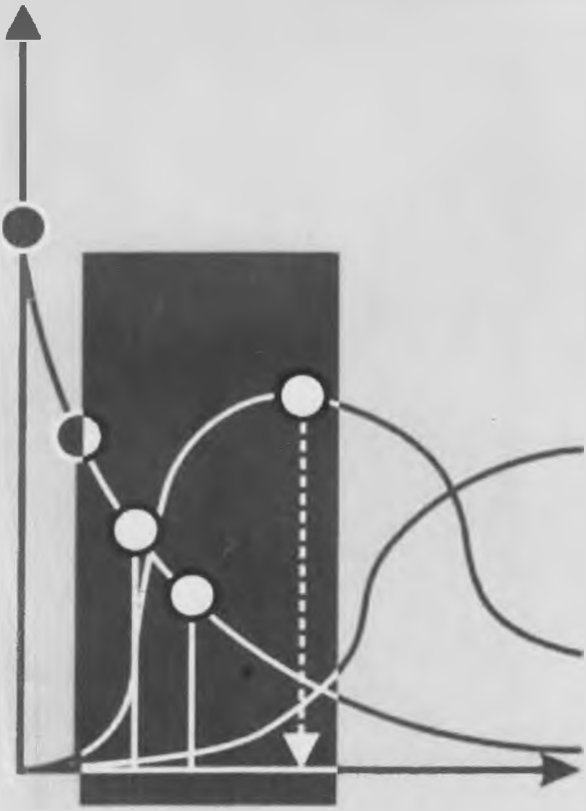
N.R. YUSUPBEKOV,
D.P. MUXITDINOV

TEXNOLOGIK JARAYONLARNI MODELLASHTIRISH VA OPTIMALLASHTIRISH ASOSLARI



TOSHKENT

KIRISH

Zamonaviy ishlab chiqarish bu – axborotlashtirilgan boshqarish tizimlari va kommunikatsiya, moliya - iqtisodiyot va marketing xizmatlari, ilmiy texnologik hamda loyihalash markazlarining kimyo-texnologik bosqichlar majmuidir. Raqamli texnika va ma'lumot qayta ishlash usullarining intensiv rivojlanishi natijasida kimyoviy, neft-kimyoviy hamda ularning ichki komplekslaridagi axborotlashtirilgan boshqarish tizimlari va axborot uzatish jarayoninng funksionallik ahamiyati tobora oshib bormoqda. Kimyo-texnologik jarayonlarning (KTJ) analizi va sintezi masalalarini yechishda, shuningdek, bu jarayonlardagi boshqarish tizimlarini qurish masalalarida matematik modellashtirish usullarini qo'llash maqsadga muvofiqdir.

Matematik modellashtirish optimal boshqarish parametrlarini aniqlashda samarali qurol hisoblanadi, ayniqsa, fizikaviy va kimyoviy jarayonlarning qonuniyatlari yetarlicha o'rganilgan holatlarida. Shundan kelib chiqqan holatda tashqi ta'sirlarning keng diapazonida obyektning matematik modelini hisobi orqali boshqarish parametrlarini aniqlash amalga oshiriladi. Matematik modellarni ishlab chiqish usullari orasida quyidagilarni ajratish mumkin:

– analitik – bu usul asosida substansiyani saqlashning fundamental qonunlari yotadi:

– eksperemental va eksperemental-analitik – bu usul asosida o'rganilayotgan obyektning kirish va chiqish holatlari haqidagi eksperemental ma'lumotlarni statistik qayta ishlash yotadi.

Matematik modellashtirish usullarining rivojlanishi apparatda yuz beradigan texnologik jarayonlarni tadqiq qilish metodologiyasini o'zgartirish imkonini yaratdi, bu esa butun ishlab chiqarish va apparatlarning ierarxik strukturalari, sathlari orqali hodisalarning sabab - oqibat aloqalarini ochishda o'z ifodasini topadi. Texnologik jarayon, unda yuz beruvchi fizik - kimyoviy hodisalarni baholashdan boshlab, alohida sathlar orasidagi o'zaro ta'sirlarni hisobga olib, integral baholashlargacha tahlil qilinadi. Bu tarzda olingan tavsif jarayonning eng umumiy belgilarini xarakterlab jarayonning matematik modeli sifatida ko'rilishi mumkin.

Texnologik qurilmalar quvvatlarining ahamiyatli darajada o'sishi tashqi va ichki energiya resurslaridan optimal foydalanish bilan bog'liq qator masalalarning yuzaga kelishini belgilaydi. Shuning uchun ham amaldagi jihozlarni takomillashtirish va yangilarini loyihalashda asosiy e'tibor texnologik va konstruktiv parametrlarni hisoblashning aniq usullarini ishlab chiqishga qaratiladi. Ko'rsatilgan masalani yechimi matematik modellashtirish usullarini takomillashtirish va ularni tadqiqot amaliyoti va loyihalash ishlariga tatbiq etish asosida yotadi.

Matematik modellashtirish usuli jarayon tadqiqotining asosiy qismini, qimmat turuvchi va ko'p hollarda amalga oshirish qiyin bo'lgan tajribalarsiz uning matematik modelida amalga oshirishga imkon beradi. Texnologik qurilmalar quvvatlarining ahamiyatli darajada o'sishi tashqi va ichki energiya resurslaridan optimal foydalanish bilan bog'liq qator masalalarning yuzaga kelishini belgilaydi. Shuning uchun ham amaldagi jihozlarni takomillashtirish va yangilarini loyihalashda asosiy e'tibor texnologik va konstruktiv parametrlarni hisoblashning aniq usullarini ishlab chiqishga qaratiladi.

Matematik tavsif tuzish ko'nikmalariga ega bo'lish va KTJlarning modellarini bilish texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish bo'yicha mutaxassis, muhandis hamda operatorlarga samarali va foydali bo'lishi mumkin.

Mualliflar.

I bob. HISOBLASH MASHINALARIDA TIZIMLARNI MODELLASH

1.1. Matematik modellashtirish

Kimyoviy texnologiyalarning jarayonlari – bu murakkab fizikaviy - kimyoviy tizimlar, ular ikki xil determinanli – stoxastik tabiatga hamda fa'zo va vaqtda o'zgaruvchi qiymatlarga egadir. Ularda qatnashuvchi moddaning oqimlari quyidagidek: ko'p fazali va ko'p komponentlidir. Fazaning har bir nuqtasida va fazalar chegarasida jarayon o'tish davrida impuls, energiya va massaning eltuvshi vazifasini bajaradi. Umuman butun jarayon konkret geometrik xarakteristikaga ega bo'lgan apparatda bo'lib o'tadi. O'z navbatida, bu xarakteristikalar jarayonning o'tish xarakteriga ta'sir etadi.

Kimyo-texnologik jarayonlarning muhim xossasi shundan iboratki, hodisalarni tashkil etuvchi majmui determinanli-stoxastik tabiatga egadir. Buning tabiati apparatdagi modda - issiqlik o'tkazish va kimyoviy o'zgarishlarga gidrodinamik muhitning stoxastik xossalarini qoplashida ayon bo'ladi. Bu fazalar komponentlarini tashkil etuvchilarining tasodifiy o'zaro ta'sirlashishi (zarrachalar to'qnashishi, ularni maydalanishi, koalessensiyasi, apparat hajmi bo'yicha tasodifiy tarqalishi bilan) yoki apparatdagi geometriya xarakterini chegaraviy shartlari (tartibsiz yotqizilgan nasadka elementlarining tasodifiy joylashishi, katalizatorning donalari, siljuvchi muhitlar fazalararo chegarasining ishlab chiqaruvchi orientatsiyasi va sh.o'.) bilan izohlanadi.

Shunga o'xshash turli tizimlar va komponentlarning tashkil etuvchilarini o'ta murakkab o'zaro ta'sirlashishi bilan xarakterlanadi, buning natijasida ularni klassik determinanlangan moddani olib o'tish va saqlash qonunlar pozitsiyasidan o'rganish imkoni yo'q.

Kimyoviy-texnologik jarayonlarni qanday o'rganish mumkin? Bu muammoni yechish kalitini matematik modellash usuli beradi. Bu usul tizimli tahlil strategiyasiga asoslanadi. Bu strategiyaning mohiyati – jarayonni murakkab o‘zaro ta’sirlanuvchi ierarxik tizim deb, uning strukturasini sifatli tahlillab, matematik ifodasini ishlab chiqish va noma’lum parametrlarini baholashdan iboratdir. Masalan, yaxlit suyuq muhitda zarralar, tomchilar yoki gaz pufakchalar ansamblini harakatlanish jarayonida paydo bo‘layotgan hodisalar qaralganda, samaralar ierarxiyasining beshta sathi ajratiladi: 1) atomar-molekular sathdagi hodisalar majmui; 2) molekulalar tashqi yoki globulyar strukturalar masshtabdagi samaralar; 3) fazalararo energiya va modda olib o‘tish hodisalari va kimyoviy reaksiyalarni inobatga oladigan, dispersli fazani birlik ulanish harakatiga bog‘liq bo‘lgan ko‘p fizikaviy-kimyoviy hodisalar to‘plami; 4) yaxlit fazada ko‘chib yuradigan aralashmalar ansambldagi fizik-kimyoviy jarayonlar; 5) apparat masshtabida makrogidrodinamik muhitni aniqlaydigan jarayonlar majmui. Bunday yondashuv butun jarayonning hodisalari va ular orasidagi bog‘lanishlar to‘plamini to‘la o‘rnatishga imkon beradi.

Matematik model orqali obyektning xossalarini o‘rganish matematik modellash deb tushuniladi. Jarayon o‘tishi optimal sharoitlarini aniqlash, matematik model asosida uni boshqarish va obyektga natijalarini olib o‘tish uning maqsadidir.

Matematik model tushunchasi matematik modellash usulining asosiy tushunchasidir. *Matematik model* deb matematik belgilash yordamida ifodalanuvchi, qandaydir hodisa yoki tashqi dunyo jarayonini taxminiy tavsifiga aytiladi.

Matematik modellash o‘ziga uchta o‘zaro bog‘langan bosqichlarni qamrab oladi:

1) o‘rganilayotgan obyektni matematik tavsifini tuzish;

2) matematik tavsifi tenglamalar tizimini yechish usulini tanlash va modellashtiruvchi dastur shaklida uni joriy qilish;

3) modelning obyektga monandligi (adekvatligi)ni aniqlash.

Matematik tavsifni tuzish bosqichida obyektda asosiy hodisa va elementlari avval ajratib olinadi va keyin ular orsidagi aloqalar aniqlanadi. Har bir ajratib olingan element va hodisa uchun uning funksiyalanishini aks ettiradigan tenglama (yoki tenglamalar tizimi) yoziladi. Bundan tashqari, matematik tavsifiga turli ajratib olingan hodisalar orasiga aloqa tenglamalari kiritiladi. Jarayon nisbatiga qarab matematik tavsif algebraik, differensial, integral va integro-differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifoda etilishi mumkin.

Yechim usulini tanlash va modellashtiradigan dasturni ishlab chiqish bosqichi mavjud usullar ichidan eng samarali (samarali deganda yechimning tezligi va aniqligi nazarda tutiladi) yechim usulini tanlash nazarda tutiladi va avval yechim algoritm shaklida, keyin esa - uni EHMda hisoblashga yaroqli dastur shaklida amalga oshiriladi.

Fizik tushunchalar asosida qurilgan model modellashtirilayotgan jarayon xossalarini to'g'ri sifatli va miqdorli tavsiflashi, ya'ni u modellashtirilayotgan jarayonga monand bo'lishi kerak. Real jarayonga matematik modelning monandligini tekshirish uchun jarayon o'tishida obyektdan olingan o'lchovlar natijasini o'xshash sharoitlardagi model bashorati natijalari bilan taqqoslash kerak.

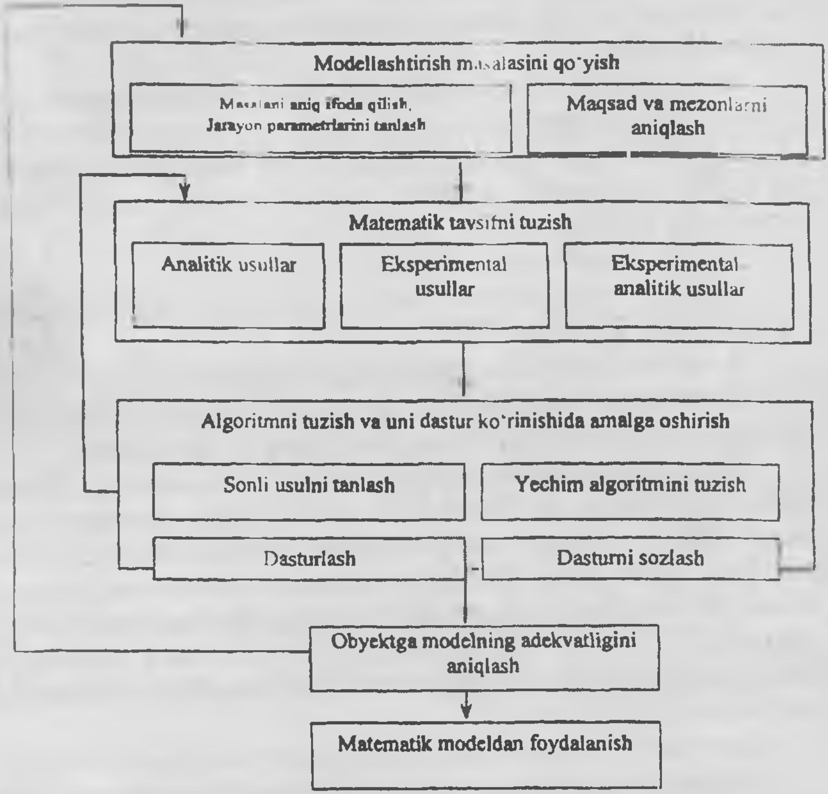
Modelning monandligini o'rnatish bosqichi uni ishlab chiqish bosqichlari ketma-ketligining yakuniysidir. 1.1-rasmda matematik modelni ishlab chiqishning umumiy sxemasi ko'rsatilgan.

Matematik modelni qurilishida real hodisa soddalashtiriladi, sxemalashtiriladi va olingan sxema hodisalar murakkabligiga bog'liq holda u yoki boshqa matematik apparat yordamida tavsiflanadi.

Tadqiqotning muvaffaqiyatliligi va olingan natijalarning ahamiyatliligi modelda o'rganilayotgan jarayonning xarakterli xislatlarini hisobga to'g'ri olishga bog'liq.

Jarayonga ta'sir qiluvchi barcha eng muhim omillar modelda hisobga olingan bo'lishi va shu bilan birga u ko'plab kichik ikkinchi darajali omillar bilan ketma-ket bo'lmasligi kerak, ularni hisobga olish faqat matematik tahlilni murakkablashtiradi va tadqiqotni o'ta tiqilinch yoki umuman amalga oshmaydigan qilib qo'yadi.

Jarayonlar uchun aniq matematik tavsifi bo'lgan matematik modellash usulini aniq matematik jarayonlar xususiyatlarini o'rganishda qo'llashadi. Matematik tavsifi mukammallik darajasiga bog'liqligiga qarab, ikkita chegaraviy hodisani ajratishimiz mumkin:



1.1-rasm. Matematik modelni ishlab chiqish bosqichlari.

a) modellashtirilayotgan jarayonning barcha asosiy tomonlarini tavsiflaydigan tenglamalar to'la tizimi va bu tenglamalarning barcha soniy qiymatlari ma'lum;

b) jarayonning to'la matematik tavsifi yo'q.

Bu ikkinchi hodisa obyekt haqida to'la bo'lmagan axborotning borligida jarayonlarni boshqarish ishi bo'lganda va g'alayonlar ta'sir etganda masalalarni yechish uchun tipikdir. Tadqiq qilinayotgan hodisalar haqida yetarli axborot yo'qligida ularni o'rganish eng oddiy modellar qurishdan, lekin tadqiq qilinayotgan jarayonning asosiy(sifatli) spetsifikasini buzmasdan boshlanadi.

Shunday qilib, model bilan o'tkazilgan tajribalar natijalari bo'yicha biz ish sharoitidagi originalning xulqini miqdoriy bashorat qilishimiz kerak.

Ishlab chiqarishdagi modellashtirish obyektlari deganda quyidagilarni tushunish kerak:

1. Texnologik tizimlar (TT) – bu texnologik jihozlarning bo'laklari, avtomatik liniyalar, moslashuvchan ishlab chiqarish tizimlar (MICHT).
2. Texnologik jarayonlar (TJ).
3. Texnologik uskunalar ishlayotganda yuz beradigan fizikaviy va kimyoviy jarayonlar (FKJ).

Modellashtirish jarayoniga ikkita asosiy talab qo'yiladi.

Birinchidan, modeldagi eksperiment originaldagi eksperimentga qaraganda soddaroq, tejamliroq, xavfsizroq bo'lishi kerak.

Ikkichidan, modelning sinovi asosida originalning parametrlarini hisoblashda qo'llaniladigan qoidasi bizga ma'lum bo'lishi kerak. Busiz eng yaxshi modellashtirish ham befoyda bo'lib qoladi.

Toza ko'rinishda (alohida) berilgan obyektlarning matematik modellari kam qo'llaniladi, ular quyidagidek kombinatsiyalangan. Masalan, TT matematik modellarida TJ matematik modellaridan foydalaniladi, ularda, o'z navbatida, FJ, KJ va FKJ matematik modellaridan foydalaniladi.

Zamonaviy model termini bir necha ma'nolarda qo'llaniladi.

O'rganilayotgan obyekt tadqiqotning turli bosqichlarida o'rnini bosuvchi qandaydir obyekt – bu modeldir.

Qo'yilgan maqsadga erishish uchun eng muhim xossalarini aks ettiruvchi original obyektning maqsadli ko'rinishi – bu modeldir.

Model – bu xayoliy tasavvurdagi yoki moddiy amalga oshirilgan tizim bo'lib, obyektni aks ettirishi yoki tadqiqot obyektini tiklashi hamda obyektni o'rganish va u haqida yangi axborot keltirish maqsadida uni o'rnini bosishi mumkin bo'lgan tizim.

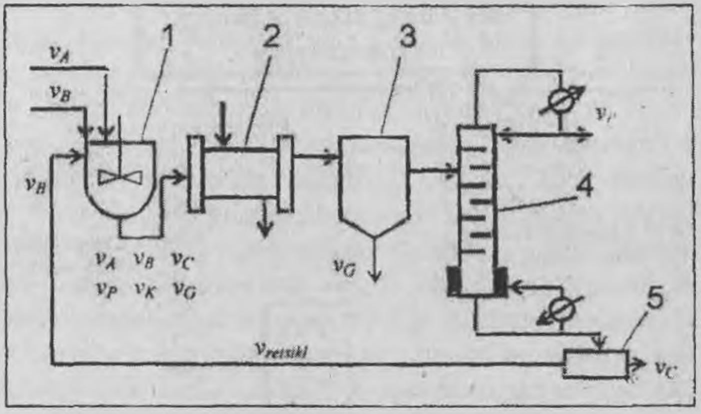
Shunday qilib, har bir modelni yaratish doim qandaydir maqsadni ko'zlaydi.

Matematik modellar quyidagilar uchun ishlab chiqiladi:

1. FJ, FKJ, TJ, TT larni tavsiflash.
2. FJ, FKJ, TJ, TT larni tadqiq qilish.

3. TJ, TT larni loyihalash.
4. TJ, TT larni loyihalashda optimallash.
5. Avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlarini qurish

Matematik modelning ko'rinishi, tarkibi va murakkabligi qaysi obyektni tavsiflaydi va qaysi maqsadlar uchun ishlab chiqilganiga bog'liqdir.



1.2-rasm. Mahsulotni olish jarayonining texnologik sxemasi(KTS).

Misol.

R mahsulotni olish reaksiyasi:

$$A+B \rightarrow P$$

Asosiy bosqichlari:

$$A+B \rightarrow C$$
$$B+C \rightarrow P^*+E$$
$$C+P \rightarrow G$$

Matematik modelni yaratish uchun TJ ning tizimiy tahlilini bajarish lozim.

KTT – jarayonning texnologik sxemasi chambarchas bog'langan, yagona ishlash maqsadiga ega va tizimiy tahlil prinsiplariga, xususan komplekslilik va ierarxik bo'ysunuvchanlikka bo'ysunadigan nimtizim (ayrim apparatlardagi jarayonlar) larning to'plami sifatida ko'riladi. Umumiy ko'rinishda kimyo-texnologik jarayon (KTJ) fizik-kimyoviy tizim – FKT sifatida shakllanadi.

FKT – fazoda taqsimlangan vaqtda o‘zgaruvchan, gomogenlikning har bir nuqtasida va fazalar bo‘linish chegarasida modda, energiya va impulsni ularning manbalari (oqib tushishlar) borligida olib o‘tish ro‘y beradigan yaxlit ko‘p fazali va ko‘p komponentli muhit hisoblanadi.

1.2. Modellashtirish tizimlari turlarining tasnifi

Modellashtirish asosida o‘xshashlik nazariyasi yotadi, u shuni tasdiqlaydiki, mutlaq o‘xshashlik bir obyektning boshqa xuddi shunday obyekt bilan almashtirish mavqeiga ega bo‘lishi mumkin. Modellashtirishda mutlaq o‘xshashlik o‘rinli emas va shuning uchun obyektni tadqiq qilinayotgan ishlash tarafini yetarli, yaxshi aks ettirishga intilish kerak. Shuning uchun modellashtirish turlarini tasniflash alomatlardan biri sifatida – modelning to‘lalik darajasini tanlash mumkin va modellarni shu alomatga muvofiq to‘liq, to‘liq bo‘lmagan va taxminiylarga bo‘lish mumkin. To‘liq modellashtirish asosida nafaqat vaqtda, balki fazoda ham namoyon bo‘ladigan to‘liq o‘xshashlik yotadi. To‘liq bo‘lmagan modellashtirish uchun o‘rganilayotgan obyektga modelning to‘liq bo‘lmagan o‘xshashligi xarakterlidir. Taxminiy modellash asosida taxminiy o‘xshashlik yotadi, bunda real obyektning ba'zi ishlash taraflari mutlaq modellashtirishmaydi.

S tizimlarini modellashtirish turlarining tasnifi 1.3-rasmda keltirilgan. *S* tizimda o'rganilayotgan jarayonlar xarakteriga muvofiq modellashtirishning barcha turlari determinalangan va stoxastik, statik va dinamik, diskret, uzluksiz va diskret – uzluksizlarga bo'linishi mumkin *Determinalangan modellashtirish* determinalangan jarayonni aks ettiradi, ya'ni har qanday tasodifiy ta'sirlarning yo'qligi inobatga oladigan jarayonlarni nazarda tutadi; *Stoxastik modellashtirish* ehtimollik jarayonlar va hodisalarni aks ettiradi. Bu holda tasodifiy jarayonning qator amalga oshirilishlari tahlillanadi va o'rta ta'riflar, ya'ni bir turdagi amalga oshirishlarning to'plami baholanadi. *Statik modellashtirish* qandaydir vaqt lahzasida obyekt xulqini tavsiflash uchun xizmat qiladi, *dinamik modellashtirish* esa vaqtda obyektning xulqini aks ettiradi. *Diskret modellashtirish* diskretliligi nazarda tutilgan jarayonlarni tavsiflash uchun xizmat qiladi va shunga muvofiq uzluksiz modellashtirish tizimlarda uzluksiz jarayonlarni aks ettirish uchun imkon beradi, *diskret - uzluksiz modellashtirishdan* esa diskret hamda uzluksiz jarayonlarni ajratib ko'rsatish zarur bo'lgan hollarda foydalaniladi.

Xayoliy modellashtirish.

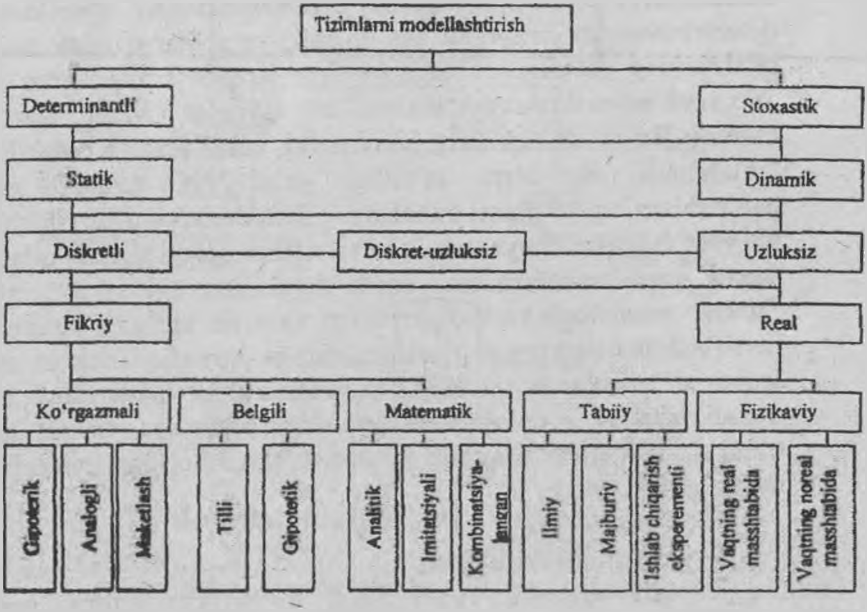
Xayoliy modellashtirish ba'zi hollarda vaqtning berilgan oralig'ida amalga oshirib bo'lmaydigan yoki ularni jismoniy shartlaridan tashqarida yotganligi uchun obyektlarni modellashtirishning yagona usuli hisoblanadi. Masalan, xayoliy modellashtirish asosida mikroolamdagi fizik tajriba o'tkazishga imkon bermaydigan ko'p vaziyatlarni tahlillash mumkin. Xayoliy modellashtirish ayoniy, belgili va matematik ko'rinishda amalga oshirilishi mumkin.

