характер и, следовательно, в этом случае коэффициент линейной корреляции непригоден как показатель тесноты связи.

2. Составляют расчетную таблицу 121, в которой вместо границ групп проставляют их середины и преобразуют X и Y по соотношениям:

$$X_1=\frac{X-A_x}{i_x}=\frac{X-2{,}25}{0{,}5};\quad Y_1=\frac{Y-A_y}{i_y}=\frac{Y-45}{10}.$$

За условные начала A_x и A_y принимают те значения X и Y, которые ближе всего к $\bar{x}$ и $\bar{y}$.

Таблица 121

Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляционного отношения

$Y_1=\frac{Y-45}{10}$	$X_1=\frac{X-2.25}{0,5}$	−3	−2	−1	0	1	2	f_y
	Y \ X	0,75	1,25	1,75	2,25 = $=A_x$	2,75	3,25	
2	65				2	1	1	4
1	55			2	5	3	2	12
0	$45=A_y$		1	3	3	3	2	12
−1	35		3	3		1	1	8
−2	25	1	1					2
−3	15	2						2
	f_x	3	5	8	10	8	6	$40=n$
	Суммы f_{y_1}	−8	−5	−1	8	4	3	$1=\Sigma fY_1$
	Групповые средние $\bar{y}_{x_1}$	−2,67	−1,00	−0,12	0,80	0,50	0,50	Общая средняя $\bar{y}_1=\frac{\Sigma fY_1}{n}=\frac{1}{40}\approx 0,02$
	$(\bar{y}_{x_1}-\bar{y}_1)$	−2,69	−1,02	−0,14	0,78	0,48	0,48	
	$f_x(\bar{y}_{x_1}-\bar{y}_1)^2$	21,71	5,20	0,16	6,08	1,84	2,88	$37,87=\Sigma f_x(\bar{y}_{x_1}-\bar{y}_1)^2$
	Суммы $f(Y_1-\bar{y}_1)^2$	22,32	7,20	5,04	12,64	6,84	6,88	$60,92=\Sigma f(Y_1-\bar{y}_1)^2$
	$\bar{y}_x=45+10Y_1$	18,3	35,0	42,8	53,0	50,0	50,0	$\bar{y}=A_y+i_y\left(\frac{\Sigma fY_1}{n}\right)=$ $=45+10\frac{1}{40}=45,2$

В расчетной таблице определяют:

а) групповые или частные средние $\bar{y}_{x_1}$ для каждого зафиксированного значения X_1 и общую среднюю $\bar{y}_1$ в единицах интервала. Для $X_1 = -3$ значение $\bar{y}_{x_1} = \frac{fY_1}{f_x} = \frac{-8}{3} = -2{,}67$, для $X_1 = -2$ значение $\bar{y}_{x_1} = \frac{fY_1}{f_x} = \frac{-5}{5} = -1{,}00$ и т. д.;

б) сумму квадратов отклонений групповых средних от общей средней. Для этого для каждой группы находят отклонения $(\bar{y}_{x_1} - \bar{y}_1)$, квадраты отклонения $(\bar{y}_{x_1} - \bar{y}_1)^2$, произведения $f_x(\bar{y}_{x_1} - \bar{y}_1)^2$ и сумму квадратов $\Sigma f_x (\bar{y}_{x_1} - \bar{y}_1)^2 = (21{,}71 + 5{,}20 + \ldots + 2{,}88) = 37{,}87$;

в) сумму квадратов отклонений общего варьирования $\Sigma f (Y_1 - \bar{y}_1)^2$. Для этого по каждой клетке корреляционной таблицы находят отклонения Y_1, от общей средней $(Y_1 - \bar{y}_1)$, возводят их в квадрат, умножают на частоту f, указанную в этой же клетке, и суммируют по каждой группе. Затем находят общую сумму квадратов $\Sigma f (Y_1 - \bar{y})^2 = (22{,}32 + 7{,}20 + \ldots + 6{,}88) = 60{,}92$;

г) групповые средние $\bar{y}_x$ в исходных единицах по соотношению:

$$\bar{y}_x = A_y + i_y \bar{y}_{x1} = 45 + 10\bar{y}_{x_1}.$$

3. Вычисляют выборочное корреляционное отношение η_{yx}, его ошибку s_η, критерий существенности и доверительный интервал для корреляционного отношения всей совокупности.

$$\eta^2_{xy} = \frac{\Sigma f_x (\bar{y}_{x_1} - \bar{y}_1)^2}{\Sigma f\,(Y_1 - \bar{y}_1)^2} = \frac{37{,}87}{60{,}92} = 0{,}62 \text{ (или } 62\%);$$

$$\eta_{xy} = \sqrt{\eta^2_{xy}} = \sqrt{0{,}62} = 0{,}79;$$

$$s_\eta = \frac{\sqrt{1 - \eta^2_{xy}}}{n-2} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}79^2}{40 - 2}} = \sqrt{0{,}01} = 0{,}10.$$

$$t_\phi = \frac{\eta_{yx}}{s_\eta} = \frac{0{,}79}{0{,}10} = 7{,}90; \quad \upsilon = n - 2 = 40 - 2 = 38; \quad t_{05} = 1{,}96;$$

$$\eta_{yx} = t_{05} s_\eta = 0{,}79 \pm 1{,}96 \times 0{,}1 = 0{,}79 \pm 0{,}20 (0{,}59 \div 0{,}99).$$

Нулевая гипотеза отвергается, так как $t_\phi > t_{05}$.

4. Точки с координатами, соответствующими зафиксированным значением X и групповым средним $\bar{y}_x$ (0,75 и 18,3; 1,25 и 35,0 и т. д.), наносят на график (на рис. 64 они обозначены крестиками) и соединяют их плавной линией. Это и будет теоретической линией регрессии Y по X. Она показывает, что урожай изменяется пропорционально среднесуточному водопотреблению примерно до 2,25—2,50 мм, а затем в условиях водоснабжения, близкого к оптимальному, линия регрессии выходит на плато и величина урожая в большей степени определяется влиянием других факторов.

Из таблицы 119 последовательно переносят на график все фактические наблюдения, отмечая их кружочками, и указывают значение корреляционного отношения с ошибкой (рис. 64).

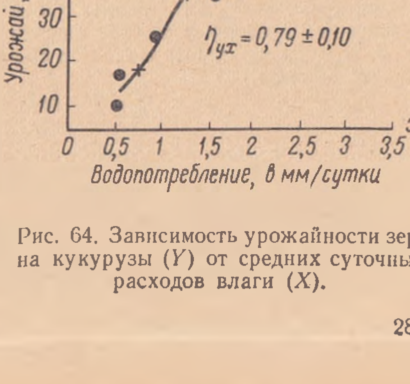

Рис. 64. Зависимость урожайности зерна кукурузы (Y) от средних суточных расходов влаги (X).

§ 11. КОВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Сущность ковариационного анализа заключается в выравнивании условий опыта на основе учета сопутствующих условий его проведения или учета первоначального (исходного) состояния экспериментального материала. В этом случае сопутствующая величина, которая измерена до начала или в процессе эксперимента, является независимой переменной X, а изучаемый в опыте результативный признак, например урожай, будет участвовать в качестве зависимой переменной Y. Главная задача ковариационного анализа — уравнять условия эксперимента так, чтобы можно было сравнить воздействие вариантов опыта на Y независимо от X (или с поправкой на X).

Техника вычислений при ковариационном анализе показана в примерах 1—2.

Пример 1. До закладки опыта с яблоней учтен урожай яблок с каждой делянки будущего опыта. Провести ковариационный анализ результатов опыта (табл. 122).

Таблица 122

Урожаи яблок (в кг с дерева) **в год предварительного учета** (X) **и в год опыта** (Y)

Варианты	Повторения				Суммы V_x и V_y	Средние
	I	II	III	IV		
1 X	74	82	65	104	325	81,2
1 Y	91	102	94	126	413	103,2
2 X	89	59	114	112	374	93,5
2 Y	112	104	148	142	506	126,5
3 X	98	80	126	134	438	109,5
3 Y	134	115	158	167	574	143,5
4 X	65	85	99	118	367	91,8
4 Y	122	148	144	166	580	145,0
5 X	63	68	62	110	303	75,8
5 Y	145	134	148	154	581	145,2
Суммы P_x	389	374	466	578	$1807=\Sigma X$	$90,4=\bar{x}$
P_y	604	603	692	755	$2654=\Sigma Y$	$132,7=\bar{y}$

Решение. 1. В таблице 122 подсчитывают суммы по вариантам V_x и V_y, суммы по повторениям P_x и P_y, общие суммы ΣX и ΣY и средние урожаи. Правильность вычислений проверяют по соотношениям: $\Sigma V_x = \Sigma P_x = \Sigma X$ и $\Sigma V_y = \Sigma P_y = \Sigma Y$.

2. Вычисляют суммы квадратов по ряду X и Y и суммы произведений XY по формулам таблицы 123.

Суммы квадратов для ряда X:

$$N = ln = 5 \times 4 = 20;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1807)^2 : 20 = 163\,262;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (74^2 + 82^2 + \ldots + 110^2) - 163\,262 = 10\,369;$$

$$C_P = \Sigma P_x^2 : l - C = (389^2 + 374^2 + 466^2 + 578^2) : 5 - 163\,262 = 5225;$$

$$C_V = \Sigma V_x^2 : n - C = (325^2 + 374^2 + 438^2 + 367^2 + 303^2) : 4 - 163\,262 = 2699;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 10\,369 - 5225 - 2699 = 2445.$$

Таблица 123

Формулы для вычисления сумм квадратов отклонений и произведений

Дисперсия	Суммы квадратов и произведений*		
	x^2	xy	y^2
Общая — C_Y	$\Sigma X^2 - C$	$\Sigma XY - C$	$\Sigma Y^2 - C$
Повторений — C_P	$\Sigma P_x^2 : l - C$	$\Sigma P_x P_y : l - C$	$\Sigma P_y^2 : l - C$
Вариантов — C_V	$\Sigma V_x^2 : n - C$	$\Sigma V_x V_y : n - C$	$\Sigma V_y^2 : n - C$
Остаток — C_Z	$C_Y - C_P - C_V$	$C_Y - C_P - C_V$	$C_Y - C_P - C_V$
	$C = (\Sigma X)^2 : N$	$C = (\Sigma X)(\Sigma Y) : N$	$C = (\Sigma Y)^2 : N$

Суммы произведений XY:

$$C = (\Sigma X)(\Sigma Y) : N = (1807 \times 2654) : 20 = 239\,789;$$
$$C_Y = \Sigma XY - C = 246\,527 - 239\,789 = 6738;$$
$$C_P = \Sigma P_x P_y : l - C = 243\,868 - 239\,789 = 4079;$$
$$C_V = \Sigma V_x V_y : n - C = 240\,946 - 239\,789 = 1157;$$
$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 6738 - 4079 - 1157 = 1502.$$

Суммы квадратов для ряда Y:

$$C = (\Sigma Y)^2 : N = (2654)^2 : 20 = 352\,186;$$
$$C_Y = \Sigma Y^2 - C = (91^2 + 102^2 + \ldots + 154^2) - 352\,186 = 10\,354;$$
$$C_P = \Sigma P_v^2 : l - C = (604^2 + 603^2 + 692^2 + 765^2) : 5 - 352\,186 = 3277;$$
$$C_V = \Sigma V_v^2 : n - C = (413^2 + 506^2 + 574^2 + 580^2 + 581^2) : 4 - 352\,186 = 5325;$$
$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 10\,354 - 3277 - 5325 = 1752.$$

3. Суммы квадратов записывают в таблицу ковариационного анализа (табл. 124) и определяют коэффициент регрессии Y по X:

$$b_{yx} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{1502}{2445} = 0{,}61 \text{ кг}.$$

Это означает, что при изменении урожая предварительного учета X на 1 кг урожай в опыте Y в среднем увеличится (или уменьшится) на 0,61 кг с дерева.

