



# Материаллар қаршилиги

Чўзилиш, сиқилиш

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ  
ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**ТОШКЕНТ ДАВЛАТ АВИАЦИЯ ИНСТИТУТИ**

**А. Н. НАБИЕВ, С. М. ҲАСАНОВ**

# **МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ**

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим  
вазирлиги томонидан уқув қўлланма сифатида тавсия этилган*

**ТОШКЕНТ — «FAN VA TEXNOLOGIYA» — 2005**

30.12.973

# Материаллар қаршилиги — ўқув қўлланма

А. Н. Набиев, С. М. Хасанов. Материаллар қаршилиги  
Тошкент, «Fan va texnologiya» нашриёти 2005. 420 б.

«Материаллар қаршилиги» ўқув қўлланмаси Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги олий таълим муассасаларининг саноат, транспорт ва қурилиш соҳалари учун газдиқланган амалдаги ўқув дастурларига мувофиқ езилган.

Китобда материалларнинг асосий механик хоссаларини ҳамда чўзилиш сиқилиш силжиш, буралиш, эгилиш ва мураккаб қаршиликка дуч келувчи конструкция қисмларида пайдо бўлувчи ички куч, кучланиш, кучиш ва деформацияларни аниқлашга оид материаллар келтирилган. Бундан ташқари, сиқилган стерженларнинг устунорлиги, зарбали ва унгарувчан юкларда мустаҳкамлик юнқа деворли идишлар ва қалин деворли қувурлар ҳисоби сингари материаллар ҳам баён этилган.

Қўлланма олий техника таълим муассасаларининг талабалари учун мўлжалланган. Ундан аспирантлар, муҳандис-техник ходимлар ва ўрта махсус, касб-хунар таълими тизимининг «Техник механика» фани уқитувчилари ҳам фойдаланишлари мумкин.

**Тақризчилар:** физика-математика фанлари доктори, профессор М. Эргашов.  
физика-математика фанлари номзоди, доцент К. Абилов

2016  
7/65 | Alisher Navoiy  
nomidagi  
O'zbekiston MA

© «Fan va texnologiya» нашриёти, 2005 й.

**SDVU** Axborot-  
resurs markazi  
Inv №

## СЎЗ БОШИ

Кадрлар тайёрлаш миллий дастурининг иккинчи-сифат босқичини талаб даражасида амалга оширишда барча таълим муассасаларини ўқув адабиётларининг янги авлоди билан таъминлаш муҳим аҳамият касб этади. Шу боис фан-техника ва технология ривожланишининг ҳозирги замон талабларига, Давлат таълим стандартлари асосида ишлаб чиқилган ўқув дастурларига мос келадиган дарслик ҳамда ўқув қўлланмаларни ўзбек тилида ёзиш эҳтиёжи кун сайин ортмоқда.

Материаллар қаршилиги фанининг амалдаги ўқув дастурларига мослаб ёзилган ушбу китобга муаллифларнинг турли олий техника таълим муассасалари талабаларига мўлжаллаб ёзган ва кўп йиллар мобайнида ўқув жараёнларида фойдаланилган қўлёзмалари, маъруза матнлари ҳамда амалий тажриба машғулотлар бўйича услубий ишланмалари асос қилинган.

Муаллифлар ўқув қўлланмани нашрга тайёрлаш жараёнида, энг аввало, тегишли ўқув дастурлари асосида қисқартирилган ҳолларда, талабаларга машғулотлар ўтиш зарурияти пайдо бўлганда таълим мазмуни ва сифатига зарар етказмасдан бир неча параграфларни, ҳатто баъзи бобларни ҳам четлаб ўтиш имконини яратишга ҳаракат қилган. Бундан ташқари ўқув дастурларида кўзда тутилган материалларни китобхонга қисқа, содда, раво ва тушунарли ҳолда етказишга ҳаракат қилинган.

Ўқув қўлланма олий техника таълим муассасаларида саноатнинг машинасозлик, самолётсозлик автомобилсозлик, металлургия соҳалари ҳамда транспорт ва қурилиш соҳалари бўйича ўқиётган талабаларга мўлжалланган. Ундан маъқур таълим муассасаларининг аспирантлари ва касб-ҳунар коллежаларининг техник механика фани ўқитувчилари ҳам фойдаланишлари мумкин.

Маъқур ўқув қўлланманинг асосий қисмини техника фанлари номзоди, доцент А. Н. Набиев, тегишли бобларнинг охирида кел-

тирилган масалалар ва уларнинг ечилишига оид материалларни эса техника фанлари номзоди, доцент С. М. Ҳасанов ёзган.

Қўлёзмани синчиқлаб ўқиб, қўлланманинг мазмуни ва сифатини ошириш борасида берган фойдали маслаҳатлари учун техника фанлари номзоди, доцент П. Ю. Жуманиёзов ва техника фанлари номзоди, доцент Ж. Ж. Жалоловларга муаллифлар самимий миннатдорчилик билдирадилар.

Қўлёзмани нашрга тайёрлаш жараёнида жонкуярлик кўрсатган техника фанлари номзоди А. Мойдиновга муаллифлар ташаккур билдирадилар.

Қўлланманинг мазмуни ва сифатини бойитишга қаратилган барча ганқидий фикр-мулоҳазалари учун китобхонларга олдиндан миннатдорчилик билдирган ҳолда, уларни қўйидаги манзилга юборишларини илтимос қиламиз:

«Fan va texnologiya» нашриёти, 700003, Тошкент шаҳри, Олмазор кўчаси, 171-уй.

*Муаллифлар.*

## I БОБ. УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

### 1.1-§. Материаллар қаршилиги фаянининг моҳияти ва маззун

Деформацияланувчи қаттиқ жисмлардан<sup>1</sup> тайёрланган барча муҳандислик конструкциялари<sup>2</sup> ва уларнинг қисмлари ўзларига қўйилган юклар таъсирига чидамли бўлиб, ишлатилиш даврининг бошидан охиригача хавф-хатарли ҳолатларни мутлоқа содир этмасликлари учун, албатта мустаҳкамлик, бикрлик ҳамда устуворлик каби муҳим конструктив талабларни қаноатлантириши лозим.

Муайян миқдордаги ташқи юклар таъсиридаги конструкция ёки конструкция қисмларининг:

- бузилмасдан (бўлақларга ажралиб кетмасдан) қаршилиқ курсатиб, бардош бера олиши **мустаҳкамлик**;
- геометрик ўлчами ва шакли ўзгарса-да, аммо «ҳаддан ташқари катта» деформациялар ҳосил қилмаслиги ёки бошқача айтганда, деформацияларга қаршилиқ кўрсата олиши **бикрлик**<sup>3</sup> (1.1-шакл);
- дастлабки (юк қўйилмаган пайтдаги) эластик мувозанат ҳолатни сақлай олиши эса **устуворлик** дейилади.

Лойиҳалаш пайтида конструкция ёки конструкция қисмларининг қўндаланг кесим юзаси катталаштирилса, бир вақтнинг ўзида уларнинг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устуворлиги ошиши табиий. Аммо бундай йўл билан қўйилган муаммони ҳал этиш иқтисодий жиҳатдан самарасиз: материал ва меҳнат жуда кўп сарфланади. Шу боис муҳандислар лойиҳалашнинг бошқа усулларини излашлари ҳамда улар орасидан иқтисодий томондан арзон, тежамли, технологик жиҳатдан тайёрланиши қулай ва энг муҳими юқорида

<sup>1</sup> деформацияланувчи қаттиқ жисмлар дейилганда пўлат, чуян, мис, ероҳ, тош, гипс, шина, пластмасса ва турли қотишмалар сингери амалда қўлланиладиган материаллар тушунилади;

<sup>2</sup> муҳандислик конструкциялари дейилганда машина, механизм, иншоот ва шу каби-лар кўда тутилади;

<sup>3</sup> қанот учидаги кўчиш в рухсат этилгандан ошиб кетганда унинг аэродинамик параметрлари бузилиб, самолёт нормал ҳолатда ишлай олмайди.

қўйилган учта талабларни иложи борича бир вақтда қаноатлантира оладиган лойиҳалардан бирини танлашлари, аниқроғи, материаллар қаршилиги фанига мурожаат қилишлари лозим

Материаллар қаршилиги фанида фақат конструкция қисмларининг мустақкамлиги, бикрлиги ва устуворлигига оид ҳисоблаш усуллари ўрганилади. Бу фанда барча масала ва муаммолар назарий жиҳатдан математика, назарий механика ҳамда амалий (экспериментал) жиҳатдан эса физика, материалшунослик каби фанларга таяниб ечилади.



11-шакл.

Шуни алоҳида таъкидлаш ўринлики, масаланинг қўйилиши нуқтаи назаридан қараганимизда материаллар қаршилигининг назарий механикага кўп жиҳатдан ўхшашлик томонлари мавжуд эканлигига дуч келамиз. Дарҳақиқат, икки фан ҳам конструкция қисмларига кучларнинг кўрсатган таъсири ва мувозанатини ўрланади

Аmmo бу фанларда ўрганилаётган жисм – конструкция қисмларига турлича ёндашилади

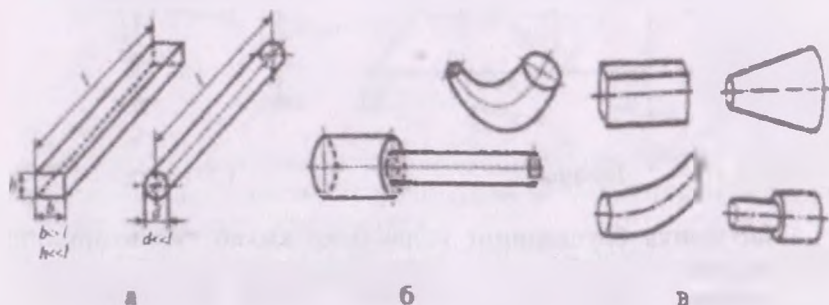
Мувозанат ва ҳаракатни урганадиган назарий механикада жисмлар мутлақ (абсолют) қаттиқ деб қаралади. Бошқача айтганда, бу фанда мутлақ қаттиқ жисмга ташқи кучлар таъсир этганда унинг шаррачалари орасидаги масофа ўзгармайди, деб ҳисобланади; бу эса мутлақ қаттиқ жисмнинг шакл ва ўлчамлари умуман ўзгармайди, деган маънони англатади

Материаллар қаршилигида эса ташқи таъсир туфайли барча ҳақиқий жисмларнинг геометрик шакли ва ўлчамлари ўзгариб, улар деформацияланади, деб қаралади. Шу боис жисмларга деформацияланувчи қаттиқ жисм тарзида ёндашилади.

Шуни ҳам таъкидлаш муҳимки, илмий-техника тараққиёти материаллар қаршилиги фанининг мазмунини бойитишга,

унинг мавқеини янада кучайтиришга, электрон-ҳисоблаш машиналарининг самарали қўлланилиши эса тегишли ҳисоблаш ишларини энгиллаштиришга хизмат қилади.

Геометрик ўлчами ва шаклига кўра, барча деформацияланувчи қаттиқ жисмлар: брус, юпқа деворли стержен, плита ёки пластина ҳамда вазмин жисмлар деб аталувчи гуруҳларга ажратилади.

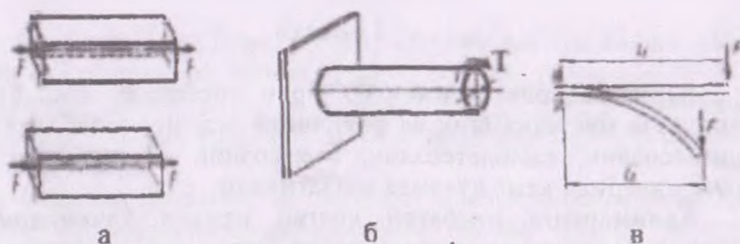


1.2-шакл.

Кўндаланг кесим юза ўлчамлари узунлик ўлчамига нисбатан жуда кичик бўлган жисмлар брус дейилади (1.2-шакл).

Бруслар ўқларининг ҳолатига кўра тўғри ёки эгри, кўндаланг кесим юзасига кўра эса ўзгармас ёки ўзгарувчан кесим юзали бўлиши мумкин.

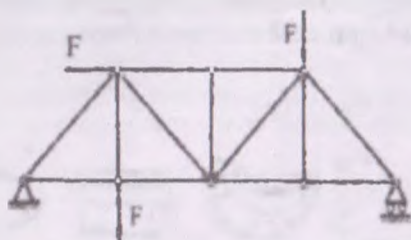
Агар брус чўзилиш ёки сиқилишга қаршилиқ кўрсатса стержен (1.3-шакл, а), буралишга қаршилиқ кўрсатса вал (1.3-шакл, б) ва эгилишга қаршилиқ кўрсатса тўсия (1.3-шакл, в) деб аталади.



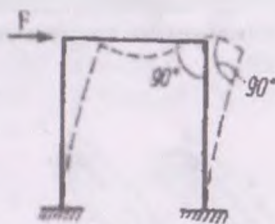
1.3-шакл.



Бир қанча стерженларнинг шарнирлар воситасида туташтирилишидан ҳосил бўлган геометрик ўзгармас тузилмага ферма дейилади (I.4-шакл).



I.4-шакл.

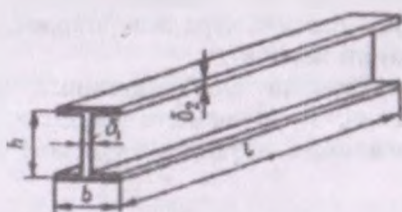


I.5-шакл.

Бир қанча брусларнинг ўзаро бикр қилиб туташтирилиши натижасида ҳосил бўлган тузилмага рама дейилади (I.5-шакл).

Раманинг вертикал стерженлари устув, горизонтал стерженлари эса ригел дейилади.

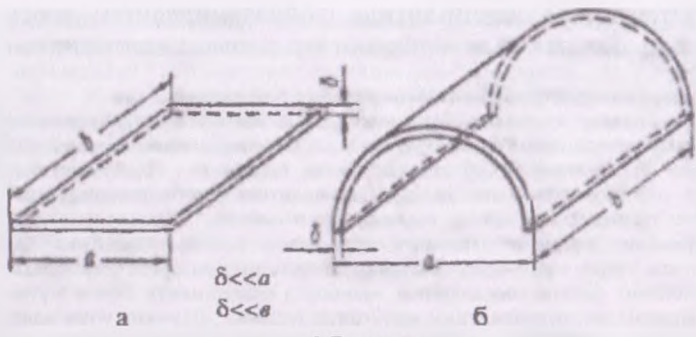
Учала ўлчамлари мос равишда бир-бирларидан тахминан  $8 \div 10$  мартагача фарқ қилувчи жисмларга юпқа деворли стержен дейилади (I.6-шакл).



I.6-шакл

Юпқа деворли стерженлар гарчи нисбатан енгил бўлса-да, старича мустаҳкамлик ва бикрликка эга; шу сабабли улар машинасозлик, самолётсозлик, кemasозлик ва қурилиш конструкцияларида кенг қўламда ишлатилади.

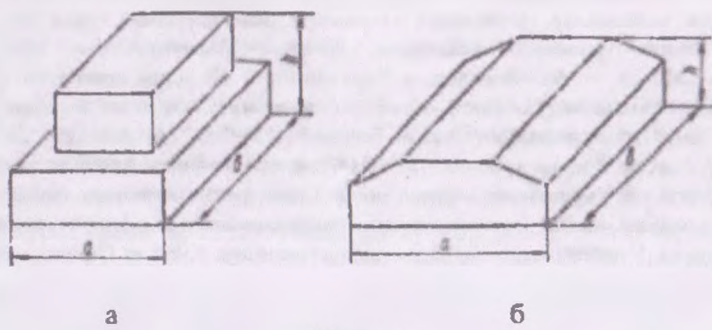
Қалинлигига нисбатан қолган иккита ўлчамлари катта бўлган ва текис параллел сиртлар билан чегараланган жисмга плита ёки пластина деб аталади (I.7-шакл, а); агар бу жисмлар эгри сиртлар билан чегараланса, уларга қобиқ дейилади (I.7-шакл, б).



I.7-шакл

Иморат қаватлари орасини ёпувчи темир-бетон плиталар ҳамда қобикларга мисол бўлувчи турли меъморчилик гумбазлари қурилишда жуда кўп учрайди.

Учала ўлчамлари ҳам бир хил тартибда бўлган жисмга **вазмин жисм** дейилади (I.8-шакл)



I.8-шакл.

Бинонинг асоси, девор дамба, кўприк таянчи ва шу каби-лар **вазмин жисмларга** мисол бўлади.

Брус ва юпқа деворли стерженлар гурӯҳи материаллар қаршилиги фанида ўрганиладиган объект (жисм)лар сифатида хизмат қилади.

Бу фаннинг ўрганиш ва талқиқот мавзуи асосан, *текшири-лаётган объектларнинг кесимларида ташқи кучлар таъсири натижасида пайдо бўлувчи ички кучлар, кучланишлари ҳамда уларнинг деформациялари, кучишларини аниқлашдан иборат.*

## Материаллар қаршилигида фойдаланиладиган асосий кат- таликлар ҳақида баъзи маълумотлар иловада келтирилган

Материаллар қаршилиги фани ўзининг бой тарихига эга

Материаллар қаршилиги ҳақидаги дастлабки назарий тадқиқотларни XVII асрнинг биринчи ярмида машҳур италян олими Галилео Галилей (1564-1642) ўтказган. У биринчи бўлиб ташқи кучлар таъсирига брусларнинг қаршилиқ кўрсата олишини баҳолаш мақсадида аналитик ҳисоблашларни бажариш зарурлиги тўғрисидаги гоёни таклиф этган ва ўзи қўндаланг кесими тўғри тўртбурчакли бруснинг эгилишга қаршилиги кесим юзасининг баландлиги квадратига тўғри мутаносиб боғланишда эканлигини тўғри ҳисоблаган, лекин материалнинг физик хоссаларини эътиборга олмаганлиги боис, мутаносиблик коэффициентининг қийматини нотўғри аниқлаган. Шунинг учун адабиётларда 1638 йилдан материаллар қаршилиги алоҳида фан сифатида пайдо бўлганлиги қайд этилган.

Материаллар қаршилиги фанининг техника соҳасидаги кўпгина фанлар, айниқса, назарий механика фани билан узвий боғланишда эканлигини инобатга олиб, унинг фан сифатида шаклланишига Шарқ илломларининг қўшган ҳиссалари ҳам жуда муҳимлигини алоҳида таъкидлаш гоят ўринлидир.

Ҳозирги замонда ўрта аср Шарқ олимларининг биргина статикага оид эллипсдан ортиқ асарлари сақланаётганлиги тўғрисида маълумотлар мавжуд. Ўрта аср Шарқ олимлари механикани «Илм ал-ҳийал» («Усталлик билан ясалган мосламалар тўғрисидаги таълимот») деб юритишиб, унда ўша даврга мос техник механика масалалари кўрилган. Мазмунига мос бўлган энг қадимий асар — Абу Абдаллоҳ ал-Хоразмийнинг IX асрда яратилган «Фанлар калити» номли китоби бўлиб, унинг асосий қисми механикага бағишланган.

Шарқ олимларидан Абу Райҳон Беруний (973-1048), Абу Али ибн Сино (980-1037), Улугбек Муҳаммад Тарагай (1394-1449)лар ҳам механика фанининг ривожланишига хатта ҳисса қўшганлар. Беруний ва ибн Синоларнинг асарларида умуман ҳаракат (шу жумладан, механик ҳаракат), планеталарнинг ҳаракатига оид физик-мулоҳазалар баён этилган. Улугбек планеталар ҳаракатини, шунингдек, Кушш ва Ойнинг ҳаракатини катта аниқликда ҳисоблай олган.

1676 йили инглиз олими Роберт Гук (1635-1703) стержен чузилганда (сиқилганда) куч билан узайиш (қисқариш) орасидаги мутаносиб боғланиш мавжудлигини аниқлаган. Бу боғланиш Гук қонуни номи билан машҳур бўлиб, материаллар қаршилигида жуда муҳим аҳамиятга эга.

Материаллар қаршилиги масалаларини аналитик усуллар билан текширишни ривожлантиришда Д Бернулли (1700-1782) ва Л Эйлер (1707-1783) катта ҳисса қўшганлар. Л Эйлернинг айрим тадқиқотлари XIII бобда келтирилган.

Навье (1785-1836), Г Ламе (1795-1870), Сен-Венан (1797-1886), Д И Журавский (1821-1891), А В Гадолин (1828-1892), Х С Головин (1844-1904), Ф Ясинский (1856-1899), И Г Бубнов (1872-1919), С П Тимошенко (1878-1972), Л С Лейбензон (1879-1951), В.З.Власов (1906-1958), Х.А.Раҳматулин (1909-1988), А.А.Ильющин (1911 йилда туғилган) сингари жаҳонга машҳур олимларнинг илмий тадқиқотлари натижасида конструкция ва унинг қисмларини лойиҳалаш ҳисоблаш ишлари такомиллашиб, «Деформацияланувчи каттиқ jismlar mexanikasi», «Материаллар қаршилиги», «Эластиклик ва пластиклик назариялари», «Иншоотлар назарияси», «Қурилиш механикаси» каби фанларнинг бир бутун мажмуаси юзага келди.

Таниқли узбек олимларидан Х.А.Раҳматулин (1909-1948)нинг иншоотлар заминини лойиҳалаш ва ҳисоблашда, кема зирҳи мустидҳамлигини аниқлашда кенг қўлланиладиган «Раҳматулин тўлқинлари» назарияси, М.Т.Ўрозбоев (1906-1971)нинг ип механикаси ва иншоотларнинг зилзилабардошлиги назариясига оид илмий изланишлари, В.Қ.Қобулов (1921 йилда туғилган)нинг тугаш муҳитлар механикаси масалаларини алгоритмлаш, автоматик бошқариш тизимларини яратишга оид илмий мақолалари механика фанининг амалий аҳамиятга эга бўлган кўп тармоқли фан эканлигини тасдиқлайди.

Механиканинг турли соҳалари ривожига Т.Ширинқулов, Т.Рашидов, Ё.Соатов, Х.Усмоҳужаев, Б.Мардонов, Г.Хожиметов, Ш.Маматқулов каби таниқли олимларимиз муносиб ҳисса қўшган ва қўшмоқдалар.

## 1.2-§. Ташқи кучлар ва деформациялар

Ташқи куч (юк)лар жисмларга қўйилишига қараб ҳажмий ва сиртқи кучларга ажратилади.

Ҳажмий кучлар жисмларнинг ҳар бир ички таркибий қисм (элемент)лари ҳажмига таъсир қилиб, ҳажм бирлигига тўғри келувчи кучнинг миқдори билан тавсифланади ва халқаро бирликлар тизими (СИ)да  $\text{кН/м}^3$ ,  $\text{Н/м}^3$  каби бирликларда ўлчанади.

Оғирлик кучлари ва инерция кучлари ҳажмий кучларга мисол бўлади.

Сиртқи кучлар текшириладиган жисмга қўшни иккинчи жисмдан ўтадиган кучлар натижаси бўлиб, тўпланган ва ёйилган (таралган ёки тақсимланган) кучларга ажратилади:

- жисмнинг ўлчамларига нисбатан жуда кичик сиртқа таъсир кўрсатувчи кучлар **тўпланган кучлар** деб аталиб, халқаро бирликлар тизимида  $\text{кН}$  ёки  $\text{Н}$  лар билан ўлчанади; гилдирак тўғинининг рельсга босими тўпланган кучга мисол бўлади (I.9-шакл);

- жисм сиртидаги бирорта юза ёки ундаги чизиқнинг бир қисмига таъсир кўрсатувчи кучлар **ёйилган кучлар** деб аталади (I.10-шакл, а); одатда, юза бўйлаб таралган кучлар  $\text{кН/м}^2$ ,  $\text{Н/м}^2$  лар, узунлик бўйича таралганлари эса  $\text{кН/м}$ ,  $\text{Н/м}$  лар билан ўлчанади (I.10-шакл, б, в). Сувнинг тўғонга, сочилувчан жисмларнинг идиш туби ва деворларига, қорнинг бино томларини ёпувчи материалларга босими ва шу кабилар ёйилган кучларга мисол бўлади.

Амалда тўпланган ёки брус узунлиги бўйича тақсимланган жуфт куч (момент)лар ҳам учрайди.

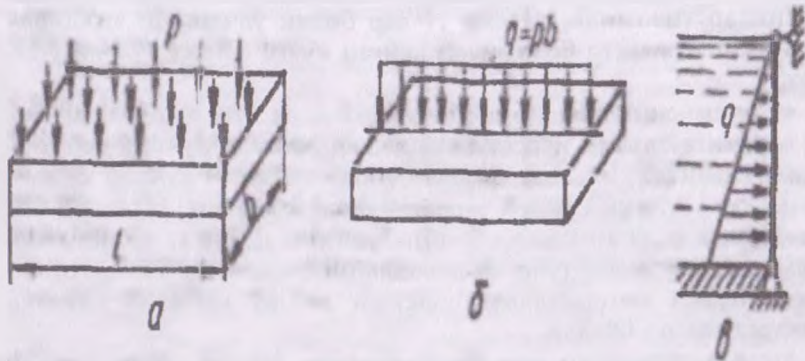
Ташқи кучлар таъсир этиш муддатига кўра доимий (хусусий огирлик кучлари) ва вақтинчалик (поезднинг темир йўлга таъсири) кучларга бўлинади.



1.9- шакл.

Бундан ташқари, ташқи кучлар жисмларга таъсир этиш тўрига кўра статик ва динамик кучларга ҳам бўлинади

Нолдан бошлаб ўзининг охириги қийматиғача секин, бир текисда ошиб борувчи, кейин эса ўзгармасдан қолувчи кучларга статик кучлар дейилади.



1.10-шакл.

Статик кучлар таъсир этганда конструкция ва унинг қисмларида ҳосил бўлувчи кичик тезланишларни амалий ҳисоблашларда эътиборга олмаслик мумкин, бироқ инерция кучларининг қийматини эътиборга олиш зарур ва муҳимдир.

Жуда қисқа вақт мобайнида ўз миқдори ва қўйилиш нуқталарини сезиларли даражада катта тезликлар билан ўзгартирувчи кучлар **динамик (зарбли) кучлар** деб аталади.

Динамик кучлар таъсири натижасида конструкция ёки унинг қисмларида катта тезланишлар, шунингдек, улар туфайли эса инерция кучлари пайдо бўлади.

Ташқи кучлар ёки ҳароратнинг ўзгариши натижасида барча мавжуд жисмлар деформацияланади, аниқроғи, жисмларни ташкил этган заррачаларнинг ўзаро жойлашун вазияти ўзгариб, уларнинг геометрик шакли, ўлчами ва ҳажми ўзгаради. Бироқ жисмларнинг таркибидаги модда (заррача)ларнинг умумий миқдори ўзгармаганлиги туфайли, уларнинг массаси ҳам ўзгармасдан қолади.

Жисмларнинг деформациялари асосан икки хил кўринишда намоён бўлади:

- буйлама ёки чизиқли деформация;
- бурчакли ёки силжиш деформация.

Бундан ташқари, барча деформациялар эластик ва пластик (қолдиқ) деформацияларга ҳам ажратилади.

Агар ташқи кучлар таъсири туфайли деформацияланган жисмдан мазкур кучлар олинганда, деформациялар ҳам бутунлай йўқолиб, жисм ўзининг дастлабки геометрик шаклини эгалласа, у ҳолда бундай деформациялар эластик деформациялар дейилади. Аксинча, деформацияланган жисмдан ташқи кучлар олингандан кейин ҳам у ўзининг дастлабки геометрик шаклини эгаллай олмаса, бундай деформациялар **пластик (қолдиқ) деформациялар** дейилади.

Материаллар қаршилиги фанида деформациялар **оддий** (чўзилиш ёки сиқилиш, силжиш, бурилиш, эгилиш) ва **мураккаб** (бир қанча оддий деформацияларнинг биргаликда пайдо бўлиши) деформацияларга ажратилиб, конструкция қисмларининг бикрлигига оид муаммолар ҳал этилади.

Умуман олганда, муҳандислик амалиётида конструкция қисмларининг деформацияланиш жараёнларини пухта ўрганиш муҳим аҳамият касб этади. Шу боис, кейинги бобларда ҳар бир деформация ҳолати бўйича мумкин қадар алуҳида таҳлил ўтказилиб, материаллар бирмунча кенгроқ баён этилган.

### 1.3-§. Ҳисоблаш чизмаси

Дерли барча муҳандислик конструкциялари ёки уларнинг қисмлари шундай ўзига хос хусусиятларга эга бўлса, иккинчидан улар жуда мураккаб кўринишларга эга бўлса, иккинчидан эса ишлатилиш даражаси турлича ташқи омилларга дуч келади. Шу сабабли бир вақтнинг ўзида барча конструкция хусусиятларни ва ташқи омилларни таълиқ эътиборга олган ҳолда уларни тўйиқлаш-ҳисоблаш жараёни лари ниҳоят даражада қийиндир. Ҳатто ўта замонавий фан-техника ва технология ютуқларидан фойдаланган тақдирда ҳам мураккаб шароитларда қўйилган айрим конструкциялар ёки уларнинг қисмлари учун юқоридаги муаммоларни ҳал этиб бўлмайди.

Шу боис, ҳақиқий конструкциялар ва уларнинг қисмлари унча муҳим бўлмаган иккинчи даражали конструкция хусусиятлар ва ташқи омиллардан ҳалок этилиб, улар шартли равишда соддалаштирилган кўринишларда тасвирланади. Одатда, бундай қулайлаштирилган ихчам тасвир ҳисоблаш чизмаси дейилади.

1.1- жадвалда айрим конструкция ёки унинг қисмларининг ҳақиқий кўриниши ҳамда ишлаш жараёнига мос келувчи ҳисоблаш чизмаси келтирилган.

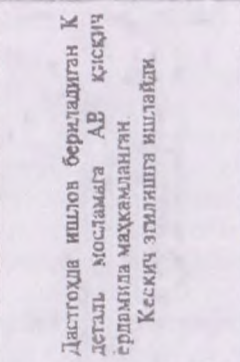
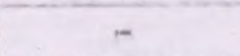
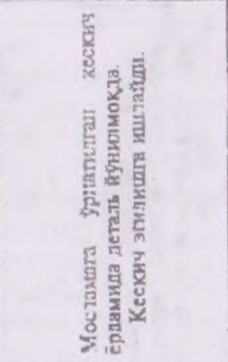
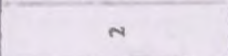
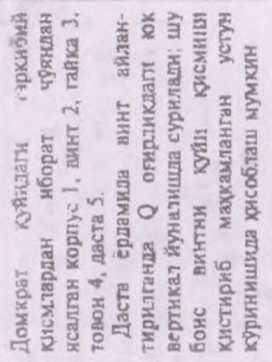
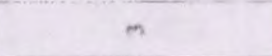
Ҳисоблаш чизмасини тузаётганда аввало шунга эътибор бериш муҳимки, статиканинг мутлақ қаттиқ жисмлар учун чиқарилган баъзи теорема ёки аксиома (боғлиқлиқлардаги реакцияларни топишда мувозанат тенгламаларидан фойдаланиш бундан мустақилоларини кўпинча материаллар қаршичилигида қўллаб бўлмайди. Хусусан, статиканинг

«кучларни ўзининг таъсир чизиғи бўйлаб бир нуқтадан бошқа нуқтага келтириш,

«параллел кучлар туруҳини тенг таъсир отувчиси билан алмаштириш;

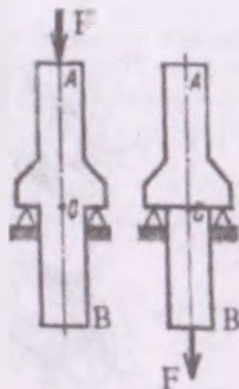
«жуфт кучни ўз экисинида бир жойдан бошқа жойга кўчириш мумкинчилиги ҳақидаги теоремалари деформацияланувчи қаттиқ жисмларга тадбиқ этилганда масаланинг асл моҳияти мутлақо бузилади.

Масалан, бруснинг А нуқтасига қўйилган F кучни ўз таъсир чизиғи бўйлаб унинг В нуқтасига кўчириш мумкин эмас (1.11-шакл). Гарчи бунда таянч нуқталардаги реакция кучлари ўзгармасда, бруснинг қаршилиги кўрсатиши кескин ўзгаради: биринчи ҳолатда унинг гаянчдан юқори қисми сиқилиб, пастки қисми деформацияланмайди ва аксинча, иккинчи ҳолатда эса юқори қисми деформацияланмасдан, пастки қисми чўзилади.

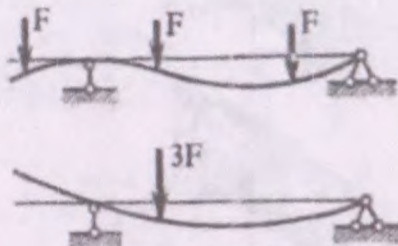
№	Ҳақиқий объект	Ишлан жараёни	Ҳисоблаш чизмаси
1		<p>Дастгоҳда ишлов бериладиган К детал мостамга АВ қисқич ердмида маҳкамланган. Кескич эгилишта ишлайди.</p>	
2		<p>Мостамга ўрнатилган кескич ёраида деталь йўналимқда. Кескич эгилишта ишлайди.</p>	
3		<p>Домкрат қўйидаги сэржий қисмлардан иборат чўяндан ясалган корпус 1, винт 2, гайка 3, тоvon 4, даста 5.</p> <p>Даста ердмида винт айлан-тирилганда Q оғирликдаги юк вертикал йўналишда сурилади; шу бoис винтни қўйи қўсимши қўстириб маҳкамланган устун кўринишида ҳисоблаш мўмкин.</p>	



	<p>Подшипникларга урнатилган валдаги шкив II двигателнинг айланма ҳаракатини тасмалли узатма орқали қабул қилади. Натижанда айланма ҳаракат I ва III шкивлар орқали дастоҳларга узатилади. Вал эгилади.</p>	
	<p>Темир йўл вагони рельсда тинч турибди. Вагон ва ундаги юкларнинг оғирлиги Q куч тарзида уққа таъсир қурсатади. Вагоннинг ўқи эгилади.</p>	
	<p>Ички ёнув двигателнинг поршени I «бармоқ» 2 орқали шатун билан боғланган. Ениш камерасидаги q босими натижасида «бармоқ» эгилади.</p>	



1.11-шакл.



1.12-шакл.

1.12-шаклда келтирилган брусларнинг иккала ҳолатларидаги деформацияланиш жараёнларини қиёслаб, тегишлича параллел кучлар гуруҳини тенг таъсир этувчиси билан алмаштириш ва жуфт кучни ўз текислигида бир жойдан бошқа жойга кўчириш мумкинлиги ҳақидаги теоремалардан фойдаланиб бўлмаслигига ишонч ҳосил қилиш мумкин

Юқоридаги мисолларнинг таҳлили шуни кўрсатадики, ҳисоблаш қизмасини қулай, масаланинг асл моҳиятига зид келмайдиган ҳолда танлаш ҳисоблаш-лойиҳалаш жараёнида биринчи ва ниҳоятда маъсулиятли босқич экан.

#### 1.4-§. Ички кучлар

Табиатдаги барча деформацияланувчи қаттиқ жисملарни ўзаро таъсирлашиб турувчи заррачалар йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин. Заррачаларнинг ўзаро таъсир кучлари жисملарни бир бутун ҳолда тутиб туриб, уларнинг деформацияланишига қаршилик курсатиши учун хизмат қилади

Умуман олганда, юкланган ва юкланмаган жисملарнинг исталган иккита заррачаси орасидаги ўзаро таъсир кучлари турлича бўлади. Материаллар қаршилигида фақат юкланган, яъни деформацияланган жисملарнинг заррачалари орасидаги ўзаро таъсир кучлари эътиборга олинади.

SDVU Axborot-resurs markazi

2016  
A  
Al-fer N...  
...  
...



1.13-шакл.

Жисмлар деформацияланган сари уларнинг кесимларидаги заррачалар бир-биридан узоқлашиш («қочиш»)га ёки ўзаро яқинлашишга интилади; деформацияланган жисм таркибидаги заррачаларнинг дастлабки мувозанатини сақлаш ёки тиклашга интилган кучлар ички кучлар ёки зўриқиш кучлари, қисқача зўриқишлар дейилади.

Демак, деформация ва зўриқишлар узвий боғланишда экан

Деформацияланувчи қаттиқ жисмларнинг кесимларида ҳосил бўлувчи ички кучларнинг тенг таъсир этувчисини топиш мақсадида кесим усули қўлланилади

Кесим усулининг асл моҳиятини тушунтириш мақсадида ихтиёрий таянчларда (таянчлар шаклда кўрсатилмаган) ётувчи бирорта бруснинг мувозанатини таҳлил қиламиз (1.13-шакл, а).

Брусга қўйилган ташқи кучлар тизими таянчларда реакция кучларини ҳосил қилади; натижада брус мувозанат ҳолатида бўлади.

Бруснинг бирор кесимидаги ички кучларни аниқлаш учун куйидаги ишларни навбат билан бажарамиз:

а) брусни ихтиёрий текислик билан фикран кесиб, уни икки қисм (томон)га ажратамиз;

б) ихтиёрий томонни, масалан чап томонни ташлаб юбориб. ўнг томонни алоҳида ажратиб оламиз; албатта, бу ҳолатда жисмдан ажратилган қисмнинг мувозанати бузилиши табиий;

в) ажратилган қисмининг дастлабки мувозанатини тиклаш мақсадида ташлаб юборилган томоннинг таъсирини кесим юзи бўйича ихтиёрий равишда тақсимланувчи ва кесимнинг ҳар бир нуқтасига қўйилган кучлар билан алмаштирамиз (I.13-шакл, б);

г) қуйидаги статика тенгламалари ёрдамида ажратилган қисмининг мувозанатини текширамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{x_i} &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{y_i} &= \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n Z_i &= \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0, & \sum_{i=1}^n M_{z_i} &= \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Агар брусдан ажратилган қисм битта текисликда ётувчи кучлар таъсирида бўлса, у ҳолда юқоридаги мувозанат шартини қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{x_i} &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Аммо, кесимларда ҳосил бўлувчи ички кучларнинг сони чексиз кўп булганлиги туфайли уларни аниқлаш масаласини фақатгина (1.1) ёки (1.2) тенгламалар тизими ёрдамида ҳал қила олмаймиз. Одатда, бундай масалалар статик аниқмас масалалар дейилиб, уларни ечиш режаси 17-§ да баён этилади.

Энди кесимлардаги барча ички кучларни битта бош вектор  $R$  ва бош момент  $M$  билан алмаштириб, кесим огирлик марказига келтирамиз (I.13-шакл, в).

Бош вектор ва бош моментларни  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ўқларига проекциялаб, қуйидаги олтига ички куч омилларига эга бўламиз (1.13-шакл, г):

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \sum_{i=1}^n X_i, & M_z &= \sum_{i=1}^n M_z(F_i) = 0 \\ Q_y &= \sum_{i=1}^n Y_i, & M_x &= \sum_{i=1}^n M_x(F_i) = 0 \\ N_z &= \sum_{i=1}^n Z_i, & M_y &= \sum_{i=1}^n M_y(F_i) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Бу ерда,  $N = N_z$  - бўйлама куч;

$Q_x, Q_y$  - қўндаланг (кесувчи ёки қирқувчи) кучлар;

$M_x, M_y$  - эғувчи моментлар;

$T = M_z$  - буровчи момент.

Ички кучларни қуйидагича таърифлаймиз:

- ажратилган қисмга қўйилган ташқи куч ва реакция кучларидан қўндаланг кесим нормалига мос келувчи ўққа нисбатан олинган проекцияларнинг алгебраик йиғиндиси бўйлама куч дейилади;

- ажратилган қисмга қўйилган ташқи куч ва реакция кучларидан марказий (бош инерция) ўқлари  $ox$  ва  $oy$  ларга нисбатан олинган проекцияларнинг алгебраик йиғиндиси қўндаланг куч дейилади;

- ажратилган қисмга қўйилган ташқи куч ва реакция кучларидан қўндаланг кесим оғирлик марказига нисбатан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндиси марказий бош инерция ўқларига нисбатан эғувчи момент ёки қисқача, эғувчи момент дейилади;

- ажратилган қисмга қўйилган ташқи куч ва реакция кучларидан қўндаланг кесим нормалига мос келувчи ўққа нисбатан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндиси буровчи момент дейилади.

Кесимларда ҳосил бўлувчи ички куч омиллари мазкур жисмнинг деформацияланиш ва кучланиш ҳолатлари билан узвий боғлиқдир.

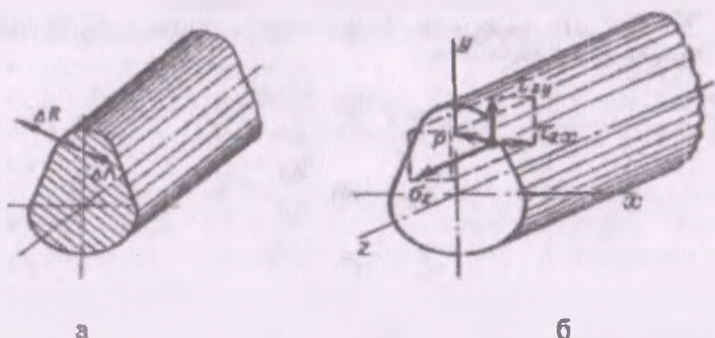
\* Марказий бош инерция ўқлари тушунчаси VI бобда баён этилади

## 1.5-§. Кучланишлар

Текширилайётган жисмларнинг исталган қесимида ётувчи нуқтадаги ички кучлар интенсивлигининг ўлчовини билиш мақсадида кучланиш тушунчаси киритилган.

Бирлик юзага таъсир этувчи ички кучга механик кучланиш ёки қисқача кучланиш дейилади.

Фараз қилайлик, текширилайётган кесимнинг бирор нуқтаси атрофидан олинган  $\Delta A$  элементар юзачага ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси  $\Delta R$  қўйилган бўлсин (I 14-шакл, а).



I.14-шакл.

Ички кучлар тенг таъсир этувчисининг элементар юзача юзасига нисбати ўртача кучланиш дейилиб, қуйидагича ифодаланеди:

$$P_{\text{урт}} = \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (I 4)$$

Демак, кучланиш кесим юза бирлигига тўғри келувчи ички куч бўлиб, йўналиши  $\Delta A \rightarrow 0$  даги  $\Delta R$  нинг чекли йўналишига мос келувчи вектор катталиқ экан.

Тула кучланиш қуйидагича аниқланади:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (I 5)$$

Кучланишлар  $Pa$ ,  $MPa$  лар билан ўлчанади.

Кесимда ётувчи ҳар бир нуқтадан фазода турлича йўналган юзачалар ўтказиш мумкин; бундай юзачаларнинг кучланишлари турлича бўлиши табиий. Лекин биз кейинчалик фақат

Йўналишлари маълум юзачалардаги кучланишларни аниқлаш билан шуғулланамиз, холос.

Тўла кучланиш векторини координата уқларига параллел бўлган учта тузувчига ажратамиз (I 14-шакл, б); бу тузувчиларнинг биринчисини  $\sigma$  нормал ва қолган иккитасини  $\tau$  урунма кучланишлар деб атаймиз. Одатда, тўла кучланишнинг ташкил этувчилари бир индексли  $\sigma$  (бу ерда, индекс юзага ўтказилган нормалнинг йўналишини кўрсатади) ва қўш индексли  $\tau$  (бу ерда, биринчи индекс юзага ўтказилган нормалнинг йўналишини, иккинчиси эса урунма кучланиш ташкил этувчисининг йўналишини кўрсатади) билан белгиланади.

Юқоридаги ифодадан фойдаланиб, нормал ва урунма кучланишларни аниқлаймиз:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} \\ \tau_x &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_x}{\Delta A} \\ \tau_y &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y}{\Delta A} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Нормал кучланишлар буйлама (чизиқли) деформацияларни, урунма кучланишлар эса силжиш (бурчакли) деформацияларни юзага келтиради.

Тўла кучланиш ва унинг ташкил этувчилари орасида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$p = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2} \quad (17)$$

### 1.6-§ Асосий чекланишлар

Юқорида таъкидланганидек, амалий лойиҳалаш-ҳисоблаш жараёнларида ўрганилаётган ҳақиқий (реал) объектларнинг барча хусусиятларини бир вақтда эътиборга олиш жуда қийин. Шу сабабли материаллар қаршилиги фанини ўрганиш жараёнида ҳамда унинг барча ечим ва ҳулосаларини олишда қандайдир деформацияланувчи қаттиқ жисмлар моделига таянамиз. Бундай моделлар сифатида қуйидаги асосий чекланиш (гипотеза) ларни ўзида мужассамлаштирувчи идеал эластик жисмлар хизмат қилади:

• жисм материали яхлит (говаксиз) деб фараз қилинади (жисм деформациягача ва деформациядан кейин ҳам ўзи эгаллаган фазода «бутунлай тўлатилган» деб қаралиб, унинг атом тузилиши эътиборга олинмайди);

• жисм материали бир жинсли деб фараз қилинади (унинг барча нуқталари атрофида ташқи юклар таъсиридан бир хил деформация содир бўлади);

• жисм материали изотроп, яъни у ҳар бир нуқтада ҳар томонга қараб бир хил эластик хусусиятга эга деб фараз қилинади;

• жисм тула эластик деб фараз қилинади (жисм юклар таъсири олингандан кейин ўзининг дастлабки «табиий» ҳолатини тиклайди деб қаралади);

• ташқи кучлар таъсиридан идеал эластик жисмда ҳосил бўладиган кучланиш ва деформациялар ўзаро чизиқли боғланишда деб фараз қилинади;

• кучлар таъсирининг бир-бирларига халал бермаслик (мустақиллик) тамойили. Бу тамойилнинг моҳиятига кўра, жисм нуқталарида ҳосил бўладиган кучланиш ва деформациялар ташқи куч (юк) ларнинг кетма-кет ёки тартибсиз қўйилишига боғлиқ бўлмайди, балки яққала ҳолда ҳам кучланиш ва деформациялар бир хил бўлади, деб қаралади;

• Сен-Венан тамойили - жисмнинг бирорта кичик бўлагига қўйилган мувозанатлашувчи кучларнинг таъсиридан юзага келадиган кучланишлар «маҳаллий» хусусиятга эга бўлиб, улар кучлар қўйилган қисмдан узоқлашган сари жуда тез сўна бошлайди.

### **1.7-§. Материаллар қаршилиги фанидаги масалалар ва уларни ечиш тартиблари**

Материаллар қаршилиги фанида ечиладиган масалаларнинг асосий мазмуни қуйидагилардан иборат:

а) конструкция қисмларининг ўзига хос, айниқса хавфли кесимларида пайдо бўлувчи ички куч, кучланиш, деформация ва кучишларни аниқлаш;

б) конструкция қисмларининг мустақкамлик, бикрлик, устуворлик каби талабларни қаноатлантирувчи зарурий, ишончли ва фойдаланишга қулайроқ ўлчамларини аниқлаш;

в) берилган ўлчамлар буйича конструкция элементларининг хавф-хатарсиз ишлашини таъминловчи энг катта куч (юк)ларни топиш.



Материаллар қаршилиги фанида статик аниқ ва статик аниқмас масалалар ўрганилади.

Текширилаётган объектларнинг таянчларида ҳосил бўлувчи реакция кучларини ва уларнинг ихтиёрий кесимларидаги ички кучларни фақат статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқлаш мумкин бўлган масалалар **статик аниқ масалалар** дейилади.

Аксинча, реакция кучлари ва ички кучларни статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқлаш мумкин бўлмаган масалалар **статик аниқмас масалалар** дейилади.

Барча статик аниқмас конструкциялар «ортиқча» боғланишларга, яъни номаълум зўриқиш ёки таянч реакцияларига эга бўлади. Гарчи бу боғланишлар конструкцияларнинг геометрик ўзгармаслиги ва мувозанатини таъминлаш учун зарур бўлмасда, уларнинг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устуворлигини ошириш учун хизмат қилади. Ортиқча боғланишларни аниқлашда статика тенгламаларидан ташқари қўшимча тенгламалар ҳам тузиш зарур.

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси ундаги ортиқча номаълумларнинг сони билан белгиланади.

Масалан, ортиқча номаълумлар сони иккита бўлганда масала икки марта статик аниқмас деб ҳисобланади. Бундай масалани ечиш учун статиканинг мувозанат тенгламаларига қўшимча равишда яна иккита қўшимча тенглама тузиш kifоя.

Статик аниқмас масалаларни ечишнинг умумий режаси қуйидаги тартибда олиб борилади:

**I. Масалани статик томондан таҳлил қилиш.**

Бундай таҳлил қуйидаги кетма-кетликда бажарилади:

- а) кесиш усулидан фойдаланиб жисмни икки қисмга ажратиш;
- б) ихтиёрий қисмни алоҳида ажратиб олиш;
- в) ташлаб юборилган қисмнинг ажратиб олинган қисмга кўрсатган таъсирини ички кучлар, боғланишларни эса реакция кучлари билан алмаштириш;
- г) ажратилган қисм учун мувозанат тенгламаларини тузиш.

**II. Масалага геометрик нуқтаи назардан ёндашиш.**

Бунинг учун конструкция қисмларининг деформациялари орасида боғланишлар ўрнатилиб, деформациянинг узлуксизлик тенгламалари тузилади.

**III. Масаланинг физик томонини ўрганиш.**

Бу ҳолда Гук қонунини қўлаб, конструкция қисмларининг деформациялари билан уларни вужудга келтирувчи ички кучлар орасидаги боғланиш тенгламаларини тузиш лозим.

#### IV. Синтез.

Масалани статик, геометрик ва физик нуқтаи назардан ўрганиш натижасида ҳосил қилинган барча тенгламаларни ички зўриқиш кучларига нисбатан ечиш.

Кейин эса масаланинг қолган қисмини осонгина ҳал қилиш мумкин.

Шундай қилиб, статиканинг мувозанат тенгламаларини тузиш учун берилган масалага статик, қўшимча тенгламаларни тузиш учун эса унга геометрик ва физик нуқтаи назарлардан ёндашиш зарур экан. Бундан чиқди, агар берилган статик аниқмас масалани геометрик ва физик томонларини таҳлил қилиш натижасида келиб чиққан ҳулосаларни оддийроқ куринишдаги битта тенгламада мужассамлаштириш мумкин бўлса, у ҳолда масалани ечиш анча осонлашади. Шу жиҳатдан қараганда қўшимча тенгламалар тузишнинг қуйидаги усулларини ўрганиш мақсадга мувофиқдир:

- деформацияларни солиштириш усули;
- куч усули;
- энергетик усул.

Деформацияларни солиштириш ва куч усуллари ёрдамида қўшимча тенгламалар тузаётганда берилган тизимга кўра асосий ва тенг кучли (эквивалент) тизимлар танлаш зарур.

Статик аниқмас тизимдан ортиқча боғланишлар олиб ташланганда ҳосил бўладиган статик аниқ ва геометрик ўзгармас (ташқи кучлар таъсирида деформацияланувчи, ammo қўзғилмайдиган) тизим асосий тизим дейилади.

Асосий тизимга берилган ташқи кучлар ва ортиқча номаълум кучлар қўйилганда ҳосил бўлувчи тизим эса тенг кучли тизим дейилади.

Шуни унутмаслик керакки, битта статик аниқмас масала учун бир қанча асосий ва тенг кучли тизимлар танлаш мумкин.

Агар статик аниқмас масалалар деформацияларни солиштириш усулида ечиладиган бўлса, юқорида баён қилинган II ва III бандлар қуйидагича ўзгартирилади:

- асосий тизим танланиб, ундан тенг кучли тизим ҳосил қилинади;
- тенг кучли тизимнинг ортиқча номаълум куч қўйилган кесимидаги кўчишини аниқловчи ифода тузилиб, нолга тенглаштирилади (баъзан бу ифода масаланинг моҳиятига қараб нолдан фарқли миқдорга ҳам тенглаштирилади); ҳосил бўлган ифода қўшимча деформация тенгламаси дейилади.

Куч усули қўлланилаётганда эса II ва III бандлар қўйидагича ўзгартирилади:

- асосий, сўнгра тенг кучли тизим ҳосил қилинади;
- тенг кучли тизим учун куч усулининг каноник (ихчам) тенгламаси ёки тенгламалар тизими тузилади; булар мос равишда қўшимча деформация тенгламаси ёки тенгламалар тизими деб аталади.

Энергетик усул минимал иш ҳақидаги теоремага асосланган бўлиб, статик аниқмас масалаларни ечишда жуда қўлайдир. Бу усулдан фойдаланиш учун юқоридаги режанинг II ва III бандларини қўйидагича ўзгартириш kifоя:

- ортиқча бегланишларни ўз ичига олган деформациянинг потенциал энергияси ифодасини тузиш;
- деформациянинг потенциал энергияси учун минималлик шартини ёзиб, қўшимча тенглама тузиш.

### Текшириш учун савол ва топшириқлар

1. Муҳандислик амалиётида конструкция ва унинг элементлари деганда нимани тушунасиз?
2. Машина, иншоот ва уларнинг қисмларига қандай конструктив талаблар қўйилади? Уларни алоҳида изоҳланг.
3. Деформацияланувчи қаттиқ жисмлар деганда нималарни тушунасиз?
4. Материаллар қаршилиги ва назарий механика фанларининг ўхшашлиги на фарқи нималардан иборат?
5. Материаллар қаршилиги фанида деформацияланувчи қаттиқ жисм қандай гуруҳларга ажратиб ўрганилади?
6. Ташқи кучлар қандай гуруҳларга ажратилади?
7. Деформацияларнинг турларини изоҳланг.
8. Ички кучлар деганда қандай кучларни тушунасиз? Кесиш усулининг моҳияти нимадан иборат?
9. Кучланиш тушунчаси нима мақсадда киритилган? Унинг ўлчамлиги қандай?
10. Материаллар қаршилиги фанида қабул қилинган асосий чекланишларнинг мазмунини изоҳланг.
11. Материаллар қаршилиги фанида ҳал этиладиган масалаларнинг моҳияти нималардан иборат?
12. Материаллар қаршилиги фани ривожига ҳисса қўшган таниқли олимлардан кимларни биласиз?

## II БОБ. ИЧКИ КУЧЛАРНИНГ ЭПЮРАЛАРИ

### 2.1-§. Эпюра қуриш тартиби

Брус (стержен, вал, тўсин)ларни мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблашда уларнинг қайси кесимларида ички кучлар экстремал (энг катта ёки энг кичик) қийматларга эришишини, аниқроғи, ички кучларнинг брус узунлиги бўйича ўзгариш қонуниятини билиш муҳимдир. Одатда, бу қонуниятни аналитик боғланишлар ва улар ёрдамида қуриладиган эпюралар орқали ифодалаш мумкин

Ички кучларнинг брус узунлиги бўйича ўзгариш қонуниятини кўрсатувчи график ёки диаграмма мазкур ички кучларнинг эпюралари ёки қисқача, эпюра дейилади

Демак, эпюраларни тўғри қуриш муҳим аҳамиятга эга экан, чунки улар ёрдамида бруснинг хавфли кесими танланади ҳамда ички кучларнинг ҳисобий қийматлари аниқланади.

Ҳар бир ички кучнинг ўзига айнан битта тенглама мос келади.

Эпюраларни қуришда қуйидаги умумий тартиблардан фойдаланиш тавсия этилади:

1) статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида таянч реакция кучлари аниқланади;

2) брусни тегишли «оралиқ» ларга ажратиб, маълум тартибда улар I, II, III, ... рақамлар билан белгиланади; оралиқнинг чегаралари қуйидагилардан иборат бўлиши мумкин (II 1-шакл):

а) тупланган кучлар ва жуфт кучлар қўйилган кесимлар;

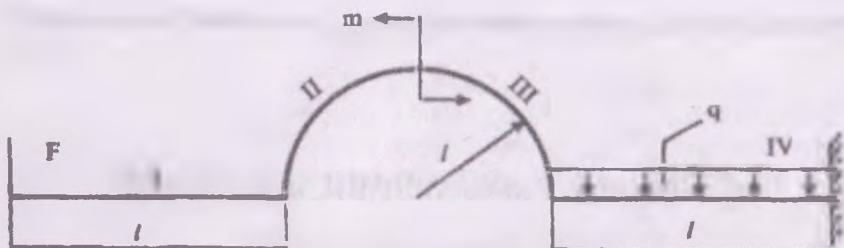
б) битта қонуният бўйича ўзгарувчи тақсимланган кучларнинг бошланиш ва охириги кесимлари;

в) брусларнинг синиқ жойлари.

3) кесиш усулидан фойдаланиб, ҳар бир оралиқ учун ички кучларнинг аналитик ифодалари ёзилади; бунда ички кучларнинг ишораларига алоҳида эътибор бериш зарур.

---

Фақат бир учи билан қистириб маҳкамланган бруслар учун бу тавсияни бажармаса ҳам бўлади, чунки масала бруснинг эркин учидан бошлаб ҳам счилиши мумкин



II.1-шакл.

4) аналитик ифодалар таркибидagi ўзгарувчига тегишли қийматлар бериб, ҳар бир оралиқнинг ўзига хос кесимларидаги ички кучларнинг миқдорлари - ординатлари ҳисобланади;

5) ординаталар аниқ масштаб билан брус ўқига параллел қилиб ўтказилган нол чизигига тик қилиб жойлаштирилади ва эпюра чизилади; одатда, эпюрада мусбат қийматлар нол чизигининг юқори, манфий қийматлар эса пастки қисмига жойлаштирилади.

6) эпюра нол чизигига тик бўлган чизиқлар билан штрихланади.

## 2.2-§. Бўйлама куч билан таралган куч яътенсальти орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар

Айтайдик, стерженнинг  $l$  узунликка эга бўлган  $i$ -чи оралиғи  $q=q(z)$  қонуният бўйича ўзгарувчи ёйилган нормал куч таъсири остида бўлсин (II.2-шакл, а).

Чексиз кичик узунликдаги  $dz$  элементни ажратиб олиб, унинг чап кесимида  $N(z)$  бўйлама кучни қўямиз (II.2-шакл, б). Элементнинг ўнг кесимидаги бўйлама куч  $dN(z)$  орттирма олади.

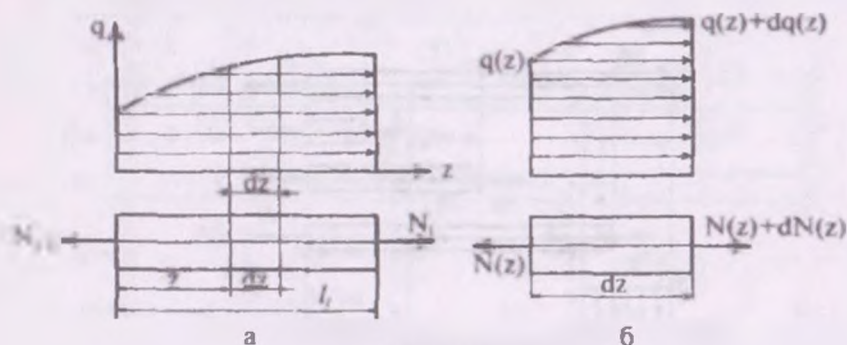
Элементнинг мувозанатини текшираемиз:

$$\sum Z_i = 0; \quad N(z) + dN(z) - N(z) + q(z)dz + \frac{dq(z)dz}{2} = 0 \quad (II.1)$$

Иккинчи тартибли чексиз кичик миқдорни эътиборга олмасдан

$$\frac{dN(z)}{dz} = -q \quad (II.2)$$

кўринишдаги дифференциал муносабатни ҳосил қиламиз: буйлама кучдан  $z$  абсцисса бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилла текшириляётган оралиққа таъсир этаётган ёйилган куч интенсивлигининг тескари ишорасига тенг



II 2-шакл.

(II.2) ифодадан қуйидаги интеграл муносабатни ҳосил қиламиз:

$$N(z) = - \int_0^z q(z) dz + N_{i-1} \quad (II.3)$$

Бу ерда  $N_{i-1}$  - текшириляётган оралиқнинг чап кесимидаги буйлама куч.

### 2.3-§. Буйлама кучларнинг эпюралари

**1-масала.** Ўзгармас кесимли брус  $F_1 = F$ ,  $F_2 = 2F$  ва  $F_3 = 4F$  кучлар билан юкланган (II.3-шакл, а). Бруснинг оралиқлари тегишлича:  $l$ ,  $3l$ ,  $l$  га тенг.

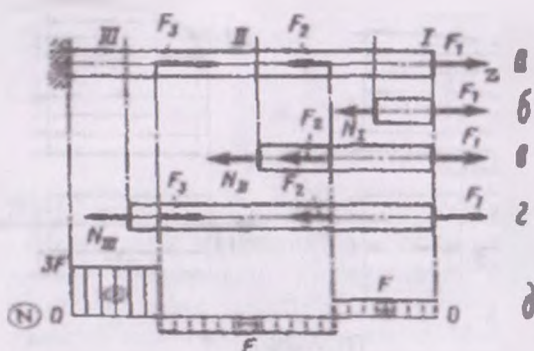
Буйлама куч эпюрасини қуриш талаб этилади

#### Ечиш

Масала 2.1-§ да келтирилган эпюра қуриш тартиби асосида ечилади.

Стержен чап томондаги учи билан қистириб маҳкамланганлиги сабабли масалани ўнг томондан бошлаб ечамиз;  $z$  ўқини стержен ўқи бўйлаб йўналтирамиз. Стержен учта оралиқдан иборат.

Кесиш усулидан фойдаланамиз: ҳар бир оралиқни мос равишда текисликлар билан фикран қирқиб, қирқилган кесимларга нисбатан бўйлама кучларнинг тенгламаларини ёзиб оламиз (II.3-шакл, б, в, г).



II.3-шакл

Маълумки, бўйлама кучлар қирқим текислигининг чап еки ўнг томонларига таъсир этаётган барча кучлардан  $z$  ўқига олинган проекциялар йиғиндисидан иборат эди:

$$N(z) = \pm \sum_{i=1}^k Z_i \quad (\text{II } 4)$$

Одатда, бўйлама кучларнинг ишоралари қуйидагича танланади: агар бўйлама кучлар қирқилган кесимдан бир томонда ётган стерженнинг бўлакчасини қузса, улар мусбат ишорали ва аксинча, уни сиқса манфий ишорали бўлади.

Энди ҳар бир қирқилган кесимга нисбатан (II.4)ни тузамиз:

I оралиқ  $(0 \leq z_1 \leq \ell)$

ўнг томон учун:  $N(z_1) = F_1 = F = \text{const}$

II оралиқ  $(0 \leq z_2 \leq 3\ell)$

ўнг томон учун:  $N(z_2) = F_1 - F_2 = -F = \text{const}$

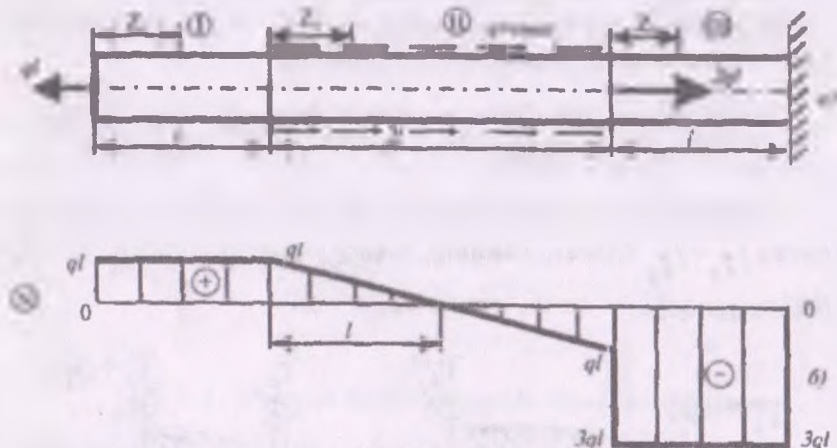
III оралиқ  $(0 \leq z_3 \leq \ell)$

ўнг томон учун:

$$N(z_2) = F_1 - F_2 + F_3 = F - 2F + 4F = 3F = \text{const.}$$

Бу қийматлар ёрдамида аниқ масштаб билан бўйлама кучнинг эпюрасини қурамиз (II.3-шакл, д).

**2-масала.** Тўтланган ва ёйилган кучлар билан юкланган стержен учун бўйлама кучнинг эпюраси қурилсин (II.4 -шакл, а).



II.4-шакл.

#### Ечиш

Стержен ўнг томондаги учи билан қистириб маҳкамланганлиги сабабли масалани чап томондан бошлаб ечамиз;  $z$  ўқини стерженнинг геометрик ўқи бўйлаб йўналтирамиз. Стержен учта оралиқдан иборат.

Кесиш усулидан фойдаланамиз: ҳар бир оралиқни фикран қирқиб, қирқилган кесимларга нисбатан бўйлама кучларнинг тенгламаларини тузамиз.

Охирги ифодани қирқилган кесимларга нисбатан ёзамиз:

I оралиқ  $(0 \leq z_1 \leq l)$

чап томон учун:  $N(z_1) = ql - \text{const}$

II оралиқ  $(0 \leq z_2 \leq 2l)$

чап томон учун:  $N(z_2) = ql - qz_2$



$$\begin{aligned} z_2=0 & \quad N(0)=ql \\ z_2=2l & \quad N(2l)=-ql \end{aligned}$$

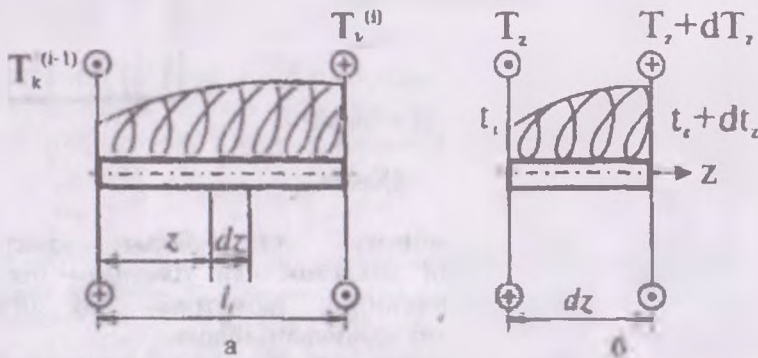
III оралиқ  $(0 \leq z_3 \leq l)$

чап томон учун:  $N(z_3) = ql - q \cdot 2l = -3ql = \text{const}$

Бу қийматлар ёрдамида аниқ масштаб билан бўйлама кучнинг эпюрасини қурамиз (II.4-шакл, б)

#### 2.4-§. Буровчи момент билан таралган момент интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар

Валнинг  $l$  узунликка эга бўлган  $i$ -чи оралиғига интенсивлиги  $t_e = t_{ez}$  бўлган ёйилган ташқи момент таъсир этмоқда (II.5-шакл, а)



II.5-шакл.

Текшириляётган оралиқнинг чап кесимидаги буровчи момент  $t_e^{(i-1)}$ , ўнг кесимидаги эса  $t_e^i$  билан чизмада тасвирланган. Ундан чексиз кичик узунликдаги  $dz$  бўлакчани ажратиб олиб (II.5-шакл, б), қуйидаги мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum M_o = 0; \quad T_z + dT_z - T_z - t_e \cdot dz - \frac{dt_e \cdot dz}{2} \approx 0$$

Бу тенгламани тузишда ажратилган бўлакчанинг узунлиги  $dz$  чексиз кичик бўлганлигидан ёйилган юк чизиқли қонуният буйича тақсимланган деб қаралган.

Иккинчи тартибли чексиз кичик миқдор  $\frac{dT_z \cdot dz}{2}$  ни эътиборга олмасдан, қуйидаги дифференциал муносабағни ҳосил қиламиз:

$$\frac{dT_z}{dz} = t_{\alpha}(z) \quad (II.5)$$

Демак, буровчи моментдан  $z$  абсцисса буйича олинган биринчи тартибли ҳосила валнинг текширилаётган оралнига таъсир курсатаётган ёйилган момент интенсивлигига тенг экан (II.5) дан қуйидаги интеграл муносабат келиб чиқади:

$$T_z = \int_0^{z_1} t_{\alpha}(z) dz + T_z^{i-1} \quad (II.6)$$

### 2.5-§. Буровчи моментларнинг эпюралари

Буровчи моментларнинг эпюраларини қуриш мақсадида тасмали (трансмиссия) пални олами (II.6-шакл).

Валга 3 та шкив ўрнатилган. Подшипниклардаги ишқаланиш кучларини эътиборга олмаймиз.

Айтайлик, валга урнатилган II шкив двигателнинг айланма ҳаракатини тасмали узатмалар орқали қабул қилсин. Натижада айланма ҳаракатлар I ва III шкивлар орқали дастгоҳларга узатилади. Шу боис, II шкив етакловчи, қолганлари эса етакланувчи шкивлар дейилади.

Назарий механикадан маълумки, шкивларга таъсир этувчи ташқи буровчи момент мазкур шкивга боғланган электродвигател ёки дастгоҳнинг қуввати  $N_{o.k}$  ва валнинг I дақиқадаги айланишлар сони  $n$  орқали қуйидагича ифодаланади:

$$T_e = 7162 \frac{N_{o.k}}{n} \text{ (Нм)} \quad (II.7)$$

Бу ерда,  $N_{o.k}$  - узатилаётган қувватнинг от кучи (қисқача о.к.) ҳисобидаги қиймати.

Бир от кучи 0,736 кВт эканлигини назарда тутиб, ташқи буровчи моментни аниқлаймиз:

$$T_e = \frac{7162K}{0,736 n} = 9736 \frac{K}{n} \quad (11.8)$$

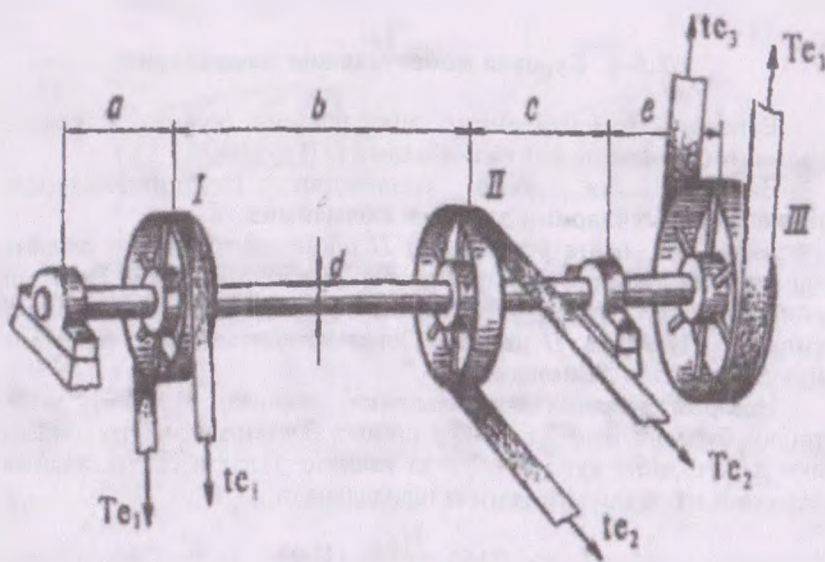
Бу ерда,  $K$  - қувватнинг киловатт қиймати.

Одатда,  $K$  ва  $n$  ларнинг қийматлари двигател ва даст гоҳларнинг паспортларида кўрсатилган бўлади.

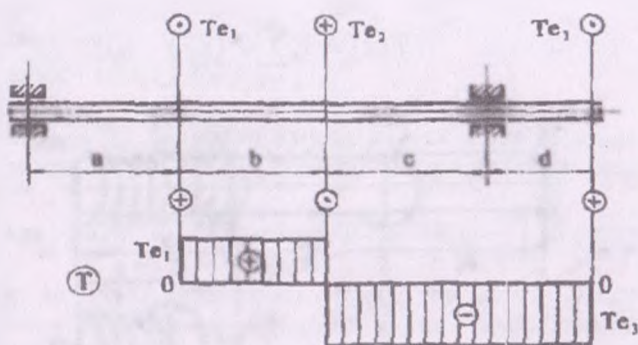
Баъзан ташқи буровчи моментни қуйидаги формула ёрдамида ҳам аниқлаш мумкин:

$$T_e = (T - t)D \quad (11.9)$$

Бу ерда,  $T$  - тасманинг етакловчи қисмидаги тортишиш кучи;  
 $t$  - тасманинг етакланувчи қисмидаги тортишиш кучи;  
 $D$  - шкивнинг диаметри.



11.6-шакл.



II.7-шакл.

Фараз қилайлик, валнинг учала шкивларига қўйилган ташқи моментларнинг қийматлари маълум бўлиб, улар мос равишда  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{e3}$  ларга тенг бўлсин

Фаловий (аксонометрик) куринишдаги чизмани текисликда тасвирлаймиз (II.7-шакл, а).

Ташқи ва ички моментларни чизмада тасвирлаш учун тегишли кесимдан олинган вертикал кесманинг учларига иккита айлана чизилади; бу айланаларнинг бирига ( ) нуқта, иккинчисига (+) мусбат белгиси қўйилади.

Кесиш усулидан фойдаланиб, буровчи моментнинг эпюрасини қурамиз (II.7-шакл, б).

**3-масъала.** II.8-шакл, а да тасвирланган вал учун буровчи моментнинг эпюраси қурилсин. Текис тақсимланган моментни

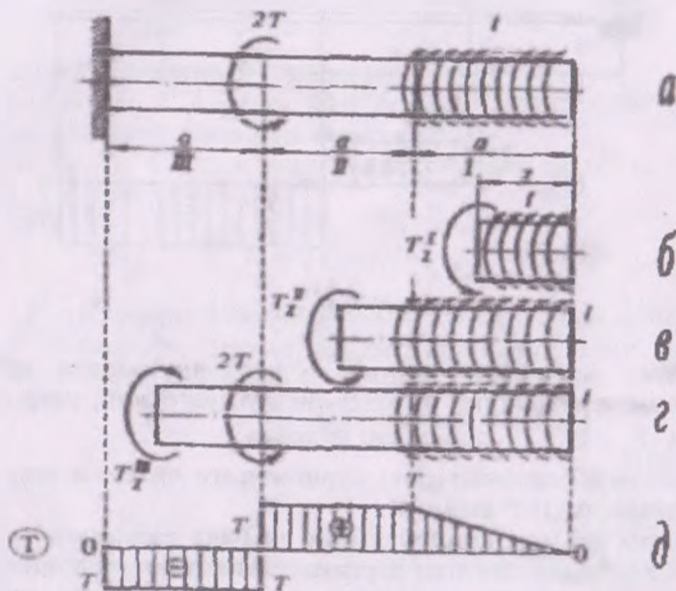
$$t = \frac{T}{a} \text{ га тенг деб олинсин.}$$

#### Ечиш

Валнинг уқи буйлаб  $z$  ўқини йўналтириб, масалани ечишни унг томондан бошлаймиз. Вал учта ораликдан иборат.

Кесиш усулини қўллаб, валнинг учала оралиқларини ҳам фикран қирқамиз. Кейин эса

$$T(z) = \pm \sum_{i=1}^n T(z_i) \quad (II.10)$$



II.8-шакл.

формуладан фойдаланиб, қирқилган кесимлардан бир томонда ётган барча ташқи буровчи моментларни  $z$  ўқига нисбатан проекциялаймиз.

Буровчи моментнинг тенламасини тузишда қуйидаги ишоралар қондасига риоя қилиш зарур: агар кесим томондан қараганда ташқи буровчи момент вални соат миля ҳаракати йўналишига қарши айлантирса унинг ишораси мусбат, аксинча, соат милянинг ҳаракати йўналиши буйича айлантирса манфий ишорали қилиб танланади.

(II 10) формула ёрдамида қуйидагича ифодаларни тузамиз (II 8-шакл, б, в, г):

I оралиқ  $(0 < z_1 \leq l)$   
 ўнг томон учун  $T(z_1) = T z_1 = \text{const}$

II оралиқ  $(0 < z_2 \leq \ell)$

чап томон учун  $T(z_2) = ta = T = \text{const}$ ;

III оралиқ  $(0 < z_3 \leq \ell)$

чап томон учун  $T(z_3) = ta - 2T = -T = \text{const}$ .

II.8-шакл,  $\delta$  да топилган қийматлар асосида аниқ масштаб билан қурилган буровчи моментнинг эпюраси тасвирланган.

4-масала. Валга интенсивлиги  $T(z) = 2T\left(\frac{z}{\ell}\right)^2$  бўлган ёйил-

ган момент ва  $T$  тўпланган момент таъсир этмоқда (II.9-шакл, а).  
Буровчи моментнинг эпюрасини қуриш талаб этилади.

### Ечиш

Дастлаб чизмадан фойдаланиб қуйидаги муносабатни тузамиз:

$$\frac{4T}{2\ell^2} = \frac{t(z_1)}{z_1}$$

Бундан

$$t(z_1) = \frac{2T}{\ell^2} z_1$$

эканлиги келиб чиқали

Қуйидагича ифодаларни ёзиб оламиз:

I оралиқ  $(0 < z_1 \leq \ell)$

ўнг томон учун  $T(z_1) = T = \text{const}$

II оралиқ  $(0 < z_2 \leq 2\ell)$

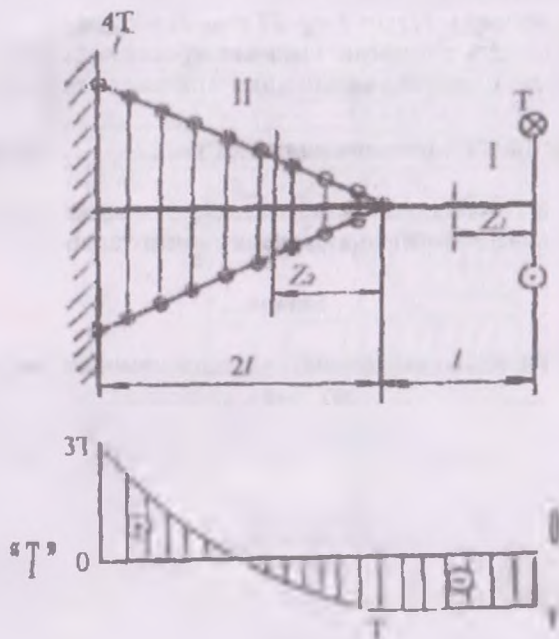
ўнг томон учун

$$T(z_2) = -T + \int_0^{z_2} t(z_2) dz_2 = -T + \int_0^{z_2} \frac{2T}{\ell^2} z_2 dz_2 = -T + \frac{T}{\ell^2} z_2^2;$$

$z_2 = 0$  бўлса  $T(0) = -T$  бўлади;

$z_2 = 2\ell$  бўлса  $T(2\ell) = 3T$  бўлади

II 9-шакл, 6 да бу қийматлар асосида аниқ масштаб билан қурилган буровчи моментнинг эпюраси тасвирланган.



II.9-шакл.

### 2.6-§. Тўсинлар ва уларнинг таянчлари

Материаллар қаршилиги фанида “тўсин” сузи жуда кенг маънони англатади. Масалан, турли хил вал, ўқ, болт ва тишли гилдиракларнинг тишлари кабилар ҳам мустаҳкамлик, бикрлик ва устуворликка оид лойиҳалаш-ҳисоблаш жараёнларида тўсин деб қаралади.

Одатда, тўсинлар конструктив шакллари турлича бўлган таянчларга ўрнатилади. Шунини таъкидлаш зарурки, тўсин фақат ўзига қўйилган ташқи кучлар таъсиридангина эмас, балки таянч реакцияларидан ҳам эгилади.

Эгилган тўсинларнинг барча кесимларида кўндаланг куч  $Q$  ва эгувчи момент  $M$  пайдо бўлади. Шу сабабли, тўсиннинг ре-

акцияларини аниқлаш ҳамда турли хил тўсинлар учун  $Q$  ва  $M$  ларнинг эпюраларини қуриш тартибларини мукамалроқ би-лиш зарур.

Дастлаб эгилишдаги ички кучлар учун қуйидаги қоидаларни баён қиламиз:

- тўсин ўқиға тик булган йўналишға нисбатан тўсиндан ажратиб олинган бўлакчаға таъсир этаётган барча кучлар (ташқи кучлар ва таянч реакциялари) дан олинган проекция лар йиғиндиси кўндаланг куч дейилади ҳамда

$$Q_x(z) = \pm \sum_{i=1}^n Y_i \quad (II.11)$$

кўринишда аниқланади.

- қирқилган кесим марказига нисбатан тўсиндан ажратиб олинган бўлакчаға таъсир этаётган барча кучлар (ташқи юклар ва таянч реакциялари)дан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндиси эгувчи момент дейилади ҳамда

$$M_x(z) = \pm \sum_{i=1}^n M_{xi} \quad (II.12)$$

кўринишдаги формула ёрдамида аниқланади

$Q$  ва  $M$  лар учун ишоралар қоидаси қуйидагича.

- агар кучлар (ташқи юклар ва таянч реакциялари) векто-ри тўсиндан ажратиб олинган бўлакчани қирқилган кесим марказига нисбатан соат мили ҳаракати йўналишида айлантир-са, у ҳолда кўндаланг куч мусбат ва аксинча, соат мили ҳаракати йўналишиға тескари томонға айлантирса манфий ишорали қилиб олинади;

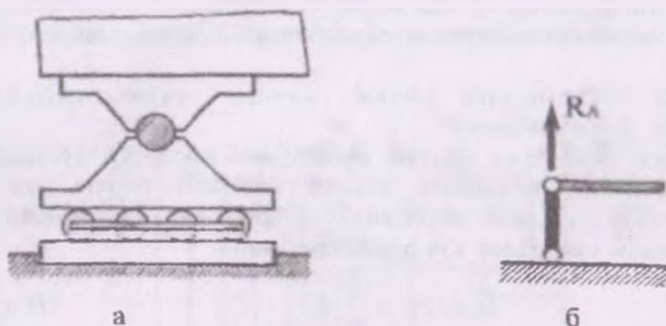
- агар кучлар (ташқи юклар ва таянч реакциялари) векто-ридан қирқилган кесим марказига нисбатан олинган момент-лар тўсиндан ажратиб олинган бўлакчанинг юқори толаларини тикса, у ҳолда эгувчи момент мусбат ва аксинча, юқори толала-рини чўзса манфий ишорали қилиб танланади.

## 2.7-§. Тўсин таянчларининг асосий хиллари

Тўсинларнинг таянчлари уч хил бўлади

1. Шарнифли-қузғалувчан таянч (II.10-шакл, а). Бу хилдаги та-янч тўсин учининг горизонтал кўчишиға ва кўндаланг кесими-нинг айланишиға қаршилик кўрсатмайди.



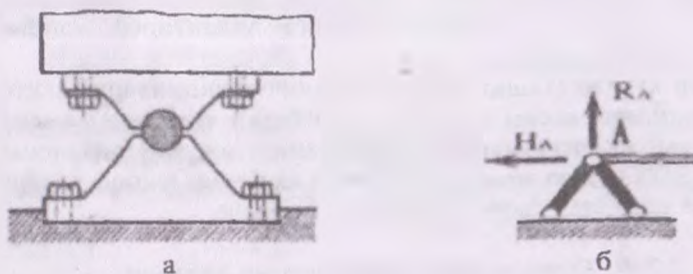


II.10-шакл.

Шарнирли-қўзгалувчан таянчнинг схематик тасвири II.10-шакл, б да курсатилган. Бундай таянчнинг реакцияси  $R$  таянч боғланиши бўйлаб ёки гилдирақларнинг таянч текислигига тик йўналган бўлади.

2. Шарнирли қўзғалмас таянч (II.11-шакл, а). Бу таянч  $A$  нуктага тегишли кесимнинг эркин айланишига имкон берсада, лекин тўсин учининг ҳеч қандай қизиқли кўчишига йўл қўймайди.

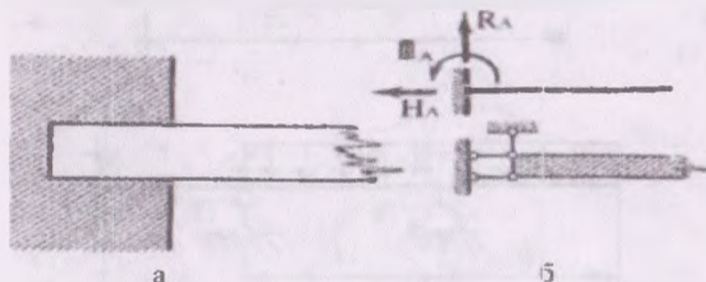
II.11-шакл, б да тасвирланганидек, бу таянчнинг схематик тарздаги кўриниши тўсин билан шарнир воситасида туташтирилган иккита стержендан иборат.



II.11-шакл

Қўзғалмас шарнирли таянчларда  $H$  горизонтал ва  $R$  вертикал ташкил этувчиларга ажралувчи таянч реакциялари ҳосил бўлади.

3. Қистириб маҳкамланган таянч (II.12-шакл, а). Бу хилдаги таянч унга туташтирилган тўсин кесимининг тўғри чизиқли ва бурчакли қучишларига йўл қўймайди. Бу таянчнинг схематик тасвири II.12-шакл, б да кўрсатилган.



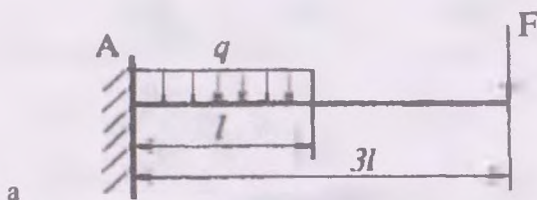
II.12-шакл

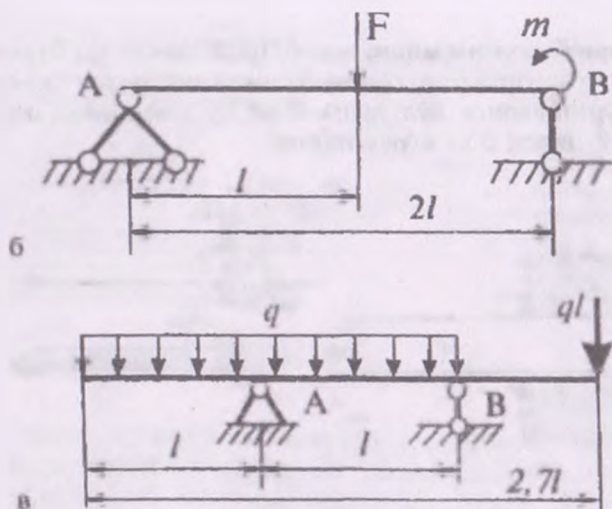
Қистириб маҳкамланган таянчнинг таянч реакциялари горизонтал  $H$  ва вертикал  $R$  кучлардан ҳамда реактив момент  $m$  дан иборат бўлади.

Одатда, таянч реакциялари статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқланадиган тўсинлар **статик аниқ тўсинлар** дейилади.

Статик аниқ тўсинларга қуйидагилар мисол бўлади:

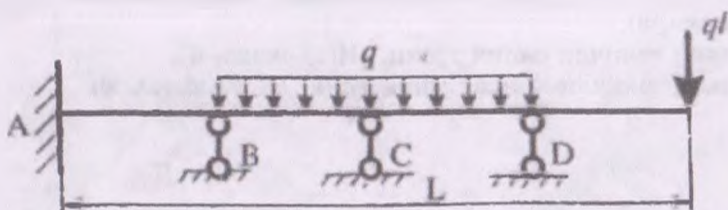
- а) консол-бир учи билан қистириб маҳкамланган тўсин (II.13-шакл, а);
- б) икки таянчли оддий тўсин (II.13-шакл, б);
- в) икки таянчли консол учли тўсин (II.13-шакл, в).





II.13-шакл.

Таянч реакциялари статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқланмайдиган тўсинлар статик аниқмас тўсинлар<sup>\*</sup> дейилади. Бунга мисол қилиб II.14-шаклдаги туташ тўсинни келтириш мумкин, чунки у 6 та ( $A$  таянчда 3 та ва  $B, C, D$  таянчларда биттадан) номаълум таянч реакцияларига эгадир.



II.14-шакл.

<sup>\*</sup> Статик аниқмас тўсинларни ҳисоблаш IX бобда баён этилади.

## 2.8-§. Таянч реакцияларини аниқлаш

Умумий ҳолда текисликдаги статик аниқ тизим (тўсин, рама, арка, эгри брус) ларнинг таянч реакциялари статиканинг қуйидаги учта мувозанат тенгламаларидан топилади:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n Z_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n Y_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{A_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ёки} \left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n Z_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{A_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 13)$$

Бу ерда  $A$  ва  $B$  ҳарфлари таянчларга тегишли нуқтани ифода қилади.

Биз фақат тўсиннинг геометрик ўқига тик йўналган ташқи кучлар таъсири остидаги эгилишни ўрганиш билан чегараланамиз, холос. Шу сабабли, бундай тўсинларнинг таянч реакцияларини аниқлаш учун  $\sum_{i=1}^n Z_i = 0$  тенгламани тузишнинг зарурияти қолмайди, яъни таянчнинг горизонтал тузувчиси  $H=0$  бўлади.

Консолнинг таянч реакцияларини аниқлаш учун эса қуйидаги иккита тенгламаларни тузиш тавсия этилади:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n Y_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II } 14)$$

Параллел кучлар тизими таъсири остидаги икки таянчли оддий ва консол учли тўсинларнинг таянч реакцияларини аниқлаш учун эса  $A$  ва  $B$  таянчларга нисбатан ҳамма кучлардан олинган моментлар тенгласидан фойдаланиш зарур:

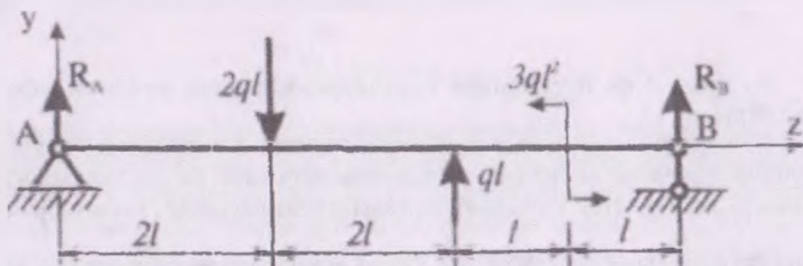
$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_{A_i} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (II\ 15)$$

кейин эса таянч реакцияларнинг қийматлари

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0 \quad (II\ 16)$$

тенглама ёрдамида текшириб кўрилади

5-масала. Икки учи билан шарнирли қўзғалмас ва қўзғалувчи таянчларга тиралган оддий тўсинга II 15 шаклда кўрсатилгандек, тулланган ва жуфт кучлар таъсир этмоқда. Мазкур тўсиннинг таянч реакцияларини аниқлаш талаб этилади.



II.15-шакл.

### Ечиш

Тўсиннинг чап таянчини  $R_A$  ва ўнг таянчини эса  $R_B$  реакциялар билан алмаштирамиз. Барча кучлардан А ва В таянчларга нисбатан моментлар олиб, берилган масала учун (II 15) ифодани тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_{A_i} &= 0, & 2ql \cdot 2l - ql(2l + 2l) - 3ql^2 - R_B 6l &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{B_i} &= 0, & R_A 6l - 2l \cdot 4l + ql \cdot 2l - 3ql^2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Охириги тенгламалардан номатълум реакцияларни аниқлаймиз:

$$R_A = \frac{3}{2} ql;$$

$$R_B = \frac{ql}{2}.$$

Демак,  $R_B$  таянч реакциясининг ҳақиқий йўналиши у уқига тескари йўналган экан.

(II.16) тенгламани тузиб,  $R_A$  ва  $R_B$  ларнинг қийматлари тўғри топилганлигига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad R_A - 2 \cdot ql + ql + R_B = 0$$

ёки

$$\frac{3}{2} ql - 2ql + ql - \frac{ql}{2} = 0, \quad 0 = 0.$$

6-масала. II.16-шаклда тасвирланган консол учли оддий тўсин жуфт куч ва текис таралган ёйилган куч таъсирида бўлсин. Тўсиннинг таянч реакцияларини аниқлаймиз. Қуйдагилар маълум:  $m = 2 \cdot 10^4 \text{ Н·м}$ ,  $q = 3 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ,  $l = 1,5 \text{ м}$ .

#### Ечиш

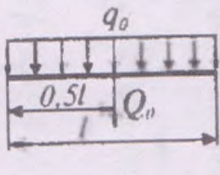
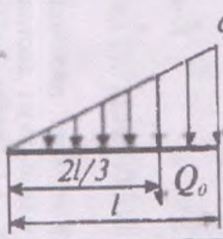
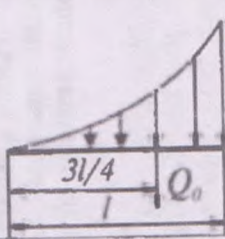
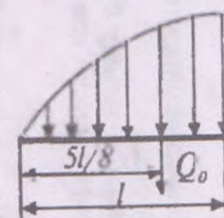
Тўсиннинг таянчларини  $R_A$  ва  $R_B$  реакциялар билан алмаштирамиз.

Шуни эслатиб ўтиш лозимки, ёйилган кучлардан бирор нуқтага момент олиш учун дастлаб уларнинг тенг таъсир этувчиси аниқланади (2.1-жадвалга қаранг).

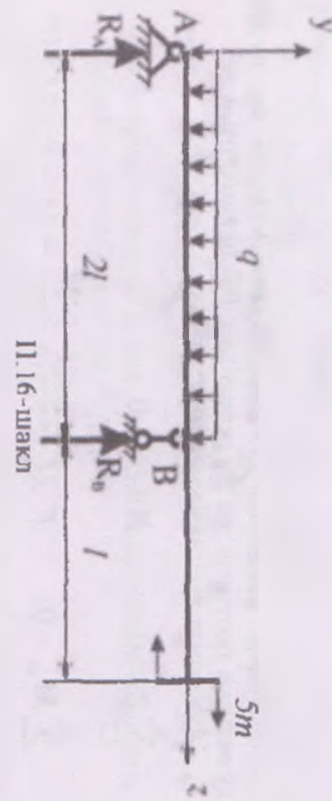
Статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_{Ai} = 0, & \quad q \cdot 2l \cdot \frac{2l}{2} - R_B \cdot 2l + 5m + 2ql^2 = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{Bi} = 0, & \quad R_A \cdot 2l - q \cdot 2l \cdot \frac{2l}{2} + 5m = 0 \end{aligned} \right\}$$

Бундан  $R_A = -\frac{3ql}{2}, \quad R_B = \frac{7ql}{2}$

Ўйилган кучларнинг таъсир этиш қонуниятлари	1	2	3	4
		$q(z) = q_0 = const$ $0 \leq z \leq l$	$q(z) = \frac{q_0}{l} \cdot z$ $0 \leq z \leq l$	$q(z) = \frac{q_0}{l^2} \cdot z^2$ $0 \leq z \leq l$
Чизмада тасвирланиши				
Тенг таъсир этувчиси	$Q_0 = q_0 l$	$Q_0 = \frac{q_0 l}{2}$	$Q_0 = \frac{1}{3} q_0 l$	$Q_0 = \frac{2}{3} q_0 l$

46



II.16-шакл

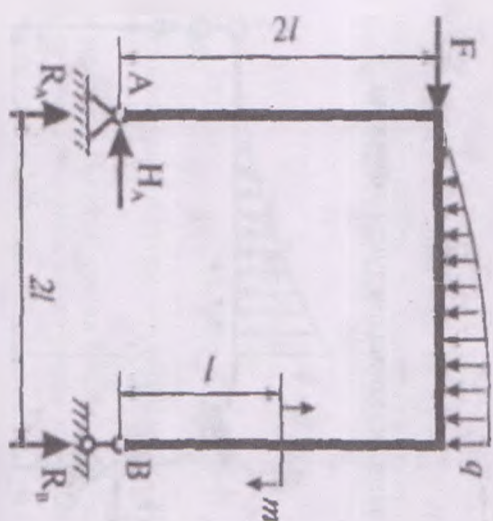
Таянч реакцияларининг тўғри ёки нотўғри топишганлигини текширалик:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad R_A - 2 \cdot ql + R_B = -\frac{(-3ql^2)}{2} - 2 \cdot ql + \frac{7ql}{2} = 0.$$

Охириги тенглама таянч реакцияларининг тўғри аниқланганлигини тасдиқлайди.

7-масала. II.17-шаклда тасвирланган раманинг таянч реакциялари топилсин.

Қийматилар маълум:  $F = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}$ ,  $q = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ,  $l = 1,2 \text{ м}$ ,  $m = ql^2$ .



II.17-шакл.

47

### Ейтиш

Раманинг шарнирли-қўзғалмас таянчини  $H_A$  ва  $R_A$ , шарнир қўзғалувчи таянчини эса  $R_B$  реакциялар билан алмаштирамиз. Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad F - H_A = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0, \quad F \cdot 2\ell + \frac{2q \cdot 2\ell}{3} \cdot \frac{3 \cdot 2\ell}{8} + M - R_B \cdot 2\ell = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{B_i} = 0, \quad R_A \cdot 2\ell + F \cdot 2\ell - \frac{2q \cdot 2\ell}{3} \cdot \frac{3 \cdot 2\ell}{8} + M = 0$$

Бундан

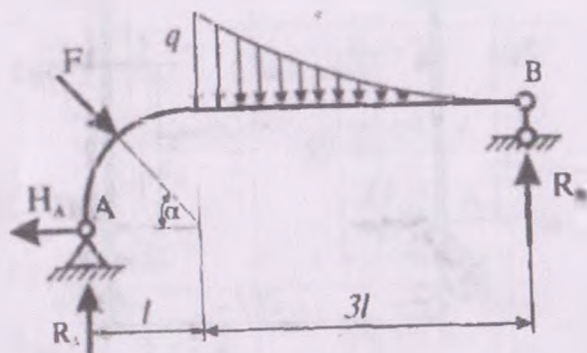
$H_A = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}$ ,  $R_A = -5 \cdot 10^4 \text{ Нм}$ ,  $R_B = 8,2 \cdot 10^4 \text{ Нм}$   
эканлиги келиб чиқади.

Текшириш:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad R_A + R_B - \frac{2q \cdot 2\ell}{3} = 0.$$

$$-5 \cdot 10^4 + 8,2 \cdot 10^4 - 3,2 \cdot 10^4 = 0$$

Демак, таянч реакциялари тўғри топилган



II.18-шакл.



8-масала. Эгри брусга тўпланган куч ва ёйилган куч таъсир  
 тмоқда (II.18-шакл); А ва В таянчлардаги реакциялар  
 аниқлансин. Қуйидагилар маълум:  $F = 2 \cdot 10^4 \text{ Н}$ ,  $q = 1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ,  
 $l = 1 \text{ м}$ ;  $\alpha = 45^\circ$

Ечили

Таянчларни тегишли таянч реакциялари билан алмаштириб,  
 мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad P \cos \alpha - H_A = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0, \quad F \sin \alpha (l - l \cos \alpha) + \frac{q \cdot 3l}{3} \left( \frac{3l}{4} + l \right) -$$

$$- R_B \cdot 4l + F \cos \alpha \cdot l \sin \alpha = 0$$

$$\sum_{i=1}^n M_B = 0, \quad R_A \cdot 4l + H_A \cdot l - F \cos \alpha (l - l \sin \alpha) -$$

$$- F \cos \alpha (3l + l \cos \alpha) - \frac{q \cdot 3l}{3} \cdot \frac{3 \cdot 3l}{4} = 0.$$

Бу ифодалардан

$H_A = 1,414 \cdot 10^4 \text{ Н}$ ,  $R_A = 1,6205 \cdot 10^4 \text{ Н}$  ва  $R_B = 0,79 \cdot 10^4 \text{ Н}$   
 га тенг эканлиги келиб чиқади; бу қийматларнинг тўғрилигини  
 текшириш учун қуйидаги тенгламани тузиш кифоя:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad R_A - F \sin \alpha - \frac{q \cdot 3l}{3} + R_B = 0$$

ёки  $2,41 \cdot 10^4 - 2,41 \cdot 10^4 = 0$

Демак, реакция кучлари тўғри топилган.

## 2.9-§. Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар

Түсиннинг узунлиги  $\ell$ , бўлган  $i$ -чи оралиғига интенсивлиги  
 $q = q(z)$  қонуният билан ўзгарувчи ёйилган юк қўйилган (II.19-  
 шакл, а) Чексиз кичик узунликдаги  $dz$  бўлакчани алоҳида аж-

ратиб олиб, унга ташлаб юборилган қисмларнинг таъсирини мусбат ишорали ички зўриқишлар билан алмаштирамиз (II 19-шакл, б).

Ажратилган бўлакчаларнинг мувозанатини текширамиз:

а) бўлакча барча кундаланг кучлар таъсирида мувозанатда турди:

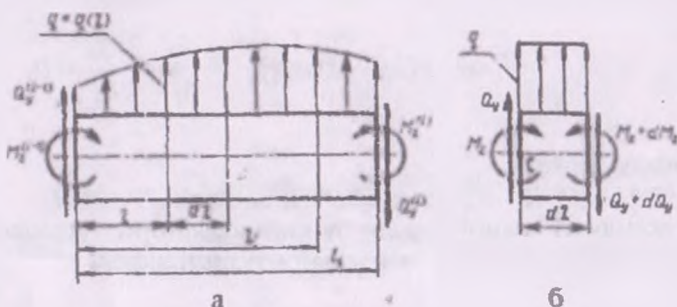
$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0, \quad Q_y - (Q_y + dQ_y) - q dz = 0$$

бундан

$$\frac{dQ_y}{dz} = -q(z) \quad (\text{II.17})$$

кўринишидаги дифференциал боғланишга эга буламиз.

Демак, кундаланг кучдан абсцисса  $z$  бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила ёйилган юк ингенсивлигининг тескари ишора билан олинган қияматига тенгдир.



II.19-шакл.

б) булакчанинг ўнг кесими оғирлик маркази ҳисобланган  $C$  нуқтага нисбатан барча кучлардан олинган моментлар йиғиндиси нолга тенг:

$$\sum_{i=1}^n M_{Ci} = 0, \quad M_z - (M_z + dM_z) + (Q_y + dQ_y) dz + q \frac{(dz)^2}{2} = 0.$$

Бу ифода таркибидаги иккинчи даражали чексиз миқдорларни эътиборсиз қолдириб, қуйидаги дифференциал боғланишни ҳосил қиламиз:

$$\frac{dM_z}{dz} = Q, \quad (II.18)$$

Демак, эгувчи моментдан  $z$  абсцисса бўйича олинган ҳосила текшириладиган кесимдаги кундаланг кучга тенгдир.

У ҳолда учинчи дифференциал тенглама келиб чиқади:

$$\frac{d^2 M_z}{dz^2} = \frac{dQ_z(z)}{dz} = -q \quad (II.19)$$

яъни эгувчи моментдан  $z$  абсцисса бўйича олинган иккинчи ҳосила ёйилган юк интенсивлигининг тескари ишора билан олинган қийматига тенгдир.

Бу дифференциал боғланишлардан қуйидаги интеграл муносабатлар келиб чиқади:

$$Q_z(z) = \int_{(z)} q(z) dz + Q_z^{i-1} \quad (II.20)$$

$$M_z(z) = \int_{(z)} Q_z(z) dz + M_z^{i-1} \quad (II.21)$$

Бунда  $Q_z^{i-1}$  ва  $M_z^{i-1}$  - текшириладиган оралиқнинг чап кесимидаги кундаланг куч ва эгувчи моментлар.

Юқорида келтирилган дифференциал боғланишлардан биринчидан, кундаланг куч  $Q$  ва эгувчи момент  $M$  ларнинг эпюраларини қуришга, иккинчидан эса қурилган эпюраларнинг тўғри ёки нотўғрилигини текширишга имкон берувчи қуйидаги муҳим хулосалар келиб чиқади:

1 Ёйилган юк интенсивлиги булмаган оралиқларда  $Q$  нинг эпюраси тўсин ўқиға параллел йўналган тўғри чизиқ,  $M$  нинг эпюраси эса тўсин ўқиға оғма тўғри чизиқ билан чегараланган бўлади.

2 Ёйилган юк интенсивлиги таъсир этаётган оралиқларда эса  $Q$  нинг эпюраси тўсин ўқиға оғма тўғри чизиқ,  $M$  нинг эпюраси эса квадратик парабола ёйи билан чегараланган бўлади.

3. Кесувчи куч нолга тенг бўлган кесимда эгувчи момент экстремал қийматга эришади.

4.  $Q > 0$  бўлган оралиқларда, чапдан ўнгга томон  $M$  нинг ординатаси орта бошлайди, яъни эгувчи моментнинг мусбат қиймати ошади, манфий қиймати эса камаяди.

Аксинча,  $Q < 0$  бўлган оралиқларда эса  $M$  нинг ординатаси камаю бошлайди.

5. Тўпланган куч қўйилган кесимларда  $Q$  нинг эпюраси шу куч миқдори қадар сакрайди,  $M$  нинг эпюрасини чегараловчи чизиқ эса ўз йўналишини ўзгартиради.

6. Жуфт куч қўйилган кесимларда  $Q$  нинг эпюрасида ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмайди,  $M$  нинг эпюрасида эса шу жуфт куч миқдори қадар сакраш содир бўлади.

7. Четки шарнирли таянчларда кесувчи куч таянч реакцияларига, эгувчи момент эса нолга тенг бўлади (агар шу кесимларга жуфт куч қўйилмаган бўлса).