Obyektni (*S* tizimni) taqdim etish shakliga muvofiq xayoliy va real modellashtirishni ajratish mumkin.

Ayoniy modellashtirish.

Ayoniy modellashtirishda, obyektda o'tadigan hodisalar va jarayonlarni aks ettiruvchi real obyektlar haqida turli ayoniy modellar inson tushunchalari asosida yaratiladi. *Gipotetik modellashti-*

rısh asosida real obyektda jarayonlar o'tish qonuniyatları haqida tadqiqotchi qandaydir gipotezani asos qilib oladi. Bu gipoteza obyekt haqida tadqiqotchining bilim darajasini aks ettiradi va o'rganilayotgan obyektning kirish va chiqish orasidagi sabab - oqibat aloqalarga asoslanadi. Gipotetik modellashtirish formal modellarni qurish uchun obyekt haqidagi bilimlar yetishmayotganda ishlatiladi.



1.3-rasm. Tizimlarning modellashtirish turlarining tasnifi.

Analogli modellashtirish.

Analogli modellashtirish turli darajadagi anologiyalarni qo'llashga asoslanadi. Faqat oddiy obyektlar uchun o'rinli bo'lgan eng yuqori darajalilari to'liq analogiya hisoblanadi. Obyektni murakkablashishi bilan keyingi darajalardagi analogiyalardan foydalaniladi, bunda, analogli model obyektni ishlashining bir nechta yoki faqat bir tarafini aks ettiradi.

Xayoliy ayoniy modellashtirishda *maketlash* muhim o'ringa ega. Xayoliy maket real obyektda o'tadigan jarayonlar fizikaviy modellashtirish imkoni bo'lmagan yoki modellashtirishning boshqa turlarini o'tkazishdan oldin qo'llanilishi mumkin bo'lgan hollarda qo'llaniladi. Xayoliy maketlarni qurish asosida analogiyalar yotadi, biroq odatda obyektdagi hodisalar va jarayonlar orasidagi sabab - oqibat bog'lanishlarga asoslanadi. Agar ba'zi tushunchalar, ya'ni alomatlarni belgilashni hamda alomatlar orasida ma'lum amallarni kiritsak, unda *alomatli modellashtirishni* amalga oshirish mumkin va alomatlar yordamida tushunchalar to'plamini aks ettirish mumkin, ya'ni so'zlardan ayrim gaplar va zanjirlar tuzish mumkin. Ko'plik nazariyasining birlashtirish, kesishish va to'ldirish amallarini qo'llab, ayrim belgilar orqali real obyektlarga tavsiflar berish mumkin.

Tilli modellashtirish.

Tilli modellashtirish asosida qandaydir tezaurus (bir tilning mukammal lug'ati) yotadi. U kiruvchi tushunchalar to'plamidan tashkil topadi, uning ustiga bu to'plam fiksatsiyalangan bo'lishi kerak. Shuni qayd etish kerakki, tezaurus va oddiy lug'at orasida prinsipial farqlar bor. Tezaurus – lug'at, bir xil bo'lmaganlikdan tozalangan, ya'ni unda har bir so'zga yagona tushuncha muvofiq bo'lishi kerak, garchi oddiy lug'atda bir so'zga bir nechta tushunchalar muvofiq bo'lishi mumkin.

Belgili modellashtirish real obyektni o'rnini bosadigan va uning munosabatlarini asosiy xossalarini ma'lum alomatlar va belgilarning tizimi yordamida ifoda etadigan mantiqiy obyektni yaratishning sun'iy jarayonidir.

Ixtiyoriy S tizimlarning faoliyat ko'rsatish jarayoni xarakteristikasini tadqiq qilish uchun ushbu jarayonni formallashtirish kerak, ya'ni uning matematik modelini tuzish kerak.

Matematik modellashtirish.

Matematik modellashtirish deganda – berilgan real obyektning ba'zi bir matematik obyektga muvofiqligini belgilash jarayoni tushuniladi. Bu matematik obyekt matematik model deb ataladi va bu modelni tadqiq qilish o'rganilayotgan real obyekt xarakteristikalarini olish imkonini beradi. Matematik modelning turi nafaqat real obyekt tabiatiga bog'liq, balki obyektni tadqiq masalalariga va talab qilinadigan ishonchlilik hamda masalani yechish aniqligiga bog'liq. Har qanday matematik model, boshqalarga o'xshab, haqiqatga yaqinlashishning ba`zi darajasi bilan real obyektni tavsiflaydi. Sistemalar ishlash jarayoni xarakteristikalarini tadqiq qilish uchun matematik modellashtirishni analitik, imitatsion va kombinatsionlarga bo'lish mumkin.

Analitik modellashtirish uchun shu narsa xarakterliki, tizim elementlarini ishlash jarayonlari qandaydir funksional munosabatlar (algebraik, integro - differensial, chekli – ayirmali va sh.o'.) yoki mantiqiy shartlar ko'rinishida yoziladi.

Analitik modelni tadqiqot usullari.

Analitik model quyidagi usullar bilan tadqiq qilinishi mumkin:

a) analitik, bu usul izlanayotgan xarakteristikalar uchun umumiy ko'rinishda aniq bog'liqliklarni olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

b) sonli, bu usul umumiy ko'rinishda tenglamalarni yechishni bilmasdan, aniq boshlang'ich ma'lumotlarda sonli natijalarni olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

d) *sifatli, bu usul aniq ko'rinishda yechimni olmasdan,* yechimning ba'zi xossalarini topish mumkin (masalan, yechimning turg'unligini baholash) bo'lganda qo'llaniladi.

Agar *S* sistemaning izlanayotgan xarakteristikalari boshlang'ich sharoitlari, parametrlari va o'zgaruvchanlarini bog'layotgan aniq ifodalar ma'lum bo'lsa, tizimning ishlash jarayonini eng to'liq tadqiqotini o'tkazish mumkin. Lekin bunday bog'liqliklarni olish faqatgina oddiy tizimlar uchun muvaffaqiyatli bo'ladi. Tizimlar murakkablashganda ularni analitik usul bilan tadqiqlash katta qiyinchiliklarga olib keladi va ba'zida bu qiyinchiliklarni yengib bo'lmaydi. Shuning uchun, analitik usuldan foydalanishni istaganda tizimning loaqal umumiy xususiyatlarini o'rganish uchun birlamchi model ancha soddalashtiriladi.

Sonli usul analitik usulga nisbatan tizimlarning kengroq sinfini tadqiq qilishga imkon beradi, lekin bunda, olingan yechimlar xususiy xarakterga ega bo'lib, SHK (shaxsiy kompyuter) dan foydalanganda sonli usul g'oyat samaralidir. Ba'zi bir hollarda tizim tadqiqotchisini matematik modelning sifatli usuli tahlilidan foydalanib olingan xulosalar qanoatlantirishi mumkin. Bunday sifatli usullar, masalan, boshqarish tizimlarning turli variantlarini samarasini baholash uchun avtomatik boshqarish nazariyasida keng qo'llaniladi.

Hozirgi vaqtda katta tizimlarning ishlash jarayoni xarakteristikalarini tadqiq qilishda mashinali amalga oshirish usullari keng tarqalgan. EHM da matematik modelni amalga oshirish uchun unga muvofiq modellashtirish algoritmni qurish kerak.

Imitatsion modellashtirish.

Imitatsion modellashtirishda S tizimning vaqt bo‘yicha ishlash jarayonini amalga oshiruvchi modelning algoritmi qayta ishlab chiqiladi va shu bilan birga elementar hodisalar imitatsiyalanadi. Ularning vaqt bo‘yicha yuz berishi hamda mantiqiy strukturalarini saqlagan holda tizim xarakteristikalarini baholash imkonini beruvchi, vaqtning ma’lum momentlaridagi jarayonning holati haqidagi boshlang‘ich ma’lumotlarni olish imkonini beradi.

Tahliliy modellashtirishga nisbatan imitatsion modellashtirishning asosiy afzalligi murakkabroq masalalarni yechish imkoni hisoblanadi. Imitatsion modellar diskret va uzluksiz elemenlarning mavjudligi, tizim elementlarining egri chiziqli xarakteristikalari, ko‘plab tasodifiy ta’sirlar va boshqa tahliliy tadqiqotlarda qiyinchiliklarni tez-tez paydo qiladigan omillarni hisobga olish imkonini beradi. Hozirgi vaqtda imitatsion modellar – katta tizimlarni tadqiq qilishda eng samarali bo‘lib, ba’zida tizimning xulqi haqida, ayniqsa, uni loyihalash bosqichida axborot olishni yagona amaliy ommabop usuli hisoblanadi.

S tizimni ishlash jarayonini imtatsion modelda qayta ishlab chiqarish natijasida olingan natijalar, tasodifiy qiymatlar va funksiyalarning amalga oshirishlari bo‘lganda, jarayon xarakteristikalarini olish uchun uni ko‘p karra qayta ishlab chiqish talab qilinadi. Keyin axborot statistik qayta ishlanadi va imitatsion modelning mashinali amalga oshirish usuli sifatida statistik modellashtirish usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Avval statistik sinovlar usuli ishlab chiqiladi va u o‘zi tasodifiy qiymatlar va funksiyalarni modellash uchun qo‘llaniladigan sonli usulni ifodalaydi hamda ularning ehtimollik xarakteristikalari tahliliy masalalar yechimlari bilan mos tushadi (bunday protsedura Monte - Karlo usuli deb ataladi). Shundan keyin bu usuldan tasodifiy ta’sirlarga duchor bo‘lgan tizimlarning ishlash jarayonlari xarakteristikalarini tadqiq qilish maqsadida mashinali imitatsiya uchun foydalana boshlashdi, ya'ni statistik modellashtirish usuli paydo bo'ldi.

Shunday qilib, statistik modellashtirish usulini keyingi bosqichlarda imitatsion modelning mashinali amalga oshirish usuli deb, statistik sinovlar usuli (Monte - Karlo) ni esa tahliliy masalani yechishning sonli usuli deb ataymiz.

Imitatsion modellashtirish usuli tizim strukturasining variantlarini, tizimni boshqarish turli algoritmlar samarasini, tizimning turli parametrlarini o'zgarishining ta'sirini baholash masalalarini inobatga olib, S katta tizimlar tahlili masalalarini yechishga imkon beradi. Samaradorlikni baholashning ba'zi mezonlari bo'yicha optimal bo'lgan ma'lum chegaralanishlarda berilgan xarakteristikalari bilan tizimni yaratish talab qilinganda imitatsion modellashtirish katta tizimlarning strukturaviy, algoritmik va parametrik sintezi asosida qo'yilishi mumkin.

Imitatsion modellar asosida tizimlarning mashinali sintezi masalalarini yechishda, qayd qilingan tizimning tahlili uchun modellashtirish algoritmlarini ishlab chiqishdan tashqari, tizimning optimal variantini qidirish algoritmini ham ishlab chiqish kerak. Mashinali modellashtirish uslubiyatini asosiy mazmuni berilgan modellashtirish algoritmlari bilan tizimlarning tahlili va sintezi masalalariga mos keluvchi ikkita asosiy bo'limga ajratamiz: statika va dinamika.

Kombinatsiyalangan modellashtirish.

Kombinatsiyalangan modellashtirish (tahliliy-imitatsion) tizimlarning tahlili va sintezida tahliliy va imitatsion modellashtirishning fazilatlarini birlashtirishga imkon beradi. Kombinatsiyalangan modellarni qurishda obyektning ishlash jarayonini tashkil etuvchi nimjarayon uchun dastlabki dekompozitsiya o'tkaziladi va ular uchun imkon bo'lganda tahliliy modellar ishlatiladi, qolgan nimjarayonlar uchun esa imitatsion modellar quriladi. Bunday kombinatsiyalangan yondashuvda faqat tahliliy va imitatsion modellashtirishdan alohida foydalanish imkoni bo'lmaganda tizimlarning sifatli yangi sinflarini qamrab olishga imkon beradi.

Real modellashtirish.

Real modellashtirishda yoki real obyektda bevosita, yoki uning qismida turli xarakteristikalarni tadqiq qilish imkonidan foydalaniladi. Bunday tadqiqotlar nafaqat normal rejimlarda ishlayotgan obyektlarda o'tkazilishi mumkin, balki tadqiqotchini qiziqtirayotgan xarakteristikalarni baholash uchun maxsus rejimlarni tashkillashtirishda (o'zgaruvchilar va parametrlarning boshqa qiymatlarida, vaqtning boshqa masshtabida va h.k.) ham amalga oshirilishi mumkin. Real modellashtirish eng monand bo'lgan modellashtirish hisoblanadi, lekin real obyektlarning xossalarini hisobga olganda uning imkoniyatlari chegaralangan bo'lib qoladi. Masalan, korxonaning ABT (Avtomatik boshqarish tizimlari) ni real modellashtirish uchun, birinchidan, shunday ABTni yaratish, ikkinchidan esa, boshqariladigan obyektda tajribalar o'tkazish, ya'ni butun korxonada tajribalar o'tkazish talab qilinadi, lekin ko'p hollarda buning imkoni yo'q. Real modellashtirishning turli xilliligini ko'rib chiqamiz.

Modellashtirishda kibernetik modellashtirish o'ziga xos o'ringa ega. Kibernetik modellashtirishda modellarda kechayotgan fizik jarayonlarning obyektda bo'lib o'tayotgan jarayonlarga bevosita o'xshashligi bo'lmaydi. Bu holda qandaydir funksiyani aks ettirishga intilinadi va real obyekt «qora quti» sifatida qaraladi, unda qator kirishlar va chiqishlar bo'lib, ular orasidagi ba'zi bir aloqalar modellashtirishtiriladi. Kibernetik modellardan foydalanganda ko'pincha tashqi muhitning ta'sirlaridagi obyektning xulq taraflari tahlil qilinadi.

Shunday qilib, kibirnetik modellar asosida boshqarishning ba'zi bir axborot jarayonlarini aks ettirish yotadi, bu real obyektning xulqini baholashga imkon beradi. Bu holda imitatsion modelni qurish uchun real obyektning tadqiq qilinayotgan funksiyasini ajratish kerak, bu funksiyani kirishlar va chiqishlar orasidagi ayrim aloqa operatorlari ko'rinishida, mutlaq boshqa matematik bog'lanishlar bazasida hamda tabiiy, jarayonning boshqa holatlarda fizikaviy amalga oshiriladi.

1.3.Shaxsiy kompyuterlarda tizimlarni modellashtirish imkoniyatlari va samaradorligi

Tadqiq qilinayotgan va loyihalashtirilayotgan *S* tizimlarda stoxastik jarayonlar o'tishini o'rganish zarurati bilan bog'langan yirik tizimlarni ishlash sifatining talab qilinayotgan ko'rsatkichlarini ta'mirlash, bir-birini o'zaro to'ldiruvchi nazariy va eksperimental tadqiqotlarning majmuini o'tkazish imkonini beradi. Yirik tizimlarni eksperimental tadqiq qilish samaradorligi real tizim bilan tabiiy eksperimentlarni o'tkazish talab qilganligi sababli yoki katta moddiy sarflarni va ko'p vaqtni talab qilganligini, yoki umuman amaliy iloji bo'lmaganligi sababli (masalan, loyihalashtirish bosqichida real tizim mavjud bo'lmaganda) ancha past bo'ladi. Nazariy tadqiqotlar samaradorligi amaliy nuqtayi nazaridan ularning natijalari talab qilinayotgan aniqlik darajasi va tahliliy bog'lanishlarning ishonchliligi ma'lum analitik tenglamalar yoki tadqiq qilinayotgan tizimlarning ishlash jarayoniga mos keluvchi xarakteristikalarni olish uchun tegishli modellashtirishtiruvchi algoritmlar ko'rinishida taqdim etilgandagina ko'rinadi.

Zamonaviy kompyuterlarni paydo bo'lishi murakkab tizimlarini tadqiqot qilishga tahliliy usullarni keng joriy etishga hal qiluvchi zamin bo'ldi. Buning asosida modellar va usullar, masalan, matematik dasturlash, yirik tizimlarda boshqarish masalalarini yechish uchun amaliy vosita bo'lib qoldi. Haqiqatan, bu masalalarni yechish uchun yangi matematik usullarni yaratishda katta yutuqlarga erishilgan edi, lekin matematik dasturlash murakkab tizimlarning ishlash jarayonini tadqiq qilishning amaliy vositasi bo'lib qolmadi, chunki matematik dasturlash modellari ulardan samarali foydalanish uchun takomillashmagan bo'lib chiqdi. Tizimning stoxastik xossalarini hisobga olish zarurati, kirish axborotining aniqlovchi emasligi, o'zgaruvchanlar va parametrlarning katta soni orasida korrelatsion aloqalarning mavjudligi, tizimlarda jarayonlarni xarakterlovchi, murakkab matematik modellar qurishga olib keladi va tahliliy usul bilan shunday tizimlarni tadqiq qilishda muhandislik amaliyotida qo'llash imkonini bermaydi. Amaliy hisoblar uchun yaroqli tahliliy bog'liqliklarni faqat soddalashtiruvchi va shu bilan birga tadqiq qilinayotgan haqiqiy jarayonning tasvirini buzadigan taxminlar mavjudligida olish imkonini beradi. Shuning uchun oxirgi vaqtlarda tizimlarni loyihalashtirish bosqichida monandroq modellarni tadqiq qilishga imkon beruvchi usullarni ishlab chiqarish zarurati sezilmoqda. Ko'rsatilgan jihatlar shunga olib keladiki, yirik tizimlarni tadqiqot qilishda imitatsion modellashtirish usullari keng qo'llaniladi.

1.3.1. Tizimlarning ishlash jarayonini shakllantirish va algoritmlash

Hisoblash texnikasining rivojlanishi bilan yirik tizimlarini tadqiq qilishda mashinali modellashtirish usuli eng samarali usul bo'lib qoldi va usiz ko'pgina yirik xalq xo'jalik muammolarini yechish mumkin emas. Shuning uchun muhandis-sistematexniklarni tayyorlashda dolzarb masalalardan biri – matematik modellashtirish nazariyasi va usullarini o'zlashtirish hisoblanadi. Bular nafaqat o'rganilayotgan obyektlar modellarini qurish, ular dinamikaisni tahlil qilish va model bilan mashinali eksperimentni boshqarish imkonini beradi, balki o'rganilayotgan tizimlarga yaratilayotgan modellarning monandligi haqida ma'lum miqdorda, qo'llanish chegarasida fikr yuritish mumkinligi hamda zamonaviy hisoblash texnika vositalarida tizimlarning modellashtirishni to'g'ri tashkil qilish imkonini beradi.

Mashinali modellashtirishning matematik, algoritmik, dasturiy va amaliy jihatlarini ko'rishdan avval, hisoblash texnikasi vositalarida amalga oshirilayotgan obyektlar matematik modellarining keng sinfi uchun umumiy metodologik jihatlarini o'rganish kerak. Hisoblash texnikasi vositalaridan foydalanib modellashtirish real obyektda katta yoki kichik tezlik bilan o'tayotgan hodisalar mexanizmini tabiiy tajribalarda qisqa vaqt davomida bo'lib o'tadigan yoki o'tishi uchun uzoq vaqt kerak bo'ladigan o'zgarishlarning ishonchli natijalarini olish imkonini beradi. Mashinali model kerak bo'lganda haqiqiy vaqtni shartli «cho'zish» yoki «siqish» imkonini beradi, chunki mashinali modellashtirish reallikdan farqlanadigan tizimli vaqt tushunchasi bilan bog'liq. Undan tashqari, dialogli tizimda mashinali modellashtirish ABT personalini obyektni boshqarishda, masalan, boshqarish jarayonini amalga oshirish uchun kerakli amaliy malakani ishlab chiqish zarur bo'lgan ishbilarmon o'yinlarni tashkil etishda yechimlar qabul qilishga o'rgatadi.

Tizimning mashinali modellashtirish mohiyati o'zida ayrim dasturiy majmuani ifoda etadigan model bilan hisoblash mashinasida tajribani o'tkazishdan iborat bo'lib, uning ishlash jarayonini *S* tizim elementlarining shaklan va (yoki) algoritmik tavsiflaydi, ya'ni ular bir-biri bilan va tashqi muhit E bilan o'zaro ta'sirlashadi. Mashinali modellashtirish tizimning ishlash sifatini baholash mezonini aniq ifoda etish va uning maqsadi to'la shakllanishi qiyin bo'lgan hollarda muvaffaqiyatli qo'llaniladi, chunki u EHM ning dasturiy – texnik imkoniyatlarining insonning noformal kategoriyalar bilan fikr yuritishini birga olib borish imkonini yaratadi. Kelajakda turli pog'onadagi ABTlarni yaratishda tadqiqotning eng samarali vosita sifatida shaxsiy va malakaviy EHM yordamida tizimlarni modellashtirishga asosiy diqqat-e'tibor qaratiladi.

S tizim ishlash jarayonining M modeliga qo'yiladigan asosiy talablarni ifodalaymiz:

1. Modelni to'liqligi foydalanuvchiga tizimning talab qilinadigan aniqlik va ishonchlilik bilan xarakteristikalar baholarining zarur to'plamini olish imkonini berishi kerak.

2. Struktura, algoritm va tizimning parametrlari variatsiyalaganda turli vaziyatlar tiklanish imkonini modelning moslanuvchanligi ta'minlashi kerak.

3. Mavjud resurslarga cheklanishlarni hisobga olganda yirik tizim modelini ishlab chiqish davomiyligi va amalga oshirilishi imkon boricha minimal bo'lishi kerak.

4. Modelning strukturasi blokli bo'lish kerak, ya'ni butun modelni qayta ishlamasdan almashtirish, qo'shish va chiqarib tashlash imkoniga ega bo'lishi kerak.

5. Axborot ta'minoti ma'lum sinfdagi tizimlarning ma'lumotlar bazasi bilan modelning samarali ishlash imkoniga yo'l berishi kerak.

6. Dasturiy va texnik vositalar modelning samarali (tez ishlash va xotira bo'yicha) mashinali amalga oshishi va foydalanuvchining u bilan qulay muloqotini ta'minlashi kerak.

7. Chegaralangan hisoblash resurslari mavjudligida tizim modeli bilan tahliliy-imitatsion yondashuvdan foydalanib maqsadga

yo'naltirilgan (rejalashtirilgan) mashinali tajribalarni o'tkazishni amalga oshirish kerak.

Ushbu talablarni hisobga olib, *S* tizimlarni hamda ularning nimtizimlari va elemenlarni EHMda modellashtirishda haqqoniy bo'lgan asosiy qoidalarni ko'rib chiqamiz. *S* tizim mashinali modellashtirilganda uning ishlash jarayonining xarakteristikalari M model asosida aniqlanadi. M model modellashtirish obyekti haqida mavjud kirish axborotdan kelib chiqib quriladi. Obyekt haqidagi yangi axborot olinganda, yangi axborotni hisobga olish bilan uning modeli qayta ko'rib chiqiladi va aniqlanadi, ya'ni modellashtirish jarayoni modelning ishlab chiqish hamda mashinali amalga oshirishni o'z ichiga olgan holda, iteratsiyalidir. Bu iteratsiyali jarayon *S* tizimning qo'yilgan tadqiq qilish va loyihalashtirish masalani yechish doirasida monand deb hisoblash mumkin bo'lgan M model olinguncha davom etadi.

EHM yordamida tizimlarni modellashtirishni quyidagi hollarda qo'llash mumkin:

a) tashqi muhitning va modellashtirish obyektining parametrlar, algoritmlar hamda strukturalarning o'zgarishiga bo'lgan sezgirligini aniqlash maqsadida loyihalanishidan oldin *S* tizimlarni tadqiq qilish uchun;

b) tizimning turli variantlarining sintezi va tahlili uchun S tizimini loyihalash bosqichida;

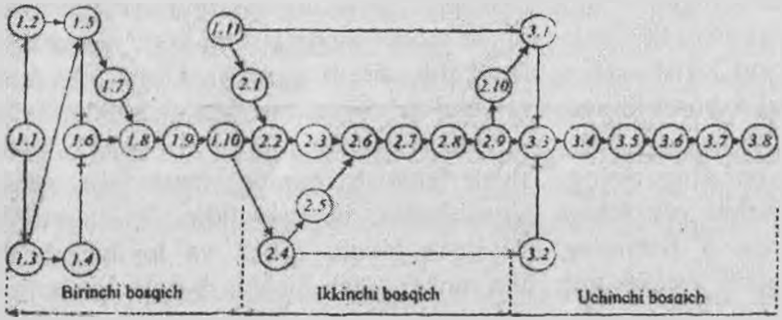
d) tizimni loyihalash va joriy qilish tugagandan keyin, ya'ni uning ishlashida, real tizimni tabiiy sinovlar (ishlashi) natijalarini to'ldiruvchi axborotni va vaqt davomida tizimning rivojlanish bashoratlarini olish uchun.

Mashinali modellashtirish hamma qayd etilgan holatlarga qo'llanilayotgan umumiy qoidalar mavjud. Hatto modellashtirishning aniq usullari bir-biridan farq qilganda ham modellarning turli modifikatsiyalari mavjuddir, masalan, mashinali modellashtirish metodologiya asosida qo'yilishi mumkin bo'lgan aniq dasturiy-texnik vositalardan foydalanib modellashtirish algoritmlarni mashinali amalga oshirish sohasida, tizimlarni modellashtirish amaliyotida umumiy tamoyillarni ifodalash mumkin.