Таблица 124

Результаты ковариационного анализа

Дисперсия	Суммы квадратов и произведений*			Степени свободы	Коэффициент регрессии $b_{yx} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
	x^2	xy	y^2					
Общая	10 369	6738	10 354	19	—	—		
Повторений	5 225	4079	3 277	3	—	—		
Вариантов	2 699	1157	5 325	4	—	133,2	17,65	3,36
Остаток I	2 445	1502	1 752	12	—	146,0	—	—
Регрессия	—	—	922,7	1	0,61	922,7	12,24	4,84
Остаток II	—	—	829,3	11	—	75,4	—	—

* Если X и Y берутся в виде отклонений от их средней величины, то они обозначаются малыми буквами x и y. Так, $\Sigma(X - \bar{x})^2$ обозначается символом Σx^2; $\Sigma(Y - y)^2$ — символом Σy^2; $\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})$ — символом Σxy.

Сумма квадратов для регрессии Y по X:

$$C_b = \frac{(\sum xy)^2}{\sum x^2} = \frac{1\,502^2}{2\,445} = 922{,}7 \text{ при 1 степени свободы.}$$

Остаточную сумму квадратов после корретировки опытных данных находят по разности: остаток II = остаток I — C_b = 1752—922,7 = 829,3 при (12—1) = 11 степенях свободы.

Остаточная сумма квадратов для ряда Y (остаток I), которая обычно используется для вычисления ошибки опыта, включает два источника варьирования: собственно случайное варьирование и варьирование, обусловленное зависимостью между урожайностью деревьев в год опыта и урожайностью их в год предварительного учета.

Сумму квадратов для корреляционной связи Y с X (регрессию) находят как частное от деления квадрата остаточной дисперсии ряда XY на остаточную сумму квадратов ряда X. Этой величине приписывается одна степень свободы, и она вычитается из остатка I ряда Y. В итоге получают сумму квадратов для остатка II с 11 степенями свободы (12 — 1 = 11). Средний квадрат второго остатка, т. е. 829,3 : 11 = 75,4, характеризует ошибку опыта после внесения поправки. Как видно из данных таблицы 124, ошибка опыта уменьшилась вдвое (75,4 против 146,0).

Критерий $F_ф$ находят делением среднего квадрата для вариантов и регрессии на дисперсию остатка II. Если фактическое значение регрессии больше табличного (у нас $F_ф > F_{05}$), то связь Y с X не случайна и ее можно использовать для корректировки опытных данных. Когда $F_ф < F_{05}$, то введение поправок бесполезно — это не приведет к уточнению эксперимента.

4. В средние урожаи по вариантам вводят поправки на регрессию, т. е. к урожаям делянок, которые по данным предварительного учета оказались ниже среднего уровня, прибавляют величину поправки, равную $b_{yx}(x - X)$, а если их урожаи превышали средний уровень, то поправку вычитают (табл. 125). Корректированные средние урожаи по вариантам приведены к условиям полной выравненности предварительного учета.

Таблица 125

Внесение поправок для приведения средних урожаев в опыте (в ц с 1 га) к выравненным условиям предварительного учета

Варианты	X	$\bar{x} - X$	$b_{yx}(\bar{x} - X) = 0{,}61(\bar{x} - X)$	Урожай: фактический Y	Урожай: корректированный $Y_1 = Y + b_{yx} \times (x - X)$
1	81,2	9,2	5,6	103,2	108,8
2	93,5	— 3,1	— 1,9	126,5	124,6
3	109,5	—19,1	—11,6	143,5	131,9
4	91,8	— 1,4	— 0,8	145,0	144,2
5	75,8	14,6	8,9	145,2	154,1
	$90{,}4 = \bar{x}$	0,2	0,2	$132{,}7 = \bar{y}$	$132{,}7 = \bar{y}_1$

5. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{75{,}4}{4}} = 4{,}3 \text{ кг};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 75{,}4}{4}} = 6{,}1 \text{ кг};$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05}\, s_d = 2{,}2 \times 6{,}1 = 13{,}4 \text{ кг}$$

Таким образом, все разности между средними по вариантам, превышающие 13,4 кг, существенны на 5%-ном уровне значимости.

Пример 2. В опыте с хлопчатником учтен урожай и подсчитано число растений на каждой делянке перед уборкой (табл. 126). Провести ковариационный анализ полученных данных.

Таблица 126

Густота стояния растений X (в тыс. на 1 га) и урожаи Y (в ц с 1 га) сортов хлопчатника

Сорта (варианты)	Повторения				Суммы V_x и V_y	Средние
	I	II	III	IV		
1 X	78,1	64,3	75,2	70,0	287,6	71,9
1 Y	38,1	36,4	40,1	41,1	155,8	39,0
2 X	70,1	60,2	73,4	75,6	279,3	69,8
2 Y	37,7	37,0	39,4	41,5	155,9	39,0
3 X	75,1	62,2	75,0	76,4	288,7	72,2
3 Y	42,4	40,1	44,7	46,8	174,0	43,5
4 X	70,4	78,0	76,1	65,5	290,0	72,5
4 Y	36,9	38,5	37,2	34,2	146,8	36,7
Суммы P_x	293,7	264,7	299,7	287,5	$1145,6=\Sigma X$	$71,6=\bar{x}$
Суммы P_y	155,2	152,0	161,7	163,6	$632,5=\Sigma Y$	$39,5=y$

Решение. 1. В таблице 126 подсчитывают суммы и средние; правильность расчетов проверяют по соотношениям: $\Sigma V_x=\Sigma P_x=\Sigma X$ и $\Sigma V_y=\Sigma P_y=\Sigma Y$.

2. По формулам таблицы 123 вычисляют суммы квадратов по ряду X и Y и суммы произведений XY.

Суммы квадратов для ряда X:

$$N=ln=4\times 4=16;$$
$$C=(\Sigma X)^2:N=(1145,6)^2:16=82\,025,0;$$
$$C_Y=\Sigma X^2-C=(78,1^2+64,3^2+\ldots+65,5^2)-82\,025,0=497,5;$$
$$C_P=\Sigma P_x^2:l-C=(293,7^2+264,7^2+299,7^2+287,5^2):4-82\,025,0=175,5;$$
$$C_V=\Sigma V_x^2:n-C=(287,6^2+279,3^2+288,7^2+290,0^2):4-82\,025,0=17,5;$$
$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=497,5-175,5-17,5=304,5.$$

Суммы произведений XY:

$$C=(\Sigma X)(\Sigma Y):N=1\,145,6\times 632,5:16=45\,287,0;$$
$$C_Y=\Sigma XY-C=(78,1\times 38,2+64,3+36,4+\ldots+65,5\times 34,2)-45\,287,0=139,3;$$
$$C_P=\Sigma P_xP_y:l-C=(293,7\times 155,2+\ldots+287,5\times 163,6):4-45\,287,0=41,3;$$
$$C_V=\Sigma V_xV_y:n-C=(287,6\times 155,8+\ldots+290,0\times 146,8):4-45\,287,0=2,1;$$
$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=139,3-41,3-2,1=95,9.$$

Суммы квадратов для ряда Y:

$$C=(\Sigma Y)^2:N=(632,5)^2:16=25\,003,5;$$
$$C_Y=\Sigma Y^2-C=(38,2^2+36,4^2+\ldots+34,2^2)-25\,003,5=158,0;$$
$$C_P=\Sigma P_y^2:l-C=(155,2^2+152,0^2+161,7^2+163,6^2):4-25\,003,5=22,2;$$
$$C_V=\Sigma V_y^2:n-C=(155,8^2+155,9^2+174,0^2+146,8^2):4-25\,003,5=97,7;$$
$$C_Z=C_Y-C_P-C_V=158,0-22,2-97,7=38,1.$$

чивость ($s^2_ф$) на составляющие ее компоненты: дисперсию генотипическую ($s^2_г$) и паратипическую ($s^2_п$).

Порядок вычисления наследуемости при помощи коэффициента корреляции и коэффициента регрессии показан в примере 1. Пример 2 иллюстрирует технику расчетов h^2 в однофакторном, а пример 3 — в двухфакторном дисперсионном комплексах.

Пример 1. Определить эффективность отбора растений кукурузы с высоким содержанием масла в зерне (табл. 129, данные П. П. Литуна, 1969).

Таблица 129

Содержание масла в зерне кукурузы (в %)

Номер пары	X материнская форма	Y (гибрид)	X^2	Y^2	XY
1	6,99	9,02	48,86	81,36	63,05
2	6,99	6,94	48,86	48,16	48,51
3	7,84	8,13	61,47	66,10	63,74
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
51	6,57	6,42	43,17	41,22	42,16
Сумма	$352{,}22=\Sigma X$	$396{,}41=\Sigma Y$	$2502{,}52=\Sigma X^2$	$3134{,}14=\Sigma Y^2$	$2762{,}33=\Sigma XY$

Решение. 1. По исходным данным вычисляют вспомогательные величины (ΣX, ΣY, ΣX^2, ΣY^2 и ΣXY), коэффициент корреляции, регрессии и критерий t_r:

$$r=\frac{\Sigma XY-(\Sigma X\,\Sigma Y):n}{(\Sigma X^2-(\Sigma X)^2:n)\,(\Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2:n)}=$$

$$=\frac{2762{,}33-(352{,}22+396{,}41):51}{\sqrt{(2502{,}52-(352{,}22)^2:51)\,(3134{,}14-(396{,}41)^2:51)}}=0{,}40;$$

$$b_{YX}=\frac{\Sigma XY-(\Sigma X\times\Sigma Y):n}{\Sigma X^2-(\Sigma X)^2:n}=\frac{2762{,}33-(352{,}22\times396{,}41):51}{2502{,}52-(352{,}22)^2:51}=0{,}35;$$

$$s_r=\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}=\sqrt{\frac{1-0{,}40^2}{51-2}}=0{,}13;$$

$$t_r=\frac{r}{s_r}=\frac{0{,}40}{0{,}13}=3{,}08;\quad \nu=n-2=51-2=49;\quad t_{05}=2{,}00.$$

По t-критерию ($t_ф > t_{05}$) корреляция и регрессия значимы на 5%-ном уровне, нулевая гипотеза о независимости Y от X отвергается и, следовательно, на основе r и b_{xy} можно вычислить коэффициент наследуемости h^2.