8. Тўсин (консол) нинг эркин учига жуфт куч қўйилмаган бўлса, эгувчи момент шу кесимда нолга тенг бўлади; агар консол учига тўпланган куч ҳам қўйилмаган бўлса, шу кесимда кесувчи куч ҳам нолга тенг бўлади.

9. Қистириб маҳкамланган таянчда кесувчи куч шу таянчнинг реакция кучига, эгувчи момент эса реактив моментига тенг бўлади.

Ташқи кучлар билан юклатилган турли хил тўсинлар учун қўндаланг куч ва эгувчи моментларнинг эпюраларини қўришни кўриб чиқамиз.

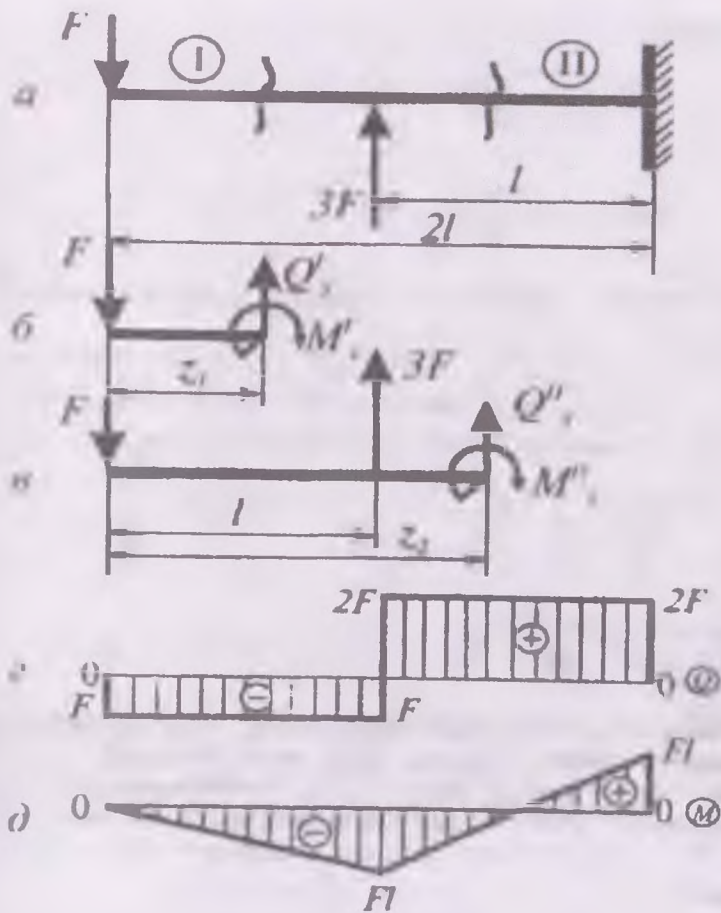
**9-масала.** Икки оралиқдан иборат консол учун қўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини қўринг (II 20-шакл, а)

### Ечиш

Кесиш усулига мувофиқ ҳар бир оралиқни  $z$  масофада фикран қирқиб, консолдан ажратилган бўлакчани алоҳида чизиб оламиз (II.20-шакл, б, в).

Кесим оғирлик марказига навбат билан  $Q'(z_1)$ ,  $Q''(z_2)$  қўндаланг кучларни ва  $M'(z_1)$ ,  $M''(z_2)$  эгувчи моментларни қўямиз.

Консолдан ажратиб олинган булакчага (II.11) ва (II.12) ифодаларни тадбиқ этиб ички кучларнинг аналитик ифодаларини тузамиз:



П.20-шакл.

I оралиқ:  $0 \leq z_1 \leq l$

$$Q'_i(z_1) = \pm \sum_{j=1}^i Y_j = -F = \text{const}$$

$$M'_i(z_1) = \pm \sum_{j=1}^i M_{uj} = -F z_1$$

II оралиқ:  $\ell \leq z_2 \leq 2\ell$

$$Q''(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = -F + 3F = 2F = \text{const}$$

$$M''_x(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{O_i} = -F z_2 + 3F(z_2 - \ell)$$

Ҳосил бўлган ифодалардан кўриниб турибдики, иккала оралиқда ҳам:

кўндаланг кучлар  $Q'_i(z_i) = \text{const}$ ,  $Q''_i(z_i) = \text{const}$  ва эгувчи момент  $M'_i(z_i)$ ,  $M''_i(z_i)$  лар чизиқли қонуният билан ўзгарар экан.

Ҳар бир оралиқ учун қуйидаги жадвални тузамиз.

I оралиқ			II оралиқ		
$Z_1$	Q	M	$Z_2$	Q	M
0	$-F$	0	0	$2F$	$-F\ell$
$\ell$	$-F$	$-F\ell$	$2\ell$	$2F$	$F\ell$

Жадвалдаги қийматлардан фойдаланиб, ички кучларнинг миқдорлари — ординаталарини аниқ масштаб билан консол ўқиға параллел ўтказилган нол чизигига перпендикуляр қилиб жойлаштирамиз. Натижада ҳар бир оралиқ учун кўндаланг куч  $Q(x)$  ва эгувчи момент  $M(z_i)$  ларнинг эпюралари пайдо бўлади (II.20- шакл, г, д).

**10-масъала.** Оддий тўсинга  $F$  ва  $2F$  кучлар таъсир кўрсатмоқда (II 21-шакл, а)

Ички зуриқишларнинг эпюраларини қуриш талаб этилади

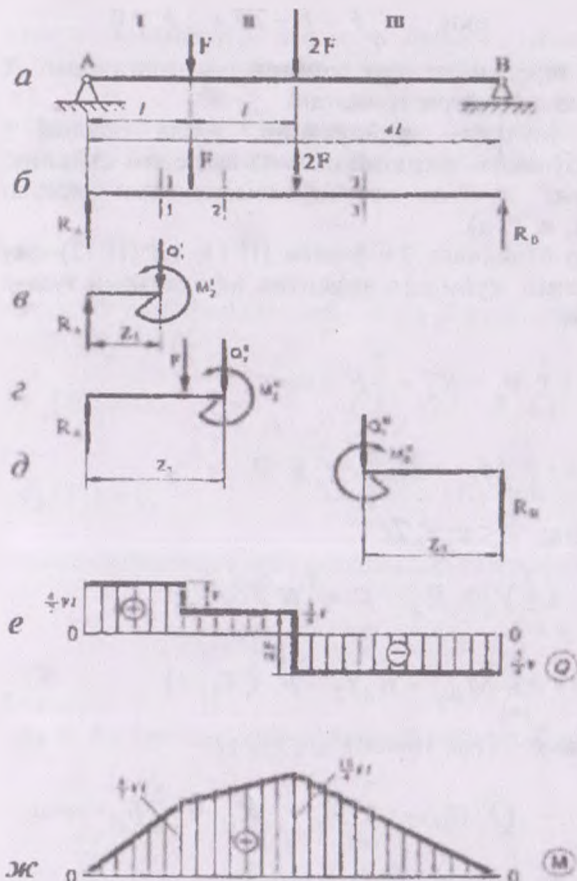
### Ечиш

Дастлаб А (кўзгалмас шарнирли) ва В (кўзгалувчан шарнирли) таянчларда пайдо бўлувчи реакцияларни аниқлаш зарур (II.21-шакл, б). А таянчдаги горизонтал ташкил эгувчи  $H_A = 0$  га тенг

(II.15) формулани тадбиқ этиб, тусиннинг мувозанатини текшираимиз:

$$\sum_{i=1}^n M_A(F_i) = 0, \quad F \cdot l + 2F \cdot 2l - R_B \cdot 4l = 0$$

$$\sum M_B(F_i) = 0, \quad -2F \cdot 2l - F \cdot 3l + R_A \cdot 4l = 0$$



II.21-шакл.

мувозанат тенгламаларини таянч реакцияларига нисбатан еч-  
сак,  $R_A = \frac{7}{4}F$  ва  $R_B = \frac{5}{4}F$  лар келиб чиқади. Бу

қийматларнинг тўғрилигига ишонч ҳосил қилиш учун  $\sum_{i=1}^n Y_i = 0$   
тенгламани тузамиз:

$$R_A - F - 2F + R_B = 0$$

ёки 
$$\frac{7}{4}F - F - 2F + \frac{5}{4}F = 0$$

Охирги ифоданинг чап томони ҳам нолга тенг. Демак, та-  
янч реакциялари тўғри топилган.

Кесиш усулидан фойдаланиб, учала оралиқ учун ҳам  
тўсиндан «бўлакча» ажратиб оламиз ва кесим оғирлик маркази-  
га қўндаланг куч ва эгувчи моментларни жойлаштираемиз  
(И.21-шакл, в, г, д).

Ҳар бир бўлакчага 2.6-§ даги (II.11) ва (II.12) формулалар-  
ни талбиқ этиб, қуйидаги аналитик ифодаларни тузамиз:

I оралиқ:  $0 \leq z_1 \leq \ell$

$$Q'_1(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = R_A - \frac{7}{4}F = \text{const.}$$

$$M'_1(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{01} = R_A z_1 - \frac{7}{4}F z_1$$

II оралиқ:  $\ell \leq z_2 \leq 2\ell$

$$Q''_2(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 Y_i = R_A - F = \frac{3}{4}F = \text{const.}$$

$$M''_2(z_2) = \pm \sum_{i=1}^2 M_{02} = R_A z_2 - F(z_2 - \ell)$$

III оралиқ: (ўнг томон)  $0 \leq z_3 \leq 2\ell$

$$Q'''_3(z_3) = \pm \sum_{i=1}^3 Y_i = R_B - \frac{5}{4}F = \text{const.}$$

$$M'''_3(z_3) = \pm \sum_{i=1}^3 M_{03} = R_B z_3 - \frac{5}{4}F z_3$$

Қуйидаги жадвални тузамиз.



I оралиқ			II оралиқ			III оралиқ		
Z <sub>1</sub>	Q	M	Z <sub>2</sub>	Q	M	Z <sub>3</sub>	Q	M
0	$\frac{7F}{4}$	0	0	$\frac{3F}{4}$	$\frac{7F\ell}{4}$	0	$\frac{-5F}{4}$	0
l	$\frac{7F}{4}$	$\frac{7F}{4}$	2l	$\frac{3F}{4}$	$\frac{7F\ell}{4}$	l	$\frac{-5F}{4}$	$\frac{10F\ell}{4}$

Жадвалдаги қийматлар асосида қатъий масштаб билан кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини қурамыз (II.21 шакл, е, ж).

II-масала. Консол учли тўсинга  $F$  ва  $m=3F\ell$  ташқи куч таъсир этмоқда (II.22-шакл, а). Ушбу тўсин учун  $Q$  ва  $M$  эпюраларини қуринг.

#### Ечилиш

II.22-шакл, б дан фойдаланиб,  $A$  ва  $B$  таянчлардаги реакцияларни аниқлаймиз.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_A(F_i) &= 0, & F \cdot \ell + M - R_B \cdot 3\ell &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) &= 0, & -4F \cdot \ell + M + R_A \cdot 3\ell &= 0 \end{aligned} \right\}$$

мувоозанат тенгламаларини таянч реакцияларига нисбатан ечсак,

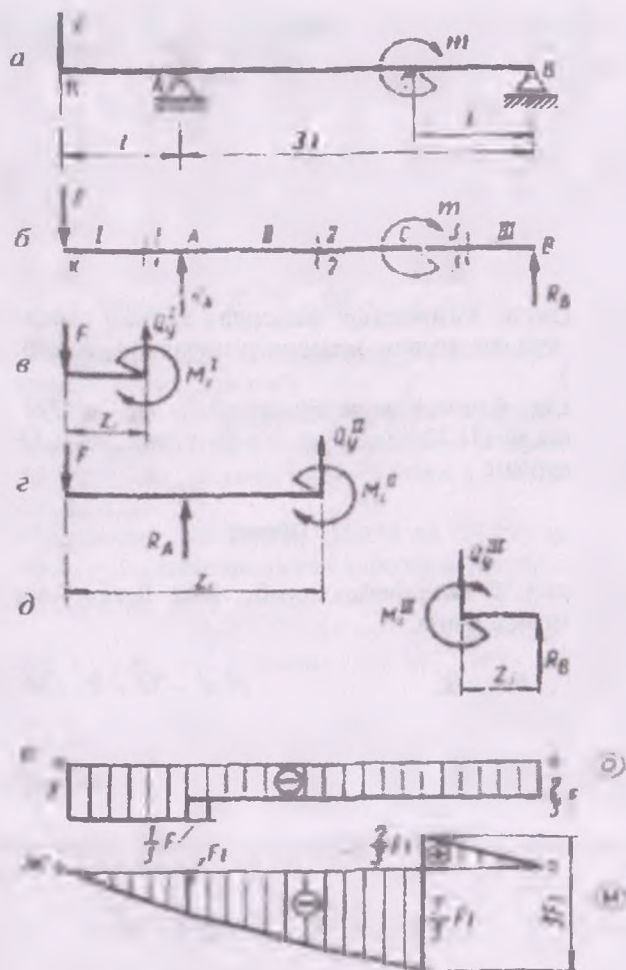
$$R_A = \frac{1}{3}F, \quad R_B = \frac{2}{3}F$$

лар келиб чиқади.

Энди  $R_A$  ва  $R_B$  ларнинг қийматларини текшириб қурамыз.

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad R_A - F + R_B = 0$$

ёки  $\frac{1}{3}F - F + \frac{2}{3}F = 0$



II.22-шакл.

Охирги тенгламанинг чап томони нолга тенглиги реакция кучларининг тўғри аниқланганлигини тасдиқлайди.

Олдинги масалалардаги сингари ҳар бир оралиқни навбат билан текисликлар ёрдамида фикран қирқамиз (II.22-шакл, в, г, д) ҳамда зўриқишларнинг аналитик ифодаларини тузамиз:

I оралиқ:  $0 < z_1 \leq l$

$$Q'_1(z_1) = \pm \sum_{i=1}^n Y_i = -F = \text{const},$$

$$M'_x(z_1) = \pm \sum_{i=1}^n M_{O1} = -F z_1$$

II оралиқ:  $\ell \leq z_2 \leq 4\ell$

$$Q''_1(z_2) = \pm \sum_{i=1}^n Y_i = R_A - F = \frac{1}{3}F - F = -\frac{2}{3}F = \text{const},$$

$$M''_x(z_2) = \pm \sum_{i=1}^n M_{O1} = R_A(z_2 - \ell) - F z_2 = \frac{1}{3}F(z_2 - \ell) - F z_2$$

III оралиқ: (ўнг томон)  $0 \leq z_3 \leq \ell$

$$Q'''_1(z_3) = \pm \sum_{i=1}^n Y_i = -R_B = -\frac{2}{3}F = \text{const},$$

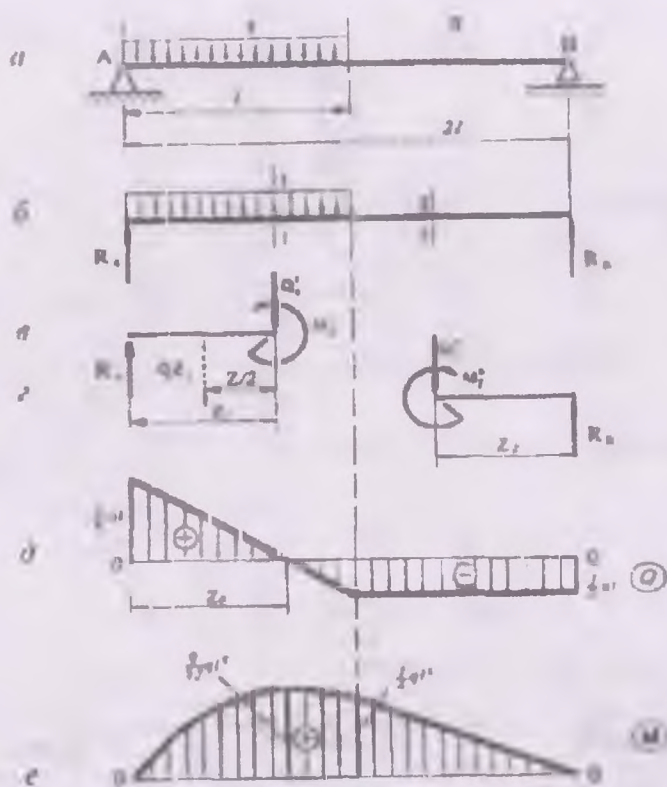
$$M'''_x(z_3) = \pm \sum_{i=1}^n M_{O1} = R_B z_3 = \frac{2}{3}F z_3$$

Куйидаги жадвални тузамиз.

I оралиқ			II оралиқ			III оралиқ		
$z_1$	$Q$	$M$	$z_2$	$Q$	$M$	$z_3$	$Q$	$M$
0	$-\frac{1}{3}F$	0	0	$-\frac{2}{3}F$	$-F\ell$	0	$-\frac{2}{3}F$	0
$\ell$	$-\frac{1}{3}F$	$-F\ell$	$4\ell$	$-\frac{2}{3}F$	$-\frac{7}{3}F\ell$	$\ell$	$-\frac{2}{3}F$	$\frac{2}{3}F\ell$

II 22-шакл, е, ж ларда жадваллардаги қийматлар асосида қурилган кўндаланг куч  $Q$  ва эгувчи момент  $M$  ларнинг эпюралари тасвирланган.

**12-масала.** Кўзгалмас ва кўзгалувчан таянчларда ётувчи оддий тўсинга  $q = \text{const}$  ёйилган куч интенсивлиги таъсир курсатмоқда (II.23-шакл, а).  $Q$  ва  $M$  эпюралари қурилсин.



II.23-шакл.

**Ечиш**

Хар галгидек, масалани ечишни таянч реакцияларни аниқлашдан бошлаймиз (II.23-шакл, б) Бунинг учун статиканинг мувозанат тенгламаларини тузиш кифоя:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_A(F_i) &= 0, & ql \cdot \frac{1}{2}l - R_B \cdot 2l &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) &= 0, & -ql \cdot \left(\frac{1}{2}l + l\right) + R_A \cdot 2l &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Булардан  $R_A = \frac{3}{4}ql$  ва  $R_B = \frac{1}{4}ql$  эканлиги маълум.

Таянч реакцияларнинг қийматларини текшириб куриш мақсадида

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \text{ёки} \quad R_A - ql + R_B = 0$$

тенгламани тузамиз.

$$\text{Демак, } \frac{3}{4}ql - ql + \frac{1}{4}ql = 0 \quad \text{ёки} \quad 0 = 0.$$

Кесиш усулини қўлаб, II.23-шакл, в, г чизмаларни ҳосил қиламиз. Натижада Q ва M ларнинг аналитик ифодалари қуйидаги куринишда ёзилади:

I оралиқ:  $0 \leq z_1 < l$

$$Q'_1(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = R_A - qz_1 = \frac{3}{4}ql - qz_1,$$

$$M'_1(z_1) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0i} = R_A \cdot z_1 - qz_1 \cdot \frac{z_1}{2} = \frac{3}{4}ql \cdot z_1 - 0.5qz_1^2$$

(бу ерда,  $\frac{z_1}{2}$  - куч елкаси, яъни тенг таъсир этувчи  $qz_1$  қуйилган нуқтадан I-I кесимнинг оғирлик марказигача бўлган масофа)

II оралиқ: (ўнг томон)  $0 \leq z_2 < l$

$$Q'_2(z_2) = \pm \sum_{i=1}^1 Y_i = -R_B = -\frac{1}{4}ql = \text{Const},$$

$$M'_2(z_2) = \pm \sum_{i=1}^1 M_{0i} = -R_B \cdot z_2 = -\frac{1}{4}ql \cdot z_2$$

I оралиқ учун тузилган ифодаларнинг биринчиси ёрдамида кўндаланг куч эпюраси курилади:

$$z_1 = 0 \quad \text{да} \quad Q''_1(0) = \frac{3}{4}ql.$$

$$z_2 = l \quad \text{да} \quad \text{эса} \quad Q''_2(0) = -\frac{1}{4}ql \quad \text{бўлади.}$$

Бундан чиқди, I оралиқнинг бошланишида кўндаланг куч мусбат, охирида эса манфий қийматга эга бўлар экан. Бошқача айтганда  $0 \leq z_1 \leq l$  оралиқда кўндаланг куч нолга тенг бўлган кесим мавжуд. Буни аниқлаш учун шу оралиқда кўндаланг куч тенгласини нолга тенглаб,  $z_1 = z_1$  ни аниқлаймиз:

$$Q_y'(z_1) = 0 \text{ ёки } \frac{3}{4}ql - qz_1 = 0$$

Бундан  $z_0 = \frac{3}{4}l$  эканлиги келиб чиқади.

$M_y'(z_1)$  эгувчи моментнинг тенгласи иккинчи тартибли эгри чизик тенгласидан иборат; шу сабабли эпюра қуриш учун энг камида яна битта нуқтадаги эгувчи момент қийматини билиш шарт.

$z_0 = \frac{3}{4}l$  бўлган «ўзига хос» кесимда эгувчи моментнинг қийматини топамиз:

$$M_0 = \frac{3}{4}ql \cdot z_0 - 0.5qz_0^2 = \frac{3}{4}ql \cdot \frac{3}{4}l - 0.5q\left(\frac{3}{4}l\right)^2 = \frac{9}{32}ql^2$$

Демак, кўндаланг куч нолга тенг бўлган кесимда эгувчи момент экстремал (max ёки min) қийматга эришар экан. Шу боис, биз текшираётган ҳол учун:

$$z_0 = \frac{3}{4}l \text{ да } M_0 = \frac{9}{32}ql^2 \text{ бўлади}$$

Одатдагидек, ҳар бир оралиқ учун жадвал тузамиз.

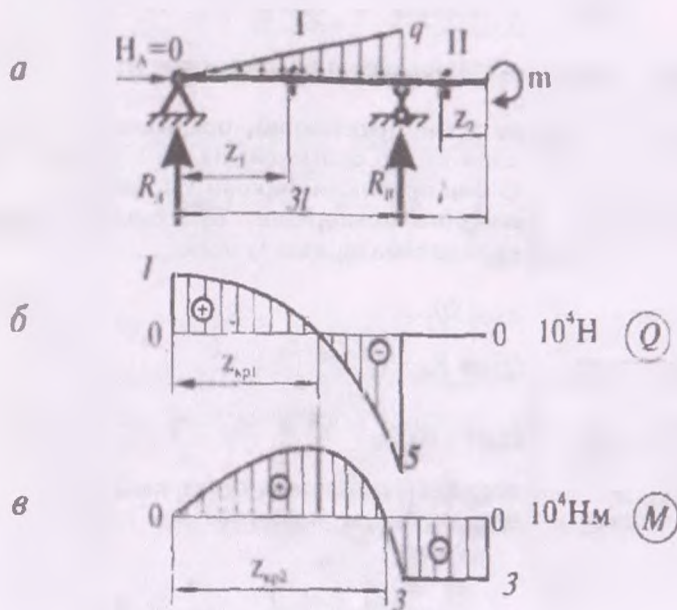
I оралиқ			II оралиқ		
$z_1$	Q	M	$z_2$	Q	M
0	$\frac{3}{4}ql$	0	0	$-\frac{1}{4}ql$	0
$\frac{3}{4}l$	0	$\frac{9}{32}ql^2$			
l	$-\frac{1}{4}ql$	$\frac{1}{4}ql^2$	l	$-\frac{1}{4}ql$	$\frac{1}{4}ql^2$

Жадвалдаги қийматлар ёрдамида маълум масштабда кўндаланг куч Q ва эгувчи момент M ларнинг эпюраларини қуғамиз (II 23-шакл, д, е).

13-масала. Консол учли тўсинга жуфт куч ва ёйилган исуи гаъсир кўрсатмоқда (II.24-шакл, а)

Шу тўсин учун кундаланг куч ва эгувчи моментнинг эпюраси қурилсин

Куйидагилар маълум:  $q=4 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$ ,  $m=3 \cdot 10^4 \text{ Нм}$ ,  $l=1\text{м}$



II 24-шакл

### Ечиш

Тўсиннинг таянчларини таянч реакциялари билан алмаштираемиз:  $R_A$  ва  $R_B$  ларни аниқлаш учун эса статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n M_A(F_i) &= 0, & q \cdot \frac{3l}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3l}{3} + m - R_B \cdot 3l &= 0 \\ \sum_{i=1}^n M_B(F_i) &= 0, & -q \cdot \frac{3l}{2} \cdot \frac{3l}{3} + m + R_A \cdot 3l &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Бундан  $R_A = 1 \cdot 10^4 \text{ Н}$ ,  $R_B = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}$  га тенг эканлиги келиб чиқади

Текшириш:

$$\sum Y_i = 0, \quad R_A - q \cdot 3l \cdot \frac{1}{2} + R_B = 0$$

$$\text{ёки, } 1 \cdot 10^4 - 1,5 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 1 + 5 \cdot 10^4 = 0.$$

Охириги тенглама таянч реакцияларининг туғри топилганлигини тасдиқлайди

Тўсин ўқи бўйича  $z$  ни йўналтириб, оралиқларни мос равишда I ва II рақамлари билан белгилаймиз. Яна кесиш усулига мурожаат этиб, ҳар бир оралиқни фикран қирқамиз.

Қирқимнинг ихтиёрий томонидан бўлақчалар ажратиб олиб, Q ва M ларнинг тенгламаларини тузамиз:

I оралиқ ( $0 \leq z_1 \leq 3l$ )

чап томон учун:  $Q(z_1) = R_A - \frac{q(z_1)}{2} \cdot z_1$

чап томон учун:  $M(z_1) = R_A \cdot z_1 - \frac{q(z_1)}{2} \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{3}$

бу ерда  $q(z_1)$  — ихтиёрий  $z_1$  узунликка туғри келувчи ёйилган куч интенсивлиги бўлиб, қуйидаги муносабатдан топилади:

$$\frac{q(z_1)}{q} = \frac{z_1}{3l} \quad \text{ёки} \quad q(z_1) = \frac{q}{3l} \cdot z_1$$

Шундай қилиб, I оралиқда зуриқишлар қуйидаги тенгламалар ёрдамида ифодаланади:

$$Q_y(z_1) = R_A - \frac{q}{6l} \cdot z_1^2 \quad (\text{чизикли бўлмаган боғланиш});$$

$$M(z_1) = R_A \cdot z_1 - \frac{q}{18l} \cdot z_1^3 \quad (\text{чизикли бўлмаган боғланиш})$$

$$z_1=0 \quad \text{бўлганда} \quad Q_y(0) = 1 \cdot 10^4 \text{ Н}, \quad M(0) = 0,$$

$$z_1=3\text{м} \quad \text{бўлганда} \quad Q_y(3) = -5 \cdot 10^4 \text{ Н}, \quad M(3) = -3 \cdot 10^4 \text{ Н.м}$$

эканлиги келиб чиқади



Бу ораликда зуриқишлар тусин уқи буйича чизиқли бўлмаган қонуният билан ўзгарганлиги сабабли, уларнинг эпюрасини қуриш мақсадида кесувчи куч тенгламасидан биринчи тартибли ҳосила оламиз:

$$Q'(z_1) = 0, \quad -\frac{q}{3l} \cdot z_1 = 0$$



Бундан  $z = z_{\text{қ.б.}} = 0$  эканлиги келиб чиқади.

Демак,  $l$  ораликнинг бошида  $Q$  нинг эпюрасига урунма ўтказиш лозим.

Зуриқиш кучи	$0 < z_1 \leq 3l$
$Q'(z_1)$	-
$Q(z)$	(камаяди)

Иккинчи тартибли ҳосила  $Q''(z_1) = -\frac{q}{3l} < 0$  бўлганлиги учун  $Q$  эпюраси  $[0, 3l]$  ораликда қавариқ бўлади; бу эпюранинг абсцисса ўқи билан кесишув нуқтаси  $M'(z_1) = 0$  тенгламадан топилади:

$$z_{\text{кр1}} = \sqrt{\frac{6R \cdot l}{q}} \approx 1,225 \text{ м}$$

Эгувчи момент	$0 < z_1 < z_{\text{кр1}}$	$z_{\text{кр1}}$	$z_{\text{кр1}} < z_1 < 3l$
$M'(z)$	+	0	-
$M(z)$		$M_{\text{экстр}}$	

Текширилаётган ораликда иккинчи тартибли ҳосила

$$M''(z) = -\frac{q}{3l} z_1 < 0$$

бўлганлиги учун  $M$  эпюраси қавариқ бўлади.

Эгувчи момент эпюраси I оралиқда  $z$  ўқини икки жойда: координата бошида ва  $M(z_1) = 0$  тенгламадан аниқланадиган

$$z_{\text{эп.2}} = \sqrt{\frac{18R \cdot l}{q}} \approx 2,12 \text{ м}$$

масофада кесиб ўтади

II оралиқ  $0 < z_2 < l$

Ўнг томон учун:  $Q(z_2) = 0$

Ўнг томон учун:  $M(z_2) = -m = \text{const.}$

II.24-шакл, б, в ларда  $Q$  ва  $M$  эпюралари тасвирланган.

### Назорат учун савол ва топшириқлар

1. Ички кучларнинг эпюраси деганда нимани тушунасиз?
2. Ички кучларнинг эпюрасини қуриш тәртибини изоҳланг.
3. Бўйлама куч билан таралган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатларни ёзинг.
4. Бўйлама кучнинг эпюрасини қуришни мисоллар ёрдамида тушунтиринг.
5. Буровчи момент билан таралган момент интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатларни ёзинг.
6. Буровчи момент қандай формула ёрдамида аниқланади?
7. Буровчи моментнинг эпюрасини қуришни мисоллар ёрдамида тушунтиринг.
8. Тўсинлар қандай таянчларга эга? Таянчларда ҳосил бўлувчи реакцияларни тушунтиринг.
9. Статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида таянч реакция кучларини аниқлашни мисоллар ёрдамида тушунтиринг.
10. Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатларни ёзинг.
11. Кесувчи куч ва эгувчи моментларнинг эпюрасини қуришни мисоллар ёрдамида тушунтиринг.
12. Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларининг тўғри қурилганлигини қандай текшириш мумкин?

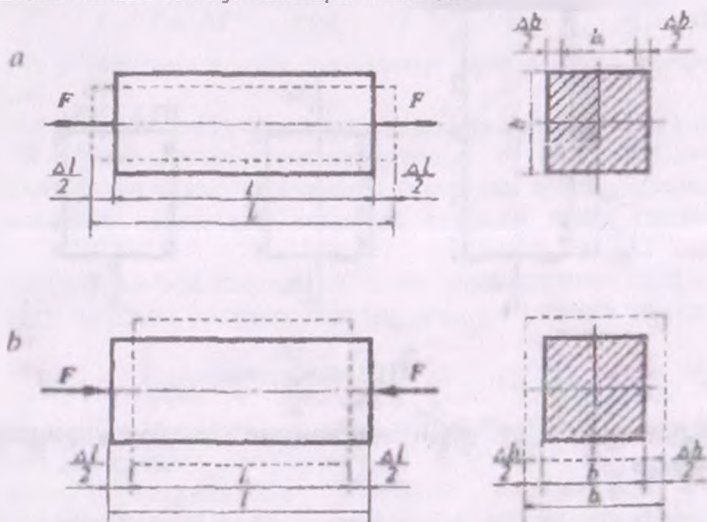
### III БОБ. МАРКАЗИЙ ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШ

#### 3.1-§. Асосий мулоҳазалар

Текшириладиган стерженларнинг кўндаланг кесимларида олгита ички куч омилларидан фақатгина битта бўйлама куч  $N_z$  таъсир курсатиб, қолганлари эса нолга тенг бўлганда чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси содир бўлади.

Биз бу бобда фақат марказий чўзилиш ва сиқилиш деформациясини урганиш билан чегараланамиз.

III.1-шакл, а да тасвирланган стерженнинг барча кесимларида  $N_z = F$  бўйлама куч таъсир кўрсатади; натижада чўзилиш деформацияси содир бўлади: стерженнинг узунлиги ошиб, кўндаланг кесим юза ўлчамлари камаяди.



III.1-шакл

Агар III.1-шакл, б да кўрсатилгандек, стерженга  $F$  куч таъсир этса, у ҳолда сиқилиш деформацияси содир бўлади.

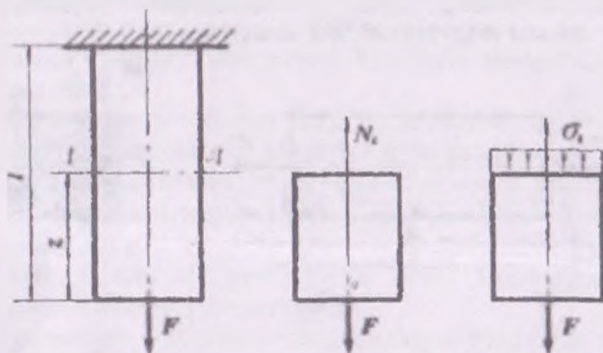
Стерженлар сиқилганда уларнинг узунлиги камайиб, кўндаланг кесим юзаси ўлчамлари ортади.

Мисоллар: вагонларни ўзаро боғловчи мослама, юк кўтариш кранларидаги пўлат арқон, узатмалардаги тасма ва шу кабилар чузилишга, гиштлар ёки тошлардан терилган девор, темир-бетон устун ва шу кабилар эса сиқилишга қаршилик кўрсатади

Чузилиш ёки сиқилиш деформацияларини I боб, 7 § да кўрсатилган тартибда таҳлил қилиб чиқамиз.

### I. Масаланинг статик томони

Текшириляётган стерженни ихтиёрй *I-I* текислик билан фикран кесиб, уни иккита қисмларга ажратамиз (III.2-шакл). Бу қисмлардан бирини, масалан юқоридагисини ташлаб юбориб, унинг қолдирилган қисмга кўрсатган таъсирини  $N_2$  ички куч билан алмаштирамиз.



III.2-шакл

Ажратилган қисм учун статиканинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad \text{ёки} \quad -N_2 + F = 0 \quad (a)$$

Агар нормал кучланишни кўндаланг кесим юза буйича текис тақсимланган деб фараз қилсак, у ҳолда

$$N_2 = \sigma A \quad (б)$$

курунишга келади.

Бундан,

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (\text{III.1})$$

эканлиги келиб чиқади.

Мувозанатнинг бошқа тенгламалари эса айниятта айланади.

## II. Масаланинг геометрик томони

Марказий чузилиш ёки сиқилишга доир масалаларга геометрик нуқтаи назардан ёндашиш учун стержен деформацияларининг геометрик хоссаларини текшириш зарур.

Агар узунлиги  $\ell$  ва кундаланг кесим юзаси  $A$  бўлган стерженга  $F$  кучлар таъсир этса, у ҳолда стержен узайиб (III.1-шакл, а) ёки аксинча, қисқариб  $\ell_1$  узунликка эришади (III.1-шакл, б) Одатда, стержен узунлигининг бундай ўзгаришга буйлама деформация дейилади

Стержен дастлабки узунлиги  $\ell$  нинг

$$\ell_1 - \ell = \Delta \ell \quad \text{ёки} \quad \ell - \ell_1 = \Delta \ell \quad (\text{III.2})$$

миқдорга ўзгариши мутлақ (абсолют) узайиш ёки қисқариш дейилади.

Масаланинг геометрик томони тажриба натижаларига асосланган Я Бернулли гипотезасига таянади: стерженнинг деформациягача бўлган текис ва стержен ўқиға тик бўлган кесимлари деформациядан кейин ҳам текис ва стержен ўқиға тиклигича қолади.

Бу таърифдан эса стержен абсолют узайишининг дастлабки узунлигига нисбати ўзгармас миқдор эканлиги келиб чиқади:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \text{const} \quad (\text{III.3})$$

Бу ерда,  $\varepsilon$  -ўлчамсиз миқдор бўлиб, нисбий буйлама деформация дейилади.

Стержен узунлигининг ўзгариши натижасида унинг кундаланг кесим улчамлари ҳам ўзгаради: чузилишда кундаланг кесим улчамлари камаяди, сиқилишда эса ошади. Буларга кундаланг деформациялар дейилади

Агар чўзилиш (сиқилиш) пайтида кўндаланг кесимнинг ўлчами  $\Delta b = b - b_0$  ёки  $\Delta b = b_1 - b_0$  қийматга узгарса, у ҳолда нисбий кўндаланг деформация қуйидагича булади:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (III.4)$$

Эластиклик чегарасида стерженларнинг нисбий кўндаланг деформацияси нисбий бўйлама деформацияга туғри мутаносиб боғланишда, лекин ишоралари эса қарама-қарши эканлиги тажрибаларда тасдиқланган:

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon \quad (III.5)$$

Бу ерда,  $\mu$  - кўндаланг деформация коэффициенти ёки Пуассон коэффициенти деб аталиб, материалларнинг эластиклик хоссаларини тавсифлайди.

Барча материаллар учун Пуассон коэффициентининг узгариш чегараси  $\mu = 0 \div 0,5$  эканлиги исботланган.

Баъзи материаллар учун  $\mu$  нинг қийматлари 3.1-жадвалда келтирилган.

3.1-жадвал

Материаллар	$\mu$	E ( $10^5$ МПа)
Пўлат	0,26-0,33	(1,9 - 2,15)
Кулранг чуян (СЧ 12-28, СЧ 15-32)	0,23-0,27	(0,8 - 1,5)
Мис	0,31-0,33	(1,1 - 1,3)
Алюминий қотишмалар	0,33-0,36	(0,69 - 0,71)
Қарағай	-	(0,1 - 0,12)
Текстолит	-	(0,07 - 0,13)
Бетон	0,16-0,18	(0,15 - 0,23)
Резина	0,5	0,00008
Пўхак (тиқин)	0	-

### III. Масаланинг физик томони

Қўйилган масалага физик томондан ёндашиш мақсадида тажрибалардан олинган қуйидаги асосий натижалардан фойдаланамиз:

а) стерженнинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланиш мазкур стержен материалининг эластиклик чегарасидаги кучланишига етмагунча, у эластик деформацияланади;

б) эластиклик чегарасида стержен кўндаланг кесимидаги нормал кучланишнинг нисбий бўйлама деформацияга нисбати ўзгармас бўлиб, турли хил материаллар учун турличадир:

$$\frac{\sigma}{E} = \varepsilon \quad \text{ёки} \quad \sigma = E \varepsilon \quad (\text{III.6})$$

Демак, чўзилган (сиқилган) стерженларда нормал кучланиш нисбий бўйлама деформацияга тўғри мутаносиб боғланишда экан; бу таъриф Гук қонунини ифодалайди.

Бу ерда,  $E$  -биринчи тур эластиклик модули ёки Юнг модули деб аталиб, кучланиш ўлчов бирлигида ифодаланади ва материалларнинг эластиклик хоссасини тавсифлайди. Аниқроғи унинг қиймати қанча катта бўлса, материал шунча эластик деб ҳисобланади.

3.1-жадвалда баъзи материаллар учун  $E$  нинг қиймати келтирилган.

Агар эластиклик модулининг қиймати ҳамма йўналишларда бир хил бўлса, у ҳолда материал изотроп дейилади; изотроп материалларга пўлат, чўян, қуйма металллар ва шу кабилар мисол бўлади.

Аксинча, эластиклик модулининг қиймати ҳамма йўналишларда турлича бўлса, у ҳолда материал анизотроп дейилади; ёғочлар анизотроп материал ҳисобланади.

(III.5) ни назарда тутиб, охириги формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma = - \frac{1}{\mu} E \varepsilon' \quad (\text{III.7})$$

### Хулосалар

Энди марказий чўзилиш (сиқилиш) га оид масалаларни статик, геометрик ва физик нуқтаи назардан таҳлил қилиш натижасида келиб чиқадиган хулосалар билан танишамиз.

Юқоридаги (III.1), (III.3), (III.6) формулаларни стерженнинг мутлақ деформацияси  $\Delta l$  га нисбатан ечиб, қуйидагига эришамиз:

$$\Delta l = \frac{F l}{EA} \quad (\text{III.8})$$

бу ерда,  $EA$  -стерженнинг чузилиш ёки сиқилишдаги бикрлигини тавсифлайди.

(III.8) формуладан қуйидаги хулосаларга келиш мумкин:

1) бир хил ўлчамли стерженларнинг мутлақ деформациялари таъсир этувчи кучга тўғри мутаносиб боғланишда бўлади (III.3-шакл, а):

$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = F_1 : F_2 \quad (в)$$

2) кесим юзалари ўзаро тенг бўлган стерженларнинг бир хил кучдан ҳосил булган мутлақ деформациялари уларнинг узунликларига тўғри мутаносибдир (III.3-шакл, б):

$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = l_1 : l_2 \quad (г)$$

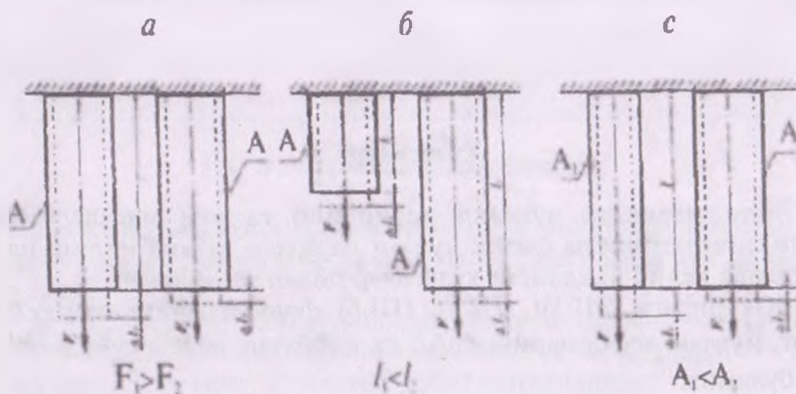
3) узунликлари ўзаро тенг бўлган стерженларнинг бир хил кучдан ҳосил бўлган мутлақ деформациялари уларнинг қундаланг кесим юзасига тескари мутаносибдир (III.3-шакл, с):

$$\Delta l_1 : \Delta l_2 = A_2 : A_1 \quad (д)$$

Бир нечта поғона (бўлак)лардан ташкил топган стерженларнинг тўла узайиши ёки қисқариши ҳар бир поғона деформациясининг алгебраик йиғиндисидан иборат бўлади:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i} \quad (III.9)$$

Бу ерда,  $A$  ва  $E$  лар ўзгармас миқдорлар ҳисобланади



III.3-шакл



3.2 жадвалда марказий чўзилган (сиқилган) стерженларнинг тахлили натижасида ҳосил булган формулалар берилган.

3.2-жадвал

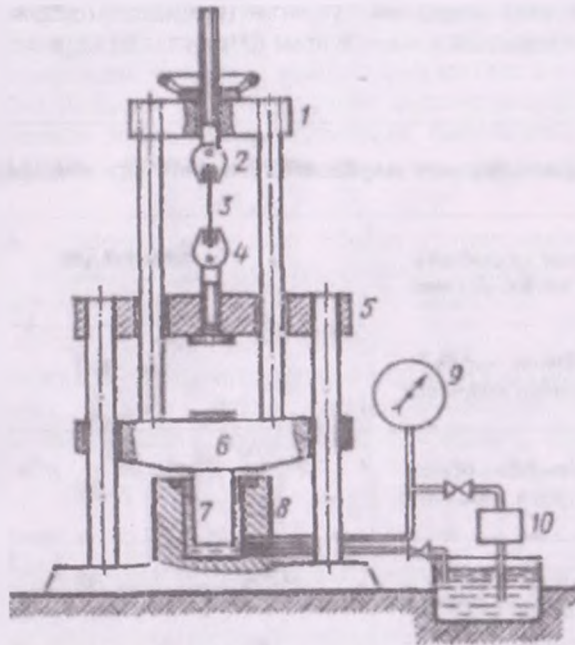
Стерженларнинг марказий чўзилиши ёки сиқилиши	
масалани таҳлил қилган кетма-кетлиги	формулалар
1	<p>статик нуқтаи назардан ёндашиш</p> $N = \tau A$
2	<p>геометрик нуқтаи назардан ёндашиш</p> $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}; \quad \varepsilon' = -\mu \varepsilon$
3	<p>физик нуқтаи назардан ёндашиш</p> $\sigma = E \varepsilon; \quad \sigma = -\frac{1}{\mu} E \varepsilon$
4	<p>хулоса</p> $\Delta l = \frac{N l}{EA}, \quad \Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i}, \quad \nu = \frac{N}{EA}$

### 3.2-§. Материалларнинг асосий механик хоссаларини тажрибалар ёрдамида аниқлаш

Конструкциялар ёки улар таркибий қисмларининг мустақамлиги, бикрлиги ва устуворлигига оид турли хил масалаларни ечаётганда уларни яшада ишлатиладиган материалларнинг асосий механик хоссаларини билиш жуда муҳимдир.

Материалларнинг асосий механик хоссаларини дейилганда уларнинг эластиклик ( $E, \mu$ ), мустақамлик ( $\sigma_{орт}, \sigma_{с}, \sigma_{н}, \sigma_{в}$ ), пластиклик ( $\sigma_{к}, \psi$ ) ва энергетик ( $u, a$ ) таъсирномалари тушунилади.

Материалларнинг асосий механик хоссалари тажрибалар утказиш усули билан аниқланади. Бунинг учун материаллардан махсус намуналар тайёрланиб, уларнинг турли деформацияларга қаршилиқ кўрсатиши махсус синов машиналарида синалади.



III.4-шакл.

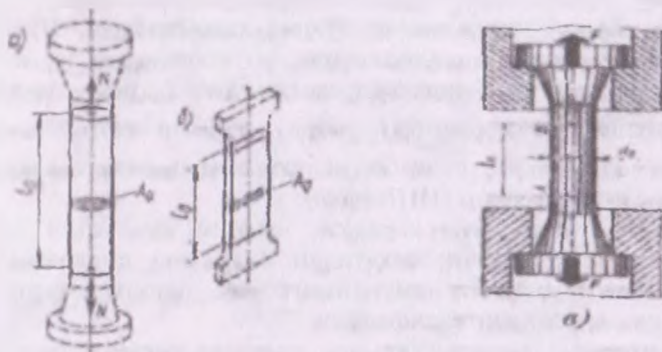
Гидравлик усулда ишлайдиган синов машинаси қуйидагилардан тузилган (III.4-шакл): қўзғалувчан траверсалар 1 ва 6, қисқичлар 2 ва 4, қўзғалувчан траверса 5, поршен 7, цилиндр 8, манометр 9, насос 10.

Суюқлик цилиндрга маълум босим остида ҳайдалгач, поршенни юқорига кўтариб, намуна 3 ни чўзади. Чувуви кучнинг қиймати манометр ёрдамида ўлчанадиган босим орқали аниқланади.

Кўпгина замонавий синов машиналарида намунага таъсир этувчи куч  $F$  ва шу куч туфайли вужудга келган мутлақ деформация  $\Delta l$  орасидаги боғланиш графигини тажриба давомида қизиқ борувчи автоматик ёзув қурилмаси ўрнатилган

Одатда,  $F = f(\Delta l)$  боғланишдаги графикка намуналарнинг чузилиш ёки сиқилиш диаграммалари дейилиб, у материалларнинг асосий механик хоссаларини батафсил аниқлашга имкон беради.

Материалларни чузилишга синаш. Материалларни чузилишга синаш учун улардан цилиндрик ва текис шаклдаги мухсус намуналар тайёрланади (III.5-шакл, а, б).



III.5-шакл

Одатда, ўрта қисмининг узунлиги ва диаметри орасидаги муносабатларга қараб цилиндрик намуналар узун ( $l_0 = 10d$ ) ва қисқа ( $l_0 = 5d$ ) қилиб ясалади.

Текис намуналарнинг узунлигини танлаш учун, аввал шу намунанинг кўндаланг кесим юзасига тенг юзли доиравий намунанинг диаметрини аниқлаш зарур:

$$d = \sqrt{4 A_0 / \pi} \approx 1,13 \sqrt{A_0} \quad (a)$$

Кейин эса қуйидаги муносабатлардан фойдаланиб, текис намуналарнинг узунлигини ҳам аниқлаш мумкин:

а) узун текис намуналар учун

$$l_0 = 10d \approx 11,3 \sqrt{A_0}$$

б) қисқа текис намуналар учун

$$l_0 = 5d \approx 5,54 \sqrt{A_0}$$

Синов машинасининг пастки ва юқори қисқичларига намуна маҳкам ўрнатилиб, кейин чузилади (III.5-шакл, в).

III.6-шаклда кам углеродли Ст 3 навли пулат материалдан тайёрланган намунанинг чузувчи куч остида “узини қандай тутиши”ни кўрсатувчи бирламчи чўзилиш диаграммаси келтирилган.

Маълумки, материаллар қаршилигида кўпчилик конструкция элементлари нормал кучланишлар бўйича ҳисобланади. Шунинг учун бирламчи чўзилиш диаграммасини ёш координата текислигида ифодалаш зарур: чўзилиш диаграммасидаги абсцисса ўқидаги ҳамма қийматларни мос равишда  $\ell_0$  марта, ордината қийматларини эса  $A_0$  марта камайтириш йўли билан осонгина шартли кучланиш диаграммасига ўтиш мумкин (III.7-шакл).

Шуни қайд этиб ўтиш керакки, шартли кучланиш диаграммаси гарчи кўриниши жиҳатидан бирламчи диаграммага ўхшаса-да, лекин у фақат намунанинг эмас, балки материалнинг механик хоссасини тавсифлайди.

Энди диаграммалардаги ўзига хос нуқта ва қисмларни қайд этиб, намунанинг деформацияланиш жараёнини таҳлил қиламиз.

Чўзилиш диаграммасини тахминан тўртта қисмга ажратиш мумкин.

Диаграмманинг *OB* қисми *эластиклик* қисми дейилади; бу қисмда куч (кучланиш) билан мутлақ (нисбий) деформация орасида тўғри мутаносиб боғланиш бўлиб, материал Гук қонунига тўла бўйсунади. Кучланиш диаграммасидаги нуқтанинг ҳолати мутаносиблик чегараси дейилади ва қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_{\text{мт}} = \frac{F_{\text{мт}}}{A_0} \quad (6)$$

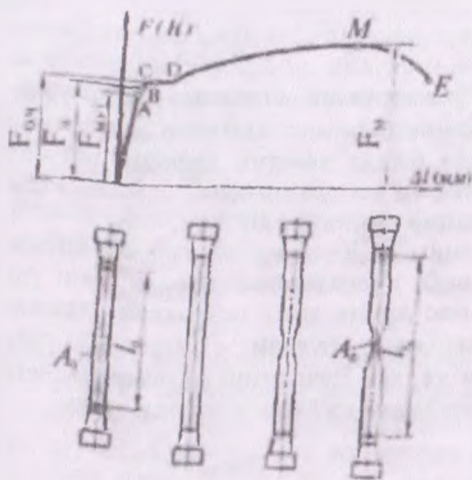
Бу ерда,  $F_{\text{мт}}$  - мутаносиблик чегарасига мос келган куч.

*Мутаносиблик чегараси* деб, шундай энг катта кучланишга айтиладики, унчага материал Гук қонунига тўла бўйсунади.

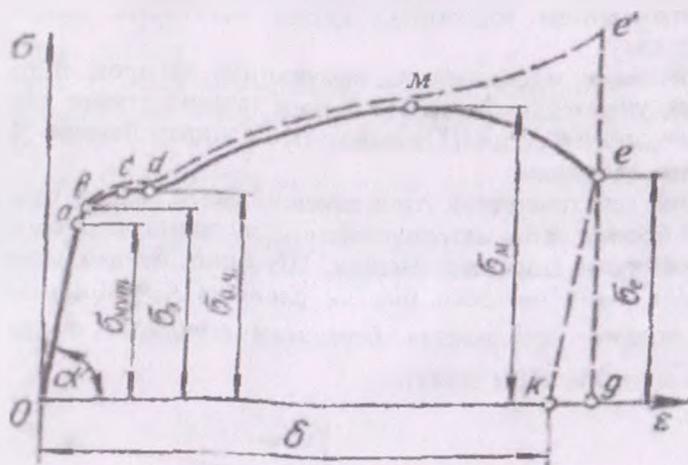
*OA* тўғри участканинг абсцисса ўқида оғиш бурчагининг тангенс эластиклик модулига тенг бўлади:

$$\text{tg} \alpha = \frac{\sigma_{\text{мт}}}{\varepsilon} = E \quad (в)$$

*A* нуқтадан бошлаб диаграмма эгрилана бошлаганлиги сабабли, Гук қонуни бузилади. Диаграммадаги эгри чизиқли оралиқда ётувчи *B* нуқтанинг ҳолати эластиклик чегараси  $\sigma_3$  га мос келади.



III.6-шакл.



III.7-шакл.

Эластиклик чегараси  $\sigma_{0.2}$ , намуна юксиллаштирилганда қолдиқ деформация ҳосил қилмасдан унинг материали чидаш берадиган энг катта кучланишга айтилади ва қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A_0} \quad (г)$$

Бу ерда,  $F_2$  -эластиклик чегарасига мўх келувчи максимал куч.

Агар кучланишларнинг қиймати  $\sigma_2$  дан ошиб кетмаса, у ҳолда намунада фақат эластик деформация содир бўлади; аксинча, ошиб кетса намунада ҳам эластик, ҳам қолдиқ (пластик) деформациялар пайдо бўлади.

Диаграмманинг *СД* қисми *оқувчанлик* қисми деб аталади. *С* нуқтадан бошлаб, диаграммалар йўналишини ўзгартиради, яъни деярли ўзгармас кучда ҳам сезиларли даражада деформациянинг ошиши содир бўлади – материал гўёки «оқади». Бу ҳолатга тўғри келган кучланиш *оқувчанлик* чегараси деб аталади ва унинг қиймати қуйидагича топилади:

$$\sigma_{o.ч} = \frac{F_{o.ч}}{A_0} \quad (д)$$

Бу ерда,  $F_{o.ч}$  – оқувчанлик чегарасидаги куч.

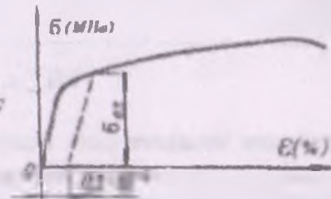
Диаграмманинг горизонтал қисми *оқувчанлик майдончаси* деб аталади.

Оқувчанлик майдончасида намунанинг ялтироқ сирти хиралашиб, унинг ўқи билан  $45^\circ$  бурчак ташкил этувчи дарз чизиқлари ҳосил бўлади (III.8-шакл); бу чизиқлар *Людерс-Чернов* чизиқлари дейилади.

Шуни ҳам таъкидлаб ўтиш жоизки, баъзи махсус пўлатлар, мис ва бронза каби материалларнинг чўзилиш диаграммасида оқиш чегараси аниқ кўринмайди. Шу боис, бундай материаллар учун оқиш чегараси шартли равишда кучланишнинг 0,2 фоиз қолдиқ деформация берадиган миқдори  $\sigma_{0.2}$  га тенг қилиб олинади (III.9-шакл).



III.8-шакл



III 9-шакл

Диаграммаларнинг навбатдаги ҳолати намунага таъсир этувчи куч (кучланиш) ва мухлақ (нисбий) деформацияларнинг ўсиши билан тавсифланади. Чўзилиш диаграммасининг  $DM$  қисми мустаҳкамланиш қисми деб аталади;  $M$  нуқтанинг ҳолати материалнинг мустаҳкамлик чегараси ёки вақтли эмирилишига мос келади.

Намуна чидаш бера олмайдиган энг катта кучнинг унинг мухлақ кесим юзасига бўлган нисбати мустаҳкамлик чегараси деб аталади ва қуйидагича аниқланади

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0} \quad (с)$$

Бу ерда,  $F_m$  - мустаҳкамлик чегарасига мос келувчи максимал куч. Кучланиш  $\sigma_m$  га етганда намунанинг кўндаланг кесим юзаси қисқариб, «бўйин» ҳосил бўлади. «Бўйин» бошланиши билиноқ диаграммада кўрсатилгандек, куч ва кучланиш тобора кичиклашиб бошлайди. Намуна  $E$  нуқтага тегишли

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \quad (к)$$

кучланишда узилади

Бу ерда,  $F_e$  - намунанинг эмирилиш пайтидаги куч.

Диаграмманинг  $ME$  қисмига «маҳаллий» оқувчанлик қисми дейилади

Қўрида баен қилинган чўзилиш диаграммасининг ўзига хос нуқталарига тегишли  $\sigma_{мт}$ ,  $\sigma_{оч}$  ва  $\sigma_m$  кучланишлар материалнинг мустаҳкамлик тавсифлари дейилади.

Материалнинг пластиклик тавсифлари эса қуйидагилардан иборат:

а) нисбий қолдиқ узайиш

$$\delta_k = \frac{l_k - l_0}{l_0} \cdot 100\% \quad (III.10)$$

Бу ерда,  $l_0$  - намунанинг тажрибадан олдинги узунлиги;

$l_k$  - намунанинг узилгандан кейинги узунлиги;

б) кесим юзанинг нисбий қолдиқ ингичкаланиши:

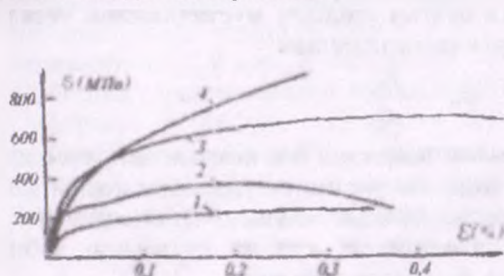
$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\% \quad (III.11)$$

Бу ерда,  $A_0$  - намунанинг тажрибадан олдинги кўндаланг кесим юзаси;

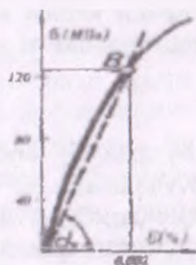
$A_6$  - намуна узилганда ҳосил бўлган "бўйин"нинг кўндаланг кесим юзаси

III.10-шаклда баъзи материалларнинг кучланиш диаграммаси келтирилган; чўян материалнинг чўзилиш диаграммаси эса

III.11-шаклда тасвирланган



III.10-шакл.



III.11-шакл.

1 бўлса,

2 -углеродли тулат,

3 -тулкида никел миқдори оширилган тулат,

4 тулкидаги марганец миқдори оширилган тулат

**Материалларни сиқилишга синаш.** Турли хил материаллар сиқилиш деформациясига турлича қаршилиқ кўрсатади.

Металл материалларни сиқилишга синашдан аввал улардан узунлиги диаметри билан  $l=(1÷3)d_0$  муносабатда бўлган цилиндрик намуналар тайёрланади; мўрт ва анизотроп материалларни синаш учун эса куб ёки цилиндрик шаклида тайёрланган махсус намуналар ишлатилади.

Ташқи таъсир кучи натижасида материалларнинг бузилмасдан қолдиқ деформация олиш лаёқатига пластиклик дейилади. Материалларни штамплаш, чўзиш, эгиш ва шу каби бир қанча технологик жараёнларни бажаришда уларнинг пластиклик хоссаларидан фойдаланилади. Одатда, материалларнинг пластиклиги фоизларда ифодаланувчи нисбий узайиш  $\delta_x$  ва кесим юзаларининг нисбий ингичкаланиши  $\psi$  билан ўлчанади. Алюминий, латун, кам углеродли пўлат каби материаллар юқори пластиклик хоссаларини ўзида намоён қилади.



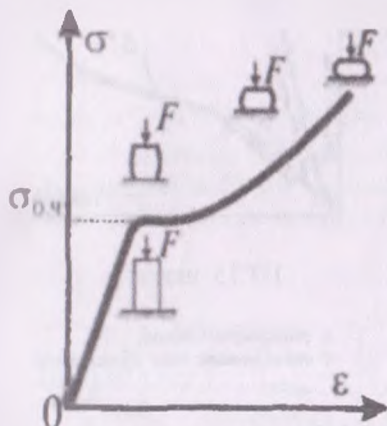
Юклинишнинг дастлабки даврида пластик материалларнинг сиқилиш диаграммаси (III.12-шакл) чўзилиш диаграммаси каби Гук қонунига бўйсунувчи тўғри чизиқдан иборат бўлади; намуна келинган бориб «бочка»симон шаклни эгаллай бошлайди.

Сиқувчи куч оқиш чегараси  $F_{o.ч}$  га етганда диаграмма эгирланиб кескин юқорига кўтарилади. Оқувчанлик чегарасига мос келувчи кучланиш

$$\sigma_{o.ч} = \frac{F_{o.ч}}{A_0} \quad (III.12)$$

кўринишда ёзилади.

Сиқилишда «оқиш майдончаси» чўзилишдаги каби аниқ билинмайди; сиқилишдаги оқувчанлик чегараси чўзилишдаги оқувчанлик чегарасига мос келиши тажрибадан тасдиқланган



III.12-шакл.



III.13-шакл.

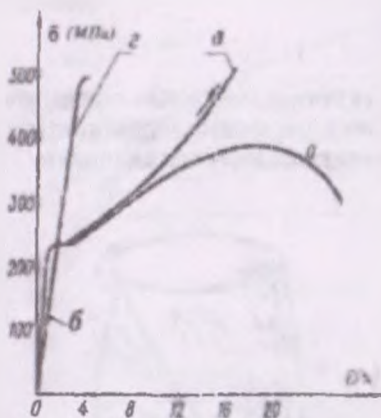
Намуна сиқилганда бузилиш белгилари содир бўлмасдан, у тўсски «кулча»лана бошлайди, яъни унинг кўндаланг кесим ўлчамлари катталаниб, мустаҳкамлиги орта боради. Шунинг учун ҳам пластик материалларнинг мустаҳкамлик чегарасини аниқлаб бўлмайди.

Сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси шартли равишда чўзилишдаги мустаҳкамлик чегарасига тенг деб олинади.

Ташқи таъсир кучи натижасида материалларнинг сезиларли даражада қолдиқ деформация ҳосил қилмасдан бузилиши

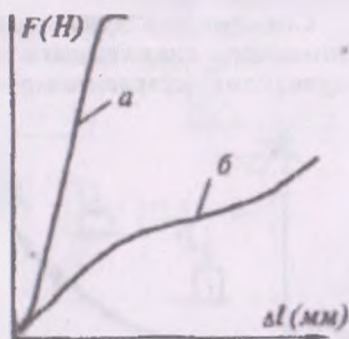
мўртлик дейилади Чўян, юқори углеродли асбобсозлик пўлатлари, ғишт, бетон ва шу кабилар мўрт материаллар ҳисобланиб, уларда  $\delta_4$  ва  $\psi$  ларнинг миқдорлари етарли даражада кичик бўлади

Мўрт материаллар чўзилишдан кўра сиқилишга яхшироқ ишлайди. Улар сиқилиш жараёнида асос текислигига тахминан  $45^\circ$  қияликда емирила бошлайди (III.13-шакл).



III.14-шакл.

*a*-кам углеродли пулатнинг чузилиши;  
*б*-кулранг чўяннинг чузилиши; *г*-кам углеродли пулатнинг сиқилиши, *з*-кулранг чўяннинг сиқилиши.



III.15-шакл.

*a*-толалари буйлаб;  
*б*-толаларига тик йўналишда

III.14-шаклдан фойдаланиб чўян ва кам углеродли пўлат материалларидан тайёрланган намуналарнинг чўзилиш ва сиқилиш диаграммаларини осонгина таққослаш мумкин

Мўрт материаллар учун мустаҳкамлик чегараси

$$\sigma_M = \frac{F_z}{A_0} \quad (\text{III.13})$$

кўринишда бўлади.

Бу ерда,  $F_M$  -мустаҳкамлик чегарасига тўғри келган емирувчи (чегаравий) куч;

$A_0$  -намуна қўндаланг кесимининг деформациягача бўлган юзаси.

Кўпгина материаллар, хусусан ёғочлар сиқилганда анизотроп хоссаларни ўзларида намоён қилади. Бошқача айтганда, улар толалари бўйлаб ва толаларига тик йўналган сиқувчи кучларга турлича бардош беради. III.15 шаклда ёғоч (қайин) намунасининг сиқилиш диаграммаси келтирилган

Ёғочларнинг мустақкамлик чегараси қуйидаги муносабатлардан топилди:

а) сиқувчи куч толалар бўйлаб йўналганда:

$$\sigma'_M = \frac{F'}{A_0}$$

б) сиқувчи куч толаларга тик йўналганда:

$$\sigma''_M = \frac{F''}{A_0}$$

бу ерда,  $F'_M$  ва  $F''_M$  - намунани сиқувчи (емирувчи) кучлар;

$A_0$  - намунанинг деформациягача бўлган юзаси

3.3 жадвалда баъзи машинасозлик материалларнинг асосий механик тавсифлари келтирилган.

3.3-жадвал

Материаллар	$\sigma_{\text{мут.}}$ МПа (сўзлашма)	$\sigma_{\text{мут.с}}$ МПа (сиқилган)	$\sigma_{0.2}$ МПа	$\delta_K$ %	$\Psi$ %
Пулитлар:					
Ст 3	388 470	—	220 240	27 15	—
Ст 5	500 620	—	259 280	21 19	—
30	500	—	300	21	50
45	600	—	359	16	40
40X	1000	—	800	10	45
Чунлар:					
СЧ 12-28	120	500	—	—	—
СЧ 21-40	210	450	—	—	—
ИЧ 50-1.5	500	1590	380	1,5	—
КЧ 37-12	370	—	—	12	—
Дюралюмин	450 540	—	290 440	14 8	—
Текстолит	59 110	130 150	—	—	—

### 3.3-§. Жоиз кучланишлар

Тажрибалар ёрдамида материалларнинг асосий механик таъсирлари аниқлангандан кейин, шундай кучланишларни топиш мумкинки, бу кучланишлар таъсирида мазкур материаллардан тайёрланган конструкцияларнинг таркибий қисмлари белгиланган муддат давомида ўзининг мустаҳкамлигини йўқотмасдан хавф-хатарсиз ишлайди. Одатда, бундай кучланишларга мос равишда материалларнинг жоиз (*рухсат этилган*) нормал ( $\sigma_{adm}$ )<sup>\*</sup> ва урунма ( $\tau_{adm}$ ) кучланишлари деб аталади. Баъзи адабиётларда  $\sigma_{adm}$  ни оддий чузилиш (сиқилиш),  $\tau_{adm}$  ни эса силжиш (кесилиш)да жоиз кучланишлар деб ҳам юритилади.

Маълумки, конструкция қисмлари ишлаш жараёнида қолдиқ деформациялар ҳосил қилмаслиги мақсадга мувофиқдир. Шу боис, жоиз кучланишнинг қиймати мутаносиблик ёки эластиклик чегараларидан ошиб кетмаслиги шарт. Бошқача айтганда, жоиз нормал кучланиш хавфли кучланиш  $\sigma_x$  нинг маълум қисмини ташкил қилиши лозим:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_x}{n_{adm}} \quad (III.14)$$

Бу ерда,  $n_{adm}$  — қиймати бирдан кичик бўлган миқдор бўлиб, мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти деб юритилади.

Мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти конструкция ёки унинг қисмларини тайёрлашда фойдаланиладиган материалларнинг пластиклиги, мўртлиги ва кучлар қуйилишининг ўзига ҳослиги каби бир қанча омилларга боғлиқдир.

Бундан ташқари, мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти фан-техника ривожланиш даражасига ҳам боғлиқ эканлигини алоҳида таъкидлаб ўтиш муҳимдир. Чунки, фан-техника ривожланган сари янги, сифатли материалларни тайёрлаш, деталларга ишлов бериш технологиясини такомиллаштириш, ҳисоблаш жараёнларида эса барча ҳақиқий шароитларни эътиборга олишга эришилади; бу эса ўз навбатида мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффицентини камайтиришга ёки

---

\* Индексдаги adm инглизча admissible сўзидан қисқартирилган булиб, «жоиз» деган маънони англатади.

ани кучланишни оширишга имкон беради. Шунинг учун ҳам ани кучланишлар олдиндан юқори ташкилотлар томонидан ани белгиланади, унга амал қилиш эса барча муҳандис-техник ходимлар учун мажбурий ҳисобланади.

Амалий ҳисоблашларда статик кучлар таъсиридаги пластик материаллар учун хавфли кучланишнинг қиймати оқувчанлик чегараси  $\sigma_x = \sigma_{o.c.}$  га тенг қилиб олинади:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o.c.}}{n_{o.c.}} \quad (III.15)$$

бу ерда,  $n_{o.c.}$  - оқувчанлик чегарасидаги мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бўлиб, қиймати 1,4+1,6 га тенг.

Статик кучлар таъсиридаги мўрт материаллар учун хавфли кучланиш ўрнига мустаҳкамлик чегараси  $\sigma_u$  олинади:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_u}{n_M} \quad (III.16)$$

бу ерда,  $n_M$  - мустаҳкамлик чегарасидаги мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бўлиб, қиймати 2,5 + 3,0 га тенг.

Ёғоч материаллари учун эса мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти 3 дан 8 гача оралиқда танланади.

#### 3.4-жадвал

Материалларнинг номи	$\sigma_{adm}$ (МПа ҳисобида)	
	чўзилишда	сиқилишда
Кул ранг чўянлар:		
СЧ 12-28	20+30	70+110
СЧ 15-32	25+40	90+150
Пулитлар:		
Ст 3	159	159
Углеродли конструкцион пулат	59-250	59+250
Пегирланган конструкцион пулат	140+400 ва юқори	100+400 ва юқори
Латун	70+140	70+140
Қарағай (тола бўйлаб)	7+10	10+12
Қарағай (толага тик)	-	1,5+2
Ғишт	0,2 гача	0,6+2,5
Бетон	0,1+0,7	1+9

Кўп ишлатиладиган материаллар учун жоиз нормал кучланишнинг қийматлари 3.4-жадвалда келтирилган.

### 3.4-§. Чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг мустаҳкамлик шарти

Агар стерженнинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўлган максимал нормал кучланишнинг қиймати унинг материалга тегишли жоиз нормал кучланишдан ошиб кетмаса, у ҳолда стержен мустаҳкам деб ҳисобланади.

Чўзилиш ёки сиқилишда стерженларнинг мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (III.17)$$

кўрinishида ёзилади.

Бу формула асосида қуйидаги уч хил масала ҳал қилинади:

1) мустаҳкамликка текшириш

Бу қуйидаги формула ёрдамида бажарилади:

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} \quad (a)$$

Агар стерженга таъсир этувчи чўзувчи (сиқувчи) кучлар ва унинг кўндаланг кесим ўлчамлари маълум бўлса, у ҳолда кўндаланг кесимдаги максимал нормал кучланишни аниқлаб, уни жоиз кучланиш билан таққослаб кўриш мумкин; амалий ҳисобланларда улар орасидаги фарқ 5 фоиздан ошмаслиги керак.

2) мустаҳкам кесим юза танлаш

Агар стерженга таъсир этувчи кучлар ва унинг материали маълум бўлса, у ҳолда стержен кўндаланг кесимининг хавфсиз ўлчамлари

$$A \geq \frac{N_{max}}{\sigma_{adm}} \quad (б)$$

ифоладан танланади

3) энг катта кучни аниқлаш.

Агар стерженнинг кесим юзаси ўлчамлари ва унинг материали маълум бўлса, у ҳолда стержен кўтара оладиган максимал куч қуйидагича аниқланади

$$N_{max} = \sigma_{adm} \cdot A \quad (в)$$

### 3.5-§. Чўзилиш ёки сиқилишда деформациянинг потенциал энергияси

Энди тажрибалардан олинган чўзилиш ёки сиқилиш диаграммаларидан фойдаланиб, материалларнинг энсрgetic тавсифларини аниқлашга ўтамиз.

Чўзилиш диаграммасининг фақат Гук қонуни ўринли бўлган  $OA$  чегарасидан фойдаланиб, стерженни чўзиш учун сарфланган элементар ишни аниқлаймиз (III 6 шаклга қаранг):

$$W = F \frac{\Delta l}{2} \quad (\text{III } 18)$$

Демак, статик равишда қўйилган кучнинг бажарган ишнинг аниқлаш учун мазкур кучнинг охириги қийматини мутлақ деформациянинг охириги қиймати ярмига кўпайтириш лозим.

Агар стержен кесимларидаги кучланишлар эластиклик чегарасидан ошиб кетмаса, кучнинг таъсири олингандан кейин у ўзининг ахтлабки геометрик шаклига қўлиқ қайтади; бу жараён албатта, стержен материалида тўпланган деформациянинг потенциал энергияси ҳисобига амалга ошади.

Умумий ҳолда,  $F$  кучнинг бажарган иши энергиянинг сиқилиш қонунига кўра, заррачаларнинг кинетик ва деформациянинг потенциал энергиясига айланади:

$$W = K + U \quad (\text{III } 19)$$

Куч статик равишда таъсир этганлиги сабабли стержен заррачаларининг тезлиги тахминан нолга тенг деб олинади, яъни  $K = 0$  бўлади. Шу сабабли, ташқи кучнинг бажарган иши аниқдор жиҳатидан деформациянинг потенциал энергиясига тенг бўлади:

$$W = U \quad (\text{III } 20)$$

(III 8) формулани эътиборга олсак, (III.18) формула қўйидаги курунишда ёзилади:

$$U = \frac{F^2 l}{2EA} \quad (\text{III } 21)$$

Охириги формула таркибидаги  $F$  кучнинг қийматини

$$F = \sigma A$$

еки

$$F = \frac{\delta E A}{\ell}$$

ифодалар ёрдамида йўқотиб, деформациянинг потенциал энергиясини қуйидаги кўринишларда ёзамиз:

$$U = \frac{\sigma^2 A \ell}{2E} \quad (III.22)$$

$$U = \frac{\delta^2 A \ell}{2E} \quad (III.23)$$

(III.21), (III.22) ва (III.23) формулалар таркибидаги куч, кучланиш ва мутлақ деформацияларнинг квадратлари деформациянинг потенциал энергияси ҳамма вақт мусбат эканлигини кўрсатади

Баъзи масалаларни ечишда солиштирма потенциал энергия формуласидан ҳам фойдаланишга тўғри келади.

Стерженнинг ҳажм бирлигига тўғри келган потенциал энергия солиштирма потенциал энергия деб аталиб, у

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

ёки

$$a = \frac{\delta^2 E}{2} \quad (III.24)$$

кўринишларда ифодаланади.

Солиштирма потенциал энергия  $\frac{H \cdot m}{m^3}$ ,  $\frac{\kappa H \cdot m}{m^3}$  ларда ўлчанади

Поғонали стерженлар учун деформациянинг потенциал энергияси қуйидагича ёзилади:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{2E A_i} \quad (III.25)$$

Бу ерда,  $N_i$  -  $i$ -нчи оралиқнинг кўндаланг кесимидаги бўйлама куч;

$A_i$  ва  $\ell_i$  -  $i$ -нчи оралиқнинг кўндаланг кесим юзаси ва унинг узунлиги.



### 3.6-§. Деформация потенциал энергиясининг минималлиги ҳақидаги теорема

Статик аниқмас масалалардаги "ортиқча"  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  ички зўриқиш кучларини топишда кенг қўлланиладиган бу теореманинг асосий моҳияти қуйидагидан иборат *статик аниқмас эластик тизимларнинг мувозанат ҳолатида деформациянинг потенциал энергияси минимал қийматга эришади*

Бунинг математик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$U(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, F) = \min \quad (III.26)$$

ёки

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0, \dots, \dots, \quad \frac{\partial U}{\partial X_n} = 0 \quad (III.27)$$

бунда  $n$  - эластик тизимнинг статик аниқмаслик даражаси

Умумий ҳолда, (III.27) тенгламалар системаси  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  ларнинг исталган қийматларида потенциал энергия  $U$  нинг экстремал (максимал ёки минимал) қийматга эришиш шартини ифодалайди. Аммо, бу шартлар доимо  $U$  нинг фақат минимал (энг кичик) булиш шарти эканлигини исботлаш қийин эмас.

Олдинги параграфда кўриб ўтганимиздек, потенциал энергия доимо мусбат бўлиб, ички зўриқиш кучларининг иккинчи даражали бир жинсли функцияси ҳисобланади.

$$U = C_1 \cdot X_1^2 + C_2 \cdot X_2^2 + \dots + C_{12} \cdot X_1 \cdot X_2 + \dots \quad (III.28)$$

Бу ерда,  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{12}, \dots$  коэффициентлар мусбат сонлардир, акс ҳолда  $U > 0$  шарт бажарилмайди. Демак,  $U$  нинг номаълум зўриқиш кучлари бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосиласи ҳам мусбат бўлар экан:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X_1^2} = 2C_1 > 0; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial X_2^2} = 2C_2 > 0, \dots, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial X_1 \partial X_2} = C_{12} > 0, \dots \quad (III.29)$$

Бу шартлар потенциал энергиянинг минималлик шартидир.

### 3.7-§. Кучишлар

Кўчишларни икки гуруҳга ажратиш мумкин:

- жисмларнинг бир бутун ҳолда кўчиши: бу пайтда уларнинг шакли ва заррачаларининг бир-бирларига нисбатан жойлашиш ҳолатлари ўзгармайди;

\* жисмлар маълум бўлагининг кўчиши: бу пайтда эса деформация содир бўлади.

Биринчи хил кўчишлар мутлақ қаттиқ жисмларнинг кўчиши сифатида назарий механика фанида ўрганилади

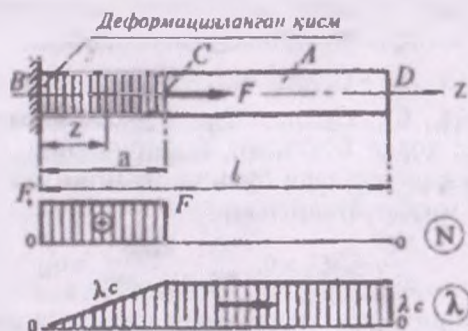
Материаллар қаршилиги фанида эса жисмларнинг деформациялари билан боғлиқ бўлган иккинчи хил кўчишлар ўрганилади. Бу хилдаги кўчишларни ҳосил қилиш учун аввало жисмларни бир бутун ҳолда кўчмайдиган қилиб маҳкамлаш зарур.

Стерженлар деформацияланган пайтда уларнинг кундаланг кесимлари шу стержен ўқи бўйлаб кучади. Кўчишлар гарчи деформация натижасида вужудга келса-да, лекин умумий ҳолда улар бир-бирларидан кескин фарқ қилади.

Дастлаб фикримизнинг тасдиғини III.16-шаклда келтирилган стерженнинг деформациясини текширишдан бошлаймиз.

Стерженнинг фақат чап қисмигина деформацияланади; шу сабабли маҳкамланган кесимдан ихтиёрий  $z$  масофада ётган бирор кесимнинг кўчиши узунлиги  $z$  тенг бўлган қисмнинг деформациясига тенг:

$$\delta_z = \Delta l_z = \frac{F z}{EA} \quad (a)$$



III.16-шакл

Стерженнинг ўнг қисми эса деформацияланмасдан, балки мутлақ қаттиқ жисм каби кўчади. Натижада CD қисмдаги барча кесимларнинг кўчиши бир хил бўлиб, уларнинг миқдори C кесимнинг кўчишига ёки BC қисмнинг деформациясига тенг бўлади:

$$\delta_c = \delta_n = \Delta l_{FB} = \frac{F \cdot a}{EA} \quad (6)$$

III.16-шакл, б да кўчиш эпюраси келтирилган.

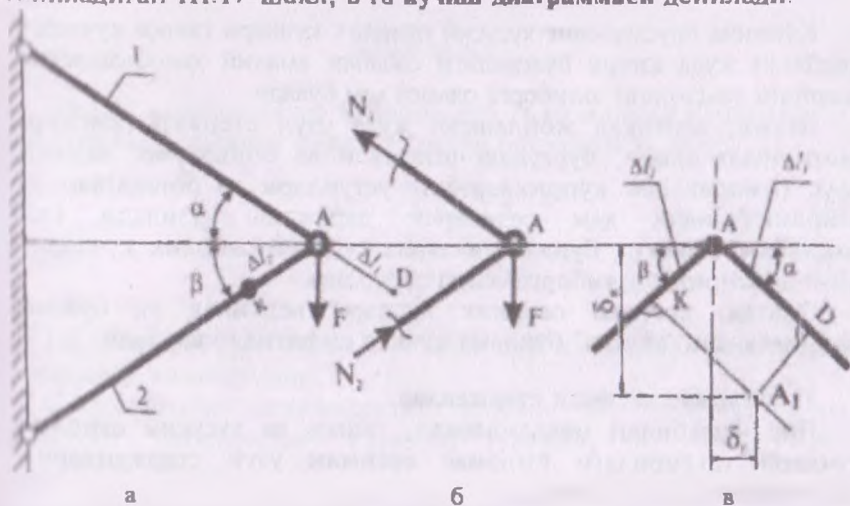
Энди А шарнирли тугуннинг кўчишини аниқлаш билан шуғулланамиз (III.17-шакл, а).

Статикадан маълумки, ташқи куч тугунга қўйилганлиги учун биринчи стерженда  $N_1$  чўзувчи, иккинчи стерженда эса  $N_2$  сиқувчи зўриқиш кучлари вужудга келади (III.17-шакл, б).

Эластик деформациялар жуда кичик миқдорда бўлганлиги сабабли А шарнирли тугуннинг деформациядан кейинги вазиятини аниқлаш учун ҳар бир стерженнинг ўз йўналиши бўйлаб ҳосил қилган деформацияси  $\Delta l_1$  ва  $\Delta l_2$  ларни Гук қонунидан топиб, уларни тегишлича маълум масштабда чизиб, АД ва АК кесмаларни ҳосил қиламиз (III.17-шакл, в).

Кейин К ва Д нуқталардан стерженларнинг йўналишига перпендикуляр чизиқлар ўтказиб уларнинг кесишган нуқтаси  $A_1$  ни топамиз:  $A_1$  нуқта шарнирли тугуннинг деформациядан кейинги ҳолати,  $AA_1$  кесма эса унинг тўла кўчиши деб аталади.

Шарнирли тугуннинг деформациядан кейинги вазиятлари тилинадиган III.17-шакл, в га кўчиш диаграммаси дейилади.



III.17-шакл

Тўла кўчишнинг  $\delta_{гор}$  горизонтал ва  $\delta_{вер}$  вертикал ташкил этувчиларини деформация йўналишлари бўлган АК ва АД йўналишларга проекциялаб, уларни  $\Delta_1$  ва  $\Delta_2$  деформациялар орқали қуйидагича ифодалаймиз:

$$\Delta_1 = \delta_{гор} \cdot \cos \alpha + \delta_{вер} \cdot \sin \alpha$$

$$\Delta_2 = \delta_{гор} \cdot \cos \beta + \delta_{вер} \cdot \sin \beta$$

бундан,

$$\delta_{гор} = \frac{\Delta_1 \cdot \sin \beta - \Delta_2 \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

III 30)

$$\delta_{вер} = \frac{\Delta_1 \cos \beta - \Delta_2 \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Энди А шарнирли тугуннинг тўла кўчишини аналитик усулда топиш қийин эмас.

### 3.8-§. Чўзилган ёки сиқилган стерженларнинг хусусий оғирликларини эътиборга олиш

Кўпинча брусларнинг хусусий оғирлик кучлари ташқи кучларга nisбаган жуда кичик бўлганлиги сабабли амалий ҳисоблашларда уларнинг таъсирини эътиборга олмас ҳам бўлади.

Лекин, вертикал жойлашган жуда узун стержен (занжир, оғир пўлат арқон, бурғулаш штангаси ва бошқа)лар, вазмин брус (иморат ёки кўприкларнинг устунлари ва бошқа)лар ўз оғирликларидан ҳам сезиларли даражада чўзилади ёки сиқилади. Албатта, бундай ҳолларда хусусий оғирлик кучларининг таъсирини эътиборга олиш зарурдир

Одатда, хусусий оғирлик кучлари вертикал ўқ бўйлаб тақсимланган "ташқи" бўйлама кучлар сифатида қаралади.

#### 1. Узгармас кесимли стерженлар

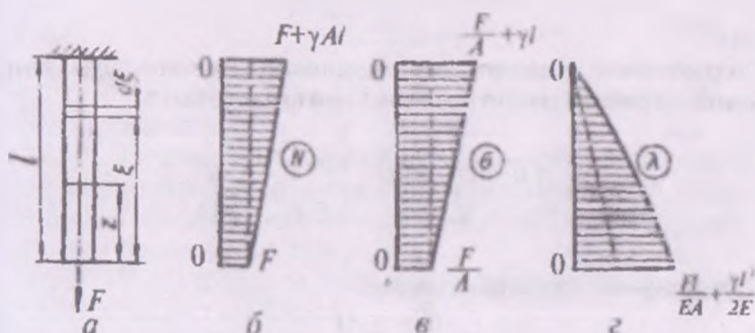
Бир учи билан маҳкамланган, ташқи ва хусусий оғирлик кучлари таъсиридаги ўзгармас кесимли узун стерженларни текшираемиз (III.18-шакл).

Стерженнинг эркин учидан  $z$  масофада турган кесимдаги нормал кучланишни аниқлаш учун пастки қисмнинг мувозанатини текшираемиз

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad N_z - G_z - F = 0 \quad (a)$$

Бу ерда  $G_z = \gamma \cdot A \cdot z$  - пастки қисмининг хусусий эғирлик кучи;  
 $\gamma$  - стержен материалининг солишгирма

оғирлиги (пулат учун  $\gamma = 78 \cdot 10^3 \frac{H}{м^3}$ )



III.18-шакл

Демак, кесимлардаги бўйлама куч  $N$  ва нормал кучланиш  $\sigma$  бир стержен узунлиги билан чизиқли боғланишда экан:

$$N_x = F + \gamma \cdot A \cdot z \quad (6)$$

$$\sigma_z = \frac{F}{A} + \gamma \cdot z \quad (III.31)$$

III.18-шакл в, г ларда бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюралари келтирилган.

Стерженнинг маҳкамланган кесими энг хавфли кесим қанлиги эпюралардан кўриниб турибди; шу боис, мустақкамлик шарти

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \gamma \cdot e \leq \sigma_{adm} \quad (III.32)$$

кўринишда ёзилади.

Охирги ифодадан мустақкамликни таъминловчи юзани топиш мумкин:

$$A \geq \frac{F}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot e} \quad (III.33)$$

Энди стерженнинг деформациясини аниқлаймиз. Дастлаб, Гук қонунига асосан,  $dz$  узунликдаги жуда кичик бўлакчанинг мутлақ деформациясини топамиз:

$$\Delta(dz) = \frac{(F + \gamma A \cdot z) dz}{EA} \quad (B)$$

Стерженнинг абсолют деформациясини топиш учун охириги ифодани стержен узунлиги бўйича интеграллаймиз:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{(F + \gamma A z) dz}{EA} = \frac{F \cdot l}{EA} + \frac{\gamma A l^2}{2EA} \quad (r)$$

Стерженнинг хусусий оғирлиги

$$G = \gamma A l \quad (d)$$

эканлигини эътиборга олиб, охириги ифодани

$$\Delta l = \frac{(F + 0,5G)l}{EA} \quad (III.34)$$

кўринишда ёзамиз.

**Хусусий ҳол.** Фараз қилайлик, текшириладиган стержен фақат хусусий оғирлик кучи таъсирида бўлсин. Бундай ҳолда хусусий оғирлик кучидан кесимда ҳосил бўлувчи кучланиш қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_z = \gamma \cdot z$$

Демак, узгармас кесимли стерженнинг нормал кучланиши кесим юзага боғлиқ эмас экан.

Мустақкамлик шarti эса

$$\gamma l \leq \sigma_{adm}$$

кўринишда ёзилади

Охириги ифодадан стерженнинг чегаравий узунлигини

$$l_c = \frac{\sigma_{adm}}{\gamma}$$

ва унинг критик узунлигини эса

$$l_{\text{кр}} = \frac{\sigma_s}{\gamma} \quad (\text{e})$$

қўринишида аниқлаш мумкин.

Бу ерда  $\sigma_b$  - стерженнинг ўз огирлигидан узилиш вақтига тўғри келган кучланиши.

$l$  - бўлган ҳол учун (III.34) формула

$$\Delta l_G = \frac{G \cdot l}{2EA} \quad (\text{III.35})$$

қўриништа келади.

Яъни, стерженнинг хусусий огирлик кучидан ҳосил бўлган мутлақ деформацияси стержен огирлигига тенг, ammo унинг учига қўйилган кучдан ҳосил бўладиган мутлақ деформацияга нисбатан икки баравар кам бўлар экан.

Энди (III.31) формула ёрдамида қурилган нормал кучланиш шикрасини таҳлил қиламиз.

Бу эпюрадан қўриниб турибдики, ўзгармас кесимли стерженларни ясаш учун ортиқча материал сарфланар экан. Чунки, бундай ҳолларда фақат стерженларнинг хавфли кесимигина жонз нормал кучланишга, қолган барча кесимлари эса ундан кам бўлган кучланишларга қаршилиқ курсатади. Бундай камчиликларни йўқштириш мақсадида стерженларнинг кесим юзаси шаклини маълум қўнуният асосида ўзгартириш зарурдир.

## II. Тенг қаршиликли стерженлар.

Қўндаланг кесимлари узунлик бўйлаб маълум қонуният бўйича ўзгарувчи ва барча қўндаланг кесимларидаги нормал кучланишлари жонз нормал кучланишга тенг бўлган стерженларга тенг қаршиликли стерженлар дейилади (III.19-шакл, а).

Тенг қаршиликли стерженларни тайёрлаш учун кам материал сарфланганлиги сабабли уларнинг огирликлари ҳам кичик бўлади.

Тенг қаршиликли стерженларнинг қўндаланг кесим юзасининг ўзгариш қонунияти  $A_z$  ни аниқлаш учун унинг эркин учидан  $z$  масофада жойлашган чексиз кичик  $dz$  узунликдаги булакчани ажратиб оламиз (III.19-шакл, б) ва унинг мувозанатини текшираемиз:

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 0, \quad \sigma_{adm}(A_z + dA_z) - \gamma A_z dz - \sigma_{adm} A_z = 0$$

бундан

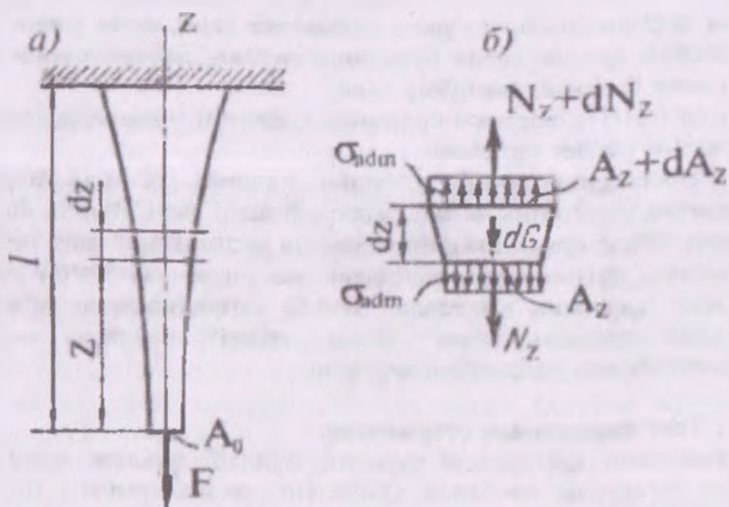
$$\frac{dA_z}{A_z} = \frac{\gamma}{\sigma_{adm}} dz$$

келиб чиқади.

Охириги ифодани интеграллаб

$$\ln A_z + C_0 = \frac{\gamma z}{\sigma_{adm}}$$

ни ҳосил қиламиз.



III.19-шакл

Интеграл доимийси  $C_0$  куйидаги чегаравий шартдан аниқланади:

$z = 0$  да  $A_z = A_0$  ёки  $C_0 = \ln A_0$  га тенг бўлади.

Бу ҳийматни назарда тутиб, тенг қаршиликли стерженларнинг қундаланг кесим юзаси логарифмик эгри чизиқли қонуният бўйича ўзгаришига ишонч ҳосил қиламиз:



$$A_z = A_0 \cdot e^{\gamma z} \quad (III.36)$$

бу ерда  $A_0 = \frac{F}{\sigma_{adm}}$  бўлиб, стержен учдаги кесимнинг юзасидир

Гук қонунига асосланиб, ажратилган бўлакчанинг узайишини

$$\Delta(dz) = \frac{N \cdot dz}{EA} = \frac{\sigma \cdot dz}{E}$$

куринишда ёзиб оламиз.

Охириги ифодани интеграллаб, тенг қаршиликли стерженларнинг тўла узайишини топамиз:

$$\Delta l = \int_0^l \Delta(dz) = \frac{\sigma_{adm}}{E} l \quad (III.37)$$

Юқоридаги (III.36) ва (III.37) формулалардан тенг қаршиликли стерженлар сиқилганда ҳам фойдаланиш мумкин.

Кесим юзаси (III.36) қонуният бўйича ўзгарувчи тенг қаршиликли стерженларни ясаш ноқулай бўлганлиги сабабли кўпинча муҳандислик амалиётида уларнинг ўрнига поғонали стерженлар ишлатилали.

### 3.9-§. Поғонали стерженлар

Поғонали стерженлар кўндаланг кесим юзалари турлича бўлган бир қанча призматик стерженларнинг ўзаро устма-уст қўйилишидан ҳосил бўлади (III.20-шакл).

Поғонали стерженларнинг кўндаланг кесим юзалари куйидаги тартибда аниқланади. Дастлаб, пастдан биринчи поғонанинг кесим юзаси (III.33) формула ёрдамида топилади:

$$A_1 = \frac{F}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_1} \quad (III.38)$$

Иккинчи поғона учун мустақамлик шартини

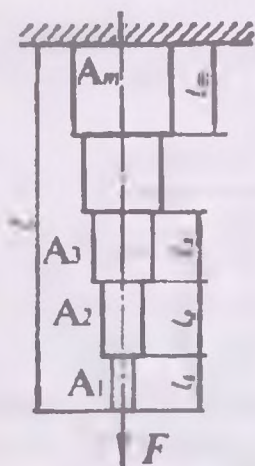
$$\frac{F + G_1 + G_2}{A_2} = \frac{F + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_2}{A_2} \leq \sigma_{adm}$$

куринишда ёзиш мумкин.

(III.38) формулани назарда тутиб, охирги ифодадан иккинчи поғонанинг кесим юзасини

$$A_2 = \frac{\sigma_{adm} \cdot F}{(\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_1) \cdot (\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_2)}$$

тарзида ёзамиз.



III 20-шакл

Шунга ўхшаш мулоҳазалар юритиб,  $n$ -чи поғонанинг юқоридаги учига тегишли кесим юзаси учун қуйидаги умумий формулани ҳосил қиламиз:

$$A_n = \frac{\sigma_{adm} \cdot F}{(\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_1)(\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_2) \dots (\sigma_{adm} - \gamma \cdot l_n)} \quad (\text{III.39})$$

Хусусий ҳол: агар  $l_1 = l_2 = \dots = l_n = l/m$  бўлса, у ҳолда охирги формула қуйидаги кўринишга келади:

$$A_n = \frac{F}{\sigma_{adm}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\gamma \cdot l}{\sigma_{adm} \cdot m}\right)^n} \quad (\text{III.40})$$

бу ерда  $m$  - стержендаги поғоналар сони;  
 $l$  - поғонали стерженнинг умумий узунлиги.

14-масала. Погонали брусга  $F_1 = F$  ва  $F_2 = 2,5F$  кучлар таъсир этмоқда (III.21-шакл, а). Унинг кесим юзаси  $A = 10^3$  мм<sup>2</sup>, чўзилишдаги ва сиқилишдаги жоиз кучланишлари тегиш-лича  $\sigma_{adm} = 40$  Н/мм<sup>2</sup> ва  $\sigma_{adm} = 120$  Н/мм<sup>2</sup> га тенг

$F$  кучнинг жоиз қийматини топинг.

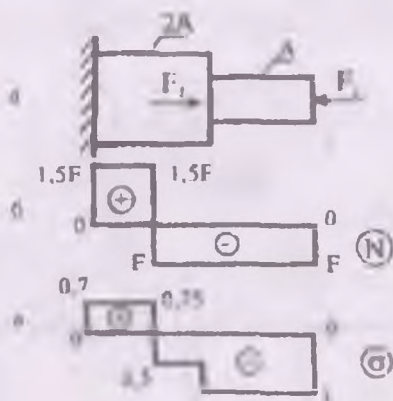
### Ечиш

Кесини усулидан фойдаланиб, ҳар бир оралиқ учун бўйлама куч  $N$  ва нормал кучланиш  $\sigma$  ларнинг эпюраларини кураимиз (III 21-шакл, б, в)

Нормал кучланиш эпюрасидан кўриниб турибдики, бруснинг I оралиғида энг катта сиқувчи нормал кучланиш

$\sigma_{-} = -\frac{F}{A}$  III оралиқда эса энг катта чузувчи нормал кучланиш

$\sigma_{+} = 0,75\frac{F}{A}$  пайдо бўлади.



III.21-шакл

Чўзилиш (сиқилиш)да мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

I оралиқ учун 
$$\sigma_{max} = \frac{N_1}{A} = \frac{F}{A} < \sigma_{adm}$$

III оралиқ учун 
$$\sigma_{max}^+ = \frac{N_3}{2A} = 0,75\frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}^+$$

Булардан  $F^I = A \sigma_{\text{доп}} = 10^3 \cdot 120 = 120 \text{ кН}$

$$F^{III} = \frac{1}{0,75} A \sigma'_{\text{доп}} = \frac{1}{0,75} 10^3 \cdot 120 = 53,4 \text{ кН}$$

$F^{III} \leq F^I$  бўлганлиги учун жоиз куч сифатида

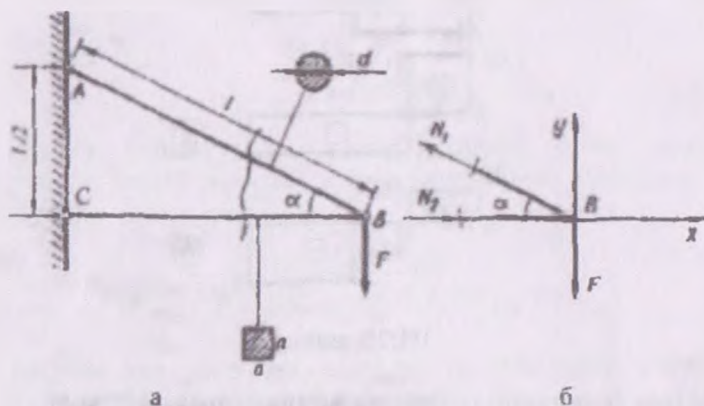
$$F_{\text{ном}} = F^{III} = 53,4 \text{ кН}$$

олинади.

**15-масала.** Кронштейннинг горизонтал ўрнатилган СВ стержни ёғочдан, АВ тортқиси эса пўлатдан тайёрланган (III.22-шакл, а). Тортқининг узунлиги  $l = 5 \text{ м}$  бўлиб,  $\alpha = 30^\circ$  остида В тугунга шарнир воситасида бириктирилган; тугунга  $F = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Н}$  юк осилган. Стерженнинг кесими квадрат, тортқиники эса доиравий бўлиб, жоиз кучланишлари

$$\sigma'_{\text{доп}} = 100 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}, \quad \sigma''_{\text{доп}} = 1600 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \text{ га тенг.}$$

Стержен ва тортқининг кўндаланг кесим ўлчамлари аниқлансин



III.22-шакл

Ўзин

Кесиш усулидан фойдаланиб, В тугуннинг мувозанатини текширамыз (III.22-шакл, б):

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad - N_1 \cos \alpha + N_2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad N_1 \sin \alpha - F = 0$$

Бу ерда,  $N_1$  - тортқида пайдо бўлувчи ички зўриқиш (бўйлама чўзувчи куч);

$N_2$  - стерженда пайдо бўлувчи ички зўриқиш (бўйлама сиқувчи куч).

Бундан

$$N_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \cdot F = \frac{2,5 \cdot 10^4}{0,5} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$N_2 = F \operatorname{ctg} \alpha = 2,5 \cdot 10^4 \sqrt{3} \approx 4,25 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

3.4-§ даги б формулани тадбиқ этиб, кўндаланг кесимнинг ҳаяфсиз ўлчамларини аниқлаймиз:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{\text{ч}}} \geq \frac{5 \cdot 10^4}{1600 \cdot 10^3} = 0,312 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{\text{с}}} \geq \frac{4,25 \cdot 10^4}{100 \cdot 10^3} = 4,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

Иккинчи томондан тортқи ва стержен юзалари қуйидагича шикланади:

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4}; \quad A_2 = a^2$$

Демак,

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{5}{16} \cdot 10^{-3}; \quad a^2 = 4,25 \cdot 10^{-3}$$

Булардан

$$d = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{4\pi}} = 0,819 \text{ м}, \quad a = \sqrt{4,25 \cdot 10^{-3}} = 0,065 \text{ м}.$$

16-масала. Чўян материалдан тайёрланган поғонали брусга  $F$  ва  $F$  қушлар таъсир этмоқда (III.23-шакл, а).

Бруснинг узунлиги  $3l$  булиб, кесим юзалари тегишлича  $A$  ва  $1,5A$  га тенг.

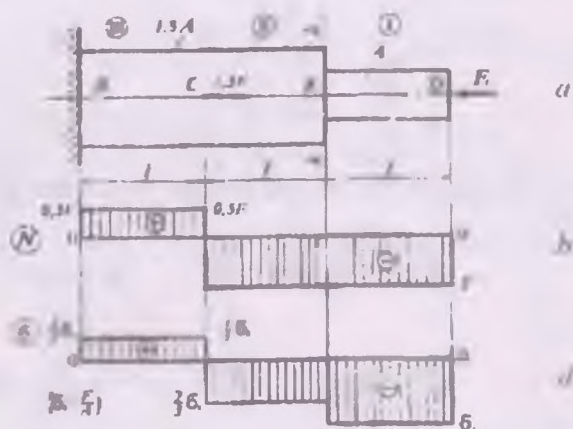
Куйидагиларни аниқлаш талаб этилади:

- бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюраларини қуриш;
- ихтиёрий  $k-k$  кесимнинг кўчишини топиш;
- брус узунлигининг ўзгариши, яъни  $D$  кесимнинг кўчишини аниқлаш.

### Ечяш

Кесиш усулини қўллаб, ҳар бир оралиқ учун бўйлама куч эпюрасини қураимиз (III.23-шакл, б). Кесимда пайдо бўлувчи нормал кучланишларни  $\sigma = \frac{N}{A}$  формуладан аниқлаймиз ҳамда унинг эпюрасини қураимиз (III.23-шакл, в).

Эпюралардан кўришиб турибдики, бруснинг I ва II ораллиқларида сиқувчи, III ораллигида эса чўзувчи ички зўриқишлар пайдо бўлар экан. Шу боис, бруснинг ихтиёрий кесимининг оғирлик маркази таянч кесимига нисбатан кучади



III.23-шакл.

Таянч кесимдаги кўчиш  $\lambda_B = 0$  га тенг.  
 $1,5 F$  куч қўйилган кесим

$$\delta_C = \Delta_{CK} = \frac{N_{III} \cdot \ell}{E_1 1,5A} = \frac{0,5F \cdot \ell}{E_1 1,5A} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{E_1 A}$$

1в кўчади (брус чўзилади).

Ихтиёрий  $k-k$  кесим эса

$$\delta_{k-k} = \Delta_{AK} = \Delta_{BC} + \Delta_{CK} = \delta_C + \Delta_{CK} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{E_1 A} + \frac{N_{II} \ell}{E_1 1,5A} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{E_1 A}$$

1а кўчади (брус сиқилади)

Брус учи

$$\delta_A = \delta_{k-k} + \Delta_{KL} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{E_1 A} + \frac{N \cdot \ell}{E_1 A} = \frac{4}{3} \frac{Fl}{E_1 A}$$

1в кўчади (брус сиқилади)

17-масала. Чап учи билан шарнир ва ВС тортқи ёрдамида деворни маҳкамланган мутлақ қаттиқ жисм АД га  $F = 40$  кН куч қўйилган (III.24-шақл, а). Тортқи материали Ст 3 навли пўлатдан ясалган бўлиб, кесими иккита тенг ёнли бурчаклик (ГОСТ 8509-72 бўйича ўлчамлари  $40 \times 40 \times 4$  мм,  $A_0 = 3,08$  см<sup>2</sup>) дан иборат. Бундан ташқари

$a = 2$  м,  $\ell = 2,5$  м,  $\alpha = 30^\circ$  ва  $\sigma_{adm} = 160$  МПа эканли-

ги маълум.

Тортқи мустақкамликка текшириб кўрилсин.

### Ечиш

Кесиш усулини қўллаб, қуйидаги мувозанат тенгламасини тузамиз (III.24-шақл, б):

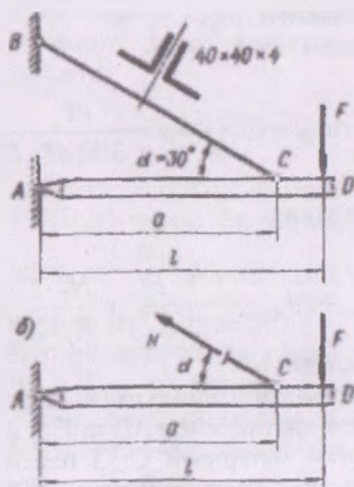
$$\sum_{i=1}^n M_{A_i} = 0; \quad F \cdot \ell - N \sin \alpha \cdot a = 0$$

бундан

$$N = \frac{\ell}{a \sin \alpha} \cdot F = \frac{2,5}{2 \cdot 0,5} \cdot 40 = 100 \text{ кН}$$

Тортқининг кўндаланг кесимида пайдо бўлувчи нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} = \frac{100 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,08 \cdot 10^{-4}} = 162 \cdot 10^6 \text{ Па} = 162 \text{ МПа}$$



III.24-шакл.