S tizimni modellashtirish asosiy bosqichlarini ko'rib chiqamiz, ular qatoriga quyidagilar kiradi:

– tizimning konseptual modelini qurish va uni formallash;
– tizim modelini algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish;
– tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish.

1.4-rasmda ko'rsatilgan tizimlarni modellashtirishning qayd qilingan bosqichlarini o'zaro bog'liqligi va ular tarkibi (nimbosqichlar) tarmoqli grafik ko'rinishida keltirilgan.



1.4-rasm. Tizimlarni modellashtirish bosqichlarining o'zaro bog'liqligi.

Bu nimbosqichlarni sanab o'tamiz: 1.1 - tizimning mashinali modellashtirish masalasini qo'yilishi; 1.2 - tizimning mashinali modellashtirish masalasini tahlili;

1.3 - modellashtirish obyekti haqida kirish axborotlariga talablarni aniqlash va uni yig'ishni tashkillashtirish; 1.4 - gipotezalarni qo'yish va farazlarni qabul qilish; 1.5 - model parametrlari va o'zgaruvchilarini aniqlash; 1.6 - modelning asosiy mazmunini aniqlash; 1.7 - tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash;

1.8 - approksimatsiya protseduralarini aniqlash; 1.9 - tizimning konseptual modelini tavsifi; 1.10 - konseptual model ishonchliligini tekshirish; 1.11 - birinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish; 2.1 - modelning mantiqiy sxemasini qurish;

2.2 - matematik bog'liqliklarni olish; 2.3 - tizim modelining ishonchliligini tekshirish; 2.4 - modellashtirish uchun hisoblash vositalarini tanlash; 2.5 - dasturlash bo'yicha ishlarni bajarish rejasini tuzish; 2.6 - dasturning sxemasini qurish; 2.7 - dastur sxemasining ishonchliligini tekshirish; 2.8 - model dasturlashni o'tkazish; 2.9 - dasturning ishonchliligini tekshirish; 2.10 - ikkinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish; 3.1 - tizim modeli bilan mashinali eksperimentni rejalashtirish; 3.2 - hisoblash vositlariga talablarni aniqlash; 3.3 - ishchi hisoblarni o'tkazish; 3.4 - tizimning modellashtirish natijalarining tahlili; 3.5 - modellashtirish natijalarini namoyish qilish; 3.6 - modellashtirish natijalarini talqin qilish; 3.7 - modellashtirish yakunlarini chiqarish va tavsiyalarni berish; 3.8 - uchinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish.

Shunday qilib, S tizimning modellashtirish jarayoni, uch bosqich ko'rinishida guruhlangan, qayd etilgan nimbosqichlarni bajarishga olib keladi. M_K konseptual modelini qurish bosqichida va uni shakllanishida modellashtirishtirilayotgan obyektni uni ishlash jarayonining asosiy tuziluvchilarini ajratish nuqtayi nazaridan tadqiq qilinadi, modellashtirishning ikkinchi bosqichida modelni ketma-ket algoritmlash va dasturlash yo'li bilan M_M mashinali modelga o'zgartirilishi zarur bo'lgan aproksimatsiyalar aniqlanadi va S tizim modelining umumlashgan sxemasi paydo bo'ladi. Tizimni modellashtirishning oxirgi uchinchi bosqichi, tanlangan dasturiy-texnik vositalardan foydalangan holda olingan rejaga muvofiq EHM da ishchi hisoblarni o'tkazish, E tashqi muhit ta'sirini hisobga olib S tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilishga olib keladi. Ravshanki, yangi axborotni olishda, modelni qurishda va uni mashinali amalga oshirishda ilgari qabul qilingan yechimlar qayta ko'rilishi mumkin, ya'ni modellashtirish jarayoni iteratsiyalidir. Har bir bosqichning mazmunini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

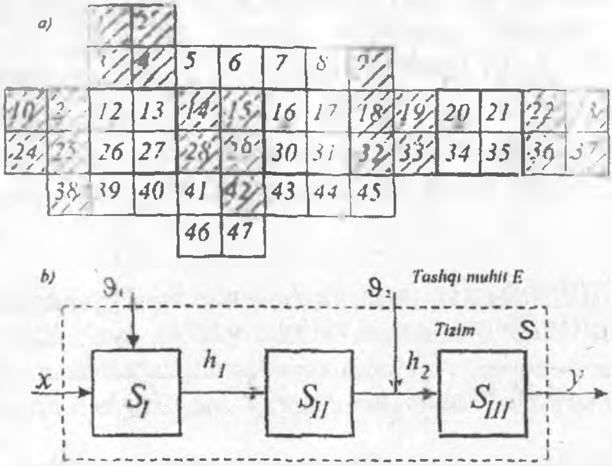
1.3.2. Tizimning konseptual modelini qurish va uni shakllantirish

Mashinali modellashtirishning birinchi bosqichida - S tizimning M_K konseptual modelini qurish va uni shakllantirishda - model shakllantiriladi va uning shakllangan sxemasi quriladi, ya'ni bu bosqichning asosiy vazifasi obyektning ma'noli tavsifidan uning matematik modeliga, boshqacha so'z bilan aytganda, shakllantirish jarayoniga o'tishdir.

Hozirgi vaqtda EHM da tizimlarni modellashtirish — yirik tizimlar tavsiflarini baholashning eng universal va samarali usulidir. Bu ishda eng ko'p mas'uliyatli va eng kam shakllangan lahzalari S tizim va E tashqi muhit orasidagi chegarani o'tkazishdir, tizim tavsifini soddalashtirish va avval konseptual, keyin esa tizimning shaklli modelini qurishdir. Model monand bo'lishi shart, bo'lmasa modellashtirishning ijobiy natijalarini olib bo'lmaydi, ya'ni tizimning ishlash jarayonini monand bo'lmagan modelda tadqiq qilish umuman ma'noni yo'qotadi. Adekvat model deb S tizimni modelini ishlab chiquvchini tushunchasining darajasida ma'lum yaqinlik bilan E tashqi muhitda uning ishlashini aks ettiruvchi modelga aytiladi. Blokli tamoyil bo'yicha tizimni ishlash modelini qurish eng oqilonadir. Bunday model bloklarining uchta avtonom guruhini ajratish mumkin. Birinchi guruh bloklari o'zidan S tizimga E tashqi muhitni ta'sir qilish imitatoridir; ikkinchi guruh bloklari tekshirilayotgan S tizimning aslida ishlash jarayonining modelidir; uchinchi guruh bloklari yordamchilar va ikkita birinchi guruh bloklarining mashinali amalga oshirish uchun hamda modellashtirish natijarlarini qayd qilish va qayta ishlash uchun xizmat qiladi. Ayrim gipotezali tizimni shu jarayon modeliga ishlash jarayonining tavsifidan o'tish mexanizmini ko'rib chiqamiz. S tizimning ishlash jarayoni xossalarini tavsiflash haqida, ya'ni 1.5 a-rasmda ko'rsatilganday kvadratlar bilan shartli tasvirlangan uning M_K konseptual modeli haqida ayrim elementlar majmui sifatida, ko'rgazma uchun tushunchani kiritamiz.

S tizimni, E tashqi muhitni ta'siri va h.k. tadqiq qilinayotgan ishlash jarayonining bu kvadratlari o'zida ayrim nimjarayonlarni namoyon etadi. Bu talqindagi tizimning tavsifidan uning modeliga o'tish tavsifning ayrim ikkinchi darajali elementlarini (elementlar 5-8, 39-41, 43-47) chiqarib tashlashga olib keladi. Bu elementlar model yordamida tadqiq qilinayotgan jarayonlarning ketishiga katta ta'sir qilmaydi deb taxmin qilinadi.

Elementlarning bir qismi (14, 15, 28, 29, 42) passiv aloqalar h_1 bilan almashtiriladi, ular tizimning (1.5 b-rasm) ichki xossalarini aks ettiradi. 1-4, 10, 11, 24, 25 elementlarning ayrim qismi x kiruvchi omillar va v_1 tashqi muhit ta'sirlari bilan almashtiriladi. Kombinatsiyalangan almashtirishlar ham bo'lishi mumkin: 9, 18, 19, 32, 11 elementlar h_2 passiv aloqa va E tashqi muhitning ta'siri bilan almashtirilgan. 22, 23, 36, 37 elementlari *u* tashqi muhitga tizimning ta'sirini aks ettiradi.



1.5-rasm. Tizimning modeli: a) konseptual; b) blokli.

S tizimning qolgan elementlari, tadqiq qilinayotgan tizimning ishlash jarayonini aks ettiruvchi S_I, S_{II}, S_{III} bloklarga guruhlanadi. Bloklarning har biri yetarli darajada avtonomdir, bu ular orasidagi eng kichik aloqalar sonida ifoda etiladi. Bu bloklar xulqi yaxshi o'rganilishi va ularning har biri uchun matematik model qurilishi kerak. Matematik model o'z navbatida qator nimbloklarga ega bo'lishi mumkin. Tadqiq qilinayotgan *S* tizimning ishlash jarayonining qurilgan blokli modeli olingan modelning mashinali amalga oshirishda o'tkazilishi mumkin, bu jarayon tavsifning tahlili uchun belgilangan. Modellashtirilayotgan *S* tizimning tavsifidan blok usuli bo'yicha qurilgan uning modeli M_K ga o'tgandan keyin, turli bloklarda o'tayotgan jarayonlarning matematik modellarini qurish kerak. Tizim *S* ishlash jarayonining tavsiflarini aniqlaydigan tizim strukturasi, algoritmlar xulqi, tizimning parametrlari, tashqi muhitning *E* ta'sirlari, boshlang'ich shartlar va vaqtga bog'liqlikdagi matematik model o'zida bog'lanishlar majmuini ifoda etadi (masalan, tenglamalar, mantiqiy shartlar, operatorlar). Matematik model tadqiq qilinayotgan tizimning ishlash jarayonini, ya'ni jarayonning shaklan (matematik) tavsifini o'tkazilayotgan tadqiqot doirasidagi zaruriy haqiqatga yaqinlashish darajasi bilan formallashi natijasi hisoblanadi.

Shakllantirish imkonini namoyish etish uchun ayrim gipotetik S tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Bu tizimni $y_1(t)$, $y_2(t)$,..., $y_{nH}(t)$ tavsiflar bilan, h_1, h_2,..., h_{nH} parametrlari bilan, x_1, x_2,..., x_{nX} kirish ta'sirlari va v_1, v_2,..., v_{nV} tashqi muhit ta'siri mavjudligida m nimtizimlarga ajratish mumkin. Unda jarayonning matematik modeli bo'lib quyidagi bog'lanish tizimi xizmat qilish mumkin:

$$
\begin{aligned}
&y_1(t)=f_1(x_1,x_2,\dots,x_{nX};\ v_1,v_2,\dots,v_{nV};\ h_1,h_2,\dots,h_{nH};\ t);\\
&y_2(t)=f_2(x_1,x_2,\dots,x_{nX};\ v_1,v_2,\dots,v_{nV};\ h_1,h_2,\dots,h_{nH};\ t);\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&y_{nY}(t)=f_m(x_1,x_2,\dots,x_{nX};\ v_1,v_2,\dots,v_{nV};\ h_1,h_2,\dots,h_{nH};\ t).
\end{aligned}
$$

Agarda f_1, f_2,..., f_i funksiyalar ma'lum bo'lganda, unda bog'lanishlar S tizimni ishlash jarayonining ideal matematik modeli bo'lib chiqardi. Lekin amalda yirik tizimlar uchun oddiy ko'rinishdagi modelni olish ko'pincha mumkin emas, shuning uchun odatda S tizimning ishlash jarayoni qator elementar nimjarayonlarga ajratiladi. Bunda nimjarayonlarga ajratishlarni shunday o'tkazish kerakki, shakllanishda qiyinchiliklar tug'dirish kerak emas va ayrim nimjarayonlar modellarini qurish oddiy bo'lishi kerak. Shunday qilib, bu bosqichda nimjarayonlarning shakllanish mohiyati namunaviy matematik sxemalarni tanlashdan iborat bo'ladi. Masalan, stoxastik jarayonlar uchun nimjarayonlarni tarkiblovchi, yechilayotgan amaliy masalalar nuqtayi nazaridan, real hodisalarning asosiy xususiyatlarini yetarli aniq tavsiflaydigan ehtimollik avtomatlar (R-sxemalar) sxemalari, ommaviy xizmat qilish (Q-sxemalar) sxemalari va sh.k. lar bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, har qanday S tizimning ishlash jarayonini shakllanishidan oldin uni tarkiblovchi hodisalarni o'rganish kerak. Natijada o'zida o'rganilayotgan jarayon uchun xarakterli qonuniyatlarni birinchi harakatda aniq ifoda etishni namoyon etuvchi va amaliy masalani qo'yishdan iborat bo'lgan jarayonning mazmunli tavsifi paydo bo'ladi. Mazmunli tavsif keyingi shakllanish bosqichlariga boshlang'ich material bo'lib hisoblanadi tizimning ishlash jarayonini shakllangan sxemasiga va bu jarayonning matematik modelini qurishga. EHM da tizimning ishlash jarayonini modellashtirish uchun jarayonning matematik modelini muvofiq modellovchi algoritm va mashinali dasturga o'zgartirish kerak.

M_K tizimni va uni formallashni (1.4-rasmga qarang) konseptual modelini qurishning asosiy nimbosqichlarini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

1. Tizimning mashiali modellashtirish masalasini qo'yilishi. S aniq tizimning tadqiq qilish masalasini aniq ifoda etish berilmoqda va shunday masalalarga asosiy e'tibor qaratiladi:

a) masala mavjudligini va mashinali modellashtirish zarurligini tan olish;

b) mavjud resurslarni hisobga olib masalani yechish uslubini tanlash;

d) masalaning masshtabi va uni nimmasalalarga ajratish imkoniyatini aniqlash.

Turli nimmasalalarni yechish ustuvorligi haqidagi savolga ham javob berish kerak, imkoni bor matematik usullar samaradorligi va ularni yechishning dasturiy-texnik vositlarini baholash. Bu masalalarni puxta ishlab chiqish tadqiqot masalasini ifoda etish va uni amalga oshirishga kirishish imkonini beradi. Bunda modellashtirish jarayonida masalani birlamchi qo'yilishi qayta ko'rib chiqilishi mumkin.

2. Tizimni modellashtirish masalasinining tahlili. Masala tahlilini o'tkazish modellashtirish usuli bilan uni yechishda kelib chiqadigan qiyinchiliklarni yengishga yordam beradi. Ko'rilayotgan ikkinchi bosqichda asosiy ish tahlilni aynan o'tkazishga qaratiladi va quyidagilarni inobatga oladi:

a) *S* tizimning ishlash jarayoni samaradorligini baholash mezonlarini tanlash; b) *M* modelning endogen va ekzogen o'zgaruvchilarini aniqlash; d) imkoni bor identifikatsiya usullarini tanlash; e) tizimning modelini algoritmlashning ikkinchi bosqichi mazmunini dastlabki tahlilini va uning mashinali amalga oshirishni bajarish;

f) tizimning modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish, uchinchi bosqich mazmunini dastlabki tahlilini bajarish.

3. Modellashtirish obyekti haqida kirish axborotiga talablarni aniqlash va uni yig'ishni tashkillashtirish. *S* tizimni modellashtirish masalasi qo'yilgandan keyin axborotga talablar aniqlanadi. Axborotdan bu masalani yechish uchun zarur sifatli va miqdorli kirish ma'lumotlari olinadi. Bu ma'lumotlar masalani, uni yechish usullarining mazmunini chuqurroq tushunishga yordam beradi. Shunday qilib, bu nimbosqichda quyidagilar: a) *S* tizimi va *E* tashqi muhit haqida zarur ma'lumotni tanlash; b) aprior ma'lumotlarni tayyorlash; d) mavjud eksperimental ma'lumotlarning tahlili; e) tizim haqida axborotni dastlabki qayta ishlash usullari va vositalarni tanlash yordamida olib boriladi.

Bunda shuni esda saqlash kerakki, modellashtirish obyekti haqida kirish axborot sifatiga nafaqat model monandligi, balki modellashtirish natijalarining ishonchliligi ham jiddiy bog'liqdir.

4. Gipotezalarni ko'rsatish va farazlarni qabul qilish. *S* tizimning modelini qurishda gipotezalar tadqiqotchi tarafidan masalani tushunishdagi «kamchiliklar» ni to'ldirish uchun xizmat qiladi. Mashinali eksperiment o'tkazishda haqqoniyligi tekshiriladigan *S* tizimning modellashtirish imkoni bor (joiz) natijalariga nisbatan gipotezalar ham ko'rsatiladi. Farazlar shuni nazarda tutadiki, ba'zi bir ma'lumotlar noma'lum yoki ularni olish mumkin emas. Farazlar masalani yechish talablariga javob bermaydigan ma'lum ma'lumotlarga nisbatan qo'yilishi mumkin. Farazlar modellashtirishning tanlangan darajasiga muvofiq modelni soddalash imkonini beradi. Gipotezalarni ko'rsatishda va farazlarni qabul qilishda quyidagi omillar hisobga olinadi: a) masalalarni yechish uchun mavjud axborotlarning hajmi; b) yetarli bo'lmagan axborotli nimmasalalar; d) masalani yechish uchun vaqt resurslariga chegaralanishlar; e) kutilayotgan modellashtirish natijalari.

Shunday qilib, S tizimning modeli bilan ishlash jarayonida, modellashtirishning olingan natijalari va obyekt haqida yangi axborotga bog'liqligiga qarab, bu nimbosqichga ko'p marta qaytib kelish mumkin.

5. **Modelning parametrlari va o'zgaruvchilarini aniqlash.** Matematik modelning tavsifiga o'tishdan avval, h_k, $k=1, n_H$ tizimning parametrlarini, x_i, $i=1, n_x$, $y_i=1, n_y$ kirish va chiqish o'zgaruvchilarini, $v_i=1$, bu tashqi muhitning ta'sirini aniqlash kerak. Bu nimbosqichning yakuniy maqsadi – E tashqi muhitda ishlayotgan, S tizimning matematik modelini qurishga tayyorgarlikdir. Buning uchun modelning barcha parametr va o'zgaruvchilarini ko'rib chiqish va tizimning yaxlit ishlash jarayoniga ularning ta'sir darajasini baholash zarur. Har bir parametr va o'zgaruvchilarning tavsifi quyidagi shaklda berilish kerak:

a) ta'rif va qisqacha tavsif; b) belgilash simvoli va o'lchash birligi; d) o'zgarish ko'lami; e) modelda qo'llash joyi.

6. **Modelning asosiy mazmunini aniqlash.** Bu bosqichda modelning asosiy mazmuni aniqlanadi va qabul qilingan gipotezalar va farazlar asosida ishlab chiqilgan tizimning modelini qurish usuli tanlanadi. Bunda quyidagi xususiyatlari hisobga olinadi: a) tizimning modellashtirish masalasini ifodalash (formulirovkalash); b) S tizimning strukturasi va uning xulqi algoritmlari, E tashqi muhitning ta'siri; d) modellashtirish masalasining yechish vositalari va imkoni bo'lgan usullari.

7. **Tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash.** Modellashtirilayotgan S tizimning ishlash jarayonining sifatini baholash uchun samaradorlikni baholash mezonlarining ba'zi majmuini tanlash kerak. Ya'ni masalaning matematik qo'yilishi samaradorlikni baholash uchun kerakli munosabatni xuddi tizimning parametrlari va o'zgaruvchilarining funksiyalarini olish kabi amalga oshirishga olib keladi. Bu funksiya o'zidan parametrlar va o'zgaruvchilarning o'zgarishi tadqiq qilinayotgan sohada javob yuzasini ifodalaydi va tizimning reaksiyasini aniqlashga imkon

beradi. S tizimning samaradorligini ko'rilayotgan masalaga qarab integralli yoki xususiy mezonlar yordamida baholash mumkin.

8. Approksimatsiya protseduralarini aniqlash. *S* tizimda o'tayotgan real jarayonlarni approksimatsiyalash uchun odatdagiday protseduralarning uchta ko'rinishidan foydalaniladi: a) determinanlangan; b) ehtimolliy; d) o'rta qiymatlarni aniqlash.

Determinanlangan protsedura qo'llanganda modellashtirish natijalari *S* tizimning kirish ta'sirlari, parametrlari va o'zgaruvchilari berilgan majmui bo'yicha bir qiymatli aniqlanadi. Bu holda modellashtirish natijalariga ta'sir qiluvchi tasodifiy elementlar bo'lmaydi. Ehtimoliy protsedura tasodifiy elementlar, *E* tashqi muhit ta'sirini qamrab olganda, *S* tizimning ishlash faoliyati xarakteristikasiga ta'sir qiladi va chiqish o'zgaruvchilarining taqsimlash qonuniyatlari haqida axborotni olish zarur bo'lganda qo'llaniladi. O'rta qiymatlarni aniqlash protsedurasi tizimning modellashtirishda tasodifiy elementlar mavjudligida chiqish o'zgaruvchilarning o'rta qiymatlari qiziqtirganda qo'llanadi.

9. Tizimning konseptual modelini tavsiflash. Tizimning modelini qurish bu nimbosqichida: a) M_K konseptual model abstraktli atamalar va tushunchalarda tavsiflanadi; b) namunaviy matematik sxemalardan foydalanib modelning tavsifi beriladi; d) gipotezalar va farazlar yakuniy qabul qilinadi; e) modelni qurishda real jarayonlarning approksimatsiya protseduralarini tanlash asoslanadi. Shunday qilib, bu nimbosqichda masalaning to'liq tahlili o'tkaziladi, uning yechish uchun turli usullari ko'riladi va modellashtirishning ikkinchi bosqichida qo'llaniladigan M_K konseptual modelning mukammal tavsifi beriladi.

10. Konseptual model ishonchliligini tekshirish. M_K konseptual modelning tavsifidan keyin, S tizimning modellashtirishni keyingi bosqichiga o'tishdan avval modelning ayrim konsepsiyalarining ishonchliligini tekshirish kerak. Konseptual modelning ishonchliligini tekshirish murakkabroq, chunki uni qurish jarayoni evristikdir va bunday model abstrakt atamalar va tushunchalarda tavsiflanadi. M_K modelni tekshirish usullaridan biri – modelni tahlil qilishga imkon beruvchi teskari o'tish operatsiyalarni qo'llash, qabul qilingan approksimatsiyalarga qaytish va, nihoyat, modellashtirilayotgan S tizimda oqayotgan real jarayonlarni qaytadan ko'rishdir. M_K konseptual modeli ishonchliligini tekshirish o'z ichiga quyidagilarni qamrab olishi kerak: a) model g'oyasini tekshirish; b) kirish axborot ishonchliligini baholash; d) modellashtirish masalasini qo'yilishini ko'rib chiqish, e) qabul qilingan approksimatsiyalarning tahlili; f) gipotezalar va farazlarni tadqiq qilish.

M_K konseptual modelini faqat puxta tekshirishdan keyingina modelni mashinali amalga oshirish bosqichiga o'tish kerak, chunki M_K modelidagi xatolar modellashtirishning ishonchli natijalarini olishga imkon bermaydi.

11. Birinchi bosqich bo'yicha texnikaviy hujjatlarni tuzish. M_K konseptual modelini qurish bosqichi va uni shakllantirish oxirida bosqich bo'yicha texnikaviy hisobot tuziladi, u quyidagilardan iborat : a) S tizimni modellashtirish masalasining to'liq qo'yilishi; b) tizimni modellashtirish masalasining tahlili; d) tizim samaradorligini baholash mezonlari; e) tizim modelining parametrlari va o'zgaruvchilari; f) modelni qurishda qabul qilingan gipotezalar va farazlar; g) modelni abstakt atamalar va tushunchalarda tavsiflash; h) S tizimni modellashtirishdan kutilayotgan natijalarini tavsiflash.

Texnikaviy hujjtlarni tuzish - S tizimini modellashtirishni muvaffaqiyatli o'tkazishning majburiy shartidir, chunki yirik tizim modelini ishlab chiqish jarayonida va uni mashinali amalga oshirilishida turli bosqichlarda turli kasb mutaxassislar guruhlari ishtirok etadi (masalani qo'yuvchilardan boshlab dasturchilargacha) va ushbu hujjat qo'yilgan masalani modellashtirish usuli bilan yechishda ularni samarali hamkorlik qilishining vositasi bo'lib xizmat qiladi.

1.3.3. Modelni algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish

Modellashtirishning ikkinchi bosqichida - modelni algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish bosqichida - birinchi bosqichda shakllangan matematik model, konkret mashinali modelga aylanadi. S tizimni ishlash jarayonining M_M mashinali modeli ko'rinishida g'oyalar va matematik sxemalarni amalga oshirishga yo'naltirilgan bu bosqich amaliy faoliyat bosqichini ifoda etadi.

Modelning algoritmlash va mashinali amalga oshirish nimbosqichlarini ko'rishdan avval, modellashtirish algoritmlarini qurishning asosiy tamoyillari va ularni ifoda etish shakllarida to'xtalamiz.