2. Коэффициент наследуемости вычисляют, исходя из теоретических допущений о том, что h^2 равен удвоенному коэффициенту корреляции или регрессии между фенотипами родителей и потомством:

$$h^2=2r=2\times0{,}40=0{,}80 \text{ (или 80\%)};$$

$$h^2=2b_{yx}=2\times0{,}35=0{,}70 \text{ (или 70\%)}.$$

Считается, что h^2, вычисленный по коэффициенту регрессии Y по X, является более точной величиной. Таким образом, примерно 70% фенотипической изменчивости в содержании масла обусловлено наследственной изменчивостью растений кукурузы, и отбор зерна по этому признаку должен быть эффективен.

Пример 2. По данным учета веса зерна с одного колоса гибридов пшеницы (табл. 130) вычислить коэффициент наследуемости методом дисперсионного анализа.

Таблица 130

Вес зерна с одного колоса гибридов (в г)

Название гибрида		Повторения, X					Суммы V	Средние
материнская форма	отцовская форма	1	2	3	4	5		
1	1	5,5	4,1	3,0	2,2	3,8	18,6	3,72
1	2	5,0	3,1	3,0	2,1	4,0	17,2	3,44
1	3	5,2	3,7	3,2	2,0	3,9	18,0	3,60
1	4	5,4	5,0	3,4	2,7	4,4	20,9	4,18
Суммы P		21,1	15,9	12,6	9,0	16,1	$74{,}7 = \Sigma X$	

Решение. 1. Проводят дисперсионный анализ для однофакторного комплекса:

$$N = ln = 4 \times 5 = 20;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 74{,}7^2 : 20 = 279{,}00;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (5{,}5^2 + 4{,}1^2 + \ldots + 4{,}4^2) - 279{,}00 = 22{,}91;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (21{,}1^2 + 15{,}9^2 + \ldots + 16{,}1^2) : 4 - 279{,}00 = 20{,}25;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (18{,}6^2 + 16{,}2^2 + 18{,}0^2 + 20{,}9^2) : 5 - 279{,}00 = 1{,}52;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 22{,}91 - 20{,}25 - 1{,}52 = 1{,}14.$$

2. Полученные результаты записывают в таблицу дисперсионного анализа и определяют значимость действия генотипов на фенотипическую изменчивость признака по F-критерию (табл. 131).

Таблица 131

Результаты дисперсионного анализа

Дисперсия	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	$F_ф$	F_{05}
Общая	22,91	19	—	—	—
Повторений	20,25	4	—	—	—
Отцовских форм	1,52	3	0,5066	5,33	3,49
Остаток	1,14	12	0,0950	—	—

Влияние отцовской формы на средний вес зерна с одного колоса оказалось существенным ($F_ф > F_{05}$), и имеет смысл вычислить коэффициент наследуемости, характеризующий степень генетической изменчивости.

Необходимо указать, что дисперсия групповых средних имеет сложную природу. Она определяется как генотипической изменчивостью признака $s_г^2$, так и случайной, паратипической изменчивостью s^2. Таким образом, средний квадрат для ва-обусловленной генотипами материнских и отцовских форм и их взаимодействия и случайной, паратипической, изменчивостью (остаток).

Общий коэффициент наследуемости в этом случае равен:

$$h^2 = h^2_A + h^2_B + h^2_{AB}.$$

Для уяснения сущности вычислительных операций при определении дисперсий, характеризующих влияние на фенотипическую изменчивость генотипов материнских форм (s^2_A), отцовских форм (s^2_B) и их взаимодействия (s^2_{AB}), целесообразно рассмотреть схему компонентного анализа двухфакторного эксперимента (табл. 135).

Таблица 135

Компонентный анализ двухфакторного комплекса

Дисперсия	Оцениваемые параметры
Материнских форм A	$s^2 + ns^2_{AB} + l_B s^2_A$
Отцовских форм B	$s^2 + ns^2_{AB} + l_A s^2_B$
Взаимодействия AB	$s^2 + ns^2_{AB}$
Ошибка	s^2

Исходя из этой схемы дисперсии s^2_A, s^2_B и s^2_{AB}, можно вычислить по формулам:

$$s^2_A = \frac{(s^2 + ns^2_{AB} + l_B s^2_A) - (s^2 + ns^2_{AB})}{l_B n};$$

$$s^2_B = \frac{(s^2 + ns^2_{AB} + l_A s^2_B) - (s^2 + ns^2_{AB})}{l_A n};$$

$$s^2_{AB} = \frac{(s^2 + ns^2_{AB}) - s^2}{n}.$$

В нашем примере существенным оказалось влияние материнских форм A и взаимодействие AB. Поэтому имеет смысл вычислить только две дисперсии (s^2_A и s^2_{AB}) и два коэффициента наследуемости (h^2_A и h^2_{AB}):

$$s^2_A = \frac{191{,}17 - 10{,}50}{2 \times 4} = 22{,}58; \qquad s^2_{AB} = \frac{10{,}50 - 1{,}32}{4} = 2{,}30;$$

$$s^2_{\text{ф}} = s^2_A + s^2_{AB} + s^2 = 22{,}58 + 2{,}30 + 1{,}32 = 26{,}20.$$

$$h^2_A = \frac{s^2_A}{s^2_{\text{ф}}} = \frac{22{,}58}{26{,}20} = 0{,}86 \text{ (или 86\%)};$$

$$h^2_{AB} = \frac{s^2_{AB}}{s^2_{\text{ф}}} = \frac{2{,}30}{26{,}20} = 0{,}09 \text{ (или 9\%)}.$$

Общий коэффициент наследуемости (h^2_0) при правильном подборе пар для скрещивания равен:

$$h^2_0 = h^2_A + h^2_{AB} = 0{,}86 + 0{,}09 = 0{,}95 \text{ (или 95\%)}.$$

Таким образом, при подборе пар для скрещивания необходимо иметь в виду, что проявление результативного признака в гибридах зависит в основном (на 86%) от материнского растения.

Оценить силу влияния материнских, отцовских форм и взаимодействия на изучаемый признак можно и более простым методом, а именно путем расчета коэффициента детерминации η^2, т. е. соотношения сумм квадратов отклонений по данным таблицы дисперсионного анализа. В приведенном примере сила влияния материнских форм (η^2_A) и взаимодействие материнская форма $\times$ отцовская форма (η^2_{AB}) равны соответственно:

$$\eta^2_A = \frac{C_A}{C_Y} = \frac{382{,}34}{428{,}96} = 0{,}89 \text{ (или 89\%)};$$

$$\eta^2_{AB} = \frac{C_{AB}}{C_Y} = \frac{20{,}99}{428{,}96} = 0{,}05 \text{ (или 5\%)};$$

$$\eta^2_1 = \eta^2_A + \eta^2_{AB} = 0{,}89 + 0{,}05 = 0{,}94 \text{ (или 94\%)}.$$

Легко заметить, что коэффициенты наследуемости, вычисленные по соотношению сумм квадратов отклонений каждого из факторов к общей сумме квадратов, мало отличаются от значений h^2, полученных в результате компонентного анализа, но расчет их значительно проще.

§ 13. ПРО́БИТ-АНАЛИЗ

При изучении силы действия повреждающих факторов (излучений, химических средств борьбы с вредителями, болезнями и сорняками) на биологические объекты широко используется специальный статистический метод — п р о́ б и т-а н а л и з.

Например, чувствительность определенного вида вредителей к инсектицидам или излучениям может характеризоваться дозой, вызывающей полную гибель их. Однако измерение летальной дозы (*LD* или *CD*) для отдельной особи практически невозможно, так как гибель вредителя от дозы, даже большей, чем смертельная, наступает не сразу, а через несколько дней или даже недель. Если же доза недостаточна, чтобы вызвать гибель подопытной особи, это выясняется также лишь через некоторое время. За этот период в организме происходят восстановительные процессы. Восстановление, однако, не бывает полным, и поэтому повторять опыт на одних и тех же объектах с некоторыми интервалами и каждый раз увеличивая дозу нельзя.

Точно установить дозу, вызывающую 100%-ную летальность, при сравнительной оценке различных факторов не только не просто, но и не оправдано в связи с затратой экспериментальных объектов и биологически активных веществ. Практически вполне достаточно установить дозу, при которой погибает 50% особей, которую и принимают за усредненную характеристику летального действия повреждающего фактора и обозначают LD_{50} (или CD_{50}).

Критерий LD_{50}, показывающий, какая доза препарата (или излучения) необходима для данной популяции, чтобы вероятность гибели особей составила 50%, определяют статистическим путем. Для этого всю подопытную совокупность разбивают на группы и на каждую независимую группу, состоящую из большого числа особей, воздействуют

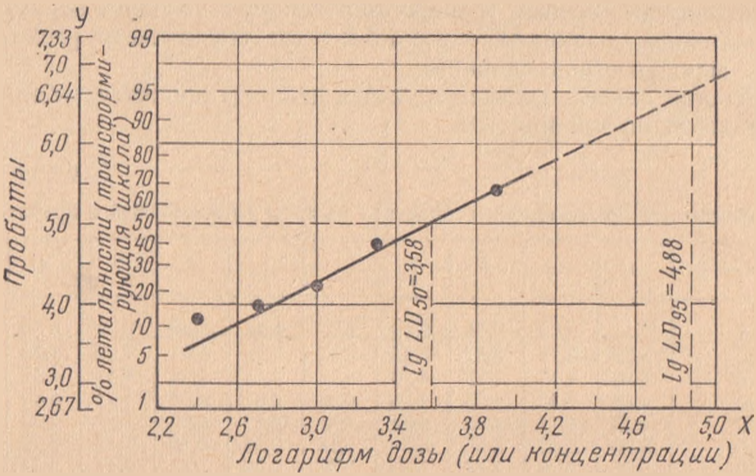

Рис. 66. Обработка результатов опыта с помощью пробит-анализа (расчет LD_{50} и приблизительная оценка LD_{95}).

доз препарата, а по оси ординат — значения пробит. Через найденные точки проводят прямую линию, которая путем интерполяции позволяет определить LD_{50} или, если это необходимо, любую другую дозу гибели, например LD_{95} (рис. 66).