Кучланишлар фарқи

$$\delta = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\sigma_{\text{min}}} \cdot 100\% = \frac{162 - 160}{160} \cdot 100\% = 1,25\%$$

**18-масала** Кронштейннинг стерженлари тегишлича EA ва EA бикрликларга эга (III.25-шакл, а).

F куч натижасида юзага келувчи C шарнирнинг вертикал қўчишини аниқланг

Горизонтал стерженнинг узунлиги l ва  $\alpha = 30^\circ$  бурчак маълум деб ҳисоблансин.

**Ечиш**

Бу масалани энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланиб ечамиз.

Дастлаб деформациянинг потенциал энергиясини аниқлаймиз. Бунинг учун кесиш усулидан фойдаланиб, стерженларда пайдо бўлувчи ички зўриқишларни аниқлаймиз:



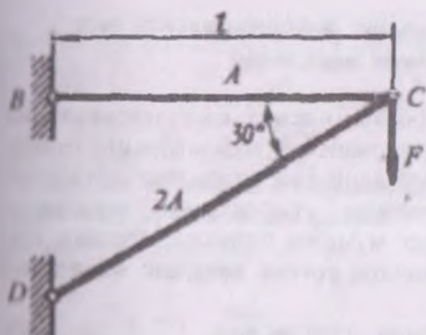
$$\sum_{i=1}^n U_i = 0; \quad - N_1 + N_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0; \quad - F + N_2 \sin 30^\circ = 0$$

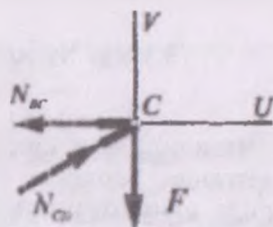
Бундан

$$N_2 = \frac{F}{\sin 30^\circ} = 2F; \quad N_1 = N_2 \cos 30^\circ = 1,73F$$

шаклини келиб чиқади.



а



б

III.25-шакл

Деформациянинг потенциал энергиясини ҳисоблаймиз:

$$U = \frac{N_1^2 l_1}{2EA_1} + \frac{N_2^2 l_2}{2EA_2}$$

бу ерда

$$l_1 = l, \quad l_2 = \frac{l}{\cos 30^\circ} = 1,16l, \quad A_1 = A, \quad A_2 = 2A$$

У ҳолда

$$U = \frac{(1,73F)^2 l}{2EA} + \frac{(2F)^2 1,16l}{2E \cdot 2A} = 2,66 \frac{F^2 l}{EA}$$

Энди (III.18) формулага асосан,  $F$  кучининг вертикал қўчишида бажарган ишини ҳисоблаймиз:

$$W = \frac{1}{2} F \vartheta_c$$

бу ерда  $\vartheta_c$  - С шарнирнинг вертикал кўчиши  
(III.20) формулага мувофиқ, қуйидагиларни ёзиб оламиз:

$$\frac{1}{2} F \vartheta_c = 2.66 \frac{F^2 l}{EA}$$

Бундан

$$\vartheta_c = 5.32 \frac{Fl}{EA}$$

эканлиги келиб чиқади

### 3.10-§. Чўзилиш ва сиқилиш деформациясига оид статик аниқмас масалалар

Чўзилиш ёки сиқилиш деформациясига оид масалаларни ечаётганда, борди-ю, стержен (стерженлар тизими)нинг таянчларида ҳосил бўлувчи реакция кучлари ёки уларнинг кўндаланг кесимларидаги зўриқиш кучларини статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқлаш мумкин бўлмаса, бундай масалаларга чўзилиш ёки сиқилишдаги статик аниқмас масалалар дейилади.

Статик аниқмас масалалардан тўрттасини 17-§ да баён этилган режа асосида ечамиз.

1 Кўндаланг кесим юзаси  $A$  га тенг бўлган устуннинг юқори учи шипга, пастки учи эса полга қистириб маҳкамланган бўлиб, юқоридаги учидан  $F$  масофадаги кесимига  $F$  ташқи куч қўйилган (III.26-шакл, а).

Устуннинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлувчи зўриқиш кучларини топиш талаб этилади. Бикрлик  $EA = \text{const}$ ,  $\nu = 2a$  деб ҳисоблансин.

Ечиш

1 Масалани статик томондан текшираемиз Юқори ва пастки таянчларни  $R_A$  ва  $R_B$  реакция кучлари билан алмаштираемиз (III.26-шакл, б).

Устун  $F$  куч ва шип билан полнинг реакциялари таъсирида мувозанат ҳолатида туради; шу сабабли, статиканинг мувозанат тенгламаси қуйидагича кўринишда ёзилади:

$$\sum X_i = 0 \quad \text{ёки} \quad R_C + R_B - F = 0 \quad (a)$$

Охирги тенгламада иккита номаълум бор, яъни масала бир марта статик аниқмасдир. Қўшимча тенглама тузиш учун деформацияларни солиштириш усулидан фойдаланамиз.

II Устунни пастки таянчдан озод қилиб асосий тизим танилтирамиз; берилган тизимга тенг кучли тизим ҳосил қилиш учун қўшимчи тизимга  $F$  ва  $R_B$  кучларни таъсир эттирамиз (III.26-шакл,  $d, e$ )

III Гук қонунидан фойдаланиб,  $B$  кесимнинг кўчишини топамиз ва уни нолга тенглаштирамиз:

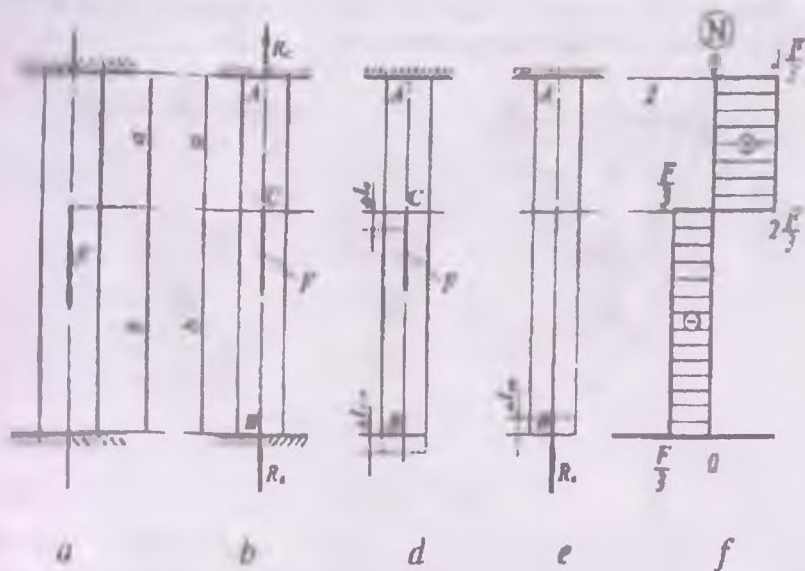
$$\delta_B = \frac{F a}{E A} - \frac{R_B b}{E A} - \frac{R_B a}{E A} = 0 \quad (6)$$

IV. Синтез. Ҳосил қилинган (а) ва (б) тенгламалар номаълум реакция кучларига нисбатан ечилади:

$$R_B = \frac{a}{a+b} F, \quad R_A = \frac{b}{a+b} F \quad (в)$$

ёки  $R_B = F/3$ ,  $R_A = 2F/3$

Кесиш усулидан фойдаланиб, устуннинг барча қўндаланг қисмим юзаларида ҳосил бўлувчи бўйлама куч эпюрасини куриш мумкин (III.26-шакл,  $f$ )



III.26-шакл

2. Стерженлар тизимининг шарнирли С тугунига  $Q$  юк осиб қўйилган (III.27-шакл, а); стерженларнинг материали, қўндаланг кесим юзаси ва узунликларини маълум деб, уларда ташқи юкдан ҳосил бўлган зўриқишларни аниқлаймиз.

### Ечиш

1. Масаланинг статик томонини таҳлил қиламиз. Кесиш усулидан фойдаланиб, С шарнирли тугуннинг мувозанатини текширамыз (III 27'-шакл, б):

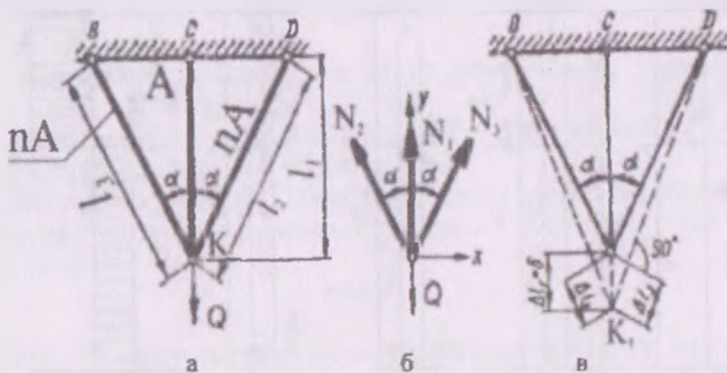
$$\begin{aligned} \sum X_i &= 0, & N_2 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha &= 0 \\ \sum Y_i &= 0 & N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - Q &= 0 \end{aligned}$$

Бу тенгламаларнинг биринчисидан  $N_2 = N_3$  эканлиги маълум; буни эътиборга олиб,

$$N_1 + 2 N_2 \cos \alpha = Q \quad (\Gamma)$$

ифодани ҳосил қиламиз

Охирги тенгламада иккита номаълум булганлиги учун масала бир марта статик аниқмас дейилади



III.27-шакл

II Масаланинг геометрик томонини текширамыз; III 27-шакл, в дан фойдаланиб стерженларнинг деформациялари орасидаги муносабатни қуйидагича ёзамиз:

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 - \Delta l_1 \cdot \cos \alpha \quad (д)$$

III. Масаланинг физик томонини қараб чиқамиз. Гук қонунига асосан стерженларнинг деформациясини аниқлаймиз:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E n A \cos \alpha} \quad (е)$$

IV Синтез, яъни юқорида олинган тенгламалардан ички қўриқиш кучларини топамиз:

$$N_1 = \frac{Q}{1 + 2n \cos \alpha}; \quad N_2 = N_3 = \frac{Q}{1 + 2n \cos \alpha} n \cos^2 \alpha \quad (III.41)$$

3. Энди бир оз мураккаброқ статик аниқмас масалаларни ечиш билан шуғулланамиз.

Маълумки, кўпгина ҳолларда конструкция қисмларини тайёрлаш жараёнида технологик хатоликларга йўл қўйилиши табиғатида, уларнинг айримлари керагидан узунроқ ёки қисқароқ қилиб ясалиши мумкин.

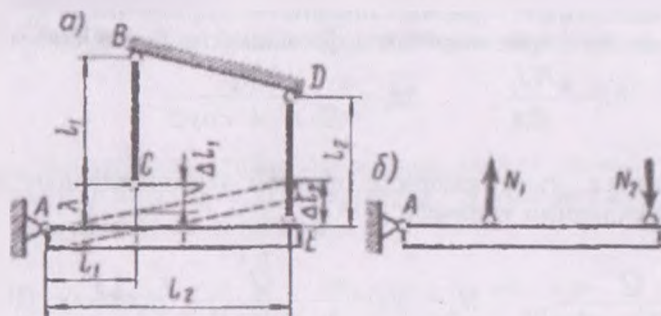
Агар конструкция статик аниқ бўлса, йиғилган (монтаж)дан кейин унинг стерженларида қўшимча зўриқиш кучлари пайдо бўлмайди. Аммо, статик аниқмас конструкцияларнинг стерженларидан бирортаси лойиҳадаги ўлчамлари бўйича тайёрланмаса, монтаждан сўнг мазкур стержендагина эмас, балки у билан боғланган бошқа қисмларда ҳам қўшимча зўриқишлар кўпайиб бўлади. Масалан, айтайлик, III.28-шакл, а да тасвирланган статик аниқмас конструкциянинг биринчи стержени лойиҳадагидан  $\lambda$  миқдорга қисқа қилиб тайёрланган бўлсин. Албатта, бундай конструкцияни йиғиш (монтаж қилиш) учун ҳар БС стерженни чўзиш, ДС стерженни эса сиқиш керак. Шу конструкциянинг стерженлардаги зўриқиш кучлари топилсин.

### Ечиш

I. Масаланинг статик томони; 67-шакл, б дан фойдаланиб, статиканинг мувозанат тенгласини

$$\Sigma M_A = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 L_1 - N_2 L_2 = 0$$

кўринишда ёзиб, берилган тизимнинг бир марта статик аниқмас эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.



III.28-шакл.

II. Масаланинг геометрик томони; конструкциянинг деформациядан кейинги ҳолати (ингичка чизиқ билан кўрсатилган)

$$\frac{\Delta l_2}{L_2} = \frac{\lambda - \Delta l_1}{L_1}$$

мунсabatни ёзишга имкон беради.

III. Масаланинг физик томони; Р. Гук қонунидан фойдаланиб, стерженларнинг деформацияларини аниқлаймиз:

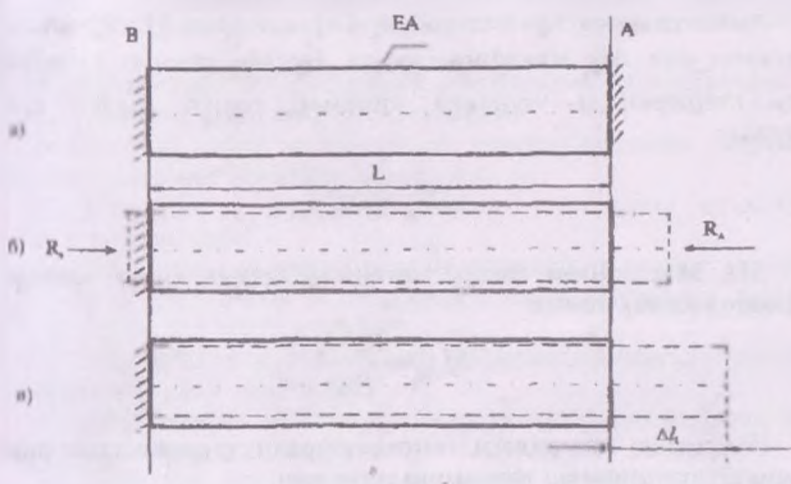
$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2}$$

IV. Синтез; юқоридаги барча тенгламаларни биргаликда ечиб, стерженлардаги зўриқишларни аниқлаймиз:

$$N_1 = \lambda \frac{L_2^2 A_1 A_2 E}{l_1 A_1 L_1^2 + l_1 A_2 L_2^2}, \quad N_2 = \lambda \frac{L_1 L_2 A_1 A_2 E}{l_1 A_1 L_1^2 + l_1 A_2 L_2^2} \quad (\text{III } 42)$$

4. III.29-шакл, а да икки учи билан қистириб маҳкамланган, узунлиги  $l$  ва бикрлиги  $EA$  га тенг бўлган приз-

мигик стержень тасвирланган. Ҳарорат  $\Delta t$  миқдорга ўзгарганда стерженда ҳосил бўладиган кучланишни топиш талаб этилади.



III.29-шакл

### Ечиш

I. Масаланинг статик томони; ҳарорат ошиши натижасида стержен чўзилишига интилиб,  $A$  ва  $B$  таянчларда реакция кучларини ҳосил қилади (III.29-шакл, б). Статика тенгламаси гарчи,  $R_A$ ,  $R_B$  ларнинг ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналишда эканлигини ифодаласа-да, уларнинг қийматини аниқлай олмайди. IIIу сабабли масала бир марта статик аниқмас ҳисобланади.

Кесиш усули сиқувчи кучларнинг реакция кучларига тенг эканлигини курсатади.

II Масаланинг геометрик томони; агар стерженнинг бирор учи эркин бўлганда, албатта у ҳарорат таъсиридан

$$\Delta L_t = \alpha l \Delta t \quad (I 1.43)$$

миқдорга чўзилар эди (III.29-шакл, в)

бунда  $\alpha$  - стержен материалининг чизиқли кенгайиш коэффициенти.

Тажрибалардан пулат учун  $\alpha_n = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  ва мис учун  $\alpha_u = 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  га тенглиги аниқланган

Аmmo реакция кучи стерженни чўзилишга йўл қўймасдан, аксинча уни  $\Delta l_n$  миқдорга сиқади Бундан ҳарорат ўзгарганда ҳам стерженнинг узунлиги ўзгармай қолиш шarti келиб чиқади:

$$\Delta l_n = \Delta l,$$

III. Масаланинг физик томонини таҳлил қилиб қуйидаги ифодани ёзиб оламиз:

$$\Delta l_n = \frac{R_n \cdot l}{EA}$$

IV. Синтез; юкоридаги тенгламалардан ҳарорат таъсиридан ҳосил бўлган нормал кучланиш топилади:

$$\sigma_n = \frac{R_n}{A} = \alpha E \Delta t \quad (\text{III } 44)$$

Баъзи ҳолларда  $\sigma_n$  жуда катта қийматга эришиши ҳам мумкин; шу сабабли уни камайтириш мақсадида конструкцияда махсус бўшлиқлар қолдирилади

### Назорат учун саволлар ва топшириқлар

1. Стерженларнинг марказий чўзилиш ва сиқилиш деформациясининг моҳиятини тушунтиринг.
2. Чўзилиш ёки сиқилишда мутлақ ва нисбий деформациялар қандай аниқланади?
3. Материалларнинг турига қараб Пуассон коэффиценти  $\mu$  нинг ўзгариш чегарасини изоҳланг.
4. Гук қонунини таърифланг ва математик ифодасини ёзинг.
5. Эластиклик модулининг моҳияти нимадан иборат?



6. Қандай катталиқлар материалларнинг асосий механик хусусиятларини аниқлайди?

7. Кам углеродли пўлатнинг чўзилиш диаграммаси қандай ўзига хос нуқталарга эга? Намунада «бўйин» қачон ҳосил бўлади?

8. Мутаносиблик, эластиклик, оқувчанлик ва мустаҳкамлик шартларининг моҳиятини тушунтиринг.

9. Пластик, мўрт ва анизотроп материалларнинг сиқилиш диаграммаларини изоҳланг.

10. Пластик ва мўрт материаллар учун жоиз кучланиш қандай аниқланади?

11. Чўзилиш ёки сиқилишда мустаҳкамлик шarti қандай ўзгаришига эга? Ушбу мустаҳкамлик шarti ёрдамида қандай масалаларни ҳал этиш мумкин?

12. Чўзилиш ёки сиқилишда деформациянинг потенциал энергияси қандай топилади?

13. Деформация ва кўчишларнинг ўзаро фарқини аниқ мисоллар ёрдамида тушунтиринг.

14. Чўзилиш ёки сиқилишда статик аниқмас масалаларга мисоллар келтиринг.

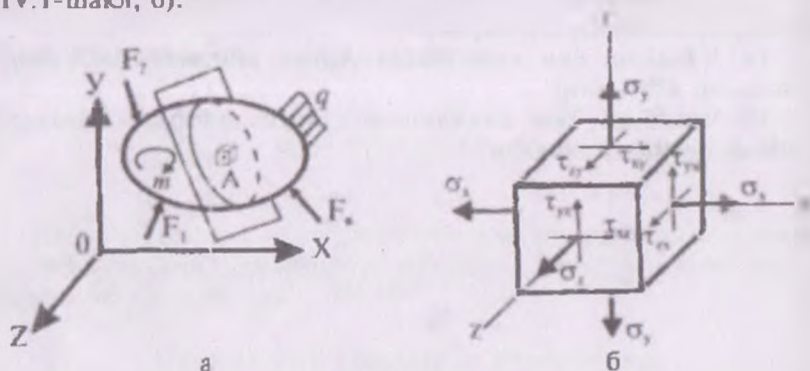
15. Чўзилиш ёки сиқилишда статик аниқмас масалалар қандай тартибда ечилди?

## IV БОБ. КУЧЛАНИШЛАРНИНГ ТАҲЛИЛИ

### 4.1-§. Нуқтадаги кучланишлар. Бош юзалар ва бош кучланишлар

Айталик, деформацияланувчи қаттиқ жисм ташқи куч (тупланган куч, ёйилган юк ва жуфт куч)лар тизими таъсирида мувозанатда бўлсин (IV.1 шакл, а).

Умумий ҳолда жисмнинг исталган  $A$  нуқтаси атрофидан ажратиб олинган элементар параллелолипедга нормал ва урунма кучланишларнинг ташкил этувчилари таъсир кўрсатади (IV.1-шакл, б).



IV.1-шакл.

Табиики, элементар параллелолипед томонларининг жойлашиш ҳолатлари ўзгартирилган тақдирда томонларга таъсир этувчи кучланишларнинг миқдорлари ва йўналишлари ҳам ўзгаради. Ҳатто, элементар параллелолипедни шундай жойлаштириш мумкин эканки, бундай ҳолатда унинг томонларига урунма кучланишлар таъсир кўрсатмас экан.

Одатда, урунма кучланишлар таъсир кўрсатмайдиган юзаларга бош юзалар дейилади; мазкур юзадаги нормал кучланишларга эса бош кучланишлар дейилади.

Бош кучланишлар  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  лар орқали белгиланиб

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

(a)

• ўринишдаги муносабатда бўлади.

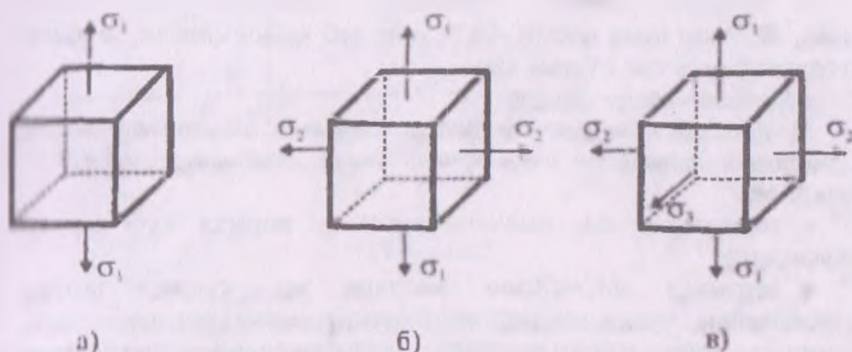
#### 4.2-§. Кучланиш ҳолатининг турлари

Нуқтадаги кучланиш ҳолати деб, мазкур нуқта орқали ўтқиниладиган барча юзачаларда пайдо бўладиган нормал ва ўрунма кучланишларнинг тўпламига айтилади

Кучланиш ҳолатлари уч хил бўлади:

- *чизиқли ёки бир ўқли кучланиш ҳолати*; бундай кучланиш ҳолатида эса жисмнинг ҳар қандай нуқтаси атрофидан фақатгина битта бош юза ўтказиш мумкин (IV.2-шакл, а);
- *текис ёки икки ўқли кучланиш ҳолати*; бу хил кучланиш ҳолатида эса жисмнинг ҳар қандай нуқтаси атрофидан ўзаро тик йўналган иккита бош юза ўтказиш мумкин (IV.2-шакл, б);
- *фазовий ёки уч ўқли кучланиш ҳолати*; бундай кучланиш ҳолатида эса жисмнинг ҳар қандай нуқтаси атрофидан ўзаро тик йўналган учта бош юза ўтказиш мумкин (IV.2-шакл, в).

Биз фақат чизиқли ва текис кучланиш ҳолатларини ўриниш билан чегараланамиз, холос.



IV 2-шакл.

#### 4.3-§ Қия кесимлардаги кучланишлар

Шу вақтгача фақат стерженларнинг ўқиға тик булган кундаланг кесимлардаги нормал кучланишларни аниқлаш билан шуғулландик Энди эса исталган қия кесимлардаги кучланишларни аниқлашға ўтамиз. Бунинг учун ҳар бир кучланиш ҳолатини фақат статик томондан текшириш кифоя

Масалани бундай мукамалроқ таҳлил қилиш, биринчидан, материалларнинг мустаҳкамлиги ҳақида тўла мулоҳаза юритишға, иккинчидан эса ҳатто оддий чўзилиш (сиқилиш)да ҳам стерженларнинг қия кесимларида нормал ва урунма кучланишларнинг пайдо бўлишини, аниқроғи, чўзилиш (сиқилиш) ва силжиш деформацияларининг ўзаро боғлиқ эканлигини кўрсатишға имкон беради.

##### А. Чизикли кучланиш ҳолати

Чўзувчи кучланиш таъсиридаги призматик стерженнинг исталган бурчакка қияланган кесимидаги кучланишларни аниқлаймиз (IV.3-шакл, а). Бунинг учун қуйидаги ишларни кетма-кет бажариш тавсия этилади:

1) *стерженни учта: кучланиш йўналишиға тик, унга параллел ва кўндаланг кесимға нисбатан  $\alpha$  бурчакка қияланган текисликлар билан фикран кесамиз;*

2) *авса,  $v_1, c_1$  элементар булакчани ажратиб оламиз (IV.3-шакл, б) Агар оғма юзани  $dA$  га тенг деб қабул қилсак, у ҳолда стержен ўқиға тик бўлган юза*

$$dA_y = dA \cdot \cos \alpha \quad \text{бўлади;}$$

3) *ташлаб юборилган қисмининг ажратиб олинган булакчаға курсатувчи таъсирини ички кучлар билан алмаштирамиз (IV 3-шакл, в):*

• горизонтал  $dA_z$  юзачаға  $\sigma_1 dA \cos \alpha$  нормал куч таъсир кўрсатади;

• вертикал  $dA_z = dA \sin \alpha$  юзачаға эса кучлар таъсир кўрсатмайди, чунки стерженнинг четки кесимларидаги  $\sigma_1$  кучланишлар текис тақсимланганлиги сабабли стержен ўқи бўйлаб йўналган толалар бир-бирларига босим кўрсатмайди, балки уларнинг ҳар бири худди стержендек чўзилишға ёки сиқилишға қаршилиқ кўрсатади;

• оғма  $dA$  юзачага эса  $\sigma_n dA$  нормал ва  $\tau_\alpha dA$  урунма кучлар таъсир кўрсатади

4) статиканинг мувозанат тенгламаларини тузимиз:

$$\sum N_i = 0 \quad \text{ёки} \quad \sigma_n dA - \sigma_1 dA \cos \alpha \cdot \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

$$\sum T_i = 0 \quad \text{ёки} \quad \tau_\alpha dA - \sigma_1 dA \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 0$$

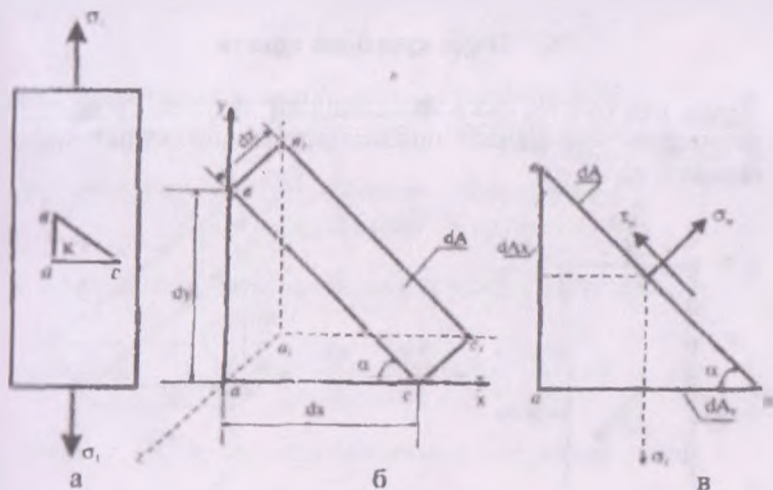
(Охириги ифодалардан

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \alpha \quad (IV.1)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha \quad (IV.2)$$

Нивелиги келиб чиқади.

(IV.1) ва (IV.2) формулалар ёрдамида чизикли кучланиш ҳолати учун қия кесимлардаги нормал ва урунма кучланишлар аниқланади



IV 3-шакл.

Бу формулалардан кўриниб турибдики,  $\sigma_n$  ва  $\tau_\alpha$  кучланишлар қия кесим йуналишининг узгаришига боғлиқ экан.

Қуйидаги хусусий ҳолларни қараб чиқамиз.

а)  $\alpha = 0$  да  $\sigma_n = \sigma = \sigma_{max}$ ,  $\tau_\alpha = 0$  бўлади,

яъни қўндаланг кесимда нормал кучланиш максимал қийматга тенг бўлар экан;

$$\text{б) } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ да } \sigma_{\alpha} = 0 = \sigma_{\min}, \quad \tau_{\alpha} = 0 \text{ бўлади,}$$

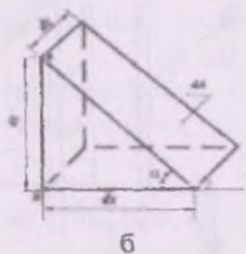
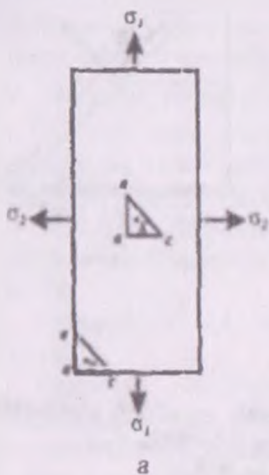
яъни нормал кучланиш минимал қийматга эришиб, стерженнинг бўйлама тоналари бир-бирларига ҳеч қандай босим бермас экан;

$$\text{в) } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ да } \sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2}, \quad \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2} = \tau_{\max} \text{ бўлади,}$$

яъни урунма кучланиш стержен ўқиға 45° қияланган текисликда максимал қийматга эришиб, миқдор жиҳатидан асосий қўзувчи (сиқувчи) нормал кучланишнинг ярмига тенг экан

### Б. Текис кучланиш ҳолати

Ўзаро тик бўлган икки йўналишдаги қўзувчи  $\sigma_1$  ва  $\sigma_2$  бош кучланишлар гаъсиридаги призматик жисмни кўриб чиқамиз (IV.4-шакл, а).



IV.4-шакл.

в

I қил Ластлаб, К нуқта атрофидан ажратиб олинган бирорта элементини қия кесимларидаги кучланишларни аниқлаймиз; бунинг учун қуйидаги ишларни навбат билан бажарамиз:

1) жисмини ухта текислик билан фикран кесамиз;

2)  $a, b, c, c_1$  элементар булакчани ажратиб оламиз (IV.4-шакл а, б); оғма юзани  $dA$  га тенг деб қабул қилиб, қолган юзани  $dA$  га тенг деб қабул қилимиз;

$$\begin{aligned} dA_x &= dA \sin \alpha \\ dA_y &= dA \cos \alpha \end{aligned}$$

3) ташланган қисмнинг ажратилган булакчага қўрсатувчи кучларни ички кучлар билан алмаштирамиз (IV.4-шакл, в); у кучлар элементнинг юзаларига қуйидаги кучлар таъсир қилади:

$$dA \text{ юза бўйича: } \begin{aligned} &\sigma_z dA && \text{(нормал куч)} \\ &\tau_{xz} dA && \text{(урунма куч)} \end{aligned}$$

$$dA_x \text{ юза бўйича: } \begin{aligned} &\sigma_x dA \cdot \sin \alpha && \text{(нормал куч)} \\ &\tau_{yx} dA \cdot \sin \alpha && \text{(урунма куч)} \end{aligned}$$

$$dA_y \text{ юза бўйича: } \begin{aligned} &\sigma_y dA \cos \alpha && \text{(нормал куч)} \\ &\tau_{xy} dA \cos \alpha && \text{(урунма куч)} \end{aligned}$$

4) статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum M_{cm} = 0, \quad \tau_{xz} dA \cos \alpha \frac{dx}{2} + \tau_{yx} dA \sin \alpha \frac{dz}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} \sum T_x = 0, \quad &\tau_{yx} dA + \sigma_x dA \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_y dA \cos \alpha \sin \alpha - \\ &- \tau_{xy} dA \cos \alpha \cos \alpha - \tau_{xz} dA \sin \alpha \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (в)$$

$$\begin{aligned} \sum T_z = 0, \quad &\sigma_x dA \sin \alpha - \sigma_y dA \sin \alpha \sin \alpha - \sigma_z dA \cos \alpha \cos \alpha + \\ &+ \tau_{xy} dA \cos \alpha \sin \alpha - \tau_{xz} dA \sin \alpha \cos \alpha = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Чунки мадан } dx \cdot dz = dA_y \quad dy \cdot dz = dA_x$$

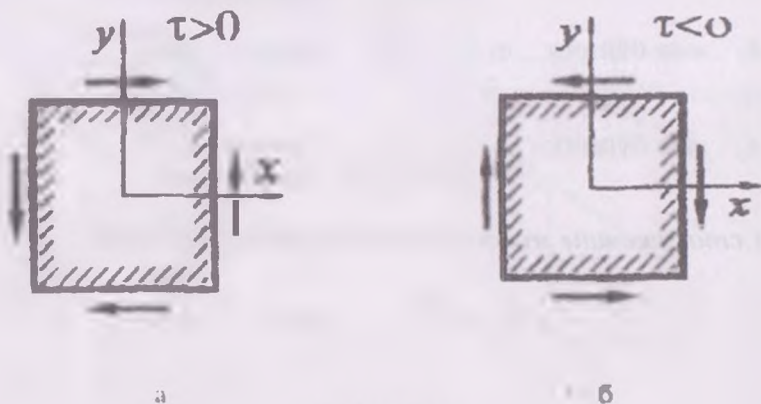
ёки бундан  $d\gamma = \frac{dA \sin \alpha}{dx}$   
 эканлигини эътиборга олиб, (а) ифодани

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} \quad (IV 3)$$

кўринишда ёзамиз.

(IV.3) формула урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунини ифодалайди ва қуйидагича таърифланади: **исталган нукта ўзаро перпендикуляр юзалардаги урунма кучланишлар миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг, лекин йўналишлари эса қарама-қарши бўлади.**

Демак, умумий қиррага эга бўлган ўзаро перпендикуляр юзалардаги урунма кучланишлар бир вақтнинг ўзида иккаласи ҳам ёки шу қирра томонга йўналган (IV.5-шакл, а) ёки ундан узоқлашган бўлар экан (IV 5-шакл, б).



IV 5-шакл

Урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунини назарда тутиб, (в) ифоданинг дастлабки иккитасини соддароқ ҳолга келтирамиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cdot \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (IV 4)$$

$$\tau_\alpha = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (IV 5)$$



(IV.4) ва (IV.5) формулалар ёрдамида текис кучланиш ҳолати учун қия кесимлардаги нормал ва урунма кучланишлар аниқланади.

2 ҳол. Бош юзаларга чексиз яқин бўлган  $M$  нуқта атрофидан олинган элементнинг қия кесимларидаги кучланишларни аниқлаймиз (IV.4-шакл, а). Бунинг учун эса яна юқорида баёқрилган ишларни кетма-кет такрорлаб, қуйидаги ифодаларга эришамиз (исботи уқувчиларга ҳавола қилинади):

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha \quad (IV.6)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (IV.7)$$

#### 4.4 § Бош юзаларнинг ҳолати ва бош кучланишларни аниқлаш

Олдинги параграфда келтириб чиқарилган формулалардан фойдаланиб турибдики, қия кесимдаги нормал ва урунма кучланишлар мазкур кесимнинг абсцисса ўқи билан ташкил этган бурчнинг  $\alpha$  нинг функцияси экан:

$$\sigma_{\alpha} = f_1(\alpha), \quad \tau_{\alpha} = f_2(\alpha) \quad (a)$$

Ҳаман олганда,  $\alpha$  бурчакнинг қайси қийматларида нормал ва урунма кучланишлар экстремал (максимал ёки минимал) қийматларга эришади, деган савол туғилиши табиий. Чунки аналитик амалиётда текширилатган нуқта атрофидан олинган барча юзаларнинг ҳолати ва улардаги кучланишларни аниқлашнинг зарурияти туғилмайди.

Амалиётда экстремал қийматларга эга бўлган кучланишларнинг ўзаро таъсир этувчи юзаларнинг ҳолатини аниқлаш кифоя.

Материаллар қаршилиги фанининг тўла курсида текис кучланиш ҳолатида нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\tau^2} \quad (IV.8)$$

ни нукта ўзаро тик бош юзаларнинг ҳолати

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_1 - \sigma_2} \quad (IV.9)$$

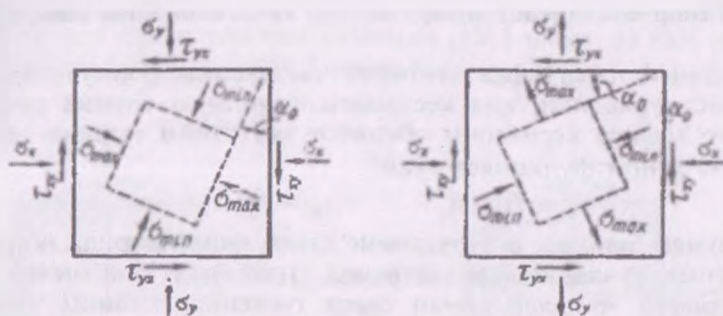
шартинида аниқланиши исботланган

(IV.8) формуладаги мусбат ишора максимал бош кучланиш

$\sigma_1 = \sigma_{\max}$  ни, манфий ишора эса минимал бош кучланиш  $\sigma_2 = \sigma_{\min}$  билдиради.

Шуни таъкидлаб ўтиш лозимки, (IV.9) формула бош юзаларнинг ҳолатини аниқлашга ёрдам берса-да, лекин қайси юзга  $\sigma_{\max}$  таъсир этишини кўрсата олмайди. Шу боис, қуйидаги қоидага мурожаат қиламиз: бош кучланиш  $\sigma_{\max}$  нинг йўналиши ҳамма вақт  $\tau_{xy}$  ва  $\tau_{yx}$  урунма кучланишларнинг йўналишлари учрашадиган координата ўқларининг иккита чорағи орқали утади.

IV.6-шакл, а, б ларда тасвирланган текис кучланиш ҳолати учун бу қоидадан фойдаланиб, умумий ҳолда кучланишларнинг йўналишини, шунингдек, бош юзаларни ҳам осонгина аниқлаш мумкин.



IV.6-шакл.

#### 4.5-§. Силжиш юзаларининг ҳолати ва экстремал урунма кучланишларни аниқлаш

Урунма кучланишлари экстремал қийматга эга бўлган юзалар силжиш юзалари деб аталади.

Силжиш юзасининг ҳолатини аниқлаш учун (IV.7) ифодани  $\alpha$  аргумент бўйича дифференциаллаб, уни нолга тенглаштирамиз:

$$\frac{d\tau_\alpha}{d\alpha} = 2 \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \cos 2\alpha - 2\tau_\alpha \sin 2\alpha = 0 \quad (a)$$

Агар силжиш юзасининг ҳолати  $\alpha_1$  бурчак билан аниқланса, у ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{d\tau_x}{d\alpha} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha_1 - 2\tau_x \sin 2\alpha_1 = 0$$

буилан 
$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\tau_x} \quad (\text{IV.10})$$

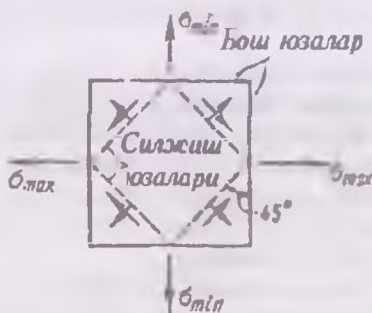
(IV.10) ифодадан силжиш юзасининг ҳолати аниқланади.

(IV.9) ва (IV.10) формулаларни ўзаро таққослаб,  $\alpha_1$  ғийнатини ҳосил қиламиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_0} \quad \text{ёки} \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha_1\right) = \operatorname{ctg}(-2\alpha_0) \quad (6)$$

буилан  $\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\pi}{4}$  эканлиги келиб чиқади

Ҳаммак, силжиш юзаси билан бош юзаси орасидаги бурчак  $45^\circ$  га тенг экан (IV.7-шакл)



IV.7-шакл

Бу хулосага асосан  $\alpha = \pm 45^\circ$  ни (IV.6) ва (IV.7) формулаларга қўйиб

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (\text{IV.11})$$

$$\tau_\alpha = \tau_{\max} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (\text{IV.12})$$

ифодаларга эга бўламиз.

(IV 8) формулани эътиборга олиб, (IV 12) ифодадан экстремал урунма кучланишларни аниқлаймиз:

$$\tau_{\min} = \pm \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (\text{IV.11})$$

Демак, максимал ва минимал урунма кучланишлар миқдор ҳиҷатдан ўзаро тенг бўлиб, ишоралари тескари экан.

### Хусусий ҳол

Жисм  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$  бош кучланишлар таъсирида бўлганда (IV.11) ва (IV.12) формулаларга асосан  $\sigma_2 = 0$ ,  $\tau_{\max} = \pm \sigma$  бўлади. Кучланиш ҳолатининг бу гурига соф силжиш, фақатгина урунма кучланишлар пайдо бўладиган юзалар эса соф силжиш юзалари дейилади

Соф силжиш ҳолати V бобда кенгроқ ёритилган.

### 4.6-§. Фазовий кучланиш ҳолати

1. Дастлаб фазовий кучланиш ҳолатида булган жисмнинг ихтиёрий нуқтаси атрофидан ажратиб олинган бўлакчанинг оғма юзала-ридаги нормал ва урунма кучланишларни аниқлаймиз. Бунинг учун эса қуйидаги режа асосида мулоҳаза юритамиз:

1) нуқта атрофидан фикран тўртта (учта ўзаро тик бўлган ва битта қия) текисликлар ўтказиб, OABC элементар тетраэдрни ажратиб оламиз (IV 8-шакл, а);

2) ABC қия текислигининг юзасини  $dA$  га тенг деб, тетраэдр қолган ёқларнинг юзаларини қуйидагича ёзиб оламиз:

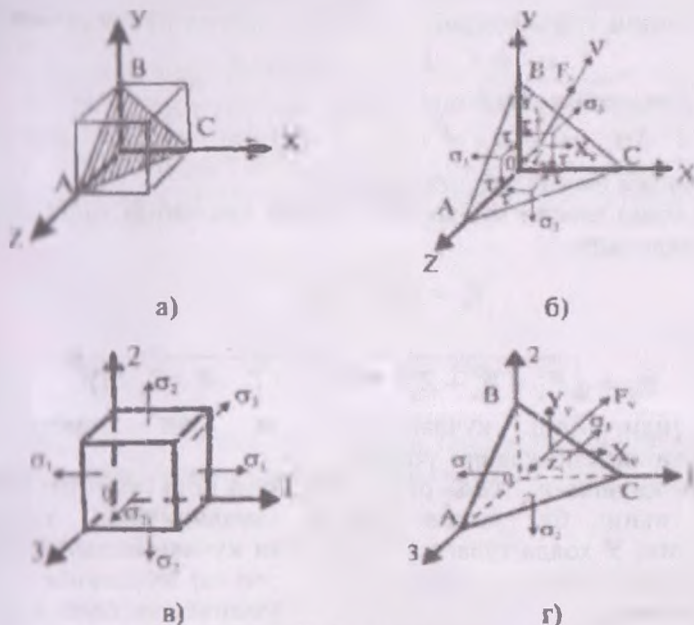
$$\begin{aligned} dA_x &= dA \cdot l \\ dA_y &= dA \cdot m \\ dA_z &= dA \cdot n \end{aligned} \quad (\text{a})$$

бунда  $l = \cos(x, \nu)$ ,  $m = \cos(y, \nu)$ ,  $n = \cos(z, \nu)$  - ташқи нормали  $\nu$  бўлган ABC қия текислигининг фазодаги ҳолатини аниқловчи йўналтирувчи косинуслар;

3) ташлаб юборилган қисмнинг элементар тетраэдрга курсатган таъсири қуйидагилардан иборат бўлади (IV.8-шакл, б):

м) ширдината текисликларида қучланишларнинг 6 та ташвиқ муҷиллари:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ .

п) АПС қия текисликдаги тўла қучланиш  $F_v$  нинг 3 та ташвиқ муҷиллари  $X_v, Y_v, Z_v$ ;



IV.8-шакл

1) элементар тетраэдрнинг мувозанат шартларини ёзамиз:

$$\Sigma X_v = 0 \quad X_v dA - \sigma_x dAl - \tau_{xy} dAm - \tau_{xz} dAn = 0$$

$$\Sigma Y_v = 0 \quad Y_v dA - \tau_{xy} dAl - \sigma_y dAm - \tau_{yz} dAn = 0$$

$$\Sigma Z_v = 0 \quad Z_v dA - \tau_{xz} dAl - \tau_{yz} dAm - \sigma_z dAn = 0 \quad (6)$$

Урунма қучланишларнинг жуфтлик қонунини назарда тутиб, қуйидаги муҳим боғланишларни ҳосил қиламиз:

$$X_v = \sigma_x \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n$$

$$Y_v = -\tau_{xy} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{yz} \cdot n \quad (в)$$

$$Z_v = -\tau_{xz} \cdot l - \tau_{yz} \cdot m + \sigma_z \cdot n$$

Қия текисликдаги тўла кучланиш тузувчи кучланиш  $X_v$ ,  $Y_v$ ,  $Z_v$  лар асосида ясалган параллелолипеднинг диагоналига тенг бўлади:

$$F_v = \sqrt{X_v^2 + Y_v^2 + Z_v^2} \quad (г)$$

Оғма юзадаги нормал кучланиш  $\sigma_v$  ни аниқлаш учун  $X_v$ ,  $Y_v$  ва  $Z_v$  кучланиш тузувчиларини  $v$  нормал бўйича проекциялаб

$$\sigma_v = X_v \cdot l + Y_v \cdot m + Z_v \cdot n$$

ёки (а) ифодаларни эътиборга олиб

$$\sigma_v = \sigma_x \cdot l + \sigma_y \cdot m^2 + \sigma_z \cdot n^2 + 2\tau_{xy} \cdot l \cdot m + 2\tau_{yz} \cdot m \cdot n + 2\tau_{zx} \cdot n \cdot l \quad (д)$$

қуринишидаги формулага эга бўламиз.

Оғма юзага таъсир кўрсатувчи урунма кучланиш ушбу ифодадан аниқланади:

$$\tau_v = \sqrt{F_v^2 - \sigma_v^2}$$

ёки

$$\tau_v = \sqrt{X_v^2 + Y_v^2 + Z_v^2 - (X_v \cdot l + Y_v \cdot m + Z_v \cdot n)^2} \quad (е)$$

II. Энди бош кучланишлар ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлашга ўтамиз

Фараз қилайлик, ABC оғма юза учта бош юзадан бири бўлсин, яъни бу юзага урунма кучланишлар таъсир кўрсатмасин. У ҳолда тўла кучланиш бош кучланишлардан бири ҳисобланиб, унинг қиймати  $F_v = \sigma_v = \sigma$  га, йўналиши эса  $v$  нормал йўналиши билан мос келади. Изланаётган бош кучланиш  $\sigma$  ни координата ўқларига проекциялаб

$$X_v = \sigma \cdot l$$

$$Y_v = \sigma \cdot m \quad (и)$$

$$Z_v = \sigma \cdot n$$

ифодаларни ҳосил қиламиз

(и) ва (и) муносабатларни ўзаро таққослаб, номаълум йўналтирувчи косинус  $l$ ,  $m$ ,  $n$  ларга нисбатан бир жинсли тенгламалар тизимини ҳосил қиламиз:

$$(\sigma_x - \sigma) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n = 0$$

$$\tau_{xy} \cdot l + (\sigma_y - \sigma) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n = 0 \quad (к)$$

$$\tau_{xz} \cdot l + \tau_{yx} \cdot m + (\sigma_z - \sigma) \cdot n = 0$$

Аналитик геометриядан маълумки, йўналтирувчи косинуслар квадратларининг йиғиндиси бирга тенг:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (л)$$

Очирги тўртта тенгламалар таркибига тўртта номатлум миқдорлар кирган бош кучланиш ва унинг учта йўналтирувчи косинуслари.

(а) тенгламалар тизими тривиал ечимга эга эмас, чунки бир вақтда  $l, m, n$  лар нолга тенг бўлмайди. Акс ҳолда (л) муносабат қаноатланмаб бўлмай қолади.

Бу тенгламалар тизимининг бошқа ечимлари мажбур бўлиши учун эса унинг аниқловчиси нолга тенг бўлиши керак:

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{yx} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \quad (м)$$

Детерминатни очиб изланаётган бош кучланишга нисбатан учинчи даражали тенглама ҳосил қиламиз:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (IV.14)$$

бунда

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \\ I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{yx}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{xy}^2; \\ I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z - \sigma_x \tau_{yx}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 + 2\tau_{yx} \tau_{xz} \tau_{xy}; \end{cases} \quad (IV.15)$$

(IV.14) тенглама учта ҳақиқий илдизга эга бўлиб, улар учта бош кучланиш  $\sigma_1, \sigma_2$  ва  $\sigma_3$  лардан иборат бўлади (IV.8-шакл, в).

Шуни таъкидлаб ўтиш керакки,  $\sigma_1, \sigma_2$  ва  $\sigma_3$  лар координата системасининг танланишига боғлиқ эмас. Шу сабабли координата системасининг ҳолати ўзгарганда ҳам кубик тенгламанинг коэффициентларидан тузилган  $I_1, I_2$  ва  $I_3$  ларнинг қийматлари ўзгармасдан қолади, яъни улар инвариант ҳисобланади.

Одатда,  $I_1, I_2$  ва  $I_3$  лар кучланиш ҳолатининг тегишлича биринчи, иккинчи ва учинчи инвариантлари деб аталади.

Агар  $I_3=0$  бўлса, текис кучланиш ҳолати ва  $I_2=I_3=0$  бўлса, чизикли кучланишиш ҳолатлари ҳосил бўлади.

Бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш учун (к) тенгламалар тизимидаги  $\sigma$  нинг ўрнига бош кучланишларни қўйиб, (л) ни ҳар бир бош кучланиш йўналиши учун алоҳида-алоҳида ёзиб, учта бош юзаларнинг йўналтирувчи косинуслари билан  $l_1, m_1, n_1; l_2, m_2, n_2; l_3, m_3, n_3$  ларни аниқлаймиз.

III Бош юзаларга чексиз яқин бўлган нуқта атрофидан ажратиб олинган элементар тетраэдрнинг фазовий кучланиш ҳолатини текшираамиз (IV.8-шакл, г).

Юқорида бажарилган барча ишларни навбат билан такрорлаб, оғма юзага таъсир кўрсатувчи нормал ва урунма кучла нишлар учун қуйидаги ифодаларга эга бўламиз (исботи ўқувчиларга ҳавола қилинади).

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_1 l^1 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^3 \\ \tau_a &= \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2 - (\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2)^2 \end{aligned} \right\} \text{(IV.16)}$$

Текшириладиган тетраэдр учун кучланиш ҳолатининг инвариантлари бош кучланишлар орқали қуйидагича ифодаланadi

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1 \end{aligned} \right\} \text{(IV.17)}$$

#### 4.7-§. Умумлашган Гук қонуни

Айтайлик, фазовий кучланиш ҳолатидаги изотроп жисмнинг ихтиёрий нуқтаси атрофидан ажратиб олинган элементар параллелопипед  $\sigma_1, \sigma_2$  ва  $\sigma_3$  бош кучланишлар таъсирида бўлсин (IV 9-шакл).

Параллелопипеднинг чизикли ўлчамлари  $a, b, c$  га тенг

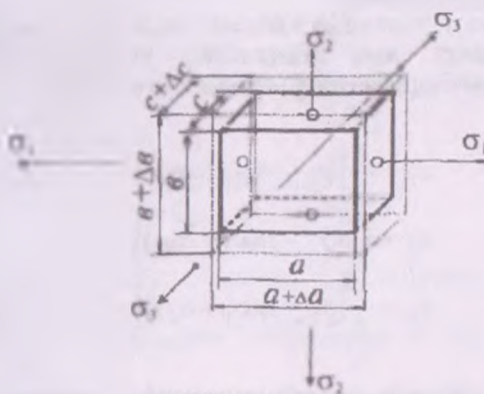
A Масаланинг геометрик томонини текшираамиз.

Параллелопипед қирраларининг мутлақ деформациялари тегишлича  $\Delta(a), \Delta(b), \Delta(c)$  бўлганлиги сабабли, бош кучланишлар йўналишидаги нисбий деформациялар



$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}. \quad (a)$$

Фурмуллада бўлади.



IV.9-шакл.

Кучлар таъсирининг мустақиллик тамойилига кўра, ҳар бир нисбий деформацияни қуйидагича ёзиш мумкин (масалан  $\varepsilon_1$  учун):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^I + \varepsilon_1^{\text{II}} + \varepsilon_1^{\text{III}} \quad (b)$$

бу ерда,  $\varepsilon_1^I$  - узунлиги  $a$  бўлган қирранинг  $\sigma_1$  бош кучланиш таъсиридан олган буйлама нисбий деформацияси;  
 $\varepsilon_1^{\text{II}}$  - узунлиги  $b$  бўлган қирранинг  $\sigma_2$  бош кучланиш таъсиридан олган кўндаланг нисбий деформацияси;  
 $\varepsilon_1^{\text{III}}$  - узунлиги  $c$  бўлган қирранинг  $\sigma_3$  бош кучланиш таъсиридан олган кўндаланг нисбий деформацияси.

II. Мисаланинг физик томони. Юқорида келтирилган нисбий буйлама ва нисбий кўндаланг деформациялар қуйидагича ёзиқланади:

$$\varepsilon_1^I = \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon_1^{\text{II}} = -\mu \cdot \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon_1^{\text{III}} = -\mu \cdot \frac{\sigma_3}{E} \quad (b)$$

Охириги муносабатларни эътиборга олиб,  $\sigma_1$  бош кучла нишга параллел қирранинг тўла нисбий деформациясини

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (IV.18)$$

қуринишда ифодалаймиз.

Агар худди шу тартибда қолган икки йўналишдаги нисбий деформацияларни ҳам аниқласак, у ҳолда барча бош йўналишлардаги нисбий деформациялар қуйидагича бўлади:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\} \quad (IV.19)$$

Деформация билан кучланишларнинг умумий муносабати ни ифодаловчи (IV.19) формула фазовий кучланиш ҳолатидаги жисмлар учун умумлашган Гук қонунини ифодалайди.

Хусусий ҳол. Текис кучланиш ҳолатида  $\sigma_3 = 0$  бўлганлиги учун умумлашган Гук қонуни қуйидаги қуринишни эгаллайди:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1) \\ \varepsilon_3 &= -\frac{1}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \right\} \quad (IV.20)$$

Демак, текис кучланиш ҳолатида ҳам учинчи бош кучланиш  $\sigma_3$  йўналиши бўйича деформация содир бўлар экан.

#### 4.8-§ Ҳажмий деформация

Олдинги парзграфда текширилган параллелолипеднинг деформациягача булган ҳажми

$$dV = a \cdot b \cdot c$$

га тенг. Деформация натижасида ҳар бир қирра узайганлиги  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  бўлиб, унинг ҳажми ҳам  $\Delta(dV)$  миқдорга ортади:

$$dV + \Delta(dV) = dl_1(1 + \varepsilon_1)dl_2(1 + \varepsilon_2)dl_3(1 + \varepsilon_3) =$$

$$= dl_1 dl_2 dl_3(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3)$$

Нисбий деформациянинг иккинчи ва учинчи тартибли ҳажмига эътиборга олмасдан охириги ифодани қуйидаги шаклда ёзамиз:

$$\frac{\Delta(dV)}{dV} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (a)$$

Ҳажмнинг нисбий ўзгаришини белгилайдиган  $\frac{\Delta(dV)}{dV}$  нисбатга ҳажмий деформация дейилади ва  $\theta$  ҳарфи билан белгиланади:

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (IV.21)$$

Умумлашган Гук қонунини эътиборга олиб, ҳажмий деформацияни

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (IV.22)$$

шаклида ёзиш мумкин.

Охириги формуладан кўришиб турибдики, Пуассон коэффициентини  $\mu=0,5$  бўлган материал (масалан, резина)нинг деформация давомида ҳажми ўзгармас экан.

#### 4.9-§. Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси

Ўшунга маълумки, чизиқли кучланиш ҳолати (оддий чўзилиш ва сиқилиш)да деформациянинг солиштирма потенциал энергияси

$$a = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} \quad (IV.23)$$

формуладан аниқланар эди (III боб, 21-§ га қараңг).

Бу формулани умумлаштириб, фазовий кучланиш ҳолатидаги деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини

$$a = \frac{1}{2}(\sigma_1 \cdot \epsilon_1 + \sigma_2 \cdot \epsilon_2 + \sigma_3 \cdot \epsilon_3) \quad (\text{IV } 24)$$

кўринишида ёзиш мумкин

Умумлашган Гук қонунини эътиборга олиб, охириги формулани қуйидагича ёзамиз:

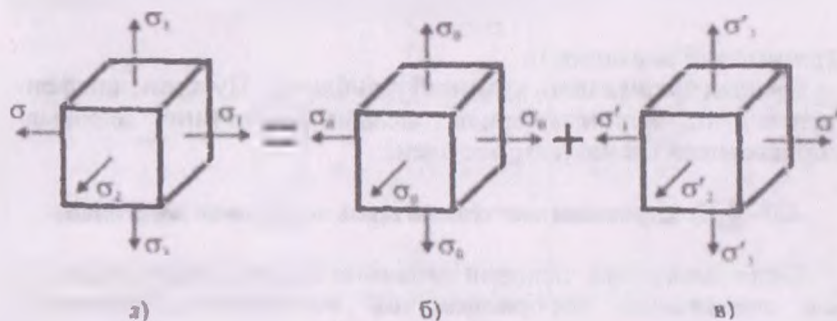
$$a = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)] \quad (\text{IV } 25)$$

Энди текширилаётган параллелопипеднинг кучланиш ҳолатини иккита кучланиш ҳолатига ажратиб (IV 10-шакл), қуйидагича мулоҳаза юритамиз:

а) фараз қилайлик, биринчи ҳолатда параллелопипед учта бош кучланишларнинг урта арифметик қийматига тенг бўлган

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{a})$$

кучланиш таъсирида бўлсин. Бу ҳолда элементнинг шакли ўзгармасдан, балки унинг ҳажми ўзгаради.



IV.10-шакл.

Ҳажмнинг ўзгаришидан ҳосил бўлган солиштирма потенциал энергия  $a_v$  ни аниқлаш учун (IV.25) формуладаги  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ва  $\sigma_3$  ларнинг ўрнига  $\sigma_0$  нинг қийматини қуйиш kifоя:

$$a_v = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] = \frac{1-2\mu}{2E} 3\sigma_0^2 \quad (5)$$

$$\text{Икки} \quad a_v = \frac{1-2\mu}{6E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (IV.26)$$

б) иккинчи ҳолатда параллелопипед  $\sigma_1 - \sigma_0$ ,  $\sigma_2 - \sigma_0$ , ва  $\sigma_3 - \sigma_0$  кучланишлар таъсирида бўлсин, деб фараз қилайлик. Бу ҳолда шунинг ҳамми ўзгармасдан, фақат шакли ўзгаради.

Шаклнинг ўзгаришидан ҳосил бўлган солиштирма потенциал энергия ҳам юқоридаги тартибда аниқланади:

$$a_{ш} = \frac{1}{2E} \left[ (\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2 - 2\mu \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0) + \\ (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0) + \\ (\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0) \end{array} \right\} \right] \quad (IV.27)$$

(а) ифодани назарда тутиб тегишли ихчамлашдан кейин куйидаги формулага эга бўламиз:

$$a_{ш} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (IV.28)$$

Шундай қилиб, параллелопипеднинг солиштирма потенциал энергияси икки қисмдан: ҳажм ва шаклнинг ўзгаришига келиб бўладиган энергияларнинг йиғиндисидан иборат экан:

$$a = a_v + a_{ш} \quad (IV.29)$$

#### 4.10-§. Мустаҳкамлик назариялари

Конструкция ва улар тузилмаларининг мустаҳкамлигини таъминлаш ҳолатлари (бош кучланишлар) бўйича таҳлил қилинганда куйидаги муҳим савол туғилиши табиий: текширилган материалларнинг хавfli ҳолати (чектавий кучланиш ҳолати) нима ва унинг пайдо бўлишига қандай омиллар сабаб бўлади?

Пластик материаллар учун хавfli ҳолат сифатида шундэй кучланиш ҳолати қабул қилинадики, бунда сезиларли қолдиқ (пластик) деформациялар пайдо бўлиши жадаллаша бошлайди.

Мурт материаллар учун хавfli ҳолат деганда шундай кучланиш ҳолати тушуниладики, бунда материал емирила бошлайди, яъни дарз кетиш жараёни тезлашади.

Бирор кучланиш ҳолати қанчалик даражада хавfli ёки хавфсиз эканлиги туғрисида ҳукм юритиш учун, аввало тажриба усулида хавfli кучланиш ҳолатига тегишли бош кучланишларни аниқлаш лозим.

Бу масала оғдий (чизиқли) кучланиш ҳолатидаги жисмлар учун осонгина ҳал қилинади: лаборатория шароитида намуналарнинг чўзилиши ёки сиқилишига оид тажрибаларни ўтказиб, бош кучланишнинг бирдан бир чегаравий қийматини етарли даражада аниқ топиш мумкин. Бу қиймат пластик материаллар учун оқувчанлик чегараси  $\sigma_{0.4}$  га, мурт материаллар учун эса мустаҳкамлик чегараси  $\sigma_M$  га тенг қилиб олинади. Натижада кучланишнинг ҳисобий қиймати  $\sigma_x$  ни билган ҳолда бош кучланишнинг чегаравий қийматига тегишли эҳтиёт коэффициентлари аниқланади:

$$n_{0.4} = \frac{\sigma_{0.4}}{\sigma_x}; \quad n_M = \frac{\sigma_M}{\sigma_x} \quad (a)$$

Иншоот қисмлари, машина ва механизм деталлари текис ёки ҳажмий кучланиш ҳолатларида ишлаётганда, тажрибавий усулда бош кучланишларнинг чегаравий қийматларини топиш масаласи ҳозирча мукамал ҳал этилмаган. Қолаверса, юқорида қайд этилган саволларга ҳам аниқ жавоб берилганича йўқ, чунки материалларнинг ички тузилишини гарчи «аниқ» тасаввур қилсакда, у ерда содир бўлаётган жараёнлар (масалан, пластик деформацияларнинг пайдо бўлиш сабаблари, материаллар емирилишининг ҳақиқий сабаблари ва шу кабилар) туғрисида тўла-туқис назарий-амалий маълумотларга эга эмасмиз.

Шу боис, материалларнинг мустаҳкамлигига оид масалаларни счишда мустаҳкамлик назариялари деб аталувчи бир қанча тарихий назарияларга таяниб иш кўраимиз.

Мустаҳкамлик назариялари деб, материалларда хавfli ҳолатнинг бошланиш сабабларини тажрибаларга асосланган чекланиш (тахмин)лар ёрдамида турли омилларга боғлаб текширувчи назарияларни айталади.

Мустаҳкамлик назарияларининг барчаси асосан қуйидаги шартга асосланган. *иккита кучланиш ҳолатига тегишли бош кучланишлар мутаносиб равишда бир хил миқдорга оширилганда,*

иккинчиси ҳам бир вақтда чегаравий ҳолатга утса, бундай кучланиш ҳолати тенг кучланишли ва тенг хавфли деб ҳисобланади.

Бунга иккала кучланиш ҳолати учун мустаҳкамликнинг оддий коэффициенти бир хил бўлади.

Тенг хавфли кучланиш ҳолатларидан бири сифатида хавфли ҳолати яниқланиши зарур бўлган текис ( $\sigma_1 > \sigma_2$ ) ёки ҳажмий ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) кучланиш ҳолати, иккинчиси учун эса тажрибавий усулда мукамал ўрганилган чизиқли ( $\sigma_1 = \sigma_{\text{эKB}}$ ) кучланиш ҳолати олинади (IV.11-шакл). Кейин эса мураккаб кучланиш ҳолатидати жисм (детал) мустаҳкамлигининг ўлчови деб қабул қилинган катталиқ оддий кучланиш ҳолатидаги намунанинг тенг хавфли ҳолатига тегишли катталиги билан юқорида қайд этилган шарт асосида ўзаро таққосланади.



IV.11-шакл.

Инди муҳандислик амалиётида кенг қўламда фойдаланилган учта классик ва битта энергетик назариялар билан шунингча танишиб чиқамиз

### I. Мустаҳкамликнинг биринчи назарияси (энг катта нормал кучланиш назарияси)

Бу назарияни дастлаб XVII асрда Галилей таклиф этган

Мустаҳкамликнинг биринчи назарияси материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта нормал кучланиш тенг бўлади деган тахмин (гипотеза) га асосланган; бу назариянинг кўра қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\sigma_{\text{эKB}}^I = \sigma_1 < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{IV.30})$$

Бу ерда,  $\sigma_1$  - текширилаётган мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисм (детал) нинг энг хавfli нуқтасидаги бош кучланишларнинг энг каттаси;

$\sigma_{adm}$  - материал учун жоиз нормал кучланиш бўлиб, унинг қиймати мазкур материалдан ясалган намунани оддий чузилиш (сиқилиш)га синаш йўли билан аниқланади (III боб, 3-§ га қаранг).

Бу назариянинг асосий камчилиги шундан иборатки, (IV.30) ифода таркибида  $\sigma_1$  ва  $\sigma_3$  бош кучланишлар иштирок этмайди. Бошқача айтганда, мураккаб ва оддий кучланиш ҳолатидаги жисмлар «гўёки» бир хилда қаршилиқ кўрсатади, деган маънони билдиради Ваҳоланки, амалда бундай эмас — материалларнинг мустаҳкамлигига  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  лар ҳам катта таъсир кўрсатади

Масалан, ҳар томонлама (гидростатик) босим остида сиқилаётган бетондан тайёрланган кубик мустаҳкамлик чегарасидан бир неча баробар катта кучланишга ҳам емирилмасдан бардош бера олади Бу ҳолда кубикнинг қаршилиқ кўрсатиш қобилияти биринчи назария бўйича аниқланганига нисбатан анча юқоридир

Биринчи назария мурт материалларни чўзишга синашда тасдиқланган Ҳозирги вақтда бу назария ишлатилмайди, у фақат тарихий аҳамиятгагина эга, холос

## II. Иккинчи мустаҳкамлик назарияси (энг катта чузилиш назарияси)

Бу назарияни биринчи марта 1682 йилда Марриот таклиф қилган

*Мустаҳкамликнинг иккинчи назарияси материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо булишига энг катта чузилиш сабаб бўлади, деган таҳминга асосланган; бу назарияга мувофиқ*

$$\epsilon_{max} = \epsilon_1 < \epsilon_{adm} \quad (IV\ 31)$$

шэрт бажарилиши лозим.

Бу ерда,  $\epsilon_1$  - текширилаётган мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмнинг энг хавfli нуқтасидаги бош нисбий деформацияларнинг энг каттаси ( $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ );

$\epsilon_{adm}$  - материалнинг оддий чўзилиш (сиқилиш)даги



жоиз нормал кучланиши  $\sigma_{adm}$  га тегишли нисбий деформацияси.

I уқ қонунига асосан:

$$E_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_{adm} = \frac{1}{E} \sigma_{adm}$$

Охириги ифодаларни эътиборга олиб, иккинчи назария бунинчи мустаҳкамлик шартини

$$\sigma_{max} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_{adm} \quad (IV.32)$$

шартинишда ёзамиз.

Бу назариянинг биринчи назариядан афзаллиги шундаки, (IV.32) шартда барча бош кучланишлар таъсири эътиборга олинган. Аммо бу назариянинг ҳали баъзи натижалари тажрибада тўлиқ тасдиқланмаган. Масалан, бу назарияга мувофиқ, ўзаро тик икки мутталифда сиқилаётган кубикнинг мустаҳкамлиги бир томонга қараб сиқилаётган кубикнинг мустаҳкамлигидан юқори бўлиши келиши мумкин, бу хулоса тажрибада тасдиқланмайди.

Иккинчи назариянинг натижалари фақатгина мўрт материаллар учун тажрибада тасдиқланган.

### III. Мустаҳкамликнинг учинчи назарияси (энг катта урунма кучланишлар назарияси)

Бу назарияни биринчи бўлиб 1773 йилда Кулон яратган.

*Мустаҳкамликнинг учинчи назарияси материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта урунма кучланишлар бўлиб булади, деган тахминга асосланган бўлиб, унинг умумий шартини қуйидагича ёзилади:*

$$\tau_{max} < \tau_{adm} \quad (IV.33)$$

Бу ерда,  $\tau_{max}$  - текширилатган мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмнинг энг хавфли нуқтасидаги энг катта урунма кучланиш;

$\tau_{adm}$  - материал учун жоиз урунма кучланиш бўлиб, унинг қиймати намунани оддий кучланиш ҳолатида синаш йўли билан топилади.

Олдинги параграфлардан маълумки:

а) мураккаб кучланиш ҳолатида

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

б) оддий кучланиш ҳолатида

$$\tau_{\text{adm}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{2}$$

Буларни эътиборга олиб, учинчи назария бўйича мустаҳкамлик шартини қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{\text{экв}}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{IV.34})$$

Ўзилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилиқ кўрсатувчи пластик материаллар учун учинчи назария тажрибада тасдиқланувчи натижаларни беради.

Бу назариянинг асосий камчилиги шундаки, (IV 34) ифода таркибига  $\sigma_3$  бош кучланиш кирмайди, яъни текис ва фазовий кучланиш ҳолатлари орасида «ғўёки» ҳеч қандай фарқ йўқдек

Шунинг учун бу назария текис кучланиш ҳолатидаги иншоот, машина ва механизм қисмларининг мустаҳкамлигини текширишда кенг қулланилади

#### IV. Мустаҳкамликнинг туртинчи назарияси (шакл ўзгаришидан ҳосил булган солиштирма потенциал энергия назарияси)

Баъзан бу назария Губер-Мизес чекланиши деб ҳам юритилади.

*Мустаҳкамликнинг туртинчи (энергетик) назарияси материалларда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига шакл ўзгаришидан ҳосил булган солиштирма потенциал энергия сабаб булади деган чекланишга асосланган; бу назарияга мувофиқ қуйидаги шарт бажарилиши лозим:*

$$a_{\max}^m < a_{\text{adm}}^m \quad (\text{IV 35})$$

Бунда  $a_{\max}^m$  - мураккаб кучланиш ҳолатидаги жисмнинг ҳавfli ҳолатига оид шаклнинг ўзгаришидан ҳосил бўлган солиштирма потенциал энергияси;

$a_{adm}^m$  -жоиз кучланишга тегишли шакл ўзгаришидан  
 ҳосил булган потенциал энергия  
 Ўтган параграфлардан қуйидагилар маълум:  
 а) мураккаб кучланиш ҳолатида

$$a_{max}^m = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

б) оддий кучланиш ҳолатида

$$a_{adm}^m = \frac{1+\mu}{3E} \epsilon_{adm}$$

Шундай қилиб, тўртинчи назария бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sigma_{\text{кв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} < \sigma_{adm} \quad (IV.36)$$

Бу назария чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилиқ ўрсатувчи пластик материаллар учун анча тўғри натижалар беради.

Юқорида баён этилган тўртала назарияда ҳам битта муҳим қимчилик бор: мустаҳкамлик шартларини ифодаловчи (IV.30), (IV.32), (IV.34), (IV.36) формулаларни келтириб чиқаришда Гук қонунига асосландик, ҳолбуки мустаҳкамлик чегараси эластиклик чегарасидан анча кейинда туради. Лекин, бу формулалар таркибида материалларнинг эластиклик хусусиятларини тавсифловчи катталиклар иштирок этмайди. Шу жиҳатдан олганда, мустаҳкамлик шарти формулаларидан пластик деформация шароитида ишловчи иншоот ва машина-механизм қисмларини қисоблашда фойдаланиш мумкин.

Шуни таъкидлаб утиш муҳимки, айни пайтда мавжуд мустаҳкамлик назарияларини такомиллаштириш ҳамда янги назариялар яратиш борасида муайян ишлар қилинмоқда. Шу ўринда Н. Н. Давиденков, Б. Я. Фридман, И. И. Тарасенко, Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев каби олимларнинг илмий излаишлари эътиборга моликдир.

19-масала. Үзро тик жойлашган ва оғма юзачалардаги нормал кучланишларни  $\sigma_\alpha = \frac{1}{3}\sigma_\beta = 30 \text{ МПа}$  га тенг деб, кўндаланг кесими квадрат ( $a = 16 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ) намунани чўзувчи кучнинг қиймати топилсин (IV 12-шакл)

Намунанинг бўйлама ўқи билан оғма юза нормали орасидаги бурчаклар аниқлансин

### Ечиш

Кўндаланг кесимдаги нормал кучланиш  $\sigma_0$  ни оғма юзачалардаги кучланишлар орқали ифодалаймиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_\beta = \sigma_0 \cos^2 \beta = \sigma_0 \sin^2 \alpha$$

бу ерда,  $\beta = -(90^\circ - \alpha)$ .

Ҳадлаб қушамиз:

$$\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_0$$

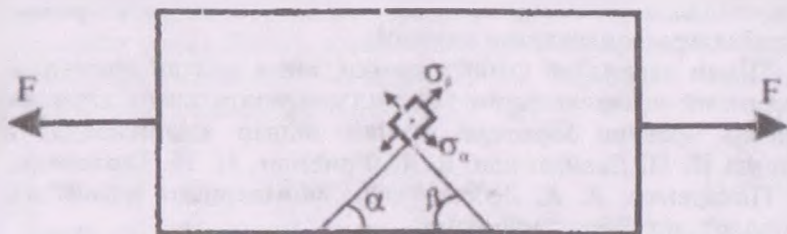
Бундан  $\sigma_0 = 120 \text{ МПа}$  эканлиги келиб чиқади

Намунани чўзувчи куч:

$$F = \sigma_0 \cdot 2a^2 = 2 \cdot 120 \cdot 10^1 (16 \cdot 10^{-2})^2 = 384 \text{ кН}.$$

Юқоридаги ифодалардан:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} = 3, \quad \alpha = 60^\circ \quad \beta = -(90^\circ - \alpha) = -30^\circ.$$



IV.12-шакл.

20-масала. IV.13-шакл, а да тасвирланган текис кучланиш ҳолати учун нормал ва урунма кучланишларнинг экстремал қийматларини ҳамда улар таъсир этувчи юзачаларнинг ҳолатларини аниқлаш талаб этилади. Кучланишлар МПа ларда берилган

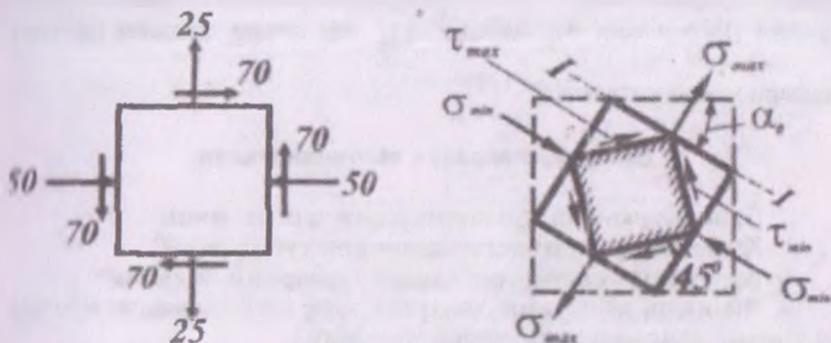
### Ечиш

(IV.8) формула бўйича экстремал нормал кучланишлар аниқланади:

$$\sigma_{\min} = 0,5 \left[ (-50 + 25) \pm \sqrt{(-50 + 25)^2 + 4(70)^2} \right] = -12,5 \pm 79,4$$

Шундай қилиб,

$$\sigma_{\max} = 66,9 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\min} = -91,9 \text{ МПа}.$$



IV.13-шакл.

(IV.13) формула ёрдамида экстремал урунма кучланишлар аниқланади:

$$\tau_{\max} = \pm 0,5 \sqrt{(-50 + 25)^2 + 4 \cdot (70)^2} = \pm 79,4$$

$$\text{Демак, } \tau_{\max} = 79,4 \text{ МПа}, \quad \tau_{\min} = -79,4 \text{ МПа}.$$

Бош юзачаларнинг ҳолатини аниқлашда (IV.9) формуладан фойдаланамиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot 70}{-50 - 25} = -1,866$$

$$2\alpha_0 = \operatorname{arctg}(-1,866) \approx 62^\circ$$

$$\alpha_0 = -31^\circ.$$

$\sigma_{\max}$  бош кучланиш таъсир этадиган бош юзанинг ҳолатини чизмада тасвирлаш учун горизонтал юзани (чунки бу юзадаги нормал кучланишнинг алгебраик қиймати вертикал юзадаги нормал кучланишдан катта)  $\alpha_0$  бурчакка бураемиз:  $\alpha_0$  нинг йўналишини танлашда шунга эътибор бериш керакки, буралаётган юзачадаги (бизнинг мисолимизда горизонтал юзача) урунма кучланиш элементни юзачанинг марказига nisбатан айлантиришга интилсин. Шу қоидага амал қилиб,  $\sigma_{\max}$  нинг йўналиши доимо  $\tau_{xy}$  ва  $\tau_{yx}$  ларнинг йўналишлари учрашадиган координата ўқларининг иккита чораги орқали ўтишига ишонч ҳосил қилиш мумкин (IV.6-шакл). Бу шаклда  $\tau_{\max/\min}$  лар таъсир этадиган силжиш юзлари ҳам курсатилган.

### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Бош юза ва бош кучланишларни тушунтиринг.
2. Кучланиш ҳолати деганда нимани тушунасиз?
3. Кучланиш ҳолатининг қандай турларини биласиз?
4. Чизиқли кучланиш ҳолатида қия кесимлардаги нормал ва урунма кучланишлар қандай топилади?
5. Урунма кучланишларнинг жуфтлик қонуни қандай курнишда ифодаланади? Унинг маъносини тушунтиринг.
6. Текис кучланиш ҳолати учун:
  - нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари;
  - бош юзанинг ҳолати;
  - урунма кучланишларнинг экстремал қийматлари;
  - силжиш юзасининг ҳолати
 қандай аниқланади?
7. Умумлашган Гук қонуни қандай кўринишга эга?
8. Ҳажмий деформация қандай аниқланади?
9. Мустаҳкамлик назарияларидан бирининг моҳиятини тушунтиринг.

## V БОБ. СИЛЖИШ

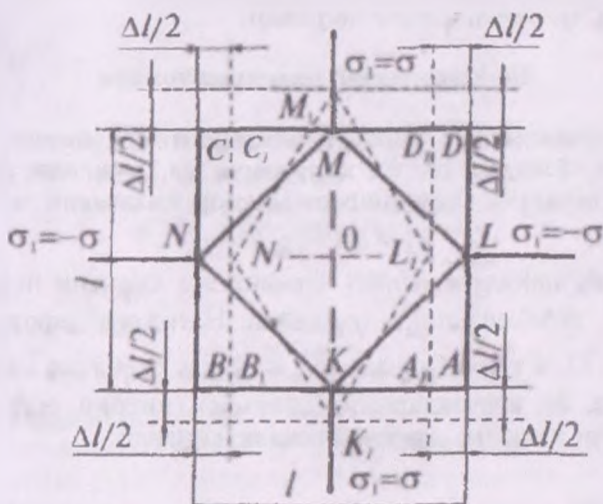
### 5.1-§ Соф силжиш

Агар эластик стержендан маълум қияликдаги текисликлар ўрнинида ажратиб олинган элементар кубнинг томонларига таъсир қилган урунма кучланишлар таъсир қилса, у ҳолда кубнинг бундай текис кучланиш ҳолатига соф силжиш дейилади.

Фақат урунма кучланишлар пайдо бўладиган юзалар соф силжиш юзалари дейилади.

#### I. Масаланинг статик томони

Фараз қилайлик, текис кучланиш ҳолатидаги стерженнинг бирор нуқтаси атрофидан ажратилган элементар куб  $\sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$  бундай кучланишлар таъсирида бўлсин (V.1-шакл)



V.1-шакл

Текис кучланиш ҳолати учун қия кесимлардаги кучланишлар

Текис кучланиш ҳолати учун қия кесимлардаги кучланишлар

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha \\ \tau_{\alpha} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

формулалар ёрдамида аниқланиши бизга олдиндан маълум (IV бобга қаранг). Бундан ташқари, IV боб 5-§ да силжиш юзаси билан бош юза орасидаги бурчак миқдор жиҳатидан  $45^{\circ}$  га тенг эканлиги айтиб утилган эди. Шу сабабли соф силжиш юзасидаги кучланишлар қуйидагича булади:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha=45^{\circ}} &= \sigma_1 \cos^2 45^{\circ} + (-\sigma_3) \sin^2 45^{\circ} \\ \tau_{\alpha=45^{\circ}} &= \frac{\sigma_1 - (-\sigma_3)}{2} \sin 2 \cdot 45^{\circ} \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Демак, урунма кучланишнинг максимал қиймати стерженни ўзаро тик йўналган ўқлар бўйича чўзувчи ва сиқувчи бош кучланишларга тенг экан.

Урунма кучланиш таъсиридаги MNKL элемент соф силжиш ҳолатида фақат силжиш деформациясига учраб, унинг томонлари чўзилмас (сиқилмас) экан.

## II. Масаланинг геометрик томони

Бош кучланишлар таъсирида элементар кубнинг *AD*, *BC* қирралари чўзилиб, *AB*, *CD* қирралари эса сиқилади; уларнинг мутлақ чўзилиш ва сиқилишлари миқдор жиҳатидан тенг

$$\Delta l = \varepsilon_1 l = |\varepsilon_2 l| = \varepsilon l \quad (в)$$

Квадрат шаклдаги *KLMN* элемент эса силжиш натижасида *K<sub>1</sub>L<sub>1</sub>M<sub>1</sub>N<sub>1</sub>* ромб шаклини эгаллайди. Натижада деформациягача бўлган *KLM* тўғри бурчак *K<sub>1</sub>L<sub>1</sub>M<sub>1</sub>* ўтмас бурчакка айланади

Одатда, бу бурчакларнинг айирмаси нисбий соф силжиш бурчаги ёки қисқача, нисбий силжиш дейилади:

$$\gamma = \angle K_1 L_1 M_1 - \angle KLM = \angle K_1 L_1 M_1 - \frac{\pi}{2}$$

бундан



$$\frac{\angle K_1 L_1 M_1}{2} = \angle K_1 L_1 O = \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}$$

шундан бу бурчакнинг тангенсини аниқлаймиз:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{OL}{OL_1} = \frac{\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}}{\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (r)$$

Иккинчи томондан  $\gamma$  ning кичиклигидан  $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$  эканлигини назарда тутиб, икки бурчак йиғиндисининг тангенсини аниқлашга ёзамиз:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}} \quad (d)$$

Охири иккита ифодаларни тенглаб, нисбий чўзилиш нисбатини жўзатишдан нисбий силжишнинг ярмига тенг эканлигини охири ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2} \quad (V.1)$$

### III. Масаланинг физик томони

Умумлашган Гук қонунини эътиборга олиб, нисбий деформацияни

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_2) = \frac{1 + \mu}{E} \sigma$$

ёки

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{1 + \mu}{E} \sigma$$

шундан бу бурчакнинг тангенсини аниқлаймиз.

Соф силжишдаги элемент фақат урунма кучланиш таъсирида бўлгани учун охири ифодани қуйидагича узгартириш мумкин:

$$\tau = G \gamma \quad (V.2)$$

бу ерда,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (V.3)$$

бўлиб, силжишдаги эластиклик модули ёки иккинчи тур эластиклик модули дейилади (тажрибалардан пулат материали учун  $G_n \approx 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$  эканлиги аниқланган).

(V.2) формула соф силжиш учун Гук қонунини ифодалайди. Умуман олганда, (V.1) ва (V.3) муносабатлар чўзилиш (сиқилиш) ва силжиш деформациялари орасида боғланиш мавжуд деган хулосани тасдиқлайди.

Соф силжишдаги элементар кубнинг нисбий ҳажмий деформацияси ва солиштирма потенциал энергияларини аниқлаймиз (IV бобга қаранг).

MLKN элемент соф силжишда булганлиги учун унинг томонларига нормал кучланишлар таъсир кўрсатмайди; шу боис,

$$\theta = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 0 \quad (e)$$

га тенг бўлади.

Шундай қилиб, соф силжиш деформацияси натижасида ҳажмнинг нисбий ўзгариши нолга тенг экан.

MLKN элементнинг томонларига фақат  $\tau_{\max} = \sigma_1 = -\sigma_3 = \sigma$  урунма кучланишлар таъсир курсатади (бу ерда,  $\sigma_2 = 0$ , чунки элемент текис кучланиш ҳолатида). Шунинг учун солиштирма потенциал энергиялар қуйидагига тенг бўлади:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{E} [\sigma^2 + (-\sigma)^2 - 2\mu(-\sigma)\sigma] = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 \\ a_v &= \frac{1 - 2\mu}{6E} [\sigma + (-\sigma)] = 0 \\ a_w &= \frac{1 + \mu}{6E} [\sigma^2 + \sigma^2 + (-\sigma - \sigma)^2] = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 \end{aligned} \right\} \quad (V.4)$$

Демак, соф силжишда ҳажмнинг ўзгаришидан ҳосил буладиган солиштирма потенциал энергия нолга тенг бўлиб, гула солиштирма потенциал энергия шакlining ўзгаришига сарф бўладиган солиштирма потенциал энергиядан иборат булар экан.

5.1 жадвалда соф силжиш деформациясини ўрганиш натижасида келтириб чиқарилган баъзи формулалар берилган

5.1-жадвал

Соф силжиш деформацияси		
масалани таҳлилий ўрганиш кетма-кетлиги		формулалар
1	статик нуқтаи назардан ёндашиш	$\sigma_{\alpha=45^\circ} = \sigma_1 \cos^2 45^\circ - \sigma_2 \sin^2 45^\circ = 0,$ $\tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_2)}{2} \sin 2 \cdot 45^\circ = \sigma$
2	геометрик нуқтаи назардан ёндашиш	$\gamma = 2\varepsilon$
3	физик нуқтаи назардан ёндашиш	$\tau = G\gamma$
4	хулоса	$\sigma = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma;$ $\alpha = \alpha_{\max} = \frac{(1+\mu)}{E} \tau_{\max}$

### 5.2-§. Силжишга ишловчи конструкция элементларининг ҳисоби

Силжиш деформациясининг ўзига хос хусусияти шундаки, текшириладиган кесимда ички куч омилидан фақат кесувчи куч мавжуд бўлиб, қолганлари эса нолга тенг бўлади.

Кесувчи кучлар кесимда урунма кучланишларни ҳосил қилиши бизга олдиндан маълум (1 боб, 5-§ га қаранг):

$$Q = \int_{(A)} \tau dA \quad (V.5)$$

Шуни таъкидлаб ўтиш лозимки, муҳандислик амалиётида силжиш деформациясига дуч келган элементлар фақат соф силжишга эмас, балки чўзилиш (сиқилиш) ва эгилиш каби деформацияларга ҳам қаршилиқ кўрсатиши мумкин. Амалда силжиш деформацияси кесилиш ёки ёрилиш каби деформациялар тарзида намоён бўлиб, у қўпинча болтли, парчин михли ва пайванд бирикмали конструкция элементларида учрайди.

Болтли, парчин михли ва пайванд бирикмаларни ҳисоблаш услуби машина деталлари, металл конструкциялар каби махсус курсларда мукамал ўрганилади. Шу сабабли, бу ерда фақат парчин михли бирикмаларни ҳисоблаш услуби қисқача баён этилган, холос.

Силжиш деформациясига оид амалий ҳисоблашларни осонлаштириш мақсадида қуйидаги чекланишлар киритилган:

- силжиш содир бўлган кесимдаги урунма кучланишлар бир текисда тақсимланган деб фараз қилинади; бундан  $Q = \tau A$  эканлиги келиб чиқади;

- конструкция элементларини ўзаро бир-бирларига бириктиришда ишлатиладиган барча бириктирувчи детал (болт, парчин мих ва шу каби)лар барабар юкланган деб фараз қилинади.

Қалинлиги  $\delta$  бўлган иккита лист (металл тунука) учма-уч жойлаштирилиб, уларнинг устидан ва остидан  $\delta_1$  қалинликдаги устқуйма (пўлат тахтакач)лар қўйилиб, парчин михлар ёрдамида бириктирилган (V.2-шакл). Бундай бирикмаларда ишловчи парчин михлар икки кесилиши парчин михлар дейилади.

Битта парчин мих учун мувозанат тенгламасини ёзамиз (V.2-шакл, а):

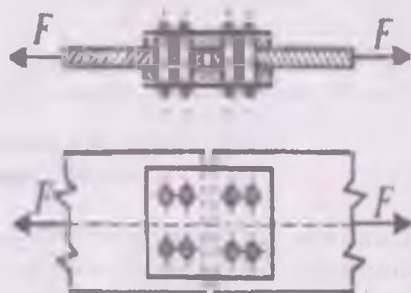
$$\sum X_i = 0,$$

$$-\tau_{\text{кес}} A - \tau_{\text{кес}} A + F = 0$$

бундан листларни чузувчи кучни

$$F = 2 \tau_{\text{кес}} A$$

кўринишда ёзиб оламиз.



V.2-шакл.

Охирги ифодани умумлаштириб, кесилишдаги мустақамлик шартини қуйидагича ёзамиз:

$$\tau_{\text{сеч}} = \frac{F}{n2A} \leq \tau_{\text{max}} \quad (\text{V.6})$$

Бунда  $A = \frac{\pi d^2}{4}$  - парчин миҳнинг қўндаланг кесим юзаси;  
 $d$  - парчин миҳ стерженининг диаметри;  
 $n$  - парчин миҳлар сони;  
 $\tau_{\text{adm}}$  - парчин миҳ материали учун силжишдаги жоиз урунма кучланиш.

Силжишдаги жоиз урунма кучланиш  $\tau_{\text{adm}}$  билан оддий қўшилган (сиқилиш)даги жоиз нормал кучланиш  $\sigma_{\text{adm}}$  орасида қўшилган муносабат мавжуд:

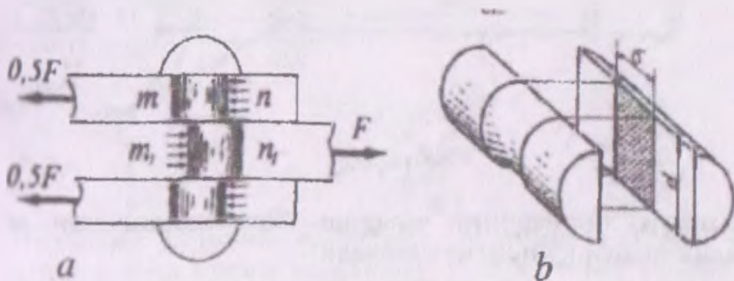
$$\tau_{\text{adm}} = k \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{V.7})$$

Бунда  $k$  ўзгармас сон бўлиб қуйидагича танланади:

- мўрт материаллар учун  $k = 0,7 \div 1,0$
- пластик материаллар учун  $k = 0,5 \div 0,6$
- анизотроп материаллар (масалан, ўртача сифатли қарағай) учун  $k = 0,1$ .

Листларни чўзувчи куч  $F$  маълум қийматга етганда лист парчин миҳни еки аксинча, парчин миҳ листни эзиши мумкин. Конструктив талабларга асосан ҳамма вақт  $\xi > \delta_1$  бўлишидан устқўймаларни эзилишга ҳисоблашнинг зарурлиги йўқ.

V.3-шакл а, б ларда тасвирланган икки кесилишли парчин миҳ қўшилган сиртининг шартли юзаси  $A_{\text{с3}} = \delta d$  га тенг.



V.3-шакл.

Икки кесилишли парчин миҳларнинг эзилишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\text{зи}} = \frac{F}{n \delta d} < \sigma'_{\text{зи}} \quad (\text{V.8})$$

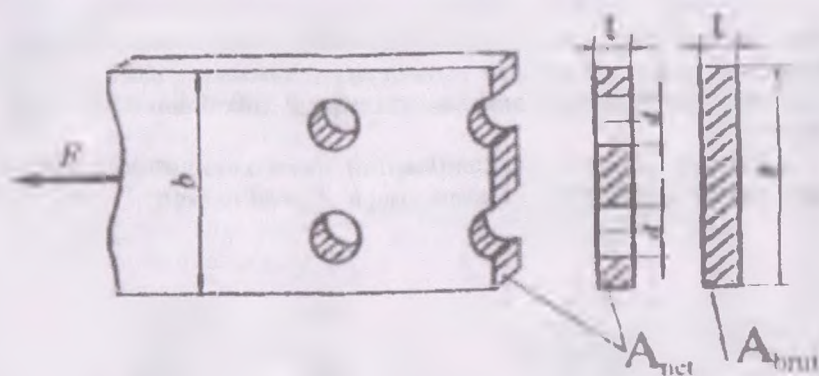
Бунда  $\sigma'_{\text{зи}}$  - эзилиш учун жоиз кучланиш.

Одатда,  $\sigma'_{\text{рон}}$  оддий чўзилиш (сиқилиш)даги жоиз нормал кучланишга нисбатан қуйидагича олинади:

$$\sigma'_{\text{рон}} = (2 + 2,5) \sigma_{\text{рон}} \quad (\text{V.9})$$

Энди уланувчи листларнинг чўзилиш ёки сиқилишдаги пухталигини текширишга ўтамиз.

Уланувчи листнинг кўндаланг кесим юзасини  $A_{\text{brutto}}$  ва парчин миҳлар ўтадиган тешиклар чиқариб ташлангандан кейин қолган юзани эса  $A_{\text{netto}}$  билан белгилаймиз (V.4-шакл).



V.4-шакл.

Уланувчи листларнинг чўзилиш ёки сиқилишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{netto}}} < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{V.10})$$

Бу формуладан  $A_{netto}$  аниқлангач, қуйидаги тақрибий формулалар ёрдамида  $A_{brutto}$  топилади:

а) чўзилган листлар учун

$$A_{brutto} = A_{netto} + 0,15 A_{netto}$$

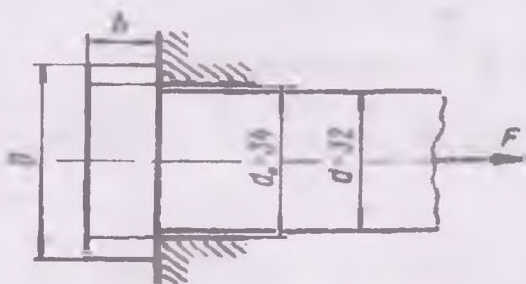
б) сиқилган листлар учун

$$A_{brutto} = A_{netto} + 0,3 A_{netto}$$

Сиқилишга қаршилик кўрсатувчи листлар эгилишга ҳам қаршилик кўрсатади; шу боис, уларнинг қўндиланг кесим юзаси чуқилган листларга nisbatan яна 15 фоизга оширилади.

**21-масала.** Чўзувчи  $F$  куч билан юкланган болт қилноғининг диаметри  $D$  ва баландлиги  $h$  ни аниқланг (V.5-шакл); қуйидаги жоиэ кучланишлар маълум:  $\sigma_{actm} = 140 \text{ МПа}$  (чўзилишдаги),  $\tau_{actm} = 100 \text{ МПа}$  (кесилишдаги),  $\sigma_m = 250 \text{ МПа}$  (эзилишдаги),  $d_0 = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  $d = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Материал чўзилиш, кесилиш ва эзилиш деформацияларига бир хил қаршилик кўрсатади, деб ҳисоблаш олиб борилсин.



V.5-шакл

Ечиш

Чизмадан кўриниб турибдики, болтнинг стержен қисми чўзилишга, бош қисми кесилишга, деворга тегиб турган таянч қисми эса эзилишга қаршилик кўрсатади.

а) стерженнинг чўзилишдаги мустаҳкамлик шартидан жоникучни аниқлаймиз:

$$F_{\text{max}} = \sigma_{\text{adm}} \frac{\pi d^2}{4} = 140 \cdot 10^1 \frac{3,14(3,2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 112,6 \text{ кН}$$

б) эзилишдаги мустаҳкамлик шартидан таянч юзанинг диаметрини топамиз:

$$\frac{F}{A_{\text{св}}} \leq \sigma_{\text{св}}$$

бу ерда,

$$A_{\text{св}} = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$$

$$F = F_{\text{max}} \quad (\text{масаланинг шартига кўра})$$

Бундан

$$D > \sqrt{\frac{4F_{\text{max}}}{\pi\sigma_{\text{св}}} + d_0^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 112,6}{3,14 \cdot 250 \cdot 10^1} + (3,14 \cdot 10^{-2})^2} = 4,17 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$D_0 = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ м деб қабул қиламиз.}$$

в) кесилишга мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\frac{F}{A_{\text{св}}} \leq \tau_{\text{adm}}$$

бу ерда,  $A_{\text{св}} = \pi d_0 h$ ,  $F = l_{\text{adm}}$  (масаланинг шартига асосан)

Демак,

$$h > \frac{F_{\text{max}}}{\pi d_0 \tau_{\text{adm}}} = \frac{112,6}{3,14 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^1} = 1,055 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$h_0 = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ м деб қабул қилинади}$$

22-масала. Иккита 90 x 56 x 8 ли бурчакликдан иборат ферманинг тортқисини  $\delta = 1,2 \cdot 10^{-2}$  м қалинликдаги косинкага



Бириктириш учун диаметри  $d = 2,3 \cdot 10^{-2}$  м ли парчин миҳдан истифода қилинган (V.6-шакл)

Тортқидаги чўзувчи куч  $F = 300$  кН бўлиб, унинг материали учун  $\tau_{adm} = 100$  МПа,  $\sigma'_{con} = 280$  МПа га тенг

### Ечиш

Бирикмада икки кесилишли парчин миҳ ишлатилганлиги шартли, унинг кесилмаслик шарти

$$\tau_{орт} = \frac{F}{2n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq \tau_{adm}$$

шартини қўйиб ёзилади.

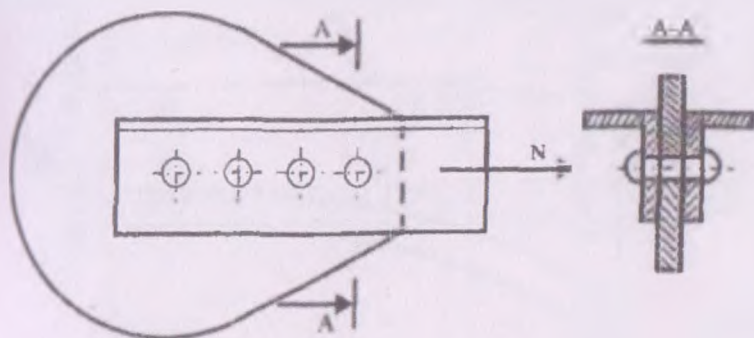
$$\text{Бундан } n \geq \frac{N}{2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \tau_{adm}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2 \cdot \frac{\pi (2,3 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 100} = 3,6$$

Кесилмаслик шарти эса қуйидагича:

$$\sigma_{орт} = \frac{F}{n \delta d} \leq \sigma'_{con}$$

$$\text{Бундан } n \geq \frac{F}{\delta d \sigma'_{con}} = \frac{300 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 2,3 \cdot 10^{-4} \cdot 280} = 3,9$$

Демак, бирикмага  $n = 4$  та парчин миҳ етарли экан.



V.6-шакл

### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Қандай кучланиш ҳолати соф силжиш дейилади?
2. Силжишдаги Гук қонуни қандай ифодаланади?
3. Биринчи ва иккинчи тур эластиклик модуллари орасидаги математик боғланишни ёзинг ва тушунтиринг.
4. Соф силжишда ҳажмнинг ўзгаришидан солиштирама потенциал энергия ҳосил бўлмаслигини тушунтиринг
5. Силжишдаги потенциал энергия қандай аниқланади?
6. Силжиш деформациясига оид ҳисоблашлар қандай чекланишларга асосланган?
- 7 Силжишдаги жоиз урунма кучланиш билан оддий чў илиш ёки сиқилишдаги жоиз нормал кучланиш орасидаги боғланишни тушунтиринг
- 8 Эзилиш деформацияси қандай шароитда пайдо булади?

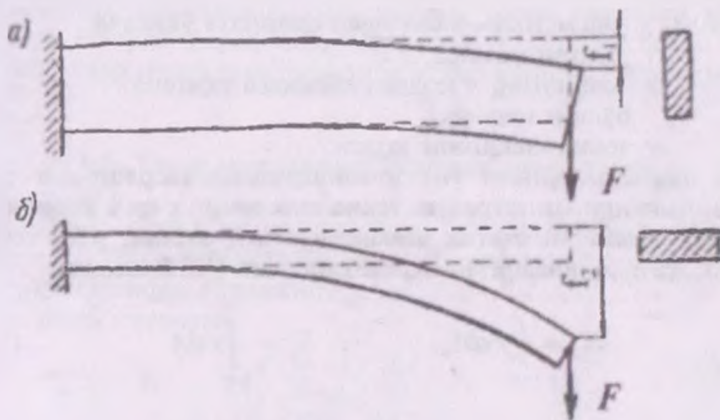
## VI БОБ. ТЕКИС ШАКЛЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

### 6.1-§ Текис шаклларнинг геометрик тавсифлари

Олдинги бобларда марказий чўзилиш еки сиқилиш ва сил-киш деформацияларини ўрганиб, бруснинг кўндаланг кесим юзи мустаҳкамлик ва бикрликни тавсифловчи миқдор эканли-гига ишонч ҳосил қилган эдик. Бошқача айтганда, бундай де-формациялар содир бўлганда кўндаланг кесим юза текис шакллارни геометрик нуқтаи назардан тавсифлай олар экан.

Аммо буралиш, эгилиш, мураккаб деформация, буйлама эги-лиш (сиқилган стерженларнинг устуворлиги) ва динамик юклар-нинг таъсирларини ўрганиш жараёнида кўндаланг кесим юза те-кис шаклларни геометрик томондан тавсифлай олмайди.

VI 1-шаклда тасвирланган консолнинг икки хил ҳолатда бўлишини (1-ҳолатда кўндаланг кесимнинг энг кичик томони, 2 ҳолатда эса энг катта томони горизонтал ҳолатга келтирил-ган) таҳлил қилиб, юқоридаги фикрларнинг туғрилигига гулик ишонч ҳосил қиламиз



VI.1-шакл.

Ҳақиқатан ҳам, кесим юза бир хил бўлгани ҳолда  $F$  куч таъсиридан пайдо булган кучишлар ўзаро бир-бирларидан кескин фарқ қилади:  $f_1 \ll f_2$ . Бундан эса бруснинг кундаланг кесим юзаси эгилишдаги қаршиликни геометрик жиҳатдан тўла тавсифлай олмайди, деган хулоса келиб чиқади.

Шу боис буралиш, эгилиш, мураккаб деформация, сиқилган стерженларнинг устуворлиги ва динамик юкларнинг таъсирларини ўрганишда текис шаклларнинг қуйидаги геометрик тавсифларини ҳам билиш муҳимдир:

- а) текис шаклларнинг ўққа нисбатан статик моментлари,
- б) текис шаклларнинг инерция моментлари,
- в) текис шаклларнинг қаршилик моментлари.

Мазкур боб текис шаклларнинг ана шу геометрик тавсифлари назариясини урганишга бағишланган.

### 6.2. Текис шаклларнинг ўққа нисбатан статик моментлари

Назарий механиканинг статика бўлимида текис шаклларнинг оғирлик марказ координаталарини аниқлашда қуйидаги формулалардан фойдаланган эдик:

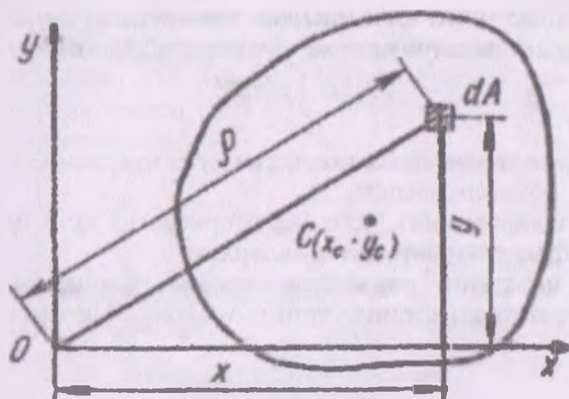
$$x_c = \frac{\int x dA}{A}, \quad y_c = \frac{\int y dA}{A} \quad (\text{VI } 1)$$

бунда  $x$  -элементар  $A$  юзачадан ордината ўқигача бўлган масофа;  
 $y$  -элементар  $A$  юзадан абсцисса ўқигача бўлган масофа,  
 $A$  -текис шаклнинг юзаси.