S tizimning ishlash jarayonini R - o'lchovli fazoda uning holatlarini $\bar{z} = z(z_1(t), z_2(t),..., z_R(t))$ ketma-ketli almashish sifatida ko'rish mumkin. Ma'lumki, tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayonini modellashtirish masalasi z funksiyalarni qurishdir va ushbu funksiyalar asosida tizimning ishlash jarayonini qiziqtiruvchi tavsiflar hisobini bajarish mumkin. Buning uchun z funksiyani o'zgaruvchilar, parametrlar va vaqt bilan bog'lovchi bog'liqliklar hamda $t = t_0$ vaqt lahzasining $\bar{z} = z(z_1(t^0), z_2(t^0),..., z_R(t^0))$ boshlang'ich shartlari bo'lishi kerak.

Qandaydir S_D determinanlangan, tasodifiy omillari bo'lmagan, ya'ni $\bar{z}^0 = \Phi(\bar{z}^0, \bar{x}, t)$ ko'rinishida bunday tizimning holatlar vektorini aniqlash mumkin bo'lgan, tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Unda $t_0 + j\Delta t$ vaqt lahzasida jarayon holatini ma'lum boshlang'ich shartlar bo'yicha matematik model bog'liqliklaridan bir xil aniqlash mumkin. Bu tizimni ishlash jarayonining modellashtirish algoritmini qurishga imkon beradi. Buning uchun Z modeli bog'liqliklarini shunday ko'rinishga o'zgartiramizki, $z_i(\tau)$, $i=1, R$ qiymatlari bo'yicha $z_1(t+\Delta t)$, $z_2(t+\Delta t)$,..., $z_R(t+\Delta t)$ larni hisoblash qulay bo'lsin, bunda, $\tau \leq t$. Boshlang'ich lahzada t_0 vaqtni ko'rsatadigan tizimli vaqtning hisoblagichini tashkillashtiramiz. Bu lahza uchun $z_i(t_0) = z_i^0$ Δt vaqt intervalini qo'shamiz, unda hisoblagich $t_1 = t_0 + \Delta t$ ni ko'rsatadi. Endi $z_i(t+\Delta t)$ qiymatlarini hisoblaymiz. Keyin $t_2 = t_1 + \Delta t$ vaqt lahzasiga o'tamiz va h.k. Agar

Δt qadam yetarli kichik bo'lsa, unda shu yo'l bilan z ning taxminiy qiymatlarini olish mumkin bo'ladi.

F_s stoxastik tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz, ya'ni tasodifiy omillar ta'sir ko'rsatadigan tizimni . Bunday tizim uchun t_0 vaqt lahzasida z jarayonning holatlar funksiyasi va model bog'liqliklari $t+\Delta t$ vaqt lahzasida $z_i(t+\Delta t)$ uchun faqat ehtimolliklar taqsimlanishini aniqlaydi. Umumiy holda ehtimolliklar muvofiq taqsimlanishi bilan berilayotgan z^0 boshlang'ich shartlari tasodifiy bo'lishi ham mumkin. Bunda modellashtirishtiruvchi algoritmning strukturasi stoxastik tizimlar uchun asosan oldingiday qoladi. Faqat $z_i(t+\Delta t)$ holati o'rniga endi ehtimolliklar taqsimlanishini imkoniy holatlar uchun hisoblab chiqish kerak. Tizimli vaqt hisoblagichi t_0 vaqtni ko'rsatmoqda deylik. Berilgan ehtimollik taqsimlanishiga muvofiq z_i^0 tanlanadi. Keyin, taqsimlanishdan chiqib, berilgan vaqt intervalida tasodifiy ko'p o'lchamli $z_i(t)$ jarayonning imkoniy amalga oshirilishlardan biri qurilmaguncha $z_i(t+\Delta t)$ holat yuzaga keladi va h.k.

Ko'rilgan modellashtirish algoritmlarni qurish tamoyili *«Δt tamoyili»* deb ataladi. Bu eng universal tamoyildirki, Δt vaqtning berilgan intervallari orqali S tizimning ishlash jarayoni ketma-ket holatlarini aniqlashga imkon beradi. Lekin mashinali vaqtni sarflash nuqtayi nazaridan u ba'zan tejamkor bo'lmay qoladi.

Ayrim tizimlarni ishlash jarayonlari o'rganilganda, ular uchun holatlarning ikki xili xarakterliligini ko'rish mumkin:

1) maxsus, tizimning ishlash jarayonida faqat ba'zi vaqt lahzalariga tegishli (kirish yoki boshqarish ta'sirlarini kelish lahzalari, tashqi muhitning g'alayonlari va sh.o'.);

2) maxsusmas, ularda jarayon barcha qolgan vaqtda bo'ladi.

Maxsus holatlar yana shu tomonlar bilan xarakterliki, $z_i(t)$ holatlar funksiyalari vaqtning bu lahzalarida tez o'zgaradi, maxsus holatlar orasida esa $z_i(t)$ koordinatalarini o'zgarishi ravon va uzluksiz bo'lib o'tadi yoki umuman o'tmaydi. Shunday qilib, S tizimning modellashtirishda, faqat vaqtning o'sha lahzalaridagi maxsus holatlarini bo'lib o'tishini kuzatib, $z_i(t)$ funksiyalarni qurish uchun zarur bo'lgan axborotni olish mumkin. Ko'rinmoqdaki, tavsiflangan tizimlar turi uchun «maxsus holatlar tamoyili» bo'yicha modellashtirish algoritmlarini qurish mumkin. z holatning sakrash ko'rinishli (releli) o'zgarishini o'z deb belgilaymiz. «maxsus holatlar tamoyili» esa — «o'z tamoyili» deb ataymiz.

Masalan, ommaviy xizmat tizimi uchun «*Q*-sxema» maxsus holatlar sifatida P priborga xizmat qilish talabnomalarni kelib tushish lahzalaridagi va K kanallar talabnomalariga xizmat ko'rsatish tugagan lahzalaridagi holatlarini tanlanishi mumkin, unda talabnomalar mavjud soni bilan baholanayotgan tizimning holati sakrab o'zgaradi.

Maxsus holatlardagi bunday tizimlarning ishlash jarayonini tavsiflari maxsus holatlar haqidagi axborot bo'yicha baholanishini, maxsus emas holatlari esa modellashtirishda qaralmasligini belgilab o'tamiz. «o'z tamoyili» *«Δt tamoyili»* ga nisbatan modellashtirish algoritmlarini amalga oshirish mashinali vaqtini qator tizimlar uchun ancha kamaytirish imkonini beradi. «O'z tamoyili»ni amalga oshiruvchi modellashtirish algoritmini qurish mantiqi ko'rilgan *«Δt tamoyili»* uchun shu bilan farq qiladiki, *S* tizimning maxsus holatiga muvofiq t_s vaqt lahzasini aniqlash protsedurasini o'ziga oladi. Yirik tizimlarni ishlash jarayonini tadqiq qilish uchun modellashtirish algoritmlarini qurish kombinatsiyalangan tamoyilidan foydalanish oqilona hisoblanadi. U o'zida ko'rilgan har bir tamoyillarning afzalliklariga ega.

Tizimlarni ishlash jarayoni modellar mantiqiy struktura va mashinali dasturlarni ifodalashning qulay shakli – sxemadir. Modellashtirishning turli bosqichlarida modellashtirish algoritmlarning umumlashgan va batafsil mantiqiy sxemalari hamda dastur sxemalari tuziladi.

Modellashtirish algoritmining umumlashgan (yiriklashgan) sxemasi tizimning modellashtirishida hech qanday aniqlovchi detallarsiz harakatlarning umumiy tartibini beradi. Umumlashgan sxema shuni ko'rsatadiki, modellashtirishning navbatdagi qadamida nimani bajarish kerak, masalan, tasodifiy sonlar datchigiga murojaat qilish.

Modellashtirish algoritmining batafsil sxemasi umumlashgan sxemada bo'lmagan aniqliklarni o'z ichiga oladi. Batafsil sxema natijada, tizimni modellashtirish navbatdagi qadamida nimani bajarish kerakligini, balki buni qanday bajarish kerakligini ham ko'rsatadi.

Modellashtirish algoritmining mantiqiy sxemasi o'zida S tizimni ishlash jarayon modelining mantiqiy strukturasini ifodalaydi. Modellashtirish masalasini yechish bilan bog'liq mantiqiy operatsiyalarning vaqt bo'yicha tartiblangan ketma-ketligini mantiqiy sxema ko'rsatadi.

Dasturning sxemasi aniq matematik ta'minotdan foydalanib modellashtirish algoritmining dasturiy amalga oshirish tartibini aks ettiradi. Dasturning sxemasi o'zidan aniq algoritmik til bazasida dasturni ishlab chiquvchi modellashtirish algoritmining mantiqiy sxemasini talqin qiladi. Bu sxemalar orasidagi farq shundan iboratki, tizimni ishlash jarayoni modelini mantiqiy strukturasini mantiqiy sxemasi aks ettiradi, dastur sxemasi esa – modellashtirishning aniq dasturiy-texnik vositalaridan foydalanib modelni mashinali amalga oshirish mantiqini aks ettiradi.

1.3.4. Modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish

Modellashtirishning uchinchi bosqichida - modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish bosqichida - tuzilgan va sozlangan dastur bo'yicha ishchi hisoblarni o'tkazish uchun EHMdan foydalaniladi. Bu hisoblar natijalari modellanayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflari haqida xulosalarni tahlillash va ifodalashga imkon beradi.

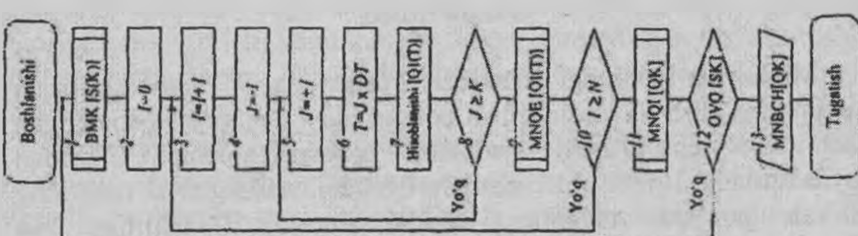
EHMda modellashtirish algoritmlarini amalga oshirilishida tadqiq qilinayotgan $z(t) \in Z$ tizimlar ishlash jarayoni holatlari haqida axborot ishlab chiqiladi. Bu axborot mashinali tajriba natijalarida olinadigan, izlanayotgan xarakteristikalar taqribiy baholashni aniqlash, ya'ni baholash mezonlari uchun kirish materiali hisoblanadi. Baholash mezonlari sifatida tizimda haqiqatda bo'lib o'tayotgan jarayon yoki bu jarayonlarning maxsus shakllantirilgan funksiyalari asosida olinadigan ko'rsatkichlari xizmat qiladi.

Mashinali eksperiment davomida $[0, T]$ berilgan vaqt intervalida S tizimning ishlash jarayoni tadqiq qilinayotgan M modelining xulqi o‘rganiladi. Shuning uchun baholash mezoni umumiy holda shu intervalda berilgan vektorli tasodifiy funksiyadir: $\bar{q}(t) = (q_1(t),\ q_2(t), \ldots, q_n(t))$.

Baholashning oddiyroq mezonlarini tez-tez qo‘llaniladi, masalan, berilgan vaqt $t^* \in [0, T]$ lahzasida tizimning ma’lum holatini ehtimolligi, $[0, T]$ vaqt intervalda tizimda rad qilishlar hamda to‘xtab qolishlarning yo‘qligi va h.k. Modellashtirish natijalarini talqin qilishda baholash mezonlarining taqsimlanish qonunining turli statik xarakteristikalari hisoblanadi.[1]

1.6-rasmda keltirilgan modellashtirish tizimining natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlashning umumiy sxemasini ko‘rib chiqamiz.

$[0, T]$ vaqt intervalida S tizimning xulqini tadqiqlash uchun belgilangan M gipotetik modelni ko‘rib chiqamiz. Umumiy holda $\bar{q}(t)$, $0 \le t \le T$ nostatsionar tasodifiy n-o‘lchovli jarayon modellashtirish natijalarini talqin qilish mezonidir. Aniqlash uchun faraz qilamizki, har bir Δt vaqt birligida, ya’ni «Δt tamoyili»



1.6-rasm. Tizimni modellashtirishning natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlash algoritmi.

qo‘llanganda modellanayotgan S tizim holati tekshiriladi. Bunda $\bar{q}(t)$ mezonining $\bar{q}(j\Delta t)$, $j = \overline{0, R}$ qiymatlari hisoblanadi. Shunday qilib, $\bar{q}(t)$ tasodifiy jarayon xossalari haqida $\bar{q}(j\Delta t)$, $j = \overline{0, R}$ tasodifiy ketma-ketliklar xossalari bo‘yicha yoki boshqacha aytganda, M o‘lchovli $\bar{q} = (\bar{q}(0),\ \bar{q}(\Delta t) \ldots, \bar{q}[(R-1)\Delta t], \bar{q}(T))$,

$m = m(R+1)$, $T = R\Delta t$ ko ...nishdagi vektor ...ossalari bo'yicha ...kr yuritiladi.

$[0,T]$ intervalida S tizimning ishlash jarayoni $\bar{q}$ vektorining q_i, $i=\overline{1,N}$ mustaqil amalga oshirishlarni olish bilan N-karra modellashtirishtiriladi. $[0,T]$ vaqt intervalida modelni ishlashi *model progoni (haydab o'tish)* deb ataladi.

1.6-rasmda ko'rsatilgan sxemada quydagilar belgilangan:

$$I \equiv i; J \equiv j; K \equiv R; N \equiv N; T \equiv t; DT \equiv \Delta t; Q \equiv q.$$

Umumiy holatda modellashtirish ma'lumotlarini fiksatsiya va statistik qayta ishlash algoritmlari uchta siklga ega. Faraz qilamizki, S tizimning M_M mashinali modeli bor bo'lsin.

Ichki sikl (5-8 bloklar) $t=0,\ 2\Delta t,...,R\Delta t = T$ vaqt lahzasida $q_i(t) = q_i(j\Delta t)$, $j=0,\ R$ ketma-ketlikni olishga imkon beradi. 7 chi asosiy blok $\bar{q}(\Delta t): HIS[QI(T)]$ ketma-ketlikni hisoblash protsedurasini amalga oshiradi. Aynan shu blokda $[0,T]$ vaqt intervalida modellanayotgan S tizimning ishlash jarayoni imitatsiyalanadi.

Oraliq sikl (3-10 bloklar), tizimning modellanayotgan varianti tavsiflarining baholari haqida natijalarni muvofiq statistik qayta ishlashdan keyin fikr yuritishga imkon beruvchi modelning haydab o'tishini N - karrali qaytarilishi tashkil qilinadi. S tizim modellashtirish variantini tugashi nafaqat sxemada ko'rsatilganidek, berilgan amalga oshirish soni (10 blok) bilan, balki modellashtirish natijalarini berilgan aniqlik bilan ham aniqlanishi mumkin. $q(t)$ $MNQE[QI(T)]$ modelni i-li haydab o'tish bo'yicha modellashtirish natijalarni fiksatsiyalash protsedurasini amalga oshiruvchi bu siklda 9 chi blok bor.

Tashqi sikl (1-12 bloklar) ikkala oldingi sikllarni o'z ichiga oladi va S tizimning modellashtirish variantlari ketma-ketligini boshqaruvchi 1, 2, 11, 12 bloklarini qo'shimcha qilib kiritadi. Bu yerda S tizimning optimal strukturalari, algoritmlari va parametrlarini qidirish tashkil qilinadi, ya'ni 11 blok *SHMQI* $[QK]$ tizimning tadqiq qilinayotgan R-li variantini modellashtirish natijalarini qayta ishlaydi, 12 - blok talab qilinayotgan $(QVQ[S(K)]$ tizimning optimal variantini qidirishni olib boradi) $\bar{\bar{q}}_i^{(R)}(t)$ tizimning ishlash jarayoni tavsiflarining olingan baholarini qoniqarliligini tekshiradi, 1-blok *BMK* [*S*(*K*)] tizimning navbatdagi *R*-li variant uchun kirish ma'lumotlarini kiritish darajasida *S* tizimning strukturasi, algoritmlari va parametrlarini o'zgartiradi. 13-blok *SR* tizim modelini har bir *k*-li variant bo'yicha modellashtirish natijasini berish ishini amalga oshiradi, ya'ni *MNBCH*[*QK*]. Ko'rilgan sxema $\bar{q}(t)$ nostatsionar mezonida eng umumiy holda modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlashini olib borishga imkon beradi. Xususiy hollarda oddiyroq sxemalar bilan chegaralanib qolish mumkin.

Agar modellashtirilayotgan *S* tizimning xossalari qandaydir berilgan vaqt lahzasida $\bar{q}(t)$ kriteriy qiymati bilan aniqlanadi, masalan, $t = R\Delta t = T$ modelini ishlash bosqichini so'ngida, unda qayta ishlash modelning *N* haydab o'tish natijasida olingan $\bar{q}_i(T)$, $i = 1, N$ mustaqil amalga oshirishlar bo'yicha $\bar{q}_i(T)$ *n*-o'lchovli vektorni taqsimlash bahosiga olib boriladi.

Agar modellanayotgan *S* tizimda $t_0 = R_0\Delta t$ ishlashni boshlanishidan qandaydir vaqt o'tishi bo'yicha statsionar rejim o'rnatilsa, unda $[t_0, \mathrm{T}]$ intervalda statsionar va ergodik $\bar{q}(t)$ mezonning $\bar{q}_1(t)$ bitta yetarli uzun amalga oshirilishi bo'yicha u haqida fikr yuritishimiz mumkin. Ko'rilgan sxema uchun bu shuni belgilaydiki, $j \geq R_0$ da $q_1(j\Delta t)$ qiymatlarini qayta ishlashini boshlashga imkon beruvchi operator qo'shiladi va (*p*=1) o'rta sikl olib tashlanadi.

Modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash usullarini amalda qo'llanilayotgan boshqa xususiyati blokli konstuksiyali modellar yordamida tizimni ishlash jarayonining tadqiqoti bilan bog'langan. Bitta blok uchun kirish ta'sirlarini imitatsiyalash modelning boshqa blokida dastlabki olingan baholash mezonlari asosida bloklarini alohida modellashtirishni tez-tez qo'llashga olib keladi. Alohida modellashtirishda mezonlarni amalga oshirish to'plagichda bevosita yozilishi yoki bular ta'sirini imitatsiyalash uchun tasodifiy sonlar generatorlaridan keyinchalik foydalanish bilan modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash asosida olingan.

Oxirgi, uchinchi tizimning modellashtirish bosqichiga kirishdan oldin uni muvaffaqiyatli o'tkazish uchun quyidagi asosiy bosqichlarni bajarishga olib keluvchi aniq harakatlar rejasini tuzish zarur.

Tizimning modeli bilan mashinali tajribani rejalash.

EHMda ishchi hisoblarni bajarishdan oldin *S* tizimni modellashtirishni o'tkazish zarur bo'lgan o'zgaruvchilar va parametrlar kombinatsiyalarini ko'rsatib, eksperimentni o'tkazish rejasi tuzilishi kerak. Mashinali eksperimentni rejalash mashinali resurslarni minimal sarflashda modellashtirish obyekti haqida kerakli axborotning maksimal hajmini olishga safarbar qilingan. Bunda mashinali eksperimentning strategik va faktik rejalash farqlanadi. Eksperimentni strategik rejalashda modellashtirishning oldiga qo'yilgan (masalan, EHMda modellashtirish usuli bilan tadqiq qilinayotgan *S* tizimning strukturasi, algoritmlari va parametrlarini optimallash) maqsadiga erishish uchun eksperimentning optimal rejasini qurish masalasi qo'yiladi. Mashinali eksperimetni taktik rejalash strategik rejalashda berilgan (masalan, EHMda *S* tizimning statistik modellashtirishda to'xtatishning optimal qoidalarini tanlash masalasini yechish) ko'p zaruriylardagi har bir aniq eksperimentni optimal amalga oshirishning xususiy maqsadini ko'zlaydi. Mashinali eksperiment eng samarali rejasini olish uchun statistik usullarni qo'llash zarur.

Hisoblash vositalariga talablarni aniqlash.

Hisoblash vositalaridan foydalanish vaqti bo'yicha talablarni aniqlash zarur, ya'ni bitta yoki bir nechta EHMda ishlash grafigini tuzish hamda EHMni modellashtirishda kerak bo'ladigan tashqi moslamalarni ko'rsatish lozim.

Ishchi hisoblarni o'tkazish.

S tizim modeli bilan mashinali eksperimentni o'tkazish rejasi va modelning dasturini tuzgandan keyin EHMda ishchi hisoblashlarga kirishish mumkin, ular odatda o'zida quydagilarni mujassamlashtiradi: a) kirish ma'lumotlar to'plamini tayyorlash; b) EHMga kiritish uchun kirish ma'lumotlarni tayyorlash (perfokarta, perfolenta va sh.k. larga yozish); d) kiritish uchun tayyorlangan kirish ma'lumotlarini tekshirish; e) EHMda hisoblarni o'tkazish; f) chiqish ma'lumolarini, ya'ni modellashtirish natijalarini olish.

Mashinali modellashtirishni o'tkazishni ikki bosqichda bajarish maqsadga muvofiqdir: *nazorat*, keyin esa *ishchi hisoblar*. Bunda nazorat hisoblari M_M mashinali modellarni tekshirish uchun va kiruvchi ma'lumotlarni o'zgarishiga natijalarning sezuvchanligini aniqlash uchun bajariladi.

Tizimni modellashtirish natijalarining tahlili.

EHMda hisoblashlar natijasida olingan chiqish ma'lumotlarini samarali tahlillash uchun ishchi hisoblar natijalari bilan nima qilish va ularni qanday talqin etish kerakligini bilish lozim. Bu masalalar S tizimni modellashtirishning ikkita birinchi bosqichlarida dastlabki tahlil asosida yechilishi mumkin. M_M model bilan mashinali tajribani rejalash chiqish ma'lumotlarning kerakli miqdorini chiqarish va ularning tahlil usulini aniqlashga imkon beradi. Bunda faqatgina keyingi tahlil uchun kerak bo'ladigan natijalar bosmaga berish hamda modellashtirish natijalarini qayta ishlash va bu natijalarni eng ko'rgazmali ko'rinishda ifodalash nuqtayi nazaridan EHM ning imkoniyatlaridan to'laroq foydalanish kerak. Natijalarni EHM dan chiqarishdan oldin ularning statistik tavsiflarni hisoblash, mashinani qo'llash samaradorligini oshiradi va EHM dan chiqqan axborotni qayta ishlashni minimumga olib keladi.

Modellashtirish natijalarini keltirish.

Ilgari belgilanganidek, modellashtirishning uchinchi bosqichida modellashtirishning oxirgi natijalarini jadvallar, grafiklar, diagrammalar, sxemalar va shu kabilar ko'rinishida ifodalashga asosiy e'tiborni qaratish lozim. Har bir aniq holda eng to'g'ri keladigan shaklni tanlash maqsadga muvofiq, chunki bu buyurtmachi tarafidan ularni keyingi foydalanish samaradorligiga katta ta'sir ko'rsatadi. Ko'p holatlarda eng oddiy shakl jadvallar hisoblanadi, hattoki *S* tizimning modellashtirish natijasini grafiklar ko'proq ko'ragzmali tasvirlaydi. Modellashtirishning dialogli rejimlarida displeylar modellashtirish natijalarini operativ aks ettiradigan eng oqilona vositalardir.

Modellashtirish natijalarining talqini.

Modellashtirish natijalarini olib va tahlillab bo'lib, ularni modellanayotgan obyektga, ya'ni *S* tizimga nisbatan *talqin qilish* kerak. Bu nimbosqichning asosiy mazmuni — M_M model orqali mashinali tajriba o'tkazish natijasida olingan axborotdan modellashtirish obyektiga qo'llaniluvchi axborotga o'tish. Buni asosida tadqiqlanayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflariga nisbatan xulosalar chiqariladi.

Modellashtirish natijalarini chiqarish va tavsiyalar berish. Bu nimbosqichni o'tkazish oldingi ikkinchi bosqich bilan chambarchas bog'liq. Modellashtirish yakunlarini chiqarishda M_M model ustida tajriba rejasiga muvofiq olingan natijalarning bosh xossalari belgilanishi, gipotezalar va farazlarni tekshirilishi o'tkazilgan bo'lib, bu natijalar asosida xulosalar bajarilgan bo'lish kerak. Bularning hammasi modellashtirish natijalaridan amaliy foydalanish tavsiyalarini ifodalashga imkon beradi, masalan S tizimning loyihalashtirish bosqichida.

Uchinchi bosqich bo'yicha texnikaviy hujjatlarni tuzish. Bu hujjatlar o'z ichiga quyidagilarni olish kerak: a) mashinali eksperimentni o'tkazish rejasi; b) modellashtirish uchun kirish ma'lumotlar to'plamlari; d) tizimni modellashtirish natijalari; e) modellashtirish natijalarini tahlili va bahosi; f) olingan modellashtirish natijalari bo'yicha xulosalar; g) mashinali modelni keyingi mukammallashtirish yo'llarini va uni amalga oshirishning mavjud sohalarini ko'rsatish.

Ko'rilgan bosqichlarning har biri bo'yicha EHMda S aniq tizimni modellashtirish bo'yicha texnikaviy hujjatlarning to'la majmui bo'lishi kerak.