Для получения наилучшей точности при определении LD_{50} опыт необходимо ставить так, чтобы экспериментальные точки на графике находились по разные стороны от значений LD_{50}. При выборе наилучшего положения прямой линии ее нужно располагать как можно ближе ко всем точкам, но в первую очередь к тем, которые соответствуют летальности от 15 до 85%. В данном примере провести такую прямую нетрудно. Удобнее всего это делать при помощи прозрачной линейки.

После нахождения зависимости эффект — доза легко определить LD_{50}, а также приблизительно оценить любые другие значения дозы, соответствующие определенному проценту летальности. Необходимые для этого графические построения указаны на том же рисунке 66. Они настолько просты, что не нуждаются в подробных комментариях. Так, для 50%-ной гибели (пробит равен 5) $lg\ LD_{50} = 3{,}58$. По антилогарифмам находят дозу LD_{50}, которая составляет 2800 мг/л инсектицида. Аналогично определяют концентрацию и для LD_{95}, которая составляет 75 800 мг/л инсектицида. Во всех приведенных выше расчетах логарифмы и антилогарифмы вычислены по нижней шкале логарифмической линейки.

Описанный метод относится к категории простейших модификаций системы пробитов. Он позволяет лишь приблизительно оценить LD_{95} и LD_{99}, по нему нельзя рассчитать доверительные интервалы этих значений. Поэтому возможны некоторые погрешности в установлении правильного угла наклона прямой, выражающей зависимость эффект — дозы, и, следовательно, в оценке LD_{95} и LD_{99} (на точности определения LD_{50} это сказывается незначительно). Чтобы избежать этих недочетов и провести линию, наилучшим образом отвечающую экспериментально установленным точкам, необходимо применять более сложные модификации системы пробитов, которые изложены в специальных руководствах. Однако использование сложных вычислительных методов не всегда приносит пользу, так как в большинстве случаев такая точность не нужна и может послужить лишь источником неоправданных иллюзий. Кроме того, в пробит-анализе, как указывает В. Ю. Урбах (1963), основной причиной неточностей является другой фактор, а именно логарифмическая кривая эффекта, которая даже для генеральной совокупности не всегда имеет нормальную форму.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1

Значения критерия t на 5, 1 и 0,1%-ном уровне значимости

Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	—
2	4,30	9,93	31,60
3	3,18	5,84	12,94
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,86
6	2,45	3,71	5,96
7	2,37	3,50	5,41
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,06	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,15	2,98	4,14
15	2,13	2,95	4,07
16	2,12	2,92	4,02
17	2,11	2,90	3,97
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82
22	2,07	2,82	3,79
23	2,07	2,81	3,77
24	2,06	2,80	3,75
25	2,06	2,79	3,73
26	2,06	2,78	3,71
27	2,05	2,77	3,69
28	2,05	2,76	3,67
29	2,05	2,76	3,66
30	2,04	2,75	3,65
50	2,01	2,68	3,50
100	1,98	2,63	3,39
∞	1,96	2,58	3,29

Таблица 2

Значения критерия F на 5%-ном и 1%-ном уровне значимости (F_{05} — верхняя строка, F_{01} — нижняя строка)
ν_1 — степени свободы для большей дисперсии, которая берется числителем, ν_2 — степени свободы знаменателя

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	100	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	254
	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106	6142	6169	6208	6234	6258	6286	6302	6334	6366
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,49	19,50
	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,56	8,53
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	27,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,35	26,23	26,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,81	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,66	5,63
	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,57	13,46
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,44	4,40	4,36
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89	9,77	9,68	9,55	9,47	9,38	9,29	9,24	9,13	9,02
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,71	3,67
	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,14	7,09	6,99	6,88
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,28	3,23
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,90	5,85	5,75	5,65
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	2,98	2,93
	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,11	5,06	4,96	4,86
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,80	2,76	2,71
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	5,00	4,92	4,80	4,73	4,64	4,56	4,51	4,41	4,31
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,67	2,64	2,59	2,54
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,01	3,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,45	2,40
	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,70	3,60
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,35	2,30
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,05	3,98	3,86	3,78	3,70	3,61	3,56	3,46	3,36
13	4,64	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,26	2,21
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,85	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,27	3,16
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,19	2,13
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	3,70	3,62	3,51	3,43	3,34	3,26	3,21	3,11	3,00
15	4,54	3,60	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,12	2,07
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,56	3,48	3,36	3,29	3,20	3,12	3,07	2,97	2,87
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,07	2,01
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,18	3,18	3,10	3,01	2,96	2,86	2,75

%	Десятые доли процента									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	26,6	26,6	26,7	26,8	26,9	26,9	27,0	27,1	27,1	27,2
21	27,3	27,4	27,4	27,5	27,6	27,6	27,7	27,8	27,8	27,9
22	28,0	28,0	28,1	28,2	28,2	28,3	28,4	28,4	28,5	28,6
23	28,7	28,7	28,8	28,9	28,9	29,0	29,1	29,1	29,2	29,3
24	29,3	29,4	29,5	29,5	29,6	29,7	29,7	29,8	29,9	29,9
25	30,0	30,1	30.1	30,2	30,3	30,3	30,4	30,5	30,5	30,6
26	30,7	30,7	30,8	30,9	30,9	31,0	31,0	31,0	31,2	31,2
27	31,2	31,3	31,4	31,5	31,6	31,6	31,7	31,8	31,8	31,9
28	32,0	32,0	32,1	32,1	32,2	32,3	32,3	32,4	32,5	32,5
29	32,6	32,6	32,7	32,8	32,8	32,9	33,0	33,0	31,1	33,2
30	33,2	33,3	33,3	33,4	33,5	33,5	33,6	33,6	33,7	33,8
31	33,8	33,9	34,0	34,0	34,1	34,1	34,2	34,3	34,3	34,4
32	34,4	34,5	34,6	34,6	34,7	34,8	34,8	34,9	35,0	35,0
33	35,1	35,1	35,2	35,2	35,3	35,4	35,4	35,5	35,6	35,6
34	35,7	35,7	35,8	35,9	35,9	36,0	36,0	36,1	36,2	36,2
35	36,3	36,3	36,4	36,5	36,5	36,6	36,6	36,7	36,8	36,8
36	36,9	36,9	37,0	37,0	37,1	37,2	37,2	37,3	37,4	37,4
37	37,5	37,5	37,6	37,6	37,7	37,8	37,8	37,9	37,9	38,0
38	38,1	38,1	38,2	38,2	38,3	38,4	38,4	38,5	38,5	38,6
39	38,6	38,7	38,8	38,8	38,9	38,9	39,0	39,1	39,1	39,2
40	39,2	39,3	39,4	39,4	39,5	39,5	39,6	39,6	39,7	39,8
41	39,8	39,9	39,9	40,0	40,0	40,1	40,2	40,2	40,3	40,3
42	40,4	40,5	40,5	40,6	40,6	40,7	40,7	40,8	40,9	40,9
43	41,0	41,0	41,1	41,2	41,2	41,3	41,3	41,4	41,4	41,5
44	41,6	41,6	41,7	41,7	41,8	41,8	41,9	42,0	42,0	42,1
45	42,1	42,2	42,2	42,3	42,4	42,4	42,5	42,5	42,6	42,6
46	42,7	42,8	42,8	42,9	42,9	43,0	43,1	43,1	43,2	43,2
47	43,3	43,3	43,4	43,4	43,5	43,6	43,6	43,7	43,7	43,8
48	43,8	43,9	44,0	44,0	44,1	44,1	44,2	44,3	44,3	44,4
49	44,4	44,5	44,5	44,6	44,7	44,7	44,8	44,8	44,9	44,9
50	45,0	45,0	45,1	45,2	45,2	45,3	45,3	45,4	45,5	45,5
51	45,6	45,6	45,7	45,8	45,8	45,9	45,9	46,0	46,0	46,1
52	46,2	46,2	46,3	46,3	46,4	46,4	46,5	46,6	46,6	46,7
53	46,7	46,8	46,8	46,9	47,0	47,0	47,1	47,1	47,2	47,2
54	47,3	47,4	47,4	47,5	47,5	47,6	47,6	47,7	47,8	47,8
55	47,9	47,9	48,0	48,0	48,1	48,2	48,2	48,3	48,3	48,4
56	48,4	48,5	48,6	48,7	48,7	48,7	48,8	48,8	48,9	49,0
57	49,0	49,1	49,1	49,2	49,3	49,3	49,4	49,4	49,5	49,5
58	49,6	49,7	49,7	49,8	49,8	49,9	49,9	50,0	50,1	50,1
59	50,2	50,2	50,3	50,4	50,4	50,5	50,5	50,6	50,6	50,7