Бу формулаларнинг ўнг томонларидаги касрларнинг сура-тидаги йигинди (интеграл)га текис шаклнинг  $x$  ва  $y$  координата ўқларига нисбатан статик моментлари деб аталиб, улар тегиш-лича  $S_x$  ва  $S_y$  ҳарфлари билан белгиланади (VI.2-шакл):

$$S_x = \int_{(A)} y dA, \quad S_y = \int_{(A)} x dA \quad (\text{VI.2})$$

Статик моментлар узунлик ўлчовининг учинчи даражаси  $m^3$  ўлчаниб, мусбат, манфий ва нол қийматларига эга бўлади.



VI.2-шакл.

(VI.2) ни эътиборга олиб, текис шаклларнинг оғирлик маркази координаталарини

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A} \quad (VI.3)$$

қўринишларда аниқлаймиз.

Координата ўқларидан бири ёки иккаласи ҳам текис шаклнинг оғирлик марказидан ўтса, бундай ўқлар марказий ўқлар дейилади. Охирги формуладан марказий ўқларга нисбатан статик моментлар нолга тенг эканлиги иққол кўришиб турибди.

### 6.3-§. Текис шаклларнинг инерция моментлари

Ихтиёрий текис шаклнинг ўқли ёки экваториал инерция моменти деб миқдор жиҳатдан қуйидаги интегралга тенг булган геометрик тавсифга айтилади:

а)  $x$  ўқига нисбатан

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA \quad (VI.4)$$

б)  $y$  ўқига нисбатан

$$J_y = \int_{(A)} x^2 dA \quad (\text{VI.5})$$

Текис шаклнинг қутб инерция моменти деб қуйидаги интеграл билан аниқланувчи геометрик тавсифга айтилади:

$$J_\rho = \int_{(A)} \rho^2 dA \quad (\text{VI.6})$$

Бунда  $\rho$  -элементар  $dA$  юзачадан қутб нуқтаси  $O$  гача бўлган масофа

Текис шаклларнинг ўқли (экваториал) ва қутб инерция моментлари фақат мусбат катталиклардир.

Текис шаклнинг марказдан қочирма инерция моменти деб қуйидаги интегралга тенг бўлган геометрик тавсифга айтилади:

$$D_{xy} = \int_{(A)} x y dA \quad (\text{VI.7})$$

Эиттаси ёки иккаласи ҳам текис шаклнинг симметрия ўқлари ҳисобланувчи ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментлари нолга тенг бўлади. Бундан ташқари, хуқупайтма мусбат ёки манфий қийматларга ҳам эга бўлиши мумкин.

Текис шаклларнинг инерция моментлари узунлик бирлигининг тўртинчи даражаси ( $\text{м}^4$ ) да ўлчанади.

Энди ўқли ва қутб инерция моментлари орасидаги боғланишни кўриб чиқамиз.

VI.2-шаклдан кўриниб турибдики,

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

га тенг; у ҳолда (VI 6) формула

$$J_\rho = \int_{(A)} \rho^2 dA = \int_{(A)} (x^2 + y^2) dA = \int_{(A)} x^2 dA + \int_{(A)} y^2 dA$$

ёки

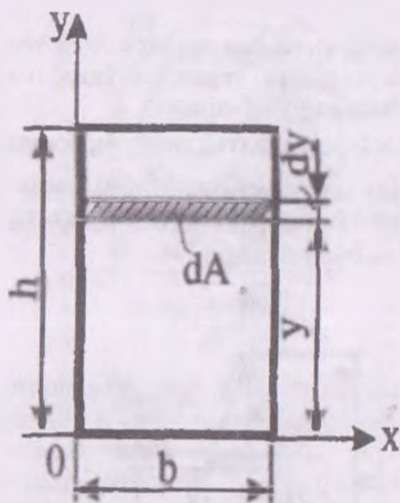
$$J_\rho = J_x + J_y \quad (\text{VI.8})$$

кўринишга келади

Демак, текис шаклнинг қутб инерция моменти узаро перпендикуляр бўлган ва қутб нуқтасидан ўтувчи ўқларга нисбатан олинган ўқли моментларнинг йиғиндисига тенг экан.

### 6.4-§. Энг оддий текис шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш

I. Тўғри тўртбурчак. Асоси  $b$  ва баландлиги  $h$  бўлган тўғри тўртбурчакнинг асосидан ўтувчи  $x$  ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз (VI.3-шакл). Бунинг учун  $x$  ўқидан ихтиёрий  $y$  масофада юзаси  $dA = b dy$  га тенг бўлган чексиз шқли қатлам ажратиб оламиз.



VI.3-шакл.

Инерция моментининг таърифига асосан:

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_{(A)} y^2 b dy \quad (a)$$

Охирини ифодани интеграллашда унинг чегараси 0 дан  $h$  гача ўзгаришини эътиборга оламиз:

$$J_x = \int_0^h y^2 b dy = \frac{bh^3}{3} \quad (VI.9)$$

Худди шу тартибда вертикал  $y$  ўққа нисбатан инерция моментини аниқлаб, унинг

$$J_y = \frac{hb^3}{3} \quad (\text{VI.10})$$

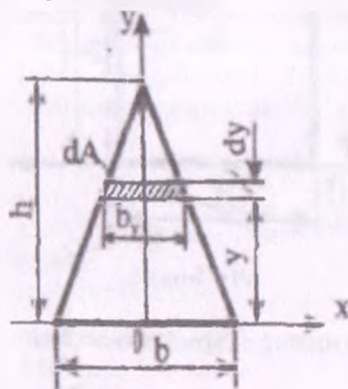
эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин

2. **Квадрат.** (VI.4) ва (VI.5) формулаларга асосан, томонлари  $b=h=a$  бўлган квадрат учун ўқли инерция моментларини осонгина аниқлаймиз:

$$J_x = J_y = \frac{a^4}{3} \quad (\text{VI.11})$$

3. **Учбурчак.** Асоси  $b$  ва баландлиги  $h$  га тенг бўлган ихтиёрий учбурчакнинг асосидан ўтувчи  $x$  ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз (VI.4-шакл).

Учбурчакнинг асосидан ихтиёрий  $y$  масофада қалинлиги  $b_y$  бўлган чексиз юпқа трапеция ажратиб оламиз. Агар трапециянинг юзасини тўғри тўртбурчакнинг юзасига тахминан тенг деб олсак,  $y$  ҳолда  $dA \approx b_y dy$  бўлади.



VI.4-шакл.

Учбурчакларнинг ўхшашлигидан

$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h} \quad \text{еки} \quad b_y = \frac{b}{h}(h-y) \quad (\text{в})$$

муносабатни ёзиб олиб, қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

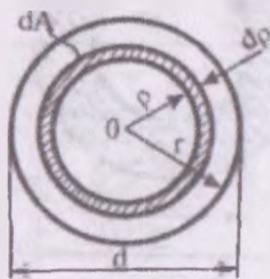
$$J_x = \int_{dA} y^2 dA = \int_0^h y^2 \cdot \frac{b}{h}(h-y) dy = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{VI.12})$$



4. Доира. Дастлаб доиранинг қутб инерция моментини аниқлаймиз: бунинг учун унинг марказидан ихтиёрый масофага  $dA = 2\pi\rho d\rho$  бўлган чексиз юпқа доира ажратиб оламиз (VI.5-шакл). У ҳолда (VI.6) формулага кўра

$$J_p = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \quad (\text{VI.13})$$

булади.



VI.5-шакл.

(VI.8) формуладан фойдаланиб, доиранинг экваториал инерция моментларини аниқлаймиз. Доира  $ox$  ва  $oy$  ўқларга нисбатан симметрик шакл бўлганлиги учун унинг экваториал инерция моментлари ўзаро тенг бўлади:

$$J_x = J_y = 0,5J_p = \frac{\pi D^4}{64} \quad (\text{VI.14})$$

5. Халқа. VI.6-шаклда тасвирланган халқа учун инерция momenti ташқи ва ички доиралар қутб инерция моментларининг айирмасига тенг бўлади:

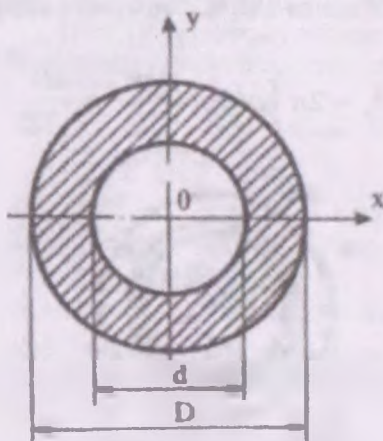
$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4) \quad (\text{VI.15})$$

Бу ерда,  $c = \frac{d}{D}$  - ички ва ташқи диаметрларнинг нисбати

бўлиб, ўлчамсиз миқдордир.

Халқанинг экваториал инерция моментлари қуйидагича топилади:

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4) \quad (\text{VI.16})$$



VI.6-шакл.

### 6.5-§. Мураккаб текис шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш

Мураккаб текис шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш аниқ интегралнинг қуйидаги хоссасига асосланган (VI.7-шакл):

$$\int_{(A)} y^2 dA = \sum_{i=1}^n \int_A y_i^2 dA = \int_{(A_1)} y^2 dA + \int_{(A_2)} y^2 dA + \dots + \int_{(A_n)} y^2 dA \quad (\text{VI.17})$$

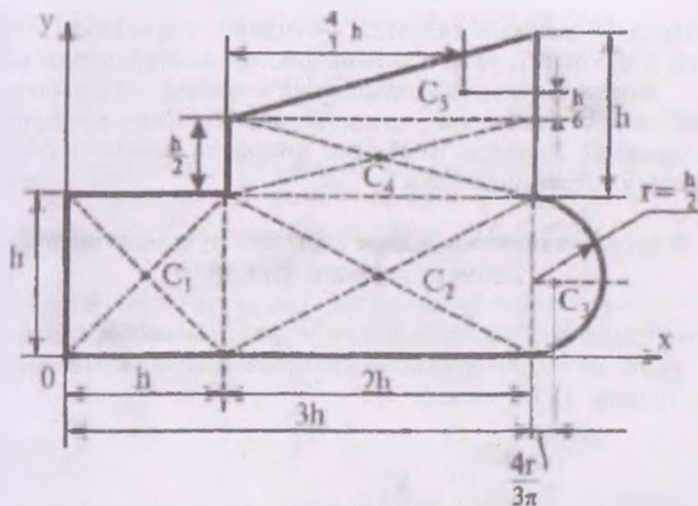
бунда  $A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$ .

Бу интегралларнинг ҳар бири тегишли қисмнинг бирорта  $x$  ўқиға нисбатан инерция моментини ифодалайди:

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + \dots + J_x^n \quad (\text{VI.18})$$

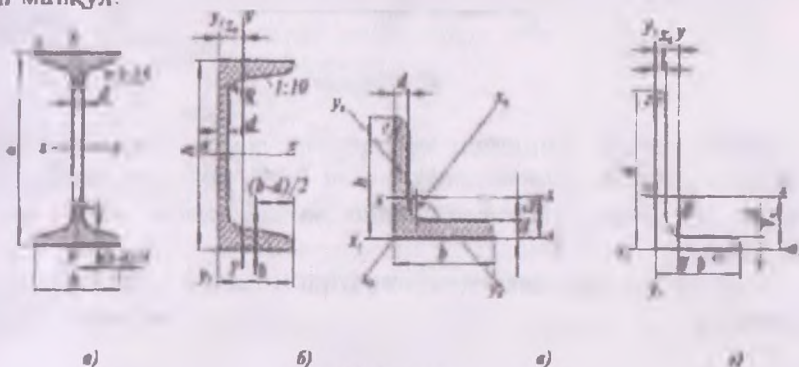
Охирги ифода мураккаб текис шаклнинг инерция momenti уни ташкил этувчи алоҳида қисмлар инерция моментларининг йиғиндисига тенг дейишга асос бўлади.

Бу қоида ёрдамида мураккаб текис шаклларнинг марказдан қочирма инерция моментларини ҳам аниқлаш мумкин.



VI.7-шакл.

Мураккаб кўринишдаги текис шаклларнинг инерция моментларини осонроқ аниқлаш мақсадида, албатта, уни инерция моментлари олдиндан маълум бўлган бир неча оддий: тўғри бурчак, учбурчак, доира ва шу каби текис шаклларга ажратиш маъқул.



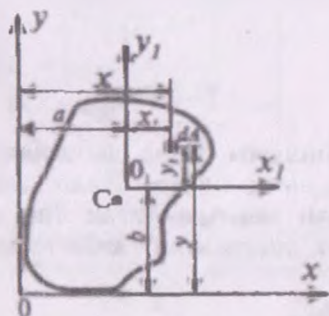
VI.8-шакл

Металл конструкция элементларининг қўшгавр (VI.8-шакл, а), швеллер (VI.8-шакл, б) ҳамда тенг ёнли (VI.8-шакл, в) ёки тенг ёнли бўлмаган (VI.8-шакл, г) бурчакликлар кўринишидаги қўшилган кесимлари стандарт ўлчамли бўлиб, улар махсус

жадвалларда берилади. Одатда, бундай жадваллар «сортамент»лар деб аталиб, улар кўпгина техник адабиётларда келтирилган. Сортаментларда кундаланг кесим ўлчамларидан ташқари уларнинг юзалари, оғирлик марказининг координаталари, марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари каби муҳим маълумотлар берилади.

### 6.6-§. Координата ўқлари параллел кучганда инерция моментларининг узгарishi

Текис шаклнинг ихтиёрий  $x$  ва  $y$  ўқларга нисбатан олинган  $J_x$ ,  $J_y$  ўқли ва  $D_{xy}$  марказдан қочирма инерция моментлари маълум бўлсин (VI.9-шакл).



VI.9-шакл

Масаланинг қўйилиши қуйидагича: текис шаклнинг  $x$  ва  $y$  ўқларга параллел ҳамда улардан  $a$  ва  $b$  масофаларда жойлашган  $x_1$  ва  $y_1$  ўқларга нисбатан инерция моментларини топиш талаб этилади.

Дастлаб текис шаклдан ажратилган  $dA$  элементар юзача оғирлик марказининг янги  $x_1$  ва  $y_1$  ўқларга нисбатан вазиятини

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x - a \\ y_1 &= y - b \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

кўринишда ёзиб оламиз.

Инерция моментларининг таърифидан фойдаланиб, янги ўқларга нисбатан уларнинг ифодасини тузамиз:

$$\begin{aligned}
 J_{x_1} &= \int_{(A)} y^2 dA = \int_{(A)} (y-b)^2 dA = \int_{(A)} y^2 dA - 2b \int_{(A)} y dA + b^2 \int_{(A)} dA \\
 J_{y_1} &= \int_{(A)} x^2 dA = \int_{(A)} (x-a)^2 dA = \int_{(A)} x^2 dA - 2a \int_{(A)} x dA + a^2 \int_{(A)} dA \\
 D_{x_1 y_1} &= \int_{(A)} x_1 y_1 dA = \int_{(A)} (x-a)(y-b) dA = \int_{(A)} xy dA - a \int_{(A)} y dA - \\
 &\quad - b \int_{(A)} x dA + ab \int_{(A)} dA
 \end{aligned} \quad (VI.19)$$

Ҳосил бўлган бу ифодаларнинг ўнг қисмидаги биринчи интеграллар текис шаклнинг эски ўқларга нисбатан олинган инерция моментларидан иборат:

$$J_x = \int_A y^2 dA, \quad J_y = \int_A x^2 dA, \quad D_{xy} = \int_A xy dA \quad (6)$$

(VI.2) формулага асосан  $S_x = \int_A y dA$  ва  $S_y = \int_A x dA$  бўлиб,

булар текис шаклнинг эски ўқларга нисбатан олинган статик моментлари ҳисобланади.

Интеграл  $\int_A dA = A$  бўлиб, у текис шаклнинг тўла юзасини

нирсин

Шундай қилиб, инерция моментлари учун қуйидаги умумий муносабабларга эга бўламиз:

$$\left. \begin{aligned}
 J_{x_1} &= J_x - 2aS_x + b^2 A \\
 J_{y_1} &= J_y - 2bS_y + a^2 A \\
 D_{x_1 y_1} &= D_{xy} - aS_x - bS_y + abA
 \end{aligned} \right\} \quad (VI.20)$$

Энди қуйидаги иккита хусусий ҳолларни таҳлил қилиб, амалда жуда кўп ишлатилалиган муҳим формулаларни ҳосил қиламиз:

а) айтилик,  $O$  ва  $C$  нуқталар устма-уст тушсин, яъни инерция моментлари маълум бўлган ўқлар шаклнинг оғирлик марказидан ўтсин  $Y$  ҳолда  $S_x = S_y = 0$  бўлиб, ўқлар ўз-ўзига параллел қилиб кўчирилганда инерция моментларининг ўзгарган қийматларини ҳисоблаш формулалари қуйидагича соддалашади:

$$\left. \begin{aligned} J_{x_1} &= J_{x_c} + a_0^2 A \\ J_{y_1} &= J_{y_c} + b_0^2 A \\ D_{x_1 y_1} &= D_{x_c y_c} + a_0 b_0 A \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.21})$$

бу ерда,  $a_0, b_0$  -марказий ўқлар билан янги ўқлар орасидаги масофалар

(VI.21) формуланинг дастлабки икkitаси қуйидагича таърифланади текис шаклнинг марказий ўқларга параллел йўналган ихтиёрий ўқларга нисбатан ўқли инерция моментлари шу текис шаклдан марказий ўқларга нисбатан олинган ўқли инерция моментлари билан ўқлар орасидаги масофа квадратининг бутун шакл юзасига қўпайтмаси йиғиндисига тенг.

(VI.21) формуланинг охиригисини қуйидагича таърифлаймиз: текис шаклнинг марказий ўқларга параллел йўналган ихтиёрий ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция momenti шу текис шаклдан марказий ўқларга нисбатан олинган марказдан қочирма инерция momenti билан ўқлар орасидаги масофалар қўпайтмасининг бутун шакл юзасига қўпайтмаси йиғиндисига тенг.

б) текис шакл марказий ўқларнинг биттаси ёки иккаласига нисбатан симметрик бўлсин  $U$  ҳолда  $D_{x_c y_c} = 0$  бўлиб, охириги формуланинг учинчиси яна соддалашади:

$$D_{x_1 y_1} = a_0 b_0 A$$

Энди (VI.21) формулалардан фойдаланиб, тўғри тўртбурчак ва учбурчакнинг марказий ўқларга нисбатан инерция моментларини аниқлаймиз:

- тўғри тўртбурчак учун

$$J_{x_c y_c} = J_{x_1} - a_0^2 A = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{VI.22})$$

$$J_{y_c} = J_{y_1} - b_0^2 A = \frac{hb^3}{12} \quad (\text{VI.23})$$

бу ерда,

$$a_0 = \frac{h}{2}; \quad b_0 = \frac{b}{2}$$

- учбурчак учун

$$J_{x_1} = J_{x_0} - a_0^2 A = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{36} \quad (\text{VI } 24)$$

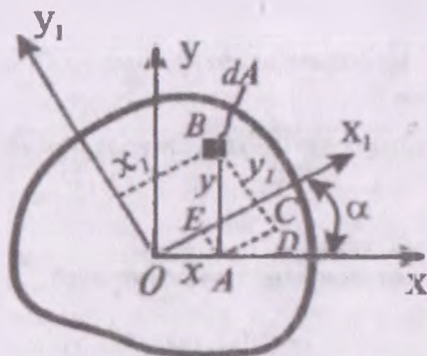
$$J_{y_1} = J_{y_0} - b_0^2 A = \frac{hb^3}{36} \quad (\text{VI } 25)$$

бухла

$$a_0 = \frac{h}{3}; \quad b_0 = \frac{b}{3}$$

### 6.7-§. Уқлар бурилганда инерция моментларининг ўзгариши

Айтайлик, текис шаклнинг ихтиёрий  $x$  ва  $y$  ўқларга нисбатан олинган  $J_x$ ,  $J_y$  ўқли ва  $D_{xy}$  марказдан қочирма инерция моментлари маълум бўлсин (VI.10-шакл).



VI 10-шакл

Масаланинг қўйилиши қуйидагича: шу шаклнинг  $x$  ва  $y$  ўқларга нисбатан бирор  $\alpha$  бурчакка бурилган  $x_1$  ва  $y_1$  ўқларга нисбатан инерция моментларини аниқлаш талаб этилади.

Аввало, текис шаклдан ажратилган  $dA$  элементар юзача инерция марказининг янги ўқларга нисбатан ҳолатини қуйидагича ифодалаймиз:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 04 + 35 \\ y_1 &= 13 - 23 \end{aligned} \right\} \text{ёки} \quad \left. \begin{aligned} x_1 &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y_1 &= y \cos \alpha - x \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Бу тенгликларни назарда тутиб, берилган текис шаклнинг инерция моментларини

$$J_{x_1} = \int_{(A)} y_1^2 dA = \int_{(A)} (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_{(A)} y^2 dA + \sin^2 \alpha \int_{(A)} x^2 dA - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} xy dA,$$

$$J_{y_1} = \int_{(A)} x_1^2 dA = \int_{(A)} (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_{(A)} x^2 dA + \sin^2 \alpha \int_{(A)} y^2 dA + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} xy dA,$$

$$D_{x_1 y_1} = \int_{(A)} x_1 y_1 dA = \int_{(A)} (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA = \cos^2 \alpha \int_{(A)} xy dA + \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} y^2 dA - \sin \alpha \cos \alpha \int_{(A)} x^2 dA - \sin^2 \alpha \int_{(A)} xy dA$$

куринишларда ёзиб оламиз

Инерция моментларининг таърифига кўра,

$$J_x = \int y^2 dA, \quad J_y = \int x^2 dA, \quad D_{xy} = \int xy dA \quad (6)$$

эканлигини эътиборга олиб, охириги формулаларни қуйидагича ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} J_{x_1} &= J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - D_{xy} \sin 2\alpha \\ J_{y_1} &= J_y \cos^2 \alpha + J_x \sin^2 \alpha + D_{xy} \sin 2\alpha \\ D_{x_1 y_1} &= D_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} (J_x - J_y) \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (VI.26)$$



Бу формулалар ёрдамида координата ўқлари маълум бурчда бурилганда инерция моментларининг ўзгарган қийматлари ҳисобланади.

(VI.26) ифоданинг дастлабки иккитасини ҳадлаб қушиб, ўзаро тик ўқларга нисбатан олинган инерция моментларининг янги индекси ўзгармас миқдор эканлигига ва ўқларнинг бурилиш бурчлигига боғлиқ эмаслигига ишонч ҳосил қиламиз:

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y = \text{const} \quad (\text{VI } 27)$$

#### 6.8-§. Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари

Бош инерция ўқлари деб, текис шаклнинг ихтиёрий нуқтисидан ўтувчи шундай иккига ўзаро перпендикуляр ўқларга айтиладики, бу ўқларга нисбатан олинган ўқли инерция моментлари экстремал (максимал ёки минимал) қийматларга, марказдан қочирма инерция моментлари эса нолга тенг бўлади.

Одатда, бош инерция ўқларига нисбатан олинган инерция моментлари бош инерция моментлари дейилади ҳамда  $J_{max}$  ва  $J_{min}$  лар билан белгиланади.

Бош инерция ўқларининг яна шундай ўзига хос хусусияти мавжудки, максимал ўқ доимо ўқли инерция моменти катта бўлган ўқ билан кичик бурчак ташкил қилади.

Шуни таъкидлаб ўтиш муҳимки, кўпгина масалаларни ечаётганда текис шаклларнинг огирлик марказидан ўтувчи бош ўқларга нисбатан инерция моментларини аниқлашга тўғри келади.

Текис шаклнинг огирлик марказидан ўтувчи бош инерция ўқлари марказий бош инерция ўқлари деб аталади бу ўқларга нисбатан олинган бош инерция моментлари эса марказий бош инерция моментлари дейилади.

Энди бош инерция ўқларининг ҳолатини аниқлашга келишимиз: бунинг учун (VI.26) формуланинг биринчисидан  $\alpha = \alpha_0$  аргумент бўйича биринчи тартибли ҳосила оламиз:

$$\begin{aligned} \left( \frac{dI}{d\alpha} \right)_{\alpha=\alpha_0} &= 2 J_x \cos \alpha (-\sin \alpha) + 2 J_y \sin \alpha \cos \alpha - 2 D_{xy} \cos 2\alpha = \\ &= -2 \left[ \frac{(J_x - J_y)}{2} \sin 2\alpha_0 + D_{xy} \cos 2\alpha_0 \right] = -2 D_{xy} |y| \end{aligned} \quad (\text{a})$$

Бош инерция ўқларининг гаърифига асосланиб, охириги ифоданинг ўнг томонини нолга тенглаймиз ва қавс ичидаги ифодани  $\alpha_0$  бурчакка нисбатан ечамиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2D_{xy}}{J_x - J_y} \quad (\text{VI } 28)$$

Бу ифодани  $\alpha_0$  нинг  $90^\circ$  фарқ қиладиган иккита қиймати қаноатлантиради. Шу сабабли, (VI.28) формула ёрдамида бош инерция ўқларининг ҳолати аниқланади.

Бош инерция ўқларининг ҳолати аниқлангандан кейин тригонометриядан маълум бўлган қуйидаги формулаларни

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha_0 &= \frac{1}{\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} = \pm \frac{J_x - J_y}{\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}} \\ \sin 2\alpha_0 - \operatorname{tg} 2\alpha_0 \cos 2\alpha_0 &= \pm \frac{2D_{xy}}{\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}} \\ \cos^2 \alpha_0 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha_0) &= \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \frac{J_x - J_y}{\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}} \right] \\ \sin^2 \alpha_0 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha_0) &= \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \frac{J_x - J_y}{\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2}} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

қуринишларда осонгина ёзиб олиш мумкин.

Охириги ифодаларни эътиборга олиб, тегишли соддалаштиришлардан кейин (VI.26) формуланинг биринчисини қуйидагича ёзамиз:

$$\begin{aligned} J_{\max} &= \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2} \\ J_{\min} &= \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4D_{xy}^2} \end{aligned} \quad (\text{VI } 29)$$

Бу формулалар ёрдамида бош инерция моментларининг максимал ва минимал қийматлари аниқланади.

Баъзан бош инерция ўқларининг ҳолатини  $J_{max}$  ва  $J_{min}$  лар орқали ҳам топиш мумкин. Қуйида  $ox$  билан  $J_{max}$  ва  $J_{min}$  лар орасидаги  $\alpha_{1x}$  ва  $\alpha_{2x}$  бурчакларни топиш имконини берадиган формулаларни исботсиз келтираемиз:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{1x} &= \frac{D_{xy}}{J_x - J_{min}} \\ \operatorname{tg} \alpha_{2x} &= \frac{D_{xy}}{J_x - J_{max}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI } 30)$$

### 6.9-§. Текис шаклларнинг қаршилик моментлари

Текис шаклнинг ўқли қаршилик momenti деб, бирор ўққа нисбатан олинган инерция моментининг шу ўқдан мазкур шаклда жойлашган энг узоқдаги нуқтагача бўлган масофага нисбати билан ўлчанадиган катталиқка айтилади (VI.11-шакл):  
x ўқиға нисбатан

$$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} \quad (\text{VI.31})$$

y ўқиға нисбатан

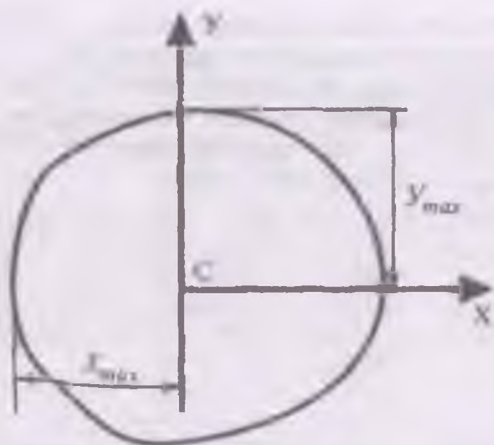
$$W_y = \frac{J_y}{x_{max}} \quad (\text{VI.32})$$

Текис шаклнинг қутб қаршилик momenti деб, қутб инерция моментининг қутб нуқтасидан мазкур шаклда жойлашган энг узоқдаги нуқтагача бўлган масофага нисбати билан ўлчанадиган катталиқка айтилади:

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{max}} \quad (\text{VI.33})$$

Текис шаклларнинг қаршилик momentлари узунлик ўлچовининг учинчи даражаси ( $\text{м}^3$ ) да ўлчанади

Энди баъзи оддий текис шаклларнинг марказий ўқларға нисбатан қаршилик momentларини ҳисоблаймиз.



VI.11-шакл

1. Тўғри тўртбурчак. Тўғри тўртбурчакли шакл учун  $y_{\max} = \frac{h}{2}$  ва  $x_{\max} = \frac{b}{2}$  бўлганлиги учун (VI.31) ва (VI.32) формулаларга асосан

$$W_x = \frac{bh^2}{6} \quad (\text{VI.34})$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6} \quad (\text{VI.35})$$

эканлиги келиб чиқади.

2. Доира. Доиравий шакллар учун

$$y_{\max} = x_{\max} = \rho_{\max} = \frac{d}{2}$$

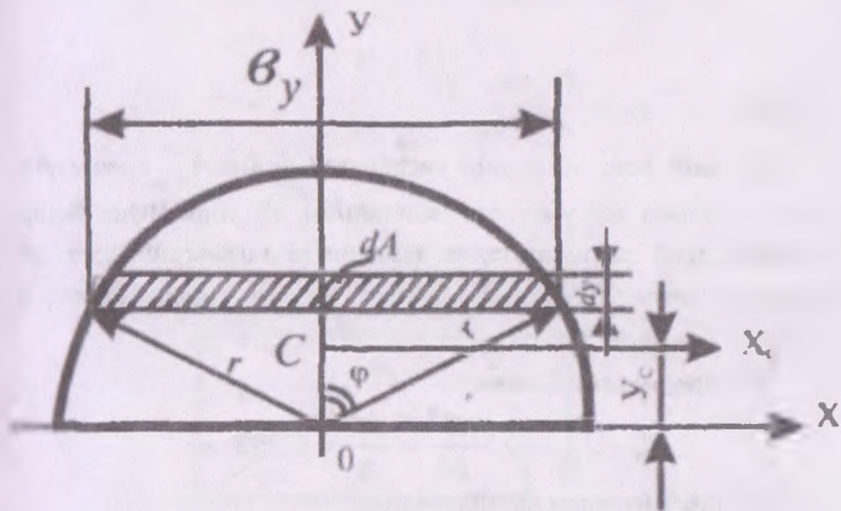
бўлганлигини эътиборга олиб, юқоридаги формулаларга асосан уқли ва қутб қаршилиқ моментларини ҳисоблаймиз:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \quad (\text{VI.36})$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \quad (\text{VI.37})$$

23-масала. VI.12-шаклда тасвирланган ярим доира учун шундагиларни аниқлаш талаб этилади:

- оғирлик марказ координаталари;
- бош марказий инерция ўқларининг ҳолати;
- бош марказий инерция моментларининг қиймати.



VI.12-шакл

Ечиш

а) берилган текис шакл вертикал ўққа нисбатан симметрик бўлганлиги учун, унинг оғирлик маркази шу ўқ устида бўлиши табиий. Шунинг учун оғирлик марказ координатаси ҳисобланган  $y$  масофани аниқлаш кифоя.

Штрихланган қатламнинг юзачаси

$$dA \approx b_y dy = 2r \sin \varphi \cdot dy$$

1а) тенг:

Чизмадан  $y = r \cdot \cos \varphi$  эканлиги маълум.

Янги ўзгарувчини киритамиз.  $dy = -r \sin \varphi \cdot d\varphi$

(VI.2) формуладан фойдаланамиз:

$$S_x = \int_{(A)} y dA = \int_{\varphi=0}^{\pi/2} y 2r \sin \varphi dy = \int_{\varphi=0}^{\pi/2} r \cdot \cos \varphi 2r \sin \varphi (-r \cdot \sin \varphi) d\varphi =$$

$$= -2r^3 \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi d\varphi = -2r^3 \left( \frac{\sin^3 \varphi}{3} \right) = \frac{2}{3} r^3$$

Демак,  $y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{4r}{3\pi}$

Марказий бош инерция ўқларидан бири  $y_c$  симметрия ўқи, иккинчиси эса унга тик жойлашган  $x_c$  горизонтал ўқдир. Бошқача қилиб айтганда, текис шакл бигга симметрия ўқига эга бўлганлиги учун  $D_{x_c y_c} = 0$  га тенг; бундан чиқди,  $I g \alpha_0 = 0$  ёки  $\alpha_0 = 0$  га тенг.

(VI.14) формулага биноан:

$$J_x = J_{y_c} = 0,5 \frac{\pi r^4}{64} = \frac{\pi r^4}{8} \approx 0,393 r^4$$

(VI.21) формуладан фойдаланамиз:

$$J_{y_c} = J_x - y_c^2 A = \frac{\pi r^4}{8} - \left( \frac{4r}{3\pi} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \pi r^2 \approx 0,111 r^4.$$

**24-масала.** VI.13-шаклда тасвирланган кесим юзанинг  $x$ ,  $y$  ўқларига нисбатан ўқли ва марказдан қочирма инерция моментлари топилсин.

Ечиш

Чизмадан  $dA = b \cdot dy = \sqrt{r^2 - y^2} dy$  эканлиги маълум.

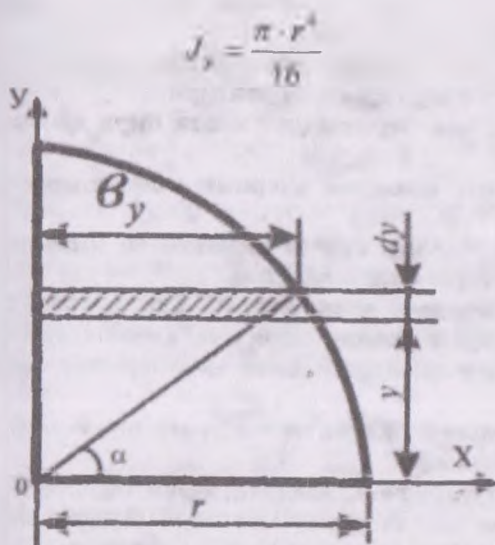
Энди  $y = r \sin \varphi$  янги ўзгарувчи киритамиз ва уни дифференциаллаймиз:  $dy = r \cos \varphi d\varphi$ .

Интеграл чегарасини 0 дан  $\frac{\pi}{2}$  гача олиб,  $J_x = \int_{(A)} y^2 dA$

ни ҳисоблаймиз:

$$J_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^3 \sin^3 \varphi \cdot (r^2 - r^2 \sin^2 \varphi) r \cos \varphi d\varphi = \frac{\pi \cdot r^4}{16}$$

Худли шунга ўхшаш:



VI.13-шакл.

Штрихланган қатлам учун  $dD_{xy}$  ни топишда қуйидаги формулани фойдаланамиз:

$$dD_{xy} = \frac{b}{2} y dA = \frac{r^2}{2} \cos^3 \varphi \sin \varphi d\varphi$$

$$\text{Бундан } D_{xy} = \frac{r^4}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{r^4}{8} = \frac{d^4}{128}$$

натижаси келиб чиқади

## Назорат саволлари ва топшириқлар

1 Текис шаклнинг статик моменти унинг юзаси ва оғирлик маркази координаталари орқали қандай ифодаланади?

2 Текис шаклнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан статик моменти нимага тенг?

3 Текис шаклнинг оғирлик маркази координаталари қандай формулалардан топилади?

4 Ўқли, қутб ва марказдан қочирма инерция моментлари формулаларини ёзинг ҳамда тушунтиринг

5. Инерция моментларининг қайси бири ҳамма вақт мусбат қийматга эга?

6 Марказдан қочирма инерция моментлари қачон нолга тенг бўлади?

7 Текис шаклнинг статик моменти ва инерция моментларининг ўлчам birlikларини ёзинг.

8. Ўқлар параллел кучирилганда ёки маълум бурчакка бурилганда инерция моментларининг қийматлари ўзгаришини ифодаловчи формулаларни ёзинг ва уларнинг моҳиятини тушунтиринг.

9 Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари деганда нимани тушундирасиз?

10. Тўғри тўғрибурчак, квадрат, тўғри бурчакли учбурчак ва доиравий текис шаклларнинг марказий ўқларга нисбатан ўқли инерция моментлари қандай формулалар ёрдамида ҳисобланади?

11 Мураккаб текис шаклларнинг инерция моментлари қандай аниқланади?



## VII БОБ. БУРАЛИШ

Агар кучланиш ҳолатидаги бруснинг кундаланг кесимлари-  
да ички кучлардан фақат буровчи момент мавжуд бўлиб,  
қолганлари эса нолга тенг бўлса, у ҳолда **буралиш** деформация-  
си содир бўлади

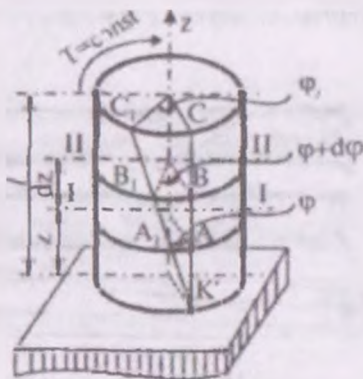
Буралишга қаршилик кўрсатувчи доиравий кесимли брусга  
вал дейилади

Амалда буралиш деформациясини жуда кўп учратиш мумкин.  
Масалан, тирсақли, трансмиссион ва шу сингари валлар, фазозий  
конструкция элементлари, пружиналарнинг ўрамлари, болт ва шу ка-  
билар асосан буралиш деформациясига қаршилик кўрсатади.

Материаллар қаршилиги фанида фақат доиравий кесим  
иқли яхлит ва ғовак валларнинг буралиши ўрганилади

### 7.1-§. Валанг буралиши

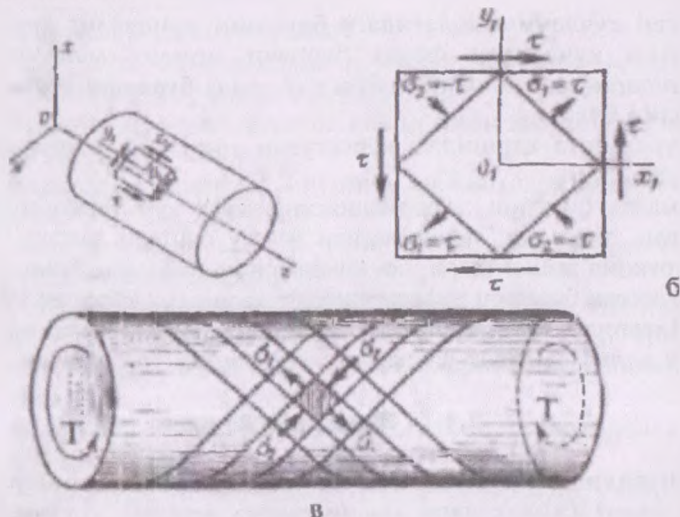
Айтайлик, бир учи билан маҳкамланган, иккинчи учига эса  
 $T = T_e = const$  (индексдаги «e» инглизча external - ташқи деган  
маънони англатади) буровчи момент қўйилган доиравий ке-  
симли яхлит вал буралишга қаршилик кўрсатаётган бўлсин  
(VII.1-шакл).



VII.1-шакл.

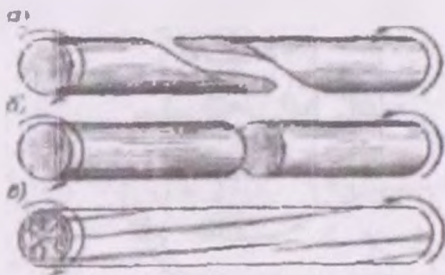
Валнинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўлувчи кучланиш ва деформацияларни аниқлаш билан шугулланамиз

Буровчи момент таъсиридан валнинг барча кесимларида урунма кучланишлар пайдо бўлиши бизга олдиндан маълум. Шу боис томонлари валнинг кўндаланг ва бўйлама кесимлари га параллел бўлган элемент соф силжиш ҳолатида бўлади (VII.2-шакл, а, б).



VII.2-шакл.

Вал ўқиға  $45^\circ$  қияликдаги юзлар бош юзлар бўлиб, улардаги чўзувчи ва сиқувчи бош кучланишлар  $\tau$  урунма кучланишга тенг бўлади (VII.2-шакл, в)



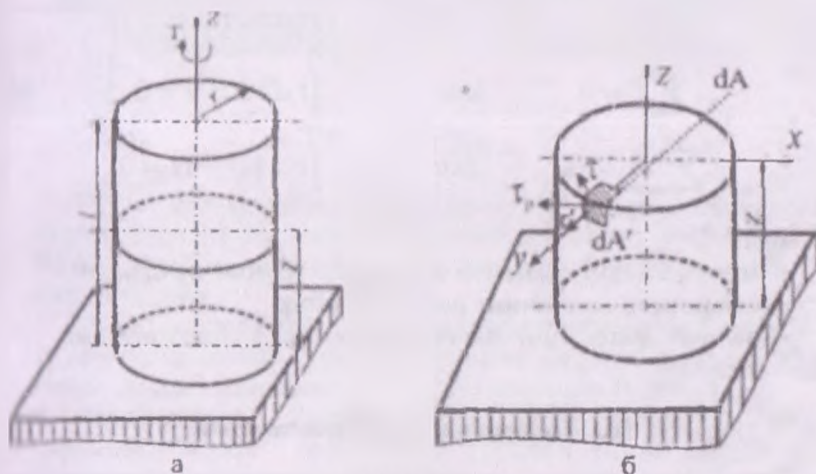
VII.3-шакл.

Тажриба натижалари турли хил мўрт, пластик, анизотроп материаллардан ясалган вал шаклидаги намуналарнинг буриши оқибатида пайдо бўлувчи емирилиш жараёни турлича таъинлигини тасдиқлайди (VII.3-шакл, а, б, в).

### I. Масаланинг статик томони

Одатдагидек, қуйидаги ишларни кетма-кет бажарамиз:

- 1) вални таянчдан ихтиёрий  $z$  баландликдан ўтувчи ва симметрия уқига перпендикуляр бўлган текислик билан фикран кесамиз (VII.4-шакл, а);
- 2) валнинг бир қисмини ташлаб юбориб, қолган қисмини мувожаҳадида ажратиб кўрсатамиз (VII.4-шакл, б);
- 3) ташланган қисмнинг ажратиб олинган қисмга кўрсатган таъсирини буровчи момент билан алмаштираемиз.



VII.4 шакл.

Буровчи момент таъсиридан валнинг ихтиёрий кесимларида қилинган қўлдан келтирилган урунма кучланишнинг йўналишини аниқлаймиз.

Фараз қилайлик, кўндаланг кесимдан ажратилган элемент  $dA$  юзача оу ўқи билан ихтиёрий  $\alpha$  бурчак ҳосил қилувчи  $\tau_p$  урунма кучланиш таъсирида булсин. Бу кучланишнинг радиал

ва тангенциал йўналишлардаги ташкил этувчиларини мос равишда  $\tau'$  ва  $\tau$  лар билан белгилаб,

$$\tau' = \tau_{\rho} \cos \alpha, \quad \tau = \tau_{\rho} \sin \alpha \quad (a)$$

ифодаларга эга бўламыз

Урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунидан маълумки,  $\tau'$  радиал урунма кучланиш элементар  $dA$  юзачага перпендикуляр ва вал сиртида жойлашган элементар  $dA'$  юзачадаги урунма кучланишга тенг бўлиши керак. Чизмадан кўришиб турибдики, валнинг сиртига ҳеч қандай куч таъсир кўрсатмаяпти, аниқроғи,  $dA'$  юзачадаги урунма кучланишнинг қиймати нолга тенг. Шунинг учун ҳам элементар  $dA$  юзачадаги урунма кучланиш  $\tau_{\rho} = \tau$  бўлиб, у кесим радиусига тик йўналади.

4) статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\left. \begin{array}{l} \sum X_i = 0 \quad \text{ёки} \quad \int_{(A)} \tau dA \sin \alpha = 0 \\ \sum Y_i = 0 \quad \text{ёки} \quad \int_{(A)} \tau dA \cos \alpha = 0 \\ \sum M_u = 0 \quad \text{ёки} \quad \int_{(A)} \tau dA \rho - T = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

бу ерда,

$\tau$  - ихтиёрий  $dA$  элементар юзачадаги урунма кучланиш;

$\rho$  - элементар юзачанинг радиус-вектор;

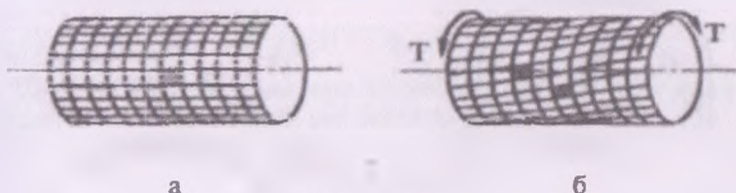
$\alpha$  - радиус-векторнинг абсцисса ўқи билан ташкил этган бурчаги

## II. Масаланинг геометрик томони

Масалани геометрик нуқтан назардан таҳлил қилишдан олдин, валларнинг буралишига оид ўтказилган тажрибалардан келиб чиққан қуйидаги муҳим хулосалар билан танишиб чиқамиз:

- деформациягача текис ва валнинг буралиш (бўйлами симметрия) ўқига тик бўлган барча кундаланг кесимлар деформациядан кейин яна текислигича ҳамда мазкур ўққа нисбатан тиклигича қолади. Фақатгина улар буралиш ўқи атрофида бир-бирларига нисбатан бурилади, холос;

- буралиш натижасида барча кўндаланг кесимларнинг рапиуслари ўзларининг деформациягача бўлган узунликларини ўнатиримайди, яъни кесим гардиши айланалигича қолади;
- валнинг сиртидаги тўр ҳосил қилган квадратлар буралиш натижасида деярли бир хил ромбларга айланади (VII 5-шакл, а,б). Бундан валнинг кўндаланг ва бўйлама кесимларида (урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунига асосан) урунма кучланишлар пайдо бўлади, деган хулоса келиб чиқади;
- буралиш натижасида барча ихтиёрий кўшни кўндаланг кесимлар орасидаги масофалар ўзгармайди. Бу эса валнинг кўндаланг ва бўйлама кесимларида нормал кучланишлар мавжуд бўлмаслигини тасдиқлайди.



VII.5-шакл.

Шуни ҳам таъкидлаб ўтиш ўринлики, юқоридаги хулосалар шаллар буралганда ҳосил бўладиган кучланиш ва деформация-парнинг кесим юза бўйича ўзгариш қонуниятини аниқлашга имкон беради

Энди валдан ўзаро параллел ҳамда  $z$  ўқиға тик бўлган  $I-I$  ва  $II-II$  текисликлари ёрдамида фикран ажратиб олинган чексиз кичик  $dz$  қалинликдаги дискни текшираимиз (VII.6-шакл).

Агар дискни пастки қисми билан маҳкамланган деб қарасак, у ҳолда деформация туфайли унинг юқори қисми бирорта бурчакка айланиши табиий. Аниқроғи,  $oa$  радиус  $d\varphi$  бурчакка айланиб,  $oa'$  ҳолатни ва  $ac$  кесмаси эса  $\gamma$  бурчакка тилжиб  $a's$  ҳолатни эгаллайди.

Энди  $\gamma$  ва  $d\varphi$  бурчаклари орасидаги боғланишни келтириб чиқарамиз. Бунинг учун  $aa'$  ёйни, биринчидан  $\Delta aa's$  учбурчакдан

$$aa' = ac \cdot \operatorname{tg} \gamma = dz \gamma \quad (в)$$

ни иккинчидан эса изланаётган ёйнинг  $d\varphi$  марказий бурчакка тиралганлигидан фойдаланиб

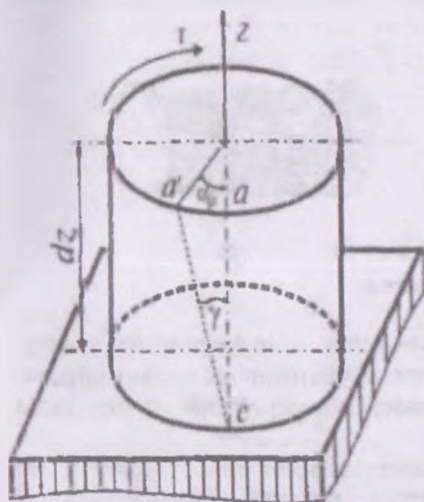
$$aa' = oa \, d\varphi = r \, d\varphi \quad (r)$$

кўринишларда аниқлаймиз.

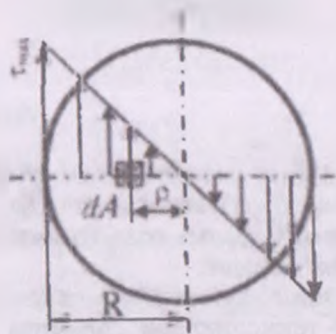
(в) ва (г) ифодаларни ўзаро тенглаб, вал сиртидаги нисбий силжишни

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dz} \quad (д)$$

шаклида ёзиб оламиз.



VII.6-шакл



VII.7-шакл

(д) ифодадаги  $\frac{d\varphi}{dz}$  миқдорининг ўлчами  $m^{-1}$  бўлиб, нисбий буртилиш бурчаги дейилади ва  $\theta_1$  билан белгиланади:

$$\theta_1 = \frac{d\varphi}{dz} \quad (VII.1)$$

Демак, нисбий силжиш ва нисбий буртилиш бурчаклари орасида қуйидаги муносабат мавжуд экан:

$$\gamma = r \, \theta_1 \quad (VII.2)$$

Кесим марказидан ихтиёрий  $\rho$  масофада жойлашган нуқталар учун охирги ифодани тадбиқ этсак

$$\gamma_\rho = \rho \theta \quad (\text{VII.3})$$

кўринишдаги формулага эга буламиз.

### III. Масаланинг физик томони

Биз масалани геометрик нуқтаи назардан текширганимизда налдан ажратилган элементар дискнинг соф силжиш деформациясига қаршилиқ кўрсатишига ишонч ҳосил қилдик. Шу сабабли, буралиш пайтида валларнинг кўндаланг кесимларидаги урунма кучланишлар қуйидагича аниқланади:

$$\tau = G\gamma = Gr\theta \quad \text{ёки} \quad \tau_\rho = G\rho\theta \quad (\text{VII.4})$$

Демак, урунма кучланиш кесимнинг радиус-векторига тўғри мутаносиб боғланишда бўлиб, қутб бурчагига боғлиқ эмас экан.

### IV. Сиятез

(VII.4) ифодани эътиборга олиб, мувозанат тенгламаларининг дастлабки иккитасини қуйидагича ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \tau_\rho dA \sin \alpha &= \int_{(A)} G\rho\theta dA \sin \alpha = G\theta \int_{(A)} y dA = 0 \\ \int_{(A)} \tau_\rho dA \cos \alpha &= \int_{(A)} G\rho\theta dA \cos \alpha = G\theta \int_{(A)} x dA = 0 \end{aligned} \right\}$$

Охирги тенгламалардаги  $G\theta \neq 0$ , лекин  $S_x = \int_{(A)} y dA$  ва

$S_y = \int_{(A)} x dA$  статик моментлар эса нолга тенг бўлади, чунки  $x$

ва  $y$  ўқлар доиравий кесим юзанинг марказий ўқлари эканлиги чизмадан яққол кўриниб турибди.

Демак, валнинг кўндаланг кесимидан ўтувчи буровчи моментни урунма кучланишлар мувозанатлар экан:

$$T = \int_{(A)} \tau_\rho \rho dA$$

(VII.4) ифодадаги  $\tau_\rho$  ning қийматини охириги формулага кел ириб қўйиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$T = \int_{(A)} G\theta \rho^2 dA = G\theta J_\rho$$

Бунда  $\int_{(A)} \rho^2 dA = J_\rho$  доира юзининг қутб инерция моменти эканлиги бизга аввалдан маълум.

Охириги ифодадан

$$\theta = \frac{T}{GJ_\rho} \quad (\text{VII.5})$$

эканлигини эътиборга олиб, қўндаланг кесимнинг исталган нуқтасидаги урунма кучланишни аниқловчи формулани ҳосил қиламиз:

$$\tau_\rho = \frac{T}{J_\rho} \rho \quad (\text{VII.6})$$

VII.7-шаклда урунма кучланишнинг қўндаланг кесимда чи-зиқли қонуният бўйича ўзгариши тасвирланган; бу кучланиш кесим марказида нолга тенг бўлиб, кесимнинг гардишидаги  $\rho_{\max} = R$  бўлган нуқтада эса энг катта қийматга эришади:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{J_\rho} \cdot R$$

ёки

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_\rho} \quad (\text{VII.7})$$

бу ерда,  $W_\rho = \frac{J_\rho}{\rho}$  - буралишдаги қаршилиқ моменти.

Энди валларнинг буралишдаги деформацияси-буралиш бурчагини аниқлашга ўтамиз.

(VII.1) ифодани эътиборга олиб, (VII.5) формулани қуйидагича ёзамиз (кейинчалик  $T = T_e = \text{const}$  деб ўқилади):



$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{T_z}{GJ_p}$$

ёки

$$d\varphi = \frac{T_z}{GJ_p} dz \quad (\text{VII.8})$$

Буровчи момент ва валнинг бикрлиги  $GJ_p$  ни ўзгармас деб, ириги тенгламани  $z$  бўйича интеграллаймиз:

$$\varphi_z = \frac{T_z}{GJ_p} \cdot z + C \quad (\text{VII.9})$$

Валнинг маҳкамланган кесими бурилмаслигини ифодаловчи шартдан фойдаланиб, интеграл доимийси  $C$  ни аниқлаймиз:

$z=0$  бўлганда  $A$  кесим бурилмайди, яъни  $\varphi_z = \varphi_A = 0$  бўлади. Шунинг учун интеграл доимийси  $C=0$  бўлиб,

$$\varphi_z = \frac{T_z}{GJ_p} \cdot z \quad (\text{VII.10})$$

Уzunлиги келиб чиқади

Демак, валнинг маҳкамланган кесимига нисбатан  $z$  масофада жойлашган кесимнинг буралиш бурчаги мазкур масофага тўғри мутаносиб равишда ўзгарар экан

Энг катта буралиш бурчаги валнинг эркин учида ҳосил бўлиб, унинг қиймати

$$\varphi = \frac{T_z}{GJ_p} \cdot l \quad (\text{рад}) \quad (\text{VII.11})$$

$$\text{ёки} \quad \varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T_z \cdot l}{GJ_p} \quad (\text{град}) \quad (\text{VII.12})$$

формулалардан топилади.

Охириги ифодалар шаклан ва мазмунан чўзилиш (сикилиш)даги мутлақ деформацияни аниқлайдиган (III.8) формулага ўхшайди. Шу сабабли, кўпинча уларни буралишдаги Тук қонуни деб ҳам қараш мумкин

Охириги формулалардан валнинг бирлик узунлигига тўғри келувчи нисбий буралиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{T}{GJ_p} \quad (\text{рад}) \quad (\text{VII } 13)$$

ёки

$$\theta^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T}{GJ_p} \quad (\text{град}) \quad (\text{VII } 14)$$

Энди юқорида олинган барча формулаларни 7.1-жадвалга ёзамиз

7.1-жадвал

Доиравий кесимли валларнинг буррилиши		
	масалани таҳлилий урганиш кетма-кетлиги	формулалар
1	статик нуқтаи назардан ёндашиш	$T = \int_A \tau \rho dA$
2	геометрик нуқтаи назардан ёндашиш	$\gamma = r \frac{d\varphi}{dx}$ ёки $\gamma = r \cdot \theta$ , $\gamma_\rho = \rho \cdot \theta$
3	физик нуқтаи назардан ёндашиш	$\tau = Gr\theta$ ёки $\tau_\rho = G\rho\theta$
4	хулоса	$\theta = \frac{T}{GJ_p}$ ёки $\theta^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T}{GJ_p}$ $\varphi = \frac{T}{GJ_p} l$ ёки $\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T}{GJ_p} l$

### 7.2-§. Валнинг буррилишдаги мустаҳкамлик шарти

Валнинг буррилишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{\text{adm}} \quad (\text{VII } 15)$$

бу ерда,  $\tau_{adm}$  - урунма кучланишнинг жоиз қиймати бўлиб, у кўпинча оддий чўзилиш ёки сиқилишдаги жоиз нормал кучланишнинг  $0,5 \div 0,6$  қисмига тенг қилиб олинади.

(VII.15) ҳисоб тенгламаси ёрдамида доиравий кесимли яхлит ва ички валлар учун қуйидаги учта масалаларни ечиш мумкин:

а) валнинг кесимидаги кучланишни текшириш масаласи; бу масаланинг моҳияти шундаки, агар валнинг кесим юза ўлчамлари ва унга қўйилган  $T$  маълум бўлса, у ҳолда (VII.7) формула бўйича ўзига хос кесимдаги максимал урунма кучланиш аниқланиб,  $\tau_{adm}$  билан солиштирилади:

$$\tau_{max} \leq \tau_{adm} \quad (a)$$

б) вал узата оладиган максимал буровчи моментни аниқлаш масаласи; агар валнинг кесим юза ўлчамлари ва унинг материал учун жоиз урунма кучланиш маълум бўлса, у ҳолда бу масала

$$T_{max} \leq \tau_{adm} \cdot W_p \quad (б)$$

формула ёрдамида ечилади

в) янги валларни лойиҳалаш масаласи, бу масалани ечиш учун вал материалнинг жоиз урунма кучланиши ва ўзига хос кесимдаги энг катта буровчи момент маълум бўлиши керак. Масалан, (б) формулага қаршилик моментининг ифодасини қўйиб, яхлит вал учун қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\frac{16T}{\pi D^3} \leq \tau_{adm} \quad (в)$$

шундан

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 T}{\pi \tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{adm}}} \quad (VII.16)$$

Худди шу тарзда ичи говак валлар учун қуйидаги муносабатни ёзамиз:

$$D \geq 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{(1-\alpha^4) \tau_{adm}}} \quad (VII.17)$$

бу ерда,  $\alpha = \frac{d}{D}$  ички диаметрнинг ташқи диаметрға нисбати

Механикадан маълумки, буровчи момент вал узатадиган қувват  $K$  ва унинг айланишлари сони  $n$  орқали

$$T_e = 9549 \frac{K}{n}; \quad T_e = 9549 \frac{P_{\text{ом}}}{n} \quad \text{Н.м} \quad (\text{VII.18})$$

кўринишида ифодаланар эди.

Бунда  $K$  - қувватнинг киловатт қиймати; агар қувват от кучи (қисқача о.к.) ҳисобида берилса, охириги формула

$$T_e = 7028,8 \cdot \frac{N_{\text{от}}}{n} \quad (\text{VII.19})$$

кўринишни эгаллайди

Охириги муносабатларни эътиборга олиб, яхлит валнинг диаметрини аниқлаш учун мос равишда қуйидаги формулаларни ҳосил қиламиз:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 9549 K}{\pi \tau_{\text{adm}} n}} = 36,5 \sqrt[3]{\frac{K}{\tau_{\text{adm}} n}} \quad (\text{VII.20})$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7028,8 N_{\text{от}}}{\pi \tau_{\text{adm}} n}} = 32,96 \sqrt[3]{\frac{N_{\text{от}}}{\tau_{\text{adm}} n}} \quad (\text{VII.21})$$

Худди шу йўл билан ичи ғовак валларнинг диаметрини ҳам аниқлаймиз:

$$D \geq 36,5 \sqrt[3]{\frac{K}{(1-\alpha^4) \tau_{\text{adm}} n}} \quad (\text{VII.22})$$

$$D \geq 32,96 \sqrt[3]{\frac{N_{\text{от}}}{(1-\alpha^4) \tau_{\text{adm}} n}} \quad (\text{VII.23})$$

бу ерда  $\alpha = \frac{D}{d}$  - ички диаметрнинг ташқи диаметрға нисбати бўлиб, у  $0 < \alpha < 1$  оралиқда ўзгаради

Юқоридаги формулалар айти қувватда ишлаётган яхлит ёки ички ғовак валларнинг и айланишлар сонини ошириш йули билан уларнинг диаметрини кичрайтириб, материални тежаш мумкинлигини тасдиқлайди

Амалда валга мустақкамлик шартидан гашқари бикрлик шарти ҳам қўйилади.

Бикрлик шарти

$$\theta_{\max}^0 = \left| \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{T_z}{GJ_p} \right| \leq \theta_{adm}^0 \quad (\text{VII } 24)$$

кўринишга эга бўлиб, валнинг ўта даражада деформациялан-маслигини таъминлайди.

Бу ерда  $\theta_{adm}^0$  -валнинг бир метр узунлигига тўғри келувчи жоиэ нисбий буралиш бурчаги бўлиб, у тажрибалардан аниқланади (7.2- жадвал).

7.2- жадвал

Т.р.	Валларнинг ишлаш шароитлари	$\alpha_{adm}$	
		рад	м
1	Статик юклар таъсирида	2	
2	Ўзгарувчан юклар таъсирида	0,25	
3	Зарбали юклар таъсирида	0,15	

Яхлит вал учун  $J_p = \frac{\pi D^4}{32}$  эканлигини эътиборга олиб,

бикрлик шартини қаноатлантирувчи валнинг диаметрини (VII 24) формуладан аниқлаймиз:

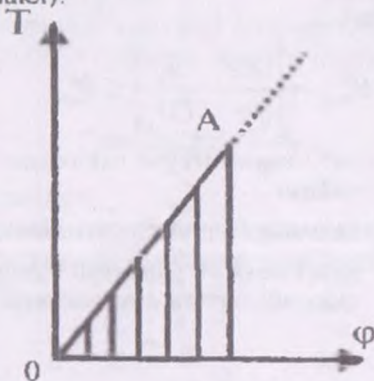
$$D \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180^\circ T_z}{\pi^2 G \theta_{adm}^0}} = 4,92 \sqrt[4]{\frac{T_z}{G \theta_{adm}^0}} \quad (\text{VII } 25)$$

Худди шу тарзда ичи ғовак валнинг таниқи диаметрини ҳам аниқлаймиз:

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 180^\circ}{\pi^2} \frac{T_z}{(1-\alpha^4) G \theta_{adm}^0}} = 4,92 \sqrt[4]{\frac{T_z}{(1-\alpha^4) G \theta_{adm}^0}} \quad (\text{VII } 26)$$

### 7.3-§. Буралишда деформациянинг потенциал энергияси

Эластик деформациялар чегарасида буровчи момент  $T_c$  билан буралиш бурчаги  $\varphi$  орасида тўғри чизиқли боғланиш мавжудлиги буралиш деформациясига оид тажрибалардан тасдиқланган (VII.8-шакл).



VII.8-шакл

Вални эластиклик чегарасида бураш учун сарф бўлган буровчи моментнинг бажарган иши  $OAB$  учбурчакнинг юзаси орқали ифодаланади:

$$A_T = \frac{1}{2} T_c \varphi \quad (a)$$

Буровчи момент валга статик равишда қўйилганлиги сабабли бу иш деформациянинг потенциал энергиясига тўлиқ айланади

$$A_T = U = \frac{1}{2} T_c \varphi \quad (6)$$

(VII.11) ифодани эътиборга олиб, буралишда деформациянинг потенциал энергиясини қуйидагича ёзамиз:

$$U = \frac{T_c^2 l}{2GJ} \quad (VII.27)$$

Поғонали вал учун охириги формулани қуйидагича узгартириш мумкин:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{T_i^2 l_i}{2GJ_p} \quad (\text{VII.28})$$

Бунда  $n$  - поғоналар сони.

**25-масала.** Кўндаланг кесими доирадан иборат бўлган пўлат материалдан ясалган вал ташқи буровчи моментлар таъсирида пўлсин (VII.9-шакл, а) Валнинг диаметри аниқлансин ҳамда ички буровчи момент, энг катта урунма кучланиш ва кесимнинг буралиш бурчаги эпюралари қурилсин.

Куйидагилар маълум деб ҳисоблансин:  $T_0 = 29 \text{ кН м}$ ;  
 $T_1 = 12 \text{ кН м}$ ;  $T_2 = 18 \text{ кН м}$ ;  $l_1 = 1,2 \text{ м}$ ;  $l_2 = 1,6 \text{ м}$ ;  $l_3 = 0,7 \text{ м}$ ;  
 $\sigma_{удм} = 130 \text{ МПа}$ ;  $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;

### Ечиш

Кесиш усулидан фойдаланиб оралиқлардаги ички буровчи момент қийматларини аниқлаймиз:

$$\text{I оралиқда } 0 \leq z_1 \leq l_1 \quad T_c^I = -T_0 = -18 \text{ кН м}$$

$$\text{II оралиқда } l_1 \leq z_2 \leq (l_1 + l_2) \quad T_c^{II} = -T_0 + T_1 = 6 \text{ кН м}$$

$$\text{III оралиқда } (l_1 + l_2) \leq z_3 \leq (l_1 + l_2 + l_3) \quad T_c^{III} = -T_0 + T_1 - T_2 = -35 \text{ кН м}$$

Топилган қийматлар бўйича буровчи момент эпюрасини қурамиз (VII.9-шакл, б).

Валнинг диаметрини аниқлаймиз:

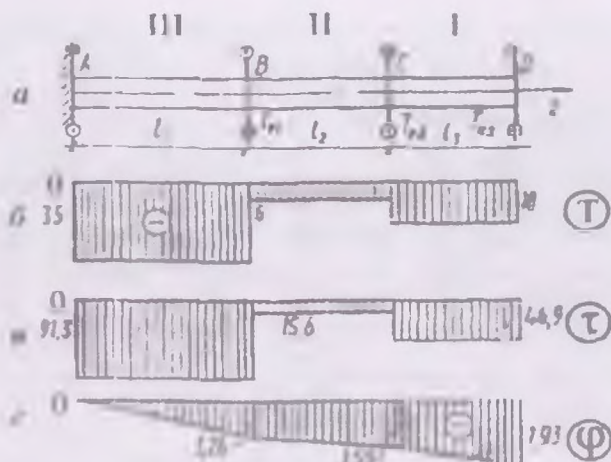
а) мустаҳкамлик шарти бўйича:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 T_{\max}}{\pi \sigma_{удм}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 35 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 130 \cdot 10^6}} = 0,111 \text{ м}$$

б) бикрлик шарти бўйича:

$$d = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32 T_{\max}}{\pi^2 \cdot G \cdot \theta_{удм}}} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 35 \cdot 10^3}{(3,14)^2 \cdot 0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2}} = 0,106 \text{ м}$$

Топилган қийматларни ва валлар диаметрлари бўйича қабул қилинган стандартларни эътиборга олган ҳолда валнинг диаметрини  $d = 125 \text{ мм}$  деб қабул қиламиз.



VII.9-шакл

У ҳолда

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot (12,5)^3}{16} = 383,3 \text{ см}^3 = 383,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (12,5)^4}{32} = 2395,63 \text{ см}^4 = 2395,63 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$$

Урунма кучланишларни аниқлаймиз:

$$\tau_I = \frac{T_c^I}{W_p} = \frac{-18 \cdot 10^3}{383,3 \cdot 10^{-6}} = -46,96 \text{ МПа}$$

$$\tau_{II} = \frac{T_c^{II}}{W_p} = \frac{-6 \cdot 10^3}{383,3 \cdot 10^{-6}} = -15,65 \text{ МПа}$$

$$\tau_{III} = \frac{T_c^{III}}{W_p} = \frac{-35 \cdot 10^3}{383,3 \cdot 10^{-6}} = -91,31 \text{ МПа}$$

Топилган қийматлар асосида урунма кучланишнинг эпюра сини қурамиз (VII.9-шакл, в).

Энди кесимларнинг буралиш бурчагини аниқлашга ўтамиз. Бунинг учун эса аввало, валнинг бикрлигини аниқлаш зарур:

$$GJ_p = 0,8 \cdot 10^9 \cdot 10^6 \cdot 2395,63 \cdot 10^{-6} = 1916504 \text{ м}^2$$



В кесимнинг А кесимга нисбатан буралиш бурчаги қуйидагига тенг:

$$\varphi_{BA} = \frac{T_e''' \cdot l_1}{GJ_p} = \frac{-35 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{1916504} = -0,0219 \text{ рад} = -1,26^\circ$$

Худди шу тартибда бошқа кесимларнинг ҳам буралиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\varphi_{CB} = \frac{T_e'' \cdot l_2}{GJ_p} = \frac{-6 \cdot 10^3 \cdot 1,6}{1916504} = -0,005 \text{ рад} = -0,29^\circ$$

$$\varphi_{CA} = \varphi_{BA} + \varphi_{CB} = -1,55^\circ$$

$$\varphi_{DC} = \frac{T_e' \cdot l_3}{GJ_p} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 0,7}{1916504} = -0,00657 \text{ рад} = -0,38^\circ$$

У ҳолда

$$\varphi_{DA} = \varphi_{CA} + \varphi_{DC} = -1,55^\circ - 0,38^\circ = -1,93^\circ$$

Тенг бўлади

Буралиш бурчаги эпюраси VII.9-шакл, г да кўрсатилган

#### 7.4-§. Буралишдаги статик аниқмас масалалар

Буралиш деформациясига оид масалаларни ечиш деганда, мавларнинг маҳкамланган учларида ҳосил бўладиган реактив моментларни, исталган кундаланг кесимлардаги буровчи момент ва кучланишларни, кесимларнинг буралиш бурчагини аниқлаш тушунилади.

Агар бундай масалалар биргина статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида ечилмаса, уларга буралишдаги статик аниқмас масалалар деб аталади

**26-масала.** Иккала учи билан маҳкамланган ва бикрликлари миқ: равишда  $GJ_p$  ва  $GJ_p$  бўлган поғонали стержен буралишдаги статик аниқмас масалага мисол бўлади (VII.10-шакл, а).

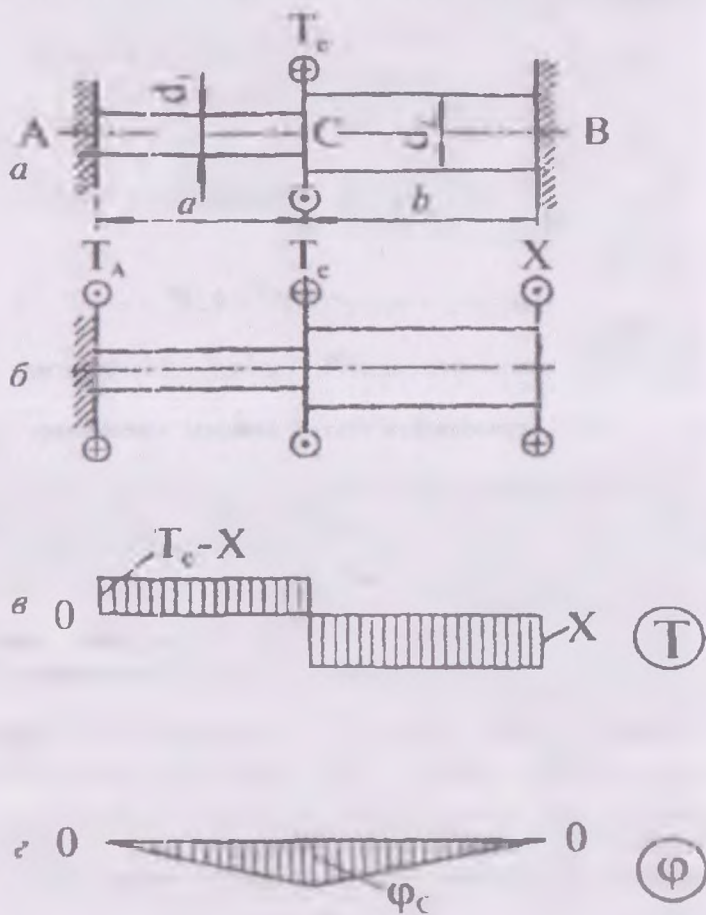
Стерженнинг маҳкамланган учларида ҳосил бўладиган реактив моментлар топилсин. Ўлчамлар шаклда кўрсатилган.

**Ечиш.** Дастлаб валнинг таянчларини  $T_A$  ва  $T_B$  реактив моментлар билан алмаштириб, тенг кучли тизим ҳосил қиламиз.

Валнинг мувозанатини текшираимиз:

$$\sum_{i=1}^n M_{zi} = 0 \quad \text{ёки} \quad T_A + T_B - T_c = 0 \quad (a)$$

Демак, бу масала бир марта статик аниқмас экан, чунки стати канинг битта тенгласида иккита  $T_A$  ва  $T_B$  номаълумлар бор.



VII.10-шакл

Қушимча тенглама тузиш учун валнинг чап учини  
 пиндан овоз қилиб, унинг таъсирини реактив момент  
 $T_B$  билан алмаштирамиз (VII.10-шакл, б)

В кесимнинг буралиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\varphi_B = \frac{X \cdot a}{GJ_p'} + \frac{X \cdot b}{GJ_p''} - \frac{T_B \cdot a}{GJ_p'} \quad (б)$$

бунда  $J_p' \approx 0,1d_1^4$ ,  $J_p'' \approx 0,1d_2^4$

С татик аниқмас тизимда А кесим маҳкамланганлигидан ун-  
 инги буралиш бурчаги нолга тенг бўлади:

$$\varphi_A = 0 \quad \text{ёки} \quad \frac{X \cdot a}{0,1Gd_1^4} + \frac{X \cdot b}{0,1Gd_2^4} - \frac{T_B \cdot a}{0,1Gd_1^4} = 0 \quad (в)$$

Охири ифодадан  $X = T_B$  ни, мувозанат тенгламасидан эса  $T_A$   
 ни осонгина аниқлаш мумкин.

С терженнинг ҳар бир оралиғи учун кесиш усулини тад-  
 ниқ этиб, буровчи моментнинг эпюрасини чизамиз (VII 10-  
 шакл, в)

Таянч нуқталарда буралиш бурчаги нолга, С кесимда эса

$$\varphi_C = \frac{X \cdot h}{0,1Gd_2^4} = \text{const}$$

лигини назарда тутиб, буралиш бурчагининг эпюрасини  
 дурамиз (VII.10-шакл, г).

### Назорат саволлари ва топшириқлар

- 1 Нисбий буралиш бурчаги қандай аниқланади?
- 2 Нисбий силжиш ва нисбий буралиш бурчаклари орасида  
 қандай муносабат мавжуд?
3. Буралишда қаршилик моменти қандай аниқланади?  
 Унинг улчам бирлигини ёзинг.
- 4 Қандай катталик буралишдаги бикрлик дейилади? Унинг  
 улчам бирлигини ёзинг

5. Буралишда Гук қонуни қандай ифодаланади?
6. Кесими доиравий валлар буралганда кесимининг қайси нуқталарида энг катта урунма кучланишлар пайдо бўлади?
7. Кесими доиравий валлар буралганда мустаҳкамлик шарти қандай куралишда ёзилади?
8. Буралишда деформациянинг потенциал энергиясини аниқлаш формуласини ёзинг ва уни тушунтиринг.
9. Буралишда статик аниқмас масалалар қандай тартибда ечилади?

## VIII БОБ. ТЕКИС ЭГИЛИШ. ЭГИЛИШДАГИ КУЧЛАНИШЛАРНИ АНИҚЛАШ

### 8.1-§. Асосий тушунчалар

Стерженларнинг марказий чузилиши ёки сиқилиши ва валларнинг буралишини олдинги бобларда таҳлил қилиб, уларнинг деформациягача бўлган буйлама тўғри ўқи деформациядан кейин ҳам тўғрилигича қолишига ишонч ҳосил қилдик.

Аммо тўсин ёки рамалар эгилишининг ўзига хос хусусиятлари шундаки, узаро параллел кўндаланг кесимларнинг бир-бирларига нисбатан оғиши ва буйлама ўқ устида ётувчи барча нуқталарнинг вертикал кўчиши натижасида тўғри чизиқли геометрик ўқ эгри чизиққа айланади.

Тўсинлар эгилганда барча кесимларда ички кучлардан фиқлт кўндаланг куч  $Q$  ва эгувчи момент  $M$  лар ҳосил бўлади; рамалар эгилганда эса  $Q$  ва  $M$  лардан ташқари буйлама куч  $N$  ҳам пайдо бўлади.

Ташқи юкларнинг қўйилиши ва тўсин (рама)ларнинг таянчларга маҳкамланиш усулларига кўра, эгилишлар турли хил бўлади.

Агар барча ташқи юклар (таянч реакциялари ҳам) тўсиннинг буйлама ўқидан ўтувчи битта текисликда ётса ва бу текислик симметрия текисликлари билан устма-уст тушса, у ҳолда эгилиш ҳам мазкур симметрия текислигида содир бўлади, одатда, бундай эгилиш текис эгилиш деб юритилади.

Агар барча ташқи юклар (таянч реакциялари ҳам) тўсиннинг буйлама ўқидан ўтувчи битта текисликда ётса, лекин бу текислик бош инерция текисликлари билан устма-уст тушмаса, у ҳолда бундай эгилиш қийшиқ эгилиш дейилади.

Бу бобда фақат текис эгилиш урганилади.

Ташқи юкларнинг қўйилиши ва тўсинларнинг таянчларга маҳкамланиш усулларига қараб текис эгилиш соф ва кўндаланг эгилишларга ажратилади.

Соф эгилишда тўсиннинг кўндаланг кесим юзаларида кетувчи куч нолга тенг бўлиб, эгувчи момент ўзгармас миқдорга

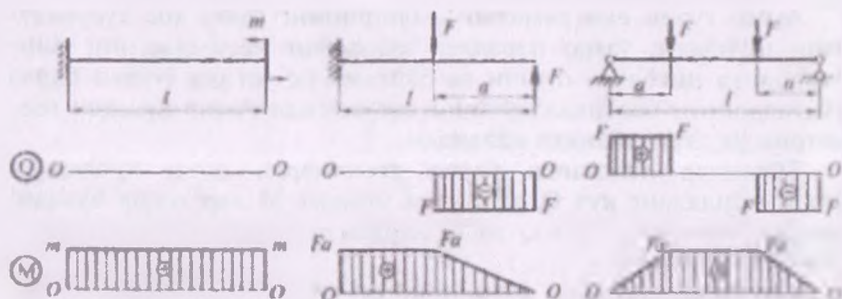
тенг булади; кундаланг эгилишда эса кесим юзаларда эгувчи моментдан ташқари кесувчи куч ҳам пайдо бўлади

VIII.1-шаклда тасвирланган тўсинларнинг кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини таҳлил қилиб, қуйидаги хулосаларга келиш мумкин (бу ерда тўсинларнинг хусусий оғирлик кучлари эътиборга олинмаган):

VIII.1-шакл, а да тасвирланган тўсин фақат соф эгилишга қаршилик кўрсатади;

VIII.1-шакл, б да тасвирланган тўсиннинг чап қисми соф эгилишга, ўнг қисми эса кундаланг эгилишга қаршилик кўрсатади;

VIII.1-шакл, в да тасвирланган тўсиннинг фақат ўрта қисми соф эгилишга, чап ва ўнг қисмлари эса кундаланг эгилишга қаршилик кўрсатади.



VIII.1-шакл

Тўсиннинг кундаланг кесимларидаги ички зўриқишларни мазкур кесимларда пайдо бўлувчи кучланишлар мувозанатлайди. Аниқроғи, эгувчи моментни нормал кучланиш, кесувчи кучни эса урунма кучланиш мувозанатлайди.

Демак, нормал кучланиш фақат эгувчи моментга, урунма кучланиш эса кесувчи кучга боғлиқ экан:

$$\sigma = \sigma(M)$$

$$\tau = \tau(Q)$$

Бу хулоса нормал ва урунма кучланишларни алоҳида аниқлашга, яъни соф ва кундаланг эгилишларни бир-бирдан мустақил равишда ўрганишга имкон беради.

## 8.2-§. Соф эгилиш. Нормал кучланишларни аниқлаш

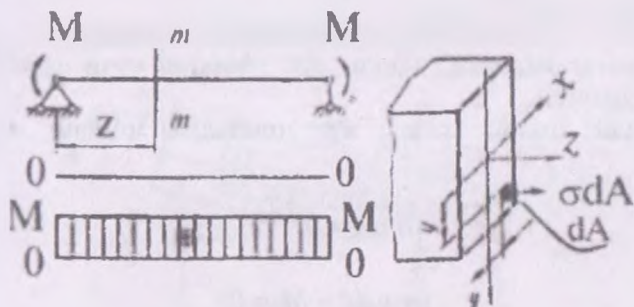
Соф эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўсинни текшираемиз (VIII.2 шакл, а).

Тўсиннинг ихтиёрий кесимларида пайдо бўлувчи эгувчи моментларни мувозанатловчи нормал кучланишни аниқлаш мақсадида масалага статик, геометрик ва физик нуқтаи назардан ендашиш зарур.

### I. Масаланинг статик томони

Қуйидаги ишларни кетма-кет бажарамиз:

1) тўсинни чап таянчдан ихтиёрий  $z$  абсцисса бўйича  $m-m$  кесим билан фикран қирқамиз.



VIII.2 - шакл

2)  $m-m$  кесимнинг унг томонини ташлаб юбориб, тўсиннинг қолган қисмини алоҳида ажратамиз (VIII.2-шакл, б).

Кесимдан координаталари  $x$ ,  $y$  ва юзаси  $dA$  бўлган элемент ажратиб оламиз; бу элементга фақат  $dN = \int \sigma dA$  ички зўриқиш

(A)

таъсир кўрсатади;

3) ажратилган қисмнинг мувозанатини текшираемиз. Умумий ҳолда олти мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$\left. \begin{aligned} \sum X_i &= 0, & \sum M_{ox} &= 0, \\ \sum Y_i &= 0, & \sum M_{oy} &= 0, \\ \sum Z_i &= 0, & \sum M_{oz} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Биз текшираётган ҳолат учун юқоридаги тенгламаларнинг дастлабки иккитаси айният равишда нолга айланади; чунки  $dN_z$  ички зўриқиш кучи  $ox$  ва  $oy$  ўқларига нисбатан тик йўналган.

Мувозанат тенгламаларининг учинчиси қуйидагича ёзилади:

$$\int_{(A)} \sigma dA = 0, \quad (6)$$

тўртинчиси

$$M - \int_{(A)} \sigma dA y = 0 \quad (в)$$

ва бешинчиси эса

$$\int_{(A)} \sigma dA x = 0 \quad (г)$$

кўринишда ифодаланади

Ниҳоят, мувозанат тенгламаларининг охиригиси айният равишда нолга айланади, чунки  $dN_z$  зўриқиш кучи  $oz$  ўқиға параллел йўналган.

Шундай қилиб, чексиз кўп номанълум миқдор  $\sigma$  га эга бўлган

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \sigma dA &= 0 \\ \int_{(A)} \sigma y dA - M &= 0 \\ \int_{(A)} \sigma x dA &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (д)$$

кўринишдаги учта тенгламалар тизимига эга бўлдик. Шу жиҳатдан қараганда соф эгилишда нормал кучланишни аниқлаш масаласи статик аниқмас экан.

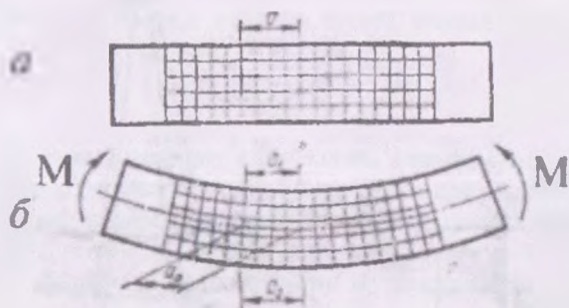
## II. Масаланинг геометрик томони

Соф эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўсин (масалан, резинадан ясалган)нинг сиртига тур чизиб (VIII.3-шакл, а). деформациядан сўнг қуйидаги ҳодисалар намоён бўлишини кузатиш мумкин:



• тўсиннинг сиртидаги бўйлама чизиқлар деформациядан кейин оралиқ масофани узгартирмасдан эгриланади; кўндаланг чизиқлар эса туғрилигича қолади. Бу ҳол, биринчидан у ўқи кўндалишида чизиқли деформация ( $\epsilon_y = 0$ ) мавжуд эмаслигини, иккинчидан эса Бернулли гипотезасининг туғри эканлигини тасдиқлайди.

• тўсиннинг қавариқ томонидаги толалари чўзилиб ( $a_1 > a$ ), ботиқ томонидаги толалари эса сиқилади ( $a_1 < a$ ); улар орасида ётувчи қандайдир толалар узунликларини ўзгартирмайди:  $a_0 = a = \text{const}$  бўлади (VIII.3-шакл, б). Демак, тўсиннинг чўзилган ва сиқилган толалар қатлами орасида шундай қатлам мавжуд эканки, унда ётувчи толалар тўсин эгилган-чи ҳам ўз узунликларини ўзгартирмас экан.



VIII.3-шакл

Тўсиннинг чўзилмаган ва сиқилмаган толалари ётган қатлами **нейтрал қатлам** дейилади. Нейтрал қатлам текислиги билан тўсиннинг кўндаланг кесим текислиги кесишган чизиқ мазкур кесимнинг **нейтрал ўқи** деб аталади. Тўсин эгилганда ҳар бир кўндаланг кесим ўзининг нейтрал ўқи атрофида айланади.

Брусдан ажратиб олинган  $dz$  узунликдаги элементни кўриб чиқамиз (VIII.4-шакл, а); нейтрал қатламдан юқоридagi барча толалар чўзилиб, пастки толалар эса сиқилади. Масалан, нейтрал қатламдан у масофадаги бирор  $ab$  тола чўзилиб,  $a'b'$  узунликка эга бўлади (VIII.4-шакл, б).

Чизмадан толанинг дастлабки узунлигини  $a'_0 b'_0 = dz = \rho d\theta$  кўришида ёзиш мумкин.

Бу ерда  $\rho$  -нейтрал қатламнинг ҳозирча номаълум бўлган эгирик радиуси.

Қаралаётган толанинг чўзилишидаги мутлақ деформацияси

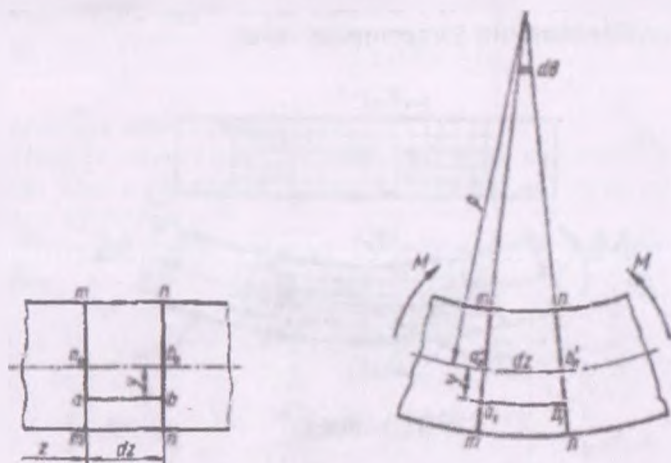
$$\Delta(dz) = a'b' - ab = (\rho + y) d\theta - \rho d\theta - y d\theta$$

ва нисбий чўзилиши эса

$$\epsilon = \frac{\Delta(dz)}{dz} = \frac{y d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \quad (\text{VIII 1})$$

га тенг бўлади.

Демак, текшириляётган толанинг нисбий чўзилиши нейтрал ўққича бўлган масофага тўғри мутаносиб экан.



VIII.4-шакл

### III. Масаланинг физик томони

Масалани физик нуқтаи назардан таҳлил қилиш учун текшириляётган  $ab$  толанинг кучланиш ҳолатини билиш муҳимдир. Юқорида кўриб ўтганимиздек, биринчидан толанинг  $dA$  кўндаланг кесимида урунма кучланиш таъсир курсатмайди; у ҳолда урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунига асосан, тўсин ўқига параллел кесимларда ҳам урунма кучланишлар пайдо бўлмайди. Иккинчидан қўшни толаларнинг у ўқи йўналишидаги узаро таъсирини ифодаловчи нор

мал кучланиш ҳам нолга тенг, чунки мазкур йуналишда чизикли деформация ( $\epsilon_x = 0$ ) мавжуд эмас

Бундан чиқди, тўсиннинг барча бўйлама толалари зирларига босим қўжатмасдан, балки улар чизикли кучланиш ҳолатида булиб, мустақил равишда фақат чўзилар ёки сиқилар экан; бу ҳулоса нейтрал ўқдан у масофада турган толалардаги нормал кучланишларни аниқлаш учун оддий чўзилиш ёки сиқилишдаги Гук қонунини қўллашга имкон беради:

$$\sigma = E \epsilon_z \quad (\text{VIII.2})$$

#### IV. Синтез

(VIII.1) муносабатни назарда тутиб, нормал кучланиш учун қуйидаги ифодани ёзамиз:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (\text{VIII.3})$$

Бу ерда  $E$  ва  $\rho$  параметрлар кесим юзаси  $dA$  га тенг бўлган цементнинг ҳолатига боғлиқ бўлмаган миқдорлардир.

Демак, соф эгилишда тўсиннинг кўндаланг кесимида ётган барча нуқталарнинг нормал кучланиши, мазкур нуқтадан нейтрал ўққача булган масофага тўғри мутаносиб равишда ўзгарар экан.

Охирги формула гарчи нормал кучланишнинг кесим юза баландлиги буйича чизикли қонуният билан ўзгаришини ифодаласа-да, аммо унинг ёрдамида кучланишни ҳисоблаб бўлмайди, чунки нейтрал ўқнинг ҳолати ва нейтрал қатламнинг ирилик радиуси ҳозирча бизга маълум эмас. Шу боис, (VIII.3) ифодани эътиборга олган ҳолда (d) тенгламалар тизимини қуйидагича ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} dA &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y dA = 0 \\ \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} y dA - M &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y^2 dA - M = 0 \\ \int_{(A)} E \frac{y}{\rho} x dA &= \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y x dA = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{e})$$

Бизга маълумки, (е) ифода таркибидаги интеграл муносабатлар, тегишлича кўндаланг кесим юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини, ўқли инерция моментини ҳамда  $x$  ва  $y$  ўқларига нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ифодалайди (VI-бобга қаранг):

$$S_x = \int y dA, \quad J_x = \int y^2 dA, \quad D_{xy} = \int xy dA \quad (е)$$

Шуни ҳам қайд қилиш муҳимки,  $\frac{E}{\rho} = \text{const}$  ва нолга тенг

бўлмаган миқдордир.

Демак, охирги ифоданинг биринчи ва учинчисидан  $S_x=0$  ва  $D_{xy}=0$  эканлиги келиб чиқади.  $S_x$  нинг нолга тенг бўлиши  $x$  ўқининг кесим юза оғирлик марказидан ўтишини,  $D_{xy}$  нинг нолга тенг бўлиши эса  $ox$  ва  $oy$  ўқларнинг бош ўқлар эканлигидан далолат беради

(е) ифоданинг иккинчисидан нейтрал қатламнинг эгрилигини топамиз:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x} \quad (\text{VIII.4})$$

Ниҳоят, охирги ифодани (VIII.3) га қуйиб, қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

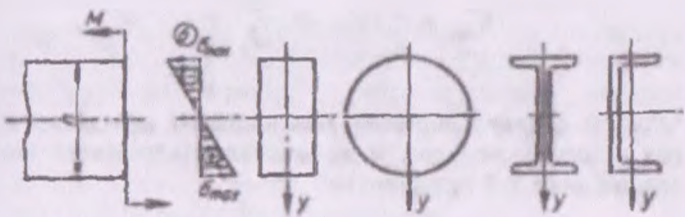
$$\sigma = \frac{M}{J_x} y \quad (\text{VIII.5})$$

Бу ерда  $M=M_x$  -кучланиш топиладиган кесимдаги зғувчи момент

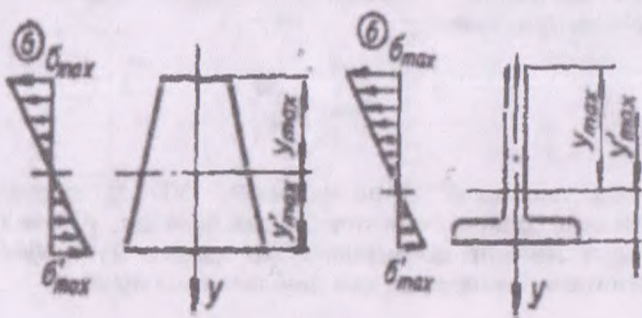
Олинган ифода соф эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўсиннинг кўндаланг кесимида ётувчи исталган нуқтадаги нормал кучланишни аниқлаш формуласи ёки Навье формуласи дейилади.

(VIII.5) формуладан кўриниб турибдики, нормал кучланиш  $y$  масофага чизиқли боғлиқдир; VIII.5-шаклда нейтрал ўққа нисбатан симметрик, VIII.6-шаклда эса носимметрик бўлган баъзи кесим юзалар учун нормал кучланишнинг кесим юза баландлиги буйича тақсимланишини кўрсатувчи нормал кучла

ниш эпюраси келтирилган. Ушбу эпюрадаги мусбат ишора голларнинг чузилишини, манфий ишора эса уларнинг сиқилишини кўрсатади



VIII.5- шакл



VIII.6-шакл.

Нормал кучланиш эпюрасидан кўришиб турибдики, биринчидан симметрик кесим юзаларнинг нейтрал ўқдан баравар уюқликда жойлашган барча толаларининг нормал кучланишлари тенгдир. Иккинчидан эса энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар кундаланг кесимнинг нейтрал ўқдан энг юқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади; уларнинг қиймати эса (VIII.5) формулага  $y = y_{max}$  ёки  $y = y_{min}$  ларни қўйиш йўли билан топилади:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max}^+ &= \frac{M}{J_x} y_{\max} = \frac{M}{J_x} y_{\max} \\ \sigma_{\max}^- &= \frac{M}{J_x} y'_{\max} = \frac{M}{J_x} y_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.6})$$

Охирги формулаларнинг махражидаги ифодалар кўндаланг кесим юзанинг нейтрал ўққа нисбатан қаршилиқ моментини ифодалайди (6.9-§ га қаранг):

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}, \quad W'_x = \frac{J_x}{y'_{\max}}$$

Шундай қилиб, чўзилган толалардаги нормал кучланиш куйидагига тенг экан:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x} \quad (\text{VIII.7})$$

Шуни таъкидлаб утиш муҳимки, (VIII.5) формула гарчи соф эгилиш ҳолати учун чиқарилган бўлсада, ундан кўндаланг эгилган тўсиннинг кесимидаги ҳар қандай нуқтанинг нормал кучланишини аниқлашда ҳам фойдаланиш мумкин.

### 8.3-§. Кўндаланг эгилишда урунма кучланишларни аниқлаш

Айтайлик, кўндаланг эгилишга қаршилиқ кўрсатувчи тўсиннинг ихтиёрий кесимларида ҳосил бўлувчи урунма кучланишларнинг миқдори ва кесим юза буйича тақсимланиш қонуниятларини аниқлаш талаб этилсин

#### I. Масаланинг статик томони

Ҳар галгидек, куйидаги ишларни кетма-кет бажарамиз:

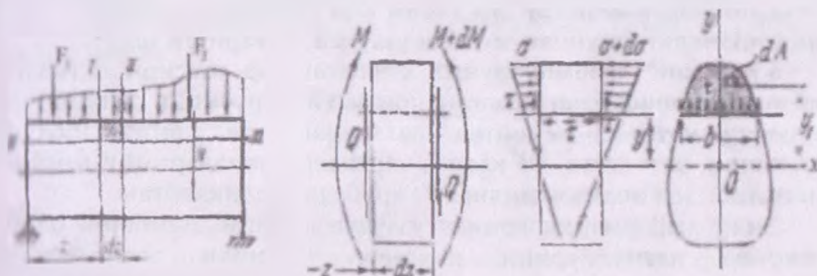
1) кесим усулига асосланиб, тўсиннинг таянчидан  $z$  масофада жойлашган  $dz$  узунликдаги чексиз кичик элемент бўлакчани ажратиб оламиз (VIII.7-шакл. а).

2) ажратилган булакчанинг мувозанат ҳолатини сақлаш учун унга ташлаб юборилган қисмларнинг кўрсатган таъсирини ички куч ( $M$  ва  $Q$ )лар билан алмаштирамиз (VIII.7-шакл, б).

Кесимларда пайдо бўлувчи нормал кучланишнинг фақат илпучи моментга ва урунма кучланишнинг эса кўндаланг кучга боғлиқ эканлигини 8.1-§ да кўриб ўтган эдик. Ана шу хулосага ички кучлар таъсирининг бир-бирига ҳалал бермаслик тамойилини асосланиб, элементга фақат  $Q$  нинг кўрсатган таъсирини ўрнанамиз.

Қуйидаги чекланишларга таянамиз:

- кўндаланг кесимда ҳосил бўлувчи урунма кучланишлар кесувчи кучга параллел йўналган;
- нейтрал ўқдан барабар масофада турган барча нуқталардаги урунма кучланишлар тенг.



VIII.7-шакл.

Кесим юза бўйича таъсир қилаётган урунма куч (кучланиш) ички йиғиндиси фақат кўндаланг куч билан мувозанатлашади:

$$Q = \int_A \tau_y dA \quad (4)$$

Демак, урунма кучланишлар миқдор жиҳатидан кўндаланг кучга тенг, йўналиши эса унинг йўналишига тесқари экан.

Энди урунма кучланишларнинг кесим юза бўйича қандай тақсимланганлигини кўриб чиқамиз. Бунинг учун эса аввало кўндаланг кесимнинг ўзига хос нуқталари атрофидан олинган ихтиёрий  $dA$  юзачалардаги кучланишларни аниқлаш зарур. Маълуман, тўсиннинг сиртида ётувчи нуқталардан утувчи  $dA$  юзача-

га урунма кучлар таъсир этмайди, чунки тўсиннинг сиртида урунма кучлар йўқ. Шу сабабли урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунига таяниб, қўндаланг кесимнинг сирти (контур)га чексиз яқин жойлашган юзачалардаги урунма кучланишларнинг нолга тенглигига ишонч ҳосил қилиш мумкин.

Қўндаланг кесимлардаги бошқа барча нуқталардан ўтувчи юзлардаги урунма кучланишнинг қиймати нолдан фарқли.

Юқоридаги мулоҳазалардан қўндаланг кесимдаги урунма кучланишлар умумий ҳолда  $\tau_y = \tau(\gamma)$  эгри чизиқли қонуният бўйича узлуксиз ўзгаради, деган хулосага келиш мумкин.

## II. Масаланинг геометрик томони

Кесимларда ҳосил бўлувчи урунма кучланишлар натижасида силжиш деформацияси содир бўлиши табиий. Шу сабабли силжиш деформацияси ҳам кесим юза баландлиги бўйича  $\gamma = \gamma(y)$  эгри чизиқли қонуният асосида узлуксиз ўзгариши шарт.

Қўндаланг кесими урунма кучланишлар таъсири остидаги резина материалдан ясалган призматик бруснинг эгилишини кузатиш натижасида нейтрал қатламдаги толаларнинг нисбий силжиши энг катта ва кесим сиртидаги толаларнинг нисбий силжиши эса нолга яқинлиги тажрибада тасдиқланган.

Энди деформацияларнинг узлуксизлигини эътиборга олиб, тажриба натижаларини иккинчи тартибли эгри чизиқ кўринишида ифодалаймиз. Бу эгри чизиқни параболанинг тенгламаси кўринишида қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\gamma_y = \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \quad (\text{VIII } 7)$$

Бунда  $\gamma_{\max}$  - энг катта силжиш бурчаги бўлиб, тенгламанинг параметри ҳисобланади.

## III. Масаланинг физик томони

(VIII.7) формулани назарда тутиб, силжишдаги Гук қонунини қуйидагича ёзамиз:

$$\tau_y = G \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) \quad (\text{VIII.8})$$



Демак, урунма кучланиш у коэффициенти ва  $\gamma_{\max}$  параметрлар билан функционал боғланишда экан

#### IV. Синтез

Энди  $\gamma_{\max}$  параметрни аниқлашга ўтамиз (VIII.8) формулани эътиборга олиб, статиканинг мувозанат тенгламасини губандагича ёзамиз:

$$Q = \int_{(A)} G \gamma_{\max} \left( 1 - \frac{4y^2}{h^2} \right) dA = G \gamma_{\max} \left[ \int_{(A)} dA - \frac{4}{h^2} \int_{(A)} y^2 dA \right] \quad (8)$$

Қавс ичидаги биринчи интеграл кесим юза  $A$  га, иккинчиси эса нейтрал ўққа нисбатан олинган инерция моменти  $J_x$  га тенг; шу боис, энг катта силжиш бурчагини қуйидагича ифодалаш мумкин:

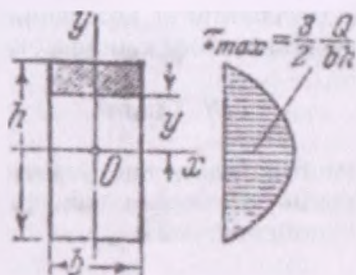
$$\gamma_{\max} = \frac{Q}{G \left( A - 4 \frac{J_x}{h^2} \right)} \quad (VIII.9)$$

Охирги ифодани эътиборга олиб, (VIII.8) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\tau_y = \frac{\left( 1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right) Q}{A - 4 \frac{J_x}{h^2}} = \frac{Q \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{h^2}{4} A - J_x} \quad (VIII.10)$$

(VIII.10) формула билан кўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги урунма кучланишни аниқлаш мумкин. Аммо бу формула деярли барча адабиётларда бирмунча бошқачароқ ифринишда келтирилган. Шу сабабли, қуйидаги хусусий ҳолни таҳлил қилиш мақсадга мувофиқдир

Айтайлик, тўсиннинг кесими туғритўртбурчак шаклида бўлсин (VIII.8-шакл, а).



а б  
VIII.8-шакл

Тўғри тўртбурчакли кесим юзаси учун  $A = bh$ ,  $J_x = \frac{bh^3}{12}$  эканлигини назарда тутсак, тегишли соддалаштиришдан сўнг

$$\tau_y = \frac{(1 - 4 \frac{y^2}{h^2})}{\frac{2}{3} bh} Q$$

еки

$$\tau_y = \frac{b h^3 \left(1 - 4 \frac{y^2}{h^2}\right)}{2 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} bh} Q = \frac{b \left(h^3 - 4 y^2\right)}{2 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} b J_x} Q \quad (\text{VIII } 11)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Охирги ифодага  $S_x^{акр} = \frac{b}{2} \left( \frac{h}{4} - y \right)$  белгилашни киритиб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\tau_y = \frac{Q S_x^{акр}}{b J_x} \quad (\text{VIII } 12)$$

Бу ерда,  $S_x^{акр}$  - кундаланг кесимдан урунма кучланиши топилиши керак булган қатламнинг юқорисидан ажратиб олинган юзачанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти;

$b = b_y$  - урунма кучланиши топиладиган қатламдаги кундаланг кесимнинг эни;

$J_x$  - кундаланг кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти;

$Q = Q_x$  - текширилаётган кундаланг кесимдаги кесувчи куч

(VIII.12) формулани дастлаб рус муҳандиси Д.И.Журавский таъриб чикарган; шунинг учун бу формула Журавский формула-си ёки кундаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги урунма кучланиши аниқлаш формуласи деб аталади

(VIII.12) формула ёрдамида урунма кучланишларнинг афтлиқ қонунига асосланиб тўсиннинг бўйлама кесимларидаги урунма кучланишларни ҳам аниқлаш мумкин

Журавский формуласидан кўриниб турибдики, умумий ҳолада урунма кучланишларнинг кесим юзаси баландлиги

бўйича тақсимланиши  $\frac{S_x^{axp}}{b_y}$  ўзгарадиган қонуниятга мос келиши

Аммо  $b_y = b = const$  бўлган кесимларда, хусусан тўғри тўртбурчакли кесимларда эса урунма кучланишлар кесим баландлиги бўйича  $S_x^{axp}$  ни ифодаловчи қонуниятга биноан ўзгаради.

Мисол тариқасида тўғри тўртбурчакли кесимнинг баландлиги бўйича урунма кучланишнинг тақсимланиш қонуниятини таққил қиламиз.

Дастлаб, урунма кучланиши топилиши талаб этилаётган нуқтадан юқорида жойлашган юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини аниқлаймиз:

$$S_x^{axp} = A_{axp} y_c = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (VIII.13)$$

чунки

$$A_{axp} = b \left( \frac{h}{2} - y \right), \quad y_c = y + \frac{\left( \frac{h}{2} - y \right)}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right)$$

Бундан гашқари,  $J_x = \frac{bh^3}{12}$ ,  $b = const$  эканликлари маълум.