Shunday qilib, S tizimning modellashtirish jarayoni modellashtirishning sanab o'tilgan bosqichlarini bajarishga olib keladi. M_M konseptual modelini qurish bosqichida modellanadigan obyektni tadqiqi o'tkaziladi, kerakli approksimatsiyalar aniqlanadi va modelning mantiqiy sxemasi va dasturning sxemasini ketma-ket qurish yo'li bilan modellashtirishning ikkinchi bosqichida M_M mashinali modelga qayta o'zgartiriladigan umumlashgan sxemasi quriladi. Modellashtirishning oxirgi bosqichida EHMda ishchi hisoblar o'tkaziladi, S tizimning modellashtirish natijalari olinadi va talqin qilinadi.

Ko'rib chiqilgan bosqichlar va nimbosqichlarning ketma-ketligi S tizimning modelini qurish va amalga oshirishning eng umumiy yondashuvini aks ettiradi. Keyinchalik modellashtirish jarayonining eng muhim tashkil etuvchilarida to'xtalamiz.

1.4. Matematik modellarning asosiy turlari

Jarayonning aniq amalga oshirish va uning apparaturali rasmiylashtirilishga bog'liqligidan kimyo-texnologik jarayonlarning barcha xilma-xilligini vaqtli va fazoviy alomatlaridan kelib chiqib to'rt sinfga bo'lish mumkin: 1) vaqt bo'yicha o'zgaruvchan (nostatsionar) jarayonlar; 2) vaqt bo'yicha o'zgarmaydigan (statsionar) jarayonlar; 3) fazoda parametrlari o'zgaradigan jarayonlar; 4) fazoda parametrlari o'zgarmaydigan jarayonlar. Matematik modellar muvofiq obyektlarini aks ettiruvchi bo'lgani uchun, ular uchun shu sinflar xarakterlidir, chunonchi: 1) statik modellar – vaqt bo'yicha o'zgarmas modellar; 2) dinamik modellar – vaqt bo'yicha o'zgaruvchi modellar; 3) jamlangan parametrli modellar – fazoda o'zgarmas modellar; 4) taqsimlangan parametrli modellar – fazoda o'zgaruvchi modellar.

Model xossalari orasidan quyidagilarni ajratish mumkin: samaradorlik, universallik, turg'unlik, mazmuniylik, monandlik, chegaralanganlik, to'lalik, dinamiklik.

1.4.1. Obyekt tabiatining fizikaviy tavsifi

Har qaysi matematik modelning qurishi modellashtirish obyektining fizikaviy tavsifi qurishdan boshlanadi. Bunda modellashtirish obyektida modelda aks etishi lozim bo'lgan yuz berayotgan «elementar» jarayonlar ajratiladi va ularning tavsifida qabul qilinadigan asosiy farazlar ifoda etiladi. O'z navbatida, hisobga olinadigan «elementar» jarayonlar ro'yxati obyektni tavsiflaydigan matematik modelga kiritiladigan hodisalar majmuini aniqlaydi. Bu holda «elementar» jarayon deb ma'lum hodisalar sinfiga tegishli fizik - kimyoviy jarayon tushuniladi, masalan, modda almashish, issiqlik o'tkazish va h.k. Bu yerda «elementar» jarayonlar nomi aslo bu jarayonlar eng sodda va murakkab bo'lmagan tenglamalar bilan tavsiflanadi degan ma'noni anglatmaydi. Shunday qilib, modda almashish hozirgi vaqtgacha to'liq o'rganilmagan butun bir nazariya predmetidir. Bu nom bunday jarayonlar ancha murakkab bo'lib, butun kimyo - texnologik jarayonning tashkil etuvchilari ekanligini anglatadi.

Odatda, kimyo-texnologiya obyektlarini matematik modellashtirishda quyidagi «elementar» jarayonlar inobatga olinadi: 1) fazalar oqimining harakati; 2) fazalararo modda almashish; 3) issiqlik o'tkazish; 4) agregat holatining o'zgarishi (bug'lanish, kondensatsiyalash, erish va sh.o'.); 5) kimyoviy o'zgarishlar.

Modelda «elementar» jarayonlarning matematik tavsifining to'liqligi ularning butun kimyo-texnologik jarayondagi roliga, o'rganish darajasi, obyektdagi «elementar» jarayonlarning o'zaro bog'lanish chuqurligiga va barcha tavsifning istalgan aniqligiga bog'liq. «Elementar» jarayonlarning o'zaro bog'liqligi juda murakkab bo'lishi mumkin. Shuning uchun amalda aloqalar xarakteri nisbatiga ko'pincha turli farazlar qabul qilinadi, bu esa modelga to'liq o'rganilmagan bog'liqliklarni kiritish zarurati va tavsifining ortiqcha murakkablashtirishdan xalos bo'lish imkonini beradi.

Masalan, aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini fizik tavsiflashda quyidagi «elementar» jarayonlar ajratiladi: 1) kolonnada suyuqlik va bug' oqimlarining gidrodinamikasi; 2) suyuqlik va bug' orasida modda almashish; 3) suyuqlik va bug' orasida issiqlik uzatish; 4) suyuqlikning bug'lanishi va bug'ning kondensatsiyalanishi. Barcha ko'rsatilgan «elementar» jarayonlar yoki tarelkada yoki kolonnalarning nasadkali seksiyasida bo'lib o'tadi va o'zaro to'g'ri bog'langan. Bu jarayonlarini to'liq tavsifi o'ta murakkab tenglamalar, tizimlar bilan ifodalanadi. Faqatgina Nave-Stoks tenglamasi yordamida tarelakadagi (yoki nasadkada) suyuqlik oqimi gidrodinamikasining tavsifi yechimi jihatidan o'ta murakkab bo'lgan hisoblash masalasini anglatadi. Suyuqlik va bug' orasidagi oqimlar modda almashishini to'liq tavsiflash masalani yechish ham murakkablik jihatidan undan kam emas. Shu bilan birga bu masalalar birgalikda yagona tenglamalar tizimi sifatida yechilish kerak. Bundan kelib chiqadiki, oqilona soddalashtiruvchi farazlarsiz bu masalalarni yechib bo'lmaydi. Shuning uchun odatda bug' va suyuqlik oqimlar harakati haqida ideallashtirilgan ifoda qabul qilinib (bug' to'liq siqib chiqish rejimida harakatlanadi, suyuqlik esa tarelkada to'liq aralashadi), modda almashishni esa bo'linish pog'onalari samaraligi orqali ifodalanadi. Ko'pincha modda almashishni aks ettiruvchi ifodalar yarim empirik usullar bilan aniqlanadi yoki bo'linishning har bir pog'onasida muvozanatga erishilishini hisobga olib, umuman, inobatga olinmaydi.

Ayrim hollarda modellashtirish obyektining fizik tavsifi matematik modellashtirish natijasida o'rnatilishini aytib o'tish kerak. Masalan, obyektda bo'lib o'tayotgan jarayonlar mexanizmi haqidagi ayrim gipotezalarni tekshirish uchun matematik modellashtirish qo'llanadi. Buning uchun model tarkibiga keyingi modellashtirish natijalari bo'yicha u yoki bu fizik farazning haqqoniyligi haqida hukm chiqarish uchun tadqiqlanayotgan bog'liqliklar kiritiladi. Masalan, katalitik kimyoviy o'zgarishlar mexanizmlari tadqiqotchilarga ko'pincha noma'lum. Matematik modelga u yoki boshqa kimyoviy reaksiyaning o'tish mexanizmini kiritib va modellashtirish natijalarini tajribadagi natijalar bilan solishtirib, haqiqiyga eng yaqin mexanizmini topish mumkin.

1.5. Obyektning matematik tavsifini tuzish

Matematik tavsifni tuzishda blokli tamoyil umumiy usul hisoblanadi. Bu tamoyilga muvofiq, matematik tavsifni tuzishdan oldin modellashtirish obyektida bo'lib o'tadigan alohida «elementar» jarayonlar tahlil qilinadi. Bunda har bir «elementar» jarayonni o'rganish bo'yicha tajribalar modellashtirish obyektning ishlash sharoitlariga maksimal yaqinlashadigan sharoitlarda o'tkaziladi.

Avval matematik tavsifning strukturasi asosi sifatida jarayonning gidrodinamik modeli tadqiq qilinadi. Keyin topilgan modelning gidrodinamik sharoitlarini hisobga olgan holda kimyoviy reaksiyalar, modda va issiqlik o'tkazishlarning kinetikasi o'rganiladi va bu jarayonlar har birining matematik tavsifi tuziladi. Bu holda barcha tadqiqlangan «elementar» jarayonlar (bloklar) tavsiflarini yakuniy bosqichi – modellashtirish obyektining matematik tavsifini yagona tenglamalar tizimiga birlashtirishdir. Matematik tavsifning qurishni blokli tamoyilining yutug'i shuki, undan apparaturali rasmiylashtirishning yakuniy varianti hali noma'lum bo'lgan obyektni loyihalash bosqichida foydalanish mumkin. *Matematik* *tavsifini tuzish usullari.* Ko‘rsatilgan usullarga analitik, tajribaviy va tajribaviy-analitiklar kiradi.

Matematik tavsifni tuzishning *analitik usullari* deb odatda tadqiqlanayotgan obyektda bo‘lib o‘tayotgan fizik va kimyoviy jarayonlarning nazariy tahlili hamda qayta ishlanayotgan moddalarning tavsiflari va berilgan apparaturaning konstruktiv parametrlari asosida statika va dinamika tenglamalarini chiqarish uslublariga aytiladi. Bu tenglamalarni chiqarishda modda va energiyani saqlash fundamental qonunlaridan hamda modda va issiqlik, kimyoviy o‘zgarishlar jarayonlarining kinetik qonuniyatlaridan foydalaniladi.

Analitik usullari yordamida matematik tavsifni tuzish uchun obyektda qandaydir tajribalar o‘tkazish kerak bo‘lmaydi, shuning uchun bunday usullar yangi loyihalanadigan fizik-kimyoviy jarayonlari yetarli darajada yaxshi o‘rganilgan, statik va dinamik tavsiflarini topish uchun yaroqli bo‘lgan obyektlarga qo‘llanadi.

Tuzilgan tenglamalarning parametrlari (koeffitsiyentlari) kimyo-texnologik apparatning aniqlovchi o‘lchamlariga (diametri, uzunligi va sh.o‘.), fizik-kimyoviy jarayonlarni yuz berishini tavsiflovchi qayta ishlanadigan moddalarning xossalari va miqdorlariga (reaksiyalar tezligi konstantalar, diffuziya koeffitsiyentlari va h.k.) bog‘liq. Tenglamalarning ayrim parametrlari hisobiy yo‘l bilan aniqlanishi mumkin, boshqalari oldin bajarilgan tadqiqotlar natijalari bo‘yicha o‘xshashlik tamoyili yordamida topiladi. Matematik tavsifni tuzishni analitik usullarining kamchiligi sifatida obyektni yetarli to‘liq tavsifidan kelib chiqqan tenglamalar tizimini yechishning qiyinligini ko‘rsatish mumkin.

Matematik tavsifni tuzishning *eksperimental usuli* kirish va chiqish o‘zgaruvchilari tor «ishchi» o‘zgarish diapazonida o‘zgarganda obyektlarni boshqarish va tadqiq qilish uchun qo‘llaniladi (masalan, ayrim texnologik parametrlarni avtomatik stabillash tizimini qurishda). Bu usullar ko‘pincha obyekt parametrlarining chiziqliligi va mujassamlashganligi haqidagi farazga asoslanadi. Bu farazlarni qabul qilish kuzatilayotgan jarayonlarni algebraik yoki chiziqli differensial doimiy koeffitsiyentli tenglamalar bilan nisbatan oddiy tasniflashga imkon beradi. Matematik tavsifni tuzishga tajribaviy yondashuvda o'rganilayotgan obyektda bevosita tajribalarni qo'yish doim talab etiladi.

Tajribaviy usullarning afzalligi – obyekt xossalarini yetarli aniq tavsifida parametrlarni o'zgarish tor diapazonida olinadigan matematik tavsifining soddaligidir. Tajribaviy usullarning asosiy kamchiligi – obyektning konstruktiv tavsiflari, jaryonning rejimli parametrlari, moddalarning fizik-kimyoviy xossalari va tenglamaga kiruvchi sonli parametrlari orasida funksional aloqani tiklab bo'lmasligidir. Bundan tashqari, tajribaviy usul bilan olingan matematik tavsiflarni boshqa bir xil turli obyektlarga yoyish mumkin emas.

Matematik tavsifini tuzish analitik va tajribaviy usullarining «kuchli» va «kuchsiz» tomonlarini borligi kombinatsiyalangan tajribaviy-analitik usulini ishlab chiqish zaruratiga olib keldi. Uning mohiyati tavsifning tenglamalarini analitik tuzish, eksperimental tadqiqotlar o'tkazish va ular natijalari bo'yicha tenglamalarning parametrlarini topishdan iborat. Matematik tavsifini olishga bunday yondashishda tajribaviy va analitik usullarning ko'p ijobiy xossalarini saqlab qoladi.

Matematik tavsifining tarkibi. Shaklan matematik tavsif o'zida tenglamalarning yagona tizimiga jarayonning turli o'zgaruvchilarini bog'lovchi bog'lanishlar majmuini ifodalaydi. Bu bog'lanishlar orasida umumiy fizik qonunlarni aks ettiruvchi (masalan, modda va energiya saqlash qonunlari) tenglamalar bo'lishi mumkin, «elementar» jarayonlarini tavsiflaydigan (masalan, kimyoviy o'zgarishlar) tenglamalar, jarayonning o'zgaruvchilariga chegaranishlar va sh.k. Bundan tashqari, matematik tavsifi tarkibiga jarayonning har xil parametrlari orasidagi turli nazariy shakli noma'lum yoki o'ta murakkab empirik va yarim empirik bog'lanishlar ham kiradi.

Jumladan, modellanayotgan obyekt haqida nazariy ma'lumotlarning yo'qligida yoki ancha chegaralangan hajmida, hatto uni xossalarini tavsiflovchi bog'liqliklarning orientirlangan ko'rinishi ma'lum bo'lmaganda ham matematik tavsifning tenglamalari ishlayotgan obyektning (matematik tavsifini tuzish eksperimental usuli) statistik tekshirishlari natijasida olingan empirik bog'lanishlarning chiqish va kirish o'zgaruvchilarini bog'layotgan tenglamalar tizimlari orqali ifoda etishi mumkin. Bu modellar odatda obyektning kirish va chiqish parametrlari orasidagi regression bog‘lanishlar ko‘rinishiga ega va, albatta, modellashtirish obyektining fizik mohiyatini aks ettirmaydi, bu esa ularni qo‘llashda olinayotgan natijalarni umumiylashtirishni qiyinlashtiradi.

Regression bog‘lanishlarga asoslangan modellardan farqli o‘laroq, tavsifni tuzish analitik usul asosida qurilgan matematik modellar jarayonning asosiy qonuniyatlarini aks ettiradi va uni modelning yetarli bo‘lmagan aniq parametrlar mavjudligida sifatli va to‘g‘riroq tavsiflaydi. Shuning uchun ular yordamida ma’lum sinfga tegishli modellashtirish obyektlarining umumiy xossalarini o‘rganish mumkin. Modellanayotgan obyektning fizik tabiati asosida ishlab chiqilgan matematik tavsifi tarkibida quyidagi tenglamalar guruhini ajratish mumkin:

1. ***Oqimlar harakati gidrodinamik strukturasini hisobga olib yozilgan modda va energiyani saqlash tenglamalari.*** Ushbu tenglamalar guruhi oqimlarda harorat, konsentratsiyalar va u bilan bog‘liq xossalarning taqsimlanishini tavsiflaydi. Material balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

Moddaning kelishi-Moddaning sarflanishi= Moddaning to‘planishi (1.1)

Moddaning kelish va sarflanish orasidagi ayirmasi ko‘rilayotgan obyektda uning miqdori o‘zgarishiga teng. Statsionar rejimda kamayish ham, to‘planish ham bo‘lishi mumkin emas. U holda material balansning (1.1) tenglamasi quyidagi ko‘rinishli tenglamaga o‘tadi:

Moddaning kelishi=Moddaning sarflanishi (1.2)

(1.5), (1.6) tenglamalar nafaqat alohida har bir moddaga, balki jarayonda qatnashayotgan moddalarning barcha majmuiga qo‘llaniladi. Issiqlik balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

Issiqlikning kelishi- Issiqlikning sarflanishi = Issiqlikning to‘planishi (1.3)

yoki statsionar sharoitlari uchun

$$\text{Issiqlikning kelishi} = \text{Issiqlikning sarflanishi} \qquad (1.4)$$

2. ***Oqimlarning lokal elementlari uchun elementar jarayonlar tenglamalari.*** Bu guruhga modda va issiqlik almashuv, kimyoviy reaksiyalar va boshqa jarayonlarning tavsiflari kiradi.

3. ***Jarayonning turli parametrlar orasidagi nazariy, yarim-empirik yoki empirik bog'lanishlar.*** Masalan, bu bog'lanishlarga fazalar oqimining tezligiga modda almashuv koeffitsiyentining bog'liqligi, tarkibga aralashmaning issiqlik sig'imining bog'liqligi va shu kabilar kiradi.

4. ***Jarayonning parametrlariga chegaralanishlar.*** Masalan, bo'linishning xohlagan pog'onasida ko'p komponentli aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini modellashtirishda shunday shart bajarilish kerakki, hamma komponentlarning konsentratsiyalari yig'indisi 1 ga teng bo'ladi. Bundan tashqari, har qaysi komponentning konsentratsiyasi 0 dan 1 gacha diapazonda bo'lishi kerak.

Barcha matematik modellarning umumiyligi shundan iboratki, matematik tavsifga kiritilayotgan tenglamalar soni modellashtirish natijasida aniqlanadigan o'zgaruvchilar soniga teng bo'lish kerak.

Kimyo-texnologik obyektlarning matematik tavsiflarida uchraydigan tenglamalarning asosiy sinflarini qisqacha ko'rib chiqamiz. Turli modellashtirish obyektlarining xossalar tavsifi uchun odatda: algebraik va transsendentli tenglamalar, oddiy differensial tenglamalar, xususiy hosilalardagi differensial tenglamalar va integralli tenglamalar qo'llanadi. Oxirgi tur – integralli tenglamalar kimyo-texnologiya obyektlarining matematik modellashtirish masalalarida nisbatan kamdan-kam uchraydi.

Mujassamlashgan parametrlar (masalan, to'liq aralashtirish reaktori) bilan obyektlarning statsionar ishlash rejimlarini matematik tavsifi odatda algebraik tenglamalarga olib kelinadi. Bundan tashqari, har xil parametrlar orasidagi statsionar aloqalarni ifodalash uchun murakkabroq obyektlarni tavsiflashda bunday turli tenglamalar qo'llanadi. Algebraik tenglamalar ko'rinishidagi matematik tavsiflar, garchi ularning murakkabligi tenglamalar va ular tarkibiga kiradigan funksiyalarning soniga bog'liq bo'lsa ham eng soddadir.

Oddiy differensial tenglamalar odatta obyektlarning parametrlari mujassamlashgan statsionar rejimlarini (masalan, to'liq aralashtirish reaktorining dinamikasini tavsifi uchun) hamda bitta fazoviy koordinata bo'yicha taqsimlangan parametr bilan obyektlarning nostatsionar rejimlarini matematik tavsifi uchun qo'llaniladi. Birinchi holda mustaqil o'zgaruvchi vaqtdir, ikkinchisida – fazoviy koordinata. Matematik tavsiflarning umumiyligi bilan, ba'zida turli obyektlarning matematik modellari o'xshashligini alohida belgilash kerak. Gap davriy ishlovchi to'liq aralashtirish apparatlarning nostatsionar modellari va ideal siqib chiqish apparatlarning statsionar modellari haqida bormoqda. Birinchi holda quyidagiga egamiz ($A + B \xrightarrow{k} P$)

$$\begin{aligned} &\frac{dC_A}{dt} + kC_A C_B = 0, \\ &\frac{dC_B}{dt} + kC_A C_B = 0. \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$C_A = C_A^0,\ C_B = C_B^0 \quad x = 0 \text{ da},$$

ikkinchi holda esa

$$\begin{aligned} &v\frac{dC_A}{dx} + skC_A C_B = 0, \\ &v\frac{dC_B}{dx} + skC_A C_B = 0. \end{aligned} \tag{1.6}$$

$$C_A = C_A^{BX},\ C_B = C_B^{BX} \quad x = 0 \text{ ga teng bo'lganda},$$

bunda, s–reaktorning ko'ndalang kesimi; v – hajmiy sarf; $C_A = C_A^{BX}$, $C_B = C_B^{BX}$ – muvofiq A va B moddalarning boshlang'ich va kirish konsentratsiyalari.

Bundan ko'rinmoqdaki, (1.9), (1.10) tenglamalar tizimlari koeffitsiyentlari bilan bir-biriga mos keladi. Matematik tavsifini o'xshashligi (ayniyligi) optimal yechimlar ayniyligi haqida xulosa qabul qilishga imkon beradi, garchan optimal sharoitlarni amaliy amalga oshirilishi har ikkala holda ancha farqlanishi mumkin.

Oddiy differensial tenglamalarni yechish murakkabligi qator jihatlar bilan aniqlanadi. Birinchidan, u tenglamaning tartibi o'sishi bilan o'sadi (yoki tizimda differensial tenglamalarining soni o'sishi bilan, chunki t-li tartibli tenglamani doim birinchi tartibli m tenglamalardan tashkil topgan tizimga qayta o'tkazish mumkin).

Yechishni murakkabligiga tenglamalarning chiziqliligi yoki nochiziqiyligi yana ham katta ta'sir o'tkazadi. Chiziqli oddiy differensial tenglamalar ancha sodda yechiladi; ular uchun qator maxsus usullar ishlab chiqilgan, masalan, operatsion hisoblash. Doimiy koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar sodda analitik yechimga ega. Nochiziqlik yechimni keskin murakkablashtiradi va quyidagidek, taqribiy usullardan foydalanishni talab qiladi.

Differensial tenglamalar tizimini yechishda ko'pincha tizimning «qattiqlik» xossasi bilan to'qnashishga to'g'ri keladi. Ushbu xossa tizimning matritsasi o'z qiymatlarini ancha tarqoq bo'lganligi, bu esa yechimni olishda oddiy usullarini qo'llashga imkon bermaydi. Bunday holatlarda maxsus ishlab chiqilgan algoritmlarni qo'llash kerak bo'ladi.

Oddiy differensial tenglamalardan iborat bo'lgan matematik tavsifining muhim jihati – boshlang'ich shartlarni berish zarurligidir.

Xususiy hosilali differensial tenglamalar taqsimlangan parametrli obyektlar dinamikasini yoki parametrlari bir nechta koordinitalarga taqsimlangan obyektlarning statsionar rejimlarini matematik tavsiflash uchun qo'llaniladi. Ko'rsatilgan tenglamalar uchun obyektning dinamikasini tavsiflashda boshlang'ich shartlar bilan bir qatorda chegaraviy shartlarni ham berish kerak, umumiy holda bular vaqtning funksiyalaridir. Xususiy hosilali tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlarning statsionar rejimlari uchun faqat chegaraviy shartlar beriladi. Xususiy hosilali tenglamalar bilan ifodalangan masalalar quyidagidek, o'ta murakkabligi bilan farqlanadi va ko'p hollarda har bir aniq masalani yechimini olishda jiddiy ish bajarish talab etiladi.

Bu tenglamalar sinfi bilan tavsiflanadigan obyektning misoli sifatida nostatsionar sharoitlarda ishlayotgan ideal siqib chiqarish $A+B \xrightarrow{k} P$ reaksiya bo'lib o'tayotgan apparatini qabul qilsa bo'ladi. Bu holda quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} &\frac{dC_A}{dx} + v\frac{dC_A}{dx} + skC_AC_B = 0, \\ &\frac{dC_B}{dx} + v\frac{dC_B}{dx} + skC_AC_B = 0. \end{aligned} \tag{1.7}$$

quyidagi boshlang'ich va chegaraviy shartlar bilan:

$$C_A = C_{A_H}(x),\ C_B = C_{B_H}(x) \quad t=0 \text{ da,} \qquad (1.8)$$

$$C_A = C_{A_\Gamma}(x),\ C_B = C_{B_\Gamma}(x) \quad t=0\ x=0 \text{ da.} \qquad (1.9)$$

Bunda v – hajmli sarf; s – ko'ndalang kesim.

Differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlarni tadqiq qilish gohida o'ta qiyin hisoblash masalani ifoda etadi. Shuning uchun qator hollarda obyektning matematik tavsifi differensial tenglamalar orqali emas, balki ayirmali tenglamalar tizimi orqali tuziladi. Buning uchun taqsimlangan parametrli uzluksiz obyekt parametrlari mujassamlashgan, lekin yacheykali strukturaga ega bo'lgan diskret obyekt deb ko'riladi. Shaklan matematik nuqtayi nazaridan uzluksiz obyektni diskret obyekt bilan almashtirish differensial tenglamalarni ayirmali bog'lanishlar bilan almashtirishga ekvivalentlidir. Bunda oddiy differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan obyektlar uchun matematik tavsifni chekli - ayirmali tenglamalar tizimi ko'rinishida ifodalashadi. Xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan jarayonlar uchun natija differensial-ayirmali tenglamalar tizimi bo'ladi, ulardan har biri, o'z navbatida, chekli – ayirmali tenglamalar tizimi bilan ifoda etilishi mumkin. Matematik tavsifni tashkil etuvchi tenglamalar tizimida bu kabi o'zgartirishlar kiritilganda, tabiiyki, modellashtirish natijalarini baholashda hisobga olish kerak bo'lgan xatoliklar paydo bo'ladi.