%	Десятые доли процента									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	50,8	50,8	50,9	50,9	51,0	51,1	51,1	51,2	51,2	51,3
61	51,4	51,4	51,5	51,5	51,6	51,6	51,7	51,8	51,8	51,9
62	51,9	52,0	52,1	52,1	52,2	52,2	52,3	52,3	52,4	52,5
63	52,5	52,6	52,6	52,7	52,8	52,8	52,9	53,0	53,0	53,1
64	53,1	53,2	53,3	53,3	53,4	53,4	53,5	53,6	53,6	53,7
65	53,7	53,8	53,8	53,9	54,0	54,0	54,1	54,2	54,2	54,3
66	54,3	54,4	54,4	54,5	54,6	54,6	54,7	54,8	54,8	54,9
67	54,9	55,0	55,1	55,1	55,2	55,2	55,3	55,4	55,4	55,5
68	55,6	55,6	55,7	55,7	55,8	55,9	55,9	56,0	56,0	56,1
69	56,2	56,2	56,3	56,4	56,4	56,5	56,5	56,6	56,7	56,7
70	56,8	56,8	56,9	57,0	57,0	57,1	57,2	57,2	57,3	57,4
71	57,4	57,5	57,5	57,6	57,7	57,7	57,8	57,9	57,9	58,0
72	58,0	58,1	58,2	58,2	58,3	58,4	58,4	58,5	58,6	58,6
73	58,7	58,8	58,8	58,9	59,0	59,0	59,1	59,2	59,2	59,3
74	59,3	59,4	59,5	59,5	59,6	59,7	59,7	59,8	59,9	59,9
75	60,0	60,1	60,1	60,2	60,3	60,3	60,4	60,5	60,5	60,6
76	60,7	60,7	60,8	60,9	60,9	61,0	61,1	61,1	61,2	61,3
77	61,3	61,4	61,5	61,6	61,6	61,7	61,8	61,8	61,9	62,0
78	62,0	62,1	62,2	62,2	62,3	62,4	62,4	62,5	62,6	62,6
79	62,7	62,8	62,9	62,9	63,0	63,1	63,2	63,2	63,3	63,4
80	63,4	63,5	63,6	63,6	63,7	63,8	63,9	63,9	64,0	64,1
81	64,2	64,2	64,3	64,4	64,4	64,5	64,6	64,7	64,8	64,8
82	64,9	65,0	65,0	65,1	65,2	65,3	65,4	65,4	65,5	65,6
83	65,6	65,7	65,8	65,9	66,0	66,0	66,1	66,2	66,3	66,3
84	66,4	66,5	66,6	66,7	66,7	66,8	66,9	67,0	67,0	67,1
85	67,2	67,3	67,4	67,4	67,5	67,6	67,7	67,8	67,9	67,9
86	68,0	68,1	68,2	68,3	68,4	68,4	68,5	68,6	68,7	68,8
87	68,9	69,0	69,0	69,1	69,2	69,3	69,4	69,5	69,6	69,6
88	69,7	69,8	69,9	70,0	70,1	70,2	70,3	70,4	70,4	70,5
89	70,6	70,7	70,8	70,9	71,0	71,1	71,2	71,3	71,4	71,5
90	71,6	71,7	71,8	71,8	72,0	72,0	72,2	72,2	72,3	72,4
91	72,5	72,6	72,7	72,8	73,0	73,0	73,2	73,3	73,4	73,5
92	73,6	73,7	73,8	73,9	74,0	74,1	74,2	74,3	74,4	74,6
93	74,7	74,8	74,9	75,0	75,1	75,2	75,4	75,5	75,6	75,7
94	75,8	75,9	76,1	76,2	76,3	76,4	76,6	76,7	76,8	77,0
95	77,1	77,2	77,3	77,5	77,6	77,8	77,9	78,0	78,2	78,3
96	78,5	78,6	78,8	78,9	79,1	79,2	79,4	79,5	79,7	79,9
97	80,0	80,2	80,4	80,5	80,7	80,9	81,1	81,3	81,5	81,7
98	81,9	82,1	82,3	82,5	82,7	83,0	83,2	83,4	83,7	84,0
99	84,3	84,6	84,9	85,2	85,6	86,0	86,4	86,9	87,4	88,2
100	90,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 9

Таблица случайных чисел

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	10	09	73	25	33	76	52	01	35	86	34	67	35	48	76	80	95	90	91	17
2	37	54	20	48	05	64	89	47	42	96	24	80	52	40	37	20	63	61	04	02
3	08	42	26	89	53	19	64	50	93	03	23	20	90	25	60	15	95	33	47	64
4	99	01	90	25	29	09	37	67	07	15	38	31	13	11	63	88	67	67	43	97
5	12	80	79	99	70	80	15	73	61	47	64	03	23	66	53	98	95	11	68	77
6	66	06	57	47	17	34	07	27	68	50	36	69	73	61	70	65	81	33	98	85
7	31	06	01	08	05	45	57	18	24	06	35	30	34	26	14	86	79	90	74	39
8	85	26	97	76	02	02	05	16	56	92	68	66	57	48	18	73	05	38	52	47
9	63	57	33	21	35	05	32	54	70	48	90	55	35	75	48	28	46	82	87	09
10	73	79	64	57	53	03	52	96	47	78	35	80	83	42	82	60	93	52	03	34
11	98	52	01	77	67	14	90	56	86	07	22	10	94	05	58	60	97	09	34	33
12	11	80	50	54	31	39	80	82	77	32	50	72	56	82	48	29	40	52	42	01
13	83	45	29	96	34	06	28	89	80	83	13	74	67	00	78	18	47	54	06	10
14	88	68	54	02	00	86	50	75	84	01	36	76	66	79	51	90	36	47	64	93
15	99	59	46	73	48	87	51	76	49	69	91	82	60	89	28	93	78	56	13	68
16	65	48	11	76	74	17	46	85	09	50	58	04	77	69	74	73	03	95	71	86
17	80	12	43	56	35	17	72	70	80	15	45	31	82	23	74	21	11	57	82	53
18	74	35	99	98	17	77	40	27	72	14	43	23	60	02	10	45	52	16	42	37
19	69	91	62	68	03	66	25	22	91	48	36	93	68	72	03	76	62	11	39	90
20	09	89	32	05	05	14	22	56	85	14	46	42	75	67	88	96	29	77	88	22
21	91	49	91	45	23	68	47	92	76	86	46	16	28	35	54	94	75	08	99	23
22	80	33	69	45	98	26	94	03	68	58	70	29	73	41	35	53	14	03	33	40
23	44	10	48	19	49	85	15	74	79	54	32	97	92	65	75	57	60	04	08	81
24	12	55	07	37	42	11	10	00	20	40	12	86	07	46	97	96	64	48	94	39
25	63	60	64	93	29	16	50	53	44	84	40	21	95	25	63	43	65	17	70	82
26	61	19	69	04	46	26	45	74	77	74	51	92	43	37	29	65	39	45	95	93
27	15	47	44	52	66	95	27	07	99	53	59	36	78	38	48	82	39	61	01	18
28	94	55	72	85	73	67	89	75	43	87	54	62	24	44	31	91	19	04	25	92
29	42	45	11	62	13	97	31	40	87	21	16	86	84	67	67	03	07	11	20	59
30	[illegible]	52	[illegible]	[illegible]	17	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	37	68	[illegible]	59	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	63
31	64	49	35	24	94	75	24	63	38	24	45	86	25	10	25	61	96	27	93	35
32	00	54	99	76	54	64	05	18	81	59	96	11	96	38	96	54	69	28	23	91
33	35	96	31	53	07	26	89	80	93	54	33	35	13	54	62	77	97	45	00	24
34	59	80	80	83	91	45	42	72	68	42	83	60	94	97	00	13	02	12	48	92
35	46	05	88	52	36	01	39	09	22	86	77	28	14	40	77	93	91	08	36	47
36	32	17	90	05	97	87	37	92	52	41	05	56	70	70	07	86	74	31	71	57
37	69	23	46	14	06	20	11	74	52	04	15	95	66	00	00	18	74	39	24	23
38	19	56	54	14	30	01	75	87	53	79	40	41	92	15	85	66	67	43	68	06
39	45	15	51	49	38	19	47	60	72	46	43	66	79	45	43	59	04	79	00	33
40	94	86	43	19	94	36	16	81	08	51	34	88	88	15	53	01	54	03	54	56
1	09	18	82	00	97	32	82	53	95	27	04	22	08	63	04	83	38	98	73	74
2	90	04	58	54	97	51	98	15	06	54	94	93	88	19	97	91	87	07	61	50
3	73	18	95	02	07	47	67	72	62	69	62	29	06	44	64	27	12	46	70	18
4	75	76	87	64	90	20	97	18	17	49	90	42	91	22	72	95	37	50	58	71
5	54	01	64	40	56	66	28	13	10	03	00	68	22	73	98	20	71	45	32	95
6	08	35	86	99	10	78	54	24	27	85	13	66	15	88	73	04	61	89	75	53
7	28	30	60	32	64	81	33	31	05	91	40	51	00	78	93	32	60	46	04	75
8	53	84	08	62	33	81	59	41	36	28	51	21	59	02	90	28	46	66	87	95
9	91	75	75	37	41	61	61	36	22	69	50	26	39	02	12	55	78	17	65	14
10	89	41	59	26	94	00	39	75	83	91	12	60	71	76	46	48	94	97	23	06
11	77	51	30	38	20	86	83	42	99	01	68	41	48	27	74	51	90	81	39	80
12	19	50	23	71	74	69	97	92	02	88	55	21	02	97	73	74	28	77	52	51
13	21	81	85	93	13	93	27	88	17	57	05	68	67	31	56	07	08	28	50	46
14	51	47	46	64	99	68	10	72	36	21	94	04	99	13	45	42	83	60	91	91
15	99	55	96	83	31	62	53	52	41	70	69	77	71	28	30	74	81	97	81	42
16	33	71	34	80	07	93	58	47	28	69	51	92	66	47	21	58	30	32	98	22
17	85	27	48	68	93	11	30	32	92	70	28	83	43	41	37	73	51	59	04	00
18	84	13	38	96	40	44	03	55	21	66	73	85	27	00	91	61	22	26	05	61
19	56	73	21	62	34	17	39	59	61	31	10	12	39	16	22	85	49	65	75	60
20	65	13	85	68	06	87	64	88	52	61	34	31	36	58	61	45	87	52	10	69
21	38	00	10	21	76	81	71	91	17	11	71	60	29	29	37	74	21	96	40	49
22	37	40	29	63	97	01	30	47	75	86	56	27	11	00	86	47	32	46	26	05
23	97	12	54	03	48	87	08	33	14	17	21	81	53	92	50	75	23	76	20	47
24	21	82	64	11	34	47	14	33	40	72	64	63	88	59	02	49	13	90	64	41
25	73	13	54	27	12	95	71	90	90	35	85	79	47	42	96	08	78	98	81	56

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	27	76	35	84	74	85	30	18	89
12	13	02	51	43	38	54	06	61	52
13	80	21	73	62	92	98	52	52	43
14	10	87	56	20	04	90	39	16	11
15	54	12	75	73	26	26	62	91	90
16	60	31	14	28	24	37	30	14	26
17	49	73	97	14	84	92	00	39	80
18	78	62	65	15	94	16	45	39	46
19	66	69	21	39	86	99	83	70	05
20	44	07	12	80	91	07	36	29	77
21	41	46	88	51	49	49	55	41	79
22	94	55	93	75	59	49	67	85	31
23	41	61	57	03	60	64	11	45	86
24	50	27	39	31	13	41	79	48	68
25	41	39	68	05	04	90	67	00	82
26	25	80	72	42	60	71	52	97	89
27	06	17	09	79	65	88	30	29	80
28	60	80	85	44	44	74	41	28	11
29	80	94	94	48	93	10	40	83	62
30	19	51	69	01	20	46	75	97	16
31	49	38	65	44	80	23	60	42	35
32	06	31	28	89	40	15	99	56	93
33	60	94	20	03	07	11	89	79	26
34	92	32	99	89	32	78	28	44	63
35	77	93	66	35	74	31	38	45	19
36	38	10	17	77	56	11	65	71	38
37	39	64	16	94	57	91	33	92	25
38	84	05	44	04	55	99	39	66	36
39	47	46	80	35	77	57	64	96	33
40	43	32	13	13	70	28	97	72	38