Натижада қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\tau_x = \frac{Q \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \frac{bh^3}{12}} = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (\text{VIII } 14)$$

Демак, урунма кучланиш кесим юза баландлиги буйича паробола қонуниятига мос равишда ўзгарар экан

Урунма кучланишнинг эпюрасини қураимиз:

$$y = 0,5 h \quad \text{бўлганда} \quad \tau = 0 \quad \text{бўлади;}$$

$$y = 0 \quad \text{бўлганда} \quad \tau = \frac{3Q}{2A} \quad \text{бўлади.}$$

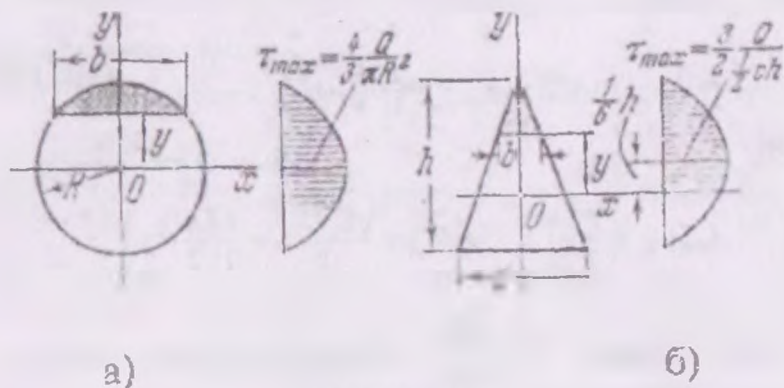
Урунма кучланиш  $\tau$  нинг эпюраси VIII 8-шакл, 6 да курсатилган

Энг катта урунма кучланиш нейтрал ўқ устидаги нуқталарда бўлиб, унинг қиймати қуйидагига тенгдир:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{\max}}{A} \quad (\text{VIII } 15)$$

Демак, қўндаланг эгилишдаги энг катта урунма кучланиш соф силжиш ҳолатидаги ўртача урунма кучланиш  $\tau_{\text{орт}} = \frac{Q_{\max}}{A}$  дан 1,5 марта катта экан.

VIII.9-шакл а ва б ларда кесими тегишлича доиравий ва учбурчакли тўсинлар учун урунма кучланишнинг эпюраси келтирилган (ўқувчиларга мустақил бажариш тавсия этилади).



VIII 9-шакл

Бу эпюралардан қуйидаги хулосаларга келиш мумкин:  
 а) доиравий кесимларда энг катта урунма кучланиш нэй-  
 трал ўқ устидаги нуқталарда бўлиб, унинг қиймати

$$\sigma_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_{\max}}{\pi R^2} \quad (в)$$

10 ГЕНГ;

8.1-жадвал

Масалани таҳдлий урганиш кетма-кетлиги		Соф эгилвиш	Кундалавг эгилвиш
формулалар			
1	статик нуқтаи назардан ёндашиш	$\int_{(A)} \sigma dA = 0$ $\int_{(A)} \sigma y dA - M = 0$ $\int_{(A)} \sigma x dA = 0$	$\int_{(A)} \tau_y dA - Q = 0$
2	геометрик нуқтаи назардан ёндашиш	$\epsilon_y = 0$ $\epsilon_x = \frac{y}{\rho}$	$\gamma = \gamma(y)$
3	физик нуқтаи назардан ёндашиш	$\sigma_x = E \epsilon_x$	$\sigma_x = E \epsilon_x,$ $\tau_y = G \gamma_y$
4	хулоса	$S_x = 0, \quad J_{xy} = 0,$ $\rho = \frac{M}{E J_x},$ $\sigma = E \frac{y}{\rho}, \quad \sigma = \frac{M}{J_x} y,$ $\sigma = \frac{M}{W_x}$	$\sigma = \frac{M}{J_x} y,$ $\tau_y = \frac{Q S_x^{\max}}{b J_x}$

б) учбурчакли кесимларда энг катта урунма кучланиш нейтрал ўқдан  $\frac{h}{6}$  масофадан утувчи чизиқ устида жойлашган нуқталарда бўлиб, унинг қиймати

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{\max}}{0,5bh} \quad (r)$$

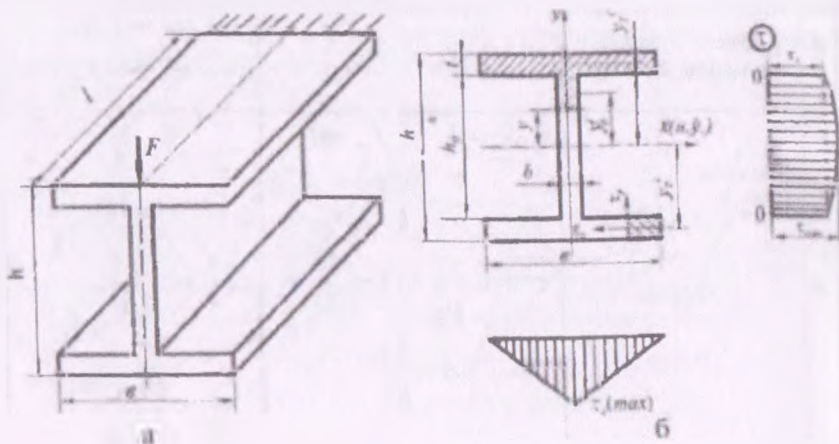
га тенг.

### Хулоса

Тўсинларнинг соф эгилиши ва кундаланг эгилишига оид масалаларнинг уч томонини таҳлил қилиш натижасида келиб чиққан баъзи муҳим формулаларни 8.1-жадвалга ёзамиз.

### 8.4-§. Юпқа деворли профилли тўсинлар учун урунма кучланишларнинг эпюраларини қуриш. Эгилиш маркази.

Аввал бир учи қистириб маҳкамланган, иккинчи учига эса  $F$  куч қўйилган қўшгавр кесимли консол-тўсин учун урунма кучла нишлар эпюрасини қуришни кўриб чиқамиз (VIII.10-шакл, а).



VIII.10-шакл

Қўштакли кесимнинг ўзига хос томони шундаки, ундаданг куч  $Q$  нинг асосий қисмини унинг вертикал девори қабул қилиб, токчасига эса жуда кам (буни эътиборга олмаса ҳам бўлади) қисми тўғри келади.

Журавский формуласидан фойдаланиб, кесимнинг деворини олинган ихтиёрлий нуқтанинг урунма кучланишини шиклашга ўтамиз (VIII.10-шакл, б). Мазкур нуқта орқали нейтрал ўққа параллел чизиқ ўтказиб, ундан юқорида жойлашган бўлакча (штрихланган кесим)нинг статик моментини

$$S_x^{axp} = A_m y_m + A_d y_d' \quad (a)$$

урунишда ёзиб оламиз.

Бунда  $A_m$  ва  $A_d$  лар тегишлича токча ва деворнинг (штрихланган кесим)нинг юзалари бўлиб, улар қуйидагига тенг:

$$A_m = bt; \quad A_d = \delta \left( \frac{h_d}{2} - y \right)$$

Нейтрал ўқдан штрихланган кесимларнинг оғирлик марказларигача бўлган масофаларни ҳисоблаймиз:

$$y_m^c = \frac{1}{2} \cdot (h_d + t); \quad y_d^c = \frac{1}{2} \left( \frac{h_d}{2} + y \right)$$

$$\text{Демак, } S_x^{axp} = \frac{bt}{2} (h_d + t) + \frac{\delta}{2} \left( \frac{h_d^2}{4} - y^2 \right) \quad (6)$$

Журавский формуласидан фойдаланиб урунма кучланишни шиклаймиз:

$$\sigma_x = \frac{Q}{2\delta J_x} \left[ bt(h_d + t) + \delta \left( \frac{h_d^2}{4} - y^2 \right) \right] \quad (\text{VIII } 16)$$

Бундан чиқди, урунма кучланиш вертикал девор чегараси ( $0 \leq y \leq 0,5h_d$ ) да параболик қонуният билан ўзгарар экан. Бу кучланиш девордан токчага ўтаётган  $n$ -н кесимда

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q \sigma t (h_0 + t)}{2 \delta J_x} \quad (\text{VIII } 17)$$

га, нейтрал қатламда эса

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q}{2 \delta J_x} \left[ \sigma t \cdot (h_0 + t) + \frac{\delta h_0^2}{4} \right] \quad (\text{VIII } 18)$$

га тенгдир.

Қўштаврли кесим токчасидаги урунма кучланишнинг тақсимлаш қонуниятини аниқлашда ундаги ҳар бир нуқтада иккита  $\tau_y$  ва  $\tau_x$  урунма кучлар пайдо бўлишини унутмаслик лойим.

Масалан, Журавский формуласи ёрдамида  $\tau_y$  топилса, кесим эни бирданига ўзгарган жойда урунма кучланиш эпюрасида сакраш бўлади (эпюранинг бу қисми чизмада ингичка чизиқ билан курсатилган) Лекин,  $\tau_y$  ни аниқлаш учун (VIII.16) формулани ишлатиб бўлмайди, чунки текширишлардан маълумки, Журавский формуласи фақатгина кесим баландлиги энига қараганда етарлича катта бўлгандагина туғри натижа беради.

Қолаверса  $\tau_y$  ни аниқлашни деярли зарурияти йўқ, чунки унинг қиймати жуда кичик бўлиб, тўсиннинг мустақамлигига таъсир курсатмайди.

Энди токчанинг эни бўйича ўзгарувчи урунма кучланиш  $\tau_x$  ни аниқлашга утамиз.

Токча қалинлиги бўйлаб урунма кучланишлар текис тақсимланган деб тахмин қилиб, статик моментни аниқлаймиз:

$$S_x^{\text{цент}} = \frac{t}{2} (h_0 + t) \cdot x \quad (\text{в})$$

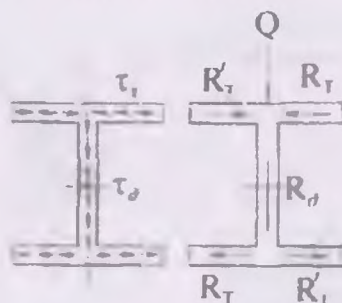
Демак, урунма кучланиш токчанинг эни бўйлаб чизиқли қонуниятга биноан тақсимланар экан:

$$\tau_x = \frac{Q t (h_0 + t) x}{2 J_x} \quad (\text{131 в})$$

Шуни алоҳида таъкидлаш муҳимки, қўштаврли кесим иккита симметрия ўқида эга бўлганлиги ҳамда куч текислиги уларнинг бири билан устма-уст тушганлиги туфайли токчаларда



пайдо бўлувчи урунма куч ( $R_m, R'_m$ ) лар узаро мувозанатлашади ва ниҳоят текшириладиган тўсин фақат эгилишгагина қаршилиқ қўрсатади (VIII.11-шакл, а, б).



VIII 11-шакл

Аmmo, нейтрал ўққа тик бўлган марказий бош ўқ оу симметрия ўқи бўлмаса, кесимнинг тоқчаларида ҳосил бўлувчи урунма кучланиш тўсиннинг кучланиш ҳолатига катта таъсир кўрсатиб, ҳатто оддий деформация мураккаб деформацияга айланиши ҳам мумкин (VIII.12 шакл, а).

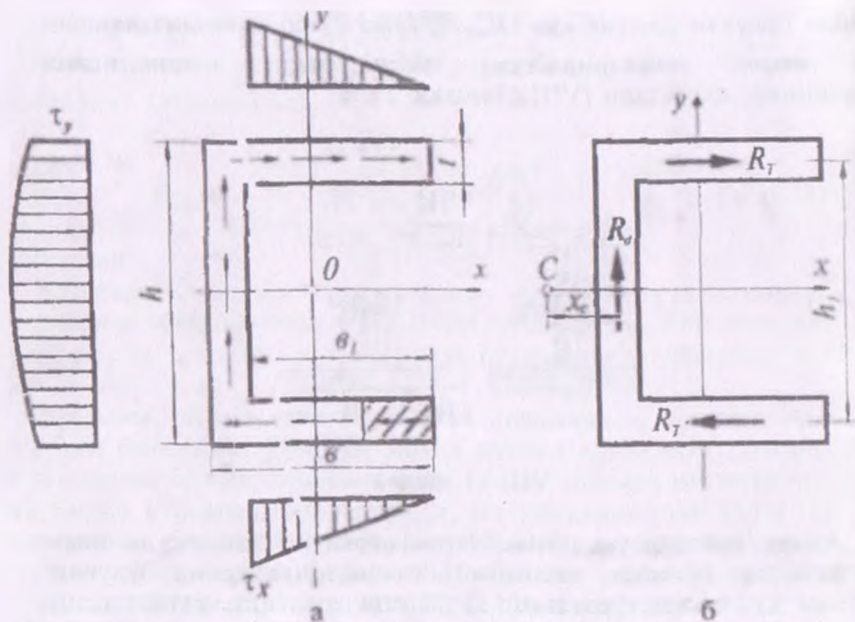
Швеллернинг оғирлик марказидан ўтувчи  $F$  куч вертикал деворда  $\tau_y$ , горизонтал тоқчаларда эса  $\tau_x$  урунма кучланишларни пайдо қилади. Қўштаврли кесим учун баён эгилган услуб асосида швеллер кесим учун ҳам урунма кучланиш эпюраларини қўшиш мумкин (VIII.12-шакл, б).

Вертикал девордаги урунма кучланишлар таъсиридан илгириндиси  $R_x$  га тенг бўлган силжитувчи куч пайдо бўлади. Агар тоқчалардаги  $\tau_y$  урунма кучлашларни ҳисобга олмасак, қуйидаги тахминий тенгликни ёзиш мумкин:

$$R_x \approx Q_y$$

Тоқчадаги натижавий силжитувчи куч  $R_m$  ни топиш учун урунма кучланишлар эпюраси юзасини тоқча қалинлигига қўшайтириш кифоя:

$$R_m = \frac{\tau_y^{(\max)}}{2} \cdot a_1 \cdot l$$



VIII.12-шахл

Бунда  $\tau_x^{(max)}$  тоқчалаги энг катти урунма кучланиш бўлиб, тубандагича аниқланади:

$$\tau_x^{(max)} = \frac{Q_y \cdot S_x^{max}}{J_x}$$

бу ерда  $S_x^{max} = \theta_1 \cdot t \cdot \frac{h}{2}$

Шундай қилиб,

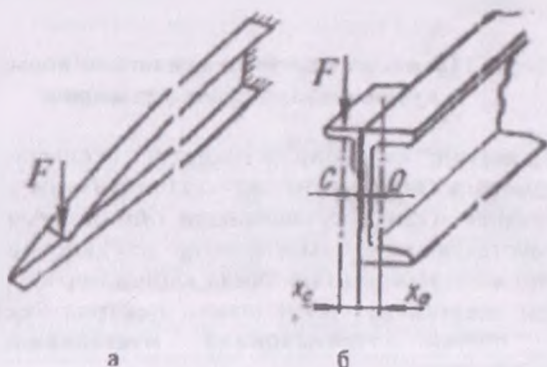
$$R_x = \frac{Q_y}{4J_x} \cdot \theta_1^2 \cdot h_1 \cdot t \quad (\text{VIII.19})$$

Пастки ва юқориги тоқчалардаги силжитувчи кучлар моменти қуйидагига тенг бўлган жуфт куч ҳосил қилади:

$$M_x = R_x \cdot h_1 = \frac{Q_y}{4J_x} \cdot \theta_1^2 \cdot h_1^2 \cdot t \quad (\text{VIII.20})$$

VIII.12-шакл, б дан кўришиб турибдики, девор ва тоқчаларнинг урунма (силжитувчи) кучлар швеллер кесимини ўз ичига олиб, маркази атрофида соат мили ҳаракати йўналишида буришга интилади.

Натижада кесимда яна ички зўриқиш-буровчи момент пайдо бўлиб, тўсин бир вақтнинг ўзида эгилиши ва бурилиши мумкин (VIII.13-шакл, а).



VIII.13-шакл.

Швеллер девори ва тоқчаларидаги урунма кучларни бош вектор ва бош моментга келтириш мумкин. Бош моментнинг таърифи кучлар келтириладиган нуқтанинг ҳолатига боғлиқ бўлади. Шундай  $A$  нуқтани танлаш мумкин бўлсинки, мазкур нуқтага нисбатан бош момент доимо нолга тенг бўлсин. Одатда, бундай нуқта эгилиш маркази деб аталади.

Урунма кучлар моментини нолга тенглаб қуйидагини ҳосил қиламиз (VIII.13-шакл, б):

$$\sum M_A = 0, \quad M_1 - Q_y x_c = 0.$$

Бундан 
$$x_c = \frac{M_1}{Q_y}$$

(VIII.20) ифодани эътиборга олиб, вертикал девор уқидан эгилиш марказигача бўлган масофани топамиз:

$$x_c = \frac{\sigma_1^2 h_1^2 l}{4J_x} \quad (\text{VIII.21})$$

Амалда тизвеллер кесимли тўсинларнинг буралишига йўл қўймаслик мақсадида махсус мослама воситасида ташқи куч кесимнинг оғирлик марказига эмас, балки эгилиш марказига қўйилади, шу жиҳатдан олганда  $x_c$  ни аниқлаш муҳим аҳамиятга эгадир

### 8.5-§. Тўсинларнинг мустаҳкамлигини нормал кучланишлар бўйича текшириш

Агар тўсиннинг ихтиёрий кўндаланг кесимларида ҳосил бўлувчи нормал кучланишнинг энг катта қиймати унинг материали учун жониз нормал кучланишдан ошиб кетмаса, у ҳолда тўсиннинг мустаҳкамлиги таъминланган деб ҳисобланади.

Чўзилиш ва сиқилишга бир хилда қаршилиқ курсатувчи материаллардан ясалган ва кесим шакли нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлган тўсинларнинг мустаҳкамлик шартини қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{VIII.22})$$

бунда  $M_{\max}$  - тўсиннинг хавфли кесимдаги эгувчи момент;

$\sigma_{adm}$  - тўсин материали учун жониз кучланиш.

Тўсиннинг мустаҳкамлик шартини қуйидаги уч хил масалани ҳал қилишга имкон беради:

а) мустаҳкамликка текшириш:

Агар кўндаланг кесим ўлчамлари олдиндан берилган тўсинга қўйилган ташқи кучларнинг миқдори маълум бўлса, у ҳолда хавфли кесимдаги нормал кучланиш  $\sigma_{\max}$  аниқланиб, уни тўсин материали учун жониз кучланиш  $\sigma_{adm}$  билан солиштириб кўриш мумкин:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{a})$$

Бу кучланишлар орасидаги фарқ 5 фоиздан ошмаслиги керак, акс ҳолда тўсиннинг мустаҳкамлиги ёки материалнинг теъдиллиши таъминланмай қолади

*б) мустаҳкам кесим юза танлаш.*

Агар тўсинга қўйилган ташқи кучларнинг миқдори ва унинг материалли маълум бўлса, у ҳолда тўсин кундаланг кесимининг минимал ўлчамларини топиб, мустаҳкам кесим юза танлаш мумкин. Бунинг учун кесимнинг муайян шаклига кура қаршилик моментининг геометрик ифодаси тузилади ва у

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} \quad (6)$$

Формуладан аниқланган қаршилик momenti билан тенглаштирилган ҳолда ундан керакли ўлчамлар аниқланади

Борди-ю, тўсин прокат пўлатдан ясалган бўлса, (6) формуладан топилган  $W_x$  нинг қийматига кура тўсиннинг кундаланг кесим ўлчамлари сортаментдан танланади (қушпавр, швеллер ва бошқалар).

*в) тўсин кутара оладиган энг катта кучни топиш.*

Агар тўсиннинг кундаланг кесим ўлчамлари ва унинг материалли олдиндан маълум бўлса, у ҳолда тўсин кутара оладиган ташқи кучнинг энг катта қийматини аниқлаш мумкин. Бунинг учун

$$M_{max} = \sigma_{adm} W_x \quad (7)$$

Формуладан хавфли кесимдаги эгувчи моментни аниқлаб, уни тўсинга қўйилган ташқи кучлар билан боғлаш етарли; ҳосил қилинган ифодадан тўсинга қўйилиши мумкин бўлган ташқи кучлар топилади.

Шуни таъкидлаб ўтиш муҳимки, агар тўсин чузилиш ва сиқилишга гурлича қаршилик кўрсатувчи материал (масалан, чўрт материал)лардан ясалган бўлса ҳамда кесим шакли нейтрал ўққа нисбаган носимметрик бўлса, у ҳолда мустаҳкамлик шартини чузилувчи ва сиқилувчи кесимлар учун алоҳида-алоҳида гузиш зарур:

$$\sigma_{max}^+ = \frac{M_{max}}{W_x^+} < \sigma_{adm}^+ \quad ; \quad \sigma_{max}^- = \frac{M_{max}}{W_x^-} < \sigma_{adm}^- \quad (8)$$

бунда  $\sigma_{adm}^+$  - чузилишдаги энг катта нормал кучланиш,

$\sigma_{\max}$  - сиқилишдаги энг катта нормал кучланиш.

Охирги формулалардаги келтирилган қаршилик моментлари

$$W_x^+ = \frac{J_x}{y_{\max}}; \quad W_x^- = \frac{J_x}{y'_{\max}} \quad (д)$$

га тенг

### 8.6-§. Тўсинларнинг мустаҳкамлигини урунма кучланишлар бўйича текшириш

Тўсинларнинг урунма кучланишга пухта қаршилик кўрсатишини таъминлаш учун унинг кесимларида пайдо булувчи максимал урунма кучланиш  $\tau_{\max}$  нинг мазкур тўсин материали учун жоиз урунма кучланишдан ошиб кетишига йўл қўймаслик керак:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}^{\text{цент}}}{bI_x} \leq \tau_{adm} \quad (\text{VIII.23})$$

бунда  $\tau_{\max}^{\text{цент}}$  - кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқдан бир

томонда жойлашган юзанинг мазкур ўққа нисбатан статик моменти;

$\tau_{adm}$  - тўсин материали учун жоиз кучланиш (пўлатдан ясалган тўсинлар учун  $\tau_{adm} \approx 0,6 \sigma_{adm}$ ).

Баъзи материаллар, хусусан ёғоч материаллари силжиш (урунма кучланиш)га заиф қаршилик кўрсатади. Аниқроғи, ёғочдан ясалган тўсинларнинг нейтрал қаватидаги толалари урунма кучланишларга чидаш бера олмасдан нейтрал қават те кислиги бўйича ёрилиб кетади. Шу сабабли, бундай тўсинларнинг мустаҳкамлигини албатта, урунма кучланишларга нисбатан текшириб қуриш лозим

### 8.7-§. Тўсинларнинг мустаҳкамлигини бош кучланишлар асосида текшириш

Кўндаланг эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўсинларнинг ихтиёрий кесимларидаги нормал ва урунма кучланишларнинг эпюраларини таҳлил қилиб, хавфли нуқталар ҳақида қуйидаги мулоҳазаларни айтиш мумкин (VIII.14 -шакл, а):

а) нормал кучланишлари энг катта қийматга эришган нуқталари хавфли нуқталар деб ҳисобланади. Бундай нуқталар кесим юзанинг энг чекка толаларида жойлашган бўлади (VIII.14-шакл, б); уларнинг атрофидан ажратиб олинган элемент 1 чизиқли кучланиш ҳолатида бўлиб, унинг мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{VIII.24})$$

шартида ёзилади

б) урунма кучланишлари энг катта қийматга эга бўлган нуқталар хавфли нуқталар деб ҳисобланади. Бундай нуқталар нейтрал қатламда жойлашади (VIII.14-шакл, в); уларнинг атрофидан ажратиб олинган элемент 2 соф силжиш ҳолатида бўлади ва мустаҳкамлик шарти қуйидагича ифодаланади

$$\frac{\sigma_{\max}^{\text{exp}}}{bJ_x} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{VIII.25})$$

в) нормал ва урунма кучланишлари (гарчи улар энг катта қийматларга эришмаса ҳам) бирданига етарли даражада катта қийматга эга бўлган нуқталар хавфли нуқталар деб ҳисобланади. Бундай нуқталар нейтрал қатламдан бирорта у қисофада жойлашган булиб, уларнинг атрофидан ажратиб олинган элемент 4 текис кучланиш ҳолатида бўлади. Бундай элементларнинг мустаҳкамлигини текшириш учун текис кучланиш ҳолатинини умумий назариясига таяниб, аввало бош кучланишларни топиш зарур; сўнгра мустаҳкамлик назарияларидан бири ёрдамида мустаҳкамлик шарти ёзилади. Масалан, мустаҳкамликнинг III назариясига мувофиқ:

$$\sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_{adm} \quad (\text{ii})$$

Маълумки, текис кучланиш ҳолати учун бош кучланишлар

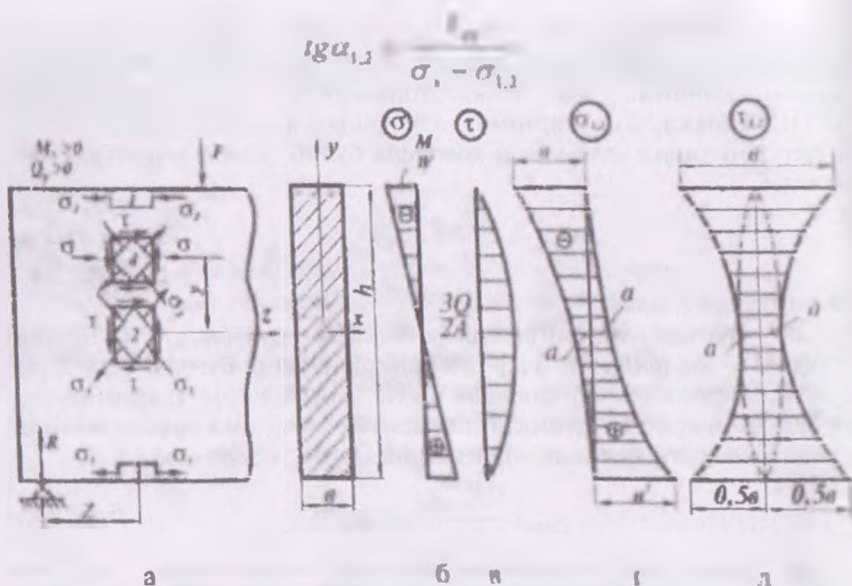
$$\sigma_{1,2} = 0.5(\sigma_x + \sigma_y) \pm 0.5\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

экстремал урунма кучланишлар эса

$$\tau_{1,2} = \pm 0.5\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

формулалар ёрдамида аниқланади.

Бош юзаларнинг йўналишлари эса қуйидагича топилади:



VIII.14-шакл.

Биз тешираётган ҳол учун  $\sigma_x = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = -\tau_{yx} = \tau$  га тенг; бундан гашқари, тўсиннинг ўқиға тик йўналишдаги  $\sigma_y$  нормал кучланишлар нолға тенг бўлади, чунки деформация вақтида тўсиннинг бўйлама толалари бир-бирларига босим курсатмайди. Шу сабабли юқоридаги формулалар анча содлашади.

$$\sigma_{1,2} = 0,5\sigma \pm 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (б)$$

$$\tau_{1,2} = \pm 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (в)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1,2} = -\frac{\tau}{\sigma_{1,2}} \quad (г)$$

Бу формулалар таркибидаги  $\sigma$  ва  $\tau$  ларнинг қиймати мос равишда Навье ва Журавский формулаларидан топилади.



(б) муносабатни назарда тутиб, (а) дан қуйидагига эга бўламиз:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{adm} \quad (d)$$

Худди шу тарзда, мустаҳкамликнинг IV назариясидан

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{adm} \quad (e)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Тўсиннинг мустаҳкамлигини исталган мустаҳкамлик назарияси ёрдамида текширмайлик, бари-бир муайян кесимларнинг қайси нуқталарида  $\sigma$  ва  $\tau$  нинг иккаласи ҳам бирданига етарли даражада катта қийматга эришади, деган саволга дуч келамиз. Текширишлардан маълумки қуйидаги икки шарт баён қилинган тақдирдагина  $\sigma$  ва  $\tau$  лар бирданига етарли даражада катта қийматга эга бўлар экан:

1. Эгувчи момент ва қундаланг кучлар бирданига узларининг катта ёки унга яқинроқ қийматларига эришувчи кесимларида.

Умумий ҳолда,  $M$  ва  $Q$  ларнинг бирданига максимал қийматга эришган кесимларини учратиш қийин. Аммо баъзи ҳолларда, хусусан консолнинг қистириб маҳкамланган кесимларида оғир юк қуйилган нуқта таянчга яқин ўрнатилган ҳоллардагина  $M$  ва  $Q$  лар бирданига энг катта қийматга эришади.

2. Қундаланг кесим тусатдан узгарган жойларда.

Масалан, қўштакли ёки ичи ғовак тўғри тўртбурчакли кесимларда  $\tau$  нейтрал ўқдан четга томон жуда секин камаяди. Кесимнинг девори билан тоқчаси қўшилган жойда  $\sigma$  ва  $\tau$  ларнинг қийматлари етарли даражада катта бўлади.

Шуни таъкидлаб ўтиш зарурки, тўғри тўртбурчакли ва доиравий кесимларда бирданига  $\sigma$  ва  $\tau$  лар энг катта қийматга эга бўладиган нуқталар учрамайди.

Энди (б), (в) ва (г) формулаларга таяниб, битта қундаланг кесим юзасида, аммо турлича баландликларда ётувчи нуқта атрофидан олинган элементларнинг кучланганлик ҳолатини текшираемиз.

I нуқтада 
$$\left( \sigma = -\frac{M_z}{W_z}, \quad \tau = 0 \right)$$

$$\sigma_1 = -0,5 \left( -\frac{M_1}{W_1} \right) + 0,5 \left( -\frac{M_2}{W_1} \right) = 0$$

$$\sigma_2 = -0,5 \left( -\frac{M_1}{W_2} \right) - 0,5 \left( -\frac{M_2}{W_2} \right) = \sigma$$

$$\tau_{1,2} = \pm 0,5 \sigma, \quad \alpha_1 = 90^\circ, \quad \alpha_2 = 0$$

(чизиқли кучланиш ҳолати).

2 нуқтада  $(\sigma = 0, \quad \tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{A})$

$$\sigma_1 = \tau_1, \quad \sigma_2 = \tau_1,$$

$$\gamma_1 = 135^\circ, \quad \gamma_2 = 45^\circ$$

(соф силжиш ҳолати)

3 нуқтада  $(\sigma = \frac{M_2}{W_2}, \quad \tau = 0)$

$$\sigma_1 = -\sigma, \quad \sigma_2 = 0, \quad \tau_{1,2} = \pm \sigma,$$

$$\gamma_1 = 0^\circ, \quad \gamma_2 = 90^\circ$$

(чизиқли кучланиш ҳолати)

VIII.14-шакл, г ва д ларда тегишлича бош кучланишлар ва экстремал кучланишлар эпюрасининг умумий кўриниши тасвирланган; бу эпюраларнинг ўзига хос томони шундаки, уларнинг нейтрал ўқидаги ординатлари бир хилдир.

### 8.8-§. Тўсин кесимларининг рационал шакллари

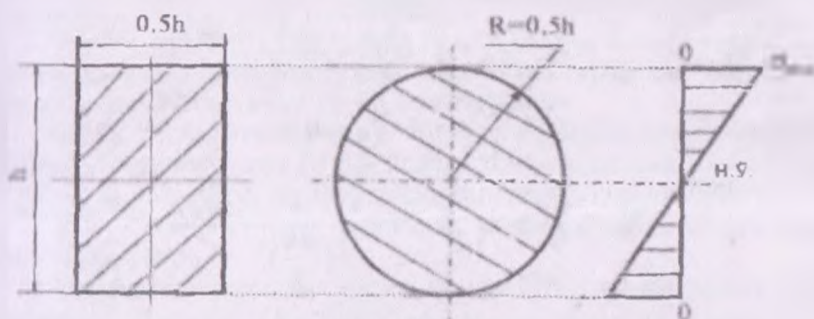
Тўсинларнинг қундаланг кесим шакли рационал деб ҳисобланади, қачонки у бир вақтнинг ўзида мустаҳкамлик ва иқтисодий (тайёрлаш жараёнида кам материаллар талаб қилиши) шартларни қаноатлантирса: ўз-ўзидан равшанки, иқтисодий талабга жавоб берувчи тўсинларнинг оғирликлари ҳам камайд.

Одатда, кесимларнинг рационал шакллари қуйидаги коэф-  
фициент билан баҳоланади:

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{A^3}{W^2}} \quad (\text{VIII.26})$$

Бу ерда,  $\eta$  - улчамсиз миқдор бўлиб, кесим шаклининг ра-  
ционал коэффиценти деб аталади; бу коэффицент қанча кичик  
булса, таъланган кесим энг рационал деб ҳисобланади

Қандай кўринишдаги кесим рационал бўлишини аниқлаш  
учун, бир хил баландликдаги кесимлар ўзаро солиштирилади.  
Масалан, кесим юзаси  $A$  га тенг бўлган тўғри тўртбурчакли ва  
доиравий шаклларни қараб чиқайлик (VIII.15-шакл).



VIII.15-шакл

Тўғри тўртбурчакли кесим учун:

$$W = \frac{0,5h \cdot h^2}{12} = \frac{h^3}{24}, \quad A = 0,5h^2; \quad \eta = \sqrt[3]{18}$$

Доиравий кесим учун:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi h^3}{32}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi h^2}{4}; \quad \eta = \sqrt[3]{48}$$

Бундан чиқди, тўғри тўртбурчакли кесим доиравий кесимга  
нисбатан бирмунча рационал булар экан. Шу уринда, мазкур  
тўғри тўртбурчакли кесимдан янада рационалроқ фойдаланиш  
мумкинми? - деган савол туғилиши табиий.

Қолаверса, нормал кучланишнинг кесим юза баландлиги  
бўйича тақсимланиш қонуниятини таҳлил қилиб, тўғри тўрт-  
бурчакли кесимдан янада рационалроқ фойдаланиш  
мумкинми? - деган савол туғилиши табиий.

қарамасдан, у ерда материал тежалмаган, деган хулосага келиш мумкин.

Материаллардан тежалмироқ фойдаланиш мақсадида кесим юзани ўзгартирмасдан уни иложи борича юқори ва пастки чек каларга яқин жойлашган элементларга суриш кифоя (VIII 16 шакл, а); бу фикрни инерция моментининг

$$J_x = \int y^2 dA$$

кўринишдаги формуласи ҳам тасдиқлайди: кесим юзани «таш кил этган зарралар» узоқлашган сари айни баландликда инерция моменти ҳам, қаршилик ҳам катталшиб, η камая боради.

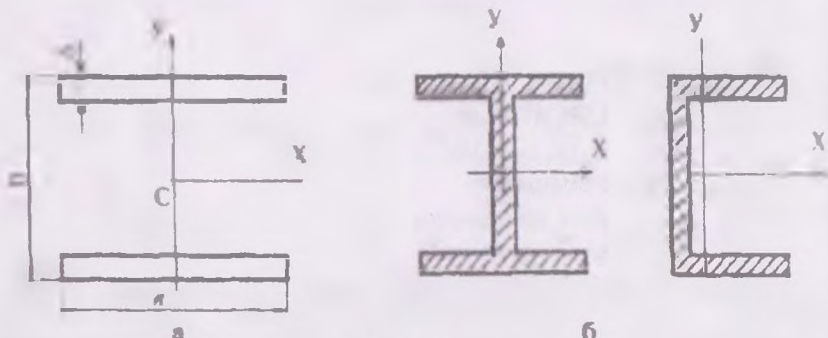
VIII.16-шаклда келтирилган кесим учун:

$$J_x = J_o + A \left(\frac{h}{2}\right)^2 = A \frac{h^2}{4},$$

чунки

$$J_o = \frac{6\delta^3}{12} = A \cdot \frac{\delta^2}{24} \approx 0;$$

$$W_x = \frac{J_x}{h} = A \cdot \frac{h}{2}; \quad \eta = \frac{A^2}{(Ah)^2} = \frac{1}{2}.$$



VIII.16-шакл

Аmmo, VIII.16-шакл, а да тасвирланган кесимдан муҳандислик амалиётида фойдаланиб бўлмайди ўз-узи дан равшанки, бундай ҳолларда тўсин бир бутун ҳолда эгилиши.

қаршилик кўрсата олмайди. Шу сабабли, кесимнинг юқори ва пастки қисмларини қандайдир девор билан туташтириш зарур.

Бундай фикр-мулоҳазалар юритиш натижасида қўшгавр, швеллер каби стандарт профилли кесимлар «пайдо бўлган» бейишимизга асос бўлади (VIII.16-шакл, б) Демак, қўшгавр, швеллер сингари стандарт профилли кесимларнинг рационал-лиги VIII.16-шакл, а да тасвирланган, «идеал ҳолат»даги кесимга ҳар ҳолда анча яқин экан.

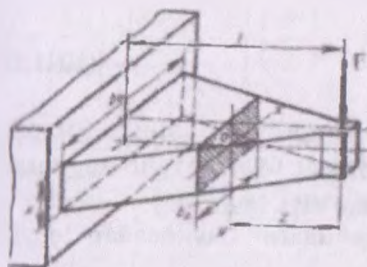
### 8.9-§. Тенг қаршилик кўрсатувчи тўсинлар

Тўсинлар мустақкамликка ҳисобланаётганда кесим юзаси-нинг кўп кучланган, яъни эғувчи момент максимал қийматга эришган кесим бўйича танланади.

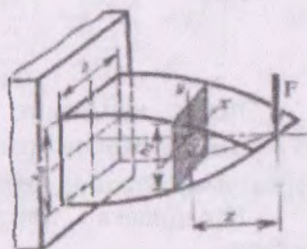
Эғувчи момент қийматлари кичик бўлган бошқа кесимлар-ни кундаланг кесим юза ўлчамлари камайтирилади. Натижада кесим юзаси ўзгарувчан тўсин пайдо бўлади.

Барча кесим юзаларидаги энг катта нормал кучланишлари жойиз кучланишга тенг бўлган тўсин тенг қаршилик кўрсатувчи тўсин деб айтилади. Бундай тўсинлар учун узунлик бўйича кесим юза ўлчамларининг рационал ўзгариш қонуниятини би-лиш муҳимдир.

Айтайлик, кундаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчакли, ба-ландлиги ўзгармас ( $h = const$ ) тўсиннинг учига тўпланган куч қўйилган бўлсин (VIII 17-шакл).



VIII.17-шакл



VIII.18-шакл

F кучдан z масофада жойлашган кесимдаги эғувчи момент:

$$M = - F z$$

Таянч кесимда эса энг катта эгувчи момент пайдо бўлади

$$M = -F\ell$$

Юқорида таъриф берганимиздек, тенг қаршилиқ курсатувчи тўсинларнинг мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{\max} = \frac{|M|}{W} \leq \sigma_{\text{adm}}$$

кўринишда ифодаланади.

Бундан

$$W \geq \frac{|M|}{\sigma_{\text{adm}}}$$

Кўдаланг кесими тўғри тўртбурчакли тўсин учун қаршилиқ моменти

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

эканлиги олдиндан маълум

Охирги иккала ифодаларни ўзаро тенг таб, тўсиннинг эни чизикли қонуният бўйича ўзгаришига ишонч ҳосил қиламиз:

$$\frac{bh^2}{6} = \frac{Fz}{\sigma_{\text{adm}}}$$

еки 
$$h = \frac{6Fz}{h\sigma_{\text{adm}}} = k_1 z \quad (\text{VIII.27})$$

Бунда

$$k_1 = \frac{6F}{h\sigma_{\text{adm}}} \quad (\text{VIII.28})$$

Энди кўдаланг кесим юзасининг эни ўзгармас ( $h = \text{const}$ ), баландлиги эса ўзгарувчан бўлган тенг қаршилиқ кўрсатувчи тўсинни таҳлил қиламиз (VIII.18-шакл).

Юқоридаги тенгликдан қуйидаги муносабат келиб чиқади:

$$h = \sqrt{6 \frac{Fz}{h\sigma_{\text{adm}}}} = k_2 \sqrt{z} \quad (\text{VIII.29})$$

Бунда

$$k_2 = \sqrt{6 \frac{F}{b \sigma_{adm}}} \quad (\text{VIII.30})$$

Демак, кўндаланг кесим юзасининг баландлиги тўсин учунлиги бўйлаб парабола қонунияти бўйича ўзгарар экан.

Тенг қаршилиқ кўрсатувчи тўсинларни тайёрлаш жараёни кўп меҳнат сарфлашни талаб қилганлиги сабабли, амалда тўсиннинг урнига «гўёки» тенг қаршиликли тўсинга ўхшайдиган «ирир» пўлат листлардан тузилган рессоралар ишлатилади.

### 8.10-§. Эгилишда деформациянинг потенциал энергияси

Эгилган тўсинларнинг кесимларида тўпланувчи деформациянинг потенциал энергиясини аниқлашда солиштирма потенциал энергия формуласидан фойдаланиш маъқулроқ.

Тўсиннинг кўндаланг кесимидаги ихтиёрий нуқта атрофидан олинган элемент умумий ҳолда, текис кучланиш ҳолатида бўлади; шу сабабли (IV.25) формула

$$a = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_2) \quad (\text{a})$$

кўринишни эгаллайди.

8.7-§ даги (б) формулани кузда тутиб охириги ифодани кўйидагича ёзамиз:

$$a = \frac{1}{2E} \left\{ 2 \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2 \right] - 2\mu \left[ \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 - \tau^2 \right] \right\} \quad (\text{б})$$

Тегишли соддалаштиришдан кейин

$$a = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2} \frac{2(1+\mu)}{E} \quad \text{ёки} \quad a = \frac{\sigma^2}{2E} + \frac{\tau^2}{2G} \quad (\text{VIII.31})$$

кўринишдаги ифодага эга бўламиз.

Навъе ва Журавский формулаларига таяниб, охириги ифодани кўйидагича ёзамиз:

$$a = \frac{M^2}{2EJ} + \frac{Q^2 (S_x^2 - \tau^2)}{2GJ^2 h^2} \quad (\text{VIII.32})$$

Тўсиннинг  $dz$  узунликдаги қисмида тўпланган потенциал энергияни аниқлаймиз:

$$dU = a dV \quad \text{ёки} \quad dU = a dA dz$$

Бу ифодани тўсиннинг бутун ҳажми бўйича интеграллаб (йиғиб), потенциал энергияни ҳисоблаймиз (кейинчалик  $S_x - S_{\text{акер}}$  деб эътироф этилади):

$$U = \iiint \left( \frac{M^2}{2EJ_x^2} \cdot y^2 + \frac{Q^2 \cdot S_x^2}{2GJ_x^2 \cdot b^2} \right) dV \quad (\text{VIII } 33)$$

Элементлар ҳажми

$$dV = dA dz$$

кўпайтма кўринишда ёзиб, охириги ифодани қуйидагича ўзгартирамиз:

$$U = \int_{(l)} dx \int_{(A)} \frac{M^2 \cdot y^2}{2EJ_x^2} dA + \int_{(l)} dx \int_{(A)} \frac{Q^2 S_x^2}{2GJ_x^2 b^2} dA \quad (\text{a})$$

$M$ ,  $J_x$ ,  $Q$ ,  $E$ ,  $G$  ларнинг текширилаётган кесимда ўзгармаслигини назарда тутиб

$$U = \int_{(l)} \frac{M^2 dz}{2EJ_x^2} \int_{(A)} y^2 dA + \int_{(l)} \frac{Q^2 dz}{2GJ_x^2} \int_{(A)} \frac{S_x^2}{b^2} dA \quad (\text{b})$$

кўринишдаги ифодага эга бўламиз.

Бу ерда  $\int_{(A)} y^2 dA = J_x$  га тенг; агар

$$\eta = \frac{A}{J_x^2} \int_{(A)} \frac{S_x^2}{b^2} dA \quad (\text{d})$$

белгилашни киритсак, тўсиннинг  $l$  узунликдаги қисмида тўпланган потенциал энергия қуйидагича бўлади:

$$U = \int_{(l)} \frac{M^2}{2EJ_x} dz + \int_{(l)} \eta \frac{Q^2}{2G A} dz \quad (\text{VIII } 30)$$

Бу ерда  $\eta$  - урунма кучланишларнинг кесим юза бўйича ностекис тақсимланишини ҳисобга олувчи ўлчамсиз миқдор; у қўндаланг кесимнинг шаклига боғлиқ бўлиб, тўғри



тўртбурчакли кесим учун  $\eta = 1,2$  га, доиравий кесим учун эса  $\eta = \frac{10}{9}$  га тенг ва ҳақозо.

Ўзгармас кесимли тусинлар учун деформациянинг потенциал энергияси қуйидагича бўлади:

а) кўндаланг эгилишда

$$U = \frac{1}{2EJ_x} \int M^2 dz + \frac{\eta}{2GA} \int Q^2 dz \quad (\text{VIII.34})$$

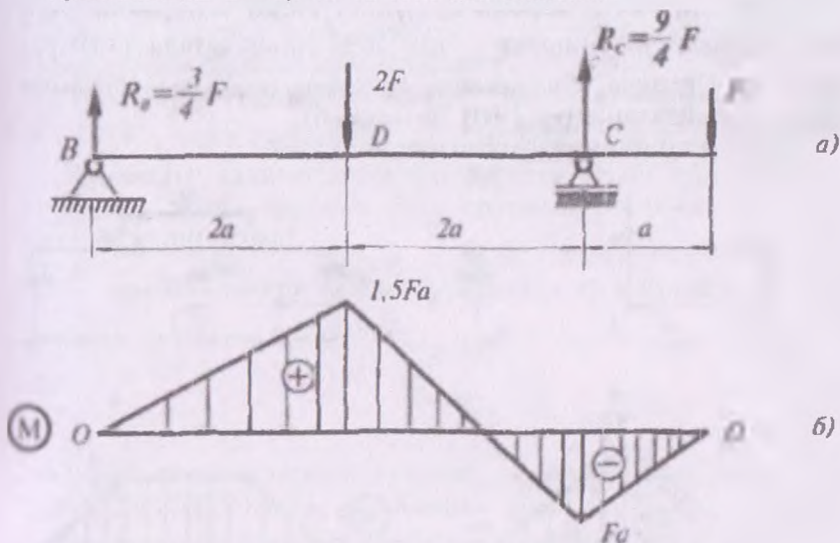
б) соф эгилишда

$$U = \frac{1}{2EJ_x} \int M^2 dz \quad (\text{VIII.35})$$

**27-масала.** Узунлиги  $l=5a$  бўлган қўштовар кесимли тусиннинг сортамент жадвалидаги номери 24 (ГОСТ 8239-72) бўлиб, тупланган кучлар билан юкланган (VIII.19-шакл, а)

Нормал кучланиш  $\sigma = 120 \text{ МПа}$  дан ошмаслиги учун  $F$  кучнинг энг кагга қиймати қанча бўлади?

Ҳисоблашда  $a = 0,9 \text{ м}$  га тенг деб олинсин.



VIII.19-шакл

## Ғчиш

№24 профил учун  $W_x = 289 \text{ см}^3$ ; тўсиннинг мустаҳкамлик шартидан

$M_{\max} = \sigma_{\max} W = 120 \cdot 10^6 \cdot 289 \cdot 10^{-4} = 34680 \text{ Н м} = 34,68 \text{ кН м}$  (а)  
бўлади.

Эгувчи момент эпюрасидан куришиб турибдики (VIII.19 шакл, б), тўсиннинг  $D$  кесими хавфли кесим бўлиб, унга энг катта эгувчи момент

$$M_{\max} = 1,5 Fa \quad (б)$$

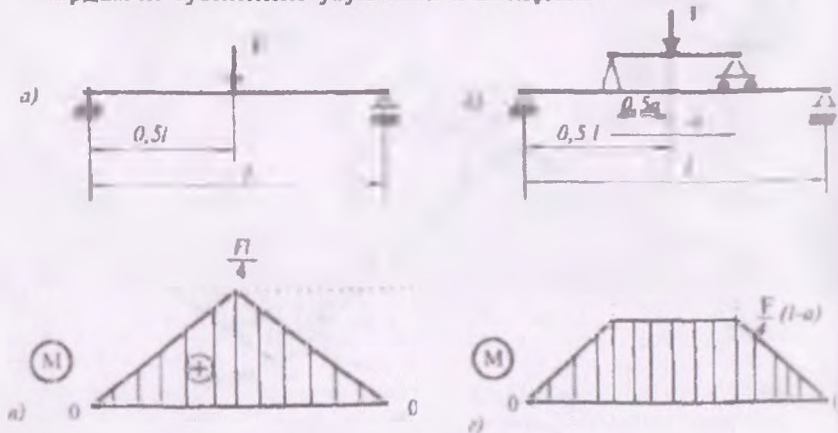
мос келади

(а) ва (б) ифодаларни солиштириб кучнинг энг катта қийматини аниқлаймиз:

$$1,5 Fa = 34,68 \text{ кН}, \quad F = 23,12 \text{ кН}.$$

**28-масала.** Асосий тўсиннинг ўртасига шундай  $F$  куч қўйилганки, унинг таъсирида хавфли кесимда вужудга келадиган энг катта нормал кучланиш тўсин материали учун жоиз нормал кучланиш  $\sigma_{adm}$  дан 20% ошиб кетади (VIII.20-шакл, а). Ортиқча кучланишни йўқотиш мақсадида ёрдамчи тўсиндан фойдаланилган (VIII.20-шакл, б).

Ёрдамчи тўсиннинг узунлигини аниқланг.



VIII.20-шакл

### Ечиш

Иккала ҳол учун ҳам эгувчи момент эпюраларини қуриб, Хавфли кесимлардаги энг катта эгувчи моментларини аниқлаймиз.

1-ҳол: ёрдамчи тўсин бўлмаганда (VIII.20-шакл, в):

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4}$$

2-ҳол: ёрдамчи тўсин бўлганда (VIII.20-шакл, г):

$$M_{\max} = \frac{Fl}{4} - \frac{Fa}{4}$$

Ортиқча кучланишни йўқотиш учун  $\frac{Fl}{4}$  ни 20фоизга камийгириш кифоя:

$$0,2 \cdot \frac{Fl}{4} - \frac{Fa}{4} = 0,$$

шундан  $a=0,2l$  га тенг эканлиги келиб чиқади.

**29-масала.** VIII.21-шакл, а да тасвирланган тўсиннинг қўндаланг кесими  $b \times h$  ўлчамли тўғри тўртбурчакдан ибрат пулиб, у ёғоч (қарагай)дан ясалган.

Тўсиннинг узунлиги  $l = 3 \text{ м}$ , унга қўйилган куч эса  $F = 15 \text{ кН}$ , жоиз кучланиш  $\sigma_{adm} = 10 \text{ МПа}$  га тенг

Қўндаланг кесими доиравий брусдан, яъни худди шундай ўлчамдаги тўсин аралаш учун бруснинг минимал диаметри қанча бўлиши керак?

$b$   
 $h$  муносабатнинг қандай қийматида тўсиннинг қаршилик momenti энг катта бўлади?

### Ечиш

Таянч реакцияларини аниқлаб, эгувчи момент эпюрасини қуришимиз (VIII.21-шакл, б). Хавфли кесимда  $M_{\max} = 15 \text{ кН м}$  таъсир этаётганлиги учун қаршилик momenti

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \frac{15 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

булади

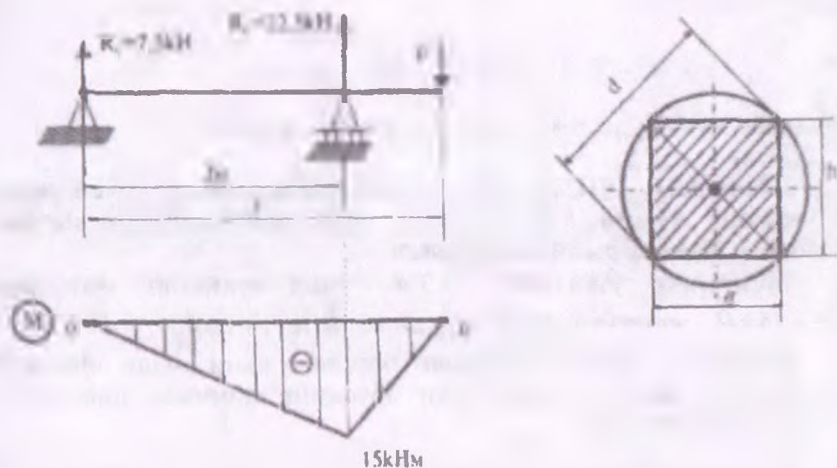
Иккинчи томондан, кўндаланг кесимнинг қаршилик моментини кесим юза ўлчамлари орқали қуйидагича ёзиш мумкин:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(d^2 - b^2)}{6}$$

Қаршилик momenti энг катта қийматга эришиш учун

$$\frac{dW_z}{db} = \frac{1}{6}(d^2 - 3b^2) = 0$$

бўлиши керак.



VIII.21-шакл

Бундан

$$b = \frac{d}{\sqrt{3}}, \quad h = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot d, \quad \frac{b}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

эканлиги келиб чиқади.

Демак, қаршилиқ моментининг энг катта қиймати

$$W_{\text{max}} = \frac{d^3}{9\sqrt{3}} \text{ га тенг экан}$$

Охирги ифодани  $15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  га тенглаб, тўсиннинг диаметрини аниқлаймиз:  $d = 28,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

### Назорат саволлари ва топшириқлар

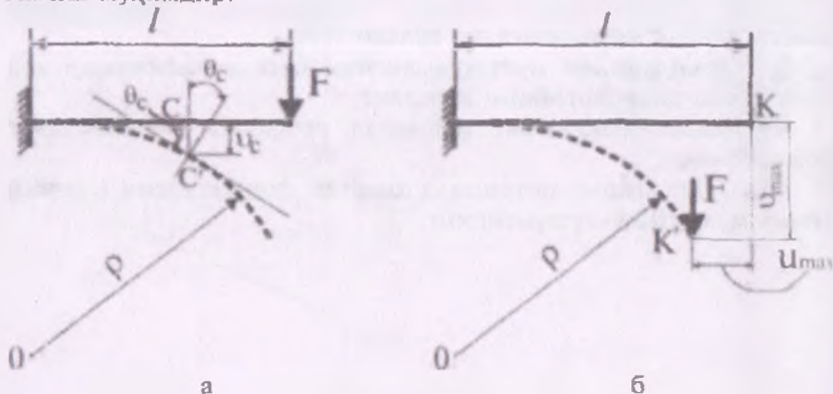
1. Эгилишда ички куч омилларида қайсилари пайдо бўлади?
2. Соф эгилиш ва кўндаланг эгилиш нима?
3. Нейтрал қатлам ва нейтрал ўқ нима?
4. Соф эгилишда нормал кучланиш формуласини ёзинг.
5. Кўндаланг эгилишда нормал кучланиш қандай формулада аниқланади?
6. Нормал кучланиш бўйича тўсинларнинг мустақкамлик шarti қандай кўринишга эга бўлади?
7. Урунма кучланиш бўйича тўсинларнинг мустақкамлик шarti қандай кўринишга эга бўлади?
8. Тўсинларнинг мустақкамлигини бош кучланишлар асосида текшириш тартибини изоҳланг.
9. Кесим шаклининг рационал коэффиценти нималарга боғлиқ?
10. Солиштирма потенциал энергия формуласини ёзинг ва унинг моҳиятини тушунтиринг

## IX БОБ. ТҮСИНЛАРНИНГ ЭГИЛИШДАГИ КУЧИШЛАРИНИ АНИҚЛАШ

### 9.1-§. Умумий мулоҳазалар

Биз шу вақтгача тўсинларни кучланиш (нормал, урунма ва бош кучланиш)лар бўйича мустақамликка текшириш масалалари билан шуғулландик. Энди эса тўсинларни бикрликка текширишнинг ўзига хос муаммолари ҳақида фикр мулоҳазалар юритамиз.

Тўсинларни бикрликка ҳисоблаш жараёнларида уларнинг ташқи кучлар таъсири натижасида олган деформацияларини билиш муҳимдир.



IX 1-шакл.

Тўсинларнинг деформацияларини исталган кўндаланг кесимларнинг вазиятларини тавсифлай оладиган қуйидаги икки та кўчишлардан иборат деб қараш мумкин (IX.1-шакл, а).

а) исталган нуқталарнинг салқилиги-чизиқли кўчиш:

б) исталган кўндаланг кесимларнинг айланиш бурчаклари-бурчакли кўчиш.

Тўсиннинг кўндаланг кесими оғирлик марказининг тўсин ўқиға тик (перпендикуляр) йўналишдаги кўчиши унинг мазкур

қисимдаги салқилиги дейилади ва  $v_2$  ёки  $\int_{\max}$  ҳарфлари билан белгиланади

Тўсин узунлиги бўйича олинган ихтиёрий кўндаланг кесимнинг да-  
стлаб (деформацияланмаган) вазиятга нисбатан текис қолган  
ҳолда нейтрал ўқ атрофида маълум бурчакка огишига мазкур  
қисимнинг айланиш бурчаги дейилади ва  $\theta$  ҳарфи билан бел-  
гиланади.

Деформацияланган тўсиннинг барча кўндаланг кесим оғирлик  
марказларининг геометрик ўрнига эгилган ўқ ёки эластик чизиқ  
қўйилади; эластик чизиқ текис эгри чизиқ бўлиб, у куч текисли-  
гида ётади.

Тўсинларнинг деформацияси ёки бикрлигини гаҳилий  
ўрғиниш масаласи асосан эластик чизиқнинг  $v = v(x)$   
ўрғинишдаги тенгламасини аниқлашга келтирилади

Тўсинларни бикрликка ҳисоблаш учун аввало, жониз  
салқилик

$$v_{adm} = \frac{1}{m} \quad (a)$$

ни аниқлаш зарур.

Бунда  $m$  - лойиҳалаш меъсрларига мувофиқ 300 дан 1000  
гача бўлган оралиқдаги ўзгармас сон ҳисобланади;  
ўта муҳим иншоотлар, хусусан темир йўл  
кўприklarини лойиҳалашда  $m=1000$  танланади

Муҳандислик амалиётида фойдаланиладиган жуда кўп  
тўсинларда горизонтал кўчиш  $u_{\max}$  вертикал кўчиш  $v_{\max}$  га  
нисбатан етарлича кичик эканлиги тасдиқланган (IX.1-шакл,  
b) Бу ҳулоса тўсинларни лойиҳалаш-ҳисоблаш жараёнларида  
горизонтал кўчишни эътиборга олмаса ҳам бўлади ёки  
бошқача айтганда, барча нуқталар фақат вертикал  
иқналлишда кўчади, деган муҳим ҳақиқат киритишга имкон  
беради.

Эгилишдаги деформацияларни аниқлашнинг бир қанча  
усуллари мавжуд, биз бу бобда фақат қуйидаги усуллар билан  
бошқача танишиб чиқамиз, холос:

- эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини бе-  
восита интеграллаш усули;
- бошланғич параметрлар усули ёки универсал формула;
- Мор усули;
- Верещагин усули

## 9.2-§. Эгилган уқнинг дифференциал тенгламаси

Эгилган уқнинг дифференциал тенгламасини келтириб чиқаришда қуйидаги чекланишларга таянаміз:

- салқилик  $\gamma$  усин узунлигига нисбатан жуذا кичик деб фн раз қилинади; бу эса  $\frac{dv}{dz} = \gamma \theta = \theta$  муносабатдан фойдаланишга имкон береди: деформация вақтида бирор кесимдаги салқиликдан абсцисса  $z$  ўқи бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила мазкур кесимнинг айланиш бурчагига тенгдир;
- тўсиянинг кесими деформациядан кейин ҳам текислигича қолади (Бернулли гипотезаси);
- кундаланг кучлардан ҳосил бўлувчи силжиш деформациялари эътиборга олинмайди, деб фараз қилинади; бу тахмин кундаланг кесим текислиги тўсин эгилгандан кейин ҳам эластик чизиққа тиклигича қолади, дейишга асос бўлади.

Маълумки, эластик чизиқнинг эгрилиги  $\frac{1}{\rho}$  эгувчи моментга тўғри, бикрликка эса тескари муаносиб боғланишда эли (8.2-§ га қаранг):

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{M(z)}{EI}, \quad (8.2)$$

Тенгламадаги манфий ишора тўсиннинг юқори толалари чўзилаётганлигини кўрсатади.

Олий математикадан маълумки, текис эгри чизиқ устида эгувчи ва координатлари  $v, z$  бўлган ихтиёрий нуқтадаги эгрилик қуйидагига тенг бўлади:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (6)$$

Энди (а) ва (б) ифодаларни тенглаштираміз:



$$\frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]} = -\frac{M(z)}{EI} \quad (\text{IX.1})$$

Бунга эластик чизиқнинг аниқ дифференциал тенгламаси айнилади; бу тенгламани интеграллаш анча мураккаб, чунки махражда чизиқли бўлмаган  $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2$  ҳад иштирок этмоқда.

Бу қийинчиликлардан қутилиш мақсадида юқорида қайд қилинган чекланишларга мурожаат қиламиз.

Амалиётда қулланиладиган жуда кўп тўсинларнинг максимал салқилиги билан узунлиги ўртасидаги муносабат

$\left(\frac{1}{1000} : \frac{1}{3000}\right)l$  эканлиги, биринчидан эластик чизиқнинг деформацияланмаган ўқдан кам фарқ қилишини,

инверса, махраждаги  $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2 \approx \theta^2$  нинг бирга нисбатан жуда

кичик бўлишини тасдиқлайди.

Шу сабабли

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M(z)}{EJ_x} \quad (\text{IX.2})$$

тенгламага эга бўламиз

Бунга эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси айнилади.

Энди (а) ифоданинг ишораларини танлаш ҳақида фикр-мулоҳазалар юритамиз.

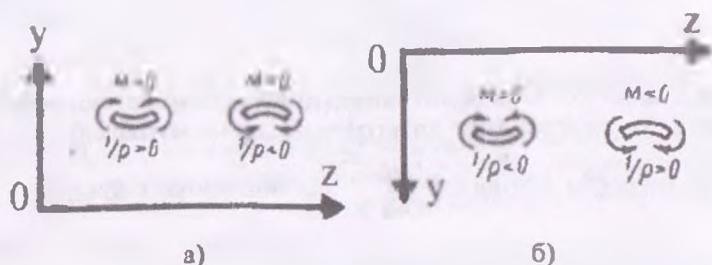
Эгувчи момент  $M(z)$  нинг ишораси координата ўқларининг йўналишига боғлиқ эмас; лекин эластик чизиқнинг эгрилиги

1- ва иккинчи тартибли ҳосила  $\frac{d^2v}{dz^2}$  нинг ишоралари узаро

қаршилик қилиб, улар координата ўқларнинг йўналишига боғлиқдир (IX.2 шакл, а, б).

Бундан хулоса шуки, (а) ифодага қатъий бир ишора бериш учун  $y$  ўқи доимо юқорига йўналтирилади ҳамда ифоданинг

ишораси эгувчи момент  $M(z)$  учун илгари қабул қилинган ишоралар қويدасига мувофиқ олинади.



IX.2-шакл

Демак, охирги тенгламани

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \pm \frac{M(z)}{EJ_x} \quad (\text{IX } 3)$$

куринишда ёзиш мумкин.

### 9.3-§. Эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш. Чегаравий шартлар

Салқилик ва айланиш бурчакларининг аналитик ифодасини олиш учун (IX.3) дифференциал тенгламани кетма-кет интеграллаш кифоя.

(IX.3) тенгламанинг ўнг томони фақат  $z$  га боғлиқ маълум функция бўлганлиги сабабли, у оддий дифференциал тенгламадир. Уни бир марта интеграллаб, айланиш бурчагининг тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\theta(z) = \frac{dv}{dz} = \pm \int \frac{M(z)}{EJ} dz + C \quad (\text{IX } 4)$$

Иккинчи марта интеграллаб эса эгилган тўсин ўқининг тенгламасини оламиз:

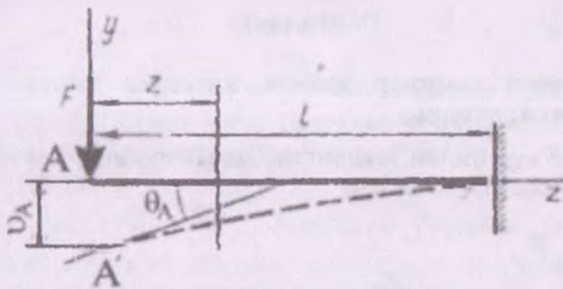
$$v(z) = \int \left[ \pm \int \frac{M(z)}{EJ} dz + C \right] dz + D \quad (IX.5)$$

(IX.4) ва (IX.5) ифодалар таркибидаги  $C$  ва  $D$  интеграл ўзгармалари тўсиннинг таянчларга маҳкамланиш усулига баълиқ бўлган чегаравий шартлардан топилади.

Икки ёки ундан ортиқ оралиқларга эга бўлган тўсинлар учун эса қўшимча чегаравий шартлар тузиш лозим; чегаравий шартлар оралиқлар учун умумий кесимда эластик чизиқнинг нуқсиз ва силлиқ бўлиш шартидан фойдаланиб тузилади.

Масаланинг чегаравий шартлари ҳақида бир мунча кенгроқ тўшунча олиш мақсадида қуйидаги учта мисолни таҳлил қилиб чиқамиз.

**1 мисол.** Чап учига  $F$  куч қўйилган консол учун чегаравий шарт ёзилсин (IX.3-шакл).



IX.3-шакл

**Ечиш.** Консол битта оралиқдан иборат бўлганлиги боис 2 та интеграл ўзгармалари пайдо булади; бу ўзгармас сонларни шиклаш учун эса албатта, иккита чегаравий шарт зарур.

Консолнинг қистириб маҳкамланган кесимининг салқи ити ш айланиш бурчаги нолга тенглигидан қуйидаги чегаравий шартларга эга бўламиз:

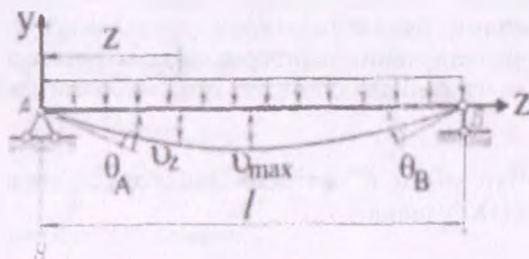
$$\begin{aligned} z = l \text{ булганда} & \quad \theta(l) = 0; \\ z = 0 \text{ бўлганда} & \quad v(l) = 0. \end{aligned}$$

**2-мисол.** IX.4-шаклда тавирланган оддий тўсин учун чегаравий шартлар тузилсин.

Тўсин битта ораликдан иборат, шунинг учун иккита интеграл ўзгармаслари пайдо бўлади

Тўсиннинг таянчларга тиралган учларидаги салқилиги нолга тенг, бундан қуйидаги чегаравий шартларни ёзиш имконияти келиб чиқади:

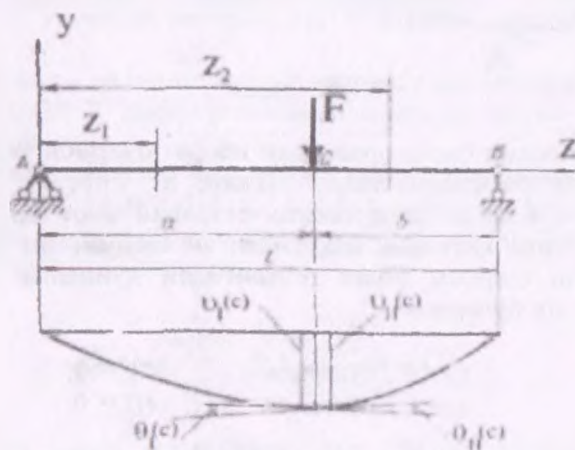
$$\begin{aligned} z = 0 \quad & \text{бўлганда} & \mu(0) = 0; \\ z = l \quad & \text{бўлганда} & \mu(l) = 0. \end{aligned}$$



IX.4-шакл

Бу чегаравий шартлар иккита интеграл ўзгармасларини аниқлаш учун етарлидир.

3-мисол.  $F$  куч билан юкланган оддий тўсин учун чегаравий шартлар ёзилсин (IX 5-шакл).



IX.5-шакл

Тўсин икки оралиқдан иборат бўлганлиги сабабли тўртта интеграл ўзгармаслари пайдо бўлади. Албатта, тўртта ўзгармас сонини аниқлаш учун тўртта чегаравий шарт зарур.

Тўсиннинг таянчларга тиралган кесимларида салқилик нолга тенглигидан қуйидаги иккита чегаравий шарт келиб чиқади:

$$\begin{aligned} z_1 = 0 & \quad \text{бўлганда} & \quad v_1(0) = 0; \\ z_2 = l & \quad \text{бўлганда} & \quad v_2(l) = 0 \end{aligned}$$

Қолган иккита қўшимча шартларни оралиқларнинг  $S$  кесимда қўшилиш шартидан ёки, бошқача қилиб айтганда, эластик чизиқнинг бир оралиқдан қушни иккинчи оралиққа ўтишда узлуксиз ва силлиқ булиши шартидан фойдаланиб туямиз:

$$\begin{aligned} z_1 = z_2 = a & \quad \text{бўлганда} & \quad v_1(a) = v_2(a); \\ z_1 = z_2 = a & \quad \text{бўлганда} & \quad \theta_1(a) = \theta_2(a) \end{aligned}$$

Шундай қилиб, тўртта чегаравий шартдан тўртта алгебраик тенглама ҳосил бўлади, улар биргаликда ечилганда тўртта интеграл ўзгармаслари топилади.

**30-масала.** Узунлиги  $l$ , бикрлиги ўзгармас ( $EJ_x = const$ ) бўлган консол эркин учининг салқилиги ва айланиш бурчаги қуйидаги уч ҳол учун аниқлансин (IX.6-шакл):

- ўнг учига  $F$  юк қўйилган;
- ўнг учига  $M_0$  жуфт куч қўйилган;
- текис таралган  $Q$  юк қўйилган.

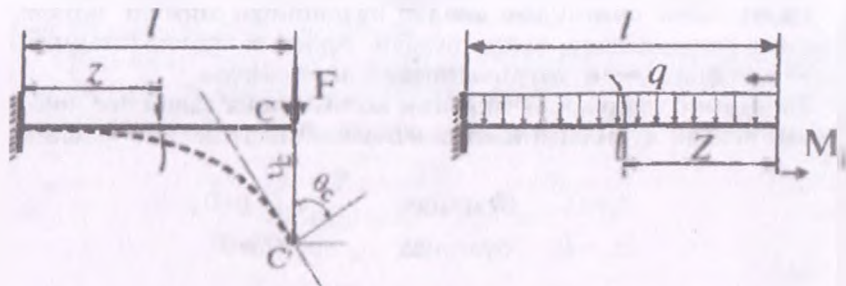
#### Ечиш

*Масалани биринчи ҳол учун ечамиз (IX.6 шакл, а).*

Таянч кесимни координаталар боши сифатида танлаб, у ўқини юқорига ва абсциссалар ўқини эса ўнг томонга йўналтирамиз. Танланган координаталарга кура эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси

$$EJ_x v_1'' = \pm M_x$$

• Ҳуринишни эгаллайди



IX.6-шакл.

Координаталар бошидан ихтиёрый  $z$  масофадаги кесим учун эгувчи моментнинг ифодасини тузамиз:

$$M_z = -F(l - z)$$

У ҳолда юқоридаги тенглама:

$$EJ_1 v'' = -F(l - z)$$

Бу тенгламани икки марта кетма-кет интеграллаймиз:

$$EJ_1 v'_z = EI_1 \theta_z = -F(lz - \frac{z^2}{2}) + C \quad (a)$$

$$EJ_1 v_z = -F(l\frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{6}) + Cz + D \quad (б)$$

Интеграл ўзгармасларини аниқлаш учун чегаравий шартлардан фойдаланамиз:

$$z = 0 \text{ булганда } \theta(l) = 0$$

$$z = 0 \text{ булганда } v(l) = 0$$

Бу шартларни (а) ва (б) тенгламаларга қўйиб,  $C=0$  ва  $D=0$  эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, айланиш бурчаги ва салқилик тенгламаси қуйидагича бўлар экан:

$$\theta_z = -\frac{Flz}{2EJ_1} (2 - \frac{z}{l})$$

$$v_z = -\frac{Flz^2}{6EJ_1} (3 - \frac{z}{l})$$

Охири тенгламаларга  $z=l$  ни қўйиб, сўралган кесимнинг айланиш бурчаги ва салқилигини топамиз:

$$\theta_c = -\frac{Fl^2}{2EJ_x}; \quad u_c = f_c = -\frac{Fl^3}{6EJ_x}$$

Бу ифодаларнинг биринчисидаги манфий ишора  $C$  кесимнинг соат мили ҳаракатланадиган томонга айланишини, иккинчисидаги манфий ишора эса салқиликнинг пастга қараб йўналганлигини кўрсатади.

*Иккинчи ҳолатни қараймиз (IX.6-шакл, б).*

Юқоридаги ишларни яна тақрорлаб, қуйидаги кўринишдаги айланиш бурчаги ва салқилик тенгламаларига эга буламиз (ўқувчига масалани мустақил ечиш тавсия этилади):

$$\theta_z = \frac{1}{EJ_x} (M_e z - q \frac{z^3}{6})$$

$$u_z = \frac{1}{EJ_x} (M_e \frac{z^2}{2} - q \frac{z^4}{24})$$

Бу тенгламалардан консол эркин учидаги кесимнинг айланиш бурчаги ва салқилигини осонгина аниқлаш мумкин.

Қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз:

- консолга фақат жуфт куч қўйилган бўлсин, яъни  $q = 0$ ,  $M_e \neq 0$  га тенг; у ҳолда

$$\theta_c = \frac{M_e l}{EJ_x}, \quad u_c = f_c = \frac{M_e l^2}{2EJ_x}$$

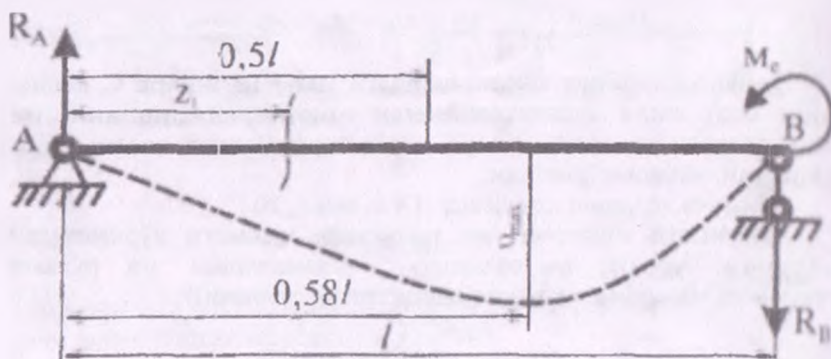
- консолга фақат текис таралган куч таъсир этаётган бўлсин, яъни  $M_e = 0$ ,  $q \neq 0$  га тенг; у ҳолда

$$\theta_c = -\frac{ql^3}{6EJ_x}; \quad u_c = f_c = -\frac{ql^4}{24EJ_x}$$

**31-масала.** Одий тўсиннинг ўнг таянчига жуфт куч қўйилган (IX 7-шакл); тўсин ўзгармас бикрликка эга бўлиб, уzunлиги  $l$  га тенг.

Тўсиннинг энг катта салқилиги топилсин ва у таянчлар ўртасидаги кесимнинг салқилиги билан солиштирилсин.

Масала эластик чирикнинг тақрибий дифференциал тенги ламасини бевосита интеграллаш усули ёрдамида ечилсин.



IX.7-шакл.

Ечиш

Дастлаб таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$R_A = R_B = \frac{M_c}{l}$$

Ўнг таянчдан ихтиёрий  $z$  масофада жойлашган кесимдаги эгувчи момент  $M(z) = \frac{M_c}{l} z$  га тенг. У ҳолда:

$$EJ_z v_z'' = \frac{M_c}{l} z$$

Охириги тенгламани кетма-кет интеграллаймиз:

$$EJ_z \theta_z = \frac{M_c}{l} \cdot \frac{z^2}{2} + C \quad (a)$$

$$EJ_z v_z = \frac{M_c}{l} \cdot \frac{z^3}{6} + Cz + D \quad (б)$$

Тусиннинг таянчларга тиралган кесимларида салқиликнинг нолга тенглиги қуйидаги чегаравий шартларни беради:

$$z = 0 \quad \text{бўлганда} \quad \theta_{z=0} = 0,$$



$$z = l \quad \text{бўлганда} \quad \theta_{z=l} = 0.$$

Булардан  $D=0$  ва  $C = -\frac{M_e l}{6}$  эканлиги келиб чиқади.

Ниҳоят, айланиш бурчаги ва салқилик учун қуйидаги тенг-  
ламаларга эга бўламиз:

$$\theta_z = \frac{M_e z^2}{2EJ_x} - \frac{M_e l}{6EJ_x}, \quad (c)$$

$$v_z = \frac{1}{EJ_x} \left( \frac{M_e z^3}{6l} - \frac{M_e l}{6EJ_x} \cdot z \right). \quad (d)$$

(д) тенгламага  $z = 0,5l$  ни қўйиб таянчлар орасидаги кесимнинг салқилигини топамиз:

$$v_D = v_{z=0,5l} = -\frac{M_e l^2}{16EJ_x}.$$

(с) тенгламани нолга тенглаб, салқилиги энг катта бўлган кесимнинг абсциссаси  $z_0$  ни аниқлаймиз:

$$\frac{M_e z^2}{2EJ_x} - \frac{M_e l}{6EJ_x} = 0 \quad \text{бундан,} \quad z_0 = 0,577l.$$

Максимал салқиликни ҳисоблаймиз:

$$J_{\max} = \frac{1}{EJ_x} \left( \frac{M_e (0,577l)^3}{6l} - \frac{M_e l}{6EJ_x} \cdot 0,577l \right) = -\frac{M_e l^2}{15,57EJ_x}.$$

Демак,  $v_D$  максимал салқиликдан 2,76% га фарқ қиларкан

**32-масала.** Узунлиги  $3l$ , бикрлиги ўзгармас булган оддий тўсинга тўпланган куч қўйилган (IX.8-шакл)

Ана шу тўсин учун айланиш бурчаги ва салқилик тенгламаларини, максимал салқиликни ҳамда таянч кесимларининг айланиш бурчакларини аниқланг

Масалани ечиш учун эгилган уқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини бевосита интеграллаш усули тэвсия этилади.

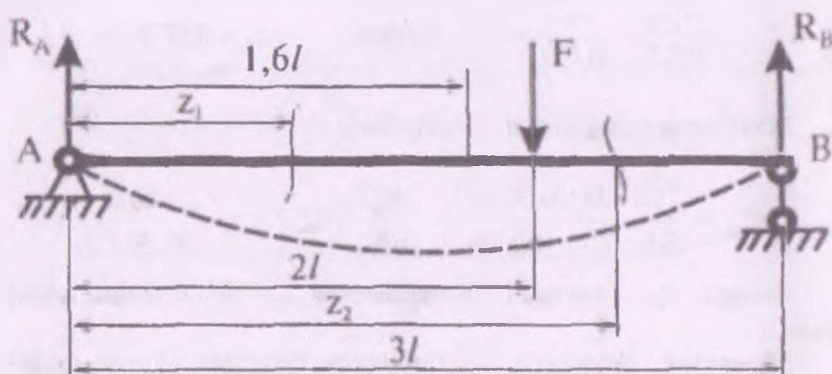
### Ечиш

Аввал тўсиннинг таянч реакцияларини топамиз:

$$R_A = \frac{F}{3}, \quad R_B = \frac{2F}{3}$$

$F$  юк тўсинни иккита ораликқа ажратганлиги сабабли ҳар бир оралик учун қуйидаги ифодаларни тузиш зарур:

I оралик ( $0 < z_1 \leq 2l$ )	II оралик ( $2l \leq z_2 \leq 3l$ )
$M(z_1) = \frac{F}{3} z_1$	$M(z_2) = \frac{F}{3} z_2 - F(z_2 - 2l)$
$EJ, \nu'' = \frac{F}{3} \cdot z_1$	$EJ, \nu'' = \frac{F}{3} z_2 - F(z_2 - 2l)$
$EJ, \theta = \frac{F}{3} \cdot \frac{z_1^2}{2} + C_1$	$EJ, \theta = \frac{F}{3} \cdot \frac{z_2^2}{2} - F \frac{(z_2 - 2l)^2}{2} + C_2$
$EJ, \nu = \frac{F}{3} \cdot \frac{z_1^3}{6} + C_1 z_1 + D_1$	$EJ, \nu = \frac{F}{3} \frac{z_2^3}{6} - F \frac{(z_2 - 2l)^3}{6} + C_2 z_2 + D_2$



IX.8-шакл

Юқори тенгламалар таркибидаги  $C_1, D_1, C_2, D_2$  ихтиёрий узгармасларни аниқлаш учун қуйидаги тўртта чегаравий шартлардан фойдаланамиз:

•  $z_1 = 0$  да  $u_1 = 0$  бўлади,  
бундан  $D_1 = 0$  келиб чиқади

•  $z_2 = 3l$  да  $u_{z_2} = 0$

ёки  $\frac{F}{3} \cdot \frac{(3l)^3}{6} - F \frac{l^3}{6} + C_2 3l + D_2 = 0$  бўлади;

•  $z_1 = z_2 = 2l$  да  $\theta_1 = \theta_2$ ,

ёки  $\frac{F}{3} \cdot \frac{(2l)^2}{2} + C_1 = \frac{F}{3} \cdot \frac{(2l)^2}{2} + C_2$  бўлади.

Бундан,  $C_1 = C_2$  келиб чиқади.

•  $z_1 = z_2 = 2l$  да  $u_1 = u_2$ ,

ёки  $\frac{F}{3} \cdot \frac{(2l)^3}{6} + C_1 \cdot 2l + D_1 = \frac{F}{3} \cdot \frac{(2l)^3}{6} + C_2 \cdot 2l + D_2 = 0$  бўлади.

Бундан  $D_1 = D_2$  эканлиги келиб чиқади.

Шундай қилиб,  $D_1 = D_2 = 0$

$$C_1 = C_2 = -\frac{4Fl^2}{9}$$

Айланиш бурчаги ва салқилик учун қуйидаги тенгламаларга  
эришамиз:

I оралик	II оралик
$\theta_1 = \frac{1}{EJ} \left[ \frac{Fl}{6} - \frac{4Fl^2}{9} \right] = \frac{F}{6EJ} \left( z_1^2 - \frac{8l^2}{3} \right)$	$\theta_2 = \frac{F}{6EJ} \left[ z_2^2 - 2(z_2 - 2l)^2 - \frac{8l^2}{3} \right]$
$u_1 = \frac{F}{18EJ} (z_1^3 - 8l^2 z_1)$	$u_2 = \frac{F}{18EJ} \left[ z_2^3 - 2(z_2 - 2l)^3 - 8l^2 z_2 \right]$

Энди салқиликнинг энг катта қиймати  $f_{\max}$  ни аниқлашга  
ўтсамиз. Одатда, салқилиги  $f_{\max}$  бўлган кесимда айланиш бурча-  
ги нолга тенг бўлади; текшириладиган тўсинда бундай кесим  
 $0 < z_1 < 2l$  ораликда ётиши табиий. Шунинг учун:

$$\frac{d\theta_1}{dz_1} = \frac{F}{6EJ} \left( z_1^2 - \frac{8l^2}{3} \right) = 0, \quad \text{бундан } z_1 = 1,633l \text{ га тенг}$$

$$\text{Демак, } f_{\max} = \frac{F}{18EJ_x} \left[ (1,633l)^3 - 8l^2 \cdot 1,633l \right] = -0,4838 \frac{Fl^3}{EJ_x}$$

Тенгламаларга тегишлича  $z_1 = 0$  ва  $z_2 = 3l$  ни қўйиб, таъин кесимларидаги айланиш бурчакларини топамиз:

$$\theta_B = -\frac{4Fl^2}{9EJ_x}; \quad \theta_C = \frac{5Fl^2}{9EJ_x}$$

#### 9.4-§. Бошланғич параметрлар усули

Бундан олдинги параграфда кўриб чиқилган усулнинг асосий камчилиги қуйидагилардан иборат:

- ҳар бир оралиқ учун эгувчи моментнинг ифодасини ёзиш ва (IX 3) тенгламани кетма кет интеграллаш зарур;
- интеграл ўзгармаслари сонига қараб чегаравий шартлар тузиш керак (борди-ю, тўсинлар  $n$  та оралиқдан иборат бўлса, чегаравий шартлар асосида тузилган  $2n$  алгебраик тенгламани интеграл ўзгармасларига нисбатан ечиш лозим)

Гарчи бу ишлар математик нуқтаи назардан қараганда қининчилик туғдирмасида, кўп меҳнат талаб қилади. Шу боис, А. Н. Крылов, Н. П. Пузыревский, П. Г. Куликовский, Н. К. Снитко, Н. И. Безухов, А. А. Уманский ва бошқалар тақлиф этган ва юқоридаги камчиликлардан холи бўлган бошланғич параметрлар усулидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ

Бу усул қуйидаги асосий қоидаларга таянади:

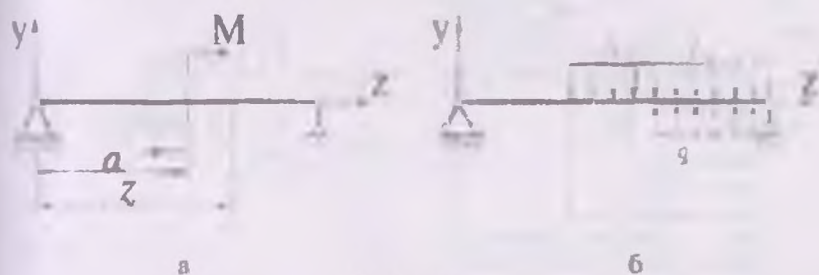
- координата боши тўсиннинг чап учидан танланади ва у ҳамма оралиқлар учун умумий ҳисобланади;
- қирқимдан чап томонда жойлашган ташқи кучлардан эгувчи момент ифодаси тузилади;
- $(z-a)^n$  кўринишдаги кўпхадларни интеграллашда қавсларни очмаслик лозим:

$$\int (z-a)^n dz = \frac{(z-a)^{n+1}}{n+1} + C \quad (9)$$

- тўсинга қўйилган жуфт кучлардан эгувчи момент ифодасини тузаётганда уни  $(z-a)^0=1$  биномга қўпайтириш тавсия

қилинади; бунда  $a_1$  - координата бошидан жуфт кучлар қўйилган кесимгача бўлган масофа (IX.9-шакл, а);

- агар текис ёйилган юк ( $q \sim \text{const}$ ) тўсиннинг охиригича учига етмаган бўлса, у «сунъий» равишда давом эгитирилади (IX.9-шакл, б). Аммо тўсиннинг мувозанатини бузмаслик учун интенсивлиги  $q$  га тенг ва унга тескари йўналишдаги юк тегишли масофага қўйилади; бу юк (IX.9-шакл, б) да ингичка чизиқ билан тасвирланган.



IX 9-шакл

Юқорида айтилган шартлар асосида ихтиёрий ташқи кучлар билан юкланган  $l$  та оралиқдан иборат тўсинни кўриб чиқамиз (IX.10-шакл, а).

Чизмадан кўриниб турибдики, ёйилган куч

$$q(z) = q_c + k(z-c) \quad (6)$$

қонуният буйича таъсир этмоқда.

Бунда  $k = \text{tg}\beta = \frac{q_1 - q_0}{d - c}$  - оғма чизиқнинг бурчак

коэффициенти;

(6) дан  $q'(z) = k$  эканлиги келиб чиқади.

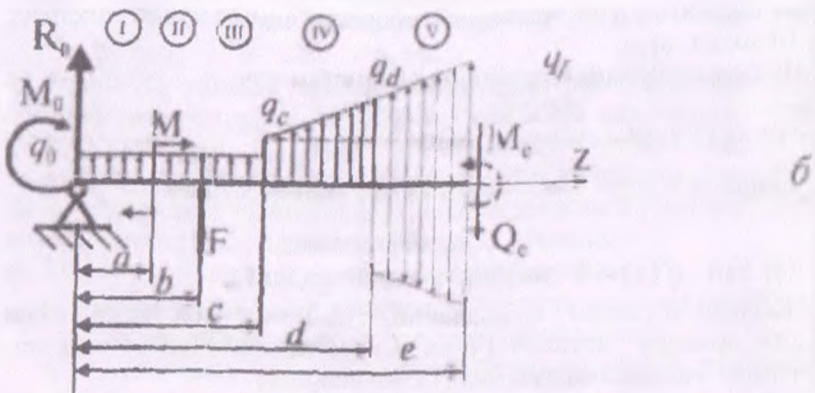
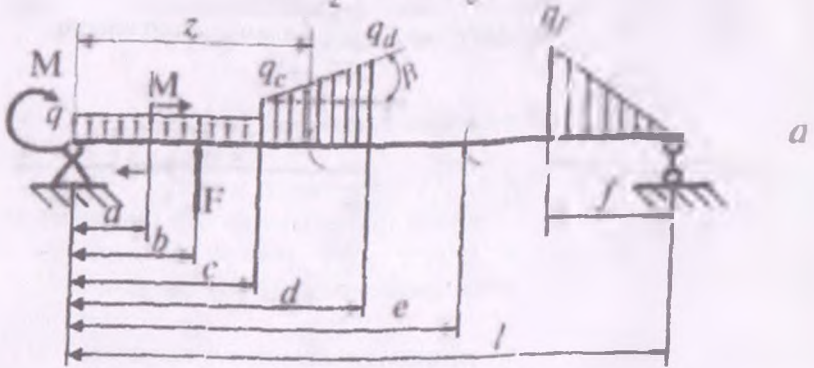
Кесиш усулидан фойдаланиб тўсиннинг ихтиёрий икки қўшни оралиғи, масалан IV ва V оралиқлари учун эгувчи моментнинг ифодасини тузамиз (IX.10-шакл, б):

IV оралиқ

$$\begin{aligned} M(z) &= M_0 + Q_0 z + q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q_c \frac{(z-c)^2}{2} + \frac{1}{2}(q_1 - q_0)(z-c) \frac{(z-c)}{1} = \\ &= M_0 + Q_0 z + q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q_c \frac{(z-c)^2}{2} + q'(z) \frac{(z-c)^2}{6} \end{aligned}$$

V оралик

$$M(z) = M_0 + Q_0 z + q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a)^0 + F(z-b) + q \frac{(z-c)^2}{2} + q'(z) \frac{(z-c)}{6} + q_d \frac{(z-d)^2}{2} + q''(z) \frac{(z-d)^3}{6}$$



IX.10-шакл

Буларни навбат билан эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси

$$EJv''_z = M(z)$$

га қўйиб, уни кетма-кет икки марта интеграллаймиз:

IV оралик

$$I.L_1 = M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + q_0 \frac{z^3}{6} \Big|_1 + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q_c \frac{(z-c)^3}{6} + q'(z) \frac{(z-c)^4}{24} + C_1$$

$$I.L_2 = M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + q_0 \frac{z^4}{24} \Big|_1 + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q_c \frac{(z-c)^4}{24} + q'(z) \frac{(z-c)^5}{120} + C_2 z + D_2$$

V оралик

$$I.R_1 = M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + q_0 \frac{z^3}{6} \Big|_1 + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q_c \frac{(z-c)^3}{6} + q'(z) \frac{(z-c)^4}{24} - q_c \frac{(z-d)^3}{6} - q'(z) \frac{(z-d)^4}{24} + C_3$$

$$K.L_2 = M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + q_0 \frac{z^4}{24} \Big|_1 + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q_c \frac{(z-c)^4}{24} + q'(z) \frac{(z-c)^5}{120} - q_c \frac{(z-d)^4}{24} - q'(z) \frac{(z-d)^5}{120} + C_4 z + D_4$$

С ва D интеграл ўзгармасларини IV ва V ораликлар қўшилган кесимда эластик чизиқнинг узлуксиз ва силлиқ бўлиши шаргидан фойдаланиб топамиз.

Аниқроғи,  $z = d$  бўлганда, яъни IV ва V ораликларнинг қўшилган жойида:

$$\theta_4 = \theta_5 \quad \text{ва} \quad v_4 = v_5$$

Бундан  $C_4 = C_5$  ва  $D_4 = D_5$  эканлиги келиб чиқади.

Худди шу тартибда  $n-1$  ва  $n$  ораликлар учун

$$C_{n-1} = C_n \quad \text{ва} \quad D_{n-1} = D_n$$

юмга эга бўламиз.

Шундай қилиб,  $n$  та ораликдан иборат тўсиғ учун:

$$C_1 = C_2 = \dots = C_n = C_{n+1} = C$$

$$D_1 = D_2 = \dots = D_{n-1} = D_n = D_{n+1} = D.$$

Демак, бундан шундай муҳим хулоса келиб чиқади: тўсик қанча оралиқлардан иборат бўлишидан қатъий назар, интеграл узгармаслари сони иккитадан ошмас экан.

Бу хулоса интеграл узгармасларини тўсиннинг ихтиёрий оралиғидан аниқлашга имкон беради; табиийки, кўчишларни аниқлашга оид масалалар ечаётганда  $C$  ва  $D$  ларни тўсиннинг  $I$  оралиғидан аниқлаш анча қулайлик туғдиради.

Шу боис:

$$\begin{aligned} z = 0 \text{ бўлганда} & \quad EJ\theta_1 = C, \\ z = 0 \text{ бўлганда} & \quad EJ\lambda_0 = D. \end{aligned}$$

$C$  ва  $D$  ларнинг топилган қийматларини  $V$  оралиқ учун ёзилган ифодаларга келтириб қуями  $\dagger$  (бу ифодалар умумий ҳолда ёзилган бўлиб, уларда тўсиннинг  $z$  оралиғи амалда бир нечта жиғит куч, тўпланган куч ва ёйилган кучлар тизими таъсир курситиши ҳам мумкинлиги эътиборга олинган):

$$\begin{aligned} EJ\theta &= EJ\theta_0 + M_n \frac{z^n}{n!} + Q_n \frac{z^{n-1}}{(n-1)!} + \dots + \sum M^{(z-d)^k} + \sum F^{(z-b)^k} + \sum q^{(z-c)^k} - \\ & - \sum q^{(z)^k} - \sum q^{(z-d)^k} - \sum q^{(z)^k} - \sum q^{(z-d)^k} \\ EJ\lambda &= EJ\lambda_0 + EJ\lambda_1 + M_n \frac{z^n}{n!} + Q_n \frac{z^{n-1}}{(n-1)!} + \dots + \sum M^{(z-d)^k} + \sum F^{(z-b)^k} + \\ & + \sum q^{(z-c)^k} + \sum q^{(z)^k} - \sum q^{(z-d)^k} - \sum q^{(z)^k} - \sum q^{(z-d)^k} \end{aligned} \quad (IX.6)$$

(IX.6) формулаларга эластик чизиқнинг универсал формуллари деб аталади.

(IX.6) формуланинг биринчиси ёрдамида тўсиннинг ихтиёрий кесимларидаги айланиш бурчаклари, иккинчиси ёрдамида эса салқилиги топилади.

Бу ерда  $\theta_0$  - координата бошидаги кесимнинг айланиш бурчаги;

$\lambda_1$  - координата бошидаги салқилик.

$a, v, c$  - координата бошидан мос равишда жуфт куч, тўпланган куч ва ёйилган кучларгача бўлган масофалар.



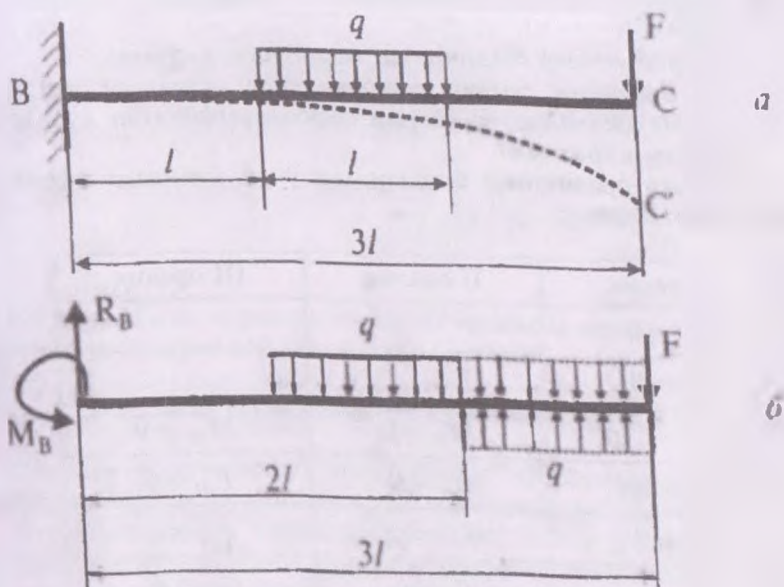
Одатда, универсал формулалар таркибидаги тўсиннинг  $I$  параллелига тегишли бўлган  $M_0, Q_0, q_0, \theta_0$  ва  $u_0$  параметрлар бошланғич параметрлар деб аталади

Координата бошидаги иккита  $\theta_0$  ва  $u_0$  бошланғич параметрлар масаланинг чегаравий шартлари ёрдамида топилади

Агар тўсинга қўйилган ёйилган кучлар бир текисда тақсимланса, у ҳолда универсал формулалар бирмунча содда-роқ куринашни эгаллайди:

$$E\theta = E\theta_0 + \Delta \left( \frac{1}{2} + \frac{x^2}{3l} \right) + \sum M \frac{(x-a)^2}{2} + \sum F \frac{(x-b)^2}{2} + \sum q \frac{(x-c)^2}{2} \quad (1X7)$$

$$E u_0 = E u_0 + E Q_0 = \Delta \left( \frac{l^2}{2} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^3}{4} \right) + \sum M \frac{(x-a)^3}{2} + \sum F \frac{(x-b)^3}{2} + \sum q \frac{(x-c)^3}{2}$$



IX.11-шакл.

33-масала. Узунлиги  $3l$  ва бикрлиги ўзгармас ( $EJ_x = const$ ) бўлган консол тўпланган куч ва текис таралган кучлар билан юкланган (IX.11-шакл, а).

Универсал формулалар ёрдамида консол эркин учининг салқилиги ва айланиш бурчаги аниқлансин.

### Ўчиш

1) дастлаб таянчларда пайдо бўлувчи реакция кучларини аниқлаймиз:

$$\sum M_B = 0, \quad -M_B + q \cdot l(l + 0,5l) + F \cdot 3l = 0$$

$$\sum Y_i = 0, \quad R_B - ql - F = 0,$$

Булардан:  $R_B = 3ql$  ва  $M_B = 7,5ql^2$

2) консолни учта оралиққа ажратамиз. Кейин эса 9.4-§ да айтиб ўтилган биринчи ва бешинчи қоидаларга асосланиб (IX.11-шакл, б):

- координаталар бошини чап таянч устига қўямиз;
- III оралиқни сунъий равишда текис таралган кучлар билан юклаймиз ва уларни мувозанатлайдиган кучларни ҳам киритамиз.

3) ҳар бир оралиқнинг бошланиши учун қуйидаги ифодаларни тузиб чиқамиз:

I оралиқ	II оралиқ	III оралиқ
$v_0 = 0$		
$\theta_0 = 0$		
$M_0 = -7,5ql^2$	$M_{II} = 0$	$M_{III} = 0$
$Q_0 = 3ql$	$F_{II} = 0$	$F_{III} = 0$
$q_0 = 0$	$q_{II} = -q$	$q_{III} = q$
	$c_{II} = l$	$c_{III} = 2l$

Бу қоидаларни (IX.7) формулаларга қўйиб, тегишлича ай-  
ланиш бурчаги ва салқиликнинг тенгламаларини умумий ҳолда  
қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\theta = \frac{1}{EI} (-7,5ql^2 \cdot z + 3ql \frac{z^2}{2}) \Big|_{z=0}^{z=l} = \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(z-l)^3}{6} \right]_{z=0}^{z=l} + \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(z-2l)^3}{6} \right]_{z=l}^{z=2l} \quad (a)$$

$$v = \frac{1}{EI} (-7,5ql^2 \frac{z^3}{2} + 3ql \frac{z^3}{6}) \Big|_{z=0}^{z=l} + \frac{1}{EI} \left[ -q \frac{(z-l)^4}{24} \right]_{z=0}^{z=l} + \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(z-2l)^4}{24} \right]_{z=l}^{z=2l} \quad (б)$$

Сўралган кесимнинг айланиш бурчаги ва салқилигини то-  
пиш учун охириги ифодаларга  $z = 3l$  ни қўйиб, қуйидагиларни  
чиқил қиламиз:

$$\theta_1 = \theta_{z=3l} = \frac{1}{EI} \left[ -7,5ql^2 \cdot 3l + 3ql \frac{(3l)^2}{2} \right] + \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(2l)^3}{6} \right] +$$

$$+ \frac{1}{EI} \left( q \frac{l^3}{6} \right) = -10,17 \frac{ql^3}{EI}$$

$$v_1 = v_{z=3l} = \frac{1}{EI} \left[ -7,5ql^2 \cdot \frac{(3l)^3}{2} + 3ql \frac{(3l)^3}{6} \right] + \frac{1}{EI} \left[ q \frac{(2l)^4}{24} \right] +$$

$$+ \frac{1}{EI} \left[ q \frac{l^4}{24} \right] = -20,875 \frac{ql^4}{EI}$$

Изоҳ: борди-ю, сўралган кесим II оралиқда ётса, (а) ва (б)  
ифодалардаги охириги ҳад эътиборга олинмайди.

### 9.5-§. Мор усули ёрдамида кўчишларни аниқлаш

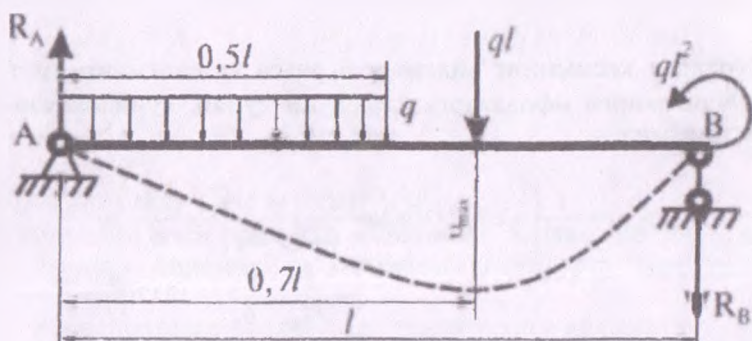
Олдинги параграфларда тўсинларнинг кўчишлари (салқилиги  
ва айланиш бурчаклари) ни аниқлаш усуллари кўриб ўтилган эди.

Энди эса фақат тўсинлардаги эмас, балки рама ва эгри  
прислардаги кўчишларни аниқлашда кенг қўлланиладиган уни-  
версал усул — Мор усули билан танишиб чиқамиз.

Мор усули назарий механикадан бизга маълум бўлган мумкин бўлган кўчишлар тамойилига асосланган

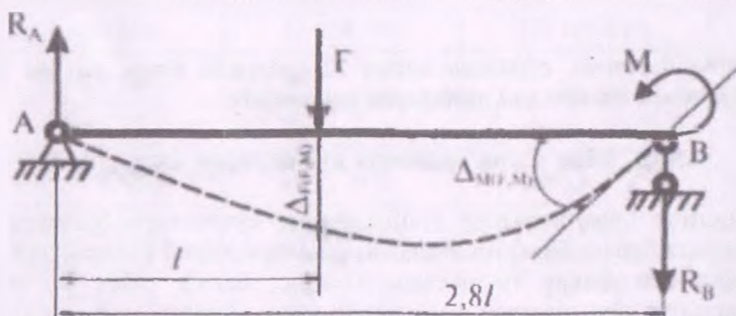
Бу усулдан фойдаланиш қулайроқ бўлсин учун аввало, умумлашган куч, умумлашган кўчиш ҳамда кўчишларнинг индекслари тўғрисида фикрлашиб оламиз.

Битта куч омили билан ифодаланувчи жуфт куч (момент), тўпланган ва ёйилган юклардан иборат кучлар гуруҳига умумлашган кучлар дейилади. Масалан,  $F$  тўпланган куч,  $m_1$  ва  $m_2$  моментлар биргина ёйилган куч интенсивлиги  $q$  орқали ифодаланганлиги учун улар умумлашган куч ҳисобланади (IX.12-шакл).



IX.12-шакл.

Ҳар бир умумлашган кучга ўзига тегишли умумлашган кўчиш мос келади: тўпланган куч чизиқли кўчишни, жуфт куч эса кесим айланиш бурчагини ҳосил қилади (IX.13-шакл, а,б)



IX.13-шакл.

Демак, умумлашган кўчиш эластик тизимнинг деформацияланиш ҳолатини тўлиқ тавсифлай олар экан

Тупланган куч ўзи қўзғатган чизиқли кўчиш билан, жуфт куч момент эса кесим айланиш бурчаги билан биргаликда маълум иш бажаради:

- стерженни чўзиш учун сарфланган иш

$$A = F \cdot \Delta l_F \quad (\varepsilon)$$

- тўсинни эгиш учун сарфланган иш

$$A = m \cdot \Delta \theta \quad (\theta)$$

бунда  $F, m$  - умумлашган кучлар;  
 $\Delta l_F, \Delta \theta$  - умумлашган кўчишлар.

Бирор кесимнинг ташқи куч ёки кучлар гуруҳи таъсиридан олган кўчишлари  $\Delta$  (грекча катта дельта), бирлик кучлар таъсиридан олган кўчишлари эса  $\delta$  (кичик дельта) ҳарфлари билан белгиланади.

Бундан ташқари, ҳар бир кўчиш иккита индекс билан белгиланади: *биринчи индекс кучиши топилётган кесимни ҳамда кўчиш йўналишини, иккинчи индекс эса бу кучишни юзага келтирувчи сабабни билдиради.*

Демак,  $\Delta_{mn}$  белги  $m$ -чи кесимнинг  $n$  "кучи" йўналишидаги  $n$  "куч" дан ҳосил бўлган кўчишини билдиради

Энди асосий масалага қайтамиз.