Shu bilan birga o'z tabiati bo'yicha yacheykali strukturaga ega bo'lgan qator obyektlar mavjud. Tipik misollar tariqasida seksiyalangan reaktorlar, tarelkali kolonnalar va boshqalar xizmat qiladi. Shuning uchun differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan yacheykali modellar obyektlar uchun nafaqat approksimatsiyani qulay shaklidir, balki ma'lum o'ziga xos ahamiyatga ham ega.

Nostatsionar obyektlarning umumiy matematik tavsifini jarayonning o'zgaruvchilarini vaqt bo'yicha o'zgarishini aks ettiruvchi differensial tenglamalar majmui ko'rinishida (oddiy yoki xususiy hosilali), ifodalash mumkin. Har bir o'zgaruvchini tj relaksatsiya vaqti bilan tavsiflash mumkin. Bu vaqt orasida bir o'zgaruvchi qolgan o'zgaruvchilarning qiymatlari doimiy bo'lib turganda o'zgarishning to'liq diapazoni ma'lum ulushga o'zgaradi. Deylik, obyektning hamma o'zgaruvchilarini ikki guruhga bo'lish mumkin. Ularning bittasida $t_i \leq t'$, ikkinchisida esa $t_i \leq t''$ bo'lib, bundan tashqari, birinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqti ikkinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqtidan ancha kamligini anglatuvchi $t' << t''$ bog'lanma haqqoniy bo'lsin. Unda xatolikning ma'lum darajasi bilan qabul qilish mumkinki, relaksatsiya vaqtini ancha kam bo'lgan birinchi guruhning o'zgaruvchilari inersionsiz va ko'rsatilgan o'zgaruvchilar bo'yicha matematik tavsifning tenglamalaridan vaqt bo'yicha olingan hosilalari nolga teng deb hisoblanadi. Ba'zida bu usul yordamida nostatsionar bo'lgan matematik modelni differensial tenglamalarning bir qismini cheklilar bilan almashtirish hisobiga ancha soddalashtirishga erishish mumkin. Matematik modellar, qaysilarida relaksatsiyaning kichik vaqtli o'zgaruvchilarning vaqt bo'yicha o'zgarishlarini tavsiflaydigan nostatsionar differensial tenglamalar statsionar tenglamalar bilan almashtirilsa, ularni *kvazinostatsionarli* deb atash mumkin. Amalda ishlatilayotgan nostatsionar modellar odatda kvazinostatsionardir, bunda, esa, ochig'ini aytganda, qator ichki o'zgaruvchilarning kvazinostatsionarligini asoslash kerak.

Aytilganlarni hisobga olib matematik modellarni quyidagi ko'rinishda tasniflash mumkin:

fazoviy alomatlari bo'yicha – mujassamlashgan parametrli modellar; yacheykali modellar; taqsimlangan parametrli modellar;

vaqt alomatlari bo'yicha – statsionar modellar; kvazinostatsionar modellar; nostatsionar modellar.

1.6. Matematik modelni yechish usulini tanlash, uni yechish algoritmini tuzish va modellashtirish dasturi ko'rinishida amalga oshirish

Matematik tavsifni tuzgandan keyin va zarurat bo'lganda muvofiq boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qo'ygandan keyin yechish usulini tanlash, uning algoritmini ishlab chiqish va matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish dasturini tuzish kerak.

Oddiy hollarda, matematik tavsifining tenglamalar tizimini analitik yechish imkoni mavjud bo‘lganda, modellashtirish algoritmi va dasturni maxsus ishlab chiqish zarurati tug‘ilmaydi, chunki barcha axborot muvofiq analitik yechimlardan kelib chiqadi. Matematik tavsif yakunlovchi va differensial tenglamalar tizimlaridan tashkil topgan bo‘lsa, model yechimining amaliy qo‘llanilishi algoritmning qurish samarasiga jiddiy ravishda bog‘liq bo‘lib qolishi mumkin.

Matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish usulini tanlashda odatda yechimni olishning maksimal tezligini ta’minlash, algoritm yechimining ishonchli haqiqiyga o‘xshashligi va EHMning minimal xotirasi talablariga tayanishadi. Bunda yechimning berilgan aniqligi ta’minlanishi kerak.

Yechish usulini tanlagandan keyin yechimni ta’minlaydigan hisoblash va mantiqiy harakatlarning ketma-ketligi, ya’ni masalani yechish algoritmi tuziladi. Algoritmni yozish shakli va mazmuniga asosiy talablari – uning ko‘rgazmaliligi, ixchamliligi va ifodaliligidir. Matematik modellashtirish amaliyotida algoritm (blok-sxemasi)ni yozishning grafik va qadamlar ketma-ketligi ko‘rinishidagi usullari keng tarqalgan.

Algoritmni yozish grafik uslubi algoritmning ayrim elementlarini grafik simvollar bilan, butun algoritmni esa – blok-sxema ko‘rinishida ifodalashga asoslangan. Blok-sxemalarda grafik simvollari ichida so‘zlar yoki simvolli – bajaruvchi harakatlar yoziladi. Boshqa uslublarga nisbatan algoritmni blok-sxema ko‘rinishida ifodalash shu afzallikka egaki, u ko‘proq ko‘rgazmalidir. Shu vaqtni o‘zida agar algoritm o‘ta murakkab yoki katta bo‘lsa, grafik tasviri o‘ta chigal bo‘lishi mumkin va ko‘rgazmalikka ega bo‘lmaydi. Bu hollarda algoritmni oddiy yozuvini qadamlarning ketma-ketligi ko‘rinishida qo‘llaniladi. Algoritmning detallash darajasi uning murakkabligi va standartli algoritmlashdan foydalanish darajasiga bog‘liq.

Misol sifatida $A+B\xrightarrow{k}P$ reaksiyasi yuz berayotgan ideal siqib chiqarish apparatining hisoblash algoritmini ko‘rib chiqamiz.

Apparatning statsionar rejimida ishlashining matematik tavsifi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{v}{s}\cdot\frac{dC_A}{dx}=-kC_AC_B, \quad (1.10)$$

$$\frac{v}{s}\cdot\frac{dC_B}{dx}=-kC_AC_B. \quad (1.11)$$

$$x=0 \text{ da } C_A=C_A^0, \quad C_B=C_B^0. \quad (1.12)$$

Reaksiyani izotermik sharoitlarda yuz beradi deb hisoblaymiz. Unda oddiy differensial tenglamalarning tizimi (1.10), (1.11) Eyler usuli yordamida yechilish mumkin. Buning uchun uni quyidagi ko'rinishga olib kelamiz.

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dx}&=-\frac{v}{s}kC_AC_B=f_1(C_A,C_B),\\ \frac{dC_B}{dx}&=-\frac{v}{s}kC_AC_B=f_2(C_A,C_B) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Eyler usuliga muvofiq, izlangan C_A va C_B konsentratsiyalar quyidagi formulalar bilan aniqlanadi

$$C_A=C_A^0+\Delta xf_1(C_A,C_B). \quad (1.14)$$

$$C_B=C_B^0+\Delta xf_2(C_A,C_B). \quad 1.15)$$

(1.13) tenglamalar tizimining grafik yechim algoritmi (blok-sxema) 1.7-ramsda keltirilgan

Bu algoritm qadam-baqadam shaklida ifodalangan quyidagi ko'rinishga ega:

1. $C_A^0, C_B^0, \Delta x, k, s, v, l.$ beriladi.

2. $x=x+\Delta x$ aniqlanadi.

3. (x>l) integrallash yakunining sharti tekshiriladi. Agar u bajarilgan bo'lsa, natijalar bosmaga chiqariladi va 7 chi punktga o'tiladi.

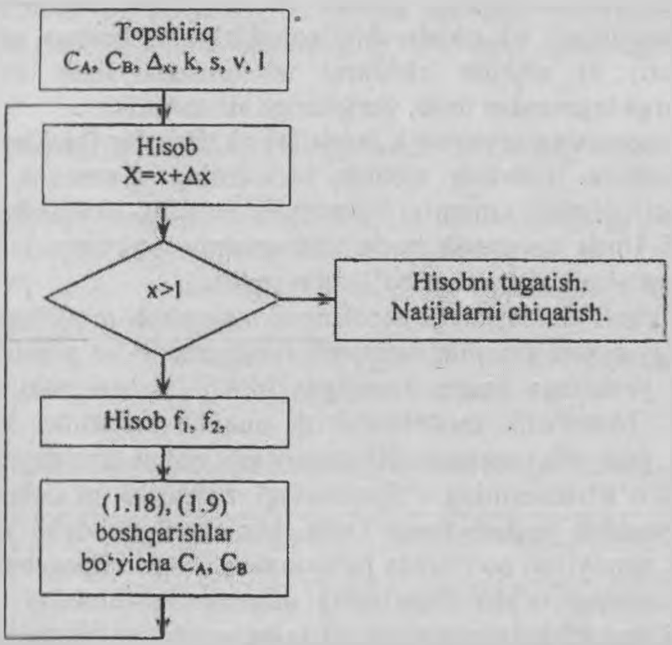
4. $f_1(C_A,C_B), f_2(C_A,C_B)$ o'ng qismlari hisoblanadi.

5. C_A va C_B yangi konsentratsiyalar aniqlanadi.

6. 2 chi punktga o'tiladi.

7. Hisob tugatiladi.

Keyin algoritm asosida yuqori darajali tillardan birida dastur yoziladi. Dasturni yozishda uni ixchamligiga intilish kerak, buning uchun protseduralar va protseduralar-funksiyalardan foydalaniladi, chunki qaytariladigan hisoblash harakatlari dasturda bir marta yoziladi. Ayrim protseduralar (nimdasturlar) ko'rinishida hisobning mantiqiy yakunlangan qismlarini yozish maqsadga muvofiqdir. Bu holatda, ularni kutubxonalarga kiritish va turli hisoblarda ishlatish mumkin. Dasturni tuzishda kutubxonalarda bor standartli nimdasturlardan foydalanish mumkin, chunki bu dasturni ishlab chiqish bo'yicha ishni ancha soddalashtirish mumkin. Avvalo bu amaliy dasturlar paketlarida keng ifodalangan matematik usullarga taalluqlidir.



1.7-rasm. Ideal siqib chiqarish reaktorini hisoblash algoritmining blok-sxemasi.

Dasturlash bosqichi odatda dasturning barcha o'zgaruvchilar va muvofiq identifikatorlarga kirish hamda chiqish o'zgaruvchilar, axborotni kiritish va chiqarish tartibini ko'rsatadigan tavsifini tuzish bilan yakunlanadi.

1.7. Matematik modellarni qurishning blokli tamoyili

Matematik modellarni qurishda blokli tamoyil keng qo'llaniladi, uning mazmuni shundan iboratki, ko'rilayotgan jarayonning u yoki bu tomonini aks ettiruvchi model alohida mantiqiy yakunlangan bloklardan quriladi. Bu modda o'tkazish kinetikasining bloki, gidrodinamika bloki, fazali muvozanatning bloki va shu kabilar bo'lish mumkin. Modellarni blokli qurish tamoyili quydagilarni imkon beradi: a) matematik modelni qurishning umumiy masalasini alohida nimmasalalarga bo'lish va shu bilan uning yechimini soddalashtirish; b) ishlab chiqilgan bloklarni boshqa modellarda qo'llash; d) alohida bloklarni modernizatsiyalash va boshqa bloklarga tegmasdan turib, yangilariga almashtirish.

Jarayonning matematik modelini nimtizimlar (bloklar) majmui ko'rinishida ifodalash alohida bloklarning matematik tavsiflari majmui sifatida umumiy matematik tavsifni ifodalashga imkon beradi. Unda matematik modelning umumiy strukturasi 1.12-rasmda aks etgan ko'rinishga ega bo'lishi mumkin.

Tizimli yondashuvga asoslangan matematik modellarni qurishda jarayonlarni masshtablashtirish muammosini ko'p hollarda prinsipial yechishga imkon beradigan blokli tamoyil sifatida qo'llaniladi. Matematik modellashtirish nuqtayi nazaridan masshtabli o'tish, jarayonni apparaturali rasmiylashtirishni tavsiflaydigan geometrik o'lchamlarining o'zgarishidagi matematik modelning deformatsiyasidan boshqa narsa emas. Matematik modelni qurishning blokli tamoyilini qo'llashda jarayonning xossalariga geometrik o'lchamlarining ta'siri faqat bitta nimtizimda (blokda) – «gidrodinamika» blokida aks etadi. Shuning uchun bu blokning sifat va miqdoriga nisbatan yetarli tahrirli matematik tavsifi mavjudligida masshtabli o'tishni bajarishga imkon tug'uladi.

Prinsipial matematik modelning har bir bloki matematik tavsifni detallashtirishning turli darajasiga ega bo'lishi mumkin. Shu narsa

...modelni barcha bloklarning kirish va chiqish o'zgaruvchilari o'zaro muvofiqlikda bo'lish kerak, bu esa jarayonning umumiy matematik modeli tenglamalarining tutashgan tizimini olish imkoniyatini beradi. Ichki o'zgaruvchi bloklarning tarkibiga qaralsa, bunda, yetarli darajada tanlashning katta erkinligi mavjuddir. Idealda har bir blokning matematik tavsifi parametrlari faqat moddalarning fizik-kimyoviy xossalari bo'lgan tenglamalarni o'z ichiga olishi kerak. Lekin ko'p hollarda ayrim hodisalarning yetarlicha o'rganilmaganligi sababli alohida bloklarning fundamental tavsifini olishning hozirgi vaqtda imkoni yo'q. Bu blokni matematik tavsifining o'ta murakkablanishiga bog'liq bo'lib, bu esa jarayonning butunicha matematik modelini keskin murakkablashishiga olib keladi va bundan tashqari, ma'lum hisoblash qiyinchiliklarini ham tug'dirishi mumkin. Shuning uchun blokli tamoyilni amaliy qo'llashda har bir blokning matematik tavsifida uni detallashtirishning u yoki bu sathida empirik bog'lanishlarni qo'llashga to'g'ri keladi.

1.8. Matematik tavsif tenglamalar tizimining tahlili

1. Boshqa tenglamalarning chiziqli kombinatsiyalari olinishi mumkin bo'lgan bog'liqli tenglamalar olib tashlanadi.

2. MT tenglamalarning chap va o'ng qismlaridagi o'lchamlarning mosligi tekshiriladi.

3. Imkon boricha tizimning tenglamalari soddaroqlariga, masalan, stexiometrik bog'lanishlarga almashtiriladi.

Gidrodinamik modellarning balans tenglamalari

Balans tenglamalar sinfi	Model ko'rinishi	Mujassamlangan parametrli	Taqsimlangan parametrli	
		Ideal aralashtirish modeli	Ideal siqib chiqarish modeli	Bir parametrli diffuziyali modeli
Komponentlar bo'-	Dinamik	$\frac{d(Vx_i)}{dt} = v^{(0)}x_i^{(0)} - vx_i + G_i^{\Sigma}$ $i = 1,\ldots,n$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial(Vx_i)}{\partial t} = -\frac{\partial(vx_i)}{\partial l} + G_{i(l)}^{\Sigma}$ $i = 1,\ldots,n$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial(Vx_i)}{\partial t} = \frac{D}{L}\frac{\partial^2(Vx_i)}{\partial l^2} - \frac{\partial(vx_i)}{\partial l} + G_{i(l)}^{\Sigma}$ $i = 1,\ldots,n$

yicha	Statik	$v^{(0)}x_i^{(0)} - vx_i + G_i^{\Sigma} = 0$ $i = 1,\dots,n$	$\frac{\partial(vx_i)}{\partial l} = G_{i(l)}^{\Sigma}$ $i = 1,\dots,n$	$\frac{D}{L}\frac{\partial^2(Vx_i)}{\partial l^2} - \frac{\partial(vx_i)}{\partial l} + G_{i(l)}^{\Sigma} = 0$ $i = 1,\dots,n$
Umumiy massa bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(V)}{dt} = v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^{n} G_i^{\Sigma}$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^{n} G_{i(l)}^{\Sigma}$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{D}{L}\frac{\partial^2 V}{\partial l^2} - \frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^{n} G_{i(l)}^{\Sigma}$
	Statik	$v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^{n} G_i^{\Sigma} = 0$	$\frac{\partial v}{\partial l} = \sum_{i=1}^{n} G_{i(l)}^{\Sigma}$	$\frac{D}{L}\frac{\partial^2 V}{\partial l^2} - \frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^{n} G_{i(l)}^{\Sigma} = 0$
Issiqlik bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(VC_pT)}{dt} = v^{(0)}C_p^{(0)}T^{(0)} -$ $- vC_pT + \Delta Q^{\Sigma}$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial(VC_pT)}{\partial t} = -\frac{\partial(vC_pT)}{\partial l} +$ $+ \Delta Q_{(l)}^{\Sigma}$	$\left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial(VC_pT)}{\partial t} = \frac{D}{L}\frac{\partial^2(VC_pT)}{\partial l^2} -$ $\frac{\partial(vC_pT)}{\partial l} + \Delta Q_{(l)}^{\Sigma}$
	Statik	$v^{(0)}C_p^{(0)}T^{(0)} - vC_pT + \Delta Q^{\Sigma} = 0$	$\frac{\partial(vC_pT)}{\partial l} = \Delta Q_{(l)}^{\Sigma}$	$\frac{D}{L}\frac{\partial^2(VC_pT)}{\partial l^2} - \frac{\partial(vC_pT)}{\partial l} + \Delta Q_{(l)}^{\Sigma} = 0$

Kimyo texnologiyasida jarayonlarning matematik tavsiflari uchun asosiy bog'liqliklar quyidagi jadvalda ifodalangan:

Oqimlarda elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklari

Manbalar		Zonadagi jadallik		
		Mujassamlashgan parametrli	Taqsimlangan parametrli	Lokal
Yig'indili	Komponentning	$G_i^{\Sigma} = G_i^{R} + G_i^{M} + G_i^{A} + G_i^{B}$ $i = 1,\dots,n$	$G_{i(l)}^{\Sigma} = G_{i(l)}^{R} + G_{i(l)}^{M} + G_{i(l)}^{A} + G_{i(l)}^{B}$ $i = 1,\dots,n$	
	Issiqlikning	$\Delta Q^{\Sigma} = \Delta Q^{R} + \Delta Q^{M} +$ $+ \Delta Q^{A} + \Delta Q^{T} + \Delta Q^{H} + \Delta Q^{\Pi}$	$\Delta Q_{(l)}^{\Sigma} = \Delta Q_{(l)}^{R} + \Delta Q_{(l)}^{M} +$ $+ \Delta Q_{(l)}^{A} + \Delta Q_{(l)}^{T} + \Delta Q_{(l)}^{H} + \Delta Q_{(l)}^{\Pi}$	
V^R hajmda kimyoviy reaksiya	Komponentning	$G_i^R = V^R \cdot g_i^R$ $i = 1,\dots,n$	$G_{i(l)}^R = \frac{V^R}{L} g_i^R$ $i = 1,\dots,n$	$g_i^R = \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij} r_j$ $i = 1,\dots,n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^R = V^R \cdot \Delta q^R$	$\Delta Q_{(l)}^R = \frac{V^R}{L} \cdot \Delta q^R$	$\Delta q^R = \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}(-\Delta H_{ij}^R) r_j$
F- yuza orqali modda almashuv	Komponentning	$G_i^M = F^M \cdot g_i^M$ $i = 1,\dots,n$	$G_{i(l)}^M = \frac{F^M}{L} g_i^M$ $i = 1,\dots,n$	$g_i^M = \sum_{j=1}^{n} K_{ij}^M (x_i^* - x_i)$ $i = 1,\dots,n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^M = F^M \cdot \Delta q^M$	$\Delta Q_{(l)}^M = \frac{F^M}{L} \Delta q^M$	$\Delta q^M = \sum_{i=1}^{n} (-\Delta H_i^M) g_i^M$
Fazali muvozanatda agregat holatini o'zgarishi	Komponentning	$G_i^A = -\bar{v} \cdot \bar{x}_i^*$ $i = 1,\dots,n$	$G_{i(l)}^A = -\frac{\bar{v}}{L} \cdot \bar{x}_i$ $i = 1,\dots,n$	$\bar{x}_i = y_i^*$ $i = 1,\dots,n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^A = -\bar{v}\Delta H^A$	$\Delta Q_{(l)}^A = -\frac{\bar{v}}{L} \cdot \Delta \bar{H}^A$	$\Delta \bar{H}^A = \sum_{i=1}^{n} (-\Delta H_i^A) y_i^*$

[illegible]	Issiqlikning	$\Delta Q^T = F^T \Delta q^T$	$\Delta Q^T_m = \frac{F^T}{L} \Delta q^T$	$\Delta q^T =$ [illegible] $(\tilde{T} - T)$
[illegible]	Issiqlikning	$\Delta Q^H = F^H \Delta q^H$	$\Delta Q^H_m = \frac{F^H}{L} \Delta q^H$	$\Delta q^H =$ [illegible] $(T' - T^H)$

Shartli belgilar

V – ko'rilayotgan zonaning hajmi;
v – oqimning sarfi;
L – ko'rilayotgan zonaning uzunligi;
D – bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti;
x, T – oqimning tarkibi va harorati;
$\tilde{x}$ – fazali o'tishda agregat holatini o'zgarishida kontaktlanayotgan fazaning tarkibi;
ΣI – oqimda komponentlar manbalarining yig'indi jadalligi;
ΔQ^T – oqimda issiqlik manbalarining yig'indi jadalligi;
C_p – o'zgarmas bosimda issiqlik sig'imi;
I – oqimda komponentlar manbalarining lokal jadalligi;
Δq – oqimda issiqlik manbaning lokal jadalligi;
K – oqimda issiqlik manbalarining jadalligini tavsiflovchi uzatish koeffitsiyenti;
ΔH – elementar jarayonning issiqlik samarasi;
r – kimyoviy reaksiya pog'onalarining tezliklari;
ν – reaksiyalarda komponentlarning stexiometrik koeffitsiyentlari;
l – fazoning koordinatasi;
t – vaqtning koordinatasi;
n – ko'p komponentli tizimda komponentlar soni;
m – murakkab kimyoviy reaksiyada elementar pog'onalar soni.

YUQORIDAGI INDEKSLAR

(0) – oqimning zonaga kirish alomati;
R – kimyoviy reaksiya;
M – modda almashuv;

^{A} – fazali muvozanatda agregat holatining o‘zgarishi;
^{P} – tashqi oqimdan qo‘shimcha ta’minlash;
^{7} – issiqlik almashuv;
^{I} – issiqlik nurlanish;
* – termodinamik muvozanat;
$\sim$ – ko‘rilayotgan bilan kontaktlanayotgan oqimning zonasi.

PASTKI INDEKSLAR

i – komponent;
j – kimyoviy reaksiyaning pog‘onasi;
(ℓ) – parametrning taqsimlanganligi;
p – kimyoviy reaksiyaning elementar pog‘onasida tashkil bo‘layotgan komponent (mahsulot).

O‘z-o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. Xayoliy modellashtirish nima?
2. Ko‘rgazmali modellashtirish nima?
3. Analogli modellashtirish nima?
4. Tilli modellashtirish nima?
5. Matematik modellashtirish nima?
6. Imitatsion modellashtirish nima?
7. Kombinatsiyalangan modellashtirish nima?
8. Real modellashtirish nima?
9. Shaxsiy kompyutyerda tizimlarni modellashtirishning imkoniyatlari va samaradorligi.
10. Mashinali tajriba qanday rejalashtiriladi?
11. Ish hisoblarini o‘tkazish tartibi.
12. Konseptual modelni qurishning asosiy nimbosqichlarni ayting.
13. Texnologik jarayonlarning asosiy ierarxik sathlarni sanab o‘ting. Har bir sanab o‘tilgan sathlar nima bilan tavsiflanadi?
14. Fizik-kimyoviy tizim (FKT) va kimyo-texnologik tizim (KTT) deganda nima tushuniladi?
15. Tizimlar operatorlarining fizik-kimyoviy, texnologik va funksional vazifalari nimadan iborat?

16. Tizimning hisobiy moduli nimani tavsiflaydi?

17. Kompyutyerda real jarayonlarni hisoblash uchun tadqiqotlarning qanday bosqichlarini amalga oshirish kerak?

18. EHMda quyidagi real jarayonlarni hisoblashga misollar keltiring: a) kimyoviy ishlab chiqarish ierarxiyasining mikrosathida; b) makrosathda; d) ishlab chiqarish sathida.

19. Jarayonning matematik modeli (MM) nimani tavsiflaydi: a) matematik tavsifning tenglamalar tizimini (MTTT); b) uni yechish algoritmining blok-sxemasini; d) yuqori sathli algoritmik tillardan birida yechish dasturini; e) kompyutyerda amalga oshirilgan masalani yechish algoritmini, masalan modellovchi algoritm (MA)nima?

20. Nima uchun real jarayonning matematik modeli monand bo'lishi kerak?

21. Monandlikni aniqlash uchun tajriba ma'lumotlari kerakmi?

22. Nima uchun modellashtirish obyektining identifikatsiyasi MM ni monandligini ta'minlaydi?

23. Tadqiq qilinayotgan obyektning optimal ishlash sharoitini aniqlashda, ya'ni real jarayonni optimallashda kompyutyerdan qanday foydalanish kerak?