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
77	29	49	06	97	14	73	03	54	12	07
43	47	72	46	67	33	47	43	14	39	05
35	21	43	22	48	96	43	27	75	88	74
05	57	41	10	63	68	53	85	63	07	43
87	24	47	28	87	79	30	54	02	78	86
78	45	99	04	32	42	17	37	45	20	03
86	76	66	87	32	09	59	20	21	19	73
14	39	01	49	70	66	83	01	20	98	32
82	81	23	24	49	87	09	50	49	64	12
03	76	44	74	25	37	98	52	49	78	31
94	14	92	43	96	50	95	29	40	05	56
19	70	31	20	56	82	66	98	63	40	99
60	90	85	06	46	18	80	62	05	17	90
61	24	78	18	96	83	55	41	18	56	67
89	40	90	20	50	69	95	08	30	67	83
20	72	68	20	73	85	90	72	65	71	66
41	21	44	34	18	08	68	98	48	36	20
05	01	17	62	88	38	36	42	11	64	89
22	80	58	27	19	44	92	63	84	03	33
43	13	17	75	52	92	21	03	68	28	08
54	21	78	54	11	01	91	17	81	01	74
21	47	45	86	48	09	98	18	98	18	51
74	40	40	56	80	32	96	71	75	42	44
47	71	20	99	20	61	39	44	89	31	36
24	85	56	12	96	71	58	13	71	78	20
97	95	88	95	70	67	47	64	81	38	85
02	92	61	38	97	19	11	94	75	62	03
80	67	66	76	06	31	69	18	19	68	45
66	24	70	07	15	94	14	00	42	31	53
96	76	47	96	85	62	62	34	20	75	89

Таблица 10

Таблица квадратных корней и квадратов

N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2
1	1,0000	1	46	6,7823	2 116	91	9,5394	8 281
2	1,4142	4	47	6,8557	2 209	92	9,5917	8 464
3	1,7321	9	48	6,9282	2 304	93	9,6487	8 649
4	2,0000	16	49	7,0000	2 401	94	9,6954	8 836
5	2,2361	25	50	7,0711	2 500	95	9,7468	9 025
6	2,4495	36	51	7,1414	2 601	96	9,7980	9 216
7	2,6458	49	52	7,2111	2 704	97	9,8489	9 409
8	2,8284	64	53	7,2801	2 809	98	9,8995	9 604
9	3,0000	81	54	7,3485	2 916	99	9,9499	9 801
10	3,1623	100	55	7,4162	3 025	100	10,0000	10 000
11	3,3166	121	56	7,4833	3 136	101	10,0499	10 201
12	3,4641	144	57	7,5498	3 249	102	10,0995	10 404
13	3,6056	169	58	7,6158	3 364	103	10,1489	10 609
14	3,7417	196	59	7,6811	3 481	104	10,1980	10 816
15	3,8730	225	60	7,7460	3 600	105	10,2470	11 025
16	4,0000	256	61	7,8102	3 721	106	10,2956	11 236
17	4,1231	289	62	7,8740	3 844	107	10,3441	11 449
18	4,2426	324	63	7,9373	3 969	108	10,3923	11 664
19	4,3589	361	64	8,0000	4 096	109	10,4403	11 881
20	4,4721	400	65	8,0623	4 225	110	10,4881	12 100
21	4,5826	441	66	8,1240	4 356	111	10,5357	12 321
22	4,6904	484	67	8,1854	4 489	112	10,5830	12 544
23	4,7958	529	68	8,2462	4 624	113	10,6301	12 769
24	4,8990	576	69	8,3066	4 761	114	10,6771	12 996
25	5,0000	625	70	8,3666	4 900	115	10,7238	13 225
26	5,0990	676	71	8,4261	5 041	116	10,7703	13 456
27	5,1962	729	72	8,4853	5 184	117	10,8167	13 689
28	5,2915	784	73	8,5440	5 329	118	10,8628	13 924
29	5,3852	841	74	8,6023	5 476	119	10,9087	14 161
30	5,4772	900	75	8,6603	5 625	120	10,9545	14 400
31	5,5678	961	76	8,7178	5 776	121	11,0000	14 641
32	5,6569	1 024	77	8,7750	5 929	122	11,0454	14 884
33	5,7446	1 089	78	8,8318	6 084	123	11,0905	15 129
34	5,8310	1 156	79	8,8882	6 241	124	11,1355	15 376
35	5,9161	1 225	80	8,9443	6 400	125	11,1803	15 625
36	6,0000	1 296	81	9,0000	6 561	126	11,2250	15 876
37	6,0828	1 369	82	9,0554	6 724	127	11,2694	16 129
38	6,1644	1 444	83	9,1104	6 889	128	11,3137	16 384
39	6,2450	1 521	84	9,1652	7 056	129	11,3578	16 641
40	6,3246	1 600	85	9,2195	7 225	130	11,4018	16 900
41	6,4031	1 681	86	9,2736	7 396	131	11,4455	17 161
42	6,4807	1 764	87	9,3274	7 569	132	11,4891	17 424
43	6,5574	1 849	88	9,3808	7 744	133	11,5326	17 689
44	6,6332	1 936	89	9,4340	7 921	134	11,5758	17 956
45	6,7082	2 025	90	9,4868	8 100	135	11,6190	18 225

N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2
136	11,6619	18 496	181	13,4536	32 761	226	15,0333	51 067
137	11,7047	18 769	182	13,4907	33 124	227	15,0665	51 529
138	11,7473	19 044	183	13,5277	33 489	228	15,0997	51 984
139	11,7898	19 321	184	13,5647	33 856	229	15,1327	52 441
140	11,8322	19 600	185	13,6015	34 225	230	15,1658	52 900
141	11,8743	19 881	186	13,6382	34 596	231	15,1987	53 361
142	11,9164	20 164	187	13,6748	34 969	232	15,2315	53 824
143	11,9583	20 449	188	13,7113	35 344	233	15,2643	54 289
144	12,0000	20 736	189	13,7477	35 721	234	15,2971	54 756
145	12,0416	21 025	190	13,7840	36 100	235	15,3297	55 225
146	12,0830	21 316	191	13,8203	36 481	236	15,3623	55 696
147	12,1244	21 609	192	13,8564	36 864	237	15,3948	56 169
148	12,1655	21 904	193	13,8924	37 249	238	15,4272	56 644
149	12,2066	22 201	194	13,9284	37 636	239	15,4596	57 121
150	12,2474	22 500	195	13,9642	38 025	240	15,4919	57 600
151	12,2882	22 801	196	14,0000	38 416	241	15,5242	58 081
152	12,3288	23 104	197	14,0357	38 809	242	15,5563	58 564
153	12,3693	23 409	198	14,0712	39 204	243	15,5885	59 049
154	12,4097	23 716	199	14,1067	39 601	244	15,6205	59 536
155	12,4499	24 025	200	14,1421	40 000	245	15,6525	60 025
156	12,4900	24 336	201	14,1774	40 401	246	15,6844	60 516
157	12,5300	24 649	202	14,2127	40 804	247	15,7162	61 009
158	12,5698	24 964	203	14,2478	41 209	248	15,7480	61 504
159	12,6095	25 281	204	14,2829	41 616	249	15,7797	62 001
160	12,6491	25 600	205	14,3178	42 025	250	15,8114	62 500
161	12,6886	25 921	206	14,3527	42 436	251	15,8430	63 001
162	12,7279	26 244	207	14,3875	42 849	252	15,8745	63 504
163	12,7671	26 569	208	14,4222	43 264	253	15,9060	64 009
164	12,8062	26 896	209	14,4568	43 681	254	15,9374	64 516
165	12,8452	27 225	210	14,4914	44 100	255	15,9687	65 025
166	12,8841	27 556	211	14,5258	44 521	256	16,0000	65 536
167	12,9228	27 889	212	14,5602	44 944	257	16,0312	66 049
168	12,9615	28 224	213	14,5945	45 369	258	16,0624	66 564
169	13,0000	28 561	214	14,6287	45 796	259	16,0935	67 081
170	13,0384	28 900	215	14,6629	46 225	260	16,1245	67 600
171	13,0767	29 241	216	14,6969	46 656	261	16,1555	68 121
172	13,1149	29 584	217	14,7309	47 089	262	16,1864	68 644
173	13,1529	29 929	218	14,7648	47 524	263	16,2173	69 169
174	13,1909	30 276	219	14,7986	47 961	264	16,2481	69 696
175	13,2288	30 625	220	14,8324	48 400	265	16,2788	70 225
176	13,2665	30 976	221	14,8661	48 841	266	16,3095	70 756
177	13,3041	31 329	222	14,8997	49 284	267	16,3401	71 289
178	13,3417	31 684	223	14,9382	49 729	268	16,3707	71 824
179	13,3791	32 041	224	14,9666	50 176	269	16,4012	72 361
180	13,4164	32 400	225	15,0000	50 625	270	16,4317	72 900

N	√N	N²	N	√N	N²	N	√N	N²
271	16,4621	73 441	316	17,7764	99 856	361	19,0000	130 321
272	16,4924	73 984	317	17,8045	100 489	362	19,0263	131 044
273	16,5227	74 529	318	17,8326	101 124	363	19,0526	131 769
274	16,5529	75 076	319	17,8606	101 761	364	19,0788	132 496
275	16,5831	75 625	320	17,8885	102 400	365	19,1050	133 225
276	16,6132	76 176	321	17,9165	103 041	366	19,1311	133 956
277	16,6433	76 729	322	17,9444	103 684	367	19,1572	134 689
278	16,6733	77 284	323	17,9722	104 329	368	19,1833	135 424
279	16,7033	77 841	324	18,0000	104 976	369	19,2094	136 161
280	16,7332	78 400	325	18,0278	105 625	370	19,2354	136 900
281	16,7631	78 961	326	18,0555	106 276	371	19,2614	137 641
282	16,7929	79 524	327	18,0831	106 929	372	19,2873	138 384
283	16,8226	80 089	328	18,1108	107 584	373	19,3132	139 129
284	16,8523	80 656	329	18,1384	108 241	374	19,3391	139 876
285	16,8819	81 225	330	18,1659	108 900	375	19,3649	140 625
286	16,9115	81 796	331	18,1934	109 561	376	19,3907	141 376
287	16,9411	82 369	332	18,2209	110 224	377	19,4165	142 129
288	16,9706	82 944	333	18,2483	110 889	378	19,4422	142 884
289	17,0000	83 521	334	18,2757	111 556	379	19,4679	143 641
290	17,0294	84 100	335	18,3030	112 225	380	19,4936	144 400
291	17,0587	84 681	336	18,3303	112 896	381	19,5192	145 161
292	17,0880	85 264	337	18,3576	113 569	382	19,5448	145 924
293	17,1172	85 849	338	18,3848	114 244	383	19,5704	146 689
294	17,1464	86 436	339	18,4120	114 921	384	19,5959	147 456
295	17,1756	87 025	340	18,4391	115 600	385	19,6214	148 225
296	17,2047	87 616	341	18,4662	116 281	386	19,6469	148 996
297	17,2337	88 209	342	18,4932	116 964	387	19,6723	149 769
298	17,2627	88 804	343	18,5203	117 649	388	19,6977	150 544
299	17,2916	89 401	344	18,5472	118 336	389	19,7231	151 321
300	17,3205	90 000	345	18,5742	119 025	390	19,7484	152 100
301	17,3494	90 601	346	18,6011	119 716	391	19,7737	152 881
302	17,3781	91 204	347	18,6279	120 409	392	19,7990	153 664
303	17,4069	91 809	348	18,6548	121 104	393	19,8242	154 449
304	17,4356	92 416	349	18,6815	121 801	394	19,8494	155 236
305	17,4642	93 025	350	18,7083	122 500	395	19,8746	156 025
306	17,4929	93 636	351	18,7350	123 201	396	19,8997	156 816
307	17,5214	94 249	352	18,7617	123 904	397	19,9249	157 609
308	17,5499	94 864	353	18,7883	124 609	398	19,9499	158 404
309	17,5784	95 481	354	18,8149	125 316	399	19,9750	159 201
310	17,6068	96 100	355	18,8414	126 025	400	20,0000	160 000
311	17,6352	96 721	356	18,8680	126 736	401	20,0250	160 801
312	17,6635	97 344	357	18,8944	127 449	402	20,0499	161 604
313	17,6918	97 969	358	18,9209	128 164	403	20,0749	162 409
314	17,7200	98 596	359	18,9473	128 881	404	20,0998	163 216
315	17,7482	99 225	360	18,9737	129 600	405	20,1246	164 025