Агар мувозанатда турган эластик жисмнинг нуқталарига деформациялар пайдо бўладиган даражада чексиз кичик кўчишлар берилса, жисмда ички кучлар пайдо бўлиб, улар маълум иш бажаради

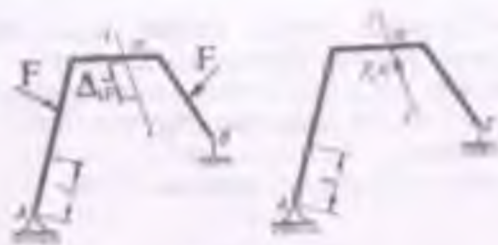
Бунда мумкин бўлган кўчишлар тамойили тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\sum \delta A^{(e)} + \sum \delta W^{(i)} = 0 \quad (\text{IX } 8)$$

Бу ерда,  $\delta A^{(e)}$  - ташқи кучларнинг мумкин бўлган кўчишда бажарган элементар иши;

$\delta W^{(i)}$  - ички кучларнинг мумкин бўлган кўчишда бажарган элементар иши.

Ихтиёрий ташқи кучлар билан юкланган бруснинг  $X_1 = 1$  бирлик куч йўналишидаги кўчишини аниқлаш талаб қилинсин (IX.14-шакл, а,б).



IX.14-шакл.

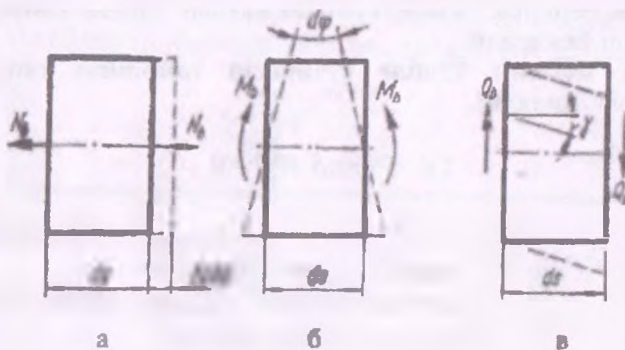
Мумкин бўлган кўчиш сифатида бруснинг  $ds$  узунликдаги кичик элементининг деформация натижасида юзага келган чекли, лекин кичик кўчишини оламиз.

*I* ҳолатда  $ds$  элемент  $N_F, Q_F, M_F$  ички кучлар, *II* ҳолатда эса  $\bar{N}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i$  ички кучлар таъсирида бўлади.

Шу сабабли  $ds$  элементнинг умумий деформациясини учта ташкил этувчи: чўзилиш ёки сиқилиш  $\Delta ds_F$ , ҳар бир толанинг силжиши  $\gamma_F$  ва кесимнинг айланиш бурчагини эса  $d\varphi_F$  кўринишида тасаввур қилиш мумкин (IX.15-шакл, а, б, в).

Текширилагаётган иккита ҳол учун мумкин бўлган кўчишлар тамсили тенгламаси

$$1 \cdot \Delta_{21} + dW_{21}^{(1)} = 0 \quad (\text{IX.9})$$



IX.15-шакл.

Бунда  $dW_{21}^{(1)}$  -бирлик куч ( $\bar{X}_1 = 1$ ) таъсиридан битта  $ds$  элементнинг деформацияси туфайли пайдо бўладиган  $\Delta ds_F$  чиқиқли ва  $d\varphi_F$  бурчакли кўчишларда ҳамда  $\gamma_F$  силжишда тегишлича  $\bar{N}_1, \bar{Q}_1, \bar{M}_1$  ички кучларнинг бажарган элементар иши.

II ҳолатда  $\bar{X}_1 = 1$  куч таъсиридан  $ds$  элементда пайдо бўладиган  $\bar{N}_1, \bar{Q}_1, \bar{M}_1$  ички кучлар I ҳолатдаги  $ds$  элементга нисбатан ташқи кучлар ҳисобланади; шу сабабли ички кучларнинг мумкин бўлган кўчишда бажарган иши қуйидагига тенг бўлади:

$$dW_{21}^{(1)} = - \left[ \bar{N}_1 \cdot \Delta ds_F + \bar{M}_1 d\varphi_F + \int_{(A)} \gamma_F ds \cdot \bar{\tau} dA \right] \quad (в)$$

Бу ифодани (IX.9)га қўйиб,  $\Delta_{21}$  кўчишни аниқлаймиз:

$$d\Delta_{21} = \bar{N}_1 \cdot \Delta ds_F + \bar{M}_1 \cdot d\varphi_F + ds \int_{(A)} \gamma_F \bar{\tau} dA \quad (г)$$

бунда  $\Delta ds_F = \frac{N_F \cdot ds}{EA}$

$$d\varphi_F = \frac{M_F \cdot ds}{EJ}$$

$$\gamma_F = \frac{1}{G} \cdot \bar{\tau}_F = \frac{1}{G} \cdot \frac{Q_F S_x^{акр}}{b_y J_x}$$

$$\bar{\tau} = \frac{Q_1 S_x^{акр}}{b_y J_x}$$

эканлигини эътиборга олиб, уларни (г) ифодага қўямиз:

$$d\Delta_{21} = \frac{N_F \cdot N_1}{EA} ds + \frac{M_F \cdot M_1}{EJ} \cdot ds + ds \int_{(A)} \frac{1}{G} \cdot \frac{Q_F S_x^{акр}}{b_y J_x} \cdot \frac{Q_1 S_x^{акр}}{b_y J_x} \cdot dA$$

Бу ифоданинг охириги ҳаддини алоҳида ҳисоблаймиз:

$$\int_G \frac{1}{G} \frac{Q_x S_x^{центр}}{b_y J_x} \cdot \frac{Q_y S_y^{центр}}{b_x J_y} \cdot dA = \frac{Q_x Q_y}{G} \int_G \left( \frac{S_x^{центр}}{b_y J_x} \right)^2 dA = \frac{Q_x \cdot Q_y}{GA} \cdot A \int_G \left( \frac{S_x^{центр}}{b_y J_x} \right)^2 dA$$

$$\text{Агар} \quad \eta = A \int_G \left( \frac{S_x^{центр}}{b_y J_x} \right)^2 dA$$

белгилашни киритсак, у ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$d\Delta_{21} = \frac{N_x \bar{N}_1}{EA} ds + \bar{\eta} \frac{Q_x \bar{Q}_1}{GA} ds + \frac{M_x \bar{M}_1}{EJ} ds \quad (д)$$

Охирги ифодани бирмунча умумий ҳолда ёзамиз, чунки бу кўчиш фақат битта кичик  $ds$  элементнинг деформацияси туйфайли содир бўлади

Бруснинг битта бўлаги тўла деформацияланиши натижаси да пайдо бўлувчи кўчишни аниқлаш учун охирги ифодани мазкур узунлик бўйича интеграллаш кифоя:

$$\Delta = \Delta_{21} = \int_{(S)} \frac{N_x \bar{N}_1}{EA} ds + \int_{(S)} \bar{\eta} \frac{Q_x \bar{Q}_1}{GA} ds + \int_{(S)} \frac{M_x \bar{M}_1}{EJ} ds \quad (IX.10)$$

Бир неча ораликдан иборат бўлган брус учун (IX.10) формула

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{(S)} \frac{N_x \bar{N}_1}{EA} ds + \sum_{i=1}^n \int_{(S)} \bar{\eta} \frac{Q_x \bar{Q}_1}{GA} ds + \sum_{i=1}^n \int_{(S)} \frac{M_x \bar{M}_1}{EJ} ds \quad (IX.11)$$

кўринишда ёзилади.

Бунда  $\bar{\eta}$  - ораликлар сони.

(IX.10) ва (IX.11) ифодаларга Мор формуласи ёки Мор интеграл деб аталади.

Бунда  $N_F, Q_F, M_F$  - ташқи кучлар билан юкланган (асосий ҳолат) бруснинг ихтиёрий кесимидаги ички зўриқишларнинг ифодаси;

$\bar{N}_1, \bar{Q}_1, \bar{M}_1$  - бирлик кучлар билан юкланган (ёрдамчи ҳолат) бруснинг ихтиёрий кесимидаги ички зўриқишларнинг ифодаси;

$EA, GA, EJ$  - бруснинг тегишлича чўзилиш (сиқилиш), силжиш ва эгилишдаги бикрликлари.



*Хусусий ҳоллар.* Мор интегрални ёрдамида тўсин, рама ва аркалардаги кўчишларни аниқлаётганда кўпинча бўйлама деформация ва силжиш деформацияларининг таъсирини эътиборга олмабди ҳам мумкин; бундай ҳолатларда Мор интегрални

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{(s)} \frac{M_i \bar{M}_i}{EJ} ds \quad (\text{IX } 12)$$

ёқинида ифодаланади.

Тўғри стерженлардан тузилган фермалар асосан чўзилиш ёқини сиқилишга қаршилик кўрсатганликлари сабабли, уларни ҳисоблашда Мор интегралнинг

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \int_{(s)} \frac{N_i \bar{N}_i}{EA} ds \quad (\text{IX } 13)$$

қилидан фойдаланиш кифоя

Мор усулида кўчишлар қуйидаги тартибда аниқланади:

1. Эластик деформацияланувчи брус (тўсин, стержен, рама, арка) оралиқларга ажратилиб, таянч реакциялари топилади.

2. Бруснинг ёрдамчи ҳолати қурилиб, у кўчиши аниқланадиган кесимга қараб бирлик куч билан юкланади:

- чизикли кўчишни аниқлашда кесимга бирлик тўпланган куч қўйилади;
- бурчакли кўчишни аниқлашда кесимга бирлик жуфт куч (момент) қўйилади

3. Бруснинг ҳар бир оралиғи учун кесиш усулини қўллаб  $N_F, Q_F, M_F$  (асосий ҳолат бўйича) ҳамда  $\bar{N}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i$  (ёрдамчи ҳолат бўйича) ларнинг аналитик ифодаси тузилади.

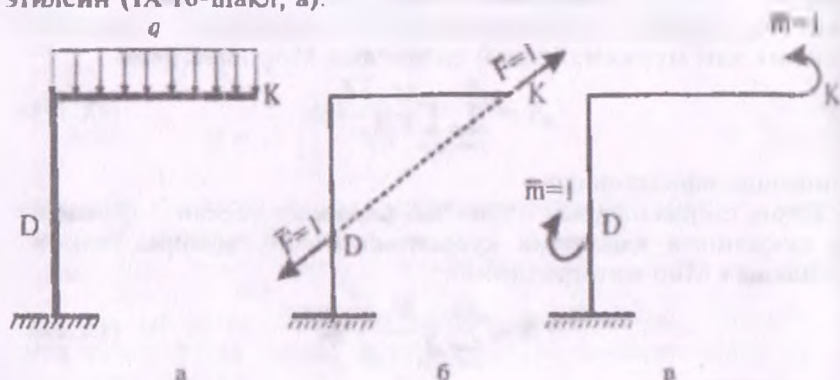
4. Бруснинг барча оралиғи бўйича Мор интегрални ҳисобланади

*Эслатма:* агар аниқланган кўчиш  $\Delta$  мусбат ишорали бўлса, унда кўчишнинг ҳақиқий йўналиши бирлик куч йўналишига мос келади; аксинча, манфий ишорали кўчиш кесимнинг ҳақиқий кўчиши бирлик куч йўналишига мос келмаслигини кўрсатади.

Баъзан конструкция қисмларини ҳисоблашда ундаги айрим кесимларнинг бир-бирларига нисбатан кўчишларини Мор усулида аниқлашга тўғри келади.

Масалан, рамадаги  $K$  ва  $D$  кесимларнинг ўзаро аниқлашиши ёқини узоқлашишини ҳамда бу иккала кесимлар-

нинг бир-бирларига nisbatan aylanishini aniqlash talab etilsin (IX 16-shakl, a).



IX.16-shakl.

Bunday hollarda ikkala kesimga ham bir vaqtning uzida birlik kuchlar qo'yib, har bir oraliqdagi ichki zuriqish  $N_i$ ,  $Q_i$ ,  $M_i$  larning ifodasini tuzish zarur (IX.16-shakl, b, v). Hisoblashning qolgan qismi yuqoridagi tartibda olib boriladi.

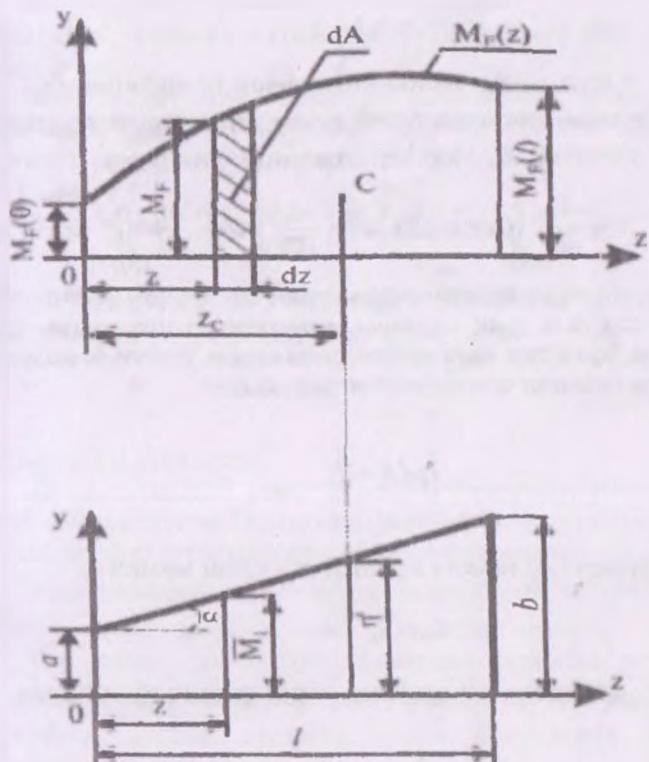
### 9.6-§. Mor integralini Vereshagin usulida hisoblash

Elastik bрус (tusin eki rama) larning oraliqlari soni kup bulgan hollarda Mor integrali erdamida kuchiylarni aniqlash bir muncha qiyinchiliklar tugdiradi. Chunki, har bir oraliq uchun ichki zuriqishlarning analitik ifodasini tuzib, sungra ularni teгишли oraliqlarda integrallash kerak.

1925 yilda Moskva temir yul muxandislari oliygoxinining talabasi A.N.Vereshagin grafo-analitik usul erdamida Mor integralini hisoblashni taklif etgan. Baъzan bu usul epюра larini uzaro kulaytirish usuli ham deb yuritiladi.

Odatda, birlik kuchlar tiplangan eki juft kuchlar bulganligi sababli, ulardan qurilgan eguvchi moment epюраси doimo tugri chiziq bilan chegaralanaди; tashqi kuchlardan qurilgan  $M_F$  epюралар esa, umumiy holда эгри chiziq konuniyati buyicha uzgаради.

Айтайлик, бикрлиги  $\ell$  ораликда ўзгармас бўлган бруснинг ташқи ва бирлик кучлардан қурилган эпюралари берилган бўлсин (IX 17-шакл, а).



IX.17-шакл

Текшириладиган ҳол учун (IX 12) формула

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \int_0^l M_F \bar{M} dz \quad (a)$$

қурунишда ёзилади.

$M_F dz$  кўпайтма  $M_F$  эпюрасидаги штрихланган элементар мизачага тахминан тенг:

$$M_F dz \approx dA \quad (6)$$

$\bar{M}_1$  миқдорни эса бирлик куч эпюрасидан топамиз (IX.17 шакл, б):

$$\bar{M}_1 = a + k z \quad (a)$$

Бунда  $k = tg\alpha$  - оғма чизиқнинг бурчак коэффициенти (6) ва (a) ларни назарда тутиб ҳамда интеграл чегараларини  $\ell$  дан  $A$  га ўзгартириб, Мор интегралини қуйидагича ёзамиз

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \int_{(A)} (a + k \cdot z) \cdot dA = \frac{a}{EJ} \int_{(A)} dA + \frac{k}{EJ} \int_{(A)} z \cdot dA \quad (b)$$

Биринчи интеграл ташқи кучдан қурилган эгувчи момент эпюрасининг юзаси  $A$  га тенг; иккинчи интеграл эса шу юзадан брукнинг бўйлама ўқида тик ва координата бошидан ўтувчи вертикал оу ўққа нисбатан олинган статик моментдан иборат:

$$\int_A z dA = S_y$$

Статик момент  $S_y$  ни яна қуйидагича ёзиш мумкин:

$$S_y = z_c \cdot A$$

Бунда  $z_c$  -  $M_F$  эпюраси оғирлик марказининг абсциссаси. Демак,

$$\Delta = \frac{A}{EJ} (a + k \cdot z_c)$$

Геометрик нуқтаи назардан қавс ичидаги ифодани

$$\eta = a + k \cdot z_c$$

қуринишда ёзиш мумкин. У ҳолда кўчиш формуласи қуйидагича бўлади:

$$\Delta = \frac{A \cdot \eta}{EJ} \quad (IX.14)$$

(IX.14) формула Верещагин формуласи деб аталади.

Демак, Верещагин усулида кўчишни янгидаги учун ташқи кучдан қурилган эпюра юзаси  $A$  ни мазкур юза оғирлик марказининг тўғри келувчи бирлик куч эпюрасининг ординатаси  $\eta$  га кўпайтириб, олинган натижани бруснинг бикрлиги  $EJ$  га бўлиш нифоя экан.

Агар эластик брус  $l$  та ораликдан иборат бўлса, Верещагин формуласи қуйидагича бўлади:

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^n A_i \cdot \eta_i^c \quad (\text{IX.15})$$

Бикрлиги поғонали равишда ўзгарувчи  $l$  та ораликли эластик бруслар учун Верещагин формуласи

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \eta_i^c}{EJ_i} \quad (\text{IX.16})$$

қўринишни эгаллайди.

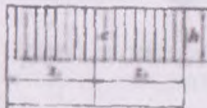



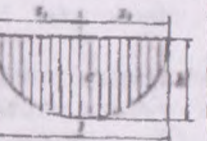
Шуни таъкидлаб ўтиш лозимки, ўзгарувчан кесимли брусларнинг кўчишларини Верещагин усулида аниқлаб бўлмайди; бундай ҳолларда Мор интегралидан фойдаланиш маъқул. Бундан ташқари,  $\eta$  ординаталарни фақат тўғри чизиқ билан чегараланган эгувчи момент эпюраларидан олишни унутмаслик керак.

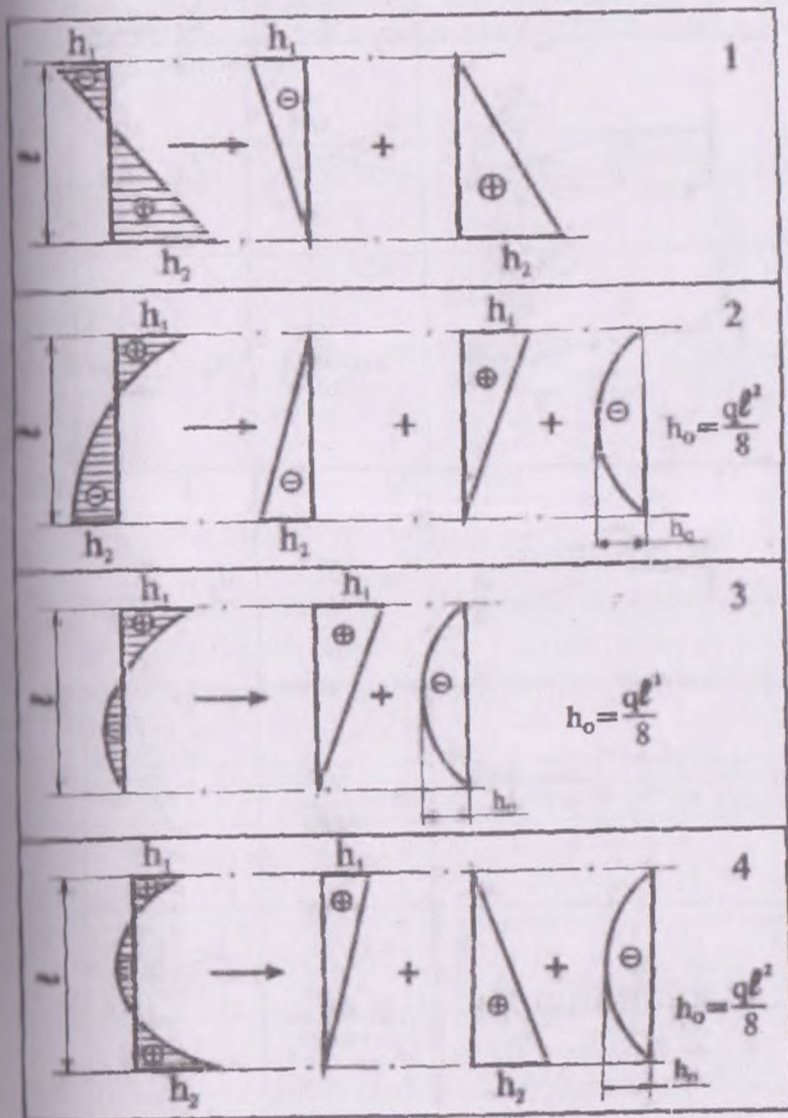
Агар ташқи ва бирлик кучлардан қурилган эгувчи момент эпюралари бруснинг бўйлама ўқидан бир томонда ётса,  $A_i \cdot \eta_i^c$  нўпайтма мусбат, аксинча, турли томонларда ётса манфий инерали ҳисобланади.




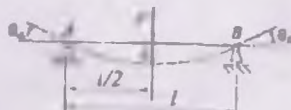
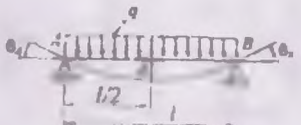
Верещагин усулида кўчишларни аниқлаётганда турли хил геометрик шаклларнинг юзалари ва оғирлик марказ координаталарини ҳисоблашга тўғри келади. Шу жиҳатдан олганда 9.1-жадвалда келтирилган маълумотларни билиш муҳимдир.

Бундан ташқари, бу усулдан фойдаланиш қулай бўлиши учун эгувчи моментларнинг мураккаб эпюралари 9.2-жадвалда кўрсатилган тартибда ташкил эгувчиларга ажратилади.

9.3 жадвалда турли хил кўринишларда юкланган кўчинларнинг ўзига хос кесимларидаги кўчишларини аниқлаш формулалари келтирилган.

Струни момент эпюрасининг курулиши	Эпюранинг кўлиши	Оғирлик маркази координатлари	
		$X_c$	$X_s$
	$b$	$l/2$	$l/2$
	$b/2$	$2l/3$	$l/3$
	$l/3$	$3l/4$	$l/4$
	$2l/3$	$5l/8$	$3l/8$
	$2l/3$	$l/2$	$l/2$

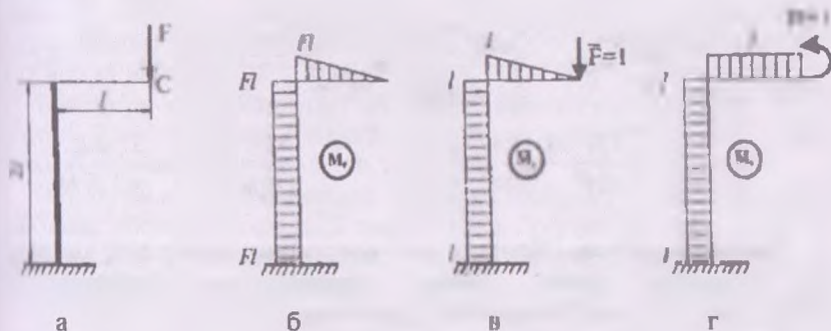


Түсінікті түсіндіріңіз	Салқыдық мң	Аяғында бұрығы рад
	$\delta = \frac{Ml^2}{2EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Ml}{EJ_x}$
	$\delta = \frac{Fl^3}{3EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Fl^2}{2EJ_x}$
	$\delta = \frac{ql^4}{8EJ_x}$	$\theta_B = \frac{ql^3}{6EJ_x}$
	$\delta = \frac{Fl^3}{48EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{Fl^2}{16EJ_x}$
	$\delta = \frac{5ql^4}{384EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{24EJ_x}$



34-масала. Ярим раманинг эркин учига  $F$  куч таъсир этмоқда (IX.18-шакл, а); устуннинг эгилишдаги бикрлиги ригел-никига нисбатан 2 марта катта.

Куч қўйилган кесимнинг вертикал қўчиши ва айланиш бурчагини  $M_0$  ва  $\bar{m}_0$  усулларида аниқланг ва натижаларни солиштиринг.



IX.18-шакл

### Ечиш

**$M_0$  усули.** Ташқи куч  $F$ , вертикал йўналган бирлик куч  $F_1 = 1$ , жуфт бирлик момент  $\bar{m}_1 = 1$  лардан ригел ва устунларда ҳосил бўлувчи эгувчи моментларнинг аналитик ифодаларини тузамиз.

Оралиқ	Ташқи куч	Бирлик вертикал куч	Бирлик жуфт куч
Ригель ( $0 \leq z_1 \leq l$ )	$M'_F = -Fz_1$	$M'_1 = -Fz_1 = -z_1$	$M'_2 = -\bar{m} = -1$
Устун ( $0 \leq z_2 \leq 2l$ )	$M''_F = -Fl$	$M''_1 = -Fl = -l$	$M''_2 = -\bar{m} = -1$

Жадвалдаги ифодаларни (IX.12) формулага қўйиб, навбат билан вертикал қўчиш ва айланиш бурчақларини ҳисоблаймиз:

$$v_c = \int_0^l \frac{M_F' \bar{M}_1'}{EJ} dz_1 + \int_0^{2l} \frac{M_F'' \bar{M}_1''}{2EJ} dz_2 = \int_0^l \frac{(-Fz_1)(-z_1)}{EJ} dz_1 + \\ + \int_0^{2l} \frac{(-Fl)(-l)}{2EJ} dz_2 = \frac{F}{EJ} \int_0^l z_1^2 dz_1 + \frac{Fl^2}{2EJ} \int_0^{2l} dz_2 = \frac{4}{3} \frac{Fl^3}{EJ}$$

$$\theta_c = \int_0^l \frac{M_F' \bar{M}_2'}{EJ} dz_1 + \int_0^{2l} \frac{M_F'' \bar{M}_2''}{2EJ} dz_2 = \int_0^l \frac{(-Fz_1)(-1)}{EJ} dz_1 + \\ + \int_0^{2l} \frac{(-Fl)(-1)}{2EJ} dz_2 = \frac{F}{EJ} \int_0^l z_1 dz_1 + \frac{Fl}{2EJ} \int_0^{2l} dz_2 = \frac{3}{2} \frac{Fl^2}{EJ}$$

**Верешагин усули.** Ярим рама учун ташқи ва бирлик кучлар дан қурилган эгувчи момент эпюраларидан фойдаланиб, (IX.16) формулани қуйидагича ёзиб оламиз:

*салқилик*

$$v_c = v_c(M_F, \bar{M}_1) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot \frac{2l}{3} + \frac{1}{2EJ} \cdot Fl \cdot 2l \cdot l = \frac{4}{3} \frac{Fl^3}{EJ}$$

*айланиш бурчаги*

$$\theta_c = \theta_c(M_F, \bar{M}_2) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot 1 + \frac{1}{2EJ} \cdot Fl \cdot 2l \cdot 1 = \frac{3}{2} \frac{Fl^2}{EJ}$$

Шундай қилиб, иккала усулда ҳам бир хил натижалар олинди.

### 9.7-§. Статик аниқмас тўсинларни ҳисоблаш

Битта текисликда жойлашган ихтиёрий ташқи кучларни қабул қила олувчи тўсинни қаттиқ жисм сингари қўзғала олмайдиган қилиб маҳкамлаш учун боғланиш бўлиши шарт (қистириб маҳкамланган таянч учта, қўзғалмас шарнирли таянч ва қўзғалувчи шарнирли таянч эса битта боғланишга эга); бу учта боғланишлар мутлақ зарур ҳисобланиб, улардаги реакция кучлари статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида топилади. Агар мутлақ боғланишларнинг бирортаси олиб ташланса

тўсин геометрик ўзгарувчи тизим — механизмга айланади, яъни тўсин деформацияланмаса ҳам унинг барча нуқталари кўчиш ёлиди.

Амалда тўсинлардан самаралироқ фойдаланиш, яъни уларнинг бикрлигини ошириб, эгилишга мойиллигини камайитириш мақсадида таянчлар сонини оширишга тўғри келади. Аммо кўшимча таянчларнинг ўрнатилиши натижасида боғланишлар сони ортиб, статик аниқ тўсин статик аниқмас тўсинга айланади.

Бошқача айтганда, мутлақ зарур боғланишлар ҳамда "ортиқча" боғланишлар ёрдамида маҳкамланган тўсин статик аниқмас тўсин дейилади.

Шуни таъкидлаш муҳимки, "ортиқча" боғланишлар сўзини "кериқ эмас" боғланишлар деб эмас, балки "керагидан ҳам ортиқча" боғланишлар деб тушунмоқ керак, чунки улар тўсинлардан амалда янада унумлироқ фойдаланишга имконият яратади.

Ортиқча номаълум (боғланиш)лар сони статик аниқмаслик даражасини билдиради; тўсинларнинг статик аниқмаслик даражаси  $S$  қуйидагича аниқланади:

$$S = n - 3 \quad (a)$$

Бунда  $n$  - таянчларда ҳосил бўлувчи боғланишлар сони.



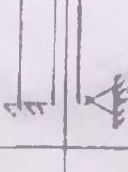
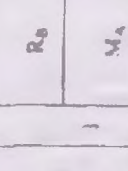

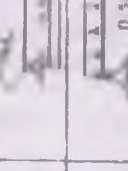

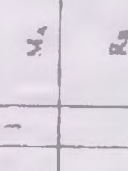

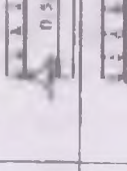




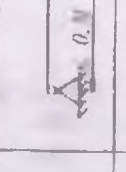



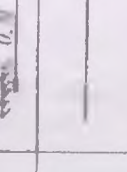
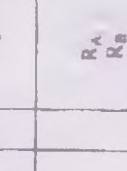
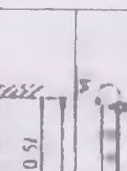


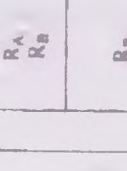

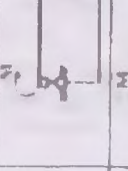

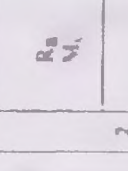
Статик аниқмас тўсинларни ҳисоблашда кўпинча деформацияларни солиштириш ва энергетик усуллар ишлатилади

а) деформацияларни солиштириш усули.

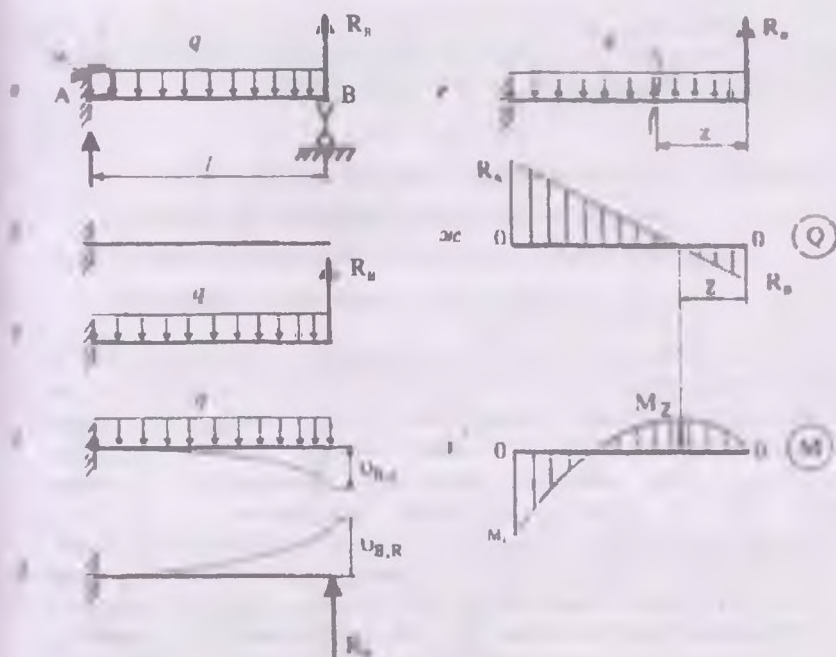
Бу усулда масаланинг осон ёки қийин ечилиши кўп ҳаётдан асосий тизим танлашга боғлиқдир. Ортиқча боғланишларнинг йўқотилишига қараб битта статик аниқмас тўсин учун бир қанча вариантларда асосий тизимлар танланиши мумкин. Аммо асосий тизим қайси вариантда танланмасин, унинг статик аниқ ва геометрик ўзгармаслигини таъминлаш зарур, акс ҳолда юқорида таъкидлаганимиздек, берилган тўсин механизмга айланиб қолади.

Асосий тизимлар ташқи кучлар ва ортиқча боғланишлар билан юкланиб, берилган тизим (тўсин)ларга тенг кучли (эквивалент) тизимлар ҳосил қилинади.

94-жадвалда статик аниқмаслик даражаси турлича бўлган статик аниқмас тўсинлар учун асосий ва тенг кучли тизимлар танлаш вариантлари келтирилган

Башлангыч тизим (тусун)	3	Орточук Бөлгөнүш	Асосий тизимдер	Түгү күчүн тизимдер
		$R_B$		
		$M_A$		
		$R_B$		
		$R_C$		
		$R_A$ $R_B$		
		$R_B$ $N_C$		
		$R_A$ $M_C$		

Деформацияларни солиштириш усули билан IX.19-шакл, а) да тасвирланган статик аниқмас тўсин учун ички қўриқиларнинг эпюраларини қурамыз ва унинг энг катта қўриқилигини аниқлаймиз.



IX.19-шакл

Дастлаб тўсиннинг статик аниқмаслик даражаси аниқланади:

$$S = n - 3 = 4 - 3 = 1$$

Демак, тўсин бир марта статик аниқмас экан.

Масала қуйидаги умумий режа асосида ечилади:

1 Тўсиннинг мувозанати текширилади:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{A_i} = 0, & \quad -M_A - R_B l + ql \frac{l}{2} = 0 \\ \sum M_{B_i} = 0, & \quad -M_B - R_A l + ql \frac{l}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Иккита тенгламада учта:  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $M_A$  номаълумлар бор, тўсин битта ортиқча боғланишга эга.

2. Ортиқча боғланиш олиб ташланиб бирор вариантда асосий тизим (IX.19-шакл, б), кейин эса тенг кучли тизим (IX.19 шакл, в) танланади.

Ҳақиқатан ҳам тўсининг деформацияланиш шартига кўра ортиқча боғланиш  $R_B$  қуйилган В кесим вертикал йўналишида кўчмайди. Бу шартни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$U_B = U_{B,q} + U_{B,R_B} \quad (в)$$

Бунда  $U_{B,q}$  - текис таралган  $q$  юк таъсирида асосий тизимнинг В кесимидаги салқилиги (IX.19-шакл, г);

$U_{B,R_B}$  - ортиқча боғланиш  $R_B$  таъсиридан пайдо бўлган асосий тизимнинг В кесимидаги салқилик (IX.19-шакл, д).

Охириги тенглама қўшимча деформация тенгламаси деб аталиб деформацияларни солиштириш усулининг моҳиятини тавсифлайди: асосий тизим ташқи юклар ва ортиқча боғланишлар таъсиридан худди берилган статик аниқмас тўсиндек деформацияланиши учун ортиқча боғланиши йўқотилган кесимнинг ташқи юк ва ортиқча боғланиш таъсиридан ҳосил бўлган кўчишлари ўзаро тенг, лекин йўналишлари тескари бўлиши шарт.

(в) тенглама таркибидаги кўчишларни олдинги параграфларда кўриб ўтилган барча усуллар ёрдамида аниқлаш мумкин.

7-жадвал, б даги маълумотлардан фойдаланиб В кесимнинг ёйилган куч ва  $R_B$  таъсиридан ҳосил бўлган кўчишларини топамиз:

$$U_{B,q} = -\frac{q\ell^4}{8EJ_x};$$

$$U_{B,R_B} = \frac{R_B \cdot \ell^3}{3EJ_x}$$

Буларни кўзда тутиб, қўшимча деформация тенгламаси (в) дан

$$R_B = \frac{3}{8} q\ell$$

эканлигини аниқлаймиз.

3. Синтез.  $R_B$  аниқлангач, мувозанат тенгламаларидан А таъсирдаги реакциялар осонгина топилади:

$$M_A = 0,5ql^2 - \frac{3}{8}ql = \frac{1}{8}ql^2;$$

$$R_A = \frac{1}{\ell}(0,5ql^2 + \frac{1}{8}ql^2) = \frac{5}{8}ql;$$

Тўсиннинг қолган ҳисоблаш ишлари статик аниқ  
ўсинларники сингари давом эттирилади

Кесиш усулини қўллаб В таянчдан z масофада ётган бирор  
кесим учун ички зўриқишларнинг тенгламаларини тузамиз  
(IX 19-шакл, е):

$$Q(z) = -\frac{3}{8}ql + qz = q(z - \frac{3}{8}\ell);$$

$$M(z) = \frac{3}{8}qlz - 0,5qz^2$$

Кўндаланг куч нолга тенг бўлган кесимдаги эгувчи момент-  
ни аниқлаймиз:

$$\frac{dM}{dz} = \frac{3}{8}ql - qz = 0$$

бундан  $z = z_0 = \frac{3}{8}\ell = 0,375\ell$

Демак,  $M_{\max} = \frac{3}{8}ql(\frac{3}{8}\ell) - 0,5q(\frac{3}{8}\ell)^2 = \frac{9}{128}ql^2.$

IX.19-шакл, ж, з ларда кўндаланг ва эгувчи моментларнинг  
шюралари тасвирланган.

Универсал формула ёрламида салқилик тенгласини ёза-  
миз:

$$EJ_z \cdot \nu_z = -M_A \frac{z}{2} + R_A \frac{z^2}{6} - q \frac{z^3}{24} = -\frac{ql^2}{8} \frac{z}{2} + \frac{5}{8}ql \frac{z^2}{6} - \frac{qz^3}{24}$$

Максимал салқиликнинг вазиятини аниқлаш учун

$\frac{d\nu_z}{dz} = \theta_z$  ифодани нолга тенглаймиз:

$$EJ_z \theta_z = -\frac{ql^2}{8} \cdot z + \frac{5}{16}ql \cdot z^2 - \frac{qz^2}{6} = 0$$

$$\text{еки} \quad z\left(\frac{z^2}{3} - \frac{5\ell}{8}z + \frac{\ell^2}{4}\right) = 0$$

$$\text{Бундан} \quad z_1 = 0, \quad z_2 = \frac{20,54}{16}\ell > \ell, \quad z_3 = \frac{9,46}{16}\ell \leq \ell$$

эканлиги келиб чиқади

$$\text{Демак, } z = \frac{9,46}{16}\ell = 0,579\ell \text{ бўлганда } u_{\text{макс}} = -\frac{q\ell^4}{185EJ_x}$$

б) энергетик усул.

Бу усулда IX.19-шакл, а да тасвирланган статик аниқмас тўсиннинг В таянчидаги реакция — ортиқча боғланишни аниқлаш билан чегараланамиз, холос.

1.7-§ да баён этилган умумий режа асосида масалани счамиз:

1. Масалани статик томондан таҳлил қилиш (бу олдинги усулда батафсил баён этилган).

2. Қўшимча тенглама тузиш. Бунинг учун номаълум боғланишларни ўз ичига олган деформация потенциал энергиясининг ифодаси тузилади

(VIII 29) формулага кўра, текшириляётган тўсин учун деформациянинг потенциал энергияси қуйидагича бўлади:

$$u = \frac{1}{2EJ_x} \int_0^{\ell} M_x^2 dz + \frac{1}{2EJ_x} \int_0^{\ell} \left(R_B z - \frac{qz^2}{2}\right)^2 dz = \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2EJ_x} \left( \frac{R_B^2 \ell^3}{3} - \frac{R_B q \ell^4}{4} + \frac{q^2 \ell^5}{20} \right)$$

Деформация потенциал энергиясининг минималлик шартидан фойдаланиб қўшимча тенглама тузамиз:

$$\frac{\partial u}{\partial R_B} = \frac{1}{3} R_B \ell^3 - \frac{q \ell^4}{4} = 0 \quad (2)$$

3. Синтез Ҳосил қилинган қўшимча тенгламани мувозанат тенгламалари билан биргаликда счамиз, натижада

$$R_B = \frac{3}{8} q \ell, \quad M_A = \frac{1}{8} q \ell^2, \quad R_A = \frac{5}{8} q \ell \quad \text{эканлиги келиб чиқади}$$

Демак, иккала усулда ҳам бир хил натижалар олишга эришидик.



## Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Эгилишдаги кўчишларни изоҳланг.
2. Эгилишдаги чизиқли ва бурчакли кўчишлар қандай усуллар ёрдамида аниқланади?
3. Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини ёзинг ва уни умумий ҳолда интегралланг.
4. Бошланғич параметрлар усулини қўллашда қайси шартларга таяниш лозим?
5. Универсал формулани ёзинг ва уни тушунтиринг.
6. Мор интегрални қандай кўринишга эга?
7. Верешагин формуласини ёзинг ва уни тушунтиринг.
8. Бир неча кўринишларда статик аниқмас тўсинлар чизинг ва уларнинг ҳар бири учун статик аниқмаслик даражасини топинг.
9. Бир неча кўринишларда статик аниқмас тўсинлар чизинг ва уларнинг ҳар бири учун асосий ва тенг кучли тизичлар тинланг.
10. Статик аниқмас тўсинлар қандай усуллар ёрдамида ҳисобланади?

## Х БОБ. МУРАККАБ ҚАРШИЛИК

### 10.1-§. Асосий тушунчалар

Биз олдинги бобларда конструкция қисмларининг марказий чўзилиш ёки сиқилиш, силжиш, буралиш, соф м кўндаланг эгилиш каби оддий деформацияларини ўргандик

Одатда, оддий деформациялар содир булиши учун текширилаётган жисмларнинг исталган кўндаланг кесим юзаларида ички зўриқишлардан фақатгина биттаси таъсир кўрсатиши керак. Масалан, агар стерженларнинг исталган кўндаланг кесим юзалари фақат буйлама кучлар таъсирида бўлса, у ҳолда марказий чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси содир бўлади. Борди-ю, стерженнинг барча кўндаланг кесим юза текисликларига мазкур текисликларда ётувчи жуфт кучлар таъсир кўрсатса, буралиш деформацияси юзага келади.

Гарчи кўндаланг эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўсинларнинг кесимларида ички зўриқишлардан икkitаси кўндаланг куч ва эгувчи момент мавжуд бўлса-да, кўндаланг эгилишни ҳам оддий деформация тарзида ўрганиб чиққанимизни алоҳида таъкидлашимиз ўринлидир. Чунки ҳақли кесимда пайдо бўлувчи энг катта нормал кучланиш  $\sigma^{\max}$  мазкур кесимдаги энг катта урунма кучланиш  $\tau_0^{\max}$  дан етарлича катта бўлиб тўсин кўпинча эгувчи момент бўйича мустақамликка ҳисобланади

Аммо, амалда конструкция қисмлари бир вақтнинг ўзиде икки ёки ундан ортиқ оддий деформацияларга дучор бўлиши табиий. Масалан, ҳаракатдаги автотранспорт воситаларининг валлари бир вақтнинг ўзида буралиши ҳамда эгилиши мумкин. Чунки бундай ҳолларда уларнинг исталган кўндаланг кесимларига ички зўриқишлардан фақат буровчи ва эгувчи моментлар таъсир кўрсатади. Кўприк ёхуд кран фермалари таркибидеги стерженларнинг чўзилиш ёки сиқилиш билан биргаликда эгилишга ҳам қаршилик кўрсатиши, албатта уларнинг барча к

силлари бўйлама куч ва эгувчи моментлар таъсирида эканлигинин далолат беради

Иншоот, машина ва механизм қисмларининг барча қўндаланг кесим юзаларига таъсир кўрсатувчи икки ёки ундан ортиқ ички қўшиқлар натижасида вужудга келадиган деформациялар мураккаб деформация ёки мураккаб қаршиллик дейилади

Мураккаб деформацияга учрайдиган бикр конструкция ва тининг тузилмалари қўндаланг кесимларидаги барча нуқталарда умумий ҳолда учта нормал ( $\sigma_N, \sigma_M, \sigma_{M_x}$ ) ва учта урунма ( $\tau_M, \tau_Q, \tau_T$ ) кучланишлар пайдо бўлади.

Бу бобда конструкция тузилмаларининг амалда энг кўп учрайдиган мураккаб деформациялари урганилади.

### I Чўзилиш (сиқилиш) ва эгилишнинг биргаликдаги таъсири

Бундай қуринишдаги мураккаб деформация пайтида брус кесимидаги барча нуқталарда кесим юза нормали бўйича таъсир кўрсатувчи  $\sigma_N, \sigma_M, \sigma_{M_x}$  нормал кучланишлар пайдо бўлиб, улар алгебраик равишда қўшилади:

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_{M_x} + \sigma_M, \quad (a)$$

Бруснинг ҳисоб тенграмаси эса

$$\sigma_{\max} = \sigma_{N(x)} + \sigma_{M(x)} + \sigma_{M(x)} = \sigma_{adm} \quad (X 1)$$

қуринишда ёзилади.

Бунда  $\sigma_{adm}$  -жоиз нормал кучланиш.

### II. Силжиш ва буралишнинг биргаликдаги таъсири

Силжиш ва буралиш биргаликда таъсир этган кесимлардаги нуқталарда  $\tau_Q, \tau_Q, \tau_T$  урунма кучланишлар ҳосил бўлиб, улар геометрик равишда қўшилади

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_{Q(x)} + \bar{\tau}_{Q(y)} + \bar{\tau}_{T(z)} \quad (6)$$

амалда ҳисоб тенграмаси қуйидагича ёзилади:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{adm} \quad (X.2)$$

Бунда  $\tau_{adm}$  -жоиз урунма кучланиш.

### III. Эгилиш ва буралишнинг биргаликдаги таъсири

Эгилиш ва буралишга қаршилик кўрсатувчи брусларнинг кесимларидаги барча нуқталарда бир вақтнинг ўзида нормал ва урунма кучланишлар юзага келади:

$$\sigma = \sigma_{\text{н}} + \sigma_{\text{у}} \quad (\text{в})$$

$$\bar{T} = \bar{T}_{\text{н}} + \bar{T}_{\text{у}} + \bar{T}_{\text{п}} \quad (\text{г})$$

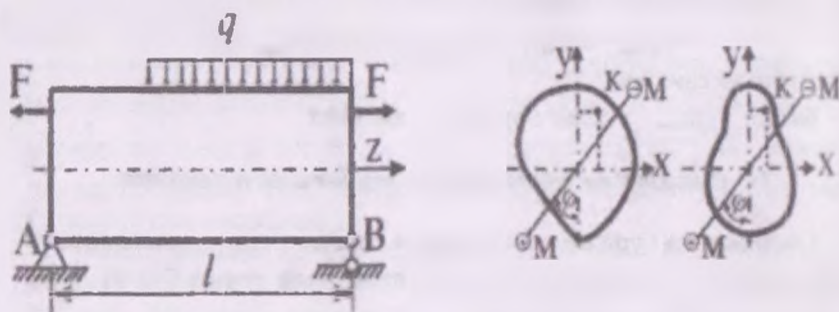
Ҳисоб тенгламасини ёзишда эса мустақамлик назарияларидан бири ишлатилади

Энди юқоридики баён этилган мураккаб деформацияларнинг ҳар бири учун кучланишларни аниқлаш масаласини алоҳида куриб чиқамиз.

#### 10.2-§. Эгилиш ва чўзилиш (сиқилиш)

Айтайлик, эгилиш ва чўзилишга биргаликда қаршилик кўрсатаётган бруснинг ихтиёрий кесимида эгувчи момент ва бўйлама куч таъсир этаётган бўлсин (X.1-шакл).

Натижавий эгувчи момент текислигининг изи *пл* чизиқ *оx* уқи билан  $\varphi$  бурчак ҳосил қилган ва бўйлама куч қутб нуқтаси деб аталувчи  $K(x,y)$  нуқтага қўйилган, деб фараз қилинади



X.1-шакл

#### а) масаланинг статик томони

Текшириладиган ҳол учун (II) мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади (1.4-§ га қаранг):

$$\left. \begin{aligned} \int_A \sigma_z dA - N_z &= 0 \\ \int_A \sigma_x dA \cdot x - M_y &= 0 \\ \int_A \sigma_x dA \cdot y - M_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Бу ерда,

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M \cos \varphi + N_z y_F \\ M_y &= M \sin \varphi + N_z x_F \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$x_F, y_F$  - қутб нуқтаси булган  $K$  нуқтанинг координаталари;  
 $\varphi$  - куч текислиги изи  $pp$  нинг абцисса ўқи билан ташкил қилган бурчаги.

### б) масаланинг геометрик томони

Бернулли гипотезасига асосан нисбий деформацияни

$$\varepsilon_x = a_0 + v_0 x + c_0 y \quad (X.3)$$

қурилишда ёзиб оламиз.

Бунда,  $a_0, v_0, c_0$  - ўзгармас сонлар.

### в) масаланинг физик томони

Маълумки, эластиклик чегарасида кучланиш нисбий деформациянинг қизиқли функцияси ҳисобланади; буни умумий ҳолда қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (в)$$

ёки

$$\sigma_x = a + b x + c y \quad (X.4)$$

Бунда  $a = E a_0, b = E v_0, c = E c_0$  - ўзгармас сонлар;

$x, y$  - кучланиши топиладиган нуқтанинг координаталари.

г) синтез

(X 4) ни мувозанат тенгламаларига қўйиб, узгармас  $a, b, c$  ларга нисбатан учта тенглама ҳосил қиламиз:

$$\left. \begin{aligned} \int (a + bx + cy) dA - N_z &= 0 \\ \int (a + bx + cy) x dA - M_y &= 0 \\ \int (a + bx + cy) y dA - M_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (г)$$

Бундан:

$$a = \frac{N_z}{A}; \quad b = \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2}; \quad c = \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2} \quad (д)$$

Шундай қилиб, эгилиш ва чўзилишнинг биргаликдаги таъсири эътиборга олинганда нормал кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_x = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2} y \quad (X.5)$$

Нейтрал ўқнинг тенгламасини ёзиш учун нормал кучланишнинг ифодасини нолга тенглаш кифоя:

$$\sigma_x = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y J_x - M_x D_{xy}}{J_y J_x - D_{xy}^2} x + \frac{M_x J_y - M_y D_{xy}}{J_x J_y - D_{xy}^2} y = 0 \quad (e)$$

ёки, бундан:

$$y = - \frac{N_z}{A} \frac{(J_x J_y - D_{xy}^2)}{M_x J_y - M_y D_{xy}} - \frac{(M_y J_x - M_x D_{xy})}{M_x J_y - M_y D_{xy}} x \quad (X.6)$$

(X.6) га нейтрал ўқ тенгламаси дейилади.

Айтайлик,  $o_x$  ёки  $o_y$  лардан бири кесимнинг бош ўқлари бўлсин. У ҳолда чўзилиш (сиқилиш) ва эгилишнинг биргаликдаги таъсири учун натижавий нормал кучланиш формуласи

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y \quad (\text{X.7})$$

• Уринишда, нейтрал ўқ тенгламаси эса

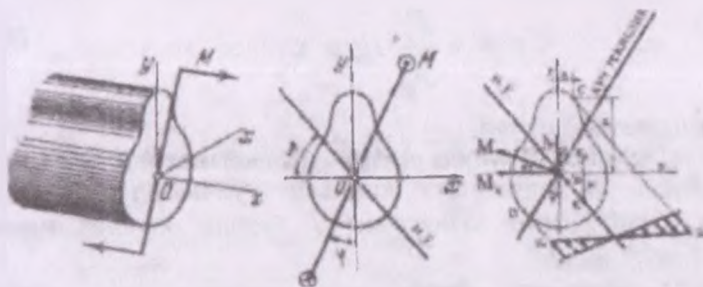
$$y = -\frac{N_z}{A} \frac{J_x}{M_x} - \frac{M_y}{M_x} \frac{J_x}{J_y} x \quad (\text{X.8})$$

• Уринишда ифодаланади.

Бу ерда  $M_x$  ва  $M_y$  лар (б) формуладан топилади

### Хусусий ҳоллар

1 Айтайлик,  $N_z = F = 0$  бўлсин У ҳолда брус (тўсин) ўз ўқиغا тик йўналган ва бош текисликлардан бирининг ҳам устида ётмаган натижавий эгувчи момент таъсиридан эгилади (X.2-шакл)



X.2-шакл

Одатда, тўсиннинг бу ҳолдаги эгилиши қийшиқ эгилиш деб аталади; қийшиқ эгилишда натижавий эгувчи момент текислиги билан эгилиш текислиги устма-уст тушмайди (X.2-шакл).

(X.7) формуладан фойдаланиб, қийшиқ эгилишда натижавий нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_z = \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y \quad (\text{X.9})$$

Охирги ифода қийшиқ эгилишни кесимнинг марказий бош инерция ўқларига нисбатан олинган эгувчи моментлар таъсиридан ҳосил бўлган иккита тўғри эгилишлар йиғиндисидан иборат эканлигини тасдиқлайди. Демак, қийшиқ эгилиш бош инерция текислиқларида содир бўлган иккита тўғри эгилишлар йиғиндисидан иборат экан

(X.9) формула бўйича кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланиш топилади. Шунини таъкидлаш муҳимки, (X.9) формуладан фойдаланилаётганда кучланиши топиладиган нуқтанинг координаталари ишорасини, албатта эътиборга олиш зарур:

$$\sigma_x = \pm \frac{M_y}{J_y} x \pm \frac{M_x}{J_x} y \quad (\text{X } 10)$$

Текширилаётган ҳолда  $M_x = M \cos \varphi$ ,  $M_y = M \sin \varphi$  эканлигини эътиборга олиб, охирги ифодани нолга тенглаб, уни

$$y = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \cdot x \quad (\text{X } 11)$$

кўринишда ёзиб оламиз.

(X.11) қийшиқ эгилишда **нейтрал ўқ** тенгламаси дейилади.

Нейтрал ўқ координата бошидан ўтувчи тўғри чизиқдан иборат бўлиб, унинг вазиятини  $\beta$  бурчак орқали аниқлаш мумкин (X.2-шағл).

(X.11) формулани нейтрал ўқ устида ўтувчи бирорта  $K(x_0, y_0)$  нуқта учун ёзамиз:

$$y_0 = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \cdot x_0$$

бундан  $-\frac{y_0}{x_0} = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi$  ёки  $\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi \quad (\text{X } 12)$

эканлиги келиб чиқади.

(X.12) формула ёрдамида **нейтрал ўқнинг ҳолати** аниқланади. Бу формула қийшиқ эгилишда нейтрал ўқнинг на тижавий эгувчи момент текислигининг изига тик эмаслигини тасдиқлайди.



Квадрат, доиравий, халқа каби кесимли тўсинлар қийшиқ шилишга қаршилиқ кўрсатмайди, чунки уларда  $J_x = J_y$  ва шундан  $\beta = \varphi$  бўлиб, эгилиш фақат куч тежислигида содир бўлади.

Нейтрал ўққа параллел ҳолда кесим контурига урунма шундан, кесим юзада нормал кучланиш эпюрасини қурамиз.

Эпюрдан кўришиб турибдики, нейтрал ўқдан энг узоқда шайлашган  $C$  ва  $D$  нуқталарда тегишлича энг катта  $\sigma_C$  чўзувчи ва  $\sigma_D$  сиқувчи кучланишлар пайдо бўлади. Бу кучланишлар шундан қийшиқ эгилишга қаршилиқ кўрсатувчи тўсинлар мустақамликка текширилади.

Материали чўзилиш ва сиқилишга турлича қаршилиқ шилишувчи ҳамда кўндаланг кесими нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаган тўсинлар учун мустақамлик шарти қуйидагича шилади:

$$\sigma_C = \frac{M_y}{J_y} x_c + \frac{M_x}{J_x} y_c \leq \sigma_{\text{max}} \quad (\text{X.13})$$

$$\sigma_D = \frac{M_y}{J_y} x_D + \frac{M_x}{J_x} y_D \geq \sigma_{\text{min}} \quad (\text{X.14})$$

Агар тўсин материали чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилиқ кўрсатса, у ҳолда мустақамлик шарти бу кучланиш шундан энг каттаси бўйича бажарилади.

Мўрт материалли тўсинларни мустақамликка текширишда (X.14) шартдан фойдаланиш лозим.

Маълумки, тўғри тўртбурчак, қўштавр каби кесимларнинг бурчак учларидаги нуқталар координаталарининг модули максимум қийматга эришиб, бу нуқталарда абсолют қиймат шундан энг катта кучланишлар пайдо бўлади. Шу сабабли тўғри тўртбурчак, қўштавр каби кесимли тўсинларнинг мустақамлик шарти қуйидагича шилади:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_x}{W_x} \leq \sigma_{\text{max}} \quad (\text{X.15})$$

Бу ерда,  $W_x$  ва  $W_y$  - кесимнинг қаршилик моментлари.  
Охири шартдан:

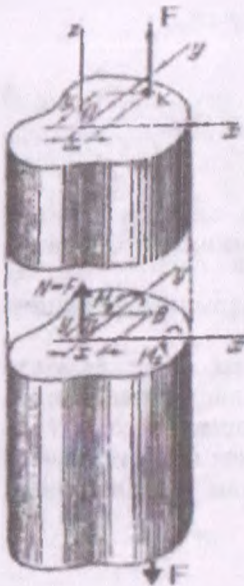
$$W_x \geq \frac{M_x + k_0 M_y}{\sigma_{adm}} \quad (\text{X.16})$$

бу ерда,  $k_0 = \frac{W_y}{W_x}$  - ўлчамсиз миқдор

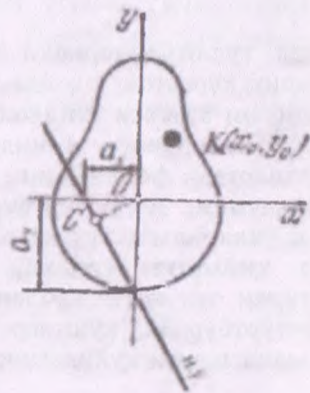
(X.16) ифода ёрдамида кесим юза ўлчамлари танланади.

Тўғри тўртбурчакли кесим учун  $k_0 = h/b$  га тенг;  
қуштакли кесим учун эса унинг қиймати  $k_0 = 8,5 + 10$  чегарада олинади

2 Фараз қилайлик,  $M = 0$ ,  $N_z = F$  бўлсин. Бу ҳолда  $M_x = F y_F$ ,  $M = F x_F$  бўлиб, брус маркашланмаган чўзилиш ёки сиқилишга қаршилик кўрсатади.



Х.3-шакл.



Х.4-шакл

Марказлашмаган чўзилишга қаршилиқ кўрсатувчи брус учун (X.7) формула қуйидагича ёзилади (X.3-шакл):

$$\sigma_z = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_I}{i_x} x + \frac{y_I}{i_y} y \right) \quad (\text{X.17})$$

Энди  $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$ ,  $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$  белгилашларни киритиб, нейтрал ўқ тенгламасини

$$\left( 1 + \frac{x_F}{i_x} x + \frac{y_F}{i_y} y \right) = 0 \quad (\text{X.18})$$

кўринишда ёзиб оламиз, чунки  $F/A \neq 0$  бўлади.

Бу ерда,  $i_x, i_y$  - инерция радиуслари деб юритилади.

(X.17) формула ердамида марказлашмаган чўзилиш ёки сиқилишга қаршилиқ кўрсатувчи бруснинг ихтиёрий кўндаланг кесимларида ётувчи нуқталарда пайдо бўлувчи нормал кучлинишлар топилади

Энди нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлашга ўтамиз.

(X.18) тенгламани қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\frac{x}{i_x} + \frac{y}{i_y} = -1 \quad (\text{X.19})$$

Бу тенгламадан кўриниб турибдики, нейтрал ўқ кесимнинг теңирлик марказидан ўтмасдан, бош инерция ўқларидан қуйидаги кесмаларни ажратган ҳолда ўтар экан (X.4-шакл):

$$a_x = -\frac{i_x^2}{x_F}, \quad a_y = -\frac{i_y^2}{y_F} \quad (\text{X.20})$$

Демак, нейтрал ўқнинг ҳолати кучнинг миқдорига боғлиқ бўлмасдан, балки куч қўйилган нуқтанинг ҳолатигагина боғлиқ экан

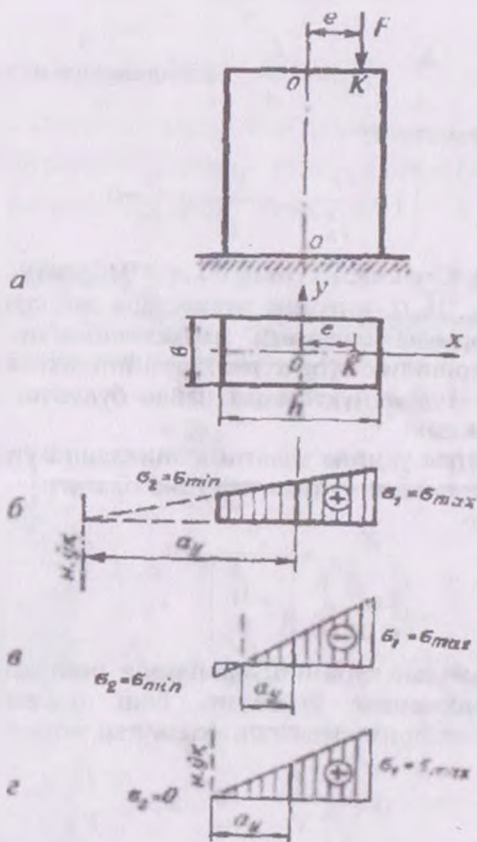
Аналитик геометриядан маълумки, координата бошидан бирорта

$$ax + by + c = 0$$

кўринишдаги тўғри чизиққача бўлган энг қисқа масофа

$$OC = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

га тенг.



X.5-шакл

Текширилаёгган ҳол учун:

$$OC = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2}{r^2} + \frac{y_2^2}{C^2}}} \quad (X 21)$$

Охирги ифода ҳам нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлайди: *қутб нуқтаси кесим оғирлик марказига яқинлашган сари нейтрал ўқ ундан узоқлаша боради, аксинча нейтрал ўқ яқинлашади.*

Бундан чиқди, кучнинг қўйилиш нуқтасига қараб (айтайлик, брус сиқувчи куч таъсирида бўлсин), қўйдаги ҳулосаларга келиш мумкин (X.5-шакл, а):

а) *нейтрал ўқ кесим юзани кесиб утади (X.5-шакл, б); бундай ҳолда кесимда икки хил ишорали кучланиш пайдо бўлади;*

б) *нейтрал ўқ кесимга тегиб утади (X.5-шакл, в); кесимда бир хил ишорали кучланиш пайдо бўлади;*

в) *нейтрал ўқ кесимнинг ташқарисидан утади (X.5-шакл, г); кесимда бир хил ишорали кучланиш ҳосил бўлади.*

Чўзилишга заиф қаршилик кўрсатувчи чўян, бетон, ғишт каби мўрт материаллардан ясалган брус (масалан, устун) ни лойиҳалаётганда унинг кўндаланг кесим юзиде фақат сиқувчи кучланиш ҳосил бўлишини таъминлаш мақсадга мувофиқдир. Шу жиҳатдан олганда нейтрал ўқ устуннинг кесим юзасини кесиб ўтмаслиги шарт ёки бошқача айтганда, қутб нуқтасининг кесим оғирлик марказидан узоқлашиб кетишига йўл қўймаслик керак.

Марказланмаган чўзилиш ёки сиқилишга қаршилик кўрсатувчи бруснинг кесим оғирлик маркази атрофида шундай епиқ соҳа мавжуд эканки, агар куч шу соҳанинг ичкарасига ёки унинг контурига қўйилса, кесимда фақат бир хил ишорали кучланиш пайдо бўлади. Бу ёпиқ соҳа кесим ядроси дейилади.

Шундай қилиб, мўрт материаллардан ясалган бруслар учун кесим ядросининг шакли ва ўлчамларини билиш муҳимдир.

Томонлари  $b$  ва  $h$  бўлган тўғри тўртбурчакли кесим учун кесим ядросини қуришни кўриб чиқамиз (X.6-шакл).

а) кучни  $A_1(0, y_c)$  нуқтага қўяйликки, нейтрал ўқ кесимнинг пастки асосига тегиб ўтсин, яъни  $OC = 0,5h$  бўлсин.

Агар

$$A = bh, \quad J_x = \frac{bh^3}{12}, \quad i_x^2 = \frac{J_x}{A} = \frac{h^2}{12}$$

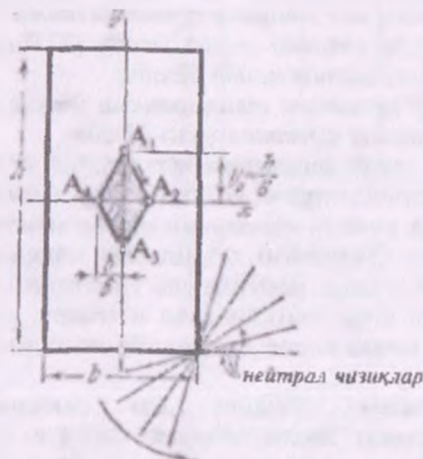
ларни эътиборга олсак, у ҳолда (X.21) формуладан

$$y_c = \frac{h}{6}$$

эканлиги келиб чиқади

б) кучни  $A_2(x_F, 0)$  нуқтага қўчирамиз; қутб нуқтасини шундай танлайликки, нейтрал ўқ kesимнинг чап томонига тегиб ўтсин. Бу ҳолда  $\overline{OC} = 0,5 h$  га тенг бўлади.

$i_y = \frac{h^2}{12}$  ни назарда тутиб, (X.21) формуладан  $x_F = \frac{h}{6}$  ни ҳосил қиламиз.



X.6-шакл

в) шу тариқа нейтрал ўқни kesим контурига урунма ҳолда унинг атрофида айлантриб, кучни  $A_3(0, -y_F)$  ва  $A_4(-x_F, 0)$  нуқталарга навбат билан қўйиб чиқамиз ҳамда қутб нуқтасининг ҳолатларини аниқлаймиз:

$$y_F = \frac{h}{6}, \quad x_F = \frac{h}{6}.$$

Kесим ядросини қуриш учун қутб нуқталари туташтирилади. Натижада диагоналлари  $\frac{h}{3}$  ва  $\frac{h}{3}$  га тенг бўлган  $A_1A_2A_3A_4$  ромб шаклидаги kesим ядроси ҳосил бўлади.

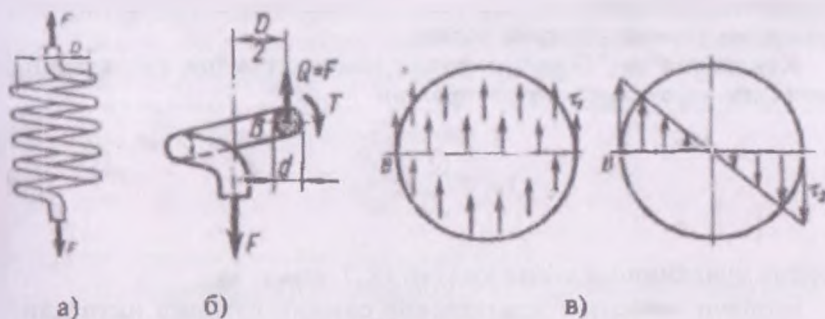
Чўзилиш ва сиқилишга турлича қаршилиқ кўрсатувчи брусларни мустаҳкамликка текшириш учун нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган  $C(x_C, y_C)$  ва  $D(-x_D, -y_D)$  нуқталардаги кучланишларни топиш кифоя:

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F x_C}{i_y^2} + \frac{y_F y_C}{i_x^2} \right) \leq \sigma_{adm} \quad (X 22)$$

$$\sigma_D = \frac{F}{A} \left( 1 - \frac{x_F x_D}{i_y^2} - \frac{y_F y_D}{i_x^2} \right) = \sigma_{adm} \quad (X 22)$$

### 10.3-§. Силжиш ва буралишнинг биргаликдаги таъсири

Чўзувчи ёки сиқувчи кучлар билан юкланган кичик қадамли винтсимон пружиналарни мустаҳкамликка ҳисоблаш мисолида силжиш ва буралишнинг биргаликдаги таъсирини кўриб чиқамиз (X.7-шакл, а).



X.7-шакл

Замонавий машина, дастгоҳ ва ўлчов асбобларининг энг асосий деталларидан бири ҳисобланган винтсимон пружиналарнинг ластиклик хоссаларидан куйидаги мақсадларда фойдаланилади:

- муфта ва тормозларда тортувчи ёки сиқувчи кучларни вужудга келтиришда;
- энергияларни маълум муддатгача тўплаш пайтида (соат-созликда, зарбли механизмларда);
- зарбли силкинишларни сўндириш мақсадларида (рессора, амортизатор ва шу кабиларда);
- кулачокли механизм клапанларини автоматик равишда қайтариш мақсадларида ва ҳақозо.

Винтсимон пружиналар кўндаланг кесими доиравий бўлган стержен - симлардан ясалади Чўзилган (сиқилган) винтсимон пружиналарнинг симлари бир вақтнинг ўзида силжиш, буралиш ва эгилиш каби оддий деформацияларга қаршилиқ курсатишлари тажрибаларда тасдиқланган Аммо кичик қадамли винтсимон пружина ўрамларининг қиялик бурчаклари кичик бўлганлиги туфайли, кўпинча симларнинг эгилиши эътиборга олинмайди.

Кесиш усулини қўллаб пружина симининг кўндаланг кесимларидаги ички зўриқишларини аниқлаймиз (X.7-шакл, б).

Айтайлик, пружинанинг ўртача радиуси  $R$ , ўрамлар сони  $n$ , сими кўндаланг кесимининг радиуси  $r$  ва материали учун силжишдаги эластиклик модули  $G$  бўлсин.

Пружинадан ажратилган қисмнинг мувозанатини таъминлаш учун биринчидан, пружина ўқиға параллел ва юқорига йўналган  $Q=F$  кўндаланг кучни қирқилган кўндаланг кесим марказига, иккинчидан эса кесим текислигига  $T=FR$  буровчи моментни таъсир эттириш лозим.

Кўндаланг куч  $Q$  кесим юзани юқори томонга силжитишга интилади ва кесимда текис таралган

$$\tau_Q = \frac{Q}{A} = \frac{F}{\pi r^2} \quad (\text{а})$$

урунма кучланишни ҳосил қилади (X.7-шакл, в).

Буровчи момент  $T$  эса пружина симини бурашга интилади; натижада кесимда чизиқли қонуният бўйича ўзгарувчи  $\tau_T$  урунма кучланишни пайдо қилади;  $\tau_T$  кучланиш кесимнинг четки нуқталарида энг катта қийматга эришади:

$$\tau_T^{(\max)} = \frac{T}{W_p} = \frac{2FR}{\pi r^3} \quad (\text{б})$$

Кучланиш эпюраларидан кўриниб турибдики, кесим контурида жойлашган В нуқта хавfli нуқта ҳисобланади. Чунки ундаги урунма кучланишлар бир хил йўналишга эга.

Энг катта урунма кучланишни толиб, ҳисоб тенгласини



$$\tau_{\max} = \tau_Q + \tau_T \leq \tau_{adm}$$

ёки

$$\tau_{\max} = \frac{2FR}{\pi r^3} + \frac{F}{\pi r^2} = \frac{2FR}{\pi r^3} \left( 1 + \frac{r}{2R} \right) \leq \tau_{adm} \quad (X.24)$$

кўринишларда ёзамиз

Кўпинча қавс ичидаги иккинчи кўшилувчи ҳад  $\frac{r}{2R}$  бирга нисбатан старлича кичик бўлганлиги сабабли уни ташлаб юбориб, фақат буралишдаги кучланиш эътиборга олинади. Наги жада ҳисоб тенгламаси бирмунча соддалашади:

$$\tau_{\max} \approx \frac{2FR}{\pi r^3} \leq \tau_{adm} \quad (X.25)$$

Лойиҳаланаётган пружиналарнинг мустаҳкамлигини текшириш билан бир қаторда уларнинг чўкиши (узунлигининг ўзгариши)ни ҳам олдиндан билиш муҳимдир

Пружинанинг чўкиши  $\delta$  ни аниқлашда энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз:

$$W = U \quad (в)$$

бунда  $W$  - ташқи кучнинг бажарган иши;

$U$  - буралишдаги деформациянинг потенциал энергияси.

Ташқи куч  $F$  нинг  $\delta$  кўчишда бажарган иши

$$W = \frac{F\delta}{2} \quad (г)$$

га тенг.

Энди буралишда деформациянинг потенциал энергиясини аниқлашга ўтамиз (VII.27 формулага қаранг):

$$U = \frac{1}{2} \frac{T^2 l}{GJ_\rho} = \frac{(FR)^2 l}{2GJ_\rho} \quad (з)$$

бунда  $l = 2\pi Rl$  - пружина симининг тўла узунлиги.

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан:

$$\frac{F\delta}{2} = \frac{(FR)^2 2\pi Rn}{2GJ_p}$$

буьдан

$$\delta = \frac{2\pi FR^3 n}{GJ_p} \quad \text{ёки} \quad \delta = 8 \frac{FD^3 n}{Gd^4} \quad (\text{X.26})$$

(X.26) формула ёрдамида пружинанинг чўкиши аниқланади

#### 10.4 §. Буралиш ва эгилишнинг биргаликдаги таъсири

Амалда брусларнинг буралиши кўпинча эгилиш билан биргаликда содир бўлади. Машиналарнинг буралишга қаршилиқ кўрсатувчи қисмлари, шунингдек, турли валларнинг ишлатилиш жараёнида бунга ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ҳатто трансмиссион валларга бевосита кўндаланг кучлар қўйилмаган бўлса-да, хусусий оғирлиги, ўрнатилган тишли гилдирак ва шкивларнинг оғирлиги, тасмали узатмалардаги таранглик кучлари, айланиш натижасида пайдо бўладиган марказдан қочма инерция кучлари ва шу каби омиллар таъсиридан улар буралиш билан бир вақтда, шубҳасиз, эгилади.

Кучлар таъсирининг ўзаро халал бермаслик тамойилидан фойдаланиб доиравий кесимли валнинг буралиш ва эгилишдан ҳосил бўлган кучланишларини аниқлаймиз (X.8-шакл).

Ички зўриқтишларнинг эпюраларини қуриб, валнинг қистириб маҳкамланган кесими хавфли кесим эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Маълумки, тўсинлар эгилганда кесимда нормал ва урунма кучланишлар юзага келади.

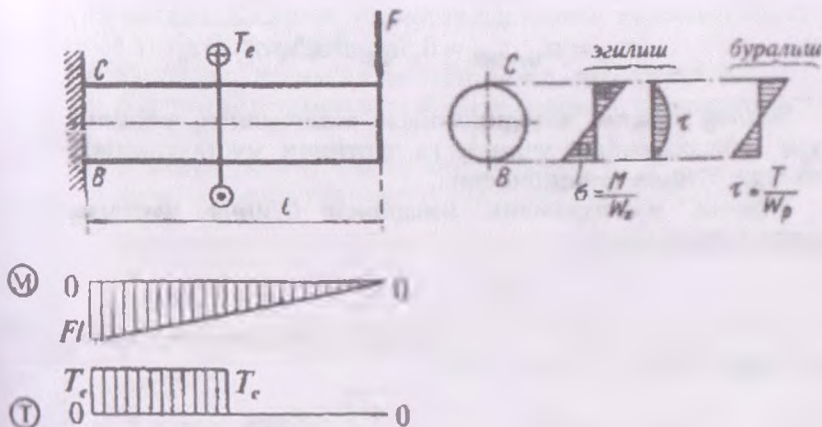
Нормал кучланишнинг энг катта қиймати

$$\sigma = \sigma_z = \frac{M}{W_x} \quad (\text{a})$$

кесимдаги четки толаларда, урунма кучланишнинг энг катта қиймати

$$\tau = \tau_z = \frac{4Q}{3A} \quad (\text{б})$$

эса нейтрал қатламда пайдо бўлади.



Х.8-шакл

Вал буралганда кесимнинг чекка нуқталарида энг катта қийматга эришувчи урунма кучланишлар ҳосил бўлади:

$$\tau = \tau_{\text{бур}} = \frac{T}{W_p} = \frac{T}{2W_x} \quad (\text{в})$$

Юқорида куриб ўтганимиздек, кўпинча кўндаланг куч вужудга келтирган урунма кучланиш  $\tau_z$  эътиборга олинмайди, балки тўсиннинг эгилиши фақат  $M$  таъсиридан содир бўлади.

Бундан чиқди, хавфли кесимдаги  $C$  ва  $B$  нуқталар энг катта кучланишларга эга. Аниқроғи,  $C$  нуқта атрофидан олинган элементнинг кўндаланг кесимида энг катта қўзувчи нормал кучланиш  $\sigma = \frac{M}{W_x}$  ва энг катта урунма кучланиш  $\tau = \frac{T}{2W_x}$ .

Нўсири кўрсатади; элементнинг бўйлама кесими эса урунма кучланишларнинг жуфтлик қонунига кўра фақат урунма кучланиш  $\tau = \frac{T}{2W_x}$  таъсирида бўлади.

Демак, элемент текис кучланиш ҳолатида бўлар экан. Бундай элементларнинг бош кучланишлари қуйидагича топилади:

$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\text{max/min}} = 0,5\sigma_3 \pm 0,5\sqrt{\sigma_3^2 + \tau_6^2} \quad (r)$$

Валлар пластик материаллардан ясалганлиги туфайли уларнинг мустаҳкамлиги учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назариялари бўйича текширилади.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича мустаҳкамлик шarti қуйидагича:

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{adm}$$

Бу ифодага  $\sigma_1$  ва  $\sigma_3$  ларнинг қийматларини назарда тутиб, мустаҳкамлик шartидан

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_3^2 + 4\tau_6^2} \leq \sigma_{adm}$$

ёки

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (X.27)$$

қуринишлардаги ҳисоб тенгламаларига эга бўламиз.

Валнинг диаметрини танлашда

$$W_x \geq \frac{M^2 + T^2}{\sigma_{adm}} \quad (X.28)$$

формуладан фойдаланиш кифоя

Бунда  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$  - қаршилиқ momenti.

Текис кучланиш ҳолати учун тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича мустаҳкамлик шarti қуйидаги қуринишга эга:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2} - \sigma_1 \sigma_3 \leq \sigma_{adm}$$

Юқорида бажарилган ишларни такрорлаб, ҳисоб тенглама сини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{M^2 + 0,75T^2}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (X.29)$$

Бундан валнинг диаметрини танлаш мумкин:

$$W_x = \frac{M^2 + 0,75T^2}{\sigma_{adm}} \quad (X.30)$$

35-масала. Қийшиқ эгилишга қаршилик кўрсатаётган ёрқ консол учун (X.9-шакл, а):

а) кўндаланг кесим ўлчамлари  $b$  ва  $h$  лар топилсин;  
б) кесимнинг томонлари бўйича нормал кучланиш эпюралари қурилсин;

в) нейтрал ўқнинг ҳолати аниқлансин,

г) консол эркин учининг тулиқ салқлиги аниқлансин.

Қуйидагилар маълум:  $F = 12 \text{ кН}$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ,  $l = 0,85 \text{ м}$ ,  $\frac{h}{b} = 1,5$ ,

$\sigma_{adm} = 8 \text{ МПа}$ ,  $E = 1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

### Ечиш

а)  $F$  кучни ташкил этувчиларга ажратиб, хавфли кесимдаги эгувчи моментларни аниқлаймиз:

$$M_x(\text{max}) = Fl \cos \alpha = 12 \cdot 0,85 \cdot 0,9659 = 9,8524 \text{ кНм}$$

$$M_y(\text{max}) = Fl \sin \alpha = 12 \cdot 0,85 \cdot 0,2588 = 2,6399 \text{ кНм}$$

$$k_0 = \frac{W_x}{W_y} = \frac{h}{b} = 1,5$$

эканлигини назарда тутиб, қаршилик моментини ҳисоблаймиз:

$$W_x = \frac{(9,8524 + 1,5 \cdot 2,6399) \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6} = 1726,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Бундан ташқари, қаршилик моментини яна қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{3b^3}{8}$$

Буларни ўзаро тенглаштирсак

$$b = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 1726,54 \cdot 10^{-6}}{3}} = 0,1664 \text{ м} \quad \text{ва} \quad h = 1,5b = 0,2496 \text{ м}$$

эканлиги келиб чиқади;

б) хавфли кесимнинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_x = \frac{M_x(\max)}{J_y} \cdot x + \frac{M_x(\max)}{J_z} \cdot y$$

бундан,

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,1664(0,249)^3}{12} = 2,1563 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$$

$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,2496(0,1664)^3}{12} = 9,5835 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$$

$$\sigma_x = \frac{2,6399 \cdot 10^3}{9,5835 \cdot 10^{-5}} x + \frac{9,8524 \cdot 10^3}{2,1563 \cdot 10^{-5}} y = 0,27546 \cdot 10^8 x + 0,45691 \cdot 10^8 y \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Кесим юзада жойлашган ўзига хос нуқталардаги кучланишларни ҳисоблаймиз (X.9-шакл, б).

$$\sigma_{1,3} = \pm 0,27546 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,1664}{2} \pm 0,4569 \cdot \frac{0,2496}{2} \cdot 10^8 =$$

$$= \pm (2,2918 \pm 5,7022) \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = \pm 7,994 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{2,4} = \pm 0,27546 \cdot 10^8 \cdot \frac{0,1664}{2} \pm 0,4569 \cdot \frac{0,2496}{2} \cdot 10^8 =$$

$$= (+2,2918 \pm 5,7022) \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = \pm 3,4104 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \pm 3,4104 \text{ МПа}$$

в) (X.12) формуладан фойдаланиб нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз:

$$\text{tg } \varphi = \frac{21,563 \cdot 10^{-3}}{9,5835 \cdot 10^{-3}} \text{ tg } 15^\circ \approx 0,6029 = \text{tg } 31^\circ 08'$$

г) куч қўйилган кесимнинг горизонтал ва вертикал салқиликларни ҳисоблаймиз:

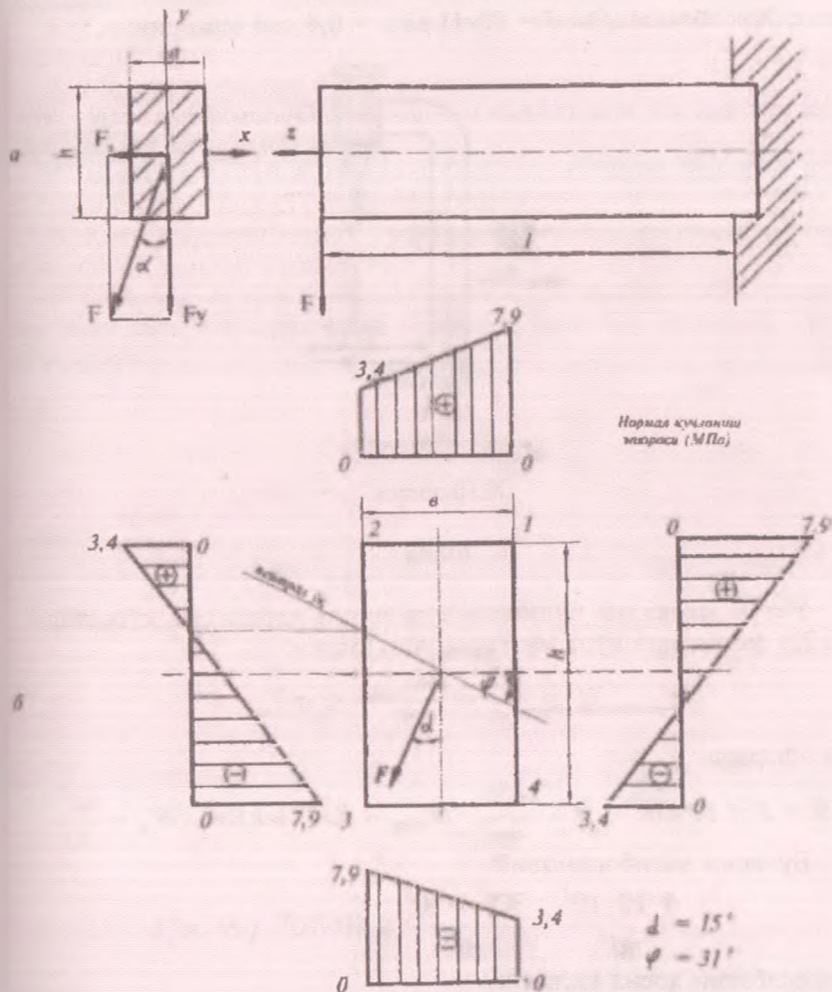
$$f_x = \frac{F_x l^3}{3EI_x} = \frac{F \sin \alpha l^3}{3EI_x} = \frac{12 \cdot 0,2588 \cdot (0,85)^3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{10} \cdot 9,5835 \cdot 10^{-5}} = 6,634 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,0663 \text{ см,}$$

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EI_y} = \frac{F \cos \alpha l^3}{3EI_y} = \frac{12 \cdot 0,9659 \cdot (0,85)^3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{10} \cdot 21,563 \cdot 10^{-5}} = 11,004 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,11 \text{ см}$$

ғўлик салқилик:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 1,2849 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,1285 \text{ см}$$

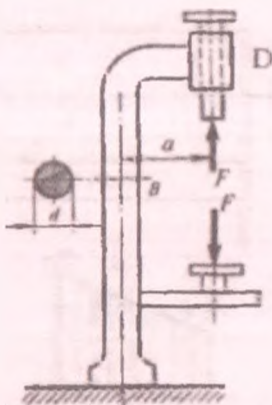
Тўлиқ салқиликнинг йўналиши нейтрал ўққа тик бўлиб, вертикал  $Oy$  ўқи билан  $\varphi = 31^{\circ}08'$  бурчак ташкил этади



Х.9-шакл

36-масала. Деталларни тешиш пайтида дастгоҳнинг шпиндели  $D$  га шу шпиндел учи бўйлаб  $F$  куч таъсир қилади (X.10-шакл). Доиравий кесимли чўян устуннинг диаметри аниқлансин.

Чўян учун чўзилишда жоиз кучланиш  $\sigma'_{adm} = 40 \text{ МПа}$  га тенг. Ҳисоблашларда  $F = 10 \text{ кН}$  ва  $a = 0,4 \text{ деб}$  олинсин



X.10-шакл.

### Ечиш

Устун марказий бўлмаган чузилишга қаршилик кўрсатади (X.22) формулага кўра мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_x} < \sigma'_{adm}$$

Бу ифодада:

$$N = F = 10 \text{ кН}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4}, \quad M_{\max} = Fa = 4 \text{ кНм}, \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

Буларни эътиборга олиб

$$\frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3}{\pi d^2} + \frac{32 \cdot 4 \cdot 10^3}{\pi d^3} \leq 40 \cdot 10^6 \text{ (Н·м}^2\text{)}$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Танлаш йўли билан устуннинг диаметри топилади:

$$d = 10,1 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 10,1 \text{ см.}$$



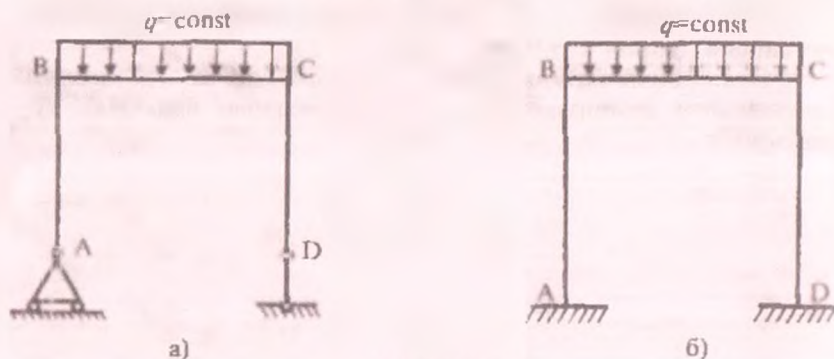
## Назорат саволлари ва топшириқлар

- 1 Мураккаб деформация ёки мураккаб қаршилиқ деганда нимани тушунасиэ?
- 2 Қайси ҳолдаги эгилиш қийшиқ эгилиш дейилади?
- 3 Қийшиқ эгилишда нормал кучланиш қандай аниқланади?
- 4 Қийшиқ эгилишдаги нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг ва уни тушунтиринг.
- 5 Марказлашмаган чузилиш ёки сиқилиш нима?
- 6 Марказлашмаган чузилиш ёки сиқилишда нормал кучланиш қандай аниқланади?
- 7 Марказлашмаган чузилиш ёки сиқилишдаги нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг ва уни тушунтиринг.
- 8 Кесим ядроси нима? Тўғри тўртбурчакли кесим учун кесим ядроси қандай қурилади?
- 9 Силжиш ва бурилишнинг ҳамда бурилиш ва эгилишнинг биргаликдаги таъсирларини алоҳида мисоллар ёрдамида тушунтиринг.

## XI БОБ. СТАТИК АНИҚМАС РАМАЛАРНИ КУЧ УСУЛИДА ҲИСОБЛАШ

### 11.1-§. Асосий тушунчалар

Бир қанча тўғри брусларнинг узаро биқр қилиб туташтирилиши дан ҳосил бўлган эластик тизим рама дейилади (XI.1-шакл)



XI 1 шакл

Рамани ташкил этувчи горизонтал BC брус ригел, вертикал AB ва DC бруслар эса устунлар деб аталади.

Ригел ва устунлар B, C тугунларда шундай биқр қилиб туташтирилганки, рама деформацияланганда ҳам тугунга туташган элементлар бир-бирларига nisbatan бурила олмайди.

Ригел ва устунлар тугунларда тўғри бурчак ҳосил қилган бўлса, бу тўғри бурчак деформациядан кейин ҳам ўзгармасдан қолади.

Биз бу бобда фақат текис рамаларни ҳисоблаш билан чега раланамиз, холос. Текис рамаларда ригел ва устунларнинг уқлари, уларга қуйилган ташқи юклар ҳамда таянчлардаги реакция кучлари доимо битта текисликда ётади.

Таянчларида пайдо булувчи реакция кучлари ҳамда барча кўндаланг кесимларидаги ички зўриқиш кучлари фақат стати

қанинг мувозанат тенгламалари ёрдамида аниқланмайдиган рама га статик аниқмас рама дейилади (XI.1-шакл. б).

Барча статик аниқмас рамалар "ортиқча" боғланишлар сони га тенг бўлган статик аниқмаслик даражаси билан тавсифланади

Уч хил статик аниқмаслик мавжуд: ташқи, ички ва аралаш

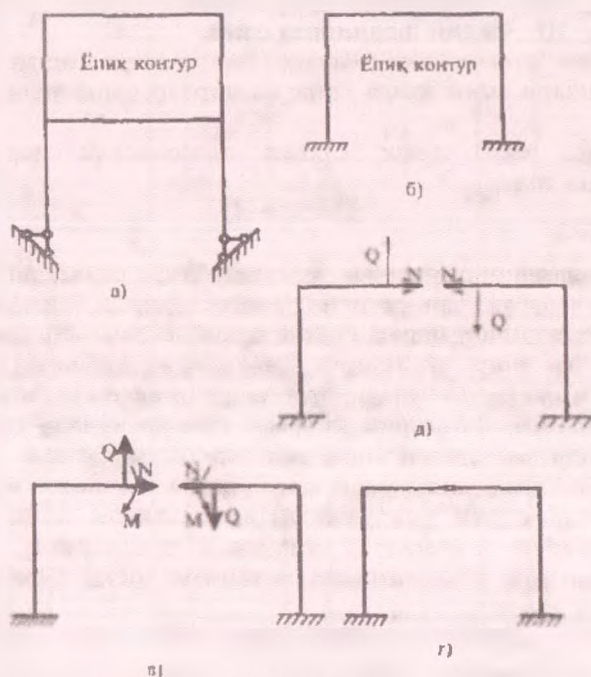
Ташқи статик аниқмаслик ортиқча таянч боғланишлари сони билан тавсифланиб, қуйидагича ҳисобланади:

$$S_T = C_R - 3 \quad (XI.1)$$

Бунда  $C_R$  —рамадаги таянч боғланишлари сони

Ички статик аниқмаслик рамадаги ёпиқ контурлар сони билан тавсифланади

Бир қанча эгри ёки тўғри бруслар бир-бирлари билан бикр боғланиб ёпиқ занжир ҳосил қилса, улар ёпиқ контур дейилади (XI.2-шакл, а).



XI.2-шакл.

Шарнирсиз рама ҳам контур деб ҳисобланади, чунки у пастдан ер билан чегараланган (XI.2-шакл. б).

Ҳар бир шарнирсиз ёпиқ контур текисликда учта  $N$ ,  $Q$  ва  $M$  ички боғланишларни ҳосил қилади Аниқроғи, ҳар бир шарнирсиз ёпиқ контурнинг ички статик аниқмаслик даражаси уч  $a$  тенгдир (XI.2-шакл. в)

Агар ёпиқ контурнинг тугунларига ёки брусларидан бирига шарнир киритилса (XI.2-шакл. г), бу нуқтадаги кесимнинг ай- ланишини чеклайдиган боғланиш йуқолиб, унинг ички статик аниқмаслик даражаси биттага камаяди (XI.2-шакл. д). Иккита брусни туташтирувчи бундай шарнирлар оддий шарнирлар деб юритилади

Шундай қилиб, ички статик аниқмаслик даражаси

$$S_0 = 3K - Ш \quad (XI.2)$$

формуладан топилади.

Бунда  $K$  -ёпиқ контурлар сони;

$Ш$  -оддий шарнирлар сони.

Аралаш статик аниқмаслик бир пайтда ортиқча таянч боғланишлари сони ҳамда ёпиқ контурлар сони билан тавсиф- ланади.

Аралаш ёки тўлиқ статик аниқмаслик даражаси  $S$  куйидагига тенг

$$S = S_T + S_{и} \quad (XI.3)$$

11.1 жадвалнинг иккинчи устунида баъзи рамаларнинг статик аниқмаслик даражаларини топиш мисол сифатида келтирилган

Шундай қилиб, барча статик аниқмас рамалар таянч реак- циялари ва ички зўриқишлардан иборат ортиқча боғланиш (номаълум)ларга эга бўлади; агар улардан ортиқча боғланишлар олиб ташланса, геометрик ўзгармас (ташқи кучлар таъсиридан қўзғалмайдиган) статик аниқ рамалар ҳосил бўлади. Борди-ю, агар статик аниқ рамалардан ҳам бирорта боғланиш йўқотилса, у ҳолда геометрик ўзгарувчи тизим-механизм пайдо булади. Шу сабабли статик аниқмас рамалардан ортиқча боғланишларни йўқотаётганда механизм ҳосил бўлишига йул қўймаслик керак

Рамадаги ортиқча боғланишларни олиб ташлаш йўли билан ҳосил қилинадиган статик аниқ ва геометрик ўзгармас тизим асосий тизим дейилади.

Берилган тизим (Рендлар)	S	Асосий тизимлар	Тенг кучли тизим
	$S_1=1$		
	$S_1=2$		
	$S_1=4$		
	$S_1=3$ $S_u=2$ $S=5$		
	$S_k=6$		

Шунинг эслатиб ўтиш мўҳимки, берилган статик аниқмас рама учун турли хил кўринишларда асосий тизим танлаш мумкин; ammo масалани ечишни осонлаштириш учун мумкин қадар улардан оддийроғини танлаш мақсадга мувофиқдир.

Рамага қўйилган ташқи кучлар ва ортиқча боғланишлар билан юклатилган асосий тизимга тенг кучли (эквивалент) тизим дейилади.

Берилган статик аниқмас тизим (рама)га қараб асосий ва тенг кучли тизимлар танланиши мисол тариқасида III-жадвалда келтирилган.

### III.2-§. Куч усулининг каноник тенгламалари

Тенг кучли тизимда кўрсатилган ортиқча боғланишларни аниқлашнинг бир қанча усуллари мавжуд булиб, улардан энг кўп қўлланиладигани куч усулидир. Бу усулда статиканинг мувозанат тенгламаларига қўшимча равишда кўчиш (деформация) тенгламалари, яъни куч усулининг каноник (ихчам, стандарт) тенгламалари тузилади.

Икки марта статик аниқмас рама учун каноник тенгламалар системасини келтириб чиқамиз (XI.3-шакл, а)

Олдинги параграфларда баён этилган тартибда асосий ва тенг кучли тизим танлаймиз (XI.3-шакл, в).

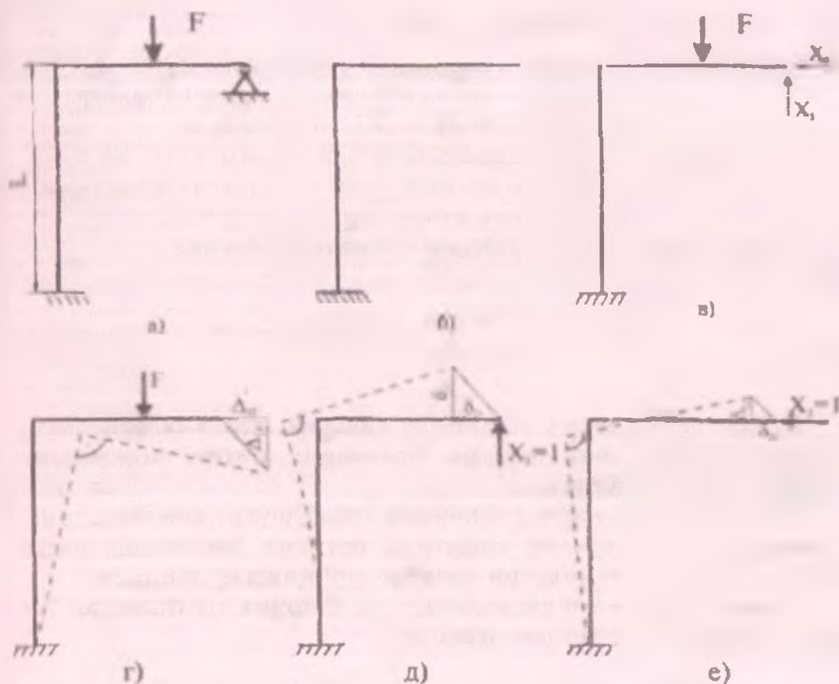
Текшириладиган рама иккита:  $X_1$  ва  $X_2$  ортиқча боғланишларга эга.  $X_1$ ,  $X_2$  боғланишларни шундай танлаш керакки, берилган тизим билан тенг кучли тизимнинг деформацияси бир хил булсин. Берилган тизимнинг В учи қўзғалмас шарнирли таянчга тиралганлиги сабабли горизонтал ва вертикал йўналишлардаги кўчишлар нолга тенг булади. Худди шу шарт тенг кучли тизим учун ҳам бажарилиши шарт.

Текшириладиган ҳол учун ортиқча боғланишлар қўйилган В кесимнинг тегишлича вертикал ва горизонтал йўналишлардаги кўчишларининг нолга тенг бўлиш шартлари қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{H(X_1, X_2, F)} &= 0 \\ \Delta_{V(X_1, X_2, F)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Бунда  $\Delta_{H(X_1, X_2, F)}$  - В кесимнинг вертикал кўчиши ( $X_1$  куч йўналишидаги  $X_1$ ,  $X_2$  ва  $F$  кучлардан ҳосил бўлган кўчиш);

$\Delta_{2(x_1, x_2, F)}$  - В кесимнинг горизонтал кўчиши ( $X_2$  куч йўналишидаги  $X_1$ ,  $X_2$  ва  $F$  кучлардан ҳосил бўлган кўчиш).



XI.3-шакл.

Кучлар таъсирининг ўзаро халал бермаслик гамойилига асосан охириги тенгламалар тизимини қуйидагича ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1X_1} + \Delta_{1X_2} + \Delta_{1F} &= 0 \\ \Delta_{2X_1} + \Delta_{2X_2} + \Delta_{2F} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Бунда  $\Delta_{1F}$ ,  $\Delta_{2F}$  - ташқи кучдан ҳосил бўлган кўчишлар (XI.3-шакл, г).

Ҳар бир кўчишнинг эластиклик чегарасида шу кўчишни юзага келтирувчи кучга боғлиқ эканлигидан

$$\Delta_{iX_k} = \delta_{ik} X_k \quad (в)$$

ифода келиб чиқади.

Охирги ифодани берилган рама учун тадбиқ этамиз:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1X_1} &= \delta_{11}X_1; & \Delta_{1X_2} &= \delta_{12}X_2 \\ \Delta_{2X_1} &= \delta_{21}X_1; & \Delta_{2X_2} &= \delta_{22}X_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Бу ерда,  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$  -асосий тизимнинг В таянчидаги  $X_1=1$  ва  $X_2=1$  кучлардан ҳосил бўлган вертикал йўналишдаги бирлик кўчишлар (XI.3-шакл,  $d$ ,  $e$ ),

$\delta_{22}$ ,  $\delta_{21}$  -асосий тизимнинг В таянчидаги  $X_1=1$  ва  $X_2=1$  кучлардан ҳосил бўлган горизонтал йўналишдаги бирлик кўчишлар.

(г) ни эътиборга олиб, (б) ни қуйидагича ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (XI\ 4)$$

Бу тенгламалар куч усулининг каноник тенгламалари дейилади. Уларнинг сони эластик тизимнинг статик аниқмаслик даражасига тенг бўлади.

Бу усулни куч усули дейилишга сабаб шуки, каноник тенгламаларда номатълумлар сифатида ортикча боғланишлардаги кучлар - таянч реакциялари ва ички зўрқишлар олинади.

$n$  марта статик аниқмас рама учун каноник тенгламалар тизими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2F} &= 0 \\ \dots & \\ \dots & \\ \delta_{(n-1)1}X_1 + \delta_{(n-1)2}X_2 + \dots + \delta_{(n-1)n}X_n + \Delta_{(n-1)F} &= 0 \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nF} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (XI\ 5)$$

Бунда  $\delta_{ii}$  бирлик кучлардан ҳосил бўлган кўчишлар;



$\delta_{ik} = \delta_{ki}$  -бирлик кучлардан ҳосил бўлган ердамчи кучишлар<sup>3</sup>;

$\Delta_{iF}$  -ташқи кучлардан ҳосил бўлган кучишлар

(XI 5) каноник тенгламалар тизими таркибидаги кучишлар Мор интегралидан

$$\left. \begin{aligned} \delta_u &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i^2}{EJ_x} dz \\ \delta_{ik} &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i \overline{M}_k}{EJ_x} dz \\ \Delta_{iF} &= \sum_{(i)} \int \frac{\overline{M}_i M_F}{EJ_x} dz \end{aligned} \right\} \quad (XI 6)$$

ски Верещагин формуласидан

$$\left. \begin{aligned} \delta_u &= \sum \frac{A \eta_i^C}{EJ_x} \\ \delta_{ik} &= \sum \frac{A \eta_i^C \eta_k^C}{EJ_x} \\ \Delta_{iF} &= \sum \frac{A \eta_i^C \eta_F^C}{EJ_x} \end{aligned} \right\} \quad (XI.7)$$

топилади.

Бунда  $M_i$ ,  $M_k$  ва  $M_F$  - тенг кучли тизимда  $X_i = 1$ ,  $X_k = 1$  бирлик кучлар ва ташқи юклар таъсиридан ихтиёрий қўндаланг кесимларда ҳосил бўлган эгувчи моментларнинг ифодаси;

$A_i$  ва  $A_{Fi}$  - бирлик кучлардан ва ташқи юкдан қўрилган эгувчи момент эпюрасининг юзаси;  $\eta_i^C$ ,  $\eta_k$  - шу юзанинг оғирлик марказига тўғри келган ординаталар

(XI.5) таркибидаги биринчи тенглама тенг кучли тизимга қўйилган ортикча номаълум  $X$ , йўналишида ташқи юкдан ва барча номаълумлардан ҳосил бўлган кучишлар йиғиндисининг нолга тенг-

<sup>3</sup> Бу тенглик Максвелл теоремаси (кучишларнинг узаро боғлиқлиги ҳақидаги теорема)дан келиб чиқади

лигини ифодалайди; иккинчи тенглама  $X_2$ , учинчиси эса  $X_3$  ва ҳақоza номаълум кучлар йўналишидаги кўчишларнинг нолга тенглигини ифодалайди.

### 11.3-§. Статик аниқмас рамаларни куч усулида ҳисоблаш режаси

Ҳисоблаш қуйидаги режа асосида олиб борилади:

- рамаларнинг статик аниқмаслик даражаси топилади;
- асосий ва тенг кучли (эквивалент) тизимлар танланади;
- каноник тенглама ёки тенгламалар тизими тузилади;
- бирлик кучлардан ва ташқи юклардан ҳосил бўлган кучишлар аниқланади;
- номаълум боғланиш кучларига нисбатан каноник тенглама ёки тенгламалар тизими ечилади;
- эгувчи момент, кўндаланг куч ва бўйлама кучларнинг тугалланган эпюралари қурилади;
- тугалланган эпюраларнинг қанчалик даражада тўғри қурилганлиги статик ва деформацион текширилади

**37-масала.** Рама учун эгувчи моментнинг эпюрасини қуриш таг аб этилади (XI.4-шакл, а)

Стерженлар бикрлиги ўзгармас деб ҳисоблансин.