24. Strukturaviy modelni qurishning umumiy tamoyillarini sanab o'ting.

25. Kimyo-texnologik jarayonning matematik tavsifini tenglamalar tizimini qurish bosqichlarining nomini aytib o'ting.

26. Asosiy elementar jarayonlarni sanab o'ting.

27. Gidrodinamik modellarining balans tenglamalarini keltiring.

28. Oqimlardagi elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklarini keltiring.

29. Kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining tenglamalar tizimini tahlili nimadan iborat?

30. Mujassamlashgan parametrli (dinamik va statik modellar) obyektning matematik tavsifini keltiring.

31. Taqsimlangan parametrli (dinamik va statik modellar) obyektning matematik tavsifini keltiring.

32. Kimyoviy jarayonlar qanday algoritmlar yordamida modellanadi?

II bob. OBYEKTLARNING ANALITIK MODELLARINI QURISH USULLARI

Real apparatlarda oqimlarning xulqi shu qadar murakkabki, hozirgi vaqtda ularning qat'iy matematik tavsifini tuzishga ko'p hollarda imkon bo'lmaydi. Shu bilan bir vaqtda oqimlar tizimi kimyo-texnologik jarayonlar samaradorligiga jiddiy ta'sir ko'rsatishi ma'lum bo'lib, buning uchun ular jarayonlarni modellashtirishda hisobga olinishi kerak. Bunda oqimlar strukturasining matematik modellari qurilayotgan kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining asosi sifatida qabul qilinadi. Real oqimlarni aniq tavsiflash (masalan, Nave-Stoks tenglamasi yordamida) yechilishi o'ta qiyin masalalarga olib kelishi oldinroq ko'rsatib o'tilgandi. Shuning uchun shu vaqtgacha ishlab chiqilgan apparatlarda oqimlar strukturasining modellari ancha sodda va yarim empirik xarakterga ega. Shunga qaramay, ular real fizik jarayonlarni yetarli darajada aniq aks ettiruvchi modellar (obyektga monand modellar) ni qurishga imkon beradi.

Kimyo-texnologik jarayonlarni o'tkazishda ko'pincha ularni yakunlash to'liqligi darajasini bilish muhimdir, bu esa o'z navbatida apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanishiga bog'liq, modomiki apparatda oqimning ayrim ulushlari turib qolishi mumkin, boshqalari esa, aksincha, o'tib ketadi, bu esa kontakt vaqti va diffuziyaga bevosita bog'liq .

Apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqismlanishi (VBT) stoxastik tabiatga ega va statistik taqsimlanish bilan baholanadi.

Sanoat apparatlarida oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanish notekisligining eng muhim manbalari quyidagilardir:

1) tizim tezliklar profilining notekisligi; 2) oqimlarning turbulizatsiyasi; 3) oqimda turg'unlik sohalar mavjudligi; 4) tizimda baypasli va kesishuvchi oqimlar kanallarining hosil bo'lishi; 5) harakatlanuvchi muhitlarning harorat gradiyentlari; 6) fazalar orasida issiqlik va modda almashuvi va shunga o'xshashlar.

Shunday bo‘lib chiqishi mumkinki, diffuziya jarayonini bajarish uchun apparatda oqim zarralarini real bo‘lish vaqti yetarli bo‘lmay qoladi, bunga esa butun diffuziyali jarayonning samaradorligi bog‘liq. Shuning uchun oqimlarning ichki strukturasi haqidagi modelli ifodalar yordamida apparatdagi (shuningdek, bo‘lib o‘tish vaqti bo‘yicha) fazalar oqimining real strukturasini hisobga olish muhim hisoblanadi.

Modda almashuv jarayonlari uchun oqimlar strukturasini tavsiflash yana shu ma’noga egaki, u shu oqimlarda moddalarni joyini o‘zgartirish va taqsimlanishini aniqlashga imkon beradi. Shuning uchun barcha oqimlarning gidrodinamik modellari ko‘pincha oqimda modda konsentratsiyasini o‘zgarishini ifodalovchi tenglamalar ko‘rinishida yoziladi.

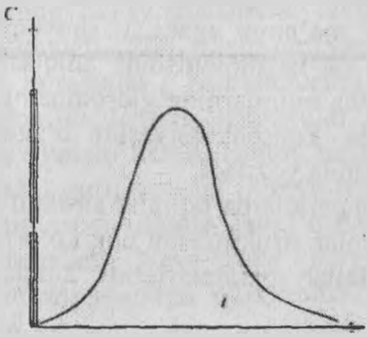
Keyinroq real apparatlarda oqimlar strukturasini tadqiqlashning tajriba usullari, oqimlar strukturasini eng ko‘p tarqalgan matematik modellari va modellar parametrlarini aniqlash usullari ko‘rib chiqiladi.

2.1. Oqimlar strukturasining tadqiqot usullari

Ko‘rsatilgan usullarning mohiyati oqimning apparatga kirishida unga qandaydir vosita bilan indikator kiritiladi, oqimning apparatdan chiqishida esa indikator konsentratsiyasini vaqtning funksiyasi sifatida o‘lchashdan iborat. Bu chiqish egri chizig‘i oqim tarkibi bo‘yicha namunaviy g‘alayonga tizimning javob funksiyasi deb ataladi. Indikatorlar sifatida bo‘yoqlar, tuzlar va kislota eritmalari, izotoplar va boshqa moddalardan foydalanadilar.

Indikatorga qo‘yiladigan asosiy talab – apparatda indikator zarralarining xulqi oqim zarralarining xulqiga o‘xshashi shart. Bu nuqtayi nazardan eng yaxshisi izotoplardir, chunki xossalari bo‘yicha ular asosiy oqimdan kam farqlanadi. Amalda ko‘pincha asosiy oqim bilan o‘zaro ta’sirga tushmaydigan va oson o‘lchanishi mumkin bo‘lgan indikatorlar qo‘llaniladi. Bunday indikatorlarga tuz eritmalari tegishlidir. Appartga indikator oqimning kirishidagi standart signallar ko‘rinishida quyidagicha kiritiladi: impulsli, pog‘onali va sikllik. G‘alayonlovchi signalning ko‘rinishiga muvofiq oqimlar strukturasini tadqiq qilishning quyidagi usullari farqlanadi: impulsli, pog'onali va sikllik. Odatda oxirgi signal amaliyotda sinusoida shakliga ega bo'ladi

Impulsli usul. Bu usulga muvofiq oqimning apparatga kirishida amaliy bir onda indikatorning delta funksiya shaklidagi ma'lum miqdori kiritiladi. Faraz qilaylik, ixtiyoriy murakkablilik apparatga oqimni kirishiga amaliy bir onda indikator kiritdik va 2.1-rasmda tasvirlangan bu g'alayonga javob funksiyasini aniqladik.



2.1-rasm. Impulsli g'alayonga tizimning tipik javob funksiyasi.

Apparat hajmini V deb va oqimning hajmli tezligini – v deb belgilaymiz.

Apparatda bo'lish vaqti t dan $t+dt$ gacha o'zgaradigan indikatorning miqdori quyidagini tashkil etadi

$$dg = vC_k(t)dt. \tag{2.1}$$

dg ning indikatorning umumiy miqdori g ga nisbati indikatorning apparatdan t dan $t+dt$ vaqtda chiqqan ulushini ifodalaydi:

$$dp = \frac{dg}{g} = \frac{vC_k(t)dt}{g}. \tag{2.2}$$

Asosiy oqim xulqi apparatdagi indikatorning xulqiga o'xshash bo'lganligi uchun, (2.1) tenglama t dan $t+dt$ bo'lgan vaqtda oqimning ulushini ifoda etadi.

$C(\theta)$ o'lchamsiz konsentratsiyani quyidagi formula bo'yicha kiritamiz.

$$C(\theta)=\frac{C_E(t)}{C_0^E}, \tag{2.3}$$

bunda, C_0^E – oqimdagi boshlang'ich konsentratsiya:

$$C_0^E=\frac{g}{V} \tag{2.4}$$

Shu vaqtning o'zida θ o'lchamsiz vaqtni quyidagi formula bo'yicha kiritamiz:

$$\theta=\frac{t}{\bar{t}}, \tag{2.5}$$

bunda, $\bar{t}$ – oqim zarralarining apparatda o'rtacha bo'lish vaqti:

$$\bar{t}=\frac{V}{v} \tag{2.6}$$

Endi (2.2) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$dp=\frac{vC_E(t)dt}{g}=v\frac{C_0^E C_E(t)}{C_0^E}\cdot\frac{1}{g}\cdot\frac{\bar{t}dt}{\bar{t}}=$$

$$=\frac{vC_0^E\bar{t}}{g}C(\theta)d\theta=\frac{vC_0^E\frac{V}{v}}{g}C(\theta)d\theta=C(\theta)d\theta \tag{2.7}$$

Kiritilgan indikatorning umumiy miqdori quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$g=v\int_0^\infty C_E(t)dt. \tag{2.8}$$

U vaqtda (2,2), (2.7) tenglamalardan quyidagi ifoda kelib chiqadi

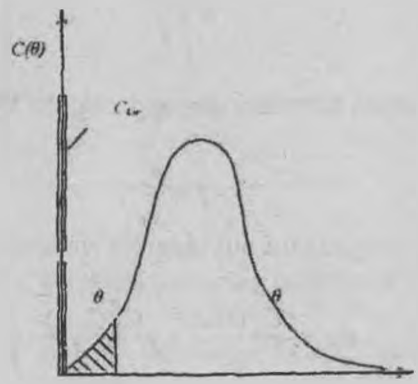
$$C(\theta)=\frac{vC_E(t)dt}{gd\theta}=v\frac{C^E(t)\bar{t}}{g}=\frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t)dt}, \tag{2.9}$$

unda ifoda $$C(t)=\frac{C_E(t)}{\int\limits_0^{\infty} C_E(t)dt}$$ (2.10)

me'yorlangan C-egri chiziqni beradi.

(θ) koordinatalarda tajriba egri chizig'ini quramiz (2.2-rasm.). Bunday egri chiziq C-egri chizig'i deb ataladi. Uni ostidagi shtrixlangan maydon quyidagiga teng

$$\int\limits_0^{\infty} C(\theta)d\theta \quad (2.11)$$



2.2-rasm. Tipik *C*-egri chiziqli.

va 0 dan θ gacha o'zgarish vaqtida apparatdagi oqim ulushini belgilaydi. Tabiiyki

$$\int\limits_0^{\theta} C(\theta)d\theta = 1 \quad (2.12)$$

Shunday qilib, C-egri chizig'i apparatda vaqt bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanishining tavsifidir.

Oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{t} = \int\limits_0^{\infty} tdp. \quad (2.13)$$

Bu tenglamaga (3.2) tenglamadagi *dp* ni qo'yamiz va $g = v\int_0^\infty C_E(t)dt$ dan foydalansak, unda quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\bar{t} = \frac{v\int_0^\infty tC_E(t)dt}{v\int_0^\infty C_E(t)dt} = \frac{\int_0^\infty tC_E(t)dt}{\int_0^\infty C_E(t)dt}. \qquad (2.14)$$

1-misol. Apparatdagi oqimlarning gidrodinamikasini tadqiq qilishda impulsli usul qo'llaniladi. Impulsli g'alayonni berish (indikatorni impuls shaklida kiritish) natijasida apparat chiqishidagi indikatorning quyidagi konsentratsiya qiymatlari olindi (2.1-jad.).

2.1-jadval

Vaqt, min	0	5	10	15	20	25	30	35
Indekatorning konsentratsiyasi, g/m^3	0	3	5	5	4	2	1	0

C- egri chiziqning taqsimlanishini qurish kerak.

Yechim. C(θ) funksiyani aniqlash uchun dastlab (2.9) tenglamadagi *C(t)* qiymatlarini topamiz. Buning uchun probalar (tahlil uchun namuna) olish vaqtining intervalini $\Delta t = 5$ daqiqa deb faraz qilib, $\sum_i C_E(t)\Delta t$ qiymatlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\int_0^\infty C_E(t)dt \approx \sum_i v\int_0^\infty C_i^E(t)\Delta t = (3+5+5+4+2+1)\cdot 5 = 100\frac{g\cdot daq}{m^3}$$

$C(t) = C_i^E(t) / \sum_i C_i^E(t)\Delta t$ me'yorlangan funksiyani vaqtga bog'liq qiymatlarini 2.2-jadval shakliga keltiramiz.

C (t) me'yorlangan funksiyaning qiymatlari

2.2-jadval

t, daq.	0	5	10	15	20	25	30
C(t) min^{-1} min,	0	0,03	0,05	0,05	0,04	0,02	0,01

$C(\theta)$ funksiyani olish uchun, vaqtni θ va C ni o'lchamsiz ko'rinishga keltiramiz, ya'ni $C(\theta)$ ko'rinishga. Buning uchun apparatda o'rtacha bo'lish vaqtini (2.14) tenglamadan topamiz.

o'lchamsiz vaqt quyidagini tashkil etadi:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} = \frac{t}{15}$$

(2.9) tenglamadan foydalanib, quyidagiga ega bo'lamiz

$$C(\theta) = \bar{t}C(t) \approx \frac{15C_i^E(t)}{\sum_i C_i^E(t)\Delta t}$$

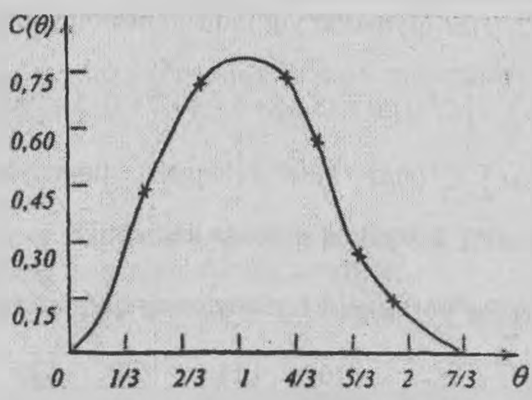
va t_i, C_i^E qiymatlarni qo'ygandan keyin, $C(\theta)$ muvofiq qiymatlarini olamiz (2.3-jad.).

2.3-jadval

$C(\theta)$ o'lchamsiz funksiyaning qiymatlari

θ	0	1/3	2/3	1	4/3	5/3	2	7/3
$C(\theta)$	0	0,45	0,75	0,75	0,60	0,03	0,15	0

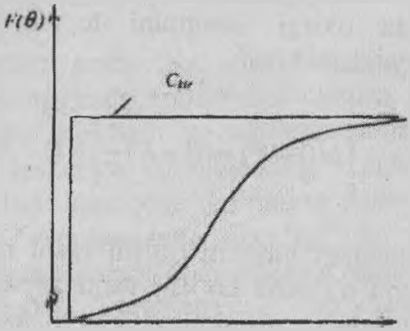
Bu ma'lumotlar bo'yicha taqsimlanishning C – egri chizig'ini quramiz (2.3-rasm).



2.3-rasm. O'lchamsiz C-egri chiziq.

Pog'onali g'alayon usuli. Bu usuldan foydalanishda apparatga kirayotgan va indikator bo'lmagan suyuqlik oqimiga indikatorning ma'lum miqdori shunday kiritiladiki, kirayotgan oqimda uning konsentratsiyasi sakrab noldan C_0 ning ma'lum qiymatigacha o'zgaradi va shu sathda ushlab turiladi.

Signalning pog'onali shakliga mos keluvchi javob egri chizig'i 2.4-rasmda tasvirlangan ko'rinishga ega. Agar vaqt o'lchamsiz birliklarda ifodalangan bo'lsa, unda apparatdan chiqayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarish bog'liqligi F – egri chiziq deb ataladi. Kirayotgan oqimdagi $F/F(\infty)$ nisbatga teng miqdor 0 dan 1 gacha o'zgaradi.



2.4-rasm. Tipik tajribaviy F – egri chiziq.

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti θ dan $\theta + d\theta$ gacha oraliqda bo'lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagiga teng bo'ladi:

$$dF(\theta) = C(\theta)d\theta \tag{2.15}$$

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti θ dan kichik bo'lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = \int_0^{\theta} C(\theta)d\theta \tag{2.16}$$

Apparatdagi suyuqlikning barcha ulushlarini yig'indisi 1 ga tengligi bo'lganligi uchun C-egri chiziq tagidagi maydon 1 ga teng va $\theta \to \infty$ da $f(\theta) \to 1$, ya'ni

$$\int_0^1 \theta\, dF(\theta) = \int_0^\infty \theta\, C(\theta)\, d\theta = 1 \qquad (2.17)$$

Oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty tC_E(t)dt}{\int_0^\infty C_E(t)dt} = \int_0^\infty tC_E(t)dt = \int_0^\infty tdF = -\int_0^\infty td(1-F). \qquad (2.18)$$

(2.18) ifodada oxirgi integralni topish uchun bo'laklab integrallashdan foydalanamiz:

$$\int_0^\infty td(1-F) = t(1-F) - \int_1^\infty = (1-F)\,td \qquad (2.19)$$

(2.19) tenglamadagi birinchi qo'shiluvchi nolga teng. Bunda oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti apparatdan chiqishdagi oqim elementlarining taqsimlanish funksiyasi qiymatlari $F(t) = F_E(t) / F_E(\infty)$ orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\bar{t} = \int_0^\infty = (1-F)td \qquad (2.20)$$

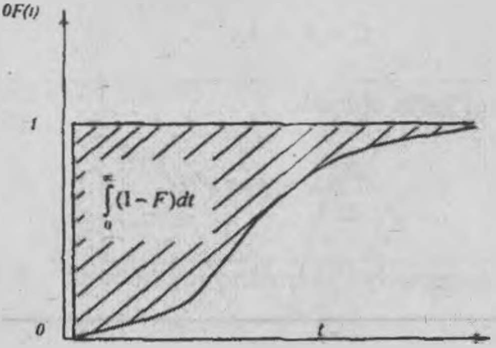
Quyidagi funksiyani kiritib

$$I(t) = 1 - F(t), \qquad (2.21)$$

o'rtacha bo'lish vaqtini quyidagicha ifodalash mumkin

$$\bar{t} = \int_0^\infty I(t)d. \qquad (2.22)$$

Geometrik jihatdan o'rtacha bo'lish vaqti F(t) egri chiziq ustidagi maydonga mos keladi (2.5-rasm).



2.5-rasm. *O'rtacha bo'lish vaqtining geometrik talqini.*

Muvozanat holati usuli. Bu usul bilan apparatda oqimlar strukturasini tadqiq qilganda apparatdan chiqish oqimiga doimiy tezlik bilan *indikator kiritiladi* va indikator konsentratsiyasining oqim harakatining teskariga yo'nalgandagi o'zgarishi aniqlanadi. Indikator zarrachalari apparatga oqimning teskari aralashtirishi hisobiga tushadi. Apparatning uzunligi bo'yicha indikator *konsentratsiyasining taqsimlanishi muvozanat rejimda aniqlanadi.*

Diffuziyali model parametri - bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti (D_l) ni baholash uchun muvozanat holati usullaridan foydalanish misolini ko'rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{d^2C}{dz^2} - Pe\frac{dC}{dz} = 0 \qquad (2.23)$$

bunda, z – o'lchamsiz koordinata; C – konsentratsiya; Pe – Pekle soni. Quyidagi chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$z = 1 \text{ da } C_k = 0,\ C\frac{1}{Pe}\cdot\frac{dC}{dz} \qquad (2.24)$$

$$z = 1 \text{ da } C = C_k \qquad (2.25)$$

(2.23) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$C = A_1 + A_2 e^{Pe\,z},\qquad(2.26)$$

bundan quyidagi kelib chiqadi:

$$\frac{dC}{dz} = A_2 Pe * e^{Pez}.\qquad(3.27)$$

$z = 0$ dagi chegaraviy shartdan foydalanib, A_r qiymatini topamiz:

$$A_1 + A_2 e^0 = \frac{1}{Pe} * A_2 Pe * e^0;\; A_1 = 0\qquad(2.28)$$

$z = 1$ dagi shartdan esa quyidagiga ega bo'lamiz:

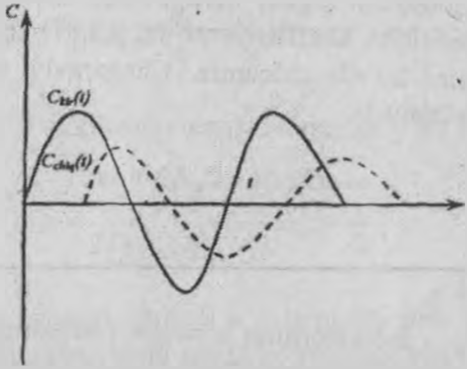
$$C_k = A_2 e^{Pe};\; A_2 = C_k e^{-Pe}\qquad(2.29)$$

Shuning uchun ushbu ko'rilayotgan holda diffuziyali model tenglamasining yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$C = C_k e^{Pe(z-1)}.\qquad(2.30)$$

Apparatning qandaydir kesimida indikatorning konsentratsiyasini aniqlab, Re ni topish mumkin va apparatning bir necha kesimlarida konsentratsiyani o'lchab, model monandligini tekshirish uchun foydalanish mumkin bo'lgan ma'lumotlarni olamiz. Agar oqimda bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti apparatning uzunligi bo'yicha bir xil bo'lsa, unda turli nuqtalarda olingan R_e ning qiymatlari bir-biriga mos keladi.

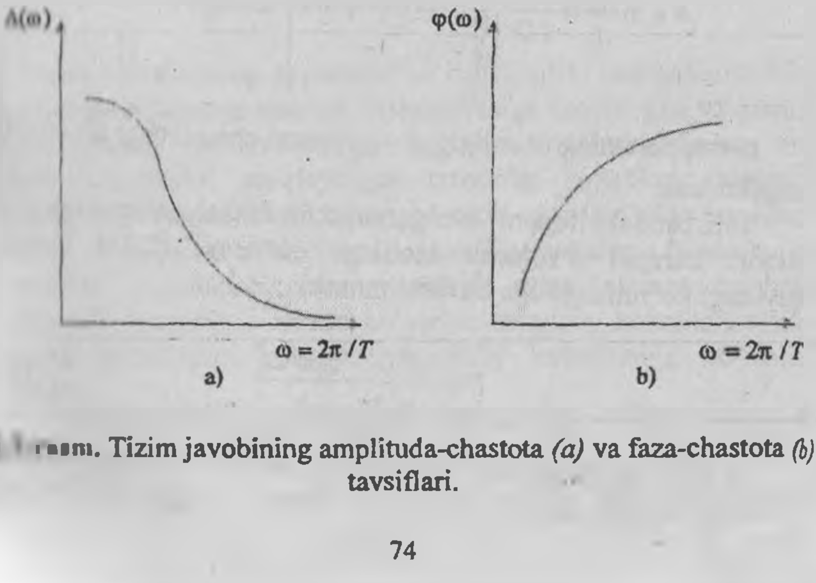
Sinusoidal g'alayonlash usuli. Kiruvchi oqimga sinusoidal g'alayon ta'sir ettirilsa, chiqishda o'zida sinusoidani ifodalaydigan, lekin boshqa amplitudaga ega va faza bo'yicha siljigan javob funksiyasi olinadi. Kirishdagi sinusoidal g'alayon A_0 amplituda va chastota $\omega = 2p/T$ (rad/s) bilan aniqlanadi, bunda, T – tebranishlar davri. Chiqish sinusoidada amplituda o'zgaradi va φ faza siljishi paydo bo'ladi (2.6-rasm).



2.6-rasm. Trasserni sinusoidal berishda kirish va chiqish signallarning ko'rinishi.

Bir obyekt uchun φ qiymat va amplitudaning o'zgarishi g'alayonlovchi signalning chastota funksiyalaridir. Kirish va chiqish sinusoidalarini solishtirish natijasida amplituda-chastota va faza-chastota tavsiflari olinadi (2.7-rasm).

Amplitudalar nisbati *kuchaytirish koeffitsiyenti* $\Delta(\omega)$ deb ataladi.



2.7-rasm. Tizim javobining amplituda-chastota *(a)* va faza-chastota *(b)* tavsiflari.

Kirishga sinusoidal signal berilgandagi diffuziyali modelning bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti D_l [(2.87) formulaga qarang] ni aniqlanishini ko'rib chiqamiz. Chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$C(t,0) = C_0 A_0 \sin \omega t, \tag{2.31}$$

$$C(t,\infty) = C_0. \tag{2.32}$$

bunda, C_0 – indikatorning o'rtacha konsentratsiyasi; $A_0 - z = 0$ dagi (apparatga kirishda) tebranishlar amplitudasi.

Diffuziyali model tenglamasi uchun Laplas o'zgartirishini qo'llab, (2.31), (2.32) chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda apparat chiqishdagi indikator konsentratsiyasi uchun quyidagi ifodani olish mumkin:

$$C(t,1) = C_0 + A_0 e^{-B} \sin(\omega t - \varphi), \tag{2.33}$$

Bunda

$$B = \ln\frac{A_0}{A_l} = \frac{ul}{2D_l}\left[\sqrt{1+\left(\frac{4\omega D_l}{u^2}\right)^2}\cos\left[\frac{tg^{-1}\left(\frac{4\omega D_l}{u^2}\right)}{2}\right]\right]-1, \tag{2.34}$$

l —apparatning uzunligi; A_l — apparat chiqishdagi tebranishlar amplitudasi.