N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2
406	20,1494	164 836	451	21,2368	203 401	496	22,2711	246 016
407	20,1742	165 649	452	21,2603	204 304	497	22,2935	247 009
408	20,1990	166 464	453	21,2838	205 209	498	22,3159	248 004
409	20,2237	167 281	454	21,3073	206 116	499	22,3383	249 001
410	20,2485	168 100	455	21,3307	207 025	500	22,3607	250 000
411	20,2731	168 921	456	21,3542	207 936	501	22,3830	251 001
412	20,2978	169 744	457	21,3776	208 849	502	22,4054	252 004
413	20,3224	170 569	458	21,4009	209 764	503	22,4277	253 009
414	20,3470	171 396	459	21,4243	210 681	504	22,4499	254 016
415	20,3715	172 225	460	21,4476	211 600	505	22,4722	255 025
416	20,3961	173 056	461	21,4709	212 521	506	22,4944	256 036
417	20,4206	173 889	462	21,4942	213 444	507	22,5167	257 049
418	20,4450	174 724	463	21,5174	214 369	508	22,5389	258 064
419	20,4695	175 561	464	21,5407	215 296	509	22,5610	259 081
420	20,4939	176 400	465	21,5639	216 225	510	22,5832	260 100
421	20,5183	177 241	466	21,5870	217 156	511	22,6053	261 121
422	20,5426	178 084	467	21,6102	218 089	512	22,6274	262 144
423	20,5670	178 929	468	21,6333	219 024	513	22,6495	263 169
424	20,5913	179 776	469	21,6564	219 961	514	22,6716	264 196
425	20,6155	180 625	470	21,6795	220 900	515	22,6936	265 225
426	20,6398	181 476	471	21,7025	221 841	516	22,7156	266 256
427	20,6640	182 329	472	21,7256	222 784	517	22,7376	267 289
428	20,6882	183 184	473	21,7486	223 729	518	22,7596	268 324
429	20,7123	184 041	474	21,7715	224 676	519	22,7816	269 361
430	20,7364	184 900	475	21,7945	225 625	520	22,8035	270 400
431	20,7605	185 761	476	21,8174	226 576	521	22,8254	271 441
432	20,7846	186 624	477	21,8403	227 529	522	22,8473	272 484
433	20,8087	187 489	478	21,8632	228 484	523	22,8692	273 529
434	20,8327	188 356	479	21,8861	229 441	524	22,8910	274 576
435	20,8567	189 225	480	21,9089	230 400	525	22,9129	275 625
436	20,8806	190 096	481	21,9317	231 361	526	22,9347	276 676
437	20,9045	190 969	482	21,9545	232 324	527	22,9565	277 729
438	20,9284	191 844	483	21,9773	233 289	528	22,9783	278 784
439	20,9523	192 721	484	22,0000	234 256	529	23,0000	279 841
440	20,9762	193 600	485	22,0227	235 225	530	23,0217	280 900
441	21,0000	194 481	486	22,0454	236 196	531	23,0434	281 961
442	21,0238	195 364	487	22,0681	237 169	532	23,0651	283 024
443	21,0476	196 249	488	22,0907	238 144	533	23,0868	284 089
444	21,0713	197 136	489	22,1133	239 121	534	23,1084	285 156
445	21,0950	198 025	490	22,1359	240 100	535	23,1301	286 225
446	21,1187	198 916	491	22,1585	241 081	536	23,1517	287 296
447	21,1424	199 809	492	22,1811	242 064	537	23,1733	288 369
448	21,1660	200 704	493	22,2036	243 049	538	23,1948	289 444
449	21,1896	201 601	494	22,2261	244 036	539	23,2164	290 521
450	21,2132	202 500	495	22,2486	245 025	540	23,2379	291 600

N	√N	N²	N	√N	N²	N	√N	N²
541	23,2594	292 681	586	24,2074	343 396	631	25,1197	398 161
542	23,2809	293 764	587	24,2281	344 569	632	25,1396	399 424
543	23,3024	294 849	588	24,2487	345 744	633	25,1595	400 689
544	23,3238	295 936	589	24,2693	346 921	634	25,1794	401 956
545	23,3452	297 025	590	24,2899	348 100	635	25,1992	403 225
546	23,3666	298 116	591	24,3105	349 281	636	25,2190	404 496
547	23,3880	299 209	592	24,3311	350 464	637	25,2389	405 769
548	23,4094	300 304	593	24,3516	351 649	638	25,2587	407 044
549	23,4307	301 401	594	24,3721	352 836	639	24,2784	408 321
550	23,4521	302 500	595	24,3926	354 025	640	25,2982	409 600
551	23,4734	303 601	596	24,4131	355 216	641	25,3180	410 881
552	23,4947	304 704	597	24,4336	356 409	642	25,3377	412 164
553	23,5160	305 809	598	24,4540	357 604	643	25,3574	413 449
554	23,5372	306 916	599	24,4745	358 801	644	25,3772	414 736
555	23,5584	308 025	600	24,4949	360 000	645	25,3969	416 025
556	23,5797	309 136	601	24,5153	361 201	646	25,4165	417 316
557	23,6008	310 249	602	24,5357	362 404	647	25,4362	418 609
558	23,6220	311 364	603	24,5561	363 609	648	25,4558	419 904
559	23,6432	312 481	604	24,5764	364 816	649	25,4755	421 201
560	23,6643	313 600	605	24,5967	366 025	650	25,4951	422 500
561	23,6854	314 721	606	24,6171	367 236	651	25,5147	423 801
562	23,7065	315 844	607	24,6374	368 449	652	25,5343	425 104
563	23,7276	316 969	608	24,6571	369 664	653	25,5539	426 409
564	23,7487	318 096	609	24,6779	370 881	654	25,5734	427 716
565	23,7697	319 225	610	24,6982	372 100	655	25,5930	429 025
566	23,7908	320 356	611	24,7184	373 321	656	25,6125	430 336
567	23,8118	321 489	612	24,7386	374 544	657	25,6320	431 649
568	23,8328	322 624	613	24,7588	375 769	658	25,6515	432 964
569	23,8537	323 761	614	24,7790	376 996	659	25,6710	434 281
570	23,8747	324 900	615	24,7992	378 225	660	25,6905	435 600
571	23,8956	326 041	616	24,8193	379 456	661	25,7099	436 921
572	23,9165	327 184	617	24,8395	380 689	662	25,7294	438 244
573	23,9374	328 329	618	24,8596	381 924	663	25,7488	439 569
574	23,9583	329 476	619	24,8797	383 161	664	25,7682	440 896
575	23,9792	330 625	620	24,8998	384 400	665	25,7876	442 225
576	24,0000	331 776	621	24,9199	385 641	666	25,8070	443 556
577	24,0208	332 929	622	24,9399	386 884	667	25,8263	444 889
578	24,0416	334 084	623	24,9600	388 129	668	25,8457	446 224
579	24,0624	335 241	624	24,9800	389 376	669	25,8650	447 561
580	24,0832	336 400	625	25,0000	390 625	670	25,8844	448 900
581	24,1039	337 561	626	25,0200	391 876	671	25,9037	450 241
582	24,1247	338 724	627	25,0400	393 129	672	25,9230	451 584
583	24,1454	339 889	628	25,0599	394 384	673	25,9422	452 929
584	24,1661	341 056	629	25,0799	395 641	674	25,9615	454 276
585	24,1868	342 225	630	25,0998	396 900	675	25,9808	455 625

N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2
676	26,0000	456 976	721	26,8514	519 841	766	27,6767	586 756
677	26,0192	458 329	722	26,8701	521 284	767	27,6948	588 289
678	26,0384	459 684	723	26,8887	522 729	768	27,7128	589 824
679	26,0576	461 041	724	26,9072	524 176	769	27,7308	591 361
680	26,0768	462 400	725	26,9258	525 625	770	27,7489	592 900
681	28,0960	463 761	726	26,9444	527 076	771	27,7669	594 441
682	26,1151	465 124	727	26,9629	528 529	772	27,7849	595 984
683	26,1343	466 489	728	26,9815	529 984	773	27,8029	597 529
684	26,1534	467 856	729	27,0000	531 441	774	27,8209	599 076
685	26,1725	469 225	730	27,0185	532 900	775	27,8388	600 625
686	26,1916	470 596	731	27,0370	534 361	776	27,8568	602 176
687	26,2107	471 969	732	27,0555	535 824	777	27,8747	603 729
688	26,2298	473 344	733	27,0740	537 289	778	27,8927	605 284
689	26,2488	474 721	734	27,0924	538 756	779	27,9106	606 841
690	26,2679	476 100	735	27,1109	540 225	780	27,9285	608 400
691	26,2869	477 481	736	27,1293	541 696	781	27,9464	609 961
692	26,3059	478 864	737	27,1477	543 169	782	27,9643	611 524
693	26,3249	480 249	738	27,1662	544 644	783	27,9821	613 089
694	26,3439	481 636	739	27,1846	546 121	784	28,0000	614 656
695	26,3629	483 025	740	27,2029	547 600	785	28,0179	616 225
696	26,3818	484 416	741	27,2213	549 081	786	28,035[illegible]	617 796
697	26,4008	485 809	742	27,2397	550 564	787	28,0535	619 369
698	26,4197	487 204	743	27,2580	552 049	788	28,0713	620 944
699	26,4386	488 601	744	27,2764	553 536	789	28,0891	622 521
700	26,4575	490 000	745	27,2947	555 025	790	28,1069	624 100
701	26,4764	491 401	746	27,3130	556 516	791	28,1247	625 681
702	26,4953	492 804	747	27,3313	558 009	792	28,1425	627 264
703	26,5141	494 209	748	27,3496	559 504	793	28,1603	628 849
704	26,5330	495 616	749	27,3679	561 001	794	28,1780	630 436
705	26,5518	497 025	750	27,3861	562 500	795	28,1957	632 025
706	26,5707	498 432	751	27,4044	564 001	796	28,2135	633 616
707	26,5895	499 849	752	27,4226	565 504	797	28,2312	635 209
708	26,6083	501 264	753	27,4408	567 009	798	28,2489	636 804
709	26,6271	502 681	754	27,4591	568 516	799	28,2666	638 401
710	26,6458	504 100	755	27,4773	570 025	800	28,2843	640 000
711	26,6646	505 521	756	27,4955	571 536	801	28,3019	641 601
712	26,6833	506 944	757	27,5136	573 049	802	28,3196	643 204
713	26,7021	508 369	758	27,5318	574 564	803	28,3373	644 809
714	26,7208	509 796	759	27,5500	576 081	804	28,3549	646 416
715	26,7395	511 225	760	27,5681	577 600	805	28,3725	648 025
716	26,7582	512 656	761	27,5862	579 121	806	28,3901	649 636
717	26,7769	514 089	762	27,6043	580 644	807	28,4077	651 249
718	26,7955	515 524	763	27,6225	582 169	808	28,4253	652 864
719	26,8142	516 961	764	27,6405	583 696	809	28,4429	654 481
720	26,8328	518 400	765	27,6586	585 225	810	28,4605	656 100