#### Ечиш

Бу рама бир марта статик аниқмасдир:  $S=C_R-3=1$  номаълум реакция кучлари сони 4 та, тузишимиз мумкин бўлган статика тенгламалари сони эса 3 та

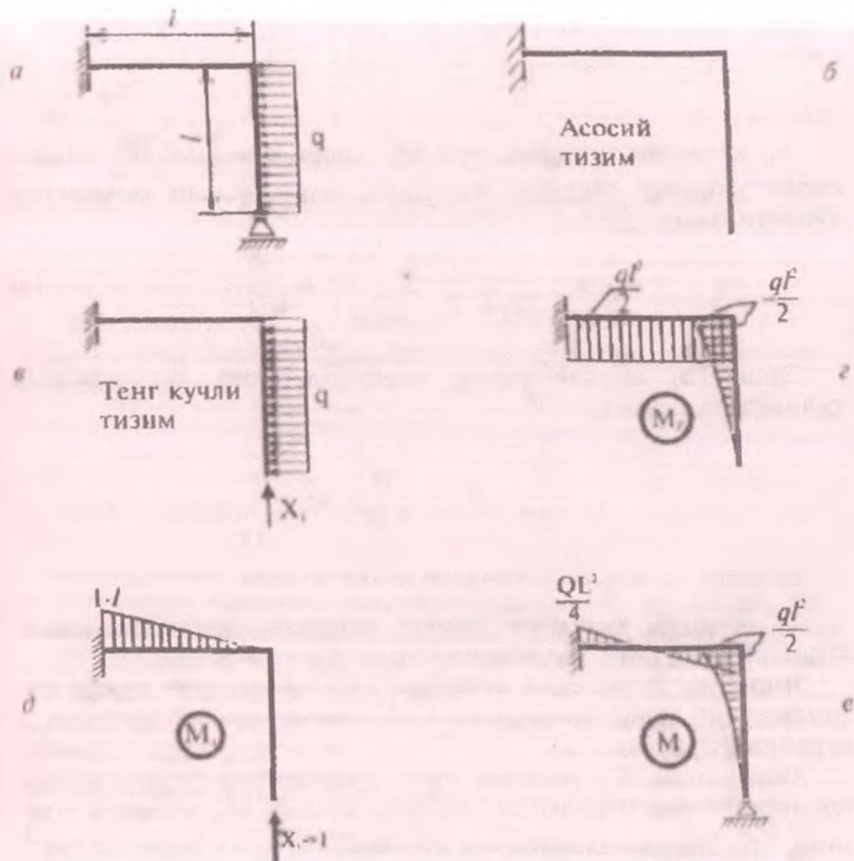
Демак, бу масала учун қуйидаги кўринишга эга бўлган битта каноник тенглама тузилар экан:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0 \quad (a)$$

Асосий тизим сифатида XI.4-шакл, б ни қабул қиламиз.

Тенг кучли тизим сифатида эса XI.4-шакл, в ни қабул қиламиз.

Ташқи кучлардан ҳосил бўлган эгувчи моментнинг эпюрасини қурамиз (XI.4-шакл, г).



XI.4-шакл.

Бирлик  $X_1 = 1$  га тенг булган кучдан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюрасини қураимиз (XI.4-шакл, д).

Кўчишларни аниқлаш учун Верешагин усулини қўллаимиз.

$\delta_{11}$  кўчишни аниқлаш учун  $M_1$  эпюраси юзасини шу юза ординатасига кўпайтирамиз:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_1} \left[ \frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l \right] = \frac{l^3}{3EI_1} \quad (б)$$

$\Delta_{1F}$  кўчишни аниқлаш учун  $M_F$  эпюра юзасини  $M_1$  эпюрасидан олинган оғирлик марказига тўғри келган ординатага кўпайтирамиз:

$$\Delta_{1F} = -\frac{1}{EI_1} \left[ \frac{ql^2}{2} \cdot l \cdot \frac{l}{2} \right] = -\frac{ql^4}{4EI_1}; \quad (в)$$

Энди (б) ва (в) ларни эътиборга олиб, (а) ифодани кўйидагича ёзамиз:

$$\frac{l^3}{3EI_1} X_1 - \frac{ql^4}{4EI_1} = 0$$

Бундан  $X_1 = \frac{3}{4} ql$  эканлиги келиб чиқади

$X_1$  реакция кучининг мусбат ишорали эканлиги, унинг ҳақиқий йўналиши шаклдагига мос келишини билдиради

Топилган  $X_1$  реакция кучининг қийматини тенг кучли тизимга қўйиб берилган рама учун  $M_1$  эгувчи момент эпюрасини курамиз (Х1.4-шакл, ж).

Аниқланган  $X_1$  реакция кучи қийматининг тўғрилигини текшириш учун Верешагин усулини қўллаб,  $M_2$  эпюраси юзасини  $M_1$  эпюра ординатасига кўпайтириб,  $\Delta_1$  ни аниқлаймиз

Агарда  $\Delta_1=0$  бўлса, у ҳолда  $X_1$  нинг қиймати тўғри топилган деб ҳисобланади

$$\Delta_1 = \frac{1}{EI_1} \left[ \left( \frac{ql^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \right) \left( \frac{ql^2}{2} \right) - \left( \frac{ql^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot l \right) \left( \frac{ql^2}{4} \right) \right] = 0$$

Демак,  $X_1$  нинг қиймати тўғри аниқланган

38-масала. XI.5-шакл, а да тасвирланган рама учун тугалланган эгувчи момент, кесувчи ва бўйлама куч эпюралари қурилсин.

Ригель ва устуннинг ўлчамлари, бикрликлари шаклда кўрсатилган:

$$a = l, \quad b = 2l, \quad EJ = \text{const}, \quad F = ql.$$

Ечиш

Масалани куч усулида ечамиз.

1 Дастлаб берилган раманинг статик аниқмаслик даражасини аниқлаймиз:

$$S = n - 3 = 5 - 3 = 2$$

Демак, рамани ҳисоблаш учун статиканинг мувозанат тенгламаларидан ташқари яна иккита қўшимча деформация тенгламасини тузиш зарур экан.

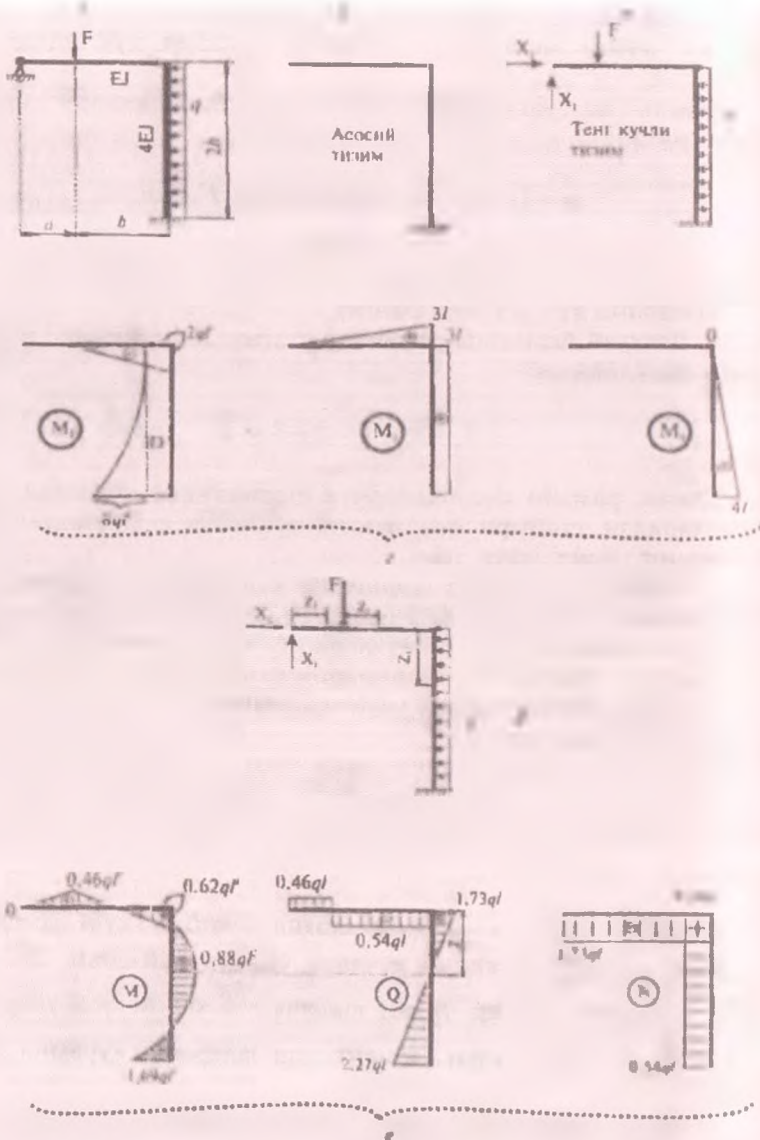
2 Рамани қўзғалмас шарнирли таянчдан озод қилиб, асосий тизим танлаймиз (XI.5-шакл, б), кейин уни ташқи кучлар ҳамда номаълум реакция кучлари  $X_1$  ва  $X_2$  лар билан юклаб, тенг кучли - эквивалент тизимларни тузамиз (XI.5-шакл, в)

3. Тенг кучли тизим учун каноник тенгламалар тизими қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1F} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2F} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Асосий тизимни алоҳида-алоҳида ташқи куч ҳамда номаълум  $X_1$  ва  $X_2$  реакция кучлари ўрнига қўйилган  $X_1 = 1$  ва  $X_2 = 1$  бирлик кучлар билан юклаймиз; кейин эса улар учун  $M_F$ ,  $M_1$  ва  $M_2$  эгувчи момент эпюраларини қурамиз (XI.5-шакл, г)

Асосий тизим битта таянчга эга бўлганлиги учун унинг реакция кучлари аниқланмайди.



XI.5-шакл

$$\delta_{11} = (\bar{M}_1, \bar{M}_1) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{3l}{2} \cdot \frac{3l}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3l + \frac{1}{4EJ} \cdot 3l \cdot 2b \cdot 3l = \frac{18l^3}{EJ}$$

$$\delta_{22} = (\bar{M}_2, \bar{M}_2) = \frac{1}{4EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \cdot 2b \cdot \frac{2}{3} \cdot 4l = \frac{16l^3}{3EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\bar{M}_1, \bar{M}_2) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \cdot 2b \cdot 3l = \frac{6l^3}{EJ}$$

$$\Delta_{1F} = (\bar{M}_1, M_F) = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2ql^2) \cdot \frac{7l}{3} + \frac{1}{4EJ} \cdot (-2ql^2) \cdot 2b \cdot 3l + \frac{1}{3} \cdot (-8ql^2) \cdot 2b \cdot 3l =$$

$$\frac{56}{3} \frac{ql^3}{EJ}$$

$$\Delta_{2F} = (\bar{M}_2, M_F) = \frac{1}{4EJ} \cdot (-2ql^2) \cdot 2b \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l + (-8ql^2) \cdot 2b \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 4l = \frac{12ql^3}{EJ}$$

$$\begin{cases} \frac{18l^3}{EJ} X_1 + \frac{6l^3}{EJ} X_2 - \frac{56}{3} \frac{ql^3}{EJ} = 0 \\ \frac{6l^3}{EJ} X_1 + \frac{16l^3}{3EJ} X_2 - \frac{12ql^3}{EJ} = 0 \end{cases} \begin{matrix} \times \frac{3EJ}{l^3} \\ \times \frac{3EJ}{l^3} \end{matrix}$$

бундан  $X_1 = 0,46ql$ ,  $X_2 = 1,73ql$ .

4 Эгувчи момент, кесувчи куч ва буйлама кучларнинг тугалланган эпюраларини қуриш

Кесиш усулидан фойдаланиб қуйидаги ифодаларни ёзамиз (X1.5-шакл, д)

1-оралиқ:  $0 \leq z_1 \leq a$

$$N_{z_1} = -X_2 = -1,73ql$$

$$Q_{z_1} = -X_1 = 0,46ql$$

$$M_{z_1} = X_1 \cdot z_1; \quad M_{z_1=0} = 0; \quad M_{z_1=a} = X_1 a = 0,46ql^2.$$

2-оралиқ:  $0 \leq z_2 \leq b$

$$N_{z_2} = -X_2 = -1,73ql$$

$$Q_{z_2} = X_1 - F = -0,54ql$$

$$M_1 = X_1(a + z_2) - F \cdot z_2;$$

$$(M_{z_2=0} = 0,46ql^2; \quad M_{z_2=b} = 0,62ql^2)$$

3- оралік:  $0 \leq z_3 \leq 2b$

$$N_{z_3} = X_1 - F = -0,54ql,$$

$$Q_{z_3} = X_2 - qz_3; \quad (Q_{z_3=0} = 1,73ql; \quad Q_{z_3=2b} = -2,27ql)$$

$$M_{z_3} = X_1(a + b) - F \cdot b + X_2 \cdot z_3 - q \frac{z_3^2}{2};$$

$$(M_{z_3=0} = -0,62ql^2; \quad M_{z_3=1,73a} = 0,88ql^2; \quad M_{z_3=2b} = -1,69ql^2)$$

агар  $Q_{z_3} = 0$  бўлганда  $z_3 = \frac{X_2}{q} = 1,73a$  эканлиги келиб чиқади.

Ҳосил қилинган қийматлар асосида  $M$ ,  $Q$  ва  $N$  ларнинг тугалланган эпюраларини курамыз (XI.5-шакл, е)

5. Эпюраларни деформацион текшириш.

Бунинг учун тугалланган  $M$  эпюрасини  $\bar{M}_1$  ва  $\bar{M}_2$  эпюраларни қўпайтирамыз:

$$\begin{aligned} \sum \frac{M \bar{M}_1}{EJ} &= 0 \quad \text{ёки} \\ \delta(M, \bar{M}_1) &= \sum \frac{4q^2}{EJ} \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{0,46ql^2 \cdot 2}{2} - \frac{0,62ql^2 \cdot 2}{2} \right] \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) + \frac{0,46ql^2 \cdot 2}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \right] + \\ &= \frac{1}{4EJ} \left[ \frac{1,68ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot 3l - \frac{0,62ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot 3l + 2ql^2 \cdot 4l \cdot 3l \right] = \frac{0,26ql^4}{EJ} \end{aligned}$$

Бу қиймат  $\Delta_{1e} = \frac{56}{3} \frac{ql^4}{EJ}$  нинг атиги 1,4 фоизини ташкил этганлиги боис, уни nolга тенг деб қабул қилиш мумкин.

$$\delta(M, \bar{M}_2) = \frac{1}{4EJ} (A_1 \eta_1^c + A_2 \eta_2^c + A_3 \eta_3^c) =$$

$$\frac{1}{4EJ} \left[ \frac{1,69ql^2}{2} \cdot 4l \cdot \frac{2}{3} \cdot 4l - \frac{0,62ql^2 \cdot 4l}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4l + \frac{2}{3} \cdot 2ql^2 \cdot 4l \cdot \frac{1}{2} \cdot 4l \right] = 0$$



## Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Статик аниқмас конструкциялар деб нимага айтилади?
2. Статик аниқмас конструкцияларни ҳисоблашда қандай усуллар ишлатилади?
3. Куч усулининг моҳиятини тушунтиринг.
4. Статик аниқмаслик даражасини топиш формуласини ёзиб ва уни тушунтиринг.
5. Статик аниқмас тизимлар қандай хусусиятларга эга?
6. Куч усулининг каноник тенгламалари таркибидаги усуллар қандай аниқланади?
7. Каноник тенглама коэффициентларини аниқлаш қатъийлигини кўрсатинг.
8. Куч усулида ҳисобланган тизим қандай текширилади?

## XII БОБ. МОР ИНТЕГРАЛИНИ МАТРИЦА УСУЛИДА ҲИСОБЛАШ

### 12.1-§. Мор интеграллини матрица усулида ҳисоблаш

(IX.12) формулага таяниб (9.5-§ га қаранг), бикрлиги узгарувчан булган эластик тизимлар учун Мор интеграллини қуйидагича ёзиш мумкин

$$\Delta_{KF} = \int \frac{M_1 M_2}{E J} dz \quad (a)$$

Бунда  $M=M_1$  бирлик юкнинг эгувчи моменти;

$M = M_F$  ташқи юкнинг эгувчи моменти;

$EJ=EJ_x(z)$  -эгилишдаги бикрлик.

Электрон ҳисоблаш машинаси ёрдамида интеграл белгиси остидаги  $\frac{M_1 M_2}{EJ} = f(z)$  узлуксиз функцияни ҳисоблаш учун ақрибий усуллардан фойдаланиш зарур.

Маълумки,  $\int_a^a f(z) dz$  аниқ интегрални ҳисоблаш геометрик

нуқтаи назардан қараганда, абсцисса уқи  $z$ ,  $z=a$  ва  $z=b$  тўғри чизиклар ҳамда  $f=f(z)$  функция билан чегараланган эгри чизикли трапециянинг юзасини ҳисоблашга келтирилади (XII 1 шакл).

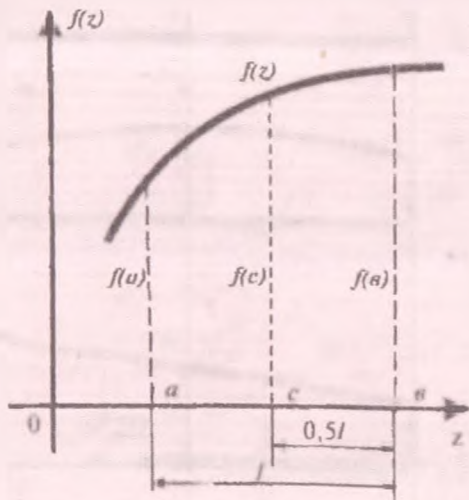
Симпсон формуласи ёрдамида бу юза

$$\int_a^b f(z) dz \approx \frac{1}{6} [f(a) + 4f(c) + f(b)] \quad (XII 1)$$

куринишда ифодаланани

Айтайлик, умумий ҳолда  $\frac{M_1 M_2}{EJ}$  функция текширилаётган ораликда учинчи тартибли эгри чизик билан чегараланган

қисми (XII.2-шакл, а). Унда  $\frac{1}{J}$  функциянинг графиги ҳамда  
 бирлик ва ташқи юклардан қурилган эпюралар ҳам тегишлича  
 XII.2-шакл, б. в. г ларда тасвирлангандек бўлади.



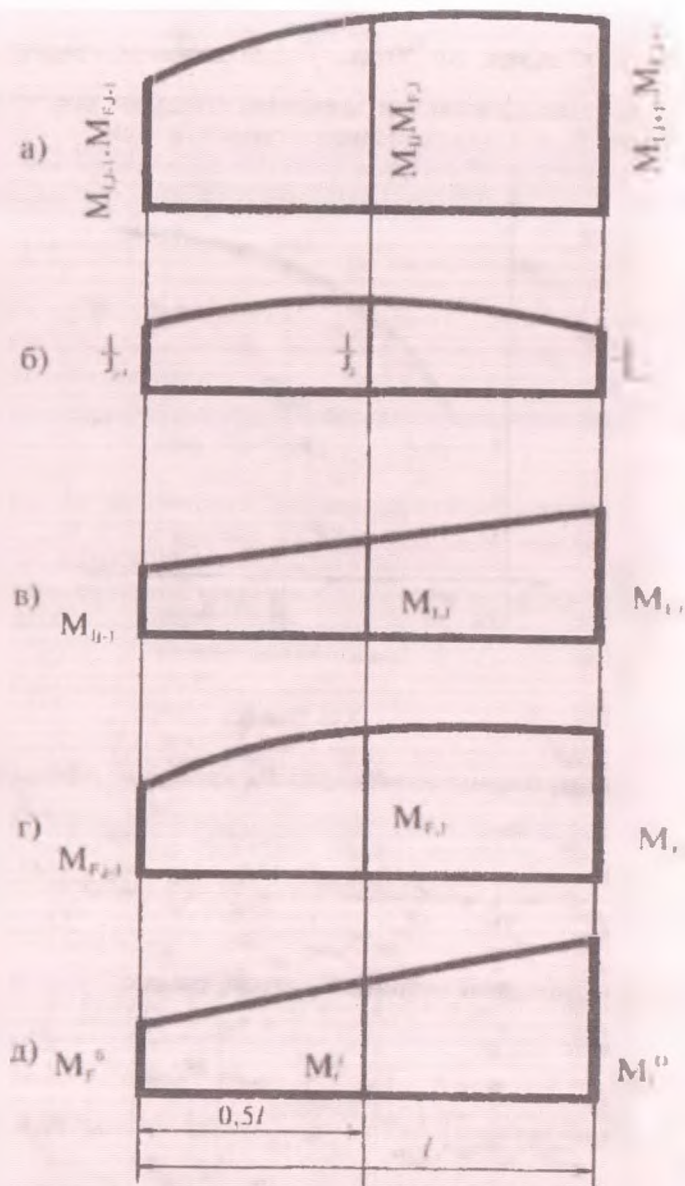
XII.1-шакл

Симпсон формуласини қўллаб, қуйидаги ифодани ҳосил  
 қиламиз:

$$\Delta_{M1} = \int_a^b \frac{M M'}{EJ} dz = \frac{l}{6} \left( \frac{M_{F,j-1} \cdot M'_{F,j-1}}{EJ_{j-1}} + 4 \frac{M_{1,j} \cdot M'_{F,j}}{EJ_j} + \frac{M_{b,j+1} \cdot M'_{F,j+1}}{EJ_{j+1}} \right) \quad (6)$$

Охириги ифодани матрица шаклида ёзамиз:

$$\Delta_{M1} = [M_{1,j}, M_{b,j+1}] \frac{l}{6EJ_0} \begin{bmatrix} a_{j-1} & 0 & 0 \\ 0 & 4a_j & 0 \\ 0 & 0 & a_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{F,j-1} \\ M_{F,j} \\ M_{F,j+1} \end{bmatrix} = M_1^T B_1 M_F \quad (8)$$



ХІІ.2- шакл

Бунда  $a_i = \frac{J_0}{J_j}$  - нисбий мойиллик коэффициенти;

$J_0$  - ўзгармас миқдор

Шундай қилиб, Мор интегралининг матрица шакли қуйидагича бўлади:

$$\Delta_{kf} = \overline{M}_i^T \cdot B \cdot M_f \quad (\text{XII.2})$$

Бунда  $\overline{M}_i^T = [M_i^s, M_i^y, M_i^o]$  - бирлик моментлар (оралиқ бошидаги  $M_i^s$ , ўртасидаги  $M_i^y$ , ва охиридаги  $M_i^o$ ) матричасининг сатри ёки транспонирланувчи устун;

$$B = \frac{1}{6EJ_0} \begin{bmatrix} a_{j-1} & 0 & 0 \\ 0 & 4a_j & 0 \\ 0 & 0 & a_{j+1} \end{bmatrix} \quad \text{- мойиллик матричаси;}$$

$$M_F = \begin{bmatrix} M_F^s \\ M_F^y \\ M_F^o \end{bmatrix} \quad \text{- ташқи юklar (оралиқ бошидаги } M_F^s, \text{ ўртасидаги } M_F^y, \text{ ва охиридаги } M_F^o \text{) матричасининг устуни.}$$

Агар текширилатган оралиқда ташқи юklarдан қурилган эгувчи момент элюраси  $M_F$  чизиқли ўзгарса (XII.2-шакл, д), у ҳолда оралиқ ўртасидаги эгувчи момент

$$M_F^y = 0,5(M_F^s + M_F^o) \quad (\text{д})$$

кўринишда бўлади

Шу сабабли (б) формула бирмунча соддалашади:

$$\Delta_{kf} = \frac{1}{6} \left( \frac{M_i^s M_f^s}{EJ^s} + 4 \frac{(M_i^s + M_i^o)}{2EJ^y} \cdot \frac{(M_f^s + M_f^o)}{2} + \frac{M_i^o \cdot M_f^o}{EJ^o} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{1}{EJ^s} + \frac{1}{EJ^y} \right) M_i^s M_f^s + \frac{M_i^o M_f^s}{EJ^y} + \frac{M_i^s M_f^o}{EJ^y} + M_i^o M_f^o \frac{1}{EJ^o} + \frac{1}{EJ^o} \right]$$

ёки матрица шаклида:

$$B_{12} = \begin{vmatrix} M_i^0 & M_i^0 \\ \frac{l}{6EJ_0} \begin{vmatrix} a^0 + a^y & a^y \\ a^y & a^0 + a^y \end{vmatrix} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_r^0 \\ M_r^0 \end{vmatrix} = \overline{M}_i^T B_i M_r \quad (\text{XII } 3)$$

Бунда

$$\begin{aligned} \overline{M}_i^T &= \begin{vmatrix} M_i^0 & M_i^0 \end{vmatrix} \\ B_i &= \frac{l}{6EJ_0} \begin{vmatrix} (a^0 + a^y) & a^y \\ a^y & (a^0 + a^y) \end{vmatrix} \\ M_r &= \begin{vmatrix} M_r^0 \\ M_r^0 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (\text{XII } 4)$$

$a^s = \frac{l^s}{J^s}$ ,  $a^y = \frac{J}{J^y}$ ,  $a^0 = \frac{J}{J^0}$  - нисбня мойилик коэффициенти

Агар бикрлик  $EJ = \text{const}$  бўлса мойиллик матричаси қуйидагича бўлади:

- $M_F$  эпюраси эгри чизиқ билан чегараланган ҳолда

$$B_i = \frac{l}{6EJ_i} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

- $M_F$  эпюраси тўғри чизиқ билан чегараланган ҳолда

$$B_i = \frac{l}{6EJ} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Агар текшириладиган эластик тизим  $n$  та ораликдан иборат бўлса, юқоридаги матрицалар қуйидагича ёзилади:

- $M_F$  эпюраси эгри чизиқ билан чегараланганда

$$\overline{M} = \overline{M}_i = \left| \begin{array}{c} M_1^{\delta} M_1^{\gamma} M_1^{\theta} \dots\dots\dots M_i^{\delta} M_i^{\gamma} M_i^{\theta} \dots\dots\dots M_n^{\delta} M_n^{\gamma} M_n^{\theta} \\ \hline \begin{array}{ccc} \text{I-оралиқ} & & \\ \text{i-оралиқ} & & \\ \text{n-оралиқ} & & \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccc} B_1 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots\dots\dots & & & 0 & 0 \\ 0 & & \dots\dots\dots & & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots\dots\dots & B_i & \dots\dots\dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & B_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & \dots\dots\dots & 0 & B_n \end{array} \end{array} \right|$$

$R =$

$$M_i = \left| \begin{array}{c} M_{IF}^{\delta} \\ M_{IF}^{\gamma} \\ M_{IF}^{\theta} \\ \vdots \\ M_{iF}^{\delta} \\ M_{iF}^{\gamma} \\ M_{iF}^{\theta} \\ \vdots \\ M_{nF}^{\delta} \\ M_{nF}^{\gamma} \\ M_{nF}^{\theta} \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{I-оралиқ} \\ \\ \text{i-оралиқ} \\ \\ \text{n-оралиқ} \end{array}$$

б)  $M_F$  эпюраси тўғри чизиқ билан чегараланганда

$$M^T = \left\| \begin{array}{c} \overline{M}_1^T \cdot \overline{M}_1^0 \cdot \dots \cdot \overline{M}_i^6 \cdot \overline{M}_i^0 \cdot \dots \cdot \overline{M}_n^6 \cdot \overline{M}_n^0 \\ \text{1-оралиқ} \quad \quad \quad \text{i-оралиқ} \quad \quad \quad \text{n-оралиқ} \end{array} \right\|$$

$$B = \left\| \begin{array}{cccccc} B_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & . & \dots & . & \dots & 0 & 0 \\ 0 & & \dots & & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & B_i & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & B_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & B_n \end{array} \right\|$$

$$M_F = \left\| \begin{array}{c} M_{1F}^6 \\ M_{1F}^0 \\ \vdots \\ M_{iF}^6 \\ M_{iF}^0 \\ \vdots \\ M_{nF}^6 \\ M_{nF}^0 \end{array} \right\| \begin{array}{l} \text{1-оралиқ} \\ \\ \text{i-оралиқ} \\ \\ \text{n-оралиқ} \end{array}$$



**12.2-§. Статик аниқмас тизимларни матрицалар ёрдамида куч усули билан ҳисоблаш**

Статик аниқмас тизимларни ҳисоблашнинг куч усули XI бобда батафсил баён этилган эди. Куч усули ёрдамида масалалар ечаётганда статик аниқмаслик даражасини топиш, ассий ва тенг кучли тизимлар танлаш ҳамда қуйидаги қўринишдаги каноник тенгламалар тизимини тузиш зарурлиги айtilган эди:

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1F} &= 0 \\
 \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2F} &= 0 \\
 \dots & \\
 \dots & \\
 \delta_{(n-1)1}X_1 + \delta_{(n-1)2}X_2 + \dots + \delta_{(n-1)n}X_n + \Delta_{(n-1)F} &= 0 \\
 \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nF} &= 0
 \end{aligned} \right\} \text{(XII.5)}$$

Энди каноник тенгламалар тизимини ечишнинг матрицалар усули билан танишиб чиқамиз.

(XII.5) тенгламалар тизимининг матрица шаклида ёзилиши қуйидаги қўринишга эга:

$$\delta_1 \cdot X + \bar{A}_p = 0 \quad \text{(XII.6)}$$

Бунда

$$\delta_1 = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix}$$

- номаълумлар олдидаги коэффицентлар матрицаси ёки бирлик кучлардан ҳосил булган кўчишлар матрицаси;

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ X_n \end{pmatrix}$$

= номалъумлар матрицаси (вектор);

$$\bar{\Delta}_F = \begin{pmatrix} \Delta_{1F} \\ \Delta_{2F} \\ \vdots \\ \Delta_{(n-1)F} \\ \Delta_{nF} \end{pmatrix}$$

= озод ҳадлар матрицаси (вектор) ёки ташқи юклардан ҳосил булган кучишлар матрицаси.

$\delta_1$  ва  $\bar{\Delta}_F$  матрицаларни аниқлашда қуйидаги формулалар ишлатилади:

$$\delta_1 = \bar{M} B \bar{M}^T = \mu \bar{M}^T \quad (\text{XII.7})$$

$$\bar{\Delta}_F = \bar{M} B M = \mu M \quad (\text{XII.8})$$

бунда  $\bar{M}$  -бирлик моменларнинг сатр матрицаси;

$\bar{M}^T = \bar{M}$  га транспонирланган матрица;

$M$  -ташқи юкларнинг устун матрицаси;

$B$  мойиллик матрицаси

(XII.7) нинг иккала томонини  $\delta_1$  га тескари бўлган  $\delta_1^{-1}$  матрицага кўпайтирамиз:

$$\delta_1^{-1} \delta_1 \bar{X} = -\delta_1^{-1} \bar{\Delta}_F$$

Тескари матрицалар хоссасига кура

$$\delta_1^{-1} \delta_1 = E$$

Бунда  $E$  -бирлик матрица.

Шу сабабли

$$\bar{X} = \overline{[X]} = -\delta_1^{-1} \cdot \bar{\Delta}_F \quad (\text{XII.9})$$

Демак, ортиқча боғланишларни топиш учун бирлик кучлардан ҳосил бўлган кучишлар матричасига тесқари матрица ва ташқи юклардан ҳосил бўлган кучишлар матричасини ҳисоблаш зарур экан

Юқоридаги ифодаларни назарда тутиб, охириги формулани куйидагича ёзамиз:

$$\bar{X} = -(\mu \bar{M}^T)^{-1} \cdot \mu M \quad (\text{XII.10})$$

Эгувчи моментнинг тугалланган эпюрасини қуриш учун ташқи юклар таъсири остида гизимда ҳосил бўлган зўриқишларни топиш лозим:

$$M_{\text{эм}} = M + \sum_{j=0}^n \bar{M}_j \bar{X}_j$$

ёки

$$M_{\text{эм}} = M + M(-\mu \cdot \bar{M}^T)^{-1} \cdot \mu M \quad (\text{XII.11})$$

Бу формулаларда биринчи ҳал асосий тизимда ташқи юклардан ҳосил бўлган зўриқишларни, иккинчи ҳал эса ортиқча боғланишлардан ҳосил бўлган зўриқишларни ифодалайди

Ташқи юклардан ҳосил бўлган кўчишларни топамиз:

$$\Delta = \bar{M}^T M_{\text{эм}}$$

ёки

$$\Delta = \mu [M + M(-\mu \bar{M}^T)^{-1} \cdot \mu M] \quad (\text{XII.12})$$

Бу катталиқ эгувчи моментнинг тугалланган эпюраси қанчаллик аниқ қурилганлигини текширишда муҳим рол ўйнайди; агар  $\Delta = 0$  бўлса, ҳисоблаш ишлари тўғри бажарилган деб ҳисобланади.

### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Мор интегралининг матрица шаклини ёзинг ва қисқача тушунтиринг.
2. Каноник тенгламалар тизимини ечишнинг матрица усулини изоҳланг.

## ХІІ БОБ. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ УСТУВОРЛИГИ (Буылама эгилиш)

### 13.1-§. Асосий тушунчалар

Назарий механикадан маълумки, мутлақ қаттиқ жисмларнинг мувозанат ҳолатлари уч хил бўлади: тургун, фарқсиз ва тургунмас.

Масалан, ботиқ сирт ичида шарча (золдир)нинг мувозанати устувор бўлади, чунки шарча жойидан бир оз қўзғатилиб, қўйиб юборилгач, яна ўзининг дастлабки мувозанат ҳолатига қайтиб келади (ХІІІ.1-шакл, а).

Горизонтал текисликда ётган шарча фарқсиз мувозанат ҳолатда бўлади (ХІІІ.1-шакл, б); мувозанат ҳолатдан чиқарилган шарча ташқи куч таъсири тўхтатилгач, ўзининг дастлабки ҳолатига қайтмасдан янги мувозанат ҳолатни эгаллайди.

Ниҳоят, қавариқ сирт устида турган шарча ноустувор мувозанат ҳолатда бўлади (ХІІІ.1-шакл, в); мувозанатдан чиқарилган шарча куч таъсири тўхтатилгандан кейин олдинги ҳолатига қайтмайди.




Шунга ўхшаш мисолларни деформацияланувчи қаттиқ жисмларда, хусусан сиқилган стерженларнинг мувозанатини ўрганиш жараёнида ҳам учратиш мумкин.

Юқорида текширилган мисоллардан кўриниб турибдики, мутлақ қаттиқ жисмларнинг устуворлиги уларга қўйилган ташқи кучларга боғлиқ эмас. Масалан, шарчанинг оғирлиги унинг устуворлигига «ғўёки» таъсир кўрсатмайди. Аммо деформацияланувчи қаттиқ жисмларнинг устуворлиги уларга таъсир этувчи кучнинг қиймати, йўналиши, қўйилиш жойи, таъсир этиш тури, жисмларнинг материали каби бир қанча омилларга узвий боғлиқдир.


Фараз қилайлик, қўзғалувчан ва қўзғалмас шарнирли гаянчлар ёрдамида маҳкамланган тўғри чизиқли узун ва ингичка стерженнинг юқори учига статик равишда аста-секин ошиб борувчи сиқувчи куч қўйилган бўлсин (ХІІІ.2-шакл)

Агар етарли даражада кичик сиқувчи куч таъсиридagi стерженни зирорта кўндаланг куч билан ён томондан туртиб юборсак, кучлар таъсири тўхтатилгач, стержен бир оз тебраниб ўзининг дастлабки тўғри чизиқли ҳолатига қайтади (XIII.2-шакл, а). Стерженнинг бу ҳолати **устувор мувозанат** дейилади

Сиқувчи кучни секин-аста ошира бориб, унинг шундай қийматини топиш мумкинки, бу қиймагда кўндаланг ўнаилишдаги турткидан кейин ташқи таъсир тўхтатилгач, тержен тўғри чизиқли мувозанат ҳолатига қайтмасдан, эгилгача қолади (XIII 2-шакл, б).

Мутлақ қаттиқ жисм – шарчанинг мувозанат ҳолатлари		
турғун	фарқсиз	турғунмас
		
а	б	в

XIII.1-шакл

Деформацияланувчи қаттиқ жисм – стерженнинг мувозанат ҳолатлари		
устувор	фарқсиз	ноустувор
		
а	б	в

XIII.2-шакл

Борди-ю, стержен туғрилаб қўйилса, у ўзининг дастлабки туғри чизиқли мувозанат ҳолатини эгаллайди. Стерженнинг бу ҳолати **фарқсиз мувозанат** дейилади; бу ҳолатга туғри келувчи сиқувчи кучнинг қиймати эса **критик қиймат** ёки **критик куч** деб айтилади ҳамда  $F_{кр}$  ҳарфи билан белгиланади.

Критик кучдан каттароқ куч билан сиқилган стержен табиийки, куч таъсири тўхтатилгач, у дастлабки туғри чизиқли ҳолатига тўлиқ қайтмайди, балки эгилиб, устуворлигини йўқотади (XIII.2-шакл, в) Стерженнинг бу ҳолати **ноустувор мувозанат** дейилади.

Шундай қилиб, критик куч фарқсиз мувозанат ҳолатига тегишли шундай куч эканки, агар унинг қиймати «салгина» камайтирилса стержен устувор, аксинча оширилса, у ноустувор мувозанат ҳолатни эгаллайди.

Туғри чизиқли узун ва ингичка сиқилган стерженлар устуворлигининг йўқолиш ҳодисаси **бўйлама эгилиш** деб аталади

Конструкция қисмларининг бўйлама эгилиши хавфли булганлиги сабабли унга йул қуйиб бўлмайди. Масалан, сиқувчи куч  $F$  дан салгина оширилгандаёқ эгилиш жуда тез ўсиб (салқилик билан сиқувчи куч орасида чизиқли боғланиш мавжуд) стержен тўсатдан емирилиши ҳам мумкин

Шу жиҳатдан қараганда, сиқилган стерженларнинг хавф хатарсиз ишлашини таъминловчи сиқувчи кучнинг ҳақиқий қиймати  $F$  ни критик куч  $F_{кр}$  дан кичик қилиб олиш мақсадга мувофиқдир:

$$F < F_{кр} \quad (\text{XIII.1})$$

Бунда  $n^*$  -устуворликнинг ҳисоблаб аниқланадиган ёки ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти\*

Устуворликнинг талаб этиладиган ёки зарурий эҳтиёт коэффициенти махсус жадваллардан олинади. Масалан, машина-созлик конструкцияларининг пулат материаллардан ясалган қисмларини ҳисоблашда  $n^*_{\text{плат}} = 4 + 5$  ораликда, қурилиш конст-

\*  $n^*$  - индекси инглиз тилидаги *stability* (устуворлик) сўзидан олинган

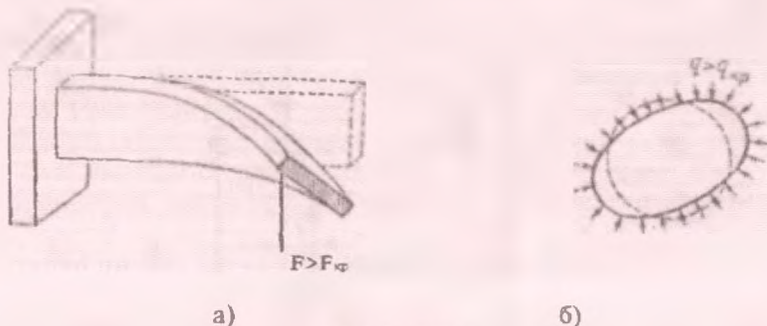
рукцияларининг қисмларини ҳисоблашда эса  $n_{adm}$  қуйидагича олинади.

$$n_{adm}^1 = 1,8 \div 3 \quad (\text{пўлат учун})$$

$$n_{adm}^2 = 2,8 \div 3,2 \quad (\text{ёғоч учун})$$

$$n_{adm}^3 = 5 \div 5,5 \quad (\text{чуян учун})$$

Устуворликнинг йўқолиш ҳодисаси фақат сиқилган стерженларгагина хос бўлмасдан, балки конструкцияларнинг бошқа хилдаги элементларида ҳам жуда кўп учрайди. Масалан, текис эгилишга қаршилик кўрсатувчи тўғри тўртбурчак кесимли, юпқа деворли консол куч критик қийматдан оширилганда устуворлигини йўқотиб эгилиш ва буралишга биргаликда қаршилик кўрсатади (XIII.3-шакл, а); радиал йўналишда сиқилишга қаршилик кўрсатувчи юпқа халқа  $q > q_{кр}$  куч таъсирида шаклини ўзгартириб, сиқилиш билан эгилишга биргаликда қаршилик кўрсатади ва устуворлигини йўқотади (XIII.3-шакл, б).



XIII.3-шакл

Бу мисоллар устуворлик йўқолганда конструкция қисмларининг деформацияланиш ҳолати ҳам сифат жиҳатидан ўзгариб кетишини, яъни оддий деформациянинг мураккаб деформацияга айланишини тулиқ тасдиқлайди

Юқоридаги мулоҳазалардан келиб чиқиб шунини айтиш мумкинки, устуворликка оид масалаларни ечишда критик куч ва критик кучланишларни аниқлаш муҳим аҳамиятга эга

### 13.2-§. Критик кучни топишнинг Эйлер формуласи

Эйлер формуласини келтириб чиқариш учун бикрлиги ўзармас, учлари шарнирли маҳкамланган призматик стержендан фойдаланамиз (XIII.4-шакл, а).

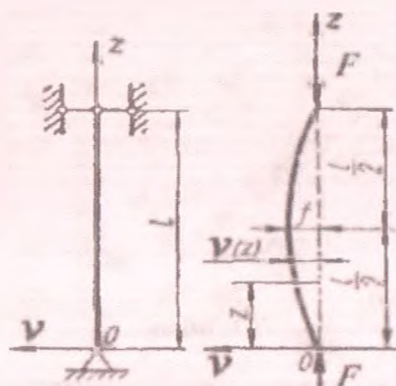
Стерженни миқдор жиҳатидан тенг, ammo йўналишлари қарама-қарши бўлган иккита сиқувчи куч билан юклаймиз (XIII.4 шакл б).

Сиқувчи куч  $F = F_{cr}$  бўлганда, стержен эгри чизиқли мувоzanат ҳолатига ўтади (XIII.4-шакл, б).

Стерженнинг деформациясини жуда кичик деб фараз қилиб, эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$EJ_z v'' = \pm M_x \quad (a)$$

Бу ерда  $EJ_x = EJ_{\min}$  га тенг, чунки устуворликнинг йўқолиши бикрлиги кичик текисликда содир бўлади.



XIII.4-шакл

Исталган кесимдаги эгувчи момент  $M_x = -F v$  га тенг; бу ерда минус ишора эгриликнинг камайишини кўрсатади.

Эгувчи моментнинг ифодасини (а) га қўйиб, қуйидагига эга буламиз:



$$E J_{\min} v_z'' = -\bar{F}_{kp} v_z \quad \text{ёки} \quad v_z'' + k v_z = 0 \quad (6)$$

Бунда 
$$k^2 = \frac{F_{kp}}{E J_{\min}} \quad (в)$$

Ҳосил қилинган бир жинсли дифференциал тенгламанинг умумий интеграли

$$v_z = A \cos kz + B \sin kz \quad (г)$$

қўринишга эга.

Ихтиёрый  $A$  ва  $B$  интеграл ўзгармасларини қуйидаги чегаравий шартлардан фойдаланиб топамиз:

$$z = 0 \text{ бўлганда, салқилик } v_z = 0 \text{ бўлади;}$$

$$z = \ell \text{ бўлганда, салқилик } v_z = 0 \text{ бўлади.}$$

Биринчи чегаравий шартдан  $A=0$  эканлиги келиб чиқади; шу сабабли

$$v_z = B \sin kz \quad (д)$$

қўринишда ёзилади.

Иккинчи чегаравий шартдан

$$B \sin k\ell = 0$$

тенгламани ҳосил қиламиз

Математик нуқтаи назардан қараганда бу тенгламада  $B=0$  ёки  $\sin k\ell = 0$  бўлиши керак.

Аммо  $B$  нолга тенг бўлиши мумкин эмас, чунки бу шартнинг бажарилиши стерженнинг ўқи тўғри чизиқлигича қолади деган маънони англатади. Табиийки, бу масъланинг шартига зид

Бундан чиқди,  $\sin k\ell = 0$  бўлади.

Бу тенгламадан  $k\ell = n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ёки  $k = \frac{n\pi}{\ell}$  эканлиги

келиб чиқади.

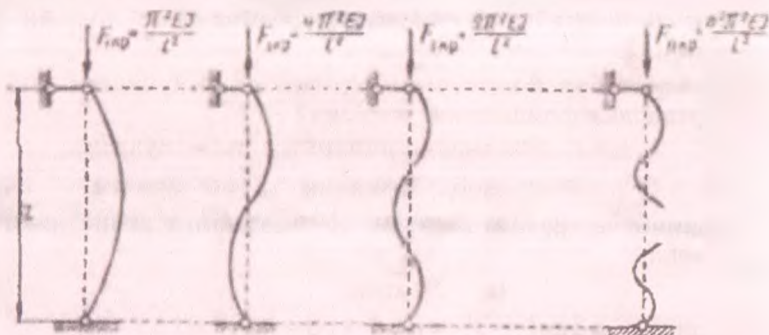
Охириги ифодани иккала томонини квадратга оширгандан сўнг уни (в) ифода билан тенглаштирамиз:

$$\frac{F_{kp}}{E J_{\min}} = \frac{n^2 \pi^2}{\ell^2}$$

Бундан изланаётган критик кучнинг формуласи келиб чиқади:

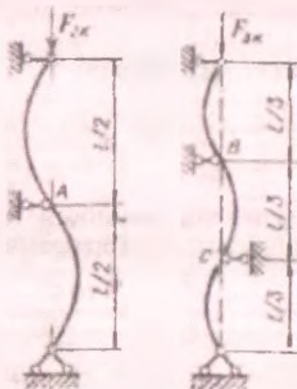
$$F_{кр} = \frac{n^2 \pi^2 EJ}{l^2} \quad (\text{XIII.2})$$

Шундай қилиб, критик кучнинг битта эмас, балки бир неча қийматларига эга бўлдиқ. Ҳар бир критик кучга тегишли мувозанат ҳолати мавжуд (XIII.5-шакл)



XIII.5-шакл

Шуни таъкидлаш муҳимки, эгилишнинг фақат биринчи шаклига мос келувчи мувозанат устувор бўлади (бу ҳолатда  $n=1$  га тенг). Қолган барча кўринишдаги мувозанат эса токи  $B$ ,  $C$  кесимларга қўшимча таянч қўйилмагунча ноустувор бўлади (XIII.6-шакл).



XIII.6-шакл

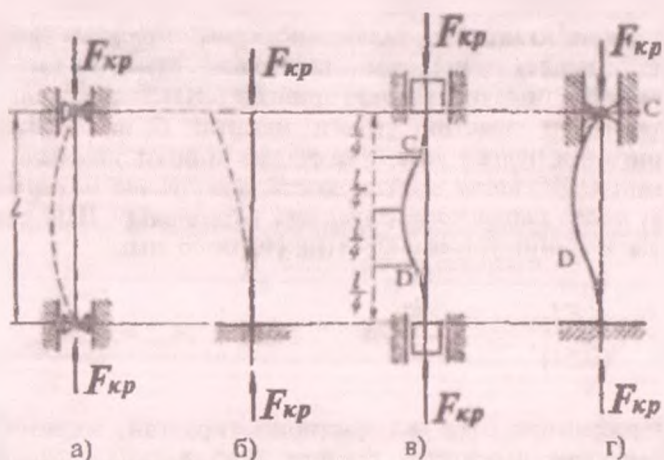
Критик кучнинг энг кичик қийматини аниқлаш амалий жиҳатдан муҳим аҳамиятга эга:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{мин}}{l^2} \quad (XIII.3)$$

Бу формулани 1744 йилда Петербург Фанлар Академиясининг аъзоси Леонард Эйлер биринчи бўлиб тақлиф этганлиги сабабли уни Эйлер формуласи, бу формула бўйича топилган кучни эса Эйлер кучи деб аталади

### 13.3-§. Стержен учлари маҳкамлавиш усулларининг критик кучга таъсири

Стержен учларининг қандай усулда таянчга ўрнатилганлиги ёки маҳкамланганлигига қараб критик кучнинг катталиги сезиларли даражада ўзгаради: ошади ёки камайди. Буни ойдинлаштириш мақсадида учлари таянчга турлича бириктирилган стерженлар учун критик кучни аниқлаймиз (XIII.7-шакл).



XIII.7-шакл

а) стерженнинг учлари вертикал йўналишда эркин ҳаракатлана олувчи ползунга шарнир воситасида XIII.7-шакл, а да тасвирлангандек маҳкамланган (асосий ҳол)

Биринчи усул бўйича таянчларга маҳкамланган стерженлар учун критик куч

$$F_{1кр} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{l^2} \quad (a)$$

формуладан топилади

б) стерженнинг фақат пастки учи қистирилган ҳолда таянчга тиралган (XIII.7-шакл, б).

Стерженнинг ўқ чизигини чизмада кўрсатилгандек, давом эттириб қуйидаги хулосага келиш мумкин: *бир учи таянчга қистириб тиралган, иккинчи учи эса мутлоқа эркин турган стержен узунлиги 2l га тенг бўлган ва асосий усул бўйича маҳкамланган стержен каби шароитда қаршилик кўрсатади.*

Бундан чиқди, иккинчи усул бўйича маҳкамланган стержен учун критик кучни топишда (XIII.3) формуладаги  $l$  ни  $2l$  га алмаштириш kifой:

$$F_{2кр} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{4l^2} \quad \text{ёки} \quad F_{2кр} = \frac{1}{4} F_{1кр} \quad (б)$$

в) стержен икки учи билан қистириб тиралган ёки стерженнинг иккала учи ҳам вертикал йўналишда эркин ҳаракатланувчи ползунга бириктирилган (XIII.7-шакл, в).

Стерженнинг эластик чизиги иккита:  $C$  ва  $D$  бурилиш нуқталарига эга бўлган учта булакчадан иборат; *узунлиги 0,5l га тенг бўлган CD булакча «ғўёки» асосий усул бўйича маҳкамланган стержен каби шароитда қаршилик кўрсатади.* Шу сабабли (XIII.3) даги  $l$  нинг ўрнига  $0,5l$  ни қўйиш лозим:

$$F_{3кр} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{(0,5l)^2} = \frac{4\pi^2 EJ_{мин}}{l^2} \quad \text{ёки} \quad F_{3кр} = 4 F_{1кр} \quad (в)$$

г) стерженнинг бир учи қистириб тиралган, иккинчи учи эса қўзғалувчан шарнирли таянчга ёки вертикал йўналишда эркин ҳаракатланувчи ползунга шарнир воситасида маҳкамланган (XIII.7-шакл, г).

Эластик чизикда битта буралиш нуқтаси мавжуд бўлиб, у икки булакчадан иборат; *стерженнинг  $CD \approx 0,7l$  қисми асосий усул бўйича маҳкамланган стержен сингари шароитда қаршилик кўрсатади.*

Текширилади ан ҳол учун критик куч

$$F_{4кр} = \frac{\pi \cdot EJ_{\text{нсп}}}{(0,7l)^2} \quad \text{эки} \quad F_{4кр} = 2F_{1кр} \quad (г)$$

кўринишларда ифодаланади.

Шундай қилиб, юқорида баён этилган барча ҳоллар учун критик куч аниқланадиган формулаларни

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{нсп}}}{l_{\text{кел}}^2} \quad (\text{XIII.4})$$

кўринишда умумлаштириш мумкин.

Бунда  $l_{\text{кел}} = \mu \cdot l$  -стерженнинг келтирилган узунлиги;

$\mu$  -узунликни келтириш коэффициенти бўлиб, у стержен учларининг таянчларга маҳкамланишига боғлиқ (13.1-жадвал).

13.1- жадвал

Стержен учларининг маҳкамланиш усуллари	Узунликни келтириш коэффициенти қиймати
XIII.7-шакл, в бўйича	1
XIII.7-шакл, б бўйича	2
XIII.7-шакл, в бўйича	0,5
XIII.7-шакл, г бўйича	0,7

(XIII.4) формулани биринчи бўлиб 1892 йилда Петербург йўллар институтининг профессори Ф.С. Ясинский таклиф этган.

### 13.4-§. Критик кучланиш. Эйлер формуласининг тадбиқ этилиш чегараси

Эйлер формуласи бўйича критик куч топилгач, критик кучланишни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A}, \quad \sigma_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{нсп}}}{(\mu l)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\text{нсп}}}\right)^2}$$

эки

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\text{нсп}}}\right)^2} \quad (\text{XIII.5})$$

бунда  $A$  -стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

$t_{\min}$  -кўндаланг кесимининг энг кичик инерция радиуси

Охирги формуланинг махражидаги миқдорни  $\lambda$  ҳарфи билан белгилаймиз:

$$\lambda = \frac{\mu l}{t_{\min}} \quad (\text{XIII.6})$$

бу ерда  $\lambda$  -стерженнинг эгилювчанлиги бўлиб, улчамсиз миқдордир.

Охирги ифодани эътиборга олиб, критик кучланишни қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (\text{XIII.7})$$

Эйлер формуласини ҳамма вақт ҳам тадбиқ этиб бўлмайди, чунки у Гук қонуни кучга эга бўлган чегарада келтириб чиқарилган эди. Бошқача айтганда, стерженнинг эгилган ўқини аниқлашда Гук қонуни асосида чиқарилган дифференциал тенглама ишлатилган эди. Бундан чиқди, Эйлер формуласидан фақат мутаносиблик чегарасидагина фойдаланиш мумкин, яъни уни ишлатишда

$$\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{уст}} \quad \text{ёки} \quad \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{\text{уст}} \quad (\text{XIII.8})$$

шартни бузмаслик керак.

Бунда  $\sigma_{\text{уст}}$  -стержен материалининг мутаносиблик чегараси бўлиб, унинг қиймати баъзи материаллар учун 13.2-жадвалда берилган.

13.2-жадвал

№	Материалларнинг номланиши	$\sigma_{\text{уст}}$	$\lambda$	$a$	$b$	$c$
		МПа	-	МПа	МПа	МПа
1	Пўлат:					
	Ст 2, Ст 3	20	100	310	1,14	-
	Ст 5	24		464	3,26	
	Ст 40		90	321	1,16	-
2	Таркибидя кремний миқдори оширилган пўлат		100	589	3,82	-
3	Чўян	18	80	776	12	0,53
4	Ёғоч (қарағай)	8	110	29,3	0,19	

Эйлер формуласини тадбиқ этилиш чегарасини аниқлаш мақсадида (XIII 8) шартдан  $\lambda$  ни ушбу кўринишда ёзиб оламиз:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{муп}}}} \quad (\text{XIII } 9)$$

Юқоридаги жадвалда эгилувчанликнинг чегаравий қиймати келтирилган.

Демак, Ст 3 навли пўлатдан ясалган стерженлар учун Эйлер формуласини эгилувчанлик 100 дан катта бўлгандагина тадбиқ этиш мумкин, холос.

Борди-ю, текшириლაётган стерженнинг эгилувчанлиги жадвалда берилган қийматлардан кичик бўлса, Ф.С. Ясинский томонидан таклиф этилган қўйидаги эмпирик (тажрибалар натижасига асосланган) формула ишлатилади:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b \cdot \lambda \quad (\text{XIII.10})$$

ёки чуян учун

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b \lambda + c\lambda^2 \quad (\text{XIII.11})$$

бунда  $a, b, c$  -материалларнинг хоссасига боғлиқ бўлган ўзгармаслар бўлиб, улар тажрибалардан аниқланади (13.2-жадвал).

XIII.8-шаклда Ст 3 навли пулат материалдан ясалган стержен учун критик кучнинг эгилувчанликка боғлиқлик графиги тасвирланган. Графикнинг  $\lambda = 0$  - 40 оралигида критик кучланишнинг қиймати ўзгармас бўлиб,  $\sigma_{\text{кр}} = \sigma_{\text{оч}}$  га тенг.

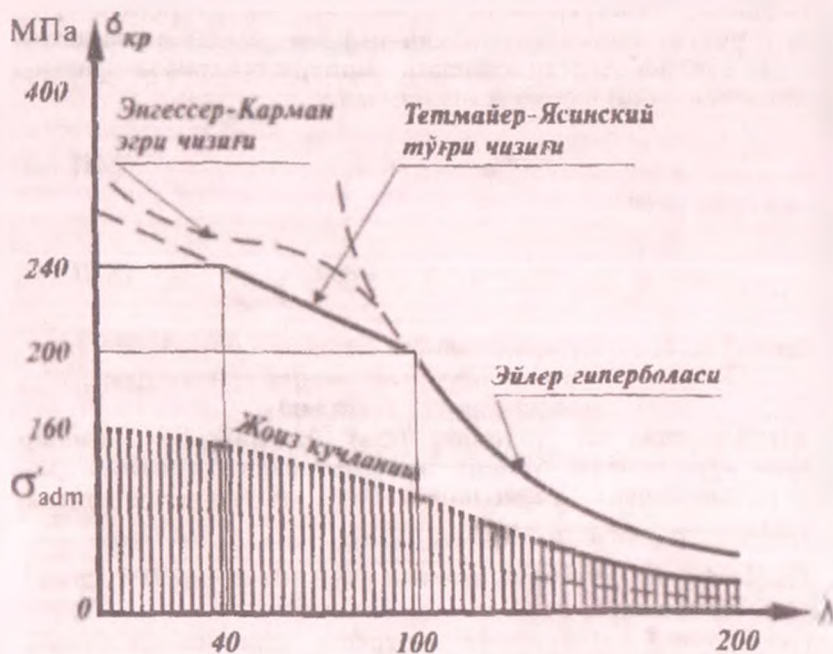
Графикнинг  $\lambda = 40$ -100 оралиги (XIII.10) формула ёрдамида қурилган.

Графикнинг  $\lambda > 100$  қисми гипербола кўринишида бўлиб, (XIII.7) формула асосида чизилган.

Шундай қилиб, бўйлама эгилишга ҳисобланаётган стерженларни учта: бикр, бикрлиги ўртача ва эгилувчан стерженлар гуруҳига ажратиш мумкин:

$$\sigma_{кр} = \begin{cases} \sigma_{кр} = const, & 0 < \lambda \leq 40 \text{ (бикр стежен);} \\ a - \theta\lambda, & 0 \leq \lambda \leq 100 \text{ (уртача бикрликдаги стерженлар);} \\ \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, & \lambda > 100 \text{ (эгилювчан стерженлар)} \end{cases}$$

Тажриба натижалари ва Эйлер формуласига таяниб, бошқа материаллар учун ҳам  $\sigma_{кр} = f(\lambda)$  боғланиш графигини куриш мумкин.



ХIII.8-шакл.



### 13.5-§. Сиқилган стерженларни амалда ҳисоблаш усули

(XIII.4) формула ёрдамида сиқилган стерженларни устуворликка ҳисоблаш анча ноқулай. чунки критик кучнинг ҳар бир формуласи учун ўзига тегишли эгилувчанликнинг алоҳида ўзгариш оралиғи мавжуд. Айтилган камчиликни бартараф этиш учун учта формулани стерженнинг исталган эгилувчанлиги учун яроқли бўлган битта формула билан алмаштириш мақсадга мувофиқдир; бунга эришишнинг йули (XIII.4) ифода бўйича аниқланувчи критик кучланишдан бўйлама эгилиш (устуворлик) даги жоиз кучланишга ўтишдан иборат.

Юқорида айтиб ўтилганидек,  $F_{sp}$  емирувчи, хавfli куч ҳисобланади. Шу сабабли стерженнинг устуворлиги ва мустақкамлигини таъминлай оладиган сиқувчи кучнинг жоиз қиймати ёки бошқача айтганда, жоиз критик куч  $F_{adm}^s$  критик куч  $F_{sp}$  дан  $n^s_{adm}$  марта кичик булиши лозим:

$$F_{adm}^s = \frac{F_{sp}}{n^s_{adm}} \quad (\text{XIII.12})$$

Бу ифоданинг иккала томонини  $A$  марта камайтириб, устуворлик учун берилган жоиз критик кучланиш  $\sigma_{adm}^s$  ҳам критик кучланиш  $\sigma_{sp}$  нинг  $n_s$  қисмини ташкил этишини кўрамиз:

$$\sigma_{adm}^s = \frac{\sigma_{sp}}{n^s_{adm}} \quad (\text{XIII.13})$$

Олдинги параграфда берилган  $\sigma_{sp} = f(\lambda)$  графикдан фойдаланиб, критик кучланишнинг ҳар бир қийматини  $n$  марта камайтириб,  $\sigma_{adm}^s$  нинг эгилувчанликка боғлиқлик графигини қурамиз (бу график ингичка чизиқ билан кўрсатилган).

Устуворлик учун берилган жоиз кучланиш  $\sigma_{adm}^s$  билан мустақкамлик учун берилган асосий (оддий сиқилишдаги) жоиз кучланиш  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_k}{n}$  ни ўзаро таққослаб,

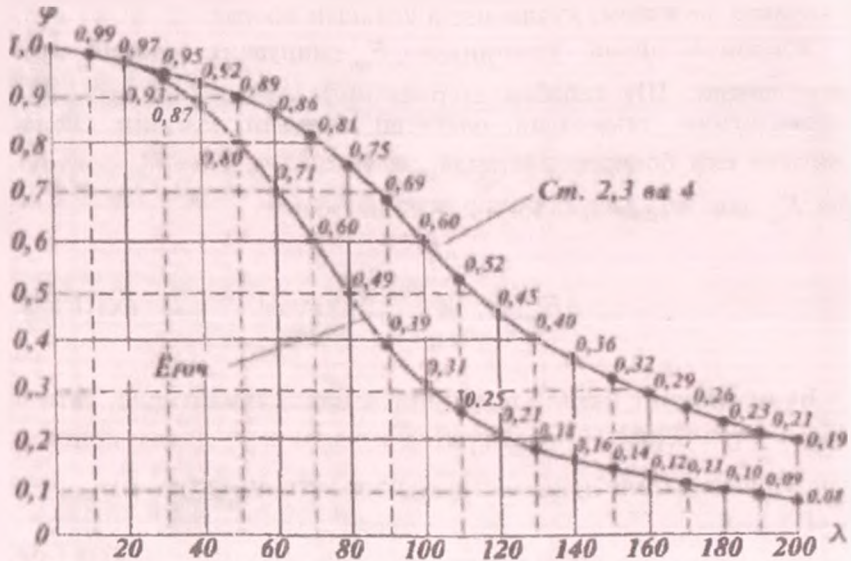
$$\sigma_{adm} < \sigma_{adm}$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Охириги ифодачинг ўнг томонини  $\varphi < 1$  миқдорга кўпайтириб, тенгсизлик белгисидан тенглик белгисига ўтилади ва қуйидаги муҳим формула ҳосил қилинади

$$\sigma_{adm}^3 = \varphi \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.14})$$

Бунда  $\varphi$  - мустаҳкамлик учун берилган асосий жоиз кучла-нишни камайтириш (бўйлама эгилиш) коэффициентини.



XIII.9-шакл.

(III 15) (3.3-§ га қаранг) ва (XIII.13) формулаларни эъти-борга олиб,  $\varphi$  ни қуйидагича ёзамиз:

$$\varphi = \frac{\sigma_{\tau}}{n_{adm} \sigma_{o.ч.}}$$

ёки

$$\varphi = \frac{\tau^2 E}{\sigma_c} \frac{\sigma_{adm}}{n_{adm}^3} \frac{1}{\lambda^2} \quad (\text{XIII.15})$$

Демак,  $\varphi$  стержен материали ва унинг эгилушчанлигига боғлиқ жан; турли материаллар учун  $\varphi$  нинг қийматини XIII.9-шаклда келтирилган графикдан олиш мумкин.

Куйидаги иккита шарт бажарилган ҳолда сиқилган стерженлар ташқи сиқувчи кучга етарли даражада қаршилиқ курсата олади:

- устуворлик шарти

$$\sigma' = \frac{F'}{A} \leq \sigma'_{adm} \quad (\text{XIII.16})$$

- мустаҳкамлик шарти

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.17})$$

Шуни эслатиб ўтиш муҳимки, стерженни устуворликка ҳисоблашда кесимнинг тўлиқ юзаси олинади, яъни  $A = A_{br}$  қабул қилинади

Мустаҳкамликни ҳисоблашда эса парчин миҳлар учун тешиклар ва турли хил ўйиқлар очиш натижасида заифлаштирилган ҳақиқий кесим юза  $A = A_{net}$  ишлатилади.

(XIII.14) ифодани эътиборга олсак, сиқилган стерженларнинг устуворлик шартини

$$\frac{F'}{\varphi \cdot A_{br}} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.18})$$

кўринишни эгаллайди; кўпинча, (XIII.18) ифода устуворликдаги ҳисоб тенгламаси ҳам деб юритилади.

Ҳисоб тенгламасидан жонз критик кучни аниқлаймиз:

$$F'_{adm} = A_{br} \cdot \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.19})$$

Ўз-ўзидан равшанки, агар устуворликнинг ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти зарурий эҳтиёт коэффициентидан кичик бўлмаса, сиқилган стерженларнинг устуворлиги таъминланган бўлади:

$$n^2 \geq n^2_{adm} \quad (\text{XIII.20})$$

Бу тенгсизлик ҳам устуворлик шартини ифодалайди

(XIII.1) ва (XIII.9) формулаларни назарда тутиб, (XIII.20) ни бирмунча ўзгартириб ёзамиз:

$$\frac{F_{\varphi}}{F} \geq \frac{F_{\varphi}}{F'_{adm}} \quad \text{ёки} \quad F \leq F'_{adm} \quad (\text{XIII.21})$$

Охирги тенгсизликнинг иккала томонини  $A_b$  марта камайтириб, устуворлик шартини кучланишлар орқали ифодаalayмиз:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.22})$$

Бунда  $\sigma = \frac{F}{A_b}$  - сиқувчи кучланишнинг ҳақиқий қиймати

Устуворликка ҳисоблаш икки усулда олиб борилади

1. *Текширув ҳисоби (жоиз критик кучни топиш).*

Кундаланг кесимнинг геометрик тавсифномаси ва стержен эгилишнинг таянчларга маҳкамланиш усулига қараб, унинг эгилишчанлиги  $\lambda$  аниқланади; сўнгра стержен материали учун  $\lambda$  бўйича 13.3-жадвалдан бўйлама эгилиш коэффициентини  $\varphi$  топилади.

13.3-жадвал

Эгилишчанлик	Бўйлама эгилиш коэффициенти $\varphi$		Эгилишчанлик	Бўйлама эгилиш коэффициенти $\varphi$	
	Ст.3 ва Ст.4	Ст.5		Ст.3 ва Ст.4	Ст.5
0	1,00	1,00	120	0,45	0,37
10	0,99	0,98	130	0,40	0,32
20	0,97	0,96	140	0,36	0,28
30	0,95	0,93	150	0,32	0,25
40	0,92	0,89	160	0,29	0,23
50	0,89	0,85	170	0,26	0,21
60	0,86	0,80	180	0,23	0,19
70	0,81	0,74	190	0,21	0,17
80	0,75	0,67	200	0,19	0,15
90	0,69	0,59	210	0,17	0,14
100	0,60	0,50	220	0,16	0,13
110	0,52	0,43			

Ниҳоят, жоиз критик куч

$$F_{adm}^* = A \varphi \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.23})$$

ёки жоиз критик кучланиш

$$\sigma_{adm}^i = \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (\text{XIII.24})$$

лар топилиб, тегишлича  $F \leq F'_{adm}$  ёки  $\sigma \leq \sigma'_{adm}$  шартлар текшириб кўрилади. Борди-ю, бу шартлар бажарилмаса, текширилатган стержен ноустивор мувозанат ҳолатида деб ҳукм юрტიлади

2. *Лойиҳа ҳисоби (устуворликни таъминлай оладиган кесим юза танлаш)*

Устуворликдаги ҳисоб тенгламаси (XIII 18) дан кўриниб турибдики, унинг таркибида иккита номаълум бор: *бўйлама эгилиш коэффициентини  $\varphi$  ва аниқланиши зарур булган  $A_i$ , кесим юза.*

Шунинг учун лойиҳа ҳисобида кетма-кет яқинлашиш усулини қўллаб, қуйидаги ишларни навбат билан бажариш тавсия этилади:

а) *бўйлама эгилиш коэффициентининг бошланғич қиймати  $\varphi_1 = 0,5 + 0,6$  оралиғида танланади;*

б) *кесим юза аниқланади:*

$$A_i = \frac{F}{\varphi_i \sigma_{adm}}$$

бунда  $i = 1, 2, 3, \dots$  кетма-кет яқинлашишдаги қадамлар сони;

в) *ҳосил қилинган  $A$  бўйича кесим юза ўлчамлари (сортаментлар учун эса зарурий маълумотлар олинади) аниқлангач, эгилувчанлик*

$$\lambda_i = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$$

ҳисобланади;

г) *топилган  $\tau$ , учун стержен материалга қараб бўйлама эгилиш коэффициентининг ҳақиқий қиймати  $\varphi_i$  аниқланади.*

Агар  $\varphi_i$  ва  $\varphi_i$  лар орасида катта фарқ мавжуд бўлса,  $\sigma_x$  кучланиш ҳам асосий жонз кучланишдан катта фарқ қилади.

Одатда, кучланишлар орасидаги фарқ 5% дан ошмаслиги лозим. Борди-ю, бу шарт бажарилмаса

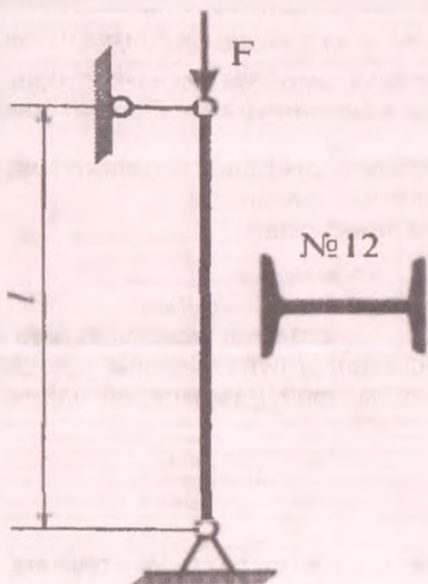
$$\varphi_{i+1} = 0,5(\varphi_i + \varphi'_i)$$

бўйича янги «уриниш» қилиб,  $\varphi'_{i+1}$  ни аниқламагунча ҳисоблашни давом эттириш керак;

д) жоиз критик куч еки кучланишлар топилгач, тегишлича (XIII.16) ёки (XIII.17) шартлар текшириб кўрилади

39-масала. Узунлиги  $l=1,85\text{м}$  бўлган стерженга таъсир этувчи сиқувчи кучнинг жоиз қиймати аниқлансин (XIII.10-шакл). Стержен Ст 3 навли пўлатдан ясалган бўлиб, кўндаланг кесим профили №12 қўштаврдан иборат

Ҳисоблашда  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $n_{adm} = 3$  га тенг деб олинсин.



XIII.10-шакл.

Ғчиш

Дастлаб Эйлер формуласини қўллаш ҳақидаги масalani ҳал қилиш зарур. Бунинг учун стерженнинг эгилувчанлигини ҳисоблаймиз:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 1,85}{1,38 \cdot 10^{-2}} = 134,06$$

Бу ерда, инерция радиуси  $i_{\min}$  нинг қиймати сортамент жадвалидан олинди.

Демак,  $\lambda > \lambda_{\text{кр}} = 100$  бўлгани учун Эйлер формуласи бўйича критик куч аниқланади:

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\text{мин}}}{(\mu l)^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^5 \cdot 27,9 \cdot 10^{-1}}{(1 \cdot 1,85)^2} = 168,958 \cdot 10^3 \text{ кН} = 168,958 \text{ кН}$$

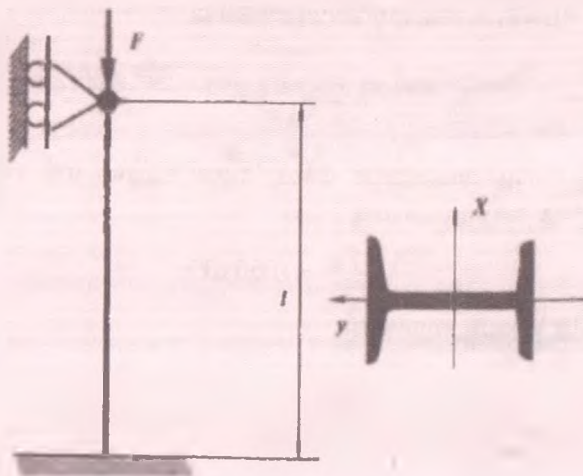
бу ерда,  $J_{\text{мин}} = 27,9 \text{ см}^4$  бўлиб, сортамент жадвалидан олинди

(XIII.12) формуладан сиқувчи кучнинг жоиз қиймати ҳисобланади:

$$F_{\text{adm}} = \frac{F_{\text{кр}}}{n_{\text{adm}}} = \frac{168,958}{3} = 56,319 \text{ кН}$$

**40-масала.** XIII.11-шаклда курсатилган устун учун сортамент жадвалидан қўштакли кесим юза танлансин.

Устуннинг узунлиги  $l=2,6 \text{ м}$ , унга қўйилган сиқувчи куч  $F=210 \text{ кН}$ , материали Ст 4 навли пўлат, сиқилишдаги жоиз кучланиш  $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$



XIII.11-шакл.

### Ечиш

Устгворликни таъминлай оладиган кесим юза танлаш учун кетма-кет яқинлашиш усулидан фойдаланамиз.

Биринчи галда  $\varphi_1 = 0,5$  деб қабул қиламиз ва (XIII.18) ҳисоб тенгласидан зарурий кўдаланг кесим юзани аниқлаймиз:

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot \sigma_{adm}} = \frac{210 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 26,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Сортамент жадвалидан тартиб рақами 20 бўлган қўштаврни танлаймиз: бу қўштаврнинг юзаси  $A_1' = 26,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , минимал инерция радиуси эса  $i_{min} = 2,07 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  га тенг.

Устуннинг эгилювчанлигини ҳисоблаймиз:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{0,7 \cdot 2,6}{2,07 \cdot 10^{-2}} = 87,92$$

Эгилювчанликнинг бу қийматга мос келувчи  $\varphi$  ни аниқлаш учун жадвалга мурожаат қиламиз.  $\lambda = 80$  ва  $\lambda = 90$  орасидаги қийматларни чизиқли интерполяциялаймиз:

$$\varphi_1 = \varphi_{\lambda=80} = \varphi_{\lambda=80} - \frac{(\varphi_{\lambda=90} - \varphi_{\lambda=80})}{10} (87,92 - 80) = 0,75 - \frac{(0,75 - 0,69)}{10} \cdot 7,92 = 0,7025$$

$\varphi_1$  ва  $\varphi_1'$  лар орасидаги фарқ анча катта, шу сабабли ҳисоблашни яна такрорлаймиз:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = 0,6013.$$

Янги кесим юзани топамиз:

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \sigma_{adm}} = \frac{210 \cdot 10^3}{0,6013 \cdot 160 \cdot 10^6} = 21,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Бу кесим юзага профили 18 бўлган қўштавр тўғри келади



Устуннинг эгилувчанлигини аниқлаймиз:

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 2,6}{1,88 \cdot 10} = 96,81$$

Чизиқли интерполяциялаб  $\varphi'_2 = 0,6287$  ни ҳосил қиламиз, шу коэффициент билан кесимда пайдо бўладиган ҳақиқий кучланишни аниқлаймиз ва уни  $\sigma_{adm}$  билан таққослаймиз:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi'_2 A_1} = \frac{210 \cdot 10^3}{0,6287 \cdot 23,4 \cdot 10^{-4}} = 142,74 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 = 142,74 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

$$\text{Устун } \delta_s = \frac{|142,74 - 160|}{160} \cdot 100\% = 10,78\% \text{ га юкланмаган}$$

Бу фарқ 5% дан сезиларли даражада катта бўлганлиги учун ҳисоблашни яна давом эттираемиз:

$$\varphi_2 = \frac{0,6013 + 0,6287}{2} = 0,615$$

Бу коэффициент бўйича устуннинг кесим юзасини ҳисоблаймиз:

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_2 \sigma_{adm}} = \frac{210 \cdot 10^3}{0,615 \cdot 160 \cdot 10^6} = 21,34 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Сортамент жадвалидан яна 18-чи номерли қўштакни олишга тўғри келади. Бошқача айтганда устун 10,78% га юкланмаган бўлишига қарамасдан, ҳисоблашни гўхтатишга мажбурмиз.

Ниҳоят, устуннинг кесими учун профил номери 18 бўлган қўштакни танлаймиз.

### Назорат саволлар ва топшириқлар

1. Устуворликнинг йўқолиш белгиларини тушунтиринг.
2. Критик куч деб нимага айтилади?
3. Критик кучни аниқлашнинг Эйлер формуласини ёзинг  
Ушбу формуладан критик куч нимага боғлиқ эканлигини кўрсатинг.
4. Критик кучланиш қандай аниқланади?
5. Стерженнинг эгилувчанлиги нимани ифодалайди ва у нималарга боғлиқ?
6. Икки учи шарнирлар орқали маҳкамланган стерженнинг келтирилган узунлик коэффициенти нимага тенг?
7. Ф.С.Ясинский формуласини ёзинг ва уни мазмунини тушунтиринг
8. Сиқилган стерженларнинг устуворлик шартини ёзинг. Бу формулага стерженнинг қандай кесим юзаси қўйилади?
9. Устуворликдаги ҳисоб тенгламасини ёзинг
10. Устуворликка оид масалаларни ҳисоблаш кетма-кетлигини изоҳланг.
11. Буйлама эгилиш коэффициенти нималарга боғлиқ?

## XIV БОБ. ЗАРБАЛИ ВА ЎЗГАРУВЧАН ЮКЛАРДА МУСТАҲКАМЛИК

### 14.1-§. Зарбали ва ўзгарувчан юклар ҳақида умумий мулоҳазалар

Олдинги бобларда фақат статик юклар таъсиридаги конструкция қисмларининг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устуворлигига оид ҳисоблаш ишлари билан шуғулландик. Статик юклар иншоот ва машина қисмларига шу қадар секин қуйиладики, уларда ҳосил бўладиган ҳаракат тезланиши жуда кичик бўлиб, лойиҳалаш пайтида улар эътиборга олинмайди.

Маълумки, зарбий (динамик) ёки вақт мобайнида даврий ўзгарувчан юклар таъсирида ишлайдиган ҳаракатдаги иншоот, машина ва механизмлар гобора кунайиб, муҳандислик амалиётида улардан ҳам кенг қўламда фойдаланилмоқда Шу боис зарбали ва ўзгарувчан юкларнинг конструкциялар ёки улар қисмларига таъсир этиш жараёнини муфассал ўрганиш ҳамда уларни лойиҳалаш пайтида эътиборга олиш муҳим аҳамиятга эга.

Жуда ҳам қисқа вақт ичида қўйилган ва тезлиги бир лаҳзада нолга тенглашувчи юк зарбали юк дейилади.

Одатда, зарба ҳодисаси бир жисмнинг иккинчи жисмга тўқнашуви туфайли содир бўлади. Зарб берувчи жисмнинг тезлиги жуда қисқа муддат давомида нолга интилиб, зарбланувчи жисмнинг деформация ва кучланиши эса энг катта қийматга эришади Зарбланувчи жисмда аста-секин сўнувчи тебраниш ҳосил бўлганидан кейин унда мувозанат ҳарор топади: *зарбланувчи жисмнинг деформацияси ва кучланишининг қийматлари зарбали юк мазкур жисмга статик равишда қушилганда ҳосил буладиган деформация ва кучланишларнинг миқдорига етгунча камаяди.*

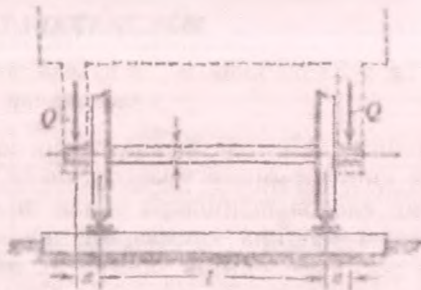
Юкларнинг зарбий таъсирини деталларга болғалаб ишлов бериш пайтлари, куприк қуришда устун-қозиқ қоқини ишлари, турли хил портлатиш ишлари ва шу каби жараёнларда учратиш мумкин.

Кўпгина машина ва иншоотлар ёки уларнинг қисмлари вақт мобайнида миқдори ва йўналишини ўзгартириб турадиган

кучланишлар ҳосил қилувчи узгарувчан юклар таъсири остида ишлайди. Бунга мисол тариқасида ички ёнув двигатели шатуни ва тирсакли валининг (XIV.1-шакл), темир йўл ёки автотранс порт воситаларининг рессора, пружина, уқ ва гилдираklarининг ҳамда рельсларнинг ишлаш жараёнларини келтириш мумкин (XIV.2-шакл).



XIV.1-шакл.



XIV.2-шакл.

Шу жиҳатдан олганда узгарувчан юклар таъсирида ишловчи конструкция қисмларининг мустаҳкамлигини таҳлилий баҳолаш масаласи ҳам материаллар қаршилигида алоҳида уришни эгаллайди

#### 14.2-§. Зарбали юклар таъсиридан ҳосил буладиган кучланишлар

Умуман олганда, машина ва иншоот қисмларини зарбали юклар таъсирига ҳисоблаш масаласи уларни статик юклар таъсирига ҳисоблашга нисбатан анча қийин бўлиб, муҳандислик амалиётида ҳалигача тўлиқ ҳал этилмаган муаммолардан бири ҳисобланади. Бу қийинчиликлар шу билан тушунтириладики, биринчидан, зарбали юклардан ҳосил буладиган ички зўриқиш, кучланиш ва деформацияларни аниқлаш усуллари анча мураккаб, иккинчидан эса зарбий жараёнларда тажриба-синов йўллари билан материалларнинг механик хусусиятларини аниқлаш усуллари мукамал ҳал этилмаган

Материаллар қаршилигида қуйидаги чекланишлар асосида оддий масалалар ўрганилади:

- зарбий кучланишлар мутаносиблик чегарасидан ошмайди, балки бутун зарб жараёнида материал тулиқ Гук қонунига буйсунади деб фараз қилинади,
- зарб берувчи жисм нозластик хусусиятга эга деб фараз қилинади; бу чекланиш зарб берувчи ва зарбланувчи жисмлар бутун зарб жараёнида бир-бирларидан ажралмайдилар, деб фараз қилишга имкон беради;
- зарбланувчи жисм буйлаб деформациялар «бир зумда» тарқалади деб қаралади;
- зарб берувчи жисмнинг кинетик энергияси зарбланувчи жисм деформациясининг потенциал энергиясига тулиқ айланади деб фараз қилинади.

Одатда, зарбали юкларнинг таъсири амалда динамик коэффициент ёрдамида баҳоланади

$$k_d = \frac{\lambda_d}{\lambda_{st}} \quad (\text{а})$$

Бу ерда,  $\lambda_{st}$  -юк статик равишда қўйилганда ҳосил бўлалган кўчиш,

$\lambda_d$  -динамик (зарбали) юк таъсиридан пайдо булган кўчиш

Худди шу тарзда зарбали кучлардан ҳосил бўладиган деформация (кучланиш)ларни тегишлича статик деформация (кучланиш)лар орқали ифодалаш мумкин:

$$\Delta l_d = k_d \Delta l_{st} \quad (\text{б})$$

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} \quad (\text{в})$$

Юқоридаги формулалардан куришиб турибдики, зарба ҳодисасини ўрганишда  $k_d$  ни аниқлаш муҳим аҳамиятга эга экан.

Динамик коэффициентни аниқлаш учун XIV.3-шакл, а да тасвирланган тизимдан фойдаланамиз.

Маълумки,  $G$  кучи тизимга статик равишда қўйилса, бикрлиги  $c$  булган пружинанинг кўчиши

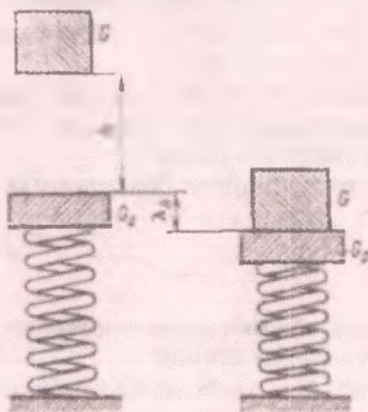
$$\lambda_{st} = \frac{G}{c} \quad (\text{г})$$

га, зарб натижасида эса

$$\lambda_d = \frac{F_d}{c} \quad (2)$$

тенг бўлади.

Юк  $h$  баландликдан тушишда  $g_0 = \sqrt{2gh}$  бошланғич тезликка эга бўлади. Юқорида иккинчи чекланишда айтиб ўтганимиздек, иккала жисм гўёки битта бўлиб  $u_1$  тезлик билан пружинани сиқайди (XIV.3-шакл. б)



XIV.3-шакл

Ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремага кўра:

$$\frac{G}{k} g = \left( \frac{G}{g} + \frac{G_0}{g} \right) g_1 \quad (e)$$

бундан

$$g_1 = \frac{G}{G_0 + G} g$$

Энди кинетик энергияни ҳисоблаймиз:

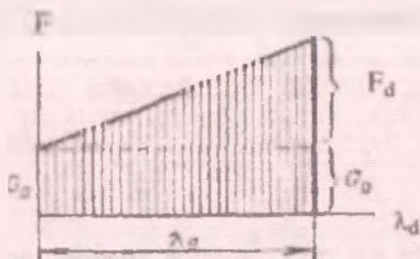
$$T = \frac{G_0 + G}{k} \cdot \frac{g_1^2}{2} = \frac{G^2}{2g(G_0 + G)} g^2 \quad (XIV 1)$$

Иккала жисмнинг огирлик кучи  $\lambda_d$  йулда

$$A_1 = (G + G_0)\lambda_d \quad (\text{XIV.2})$$

иш бажаради

Пружинага дастлаб  $G_0$ , зарб натижасида эса  $G_0 + F_d$  куч таъсир қилади; кучнинг ўзгариш графиги XIV.4-шаклда келтирилган.



XIV.4-шакл.

Диаграмманинг юзига миқдор жиҳатидан тенг бўлган  $A_2$  иш манфий бўлади, чунки у ҳаракатга тескари йўналган:

$$A_2 = - \left( G_0 \lambda_d + \frac{F_d \lambda_d}{2} \right) \quad (\text{XIV.3})$$

Бундан чиқди, бажарилган иш-деформациянинг потенциал энергияси қуйидагига тенг бўлади:

$$U = (G + G_0)\lambda_d - G_0 \lambda_d - \frac{F_d \lambda_d}{2} = G \lambda_d - \frac{F_d \lambda_d}{2} \quad (\text{XIV.4})$$

Тўртинчи чекланишга таяниб, энергиянинг сақланиш қонунини ёзамиз:

$$\frac{G^2}{2g(G_0 + G)} g^2 = G \lambda_d - \frac{F_d \lambda_d}{2}$$

(г) ва (д) ифодаларни эътиборга олсак,  $\lambda_d$  га нисбатан квадрат тенгламага эга бўламиз:

$$\lambda_d^2 - 2\lambda_d \lambda_a - 2h \frac{\lambda_{st}}{1 + \frac{G_0}{G}} = 0 \quad (\text{XIV.5})$$

Охири тенгламани ечиб, динамик кўчишни аниқлаймиз:

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right]$$

Агар  $\lambda_d > \lambda_{st}$  эканлигини назарда туғсак, у ҳолда:

$$\lambda_d = \lambda_{st} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right] = \lambda_{st} k_d \quad (\text{XIV.6})$$

Бу ерда зарбали юк учун динамик коэффициент қуйидагига тенг:

$$k_d = \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right]$$

ёки

$$k_d = \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{g}{g \lambda_{st}} \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right] \quad (\text{XIV.7})$$

Динамик коэффициент аниқлангач, (в) формуладан зарбали юк таъсиридан пайдо булган кучланишни топиш мумкин:

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right] \quad (\text{XIV.8})$$

Зарба ҳодисаси мутаносиблик чегарасида руй беради деб ҳисобласак, мустақкамлик шарти одатдаги курунишда ёзилади:

$$\sigma_d (\text{max}) = k_d \sigma_{st} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{XIV.9})$$



бунда

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{\text{н.с.}}}{\lambda_{\text{н.с.}}}$$

Шуни таъкидлаш муҳимки, зарба ҳодисасига учрайдиган конструкция қисмлари мустаҳкамликка ҳисобланаётганда эҳтиёт коэффициенти  $\lambda_{\text{н.с.}} = 2$  га тенг деб олинади.

Юкнинг тушиш баландлиги  $h$  статик кучини  $\lambda_{\text{н.с.}}$  га нисбатан жуда катта бўлган ҳолларда радикал белгиси остидаги ва олдидаги 1 ни эътиборга олмаслик ҳам мумкин; у ҳолда динамик коэффициентни топишда ишлатиладиган қуйидаги тақрибий формула ҳосил бўлади:

$$\lambda_{\text{н.с.}} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{\text{н.с.}}} \cdot \frac{1}{(1+k) \frac{Q_0}{G}}} \quad (\text{XIV } 10)$$

Зарбланувчи жисмларнинг массасини ҳисобга олиш учун (XIV.7) формулалар таркибидаги  $G_0$  нинг ўрнига зарб тушадиган кесимга келтирилган масса оғирлиги  $kQ_0$  ни қўйиш лозим:

$$k_{\text{н.с.}} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{\text{н.с.}}} \cdot \frac{1}{(1+k) \frac{G_0}{G}}} \quad (\text{XIV } 11)$$

Бу ерда  $k$  - келтириш коэффициенти бўлиб, зарбланувчи жисмларнинг маҳкамланиш усулига ва зарб турларига (буйлама ёки кўндаланг зарба) боғлиқ.  $G$  - зарб берувчи жисмнинг оғирлиги

Қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз.

А. Бўйлама зарба. Айтайлик, массаси  $\gamma A dz$  стерженнинг чексиз кичик бўлаги

$$g = \frac{g_{\text{max}}}{l} z \quad (\text{XIV } 12)$$

тешликка эга бўлсин (IV 5-шакл). У ҳолда стерженнинг кинетик энергияси қуйидагича аниқланади:

$$T = \int_0^l \gamma A \frac{g^2}{2} dz = \frac{\gamma A g_{\text{max}}^2}{2l^3} \int_0^l z^2 dz = \frac{\gamma A l}{3} \cdot \frac{g_{\text{max}}^2}{2}$$

Стерженнинг оғирлиги  $Q_0 = \gamma A l g$  эканлиги маълум; шу боис:

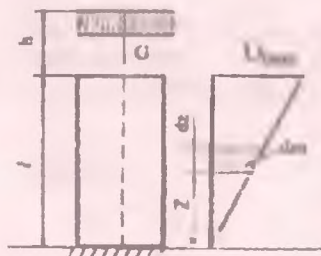
$$T = \frac{1}{3} \frac{Q_0}{g} \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (\text{XIV } 13)$$

Иккинчи томондан эса кинетик энергия

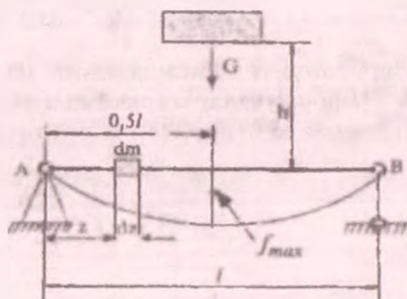
$$T = k \frac{Q_0}{g} \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (\text{XIV } 14)$$

га тенг.

Охириги ифодаларни ўзаро таққослаб, буйлама зарбада келтириш коэффициенти  $k = \frac{1}{3}$  эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.



XIV.5-шакл



XIV.6-шакл.

**Б. Кундаланг зарба.**  $G$  юк статик равишда тўсинга қўйилганда қўзғалмас таянчдан  $z$  масофадаги кесимнинг салқилиги

$$v_z = \frac{f_{\max}}{l} (3l^2 z - 4z^3) \quad (\text{XIV } 15)$$

ифодага тенг бўлади (XIV.6-шакл).

Бунда  $f_{\max} = \frac{Ql^3}{48EJ}$  - энг катта салқилик

Салқилик тенгламасидан вақт бўйича бир марта ҳосила олиб, массаси  $dm = \gamma A dz$  бўлган бўлакчанинг гезлигини аниқлаймиз:

$$g_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{L_{\max}}{\ell'} (3l^2 z - 4z^3) \right)$$

Зарб тусиннинг ўртасига тушади деб фараз қилсак, мазкур кесимнинг тезлиги

$$g_{\max} = \frac{df_{\max}}{dt}$$

га тенг бўлади. У ҳолда тезлик

$$g_z = g_{\max} \cdot \frac{1}{\ell'} (3l^2 z - 4z^3)$$

кўринишини эгаллайди.

Тусиннинг қўзғалмас таянчидан  $z$  масофада жойлашган  $dz$  элементнинг кинетик энергиясини ҳисоблаймиз:

$$dT = \frac{\gamma A dz}{g} \frac{g^2}{2} = \frac{\gamma A dz}{g} \frac{1}{2} \left[ \frac{df_{\max}}{dt} \frac{1}{\ell'} (3l^2 z - 4z^3) \right]^2$$

Тизимнинг кинетик энергиясини ҳисоблаймиз:

$$T = 2 \int_0^{0,5\ell} \frac{\gamma A}{2g} \left( \frac{df_{\max}}{dt} \right)^2 \frac{1}{\ell'^2} (3l^2 z - 4z^3)^2 dz = \frac{17}{35} \frac{\gamma A \ell}{g} \frac{g^2}{2}$$

Бунда  $\rho A l = Q_0$  бўлганлиги учун

$$T = \frac{17}{35} \cdot \frac{Q_0 g^2}{2g} \quad (\text{XIV } 16)$$

Тусиннинг келтирилган массасини зарб тушадиган жойга маҳкамланган деб, кинетик энергияни

$$T = \frac{m_{\max} g^2}{2} = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g^2}{2} \quad (\text{XIV } 17)$$

кўринишида ифодаalayмиз.

Кинетик энергия учун юқорида олинган иккита ифодани ўзаро таққослаб, қўндаланг зарбадаги келтириш коэффициенти

$k = \frac{17}{35}$  га тенглигига ишонч ҳосил қиламиз

Шундай қилиб, оддий тусиннинг уртасига юк келиб урилганда ҳосил бўладиган нормал кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_d = \sigma_{st} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{v_{st}} \frac{1}{1 + \frac{17Q_0}{35G}}} \right] \quad (\text{XIV } 18)$$

- Бунда  $G$  - зарб берувчи юкнинг оғирлиги;  
 $Q_0$  - тўсиннинг оғирлиги;  
 $h$  - юкнинг тушиш баландлиги;  
 $v_{st}$  - юк статик равишда қуйилганда зарб тушадиган кесимнинг салқилиги;  
 $\sigma_{st}$  - статик юк таъсиридан ҳосил бўлган энг катта нормал кучланиш.

#### 14.3-§. Ўзгарувчан кучланишлар. Металлларнинг чарчаши ҳақида қисқача мулоҳазалар

Вагон ўқининг ишлаш жараёни мисолида ўзгарувчан кучланишларнинг амалда пайдо булиши ва конструкция қисмларига таъсир этишини кўриб чиқамиз (XIV 2-шакл). Чизмадан куришиб турибдики, ўқ асосан эгилишга ишлайди: ўқнинг  $l$  узунликдаги урта қисми соф эгилишга, а узунликдаги четки қисмлари эса кундаланг эгилишга қаршилик курсатади.

Ўқнинг ихтиёрий кундаланг кесимида жойлашган нуқтада кучланишнинг ўзгариш жараёнини кузатамиз. Масалан, нейтрал чизикдан у масофада жойлашган  $K$  нуқтадаги нормал кучланиш

$$\sigma_a = \frac{M_x}{J_x} y \quad (\text{a})$$

га тенг.

XIV.7-шакл, а дан  $y=0,5D \sin \varphi$  эканлигини эътиборга олиб, нормал кучланишни

$$\sigma_K = \frac{M_x D}{2J_x} \sin \varphi \quad \text{ёки} \quad \sigma_K = \sigma_a \sin \varphi \quad (\text{б})$$

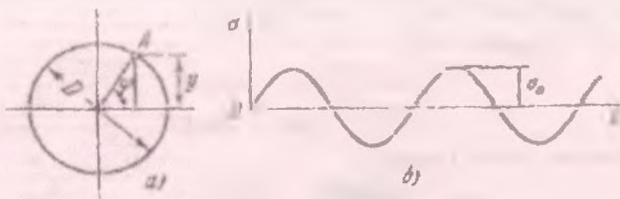
кўринишларда ёзиб оламиз

Бунда  $\sigma_a = \frac{M_x D}{2J_x}$  - кучланиш амплитудаси.

Буралиш бурчаги  $\varphi$  вақти бўйича айланиш бурчак тезлик  $\omega$  га боғлиқ ҳолда  $\varphi = \omega t$  қонуният бўйича ўзгаради. Шу боис, нормал кучланиш

$$\sigma_K = \sigma_a \sin \omega t \quad (н)$$

кўринишдаги синусоидал қонуният бўйича ўзгаради (XIV.7-шакл, б).

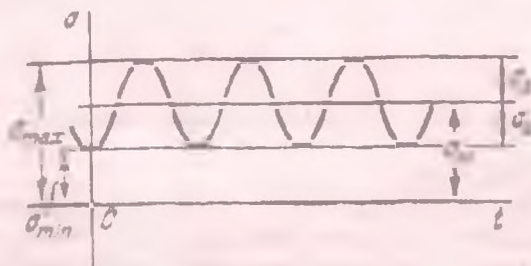


XIV.7-шакл

Агар  $\omega$  бурчак тезлик билан айланаётган вагон ўқига қўшимча равишда узгармас бўйлама чўзувчи куч  $F_1$  ҳам қўйилса, у ҳолда К нуқтадаги нормал кучланиш қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_K = \frac{4F_1}{\pi D^2} + \sigma_a \sin \omega t \quad (XIV 19)$$

Бу ҳолатда ҳам кучланиш синусоидал қонуният бўйича ўзгаради, аммо синусоида абсцисса ўқидан  $\sigma_m = \frac{4F_1}{\pi D^2}$  қадар юқорига сурилади (XIV.8-шакл)



XIV.8-шакл

Юқоридаги ифодалардан кўриниб турибдики, кучланиш вақт ўтиши билан даврий равишда ўзгарар экан: маълум  $T$  вақт ўтиши билан кучланиш яна айнан бир хил қийматга эришади

Кучланишларнинг  $\sigma_{\max}$  дан  $\sigma_{\min}$  гача камайиб, тагин янги-дан  $\sigma_{\max}$  гача кўтарилиши кучланиш цикли деб аталади.

Кучланиш цикли қуйидаги параметрлар билан тавсифланади:

а) циклнинг энг катта  $\sigma_{\max}(\tau_{\max})$  ва энг кичик  $\sigma_{\min}(\tau_{\min})$  кучланишлари (алгебраик қиймати бўйича);

б) циклнинг ўртача кучланиши:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) \\ \tau_m &= 0,5(\tau_{\max} + \tau_{\min}) \end{aligned} \right\}$$

в) циклнинг амплитудаси:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \\ \tau_a &= 0,5(\tau_{\max} - \tau_{\min}) \end{aligned} \right\}$$

**Изоҳ:** циклнинг энг катта ва энг кичик кучланишлари алгебраик айирмасининг абсолют қиймати цикл кучланишининг қулочи (интервали) дейилади; бундан чиқди, цикл амплитудаси кучланишлар қулочининг ярмига тенг экан.

г) циклнинг асимметрия коэффициентини:

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}; \quad R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}$$

**Изоҳ:** агар циклнинг асимметрия коэффициентлари бир хил бўлса, улар ўхшаш цикллар дейилади.

Кучланиш цикли асосан иккига ажралади (XIV 9-шакл):

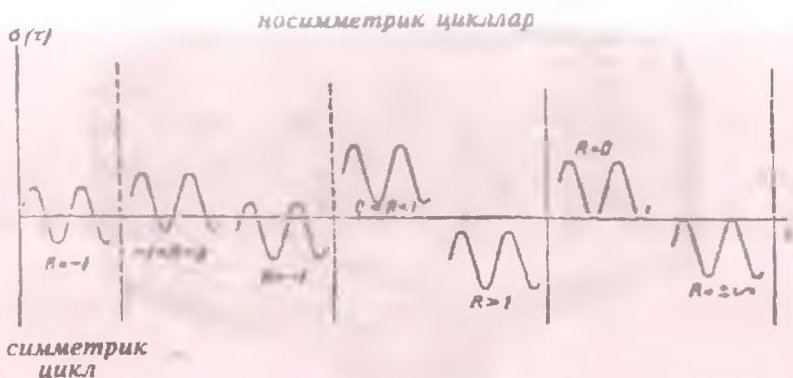
а) *симметрик цикл.*

Бу циклда энг катта ва энг кичик кучланишлар абсолют қийматлари бўйича узаро тенг бўлса-да, улар тескари ишорада бўлади; бу циклда:

$$\begin{aligned} \sigma_m &= 0, & \sigma_a &= \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}, & R_\sigma &= -1 \\ \tau_m &= 0, & \tau_a &= \tau_{\max} = -\tau_{\min}, & R_\tau &= -1 \end{aligned}$$

б) *носимметрик цикл.*

Бу циклда энг катта ва энг кичик кучланишлар абсолют қийматлари бўйича тенг эмас; унда  $\sigma_m \neq 0$ ,  $\tau_m \neq 0$  бўлади. Одатда, носимметрик цикл узгарувчан ва ўзгармас ишорали ҳамда тегики (нолдан бошланувчи) циклларга ажратилади



XIV 9-шакл

Энди металлларнинг чарчаши (толиқиши) ҳақида қисқача мулоҳаза юритамиз.

Барча машина деталлари миқдори даврий равишда ўзгарувчан кучланишлар таъсирига дучор бўлганда, улар ҳатто мустаҳкамлик чегараси ёки оқувчанлик чегарасига етмаган кучланишлар таъсиридан ҳам емирилади. Бундай жараён яна шуниси билан тавсифланадики, деталлар пластик материаллардан тайёрланса-да, улар сезиларли қолдиқ деформацияларсиз емирилади. Емирилиш олдида детал сиртида дарз (ерик) лар ҳосил бўлиб, улар тобора детал танасига сингиб чуқурлаша боради ва емирилиш хавфи туғилади. Илгарилари бундай ҳолни детал «толиқди» ёки «чарчади» дейиларди.

Умуман олганда, ҳалигача емирилиш жараёнининг физик моҳияти мукамал ҳал этилмаган. Аммо, тадқиқотчилар тажриба-синов усулларини такомиллаштириб муҳим хулосага келдилар: **ўзгарувчан кучланишлар таъсиридан материалларнинг структураси ва механик хоссалари ўзгармаслиги аниқланди.**

Ҳозирги пайтда толиқиш деганда, дарз пайдо бўлиш ва емирилишга олиб келадиган даврий ўзгарувчан кучланишлар таъсиридан материал шикастланишининг аста-секин тулланиш жараёни тушунилади. Материалнинг толиқишга қарши тура олиш хусусияти **чидамлилиқ** дейилади.

IV 10-шаклда рельснинг синган кесими тасвирланган, унда дарзнинг ривожланиш жараёни кесимнинг ички қисмидан бошланганлиги кўрсатилган.



XIV.10-шакл

#### 14.4-§. Симметрик цикл учув толиқиш эгрилиги

Даврий узгарувчан кучланишлар таъсирида ишлайдиган конструкция қисмларини мустаҳкамликка ҳисоблашда, аввало материалларнинг механик хоссаси чидамлилиқ (толиқиш) чегарасини билиш зарур.

**Чидамлилиқ чегараси** деб, цикллар сони чекланмаган ҳолда қил бўлганида деталнинг толиқиш емирилишига сабаб бўлмайдиган цикл максимал кучланишининг энг катта қийматига айтилади.

Чидамлилиқ чегараси  $\sigma_R$  орқали белгиланади, бунда  $R$  циклнинг асимметрия коэффициентини. Чидамлилиқ чегараси симметрик циклда  $\sigma_{-1}$ , оддий чўзилиш ва сиқилишда  $\sigma_{+1}$ , тепки циклда эса  $\sigma_0$  орқали белгиланади.

Махсус синов машиналарида тажрибалар утказиш йўли билан турли хил намуналарни толиқишга синаш орқали чидамлилиқ чегараси аниқланади.