Продолжение

N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2	N	$\sqrt{N}$	N^2
811	28,4781	657 721	856	29,2575	732 736	901	30,0167	811 801
812	28,4956	659 344	857	29,2746	734 449	902	30,0333	813 604
813	28,5132	660 969	858	29,2916	736 164	903	30,0500	815 409
814	28,5307	662 596	859	29,3087	737 881	904	30,0666	817 216
815	28,5482	664 225	860	29,3258	739 600	905	30,0832	819 025
816	28,5657	665 856	861	29,3428	741 321	906	30,0998	820 836
817	28,5832	667 489	862	29,3598	743 044	907	30,1164	822 649
818	28,6007	669 124	863	29,3769	744 769	908	30,1330	824 464
819	28,6182	670 761	864	29.3939	746 496	909	30,1496	826 281
820	28,6356	672 400	865	29,4109	748 225	910	30,1662	828 100
821	28,6531	674 041	866	29,4279	749 956	911	30,1828	829 921
822	28,6705	675 684	867	29,4449	751 689	912	30,1993	831 744
823	28,6880	677 329	868	29,4618	753 424	913	30,2159	833 569
824	28,7054	678 976	869	29,4788	755 161	914	30,2324	835 396
825	28,7228	680 625	870	29,4958	756 900	915	30,2490	837 225
826	28,7402	682 276	871	29,5127	758 641	916	30,2655	839 056
827	28,7576	683 929	872	29,5296	760 384	917	30,2820	840 889
828	28,7750	685 584	873	29,5466	762 129	918	30,2985	842 724
829	28,7924	687 241	874	29,5635	763 876	919	30,3150	844 561
830	28,8097	688 900	875	29,5804	765 625	920	30,3315	846 400
831	28,8271	690 561	876	29,5973	767 376	921	30,3480	848 241
832	28,8444	692 224	877	29,6142	769 129	922	30,3645	850 084
833	28,8617	693 889	878	29,6311	770 884	923	30,3809	851 929
834	28,8791	695 556	879	29,6479	772 641	924	30,3974	853 776
835	28,8964	697 225	880	29,6648	774 400	925	30,4138	855 625
836	28,9137	698 896	881	29,6816	776 161	926	30,4302	857 476
837	28,9310	700 569	882	29,6985	777 924	927	30,4467	859 329
838	28,9482	702 244	883	29,7153	779 689	928	30,4631	861 184
839	28,9655	703 921	884	29,7321	781 456	929	30,4795	863 041
840	28,9828	705 600	885	29,7489	783 225	930	30,4959	865 900
841	29,0000	707 281	886	29,7658	784 996	931	30,5123	866 761
842	29,0172	708 964	887	29,7825	786 769	932	30,5287	868 624
843	29,0345	710 649	888	29,7993	788 544	933	30,5450	870 489
844	29,0517	712 336	889	29,8161	790 321	934	30,5614	873 562
845	29,0689	714 025	890	29,8329	792 100	935	30,5778	874 225
846	29,0861	715 716	891	29,8496	793 881	936	30,5941	876 096
847	29,1033	717 409	892	29,8664	795 664	937	30,6105	877 969
848	29,1204	719 104	893	29,8831	797 449	938	30,6268	879 844
849	29,1376	720 801	894	29,8998	799 236	939	30,6431	881 721
850	29,1548	722 500	895	29,9166	801 025	940	30,6594	883 600
851	29,1719	724 201	896	29,9333	802 816	941	30,6757	885 481
852	29,1890	725 904	897	29,9500	804 609	942	30,6920	887 364
853	29,2062	727 609	898	29,9666	806 404	943	30,7083	889 249
854	29,2233	729 316	899	29,9833	808 201	944	30,7246	891 136
855	29,2404	731 025	900	30,0000	810 000	945	30,7409	893 025

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

Бейли Н. Статистические методы в биологии. М., «Мир», 1964.

Вольф В. Г. Статистическая обработка опытных данных. М., «Колос», 1966.

Вольф В. Г., Литун П. П. Методические указания по планированию полевых опытов в селекции, семеноводстве и семеноведении. М., «Колос», 1969.

Гар К. А. Методы испытания токсичности и эффективности инсектицидов. М., Сельхозиздат, 1963.

Деревицкий Н. Ф. Опытное дело в растениеводстве. Кишинев, 1962.

Доерфель К. Статистика в аналитической химии. М., «Мир», 1969.

Закономерности пространственного варьирования свойств почвы и информационно-статистические методы их изучения. Сб. статей. М., «Наука», 1970.

Климентов Б. В. Полевые опыты в колхозах и совхозах. М., Сельхозгиз, 1959.

Константинов П. Н. Основы сельскохозяйственного опытного дела. М., Сельхозгиз, 1952.

Кудрявцева А. А. Методика и техника постановки полевого опыта на стационарных участках. М., Сельхозгиз, 1959.

Макаров С. Н. Научные основы методики опытного дела в виноградарстве Тр. Мол. н.-и. ин-та садоводства, виноградарства и виноделия, т. 9, Кишинев, 1964.

Максимов В. Н., Федоров В. Д. Математическое планирование биологических экспериментов. Сб. «Математические методы в биологии». М., изд. ВИНИТИ, 1969.

Методика государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур, вып. 1. М., «Колос», 1971.

Методика изучения особенностей роста и агротехники возделывания сельскохозяйственных культур на полях, защищенных лесными полосами. Волгоград, 1970.

Методика опытов на сенокосах и пастбищах. Ч. 1—2. М., Изд. Всесоюзного НИИ кормов, 1971.

Методика полевых и вегетационных опытов с удобрениями и гербицидами М., «Наука», 1967.

Методика полевых опытов с кормовыми культурами. М., Изд. Всесоюзного НИИ кормов, 1971.

Методика полевых и вегетационных опытов с хлопчатником в условиях орошения. Изд. «Узбекистан», Ташкент, 1969.

Методические указания по закладке полевых опытов методом рендомизации М., «Колос», 1968.

Методические указания по полевым опытам с удобрениями в садах и ягодниках. М., 1967.

Методические указания по проведению полевых опытов на орошаемых землях. Киев, «Урожай», 1965.

Методические указания по статистической обработке урожайных данных государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур. М., «Колос», 1968

Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. М., «Наука», 1971.

Мордекей Е., Фокс К. А. Методы анализа корреляций и регрессии. Перев. с англ. М., «Статистика», 1966.

Н а л и м о в В. В. Применение математической статистики при анализе вещества, М., Физматгиз, 1960.

Новые идеи в планировании эксперимента. Под ред. В. В. Н а л и м о в а, М., «Наука», 1969.

П е р е г у д о в В. Н. Статистические методы обработки данных полевого опыта. М., Сельхозгиз, 1948.

П и р с С. Полевые опыты с плодовыми деревьями. Перев. с англ. М., «Колос», 1969.

П л о х и н с к и й Н. А. Биометрия, М., изд. МГУ, 1970.

Р о к и ц к и й П. Ф. Биологическая статистика. Минск, «Высшая школа», 1967.

Р о м а н о в с к и й В. И. Применение математической статистики в опытном деле. М., Гостехиздат, 1947.

Р у м ш и ц к и й Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента. М. «Наука», 1971.

С н е д е к о р Д. У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии. Перев. с англ. М., Сельхозгиз, 1961.

У а й л д Д. Д. Методы поиска экстремума. Перев. с англ. М., «Наука», 1967.

У и ш а р т Дж. С а н д е р с Г. Основы методики полевого опыта. Перев. с англ. М., изд. ИЛ. 1958.

У р б а х В. Ю. Биометрические методы. М., «Наука», 1964.

Ф и н н и Д. Применение статистики в опытном деле. Перев. с англ. М., Госстатиздат, 1957.

Ф и н н и Д. Введение в теорию планирования экспериментов. Перев. с англ. М., «Наука», 1970.

Ф и ш е р Р. А. Статистические методы для исследователей. Перев. с англ. Госстатиздат, 1958.

Х и к с Г. Основные принципы планирования эксперимента. М., «Мир», 1967.

Ю д и н Ф. А. Методика агрохимических исследований. М., «Колос», 1971.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть третья

Техника статистической обработки данных наблюдений и опытов

Доспехов Борис Александрович.

МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА (с основами статистической обработки результатов исследований). 3-е изд., перераб. и доп. М., «Колос», 1973.

336 с. с ил. (Учебники и учеб. пособия для высш. с.-х. учеб. заведений).

Редактор Ю. Г. Челышкин
Художественный редактор М. Д. Северина
Технический редактор Ф. Е. Ривилис
Корректор А. И. Кудрявцева

Сдано в набор 28/VIII 1972 г. Подписано к печати 23/I 1973 г. Формат 60×90$^{1}/_{16}$. Бумага тип. № 3. Усл. печ. л. 21. Уч.-изд. л. 24,90. Изд. № 272. Тираж 30 000 экз. Заказ № 453. Цена 1 р. 11 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Колос», 103716, Москва, К-31, ГСП, ул. Дзержинского, д. 1/19.

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградская типография № 1 «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, Ленинград, Гатчинская ул., 26.

1р. 11к.