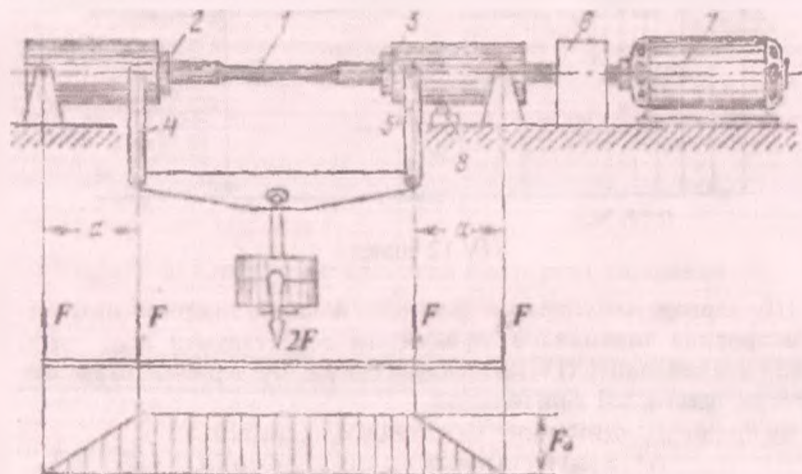
XIV 11-шаклда  $\sigma_{-1}$  ни тажриба йўли билан аниқлашда ишлатиладиган синов машинасининг чизмаси келтирилган.

Синалаётган материалдан диаметри  $7 \div 10$  мм ли жилвирланган 6-10 тача цилиндрик намуна тайёрланади. Конуссимон қисқич 2 ларга ўрнатилган намуна 1 қўзғалмас подшипник 3



лар воситасида оддий тўсин ҳосил қилади. Намунанинг соф эгилиши моментлар эпюрасидан яққол куришиб турибди.

Намуна қисқичлар билан биргаликда электродвигател 5 воситасида айлантирилади. Намуна айланганлигидан унга осилган юк б нинг оғирлиги ўзгармаса-да, ўзгарувчан кучланишлар ҳосил бўлади. Айланишлар сонини айланишлар ҳисобчиси 4 «санайди». Намуна синганда электродвигател ва айланишлар ҳисобчиси ўз-ўзидан тўхтайтиди.

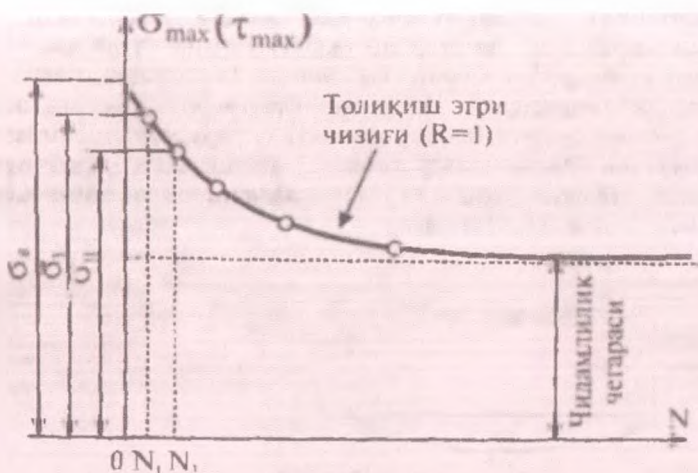


XIV.11-шакл.

Тажриба ўтказиш қуйидаги тартибда олиб борилади

Биринчи намуна машинанинг қисқичларига урнатилиб, унга симметрик цикли кучланиш  $\sigma_I = \sigma_{max} = -\sigma_{min}$  таъсир эттирилади. Одатда,  $\sigma_I$  нинг қиймати айни материалнинг мустақамлик чегараси  $\sigma_n$  дан кичик қилиб олинади (XIV.12 шакл).

Цикллар сони  $N_I$  га етгач (буни айланишлар ҳисобчиси санайди), намуна емирилади ҳамда машина ўз-ўзидан тўхтайтиди. Шундан сўнг иккинчи намуна олиб, уни  $\sigma_{II} = \sigma_{max} = -\sigma_{min} < \sigma_I$  кучланиш билан юклаймиз. Иккинчи намунага таъсир этувчи кучланиш  $\sigma_I$  дан кичик бўлганлиги сабабли, у кўп цикллардан кейин синиши табиий, яъни  $N_{II} > N_I$ .



XIV 12-шакл

Шу ғариқа намуналар кетма-кет синалиб, тажриба натижалари асосида чидамлилик эгри чизиғи деб аталувчи  $\sigma_{max} - f(N)$  графиги қурилади (XIV 12-шакл). Одатда, бу эгри чизиққа Веллер эгри чизиғи деб юритилади.

Бу ерда  $\sigma_{max}$  — циклининг максимал кучланиши;  
 $N$  — намуна емирилган цикллар сони.

Графикдан чидамлилик чегараси  $\sigma_L$  эгри чизиқнинг асимптотик равишда штрихланган тўғри чизиққа яқинлашган жойидаги ординатаси олинади.

Тажрибалар шуни тасдиқлайдики, агар намуна  $10^7$  марта айлангандан сўнг емирилмаса, ундан кўп айланишларда емирилмайди. Шунинг учун қора металл (пўлат, чўян ва шу каби) лардан ясалган намуналар синови  $10^7$ , рангли металл (мис, алюминий ва шу каби) лар учун эса  $10^8$  марта айланишдан сўнг тўхтатилади. Рангли металллар учун қурилган чидамлилик эгри чизиқлари асимптотага эга бўлмайди, балки айланишлар сони ортиши билан эгри чизиқ нолга тушади. Юқорида қайд қилинган цикллар сони тўғрисида тасаввурга эга бўлиш учун қуйидаги мисолни эслаш кифоя: темир йўл вағони Москвадан Владивостокка боргунча тахминан  $3 \cdot 10^6$  та циклни ўтайди.

Пўлат материаллари устида ўтказилган тажрибалар натижасида чўзилиш ва буралиш деформацияларининг чидамлилик

чегаралари билан эгилишнинг чидамлилиқ чегаралари орасида қуйидаги тақрибий боғланишлар мавжудлиги аниқланган:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1}^0 &= 0,7 \sigma_{-1} \\ \tau_{-1} &= 0,58 \sigma_{-1} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

бунда  $\sigma_{-1}$  - эгилишдаги чидамлилиқ чегараси;

$\sigma_{-1}^0$  - чўзилиш ва сиқилишдаги чидамлилиқ чегараси;

$\tau_{-1}$  - буралишдаги чидамлилиқ чегараси

Энди чидамлилиқ чегараларини мустақамлик чегараси билан боғлайдиган эмпирик формулаларни келтирамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1} &= 0,4 \sigma_B \\ \sigma_{-1}^0 &= 0,28 \sigma_B \\ \tau_{-1} &= 0,22 \sigma_B \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

#### 14.5-§. Симметрик булмаган цикл учун чегаравий амплитудалар диаграммаси

Носимметрик цикли қучланишлар таъсиридаги конструкция қисмларининг чидамлилиқ чегарасини аниқлашда Велер эгри чизигидан эмас, балки ундаги бошқачароқ бўлган чегаравий амплитудалар диаграммасидан фойдаланиланиш мақсадга мувофиқдир (XIV 13-шакл).

Агар циклнинг чегара амплитудаси  $\sigma_a = 0$  бўлса, у ҳолда емирилиш циклнинг ўртача қучланиши  $\sigma_m = \sigma_B$  да содир бўлади

Агар  $\sigma_m = 0$  бўлса, емирилиш  $\tau_a = \sigma_{-1}$  қучланишда содир бўлади

Чегаравий амплитудалар диаграммасидаги исталган нуқталар учун чидамлилиқ чегараси

$$\sigma_R = C_{\text{мин}}^u \sigma_m^u + \sigma_{-1}^u$$

га тенг.

Диаграммадаги В нуқта тепки циклидаги чидамлилиқ чегарасига мос келади, чунки унда

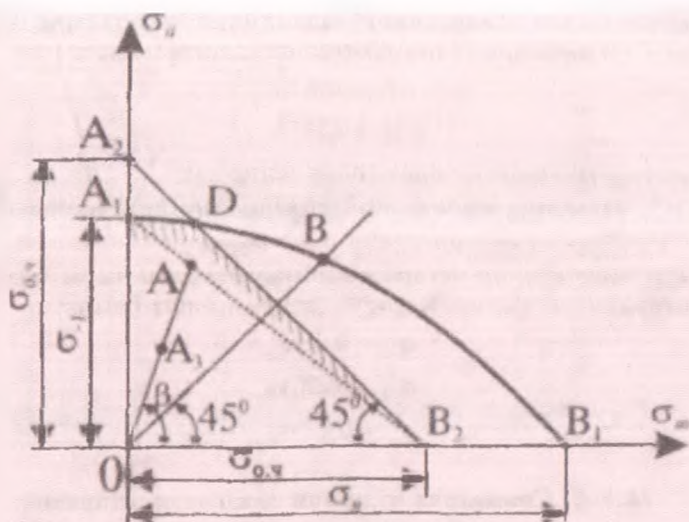
$$\sigma_a^u + \sigma_m^u = 0,5 \sigma_B$$

Пластик материаллар учун

$$\sigma_a + \sigma_m \leq \sigma_B$$

бўлганлиги сабабли,  $\sigma_{\text{мах}} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_B$ , тенглама буйича

$A_2 B_2$  тўғри чизигини чизиш мумкин.



XIV.13-шакл.

Шуни қайд қилиб утиш лозимки, чидамлилиқ чегараси аниқланаётган нуқта  $A_1DB_2$  чизигининг ташқарисида ётса, у ҳолда детал емирилишга учраган ёки пластик деформация зонасида ишлаётган бўлади.

Борди-ю, нуқта  $OA_1DB_2$  соҳа ичида пайдо бўлса, у ҳолда детал хавфсиз цикл билан ишлаётган бўлади.

#### 14.6-§. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамликка ҳисоблаш

Ўзгармас кучланишларда булганидек, ўзгарувчан кучланишларда ҳам конструкция қисмларининг мустаҳкамлигини баҳолашда ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти  $n$  ни жоиз эҳтиёт коэффициенти  $n_{adm}$  билан таққослаш лозим:

$$n \geq n_{adm}$$

Маълумки, ўзгармас кучланишлар таъсирида ишлаётган конструкция қисмлари учун  $n$  ни топишда чегаравий ҳолатни аниқлайдиган битта катталиқ – мустаҳкамлик чегараси ёки

оқни чегарасини билиш старли эди. Шунингдек, симметрик цикл билан ўзгарувчан кучланишларда ҳам чегаравий ҳолат фақат  $\sigma_1$  билан ифодаланади. Аммо, симметрик бўлмаган циклли кучланишлар таъсиридаги конструкция қисмларининг чегаравий ҳолатини иккита  $\sigma_m$  ва  $\sigma_a$  катталиклар белгилайди. Шу жиҳатдан қараганда, носимметрик цикл учун  $n$  ни аниқлаш масаласи бирмунча мураккабдир.

Дастлаб, чегаравий амплитудалар диаграммасидан фойдаланиб силлиқ сиртли намуна учун ҳақиқий эҳтиёт коэффициентини аниқлашни кўриб чиқамиз. Ҳисоблашни осонлаштириш мақсадида Зодерберг таклиф қилганидек, диаграмманинг  $A_1B_2$  тўғри чизиги билан чегараланган соҳасидан фойдаланамиз.  $A_1B_2$  тўғри чизиги координата ўқларини  $\sigma_1$  ва  $\sigma_{a4} = \sigma$ , кесмаларга ажратади, шу сабабли унинг тенгласи:

$$\frac{\sigma_{a4}}{\sigma_y} + \frac{\sigma_{a1}}{\sigma_1} = 1 \quad (\text{XIV } 20)$$

Бирор носимметрик цикл учун чидамлик чегарасини аниқлашда координата бошидан  $\text{tg } \beta = \frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{mB}}$  бурчак остида  $OA$  тўғри чизигини утказамиз.

Юқоридагиларни эътиборга олиб, ихтиёрий  $A$  нуқта учун

$$\sigma_{a1} = \sigma_{\max A} \frac{1 - R_\sigma}{2}, \quad \sigma_{mB} = \sigma_{\max A} \frac{1 + R_\sigma}{2} \quad (\text{XIV } 21)$$

кўринишдаги ифодаларга эга бўламиз.

Буларни (XIV.20) га қўйиб,  $\sigma_{\max A}$  ни топамиз:

$$\sigma_{\max A} = \frac{2\sigma_y \sigma_1}{\sigma_y (1 - R_\sigma) + (1 + R_\sigma)} \quad (\text{XIV } 22)$$

Ихтиёрий  $A(\sigma_m, \sigma_a)$  нуқта учун мустаҳкамликнинг ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned}
 n_{\sigma} &= \frac{\sigma_{\text{max } A}}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{2\sigma_1\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{max}}\sigma_{-1} \left[ (1-R_{\sigma}) + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{max}}} (1+R_{\sigma}) \right]} \\
 &= \frac{2\sigma_1}{\sigma_{\text{max}}} \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1} + \phi_{\sigma}\sigma_{\text{max}}} \quad (\text{XIV.23}) \\
 &= \frac{2\sigma_1}{\sigma_{\text{max}}} \left( \frac{2\sigma_1}{\sigma_{\text{max}}} + \frac{\sigma_1}{\sigma_{-1}} \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{max}}} \right) \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1} + \phi_{\sigma}\sigma_{\text{max}}}
 \end{aligned}$$

бунда  $\phi_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{max}}}$  — тугри чизиқнинг бурчак коэффициенти.

Худди шу тарзда урунма кучланишлар учун

$$n_{\tau} = \frac{\tau_1}{\tau_0 + \phi_{\tau}\tau_{\text{max}}} \quad (\text{XIV.24})$$

ифодани ёзиш мумкин.

Текширишлардан маълумки, деталларнинг толиқиш мустақамлиги уларнинг ўлчамлари, шакли ва сиргининг ҳолатига боғлиқдир. Булар тегишлича масштаб коэффициенти  $k_d$ , сиртки сезгирлик коэффициенти  $k_F$  ва кучланишлар тўпланиши (концентрацияланиши) нинг самарали коэффициенти  $k_{\sigma}$  лар орқали ҳисобга олинади

*Эслатма:* материаллар қаршилиги лўғатларида турли материаллар учун  $k_{\sigma}$ ,  $\beta$  ва  $k_{\sigma}$  ларнинг кийматлари берилган.

Юқоридаги коэффициентларни эътиборга олиб, эҳтиёт коэффициенти куйидагича ёзамиз:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{k_d k_F} \sigma_{\text{max}} + \phi_{\sigma} \sigma_{\text{max}}} \quad (\text{XIV.25})$$

ёки

$$n_{\tau} = \frac{\tau_1}{\frac{k_{\tau}}{k_d k_F} \tau_{\text{max}} + \phi_{\tau} \tau_{\text{max}}} \quad (\text{XIV.26})$$

Симметрик цикл учун  $\sigma_m = 0$ ,  $\tau_m = 0$  булганлиги сабабли юқоридаги ифодалар бироз соддалашади:

$$n_s = \frac{\sigma_s}{k_s k_f \sigma_f}, \quad n_f = \frac{\tau_f}{k_s k_f \tau_s} \quad (\text{XIV.27})$$

Мураккаб кучланиш ҳолатида, хусусан буртилиш билан биргаликда эгилиш ёки чўзилиш (сиқилиш) деформациялари ҳам содир булганда ҳақиқий эҳтиёт коэффициенти қуйидагича топилади:

$$n = \frac{n_s n_f}{n_s^2 + n_f^2} \quad (\text{XIV.28})$$

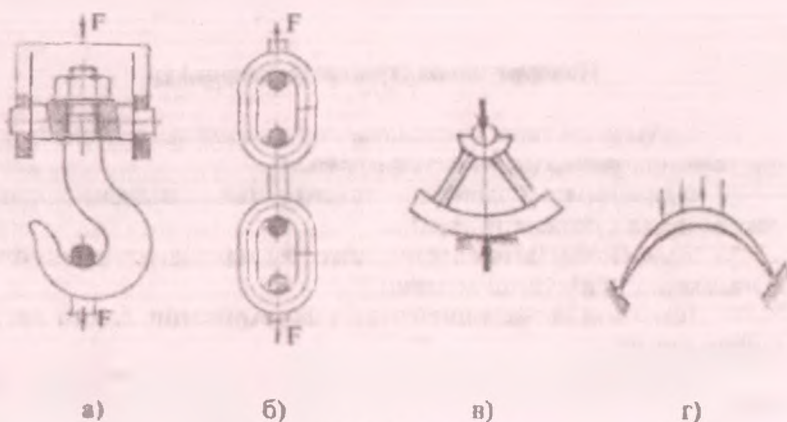
### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Зарбали юкларга мисоллар келтиринг ва уларнинг ўзига хос томонларини қисқача тушунтиринг.
2. Юкларнинг зарбий таъсиридан амалда қандай мақсадларда фойдаланилади?
3. Зарбали кучланишларни аниқлаш мақсадида қандай чекланишларга йўл қўйиш мумкин?
4. Динамик коэффициентнинг формуласини ёзинг ва уни тушунтиринг.
5. Ўзгарувчан кучланишларни амалда қерда учратиш мумкин?
6. Кучланиш цикли деганда нимани тушунасиш ва у қандай параметрлар билан тавсифланади?
7. Металларнинг «толиқиши» ёки «чарчаши» деганда нималарни тушунасиш?
8. Материалларнинг чидамлилиқ хусусиятини изоҳланг; чидамлилиқ чегараси нима?
9. Велер эгри чизиги қандай ҳосил қилинади?
10. Конструкция қисмларининг узгарувчан кучланишларда мустаҳкамлигини баҳолайдиган коэффициент қандай аниқланади?

## XV БОБ. ЭГРИ БРУСЛАР ҲИСОБИ

### 15.1-§. Умумий мулоҳазалар

Муҳандислик амалиётида тўғри бруслар билан бир қаторда эгри бруслар ҳам кенг қўламда ишлатилади. Юк қутариш кранининг илмоғи, занжир халқалари, филдирак тўғини, арка ва шу кабилар эгри брусга мисол бўлади (XV I-шакл).



XV I-шакл

Биз фақат текис эгри брусларни - геометрик ўқи кундаланг кесим оғирлик марказидан ўтувчи эгри чизиқдан иборат бўлган брусларни мустақамликка текшириш билан шуғулланамиз

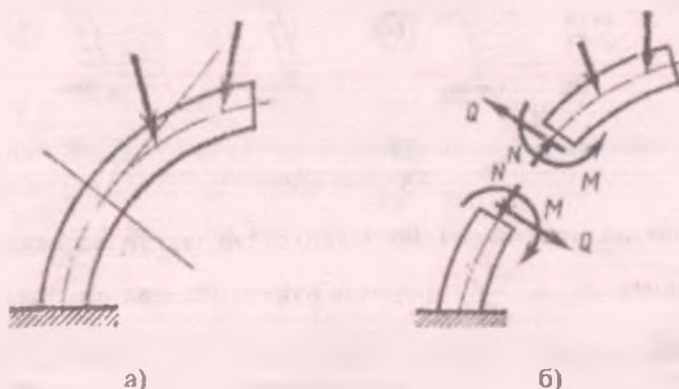
Эгри брусларни лойиҳалаш ва ҳисоблаш жараёнларида қуйидаги чекланишларга таянамиз:

- эгри брусларнинг кундаланг кесими энг камида битта симметрия ўқига эга;
- эгри бруснинг ўқи кундаланг кесим оғирлик марказидан ўтувчи текис эгри чизиқдан иборат бўлиб, унинг симметрия текш лигида ётади;



- эгри брусга қўйилган барча ташқи юклар унинг симметрия текислигида ётади;
- эгри бруслар ўзгармас ёки ўзгарувчан бикрликка эга; ҳатто унинг кўндаланг кесими уқи бўйлаб шаклан ўзгариши ҳам мумкин (XV.1-шакл. а).

Эгри брусларнинг исталган кўндаланг кесим юзасидаги ички зуриқишлар учта ташқи: тўғричиликка: бўйлама куч  $N$ , кўндаланг куч  $Q$  ва эгувчи момент  $M$  га келтирилади (XV.2-шакл).



XV.2-шакл

Бир учи билан қистириб маҳкамланган, иккинчи учи эса  $F = const$  куч қўйилган эгри брус учун кесиниш усули ёрдамида ички зуриқишларнинг аналитик ифодаларини тузамиз (XV.3-шакл, а):

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi} &= F \sin \varphi \\ Q_{\varphi} &= F \cos \varphi \\ M_{\varphi} &= FR \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

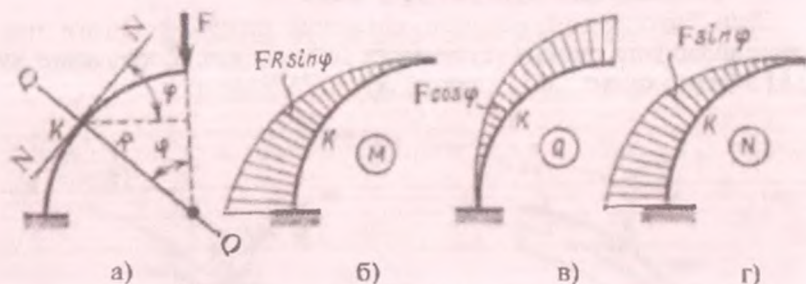
Бу ерда,  $0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$  бўлади.

Юқоридаги ифодалар ёрдамида аниқ масштаб билан ички зуриқиш:  $M_{\varphi}$ ,  $Q_{\varphi}$  ва  $N_{\varphi}$  ларнинг эпюраларини осонгина қуриш мумкин (XV.3-шакл, б, в, г).

Эгри брусларни лойиҳалаш-ҳисоблаш жараёнларида жуда кўп йиллар давомида тўғри бруслар учун келтириб чиқарилган

$$\sigma_n = \frac{N}{A}, \quad \sigma_u = \frac{M_x}{J_x} y, \quad \tau_Q = \frac{QS^{*xy}}{bJ_x} \quad (6)$$

формулар қўлланилган.



XV.3-шакл.

Аmmo назарий ва амалий тадқиқотлар шуни тасдиқлайди ки купинча  $\sigma_u = \frac{M_x}{J_x} y$  формула бўйича ўтказилган ҳисоблаш

оқибатида ҳатто 50 фоизгача хатоликларга йўл қўйилар экан Ш; боис эгри брусларни, айниқса мустаҳкамликка ҳисоблаш жараёнларида эгувчи моментнинг таъсирини алоҳида эътиборга олиш, аниқроғи уларнинг соф эгилишини муфассал ўрганиш зарур.

(б) ифоданинг биринчи ва учинчилари етарлича аниқ натижалар беради

### 15.2-§. Эгри брусларнинг соф эгилиши

Агар эгри брус фақат жуфт куч таъсирида бўлса соф эгилиш содир бўлади (XV 4-шакл, а).

Эгри бруснинг кўндаланг кесимларида пайдо бўлувчи нормал кучланишни аниқлашда қуйидаги чекланишларга асосланамиз:

- эгри брус эгилганда унинг деформациягача текис ва уққа нисбатан тик бўлган кесим юзи деформациядан кейин ҳам текис ва уққа тиклигича қолади,
- эгри брус эгилганда унинг эгри чизиқли толалари бир-бирларига босим курсатмайди.

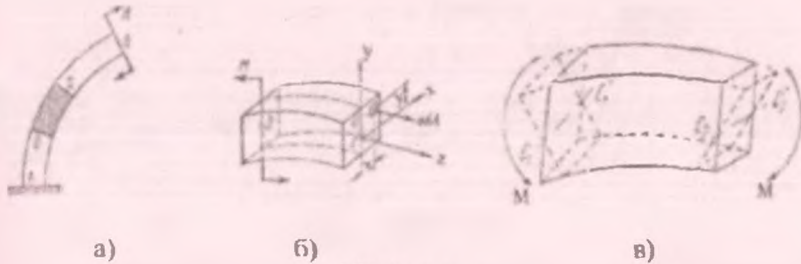
Масалани ҳар гагидек статик, геометрик ва физик нуқ ан назардан таҳлил қиламиз

*а) масаланинг статик томони.*

XV.4-шакл, б да келтирилган бўлакча учун қуйидаги муво занат тенгламаларини ёзамиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} \sigma dA &= 0 \\ \int_{(A)} \sigma y dA &= M - 0 \\ \int_{(A)} \sigma x dA &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

*Изоҳ: (а) формуладаги учинчи интегралнинг нолга тенглиги кесим қўлининг у ўқига нисбатан симметрик эканлигидан далилат берилади.*



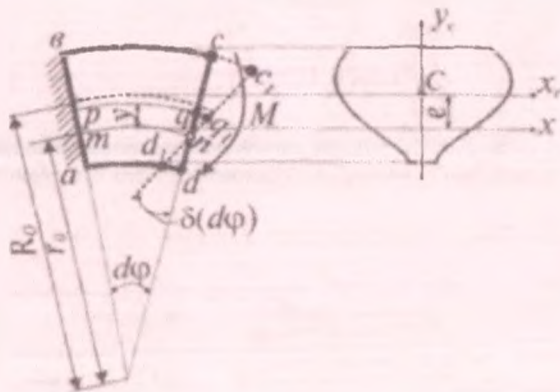
XV.4-шакл

*б) геометрик томони.*

Эгувчи момент таъсирида эгри брусдан ажратилган бўлакчанинг чап ва ўнг кесимлари тегишлича  $C_1C_1'$  ва  $D_1D_1'$  нейтрал ўқлар атрофида маълум бурчакка айланади\* (деформациядан кейинги ҳолат XV 4-шакл, в да ингичка чизиқ билан тасвирланган) Пировардида нейтрал ўқдан юқорида жойлашган толалар чўзилиб, пасткилари сиқилади, нейтрал қатлам ўс тида ётган толаларнинг узунлиги эса ўзгармасдан қолади

\* шу параграфнинг охирида нейтрал ўқ кесим огирлик марказидан угмаслиги исботланади.

• еф эгилишга қаршилик кўрсатаётган бирорта эгри брусдан бир-бирига чексиз яқин жойлашган иккита қўндаланг кесим ёрдамида  $abcd$  бўлакчани ажратамиз (XV 5-шакл); агар булакчанинг чап учини фикран маҳкамлаб, ўнг учига  $M$  эгувчи момент таъсир эттирилса,  $cd$  кесим нейтрал уқ атропоида айла-ниб,  $c_1d_1$  ҳолатни эгаллайди. Агар эгри бруснинг ўқиғача бўлган эгрилик радиусини  $r$ , нейтрал қатламгача бўлган эгри-лик радиусини  $r_0$ ,  $m = ds$  га тегишли марказий бурчакни эса  $d\varphi$  билан белгиласак, у ҳолда  $ds = r_0 d\varphi$  бўлади.



XV 5-шакл

Нейтрал қатламдан  $y$  масофада жойлашган  $pq$  толанинг де-формациягача бўлган узунлиги

$$pq = (r_0 + y)d\varphi$$

га п:нг булади; эгилиш натижасида бу тола  $qq_1$  узунликка чузилади

$$qq_1 = y \Delta(d\varphi)$$

У ҳолда  $pq$  толанинг нисбий чузилиши:

$$\epsilon = \frac{qq_1}{pq} = \frac{y \cdot \Delta(d\varphi)}{(r_0 + y)d\varphi} \quad (6)$$

в) масаланинг физик томони

(6) ифодани назарда тутиб, Гук қонуни ёзамиз:

$$\sigma = E\epsilon$$

еки

$$\sigma = E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \frac{y}{(r_0 + y)} \quad (в)$$

ҳар бир кўндаланг кесим учун  $E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$  ўзгармас миқдор ҳисобланади

2) синтез.

(в) ни навбат билан мувозанат тенгламаларига келтириб қуямиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(A)} E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \frac{y}{(r_0 + y)} dA - 0 \\ \int_{(A)} E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \frac{y}{(r_0 + y)} y dA - M = 0 \end{aligned} \right\}$$

еки

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \int_{(A)} \frac{y}{(r_0 + y)} dA = 0 \\ E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \int_{(A)} \frac{y^2}{(r_0 + y)} dA - M = 0 \end{aligned} \right\} \quad (г)$$

$E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$  купайтма нолдан фарқли. Бундан

$$\int_{(A)} \frac{y}{(r_0 + y)} dA = 0 \quad (XV.1)$$

эканлиги келиб чиқади.

Охирги муносабат нейтрал қатламни топиш шарти ҳисобланади.

Иккинчи интегрални қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\int_{(A)} \frac{y}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{r_0 + y - r_0}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{r_0 + y}{r_0 + y} dA - \int_{(A)} \frac{r_0}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} dA - r_0 \int_{(A)} \frac{1}{r_0 + y} dA$$

Бу ифоданинг биринчи ҳади нейтрал ўқга нисбатан олинган статик моментга, иккинчи ҳади эса (XV 1) формулага биноан нолга тенг:

$$\int_A \frac{y^2}{r_0 + y} dA = S_x \quad (\text{XV } 2)$$

Шундай қилиб, мувозанат тенгламасининг иккинчиси қуйидаги кўринишни эгаллайди:

$$E \frac{d(d\varphi)}{d\varphi} S_x - M = 0 \quad (\text{XV } 3)$$

*Изоҳ:* охириги ифодадан қўрамизки,  $S_x \neq 0$ ; шунинг учун эгри брусларда нейтрал ўқ кесимнинг оғирлик марказидан ўтмайди

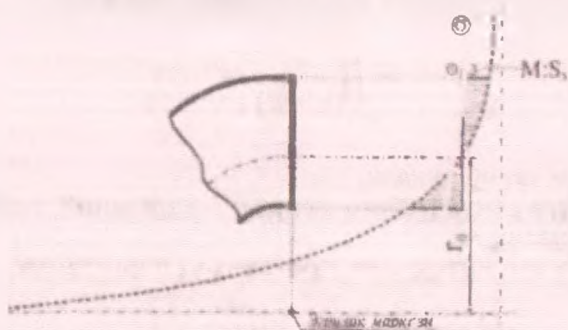
Юқоридаги ифодалардан қуйидаги муносабатни қозамиз:

$$E \frac{d(d\varphi)}{d\varphi} = \frac{M}{S_x}$$

Охириги ифодани (6) га қўйиб, нормал кучланиш формуласини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_M = \frac{M}{S_x} \frac{y}{r_0 + y} \quad (\text{XV } 4)$$

Демак, эгри бруснинг кесимидаги нормал кучланиш эпюраси гиперболик қонуният бўйича ўзгарар экан (XV.6-шакл).



XV.6-шакл

Гиперболанинг асимптоталари иккита тугри чизиқдан иборат уларнинг биринчиси кесимга тик булиб, бруснинг эгрилик марказидан ўтади, иккинчиси эса элютаннинг нул чизиғига параллел булиб, ундан  $\frac{M}{S_x}$  масофа узоқликда ўтади.

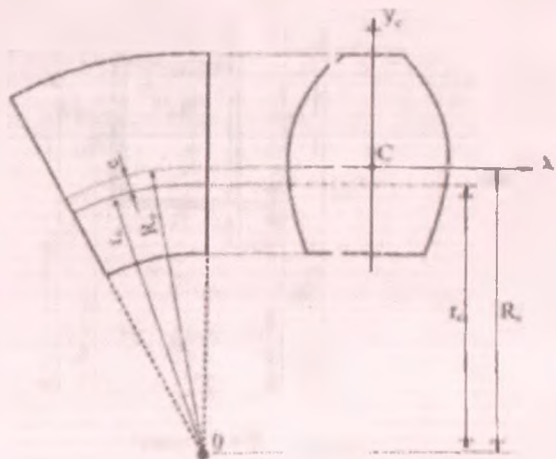
(XV 4) формуладан куришиб тури эдикки,  $\sigma_c$  ни ҳисоблаш учун аввало, нейтрал ўқнинг ҳолатини, яъни  $r_0$  ни аниқлаш зарур. Кейин эса қўндаланг кесим юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик момент  $S_x$  ни топиш мумкин

$$S_x = Ae = A(R_0 - r_c)$$

Бу ерда,  $e$  - кесим оғирлик марказидан нейтрал ўққача бўлган масофа;

$R_0$  - брус ўқининг эгрилик радиуси

Энди соф эгилишда эгри бруснинг нейтрал ўқи ҳолатини аниқлашга ўтамиз.



XV 7-шакл

Нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаш учун (XV.1) шартдан фойдаланамиз; ундаги  $y$  нинг урнига бошқа ўзгарувчи, яъни  $r$  ни киритамиз. Агар қўндаланг кесимдаги бирор  $dA$  юзачанинг эгрилик марказидан утувчи ўққача бўлган масофасини  $r$  десак (XV 7-шакл),  $y$  ҳолда  $y = r - r_0$  бўлади. Бу ни (XV.1) га қуямиз:

$$\int_{(A)} \frac{y}{r_0 + y} dA = \int_{(A)} \frac{r - r_0}{r} dA = \int_{(A)} dA - r_0 \int_{(A)} \frac{dA}{r} = \int_{(A)} A - r \int_{(A)} \frac{dA}{r} = 0$$

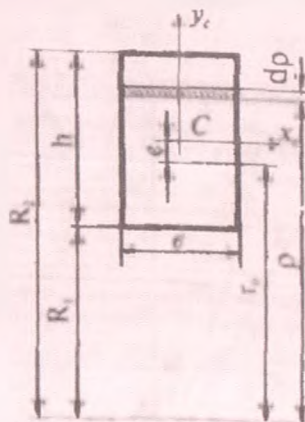
Натижада

$$r_0 = \frac{A}{\int_{(A)} \frac{dA}{r}} \quad (\text{XV } 5)$$

ифодага эга бўламиз.

(XV.5) формула ёрдамида турли хил шаклли кесимлар учун нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқловчи радиусни топиш мумкин

**Хусусий ҳол.** Фараз қилайлик, эгри бруснинг кесими тўғри тўртбурчакли бўлсин (XV 8-шакл)



XV.8 шакл.

Текшираётган ҳол учун  $dA = v d\rho$  га тенг; шу сабабли

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{dA}{\rho} = v \int_{R_1}^{R_2} \frac{d\rho}{\rho} = v (\ln R_2 - \ln R_1) = v \ln \frac{R_2}{R_1}$$



Демак, тўғри тўртбурчакли кесимлар учун нейтрал ўқнинг ҳолати

$$r_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (\text{XV } 6)$$

формула ёрдамида аниқланади

### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Амалда кўп учрайдиган эгри брусларга мисоллар келтиринг ва уларнинг қундаланг кесимларида қандай ички зўриқишлар пайдо бўлишини тушунтиринг.
2. Эгри брусларни ҳисоблашдаги чекланишларни баён қилинг.
3. Эгри бруснинг қундаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишлар қандай аниқланади?
4. Эгри бруснинг соф эгилишини тушунтиринг.
5. Нейтрал ўқнинг ҳолати қандай формула ёрдамида аниқланади?

## XVI БОБ. ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАР ВА ҚАЛИН ДЕВОРЛИ ҚУВУРЛАР ҲИСОБИ

### 16.1-§. Ички босим таъсиридаги юпқа деворли идишлар

Турли хил суюқлик, сиқилган газ ва сочилувчан материаллар сақланадиган жисмлар идишлар деб аталади

Одатда, идиш деворларининг қалинлигини тенг иккига ажратувчи текислик ўрта текислик деб юритилади.

Деворларининг қалинлиги  $\delta$  ўрта текислигининг энг кичик бош эгрилик радиуси  $\rho$  билан  $\delta < 0,05\rho$  муносабатда булган идишлар юпқа деворли идишлар дейилади

Купинча юпқа деворли идишлар қобиклар ҳам деб юритилади.

Қобикларнинг деворларида фақат чўзувчи ёки сиқувчи кучланишлар пайдо бўлиб, улар эгилишга қаршилиқ кўрсатмайди деб фараз қилинади. Зотан бундай мулоҳазаларга таяниб цистерна, бак, буғ қозонлари, ички ёнув двигателининг цилиндрлари ва шу қабиларни мустақкамлик ва бикрликка ҳисоблаганда олинган натижалар ҳақиқатга жуда яқин туриши назарий ва амалий жиҳатдан исботланган.

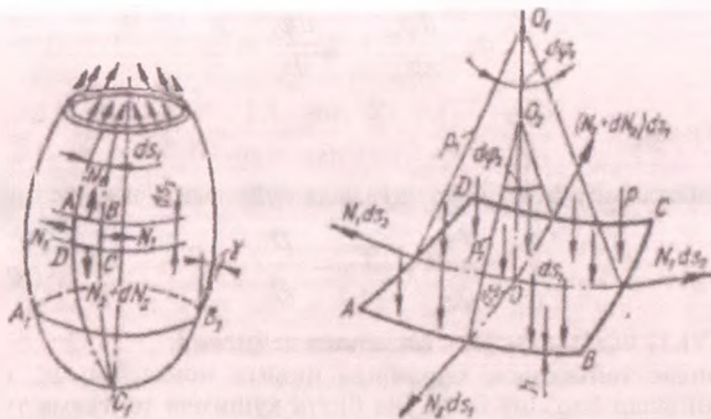
Муҳандислик амалиётида цилиндрик, сферик ва конуссимон шакллардаги қобиклар кўп ишлатилади.

Айланма сирт шаклидаги қобиқ (идиш) айланиш ўқиға нисбатан симметрик равишда қўйилган ички босим  $p$  таъсирида бўлсин (XVI.1-шакл, а)

Идишни ҳисоблаш формуласини келтириб чиқариш талаб этилади.

Айтайлик, идиш деворининг қалинлиги  $\delta$ , бўйлама кесимга тўғри келадиган эгрилик радиуси (меридиан бўйича)  $\rho_m$ , кўндаланг кесимга тўғри келадиган эгрилик радиуси (кенглик бўйича) эса  $\rho_0$  бўлсин.

Идиш деворидан иккита меридионал ва иккита айланма текисликлар ёрдамида чексиз кичик  $ABCD$  элементни ажратиб оламиз (XVI.1-шакл, б).



а)

б)

XVI.1-шакл.

Ажратилган бўлакча текис кучланиш ҳолатида бўлади, чунки унга фақат  $\sigma_t$  айланма ( $\sigma_t = \frac{N_1}{h}$ ) ва  $\sigma_m$  меридионал ( $\sigma_m = \frac{N_2}{h}$ ) бош нормал кучланишлар таъсир қилади.

Элемент ёқларига  $\sigma_m \delta ds$ , ва  $\sigma_t \delta ds_m$  кучлар, унинг ички сиртига эса тенг таъсир этувчиси  $p ds, ds_m$  га тенг бўлган куч таъсир кўрсатади.

Барча кучларни  $OO_1$  нормал йуналишига проекциялаймиз:

$$2\sigma_m \delta ds_t \cdot \sin \frac{d\varphi_m}{2} + 2\sigma_t \delta ds_m \sin \frac{d\varphi_t}{2} - p ds_t ds_m = 0 \quad (a)$$

Кичик бурчаклар учун

$$\sin \frac{d\varphi_m}{2} \approx \frac{d\varphi_m}{2}, \quad \sin \frac{d\varphi_t}{2} \approx \frac{d\varphi_t}{2}$$

эканлиги маълум. У ҳолда:

$$\sigma_m \frac{d\varphi_m}{ds_m} + \sigma_t \frac{d\varphi_t}{ds_t} = \frac{p}{\delta} \quad (6)$$

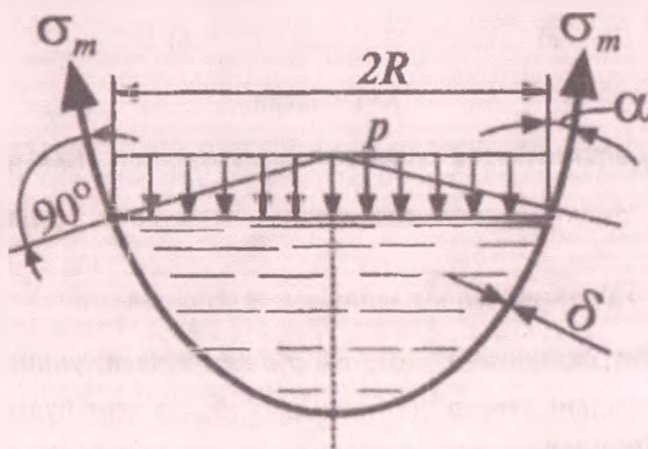
Чизмадан  $\frac{d\varphi_m}{ds_m} = \frac{1}{\rho_m}$ ,  $\frac{d\varphi_t}{ds_t} = \frac{1}{\rho_t}$

муносабатларни ёзиб олиб, натижада қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \quad (\text{XVI.1})$$

(XVI.1) ифода Лаплас тенгламаси дейилади

Лаплас тенгламаси таркибида иккита номаълум:  $\sigma_m$  ва  $\sigma_t$  кучланишлар бор; шу боис яна битта қўшимча тенглама тузиш зарур



XVI.2-шакл.

Кучланишлардан бири, масалан  $\sigma_m$  ни аниқлаш учун идишнинг қирқиб олинган ҳажмига таъсир қилувчи барча кучларнинг вертикал ўққа нисбатан проекцияларининг йиғиндисини тузиш кифоя (XVI.2 шакл):

$$\sum Y_i = 0, \quad \sigma_m 2\pi R \delta \cos \alpha - p \pi R^2 - Q_u + Q_c = 0 \quad (в)$$

бунда  $Q_u$  -идишдан ажратилган қисмининг хусусий оғирлиги;

$Q_c$  - идишда сақланадиган суюқлик ёки сочилувчан жисмларнинг оғирлиги.

Охирги тенгламадан  $\sigma_m$  ни топамиз:

$$\sigma_m = \frac{pR}{2\delta \cos \alpha} + \frac{(Q_1 + Q_2)}{2\pi R \delta \cos \alpha} \quad (\text{XVI.2})$$

Мустаҳкамликнинг тўртинчи назарияси бўйича мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\text{max}}^{IV} = \sigma_m^2 + \sigma_t^2 - \sigma_m \sigma_t \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{XVI.3})$$

### Хусусий ҳоллар

1. Текис тақсимланган ички газ босими  $p=q$  таъсир қиладиган сферик идиш (XVI.3-шакл).

Идишнинг симметриклигидан қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\rho_m = \rho_t = R;$$

$$\sigma_m = \sigma_t = \sigma$$

Буларни эътиборга олсак, Лаплас тенгламаси

$$2 \frac{\sigma}{R} = \frac{p}{\delta} \quad (\text{г})$$

қўринишни эгаллайди; натижада бош нормал кучланишнинг ички босим  $p$  ва идиш радиуси  $R$  га тўғри, девор қалинлиги  $\delta$  га эса тесқари мутаносиб боғланишда эканлиги келиб чиқади:

$$\sigma = \frac{pR}{2\delta} \quad (\text{XVI.4})$$

Мустаҳкамликнинг тўртинчи назариялари бўйича мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_m = \frac{pR}{2\delta} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{XVI.5})$$

2. Текис тақсимланган ички газ ёки буғ босими  $p=q$  таъсиридаги цилиндрик қозон (XVI.4-шакл).

Қозоннинг цилиндрик қисмидаги кундаланг кесимга тўғри келадиган эгрилик радиуси  $\rho_t$  цилиндр радиусига, бўйлама ке-

симга туғри келадиган эгрилик радиуси  $\rho_m$  эса чексизликка айланади:

$$\rho_1 = R, \quad \rho_m = \infty$$

Лаплас тенгламасидан:

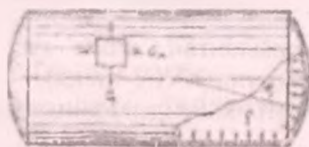
$$\sigma_1 = \frac{pR}{\delta} \quad (\text{XVI } 6)$$

Текшириляётган ҳолда  $Q=Q_u=0$ ,  $\alpha=0$  деб ҳисоблаб, (XVI 5) формуладан меридионал кучланишни топамиз:

$$\sigma_m = \frac{pR}{2\delta} \quad \text{ёки} \quad \sigma_m = 0,5\sigma_1 \quad (\text{XVI } 7)$$



XVI 3-шакл.



XVI 4-шакл.



Бундан чиқди, цилиндрик идишларнинг буйлама кесимларидаги кучланишлар кўндаланг кесимларидаги кучланишлардан икки марта катта бўлар экан. Шунинг учун ҳам цилиндрик идишлардаги буйлама парчин бирикма ёки пайванд чоклар кўндаланг кесимдагига нисбатан анча пухтароқ бўлиши шарт.

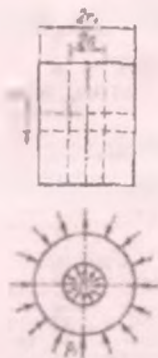
### 16.2-§. Қалин деворли қувурлар. Ламе масаласи

Ўз-ўзидан равшанки, XVI.5-шаклда тасвирланган қувур деворининг қалинлиги  $\delta$  ва ўртача радиуси  $r_{\text{орта}}$  мос равишда  $\delta = r_2 - r_1$  ва  $r_{\text{орта}} = (r_2 + r_1)/2$  ифодалар ёрдамида аниқланади (бунда  $r_1$  қувурнинг ички ва  $r_2$  эса ташқи радиуси).

Одатда, деворининг қалинлиги ўртача радиуси билан  $\delta < 0,1r_{\text{орта}}$  муносабатда бўлган қувурлар қалин деворли қувурлар дейилади.

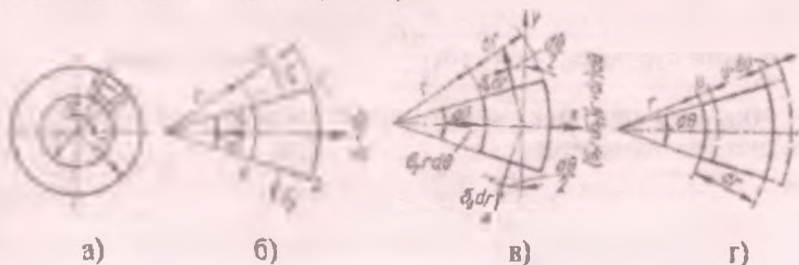
Қалин деворли қувурлар ҳисоби билан дастлаб 1852-1854 йилларда рус академиги А.И.Гадолин ва француз математики Г.Ламелар шугулланганлар; хусусан, А.И.Гадолин ўт очувчи

қурулларнинг стволларини мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблаган



XVI.5-шакл

Энди ички  $r_1$  ва ташқи  $r_2$  симметрик босимлар таъсиридаги қалин деворли «губсиз», узун қувурларни ҳисоблаш масаласи билан ганишиб чиқамиз (XVI 5).



XVI.6-шакл

Қувур симметрик юкланганлиги сабабли албатта, унинг деформацияси бўйлама уқига нисбатан симметрик бўлиб, барча кўндаланг кесимлари учун бир хилдир. Шунинг учун қувурдан иккита кўндаланг кесим билан чегараланган, узунлиги бирга тенг бўлган халқа ажратиб, унинг кучланиш деформацияланиш ҳолатларини таҳлил қилиш киф-я (XVI.6-шакл, а).

Ҳалқадан иккита радиал ва иккита цилиндрик кесимлар ёрдамида  $abcd$  бўлакчани ажратиб оламиз (XVI 6-шакл, б); у ҳолда бўлакчанинг ён ёқларига  $\sigma_r$  (радиал) ва  $\sigma_\theta$  (айланма ёки

тангенциал) кучланишлар таъсир курсатади. Уз-уздан равшанки, бу кучланишлар бош кучланишлар бўлиб, улар умумий ҳолда  $\sigma_r = f_1(p_1, p_2, r)$  ва  $\sigma_\theta = f_2(p_1, p_2, r)$  кўринишидаги функциялар билан ифодаланadi.

Одатдагидек, масалани статик, геометрик ва физик нуқтаи назардан таҳлил қиламиз.

*а) масаланинг статик томони.*

Ажратилган элемент учун қуйидаги мувозанат тенгламаларини тузамиз (XVI.6-шакл, в):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n R_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^n T_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{a})$$

Аmmo симметрик шarti иккинчи тенгламани айниятга келтиради. Шу сабабли биринчи тенглама қуйидагича ёзилади:

$$-\sigma_r r d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta - 2\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \quad (\text{б})$$

Кичик бурчаклар учун  $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$  дейиш мумкин

Иккинчи тартибли чексиз кичик миқдорларни ташлаб, мувозанат тенгламасини

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad (\text{XVI.8})$$

кўринишида ёзиб оламиз.

(XVI.8) тенгламада иккита номатълум кучланишлар бор. Шу тўғайли қувурдаги кучланишларни топиш масаласи статик аниқмас ҳисобланиб, қўшимча тенглама тузишни тақоза этади.

*б) масаланинг геометрик томони.*

XVI.6-шакл, г дан фойдаланиб навбат билан радиал ва тангенциал йуналишлардаги нисбий деформацияларни аниқлаймиз:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{u + du}{dr} - \frac{u}{r} \\ \epsilon_\theta &= \frac{(r + u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} - \frac{u}{r} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.9})$$

бу ерда  $u$  -радиал кўчиш.



в) масаланинг физик томони.

Текис кучланиш ҳолати учун умумлашган Гук қонуни

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_\theta) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \mu\sigma_r) \end{aligned} \right\} \quad (\text{в})$$

кўринишда ифодаланади.

Охирги ифодадан кучланишларни аниқлаймиз:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_\theta) \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r) \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI } 10)$$

г) синтез.

(XVI.9) ни эътиборга олиб, кучланишларни

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI } 11)$$

кўринишларда ёзиб оламиз.

Агар охирги ифодаларни мувозанат тенгламаси (XVI 8) га қўйсақ, тегишли соддалаштиришдан сўнг радиал кучишга нисбатан қуйидаги дифференциал тенглама ҳосил бўлади:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (\text{XVI } 12)$$

(XVI.12) ифода ўзгарувчан коэффициентли бир жинсли ва чизикли дифференциал тенгламадир. Унинг хусусий интеграллини қуйидагича излаймиз:

$$u = r^n \quad (\text{XVI } 13)$$

бунда  $n$ -ҳозирча номаълум параметр.

(XVI 12) ни (XVI.13) га қўйиб,  $n$  ни аниқлаш учун қуйидаги характеристик тенгламага эга бўламиз:

$$n^2 - 1 = 0 \quad (\text{г})$$

Бу тенгламанинг ечимлари:  $n_1 = 1$ ;  $n_2 = -1$ .

Буларни (XVI.13) га қўйиб, (XVI.12) нинг иккита хусусий интегрални топамиз:

$$u_1 = r; \quad u_2 = \frac{1}{r}$$

Бундан чиқди, (XVI.12) нинг умумий интеграли

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (\text{XVI.14})$$

қуринишда булар экан; бунда  $C_1, C_2$  - ихтиёрий ўзгармаслар

Буни (XVI.11) га қўйиб, радиуси  $r$  бўлган цилиндрик сирт нуқталаридаги кучланишларни аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) - C_2 \frac{(1-\mu)}{r^2} \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) + C_2 \frac{(1-\mu)}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{XVI.15})$$

Ихтиёрий ўзгармас  $C_1$  ва  $C_2$  ларнинг қийматини қуйидаги чегаравий шарглاردан топамиз:

$$r = r_1 \text{ булса } \sigma_r = -p_1 \text{ бўлади;}$$

$$r = r_2 \text{ булса } \sigma_r = p_2 \text{ бўлади.}$$

Бу шартлардан қуйидаги иккита тенглама ҳосил булади:

$$\begin{aligned} -p_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[ C_1(1+\mu) - C_2 \frac{(1-\mu)}{r_1^2} \right] \\ -p_2 &= \frac{E}{1-\mu} \left[ C_1(1+\mu) + C_2 \frac{(1-\mu)}{r_2^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{д})$$

Бу тенгламалардан  $C_1$  ва  $C_2$  ларни осонгина топиш мумкин:

$$C_1 = \frac{1-\mu}{E} \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_1^2 - r_2^2}$$

$$C_2 = \frac{1 + \mu}{E} \frac{r_1^2 r_2^2 - (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2}$$

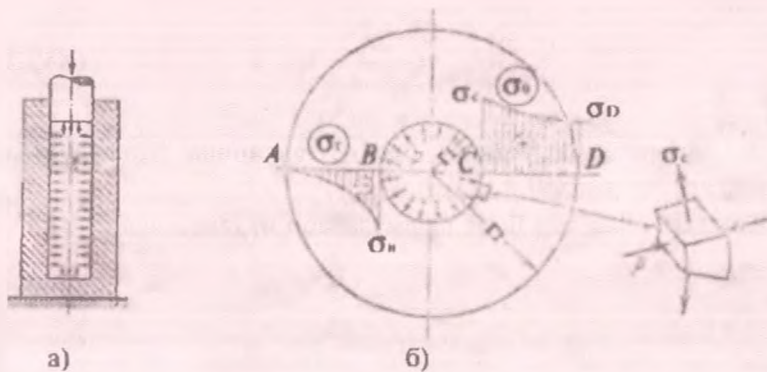
Буларни (XVI.14) ва (XVI.15) ларга қўйсақ, тегишлича радиал кўчиш ҳамда радиал ва тангенциал кучланишларни аниқлайдиган Ламе формулалари келиб чиқади:

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \frac{r_1^2 p_1 - r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r} \quad (\text{XVI.16})$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_1^2 p_1}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{r_2^2 p_2}{r^2} - \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{r_1^2 p_1 + r_2^2 p_2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 r_2^2 (p_1 - p_2)}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1}{r^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI.17})$$

### Хусусий ҳоллар

1. Айтайлик, қувур фақат ички босим таъсирида бўлсин, яъни  $p_1 = p$ ,  $p_2 = 0$  (XVI.7-шакл).



XVI.7-шакл

У ҳолда (XVI.17) формула бирмунча соддалашади:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) p \\ \sigma_\theta &= \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) p \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI } 18)$$

XVI.7-шакл, б да  $\sigma_r$  ва  $\sigma_\theta$  кучланишларнинг эпюралари тасвирланган

Бу эпюралардан кўриниб турибдики,  $\sigma_r$  сиқувчи,  $\sigma_\theta$  эса чўзувчи кучланишлар бўлар экан.

Кувурнинг ички сиртида тангенциал кучланиш энг катта қийматга

$$\sigma_\theta = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot p, \quad (\text{XVI } 19)$$

радиал кучланиш эса  $\sigma_r = -p$  га эришади

Кувурнинг ички сирти учун мустақкамлик шартини энг катта урунма кучланишлар назарияси бўйича ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = (\sigma_\theta - \sigma_r)_{\max} = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} p - (-p)$$

ёки

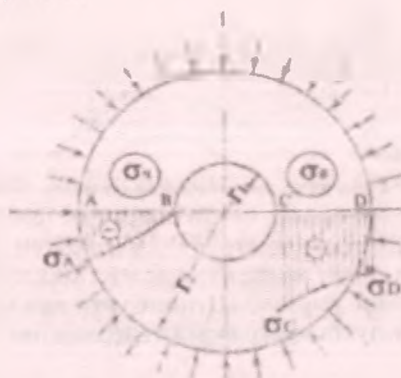
$$\sigma_{\max} = \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \quad (\text{XVI.20})$$

2. Кувур фақат ташқи босим таъсирида бўлсин, яъни  $p = 0$ ,  $p_2 = -p$  (XVI.8-шакл).

Бундай ҳолда ҳам Ламе формулалари ихчамлашади:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) p \\ \sigma_\theta &= -\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) p \end{aligned} \right\} \quad (\text{XVI } 21)$$

$\sigma_r$  ва  $\sigma_\theta$  кучланишларининг эпюраларидан кўриниб турибдики, иккала кучланиш ҳам сиқувчи бўлиб, абсолют қиймати жиҳатидан  $\sigma_\theta > \sigma_r$  экан.



XVI.8-шакл.

Мустаҳкамликнинг учинчи назариясига кўра:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_r + \sigma_\theta = 0 - \left( - \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \right)$$

ёки

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \quad (\text{XVI.22})$$

Иккала хусусий ҳолларни ҳам муфассал таҳлил қилиб, қуйидаги муҳим ҳулосаларга келиш мумкин:

- иккала ҳолда ҳам энг катта эквивалент кучланиш тенг;
- иккала ҳолда ҳам қувурнинг ички сиртида, мустаҳкамлик нуқтаи назаридан қарайдиган бўлсак, энг хавfli нуқталар жойлашади. Бошқача айтасан бўлсак,  $\sigma_{\text{экв}}$  кучланиш материалнинг оқувчанлик чегарасига етганда, қолдиқ деформациялар энг аввал қувурнинг ички сиртида ҳосил бўла бошлайди.

Ҳатто қувурнинг қалинлигини ошириш йули билан ҳам унинг мустаҳкамлигини ҳоҳлаганча оширишга ёки қолдиқ деформацияларини камайтиришга эришиб бўлмас экан.

Масалан, фараз қилайлик қувурнинг қалинлиги чексиз катта миқдорга эга бўлсин. У ҳолда тенг кучли (эквивалент) кучланиш

$$\sigma_{\text{экв}} = \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \left( \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} p \right) = 2p \lim_{r_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}} = 2p \quad (\text{XVI } 23)$$

қуринишни эгаллайди.

Охирги ифода жуда кенг маънони англатади: масалан, *1500 МПа* босимни сақлаш мақсадида ишлатиладиган қувурни яшаш учун оқувчанлик чегараси энг камида *3000 МПа* бўлган материални ишлатиш керак. Аммо айни пайтда бундай мустақкамликни таъминлай оладиган материалнинг ўзи йўқ! Шунинг учун ҳам юқори босимларга чидаш берадиган пухта қувурларни тайёрлашнинг бошқа йўлини ахтариш лозим.

Қувурларнинг пухталигини ошириш усулларидан бири ва амалда энг кўп ишлатиладигани ички босим остида ишлайдиган қўшма қувурлар яшаш усулидир.

### 16.3-§. Қалин деворли қўшма қувурлар ҳисоби

Айтайлик, механик хоссалари бир хил бўлган иккита қувурдан қўшма қувур яшаш талаб этилган бўлсин (XVI.9-шакл, а, б);

Бунда  $r_1$  -биринчи қувурнинг ички радиуси;

$r_k$  -биринчи қувурнинг ташқи радиуси;

$\Delta$  -таранглик;

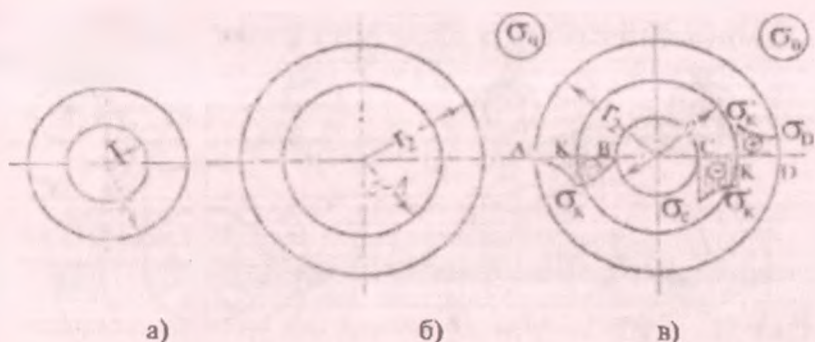
$r_k' = r_k - \Delta$  -иккинчи қувурнинг ички радиуси;

$r_2$  -иккинчи қувурнинг ташқи радиуси.

Қўшма қувур яшаш учун ташқи қувурни етарлича қиздириб, ички қувурга кийгизилади; кийгизилган ташқи қувур совигандан сўнг, у ички қувурни сиқиб қолади ва натижада иккала қувурлар орасида  $p_k$  босим пайдо бўлади (исботсиз келтирилган):

$$p_k = \frac{E \Delta}{2r_1^3} \frac{(r_k^3 - r_1^3)(r_1^2 - r_k'^2)}{r_2^2 - r_1^2} \quad (\text{XVI.24})$$

Шундай қилиб, қувурларни бир бирига қийгазиб қўшма қувурлар ҳосил қилинса, ички қувур «ғўёки»  $p_k$  ташқи босим таъсирида, ташқи қувур эса айнан шундай ички босим таъсирида бўлиб қолади



XVI.9-шакл

XVI 9-шакл, в да қўшма қувурлардаги бошланғич кучла нишлар эпюралари кўрсатилган.

Энди ҳосил қилинган қўшма қувурни ички  $p$  босим билан юклаймиз (XVI 10-шакл, а); у ҳолда иккала қувур ҳам бир бутун ҳолда ишлайди.

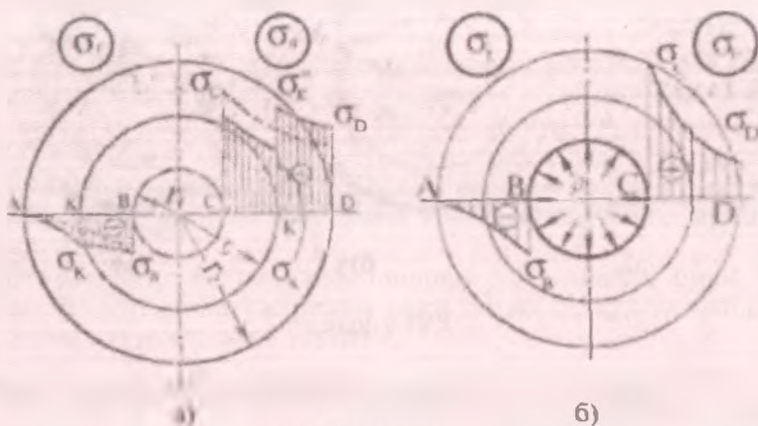
Қўшма қувурдаги  $\sigma_r$  ва  $\sigma_\theta$  кучланишлар (XVI 18) формулалар ёрдамида аниқланади, бу кучланишлар таранглаш натижасида ҳосил бўлган кучланишлар билан алгебраик қўшилади.

(XVI.18) формулалар ёрдамида  $\sigma'_r = \sigma'_r(p, r)$  ва  $\sigma'_\theta = \sigma'_\theta(p, r)$  кучланишлар аниқланади (бунда  $r_1 \leq r \leq r_2$ ,  $\sigma'_r$ ,  $\sigma'_\theta$  кучланишлар (эпюралари ингичка чизиқда курсатилган) таранглаш даврида  $p_k$  таъсиридан ҳосил бўлган бошланғич кучланишлар билан алгебраик қўшилгач, натижавий кучланиш  $\sigma_r$  ва  $\sigma_\theta$  лар камаяди (эпюралари қалин чизиқда курсатилган). Эпюралардан курамузки, таранглаш даврида вужудга келган бошланғич кучланишлар таъсирида ички қувур юксизланади, ташқи қувур эса қўшимча юкланади (XVI 10-шакл, б)

Умуман олганда, натижавий кучланишларнинг камайиши қўшма қувурларнинг энг хавfli нуқталаридаги эквивалент кучланишларнинг ҳам камайишга олиб келади (исботсиз келтирилган):

$$\sigma_{\text{экв}} = p \frac{r_2}{r_2 - r_1} \quad (\text{XVI } 25)$$

Бу муносабатни биринчи бўлиб А.И Гадолин таклиф этган.



XVI.10-шакл

(XVI.24) ва (XVI.25) ифодаларни ўзаро таққослаб, қўшма қувурларда эквивалент кучланишларнинг сезиларли даражада камайишига ишонч ҳосил қилиш мумкин.

### Назорат саволлар ва топшириқлар

1. Қандай идишларга юпқа деворли идишлар дейилади?
2. Лаплас тенгламасини ёзиб, унинг моҳиятини айтинг.
3. Қалин деворли қувурларга таъриф беринг
4. Ламе формулаларини ёзинг ва уларнинг моҳиятини тushунгинг.
5. Муҳандислик амалиётида қандай усул ёрдамида қалин деворли қувурларнинг пухталигини ошириш мумкин?
6. Гадолин формуласини ёзинг ва унинг маъносини тushунгинг.



## **XVII БОБ. БРУСЛАРНИ ЖОИЗ ЮКЛАР АСОСИДА ҲИСОБЛАШ**

### **17.1-§. Материалларнинг пластиклик хусусиятларини эътиборга олиш. Чўзилиш диаграммасини шартли тасвирлаш**

Олдинги бобларда фақат эластик деформацияларга қаршилиқ кўрсатувчи конструкция қисмларини ҳисоблаш билан шуғулландик. Аммо муҳандислик амалиётида кўпгина муаммоларни ҳал қилишда материалларнинг пластик (қолдиқ) деформацияларини ҳам ҳисобга олиш зарурияти сезилади. Масалан, қолиплаш мосламалари ёки дастгоҳларида маҳсулот ёки деталларга ишлов бериш, металлларга чўзиб ишлов бериш, пружиналарни ўраш ва шу сингари турли хил технологик жараёнларни амалга оширишда материалларнинг пластиклик хусусиятларини билиш жуда муҳимдир.

Материаллар пластик деформацияланганда кучланиш билан деформация орасида чизиқли бўлмаган боғланиш пайдо бўлади. Одатда, бу боғланиш тажриба натижаларидан, хусусан кўпинча чўзилиш диаграммасидан аниқланади.

Материаллар ўзида тўла пластиклик хусусиятларини намойён қилганда конструкция қисмларини жоиз кучланишлар асосида эмас, балки анча такомиллашган усул – жоиз юклар асосида ҳисоблаш усулидан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир.

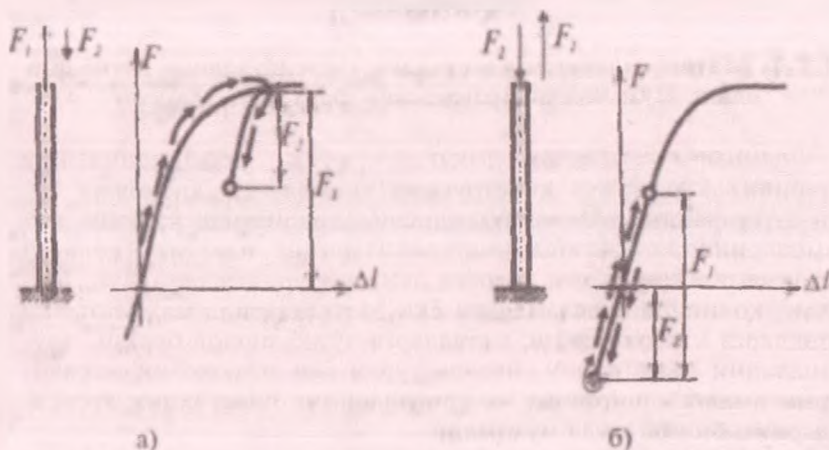
Жоиз юклар асосида ҳисоблаш усулининг афзаллиги шундаки, бу усул бўйича олиб борилган лойиҳалаш-ҳисоблаш натижалари материалларни анча тежашга имкон беради. Чунки бу усулда материалларнинг барча механик хоссалари ҳамда конструкция қисмларининг ишлайдиган шарт-шароитлари мумкин қадар ҳақиқатга яқинроқ ҳолда эътиборга олинади.

Жоиз юклар асосида ҳисоблаш усулининг ўзига хос хусусияти шундаки, бу усулда кучлар таъсирининг бир-бирларига ҳалал бермаслик тамойилини қўллаб бўлмайди.

Буни қуйидаги мисолларнинг таҳлилидан ҳам яққол кўриш мумкин:

1-ҳол. Айтайлик, стержен пластик деформация ҳосил бўлгунча  $F_1$  куч билан чўзилгандан кейин  $F_2$  куч таъсирида сиқилсин (XVII.1-шакл, а).

2-ҳол. Стержен дастлаб  $F_2$  куч билан сиқилгач,  $F_1$  куч таъсирида чўзилсин (XVII.1-шакл, б).



XVII 1-шакл.

Кўриниб турибдики, стерженда ҳосил бўладиган кучланиш ва деформациялар кучларнинг қандай тартибда қўйилишига боғлиқдир. Чунки стержен юкланганда ва юксилантирилганда кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш устма-уст тушмайди

Жоиз кучлар асосида ҳисоблаш ўтказилганда аввало, чўзилиш диаграммасини шартли равишда тасвирлаб, нормал кучланиш ва нисбий деформациялар ўртасидаги  $\sigma=f(\epsilon)$  муносабатни аналитик тарзда ёзиб олиш лозим.

Кам углеродли пўлат материалларининг чўзилиш диаграммасини иккита тўғри чизиқдан иборат деб шартли равишда тасвирлаш мумкин (XVII.2-шакл, а): кучланиш оқувчанлик чегарасига етгунга қадар материал  $\sigma=E\epsilon$  куринишидаги Гук қонунига бўйсунди, кейин эса унда  $\sigma=\sigma_{0.4}$  узгармас кучланишда пластик деформация жадаллаша боради.

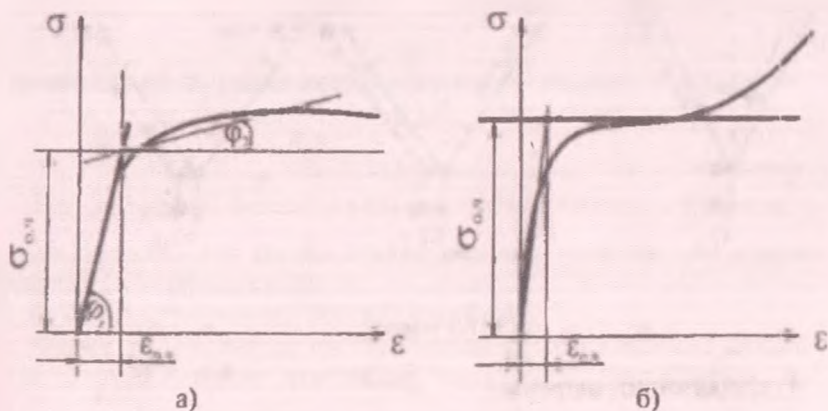
Купинча бу шартли диаграммани Прандтлянинг идеал эластик-пластик диаграммаси деб юритилади.

Легирланган пўлат материалининг чўзилиш диаграммасини ҳам иккита оғма тўғри чизиқ кўринишида шартли тасвирлаш мумкин (XVII.2-шакл, б):

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{o,y} \quad \text{бўлганда} \quad \sigma = E\varepsilon$$

$$\varepsilon \geq \varepsilon_{o,y} \quad \text{бўлганда} \quad \sigma - \sigma_{o,y} = E_r(\varepsilon - \varepsilon_{o,y})$$

Бу ерда,  $E$  ва  $E_r$  - тўғри чизиқларнинг бурчак коэффициентлари бўлиб, тажрибалардан олинади.



XVII.2-шакл.

### 17.2-§. Стерженларни жонз юклар асосида ҳисоблаш

Айтайлик, статик аниқ (XVII.3-шакл) ва статик аниқмас (XVII.4-шакл) стерженлар тизими учун мустаҳкам кесим юза танлаш талаб этилган бўлсин.

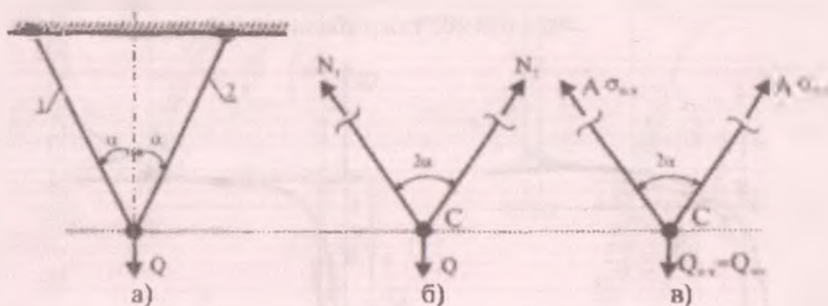
Стерженлар бир хил бикрликка эга бўлиб, улар кам углеродли юмшоқ пўлат материалидан ясалган; масалани ечишда оқувчанлик чегараси  $\sigma_{o,y}$ , мустаҳкамликдаги эҳтиёт коэффициенти  $n$ , осилган юкнинг оғирлиги  $Q$  ва бурчак  $\alpha$  лар маълум деб ҳисоблансин.

Дастлаб статик аниқ тизимни икки усулда – жонз кучланишлар ва жонз юклар асосида ҳисоблаб, олинган натижаларни узаро таққослаймиз:

а) жоиз кучланишлар асосида ҳисоблаш. Айтайлик, стерженлар эластиклик чегарасида  $Q$  юкка қаршилиқ кўрсатаётган бўлсин (XVII.3-шакл, а)

С тугунининг мувозанатини текшириб, ички зўриқишларни топамиз (XVII.3-шакл, б):

$$N_1 = N_2 = \frac{Q}{2 \cos \alpha} \quad (\text{а})$$



XVII.3-шакл.

Мустақкамлик шартини

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N_{\text{max}}}{A} \leq \sigma_{\text{adm}}$$

еки

$$\frac{Q}{2A \cos \alpha} \leq \frac{\sigma_{\text{adm}}}{n} \quad (\text{б})$$

кўринишларда ёзиб, мустақкам кесим юзани аниқлаймиз:

$$A \geq \frac{Qn}{2 \sigma_{\text{adm}} \cos \alpha} \quad (\text{XVII 1})$$

б) жоиз юклар асосида ҳисоблаш

Бу усулда мустақкамлик шarti қуйидаги кўринишга эга:

$$Q \leq Q_{\text{adm}} \quad \text{еки} \quad Q \leq \frac{Q_{\text{ср}}}{n} \quad (\text{в})$$

бу ерда  $Q$  -конструкция қисмларига қўйилган энг катта юкнинг қиймати;

$Q_{adm}$  -юкнинг жоиз қиймати;

$Q_{чег} = Q_{оч}$  -кесимда оқиш чегараси  $\sigma_{оч}$  га тенг бўлган куч ланиш ҳосил қилувчи чегаравий (емирувчи) куч.

Стержен кесимларидаги кучланиш оқувчанлик чегарасига етгунча  $Q$  юкни секин-аста ошира борамиз (XVII.3-шакл, в).

С тугуннинг мувозанатини текширамиз:

$$Q_{оч} = 2\sigma_{оч} A \cos\alpha$$

Мустаҳкамлик шартини

$$Q \leq \frac{2A\sigma_{оч} \cos\alpha}{n} \quad (г)$$

кўринишда ёзиб, ундан кесим юзани танлаймиз:

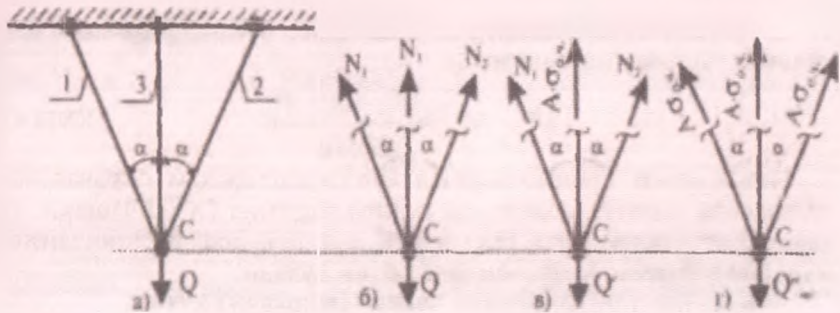
$$A \geq \frac{Qn}{2\sigma_{оч} \cos\alpha} \quad (XVII.2)$$

Шундай қилиб, иккала усулда ҳам бир хил натижага эришдик.

Энди худди шу тарзда статик аниқмас тизимни ҳам тақлил қиламиз (XVII.4-шакл, а):

а) жоиз кучланишлар асосида ҳисоблаш.

Фараз қилайлик.  $Q$  юк таъсирида стерженларнинг деформацияланиш жараёни эластиклик чегарасида содир бўлсин.



XVII.4-шакл

Стерженлардаги ички зўриқишлар қуйидагига тенг булади (3.10-§ га қаранг):

$$N_1 = N_2 = \frac{Q \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha}; \quad N_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^2 \alpha} \quad (\text{XVII.3})$$

Бундан  $N_{\max} = N_3$  эканлиги кўриниб турибди  
Кесим юзани танлаймиз:

$$A \geq \frac{Qn}{(1 + 2 \cos^2 \alpha) \sigma_{\sigma_0}} \quad (\text{XVII.4})$$

б) жоиз юклар асосида ҳисоблаш.

$Q$  юкни қиймати аста-секин орта борганда уртадаги стер-  
женда кучланиш четки стерженлардагига қараганда оқувчанлик  
чегарасига олдинроқ эришади, чунки унга кўпроқ юк тушади.  
Шу пайтдан бошлаб ўртадаги стержень  $N'_3 = \sigma_{\sigma_0} A$  га тенг  
бўлган ички зўриқишни қабул қилади (XVII.4-шакл, в).

Бутун тизимнинг деформацияланиш жараёни эса эластик-  
пластик босқичда бўлади. Бу ҳолга тўғри келган юк қуйидагича  
аниқланади:

$$N'_3 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^2 \alpha}$$

бундан  $Q = \sigma_{\sigma_0} A (1 + 2 \cos^2 \alpha) \quad (\text{XVII.5})$

С тугуннинг мувозанатини текшириб, четки стерженларда-  
ги ички зўриқишни топамиз:

$$N_1 = N_2 = \frac{Q - \sigma_{\sigma_0} A}{2 \cos \alpha} \quad (\text{XVII.6})$$

Энди четки стерженлардаги кучланишлар ҳам оқувчанлик  
чегарасига етгунча, юкни яна ошира борамиз (XVII.4-шакл, г)  
ва ниҳоят чекли ҳолат бошланиб, кейинги деформацияланиш  
жараёни ўзгармас юк таъсирида содир бўлади

Мувозанат тенгламасидан чекли (емирувчи) кучни

$$Q_{\sigma_0} = Q_{\sigma_0} = \sigma_{\sigma_0} A (1 + 2 \cos \alpha)$$

ва ниҳоят, мустаҳкамлик шартидан кесим юзани аниқлаймиз.

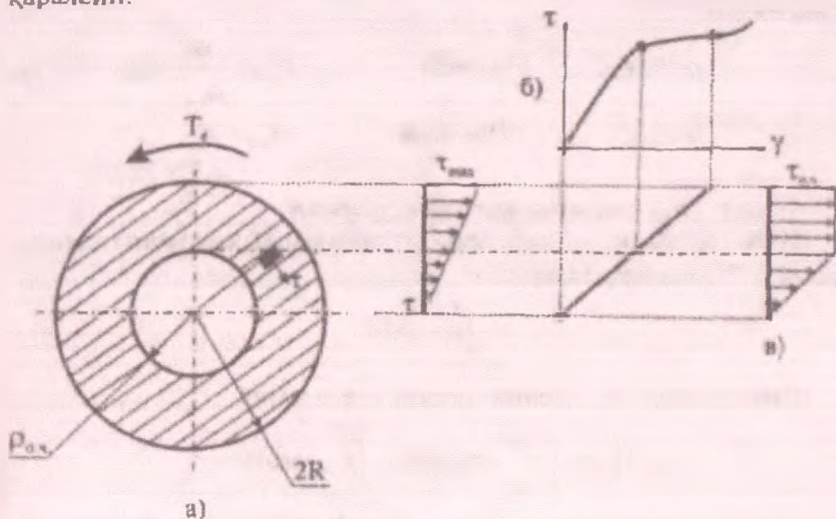
$$A \geq \frac{Qn}{(1 + 2 \cos \alpha) \sigma_{\sigma_0}} \quad (\text{XVII.7})$$

Бу қиммат одатдаги усулда олинган қиймагдан анча кичик-дир. Бошқача айтганда, жоиз юк бўйича конструкция қисмларини ҳисоблаш материалларни анча тежашга имкон берар экан.

### 17.3-§. Валларни жоиз юклар асосида ҳисоблаш

Пластик материалдан ясалган доиравий кесимли вал учун мустаҳкам диаметр аниқлаш талаб этилсин (XVII.5-шакл, а).

Ҳисоблашда оқувчанлик чегараси  $\tau_{oч}$ , мустаҳкамликдаги эҳтиёт коэффициенти  $n$  ва буровчи момент  $T_e$  лар маълум деб қаралсин.



XVII.5-шакл

а) жоиз кучланишлар асосида ҳисоблаш.

Доиравий кесимли яхлит вални жоиз кучланиш асосида ҳисоблаб, мустаҳкам диаметр учун қуйидаги ифодага эга бўламиз (7.2-§ га қаранг):

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi\tau_{adm}}} \quad (\text{XVII } 8)$$

б) жоиз юклар асосида ҳисоблаш

Пластик материаллардан ясалган валнинг буралиш диаграммаси иккита тўғри чизиқ кўринишида шартли равишда тасвирланади (XVII.5-шакл, б).

Шуни таъкидлаш муҳимки, урунма кучланиш оқувчанлик чегарасига етгандан сўнг буровчи моментни тобора орттирсак ҳам валнинг четки толаларидаги урунма кучланишларнинг қиймати ошмайди, балки кучланишлар ички толалар бўйича «тўёки» қайта тақсимлана боради (XVII.5-шакл, в). Натижада чизмада кўрсатилганидек, вал бир вақтнинг ўзида эластик ва пластик деформацияларга қаршилиқ кўрсата бошлайди.

Урунма кучланиш эпюрасидан қуйидаги боғланишларни ёзиб оламиз:

$$\begin{aligned} \rho \leq \rho_{o.v} & \quad \text{бўлганда} & \quad \tau_{\rho} = \frac{\rho}{\rho_{o.v}} \cdot \tau_{o.v} \\ \rho \geq \rho_{o.v} & \quad \text{бўлганда} & \quad \tau_{\rho} = \tau_{o.v} \end{aligned}$$

Бу ерда  $\rho_{o.v}$  -эластик ядронинг радиуси.

Ички ва ташқи моментларнинг мувозанат шартидан ташқи момент  $T_e$  ни аниқлаймиз:

$$T_e = \int_A \tau_{\rho} \cdot \rho dA \quad (a)$$

Интеграллаш чегарасини иккига ажратамиз:

$$T_e = \int_0^{\rho_{o.v}} \frac{\rho^2}{\rho_{o.v}} \tau_{o.v} dA + \int_{\rho_{o.v}}^R \tau_{o.v} \rho dA$$

Кесим оғирлик марказидан  $\rho$  масофада жойлашган элементар юзачани  $dA = 2\pi \rho d\rho$  кўринишида ёзиб, интегрални ҳисоблаймиз:

$$T_e = \frac{2}{3} \pi R^3 \left[ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\rho_{o.v}}{r} \right)^3 \right] \tau_{o.v} \quad (XVII.9)$$

Кесимнинг эластик қисмидаги кучланиш ҳам оқувчанлик чегараси  $\tau_{o.v}$  га етганда, яъни  $\rho_{o.v} = 0$  бўлганда валнинг кучланганлик ҳолати чегаравий ҳолатга ўтиб, у юк кўтара олмай қолади. Бу ҳолатдаги чегаравий (семирувчи) ташқи момент



$$T_{\tau} = \frac{2}{3} \pi R^3 \tau_{\text{оч}} \quad (\text{XVII.10})$$

формуладан топилади.

Мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти  $n$  бўлганда бурсовчи моментнинг жоиз қиймати қуйидагига тенг бўлади:

$$T_{\text{adm}} = \frac{2\pi R^3}{3n} \tau_{\text{оч}} = \frac{\pi D^3 \tau_{\text{оч}}}{12n} = \frac{\pi D^3}{12n} \tau_{\text{adm}} \quad (6)$$

Валнинг мустаҳкамлигини таъминлай оладиган диаметрни аниқлаш учун  $T_e \leq T_{\text{adm}}$  курунишдаги мустаҳкамлик шартидан фойдаланамиз:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{12 \cdot T_e}{\pi \cdot \tau_{\text{adm}}}} \quad (\text{XVII.11})$$

Олинган натижаларни ўзаро таққослаб, мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бир хил бўлганда валнинг жоиз юклар асосида ҳисобланган диаметри жоиз кучланиш асосида ҳисобланган диаметрининг  $\sqrt[3]{\frac{12}{16}} \approx 0,91$  қисмини ташкил этишига ишонч ҳосил қиламиз.

### Назорат саволлари ва топшириқлар

1. Жоиз кучланишлар деганда нимани тушунасиз?
2. Материалларнинг пластиклик хусусиятларини айтинг.
3. Прандтля диаграммасининг моҳиятини тушунтиринг.
4. Статик аникмас стерженларни жоиз юклар асосида ҳисоблаш тартибини баён этинг.
5. Доиравий кесимли яхлит вални жоиз юклар асосида ҳисоблашнинг ўзига хос томони нимадан иборат?
6. Брусларни жоиз юклар асосида ҳисоблашнинг афзаллиги нимадан иборат?

## Асосий катталиклар

№	Номи	Белгилаштириш		Ўқини бирликлари (халқаро бирликлар тизимида)
		Латин алифбоси	Грек алифбоси	
<b>I. Асосий бирликлар</b>				
1	Уzunлик	$l, \ell$		м
2	Масса	$m$		кг
3	Вақт	$t$		с
<b>II. Хословий бирликлар</b>				
Юза ва ҳажм:				
1	Кўندалак кесим юза	$A$		$m^2$
	а) кесим юза эни	$b$		м
	б) кесим юза баландлиги	$h$		м
	в) диаметр (ички, ташқи)	$d, D$		м
2	Кўндалак кесим юза (туя)	$A_{\text{т}}$		$m^2$
3	Эвфлаштирилган кўндалак кесим юза	$A_{\text{п}}$		$m^2$
4	Эвдиш юзаси	$A_{\text{в}}$		$m^2$
5	Ҳажм	$V$		$m^3$
6	Солмиштирма оғирлик		$\gamma$	$kg/m^3$
<b>Механик параметрлар</b>				
1	Йул, масофа	$s$		м
2	Тезлик		$u$	м/с
3	Тезланиш		$w$	м/с <sup>2</sup>
4	Текис бурчак		$\phi$	рад
5	Бурчак тезлик		$\omega$	с <sup>-1</sup>
6	Бурчак тезланиш		$\epsilon$	с <sup>-2</sup>
7	Ҳаракат миқдори	$K$		кг м/с
8	Куч импульси	$S$		Н с
9	Ташқи кучларнинг бажарган иши	$W_e$		Ж
10	Ички кучларнинг бажарган иши	$W_i$		Ж
11	Тўлиқ энергия	$W_t$		Ж
12	Кинетик энергия	$E_k$		Ж
13	Потенциал энергия	$E_p$		Ж
14	Деформациянинг потенциал энергияси	$U$		Ж
15	Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси	$u$		Ж/м <sup>3</sup>
16	Қувват	$N$		Вт
17	Босим	$p$		Па
<b>Куч</b>				
1	Куч (ташқи куч ёки ташқи юк)	$F$		Н
2	Хусусий оғирлик кучи	$G_s$		Н
3	Критик куч	$F_{\text{к}}$		Н

4	Таянч реакция кучлари еки таянч реакциялари	$R, H, M$		$H, H, H_m$
5	Узушлик еки юза буйлаб таралган куч	$q$		$H/m$ еки $H/m^2$
6	Эгувчи момент еки жуфт куч	$M_c$		$H_m$
7	Буровчи момент еки жуфт куч	$T_c$		$H_m$
<b>Ички куч еки зўрақим</b>				
1	Кўндаланг (кесувчи еки қирқувчи) куч	$Q_x, Q_y$		$H$
2	Бўйлама куч	$N_x$		$H$
3	Эгувчи момент	$M_x, M_y$		$H_m$
4	Буровчи момент	$T$		$H_m$
5	Натисжавий эгувчи момент	$M_{int}$		$H_m$
<b>Текис кесимлариники гео метрик тасвирламалари:</b>				
1	Кесим юзанинг статик моментлари	$S_x, S_y$		$m^3$
2	Кесим юзанинг ўқли инерция моментлари	$J_x, J_y$		$m^4$
3	Кесим юзанинг қутб инерция моменти	$J_p$		$m^4$
4	Кесим юзанинг бош инерция моментлари	$J_{max}, J_{min}$		$m^4$
5	Кесим юзанинг марказдан қочма инерция моменти	$D_{xy}$		$m^4$
6	Кесим юзанинг қаршилиқ моментлари	$W_x, W_y$		$m^3$
7	Кесим юзанинг қутб қаршилиқ моменти	$W_p$		$m^3$
8	Кесим юзанинг инерция радиуслари	$i_x, i_y$		$m$
<b>Деформация ва кўчишлар</b>				
1	Мутлақ (абсолют) деформация		$\Delta l$	$m$
2	Бўйлама еки кўндаланг нисбий деформация		$\epsilon$ еки $\epsilon^1$	ўлчамсиз
3	Нисбий қолдиқ узайиш		$\delta$	ўлчамсиз
4	Нисбий кўндаланг қисқариш		$\nu_x$	ўлчамсиз
5	Ҳажимий деформация		$\epsilon_v$	ўлчамсиз
6	Кесимнинг буралиш бурчаги		$\varphi$	рад
7	Нисбий буралиш ва силжиш бурчаклари		$\theta$ ва $\gamma$	ўлчамсиз
8	Силқилик ва этилиш «стрелдаси»		$u$ ва $f$	$m$
9	$x, y, z$ ўқи йўналишидаги кўчишлар		$u, v, w$	$m$
<b>Кучланиш:</b>				
1	Нормал ва урунма кучланишлар	$\sigma$ ва $\tau$		$H/m^2$
2	Жон т нормал ва урунма кучланишлар	$\sigma_{adm}$ ва $\tau_{adm}$		$H/m^2$

3	Огма юзлардаги нормал ва убуниги кучланишлар		$\sigma_n$ ва $\tau_n$	$H/m^2$
4	Тенг кучли (эквивалент) кучланиш		$\sigma_{eq}$	$H/m^2$
5	Критик кучланиш		$\sigma_{cr}$	$H/m^2$
6	Статик ва динамик кучланишлар (нормал)		$\sigma_{st}$ ва $\sigma_d$	$H/m^2$
7	Хароат кучланиши		$\sigma_{th}$	$H/m^2$
8	Тўла кучланиш		$\sigma_{\Sigma}$	$H/m^2$
	<b>Материалларнинг асосий механик таърифлари ва:</b>			
1	Муносиблик чегараси		$\sigma_{el}$	$H/m^2$
2	Эластилик чегараси		$\sigma_e$	$H/m^2$
3	Оқичанлик чегараси		$\sigma_{0.2}$	$H/m^2$
4	Мустаҳкамлик чегараси (нақтли қиршиллик)		$\sigma_b$	$H/m^2$
5	Чўзилиш еки сиклинидаги мустаҳкамлик чегараси		$\sigma_{H1}$ ва $\sigma_{H2}$	$H/m^2$
	<b>Турли коэффициентлари ва кўрсаткичлари:</b>			
1	Ҳақиқий (ҳисоблаб топиладиган) эҳтиёт коэффициенти	$n$		ўлчамсиз
2	Жонз этилган (зарурий, талаб этиладиган) эҳтиёт коэффициенти	$n_{эоб}$		ўлчамсиз
3	Пуассон коэффициенти	$\mu$		ўлчамсиз
4	Материалларнинг чиққли кенгайиш коэффициенти		$\alpha$	1/град
5	Эластилик (силжишдаги) модули	$E (G)$		$H/m^2$
6	Стерженьнинг эгиувчанлиги		$\lambda$	ўлчамсиз
7	Бош ўқларнинг ҳолатини аниқлайдиган бурчак		$\alpha_0$	рад
8	Горизонтал, вертикал ва бўйлама (геометрик) ўқ		$x, y$ ва $z$	

## АДАБИЁТЛАР

1. М.Т.Ўрозбоев Материаллар қаршилиги асосий курси. – Т.: «Ўқитувчи», қайта ишланган, 2-нашри 1973 й. -510 б.
2. М.Т.Ўрозбоев Материаллар қаршилиги. Т.: «Ўқитувчи», II қисм, 1966 й. - 488 б.
3. С.А.Йўлдошбеков Материаллар қаршилиги –Т.: «Ўқитувчи» – 1995 й. – 256 б.
4. К.М.Мансуров Материаллар қаршилиги курси. – Т.: «Ўқитувчи», тузатилган, тўлдирилган 2-нашри. 1983 й. -504 б.
5. А.Н.Набиев, Ж.Ш.Шосалимов, А.Н.Хусаинов «Техник механика». – Т. «Шарқ» нашриёти, 2005 й. -256 б.
6. Н.Ж.Тўйчиев Материаллар қаршилиги. –Т.: 2003 й.
7. М.Эргашов Материаллар қаршилигидан ҳисоблаш-лойиҳалаш ишлари –Т.: «Молия», 2003 й – 244 б
8. А.В.Александров и др. Сопротивление материалов. –М.: Высшая школа, 2001 г. -560 с.
9. И.А.Биргер и др. Сопротивление материалов. – М.: «Наука», 1986 г. – 560 с.
10. И.А.Биргер и др. Сопротивление материалов – М.: изд МАИ 1994 г. – 576 с.
11. Н.М.Беляев «Сопротивление материалов». –М.: «Наука», 15-е издание, переработанная. 1976 г. – 607 с.
12. Г.С.Глушков и др. Курс сопротивления материалов. – М.: Высшая школа. – 1965 г. – 767 с.
13. А.В.Дарков и др. Сопротивление материалов –М.: Высшая школа, 4-е издание, переработанное. 1975 г. –654 с.
14. Ф.В.Долинский и др. Краткий курс сопротивления материалов. – М.: «Высшая школа». 1988 г. – 432 с.
15. Б.В.Заславский Краткий курс сопротивления материалов. – М.: «Машиностроение», 1986 г. -272 с.
16. А.А.Ильюшин Пластичность. Уруго-пластические деформации, часть первая. –М.: Гос. издат. технико-теоретической литературы. 1948 г – 376 с.
17. Г.М.Ицкович Сопротивление материалов. –М.: «Высшая школа», -7-е изд., испр. 1986 г. – 352 с.

- 18 Г С Писаренко и др. Сопротивление материалов — К.: «Высшая школа», 5-е изд., перераб. и доп. 1986 г. — 775 с.
19. Г С Писаренко и др. Справочник по сопротивлению материалов. — К.: «Наукова думка», 1975 г. — 704 с.
20. Под редакцией проф. А.В.Даркова Строительная механика. — М.: «Высшая школа», изд. седьмое, перераб. и доп. 1976 г. — 600 с.
21. Под редакцией проф. Н.А.Костенко Сопротивление материалов. — М.: «Высшая школа», 2000 г. - 430 с.
22. Ю.Н.Работнов Механика деформируемого твердого тела. — М.: «Наука», Гл. ред. физ.-мат. лит., 2-е изд., испр. 1988 г. — 712 с.
23. А.Ф.Смирнов Материаллар қаршилиги. Т.: «Ўқитувчи», қайта ишланган ва тўлдирилган 3-нашридан доцент Э.В.Эргашев таржимаси. 1988 й. - 464 б
24. П.А.Степин Сопротивление материалов М.: «Высшая школа», 8-е изд. —1988 г. — 366 с.
- 25 А Е Саргсян Сопротивление материалов, теория упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов. — М.: «Высшая школа», 2000 г. -286 с.
26. С.П.Тимошенко, Дж. Гере Механика материалов.— М.: Изд. «Мир», 1976 г. — 670 с.
- 27 Г К.Татур Общий курс сопротивление материалов — Минск: «Высшая школа», 1974 г. — 462 с
- 28 И.Г.Терегулов Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности. — М.: «Высшая школа». 1984 г. — 472 с.
29. В.И.Феодосьев Сопротивление материалов. М. «Наука», седьмое изд., перераб. 1974 г. — 560 с.
30. В И Феодосьев Сопротивление материалов. —М.: Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003 г. — 592 с.

## МУНДАРИЖА

Суз боши. ....	3
----------------	---

### I БОБ. УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

1.1-§. Материаллар қаршилиги фанининг моҳияти ва мавзуи.....	5
1.2-§. Ташқи кучлар ва деформациялар .....	11
1.3-§. Ҳисоблаш чизмаси. ....	14
1.4-§. Ички кучлар. ....	17
1.5-§. Кучланишлар. ....	21
1.6-§. Асосий чекланишлар. ....	22
1.7-§. Материаллар қаршилиги фанидаги масалалар ва уларни ечиш тартиблари.....	23

### II БОБ. ИЧКИ КУЧЛАРНИНГ ЭПЮРАЛАРИ

2.1-§. Эпюра қуриш қоидалари. ....	27
2.2-§. Бўйлама куч билан таралган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар. ....	28
2.3-§. Бўйлама кучларнинг эпюралари. ....	29
2.4-§. Буровчи момент билан таралган момент интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар. ....	32
2.5-§. Буровчи моментларнинг эпюралари. ....	33
2.6-§. Тўсинлар ва уларнинг таянчлари. ....	38
2.7-§. Тўсин таянчларининг асосий хиллари. ....	39
2.8-§. Таянч реакцияларини аниқлаш. ....	43
2.9-§. Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал ва интеграл муносабатлар. ....	49

### III БОБ. МАРКАЗИЙ ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШ

3.1-§. Асосий мулоҳазалар.....	67
3.2-§. Материалларнинг асосий механик хоссаларини тажрибалар ёрдамида аниқлаш. ....	73
3.3-§. Жоиз кучланишлар. ....	84

3.4-§	Чузилган ёки сиқилган стерженларнинг мустақкамлик шarti.	86
3.5-§.	Чўзилиш ёки сиқилишда деформациянинг потенциал энергияси.	87
3.6-§.	Деформация потенциал энергиясининг минималлиги ҳақидаги теорема.	89
3.7-§.	Кучишлар.	89
3.8-§.	Чузилган ёки сиқилган стерженларнинг хусусий оғирликларини эътиборга олиш.	92
3.9-§	Поғонали стерженлар.	97
3.10-§.	Чузилиш ва сиқилиш деформациясига оид статик аниқмас масалалар.	106

#### IV БОБ. КУЧЛАНИШЛАРНИНГ ТАҲДИЛИ

4.1-§	Нуқтадаги кучланишлар. Бош юзалар ва бош кучланишлар.	114
4.2-§.	Кучланиш ҳолатининг турлари.	115
4.3-§.	Қия кесимлардаги кучланишлар.	116
4.4-§.	Бош юзаларнинг ҳолати ва бош кучланишларни аниқлаш.	121
4.5-§.	Силжиш юзаларининг ҳолати ва экстремал урунма кучланишларни аниқлаш.	122
4.6-§.	Фазовий кучланиш ҳолати.	124
4.7-§.	Умумлашган Гук қонуни.	128
4.8-§.	Ҳажмий деформация.	130
4.9-§.	Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси.	131
4.10-§.	Мустақкамлик назариялари.	133

#### V БОБ. СИЛЖИШ

5.1-§	Соф силжиш.	143
5.2-§.	Силжишга ишловчи конструкция элементларининг ҳисоби.	147

#### VI БОБ. ТЕКИС ШАҚЛЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

6.1-§	Текис шаклларнинг геометрик тавсифлари.	155
6.2-§	Текис шаклларнинг уқса нисбатан статик моментлари	156
6.3-§.	Текис шаклларнинг инерция моментлари.	157
6.4-§.	Энг оддий текис шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш.	159



6.5-§.	Мураккаб текис шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш. ....	162
6.6-§.	Координата ўқлари параллел кўчганда инерция моментларининг ўзгариши. ....	164
6.7-§.	Ўқлар бурилганда инерция моментларининг ўзгариши.....	167
6.8-§.	Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари.....	169
6.9-§.	Текис шаклларнинг қаршилик моментлари ...	171

### **VII БОБ. БУРАЛИШ**

7.1-§.	Валнинг буралиши. ....	177
7.2-§.	Валнинг буралишдаги мустаҳкамлик шартли.	186
7.3-§.	Буралишда деформациянинг потенциал энергияси	190
7.4-§.	Буралишдаги статик аниқмас масалалар.....	193

### **VIII БОБ. ТЕКИС ЭГИЛИШ. ЭГИЛИШДАГИ КУЧЛАНИШЛАРНИ АНИҚЛАШ**

8.1-§.	Асосий тушунчалар.....	197
8.2-§.	Соф эгилиш. Нормал кучланишларни аниқлаш.....	199
8.3-§.	Кундаланг эгилишда урунма кучланишларни аниқлаш.....	206
8.4-§.	Юпқа деворли профилли тўсинлар учун урунма кучланишларнинг эпюраларини қуриш Эгилиш маркази.....	214
8.5-§.	Тўсинларнинг мустаҳкамлигини нормал кучланишлар буйича текшириш.....	220
8.6-§.	Тўсинларнинг мустаҳкамлигини урунма кучланишлар буйича текшириш.....	222
8.7-§.	Тўсинларнинг мустаҳкамлигини бош кучланишлар асосида текшириш.....	222
8.8-§.	Тўсин кесимларининг рационал шакллари. ....	226
8.9-§.	Тенг қаршилик кўрсатувчи тўсинлар.....	229
8.10-§.	Эгилишда деформациянинг потенциал энергияси..	231

### **IX БОБ. ТЎСИНЛАРНИНГ ЭГИЛИШДАГИ КУЧИШЛАРИНИ АНИҚЛАШ**

9.1-§.	Умумий мулоҳазалар. ....	238
9.2-§.	Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаси.....	240

9.3-§.	Эластик чизиқнинг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш. Чегаравий шартлар	242
9.4-§.	Бошланғич параметрлар усули.....	252
9.5-§.	Мор усули ёрдамида кўчишларни аниқлаш.....	259
9.6-§.	Мор интегралини Верещагин усулида ҳисоблаш.....	266
9.7-§	Статик аниқмас тўсинларни ҳисоблаш.....	274

### **X БОБ. МУРАККАБ ҚАРШИЛИК**

10.1-§.	Асосий тушунчалар.....	282
10.2-§.	Эгилиш ва чузилиш (сиқилиш). ....	284
10.3-§.	Сиджиш ва буралишнинг биргаликдаги таъсири..	295
10.4-§.	Буралиш ва эгилишнинг биргаликдаги таъсири.....	298

### **XI БОБ. СТАТИК АНИҚМАС РАМАЛАРНИ КУЧ УСУЛИДА ҲИСОБЛАШ**

11.1-§	Асосий тушунчалар. ....	306
11.2-§.	Куч усулининг каноник тенгламалари.....	310
11.3-§	Статик аниқмас рамаларни куч усулида ҳисоблаш режаси.....	314

### **XII БОБ. МОР ИНТЕГРАЛИНИ МАТРИЦА УСУЛИДА ҲИСОБЛАШ**

12.1-§.	Мор интегралини матрица усулида ҳисоблаш.	322
12.2-§.	Статик аниқмас тизимларни матрицалар ёрдамида куч усули билан ҳисоблаш.....	329

### **XIII БОБ. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ УСТУВОРЛИГИ (БҲҲЛАМА ЭГИЛИШ)**

13.1-§.	Асосий тушунчалар. ....	332
13.2-§.	Критик кучни топишнинг Эйлер формуласи.....	336
13.3-§.	Стержен учлари маҳкамланиш усуллариининг критик кучга таъсири. ....	339
13.4-§.	Критик қучланиш. Эйлер формуласининг тадбиқ этилиш чегараси. ....	341
13.5-§	Сиқилган стерженларни амалда ҳисоблаш усули	345

#### **XIV БОБ. ЗАРБАЛИ ВА ЎЗГАРУВЧАН ЮКЛАРДА МУСТАҲКАМЛИК**

14.1-§.	Зарбали ва ўзгарувчан юклар ҳақида умумий мулоҳазалар.....	355
14.2-§.	Зарбали юклар таъсиридан ҳосил бўладиган кучланишлар.....	356
14.3-§.	Ўзгарувчан кучланишлар. Металларнинг чарчаши ҳақида қисқача мулоҳазалар.....	364
14.4-§.	Симметрик цикл учун толиқиш эгрилиги.....	368
14.5-§.	Симметрик булмаган цикл учун чегаравий амплитудалар диаграммаси.....	371
14.6-§.	Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамликка ҳисоблаш.....	372

#### **XV БОБ. ЭГРИ БРУСЛАР ҲИСОБИ**

15.1-§.	Умумий мулоҳазалар.....	376
15.2-§.	Эгри брусларнинг соф эгилиши.....	378

#### **XVI БОБ. ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАР ВА ҚАЛИН ДЕВОРЛИ ҚУВУРЛАР ҲИСОБИ**

16.1-§.	Ички босим таъсиридаги юпқа деворли идишлар	386
16.2-§.	Қалин деворли қувурлар. Ламе масаласи.....	390
16.3-§.	Қалин деворли қўшма қувурлар ҳисоби.....	398

#### **XVII БОБ. БРУСЛАРНИ ЖОИЗ ЮКЛАР АСОСИДА ҲИСОБЛАШ**

17.1-§.	Материалларнинг пластиклик хусусиятларини эътиборга олиш Чүзилиш диаграммасини шартли тасвирлаш.....	401
17.2-§.	Стерженларни жоиз юклар асосида ҳисоблаш.....	403
17.3-§.	Валларни жоиз юклар асосида ҳисоблаш.....	407
	Илова.....	410
	Адабиётлар.....	413

**НАБИЕВ АБДУМУТАЛ НАБИЕВИЧ,  
ҲАСАНОВ САИДАМИН МАГРУПОВИЧ**

## **МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ**

**Тошкент — «Fan va texnologiya» нашриёти — 2005**

*Муҳаррир*

*М. Тожибоева*

*Техник муҳаррир*

*А. Мойдинов*

*Мусарриҳа*

*М Ҳайитова*

Босишга рухсат этилди 24.10 2005 й. Бичими 60x84 1/16  
«TimitsUZ» ҳарфида терилиб, офсет усулида босилди. Босма  
табоғи 26,25 Нашриёт ҳисоб табоғи 25,37. Адади 300  
Буюртма №140. Баҳоси шартнома асосида.

«Fan va texnologiya» нашриёти, 700000, Тошкент ш., Олмазор  
кўч., 171-уй Шартнома №7-05.

Fan va texnologiyalar markazining bosmaxonasida chop etildi.  
Тошкент ш Олмазор кўч., 171- уй.