Ildiz ostidagi ifodani va trigonometrik funksiyani qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolarini inobatga olmasak, (2.34) tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'lishi mumkin:

$$B = \frac{l\omega^2 D_l}{u^3} - \frac{5l\omega^2 D_l^3}{u^7} \tag{2.35}$$

(2.35) tenglamaning ikkinchi a'zosini inobatga olmasak, quyidagi ifodani olamiz:

$$B = \ln\frac{A_0}{A_l} = \frac{l\omega^2 D_l}{u^3} \tag{2.36}$$

Fazalar siljishini aniqlovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\varphi = \frac{ul}{2D_l}\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}+\left(\frac{2D_l\omega}{u^2}\right)^2}-\frac{1}{2}} \tag{2.37}$$

Qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolarni chiqarib tashlagandan so'ng, oxirgi tenglama quyidagi sodda ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\varphi = \frac{\omega L}{u} \tag{2.38}$$

Endi fazalar siljishining tajriba qiymati f va $A_0 / A\_$ amplitudalar nisbati bo'yicha (2.36), (2.37) tenglamalar asosida bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti D_l ning qiymatini baholash qiyin emas.

2.2. Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlari taqsimlanishining asosiy tavsiflari

Oqim zarralarining apparatda bo'lish vaqtini taqsimlanishining bahosi momentlarning statistik tushunchasiga asoslangan va zichlik ehtimolligining taqsimlanishiga bog'liq. Taqsimlanishning eng muhim xossalarini aniqlaydigan tasodifiy kattalikni taqsimlanishining asosiy xossalarini bir necha sonli tavsiflar bilan tavsiflash mumkin. Bunday tavsiflar tizimi – tasodifiy kattalikni taqsimlanish momentlari hisoblanib, ular quyidagi uchta alomat bo'yicha farqlanadi: moment r tartibi bo'yicha; tasodifiy kattalikni hisoblashning boshlanishi bo'yicha; tasodifiy kattalikning ko'rinishi bo'yicha.

r momentning tartibi ixtiyoriy butun son bo'lishi mumkin. Amaliyotda esa nolinchi, birinchi, ikkinchi, uchinchi va to'rtinchi tartibli momentlar ko'riladi, ya'ni $\beta = 0,1,2,3,4$. Tasodifiy kattalik hisobini boshlashdan kelib chiqib, boshlang'ich va markaziy momentlar ajratiladi. Taqsimlash funksiyaning ***boshlang'ich momentlarini*** umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_\beta = \int_0^\infty t^\beta C(t)dt. \qquad (2.39)$$

Momentlarning har biri ma'lum fizik mazmunga ega. Nolinchi moment – egri chiziq ostidagi maydonni; birinchi moment - o'rta miqdorni (bo'lishning o'rta vaqti), yoki bo'lish vaqtining tasodifiy kattaligining matematik kutilmasini tavsiflaydi. Matematik kutilmalardan hisoblanadigan tasodifiy kattaliklar *markazlashtirilgan* deb ataladi. Markazlashtirilgan kattalik momentlari *markazlashgan* deb ataladi. Markazlashgan momentlarning umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_\beta = \int_0^\infty (t-\bar{t})^\beta C(t)dt. \qquad (2.40)$$

Ikkinchi markazlashgan moment tasodifiy kattalikning o'rtacha bo'lish vaqtiga nisbatan yoyilishini tavsiflaydi va u *dispersiya* deb ataladi hamda σ_t^2 orqali belgilanadi:

$$\sigma_t^2 = \mu_2 = \int_0^\infty (t-\bar{t})^2 C(t)dt. \qquad (2.41)$$

Uchinchi markazlashgan moment *asimmetrik* taqsimlanishni tavsiflaydi va quyidagiga teng:

$$\mu_3 = \int_0^\infty (t-\bar{t})^3 C(t)dt. \qquad (2.42)$$

To'rtinchi markazlashgan moment *o'tkir cho'qqili* taqsimlanishni ifodalaydi:

$$\mu_4 = \int_0^\infty (t-\bar{t})^4 C(t)dt. \qquad (2.43)$$

Apparatda oqim elementlarining harakatlari stoxastik tabiatga ega bo'lganligi sababli, ularni o'rtacha bo'lish vaqti ma'lum taqsimlanish zichligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi. Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarini taqsimlash zichligi funksiyasining bahosi bo'lib, impulsli g'alayon ta'sirida apparatning chiqishida olinayotgan C – egri chiziq xizmat qilishi mumkin. Unda C – egri chiziqning momentlari oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti bo'yicha taqsimlashining asosiy tavsiflari hisoblanib, shu oqim strukturasini aniqlab beradi.

Endi me'yorlangan va o'lchamsiz C – egri chiziqning momentlar bog'liqligini ko'rib chiqamiz. Me'yorlangan C – egri chiziqning qiymatlari quyidagicha aniqlanadi:

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t)dt} \tag{2.44}$$

Me'yorlangan C – egri chiziqning β tartibli boshlang'ich momenti:

$$\mu'_\beta = \int_0^{\infty} t^\beta C(t)dt \tag{2.45}$$

o'lchamsiz konsentratsiya $C(\theta)$ va vaqt θ ni kiritib, $C(\theta) = C(t)\bar{t}$ va $\theta = t/\bar{t}$ ni hisobga olgan holda (2.45) tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\mu'_\beta = \int_0^{\infty} (\theta\bar{t})^\beta \frac{C(\theta)}{\bar{t}} \bar{t} d\theta = \bar{t}^{-\beta} \int_0^{\infty} \theta^\beta C(\theta)d\theta \tag{2.46}$$

(2.46) tenglamaning o'ng qismidagi integral o'lchamsiz bo'lish vaqtining β tartibli boshlang'ich momenti M_β^θ bo'yicha olinadi. Bundan β tartibli o'lchamli va o'lchamsiz boshlang'ich momentlar orasidagi quyidagi bog'lanish olinadi:

$$\mu'_\beta = \bar{t}^{-\beta} M_\beta^\theta \tag{2.47}$$

Shunga o'xshash holda me'yorlangan C – egri chiziqning β tartibli markaziy momenti μ'_β ning ifodasiga $C(t) = C(\theta)/\bar{t}$ va

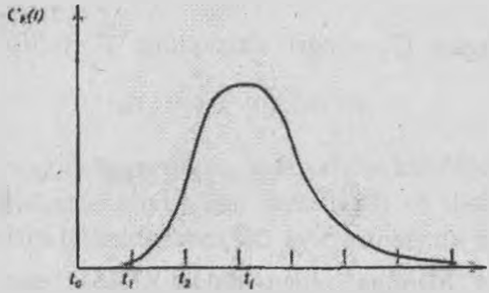
$t = t(\theta)$ larni qo'yib, o'lchamli va o'lchamsiz markaziy momentlar orasida bog'lanishni olamiz:

$$\mu'_\beta = t^{-\beta} M_\beta^\theta \tag{2.48}$$

Momentlar usuli yordamida eksperimental C – egri chiziqlarni qayta ishlash. Obyektni tadqiq qilish natijasida tajribaviy C – egri chiziq olingan bo'lsin (2.8-rasm). Tahliliy trapetsiyalar formulasidan foydalanib, berilgan C – egri chiziqning boshlang'ich momentlarni hisoblashni ko'rib chiqamiz. Tajribaviy C – egri chiziqning nolinchi tartibli boshlang'ich momenti egri chiziq tagidagi maydon bilan aniqlanadi:

$$M'_0 = \int_0^\infty C_E(t)dt \approx \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1}(C_i^E + C_{j+1}^E)\Delta t \tag{2.49}$$

bunda, n — tajribaviy C – egri chiziqning bo'linish nuqtalar soni.



2.8-rasm. Tajribaviy C – egri chiziq.

Me'yorlangan C – egri chiziqning birinchi tartibli boshlang'ich momenti o'rtacha bo'lish vaqti t ni aniqlaydi. Me'yorlangan C – egri chiziqning ta'rifini hisobga olib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$M'_1 = \int_0^\infty tC(t)dt = \bar{t} \approx \frac{\sum_{j=1}^{n-1}(t_{j+1}C_{j+1}^E + t_j C_j^E)}{\sum_{j=1}^{n-1}(C_{j+1}^E + C_j^E)} \tag{2.50}$$

Umumiy holda me'yorlangan C – egri chiziqning s – tartibli boshlang'ich momenti M'_s quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M_1^l = \int_0^\infty t^s C(t)dt = \frac{1}{(s+1)}\int_0^\infty C(t)d(t^{s+1}) \approx$$

$$\approx \frac{1}{s+1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n-1}(t_{j+1}C_{j+1}^E)(t_{j+1}^{s+1} - t_j^{s+1})}{\sum_{j=1}^{n-1}(C_{j+1}^E + C_j^E)\Delta t} \tag{2.51}$$

Markaziy momentlarni hisoblashda to'xtalamiz. Momentlar ta'rifidan foydalanib, quyidagi tenglamalarning haqqoniyligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\mu_0^l = \int_0^\infty (t-\bar{t})^0 C(t)dt = 1, \tag{2.52}$$

$$\mu_0^l = \int_0^\infty (t-\bar{t})^0 C(t)dt = 0, \tag{2.53}$$

Ikkinchi tartibli markaziy moment μ_2^l C – egri chiziqning *dispersiyasi* deb ataladi va C o'rta qiymatga nisbatan bo'lish vaqti taqsimlashining yoyilish tavsifi bo'lib xizmat qiladi. Ikkinchi markaziy moment μ_2^l ikkinchi boshlang'ich moment M_2^l va o'rtacha bo'lish vaqti t larning qiymatlari orqali ifodalanishi mumkin:

$$\mu_2^l = \int_0^\infty (t-\bar{t})^2 C(t)dt = \int_0^\infty t^2 C(t)dt - 2\bar{t}\int_0^\infty tC(t)dt +$$
$$+\bar{t}^2\int_0^\infty C(t)dt = M_2^l - 2\bar{t}M_1 + \bar{t}^2 = M_2^l - \bar{t}^2. \tag{2.54}$$

Umumiy holda me'yorlangan C – egri chiziqning s – tartibli markaziy momenti quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\mu_2^l = \int_0^\infty (t-\bar{t})^s C(t)dt = \frac{1}{s+1}\int_0^\infty C(t)d(t-\bar{t})^{s+1} \approx$$

$$\approx \frac{1}{s+1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n-1}(C_{j+1}^E + C_j^E)[(t-\bar{t})_{j+1}^{s+1} - (t-\bar{t})_j^{s+1}]}{\sum_{j=1}^{n-1}(C_{j+1}^E + C_j^E)\Delta t} \tag{2.55}$$

Tajribaviy F – egri chiziqlarga ishlov berish. Agar C – egri chiziq bo‘lish vaqti bo‘yicha oqim elementlarini taqsimlanish zichligi funksiyasining bahosi bo‘lib xizmat qilsa, unda F – egri chiziq (pog‘onali g‘alayonga tizimning javobi) taqsimlanish funksiyasining bahosidir. Amalda tajribaviy F – egri chiziqdan $F_e(t)$ me’yorlangan $F(t)$ ga o‘tish qulay bo‘lib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$F(t) = F_e / F(\infty). \tag{2.56}$$

Me’yorlangan F – egri chiziqning nolinchi boshlang‘ich momenti quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$M_0^{\prime} = \int_0^{\infty} C(t)dt = F(\infty). \tag{2.57}$$

Birinchi, ikkinchi, ... , s –tartibli momentlar uchun ifodalarni quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$M_1^{\prime} = \int_0^{\infty} tC(t)dt = \int_0^{\infty} tdF = -\int_0^{\infty} td(1-F) = \int_0^{\infty} (1-F)dt \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1} - F_j}{2} \Delta t. \tag{2.58}$$

$$M_2^{\prime} = \int_0^{\infty} t^2 C(t)dt = \int_0^{\infty} t^2 dF = 2\int_0^{\infty} t(1-F)dt \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^{n-1} \left[t_{j+1}(1-F_{j+1}) + t_j(1-F_j) \right] \Delta t.$$

$$M_s^{\prime} = s\int_0^{\infty} t^{s-1}(1-F)\ dt = \int_0^{\infty} (1-F)\ dt^2 \approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1} - F_j}{2} (t_{j+1}^s - t_j^s). \tag{2.59}$$

Markaziy momentlar quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$M_0^{\prime} = \int_0^{\infty} (t-\bar{t})^0 C(t)dt = 1, \tag{2.60}$$

$$M_1^{\prime} = \int_0^{\infty} (t-\bar{t})^0 C(t)dt = 0, \tag{2.61}$$

$$M_2^t = \int_0^\infty (t-\bar{t})^2 C(t)dt = M_2^t - \bar{t}^2, \qquad (2.62)$$

$$M_s^t = \int_0^\infty (t-\bar{t})^s C(t)dt = 2\int_0^\infty (1-F)d(t-\bar{t})^s + (-1)^s(\bar{t})^s \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^{n-1}(2-F_{j+1}-F_j)\left[(t_{j+1}-\bar{t})^s-(t_j-\bar{t})^s\right]+(-1)^s(\bar{t})^s \qquad (2.63)$$

Bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanish momentlarini obyektning uzatish funksiyasi orqali aniqlash. Murakkab gidrodinamikali apparatlar uchun vaqt bo'yicha bo'lishning taqsimlanish funksiyasining momentlarini baholash o'ta ko'p mehnat talab qiladigan masalani ifodalaydi. Ko'pincha bunday hollarda ko'rilayotgan kanal bo'yicha apparatning uzatish funksiyasidan foydalanish qulay. Umumiy holda uzatish funksiyasi chiqishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalni $C(p)$ kirishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalga C_{kir} nisbati sifatida topish mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}(p)}{\tilde{C}_{kir}(p)} \qquad (2.64)$$

bu yerda Laplas o'zgartirishi quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$L[C(t)] = \int_0^\infty e^{-pt}C(t)dt, \qquad (2.65)$$

$$P = \sigma + i\omega \qquad (2.66)$$

Impulsli kirish funksiyasi uchun ($\delta(t)$ delta funksiya) Laplas o'zgartirishi quyidagini beradi:

$$C_{kir}(p) = L[\delta(t)] = 1. \qquad (2.67)$$

Unda apparatning impulsli kirish g'alayoni ta'siridagi uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W(p) = \tilde{C}(p) \qquad (2.68)$$

Impulsli g'alayon ta'sir etayotgan apparatning uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:

$$W(p) = L[C(t)] = \int_0^\infty e^{-pt} C(t)dt. \qquad (2.69)$$

(2.69) ifodada $r = 0$ deb, quyidagini olamiz:

$$W(0) = \int_0^\infty C(t)dt = M_0'. \qquad (2.70)$$

Shunday qilib, $r = 0$ ga teng bo'ganda apparatning uzatish funksiyasi impulsli g'alayonga javob bo'lgan funksiyaning nolinchi boshlang'ich momentiga tengdir.

r o'zgaruvchi bo'yicha $W(r)$ uzatish funksiyasini differensiallaymiz va $r = 0$ nuqtada hosilaning qiymatini ko'rib chiqamiz:

$$\frac{dW(p)}{dp}\Big|_{p=0} = \left[\int_0^\infty e^{-pt} C(t)dt\right]_p\Big|_{p=0} =$$
$$= \int_0^\infty \frac{d}{dp}[e^{-pt} C(t)dt]\Big|_{p=0} = \int_0^\infty -tC(t)dt = -M_1. \qquad (2.71)$$

Shunday qilib, quyidagini olamiz:

$$W_p'(0) = -M_1. \qquad (2.72)$$

Shunga o'xshash holda, r bo'yicha uzatish funksiyasi $W(p)$ dan olingan ikkinchi tartibli hosilani ko'rib chiqamiz:

$$\frac{d^2W(p)}{dp^2}\Big|_{p=0} = \int_0^\infty t^2 C(t)dt = M_2' \qquad (2.73)$$

yoki

$$W_p''(0) = -M_2'. \qquad (2.74)$$

Nihoyat, umumiy holda n – tartibli hosila uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$W_p^n(0) = (-1)^n M_n'. \qquad (2.75)$$

2.3. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari

Bo'lib o'tishning vaqt bo'yicha taqsimlashini hisobga olib, barcha o'zaro ta'sirlashuvchi diffuziyali va issiqlik oqimlarning xilma-xilligini quyidagi tipik matematik modellar ko'rinishida shakllantirish mumkin: ideal aralashtirish, ideal siqib chiqarish, diffuziyali, yacheykali, sirkulatsion va kombinatsiyalangan. Sanab o'tilgan tipik modellar quyidagi talablarga javob beradi: 1) ko'rilayotgan sharoitlarda real oqimning asosiy fizik qonuniyatlarini aks ettiradi; 2) yetarlicha soddadir; 3) tajribaviy yoki nazariy model parametrlarini aniqlashga imkon beradi; 4) konkret jarayonlarni hisoblash uchun ulardan foydalanishga imkon beradi.

Bu paragrafda ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari ko'rib chiqiladi.

Ideal aralashtirish modeli apparatga kirayotgan modda uning butun hajmi bo'yicha bir onda taqsimlanadigan apparatga muvofiq keladi. Apparatning istalgan nuqtasida moddaning konsentratsiyasi uning chiqishdagi konsentratsiyasiga teng. Ideal aralashtirish modelining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$V\frac{dC}{dt} = \upsilon(C_{kir} - C), \qquad (2.76)$$

bunda, C_{kir} – moddaning kirishdagi konsentratsiyasi; C — moddaning apparatdagi va chiqishidagi konsentratsiyasi; V — apparatning hajmi; υ – apparatdan o'tayotgan oqimning hajmiy sarfi.

Yuvib ketish usuli uchun kirish g'alayonga ideal aralashtirish modelining javobi C_n boshlang'ich konsentratsiyali kamayuvchi eksponensial bog'liqlikka muvofiqdir (2.9-rasmda 1-egri chiziq):

$$C(t) = C_n e^{-t/\bar{t}} \qquad (2.77)$$

2.9-rasm. Ideal aralashtirish modeli uchun javob funksiyalari:
1- yuvib ketish usuli (indikatorni impulsli kiritish usuli);
2- indikatorni pog'onali kiritish usuli.

Impulsli g'alayonda tenglama o'xshash ko'rinishga ega, chunki g miqdorda kiritilgan indikator butun hajm bo'yicha bir onda taqsimlanadi va uning yuvib ketilishi boshlanadi. Unda boshlang'ich konsentratsiya $C_n = g/V$ ga teng. Mos ravishda uning appartdan chiqishidagi konsentratsiyasining o'zgarishi (2.77) tenglama bilan tavsiflanadi (2.9-rasmdagi 1-egri chiziq).

Indikatorning pog'onali kiritilganda konsentratsiyaning $t=0$ vaqt momentida $C=0$ dan $C=C_{kir}$ gacha sakrash ko'rinishidagi o'zgarishiga bo'lgan javob funksiyasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi (2.9-rasmda 2-egri chiziq):

$$C(t) = C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}). \qquad (2.78)$$

Ideal aralashtirish apparatining uzatish funksiyasi modelning kirish tenglamasini Laplas bo'yicha o'zgartirish yordamida aniqlanadi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p} \qquad (2.79)$$

Ideal aralashtirish modeli ancha soddaligi bilan ajralib turadi. Shu bilan bir qator hollarda uning qo'llanishi to'la asoslangan. Bu birinchi navbatda akslantiruvchi to'siqlari bor jadal aralashtiruvchi apparatlarga tegishlidir (aralashtirgichli apparatlar, aralashtirish

...liklari katta bo'lgan sharoitlardagi osti sferali silindrik apparatlar va h k.).

Ideal siqib chiqarish modelining asosida harakatga perpendikular yo'nalishda bir maromda taqsimlangan moddaning aralashtirishsiz porshenli oqish farazi yotadi. Tizimda barcha zarralarning bo'lish vaqti bir xil va tizim hajmini suyuqlikning hajmiy sarfiga nisbatiga teng. Bunday oqim, masalan, quvurli apparatda suyuqlikning turbulentli oqish rejimida bo'lishi mumkin. Bu holda tezliklar profilini bir maromli, ya'ni oqimning ayrim elementlarini bo'lish vaqti bir xil deb hisoblasak bo'ladi. Ideal siqib chiqarish modelining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{dC}{dt}+u\frac{dC}{dx}=0, \tag{2.80}$$

bunda, t — vaqt, x — i tezlik bilan bo'ylama bo'yicha ko'chayotgan moddaning koordinatasi.

Quyidagi boshlang'ich

$$t=0,\ 0<x\le 1 \text{ da } C(0,x)=C_b(x) \tag{2.81}$$

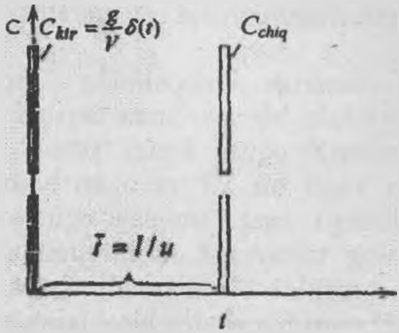
va chegaraviy $x=0,\ t>0$ da $C(t,0)=C_{kir}(x)$ (2.82)

shartlarni qanoatlantiradigan (2.80) tenglamaning yechimi quyidagicha:

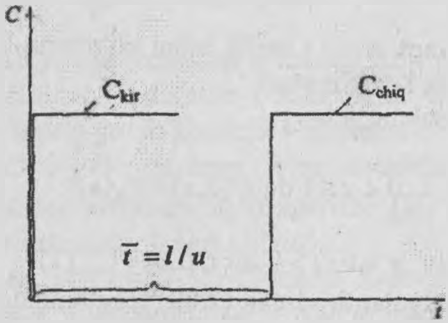
$$C(t,l)=\begin{cases} C_n(l-tu), t<\dfrac{l}{u}, \\ C_{kir}(t-\dfrac{l}{u}), t\ge\dfrac{1}{u}. \end{cases} \tag{2.83}$$

(2.83) tenglamaning yechimidan kelib chiqadiki, ideal siqib chiqarish apparati kirishidagi konsentratsiyaning ixtiyoriy o'zgarishi uning chiqishida o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t}=l/i$ (bunda, l - apparat uzunligi) ga teng vaqtdan keyin sodir bo'ladi.

(2.83) tenglamaning yechimiga muvofiq ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli va pog'onali g'alayonlarga javoblar mos ravishda 2.10 va 2.11-rasmlarda ko'rsatilgan:



2.10-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli g'alayonga javob.



2.11-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun pog'onali g'alayonga javob.

Ideal siqib chiqarish apparatlari uchun uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p)=e^{-p\bar{t}}. \qquad (2.84)$$

Ideal siqib chiqarish modeliga birinchi yaqinlashish quvur uzunligining diametriga bo'lgan nisbati katta bo'lgan quvurli apparatlarda yuz beradigan jarayonlarga mos keladi.

2.4. Diffuziyali model

Bir parametrli diffuziyali modelning asosiy tenglamasi.

Diffuziyali model asosida oqimning strukturasi, molekular diffuziya tenglamasiga o'xshash tenglama bilan tavsiflanadi degan taxmin yotadi. Model parametri – bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti bo'lib, u yana turbulent diffuziya koeffitsiyenti deb ham ataladi (yoki teskari aralashtirish koeffitsiyenti).

Model tenglamasini chiqarish uchun apparatning Δx elementi uchun material balans tenglamasini tuzamiz (2.12-rasmda ko'rsatilganidek). Quyidagi belgilanishlar qabul qilinadi: F – apparatning kesimi, m^2; i – oqimning tezligi, m/s; t — vaqt, sek; S—indikatorning konsentratsiyasi, kg/m^3; D_l — bo'ylama aralashtirish koeffitsiyenti m^2/s.

Ko'rilayotgan elementga konvektiv oqim uFC va turbulent diffuziyasi hosil qiladigan oqim $D_lF\frac{d}{dx}(C+\frac{dC}{dx}\Delta x)$ kelib tushadi, ko'rilayotgan elementni esa konvektiv oqim $uF(C+\frac{dC}{dx}\Delta x)$ va turbulent diffuziya hosil qiladigan oqim $D_lF\frac{dC}{dx}$ lar tark etadi.

Moddaning saqlash qonuniga muvofiq kirish va chiqish oqimlari orasidagi ayirma ko'rilayotgan elementda modda (indikatorni) to'plashini tashkil qilishi kerak. U $F\Delta x\frac{dC}{dt}$ ga teng. Endi moddaning saqlash tenglamasini yozamiz:

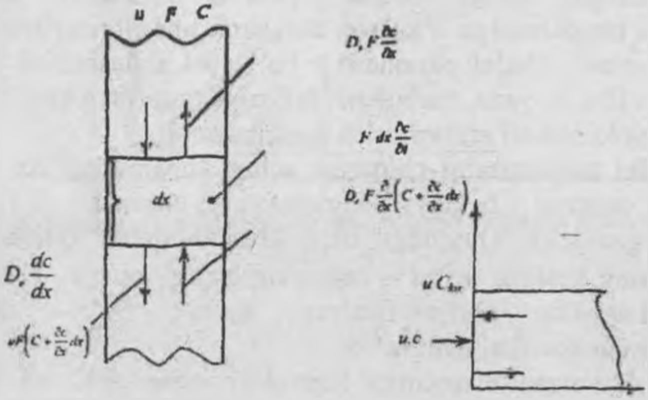
$$\textit{To'plash} = \textit{Moddaning kelishi} - \textit{Moddaning sarflanishi} \qquad (2.85)$$

Yoki

$$F\,dx\frac{dC}{dt} = uFC + D_lF\frac{d}{dx}(C+\frac{dC}{dx}\Delta x) - uF(C+\frac{dC}{dx}\Delta x) - D_lF\frac{dC}{dx} \qquad (2.86)$$

Oxirgi tenglamani o'zgartirgan holda $\Delta x \to 0$ limitga o'tib, quyidagini olamiz:

$$\frac{dC}{dt} = D_l \frac{d_2C}{dx_2} - u\frac{dC}{dx}. \qquad (2.87)$$



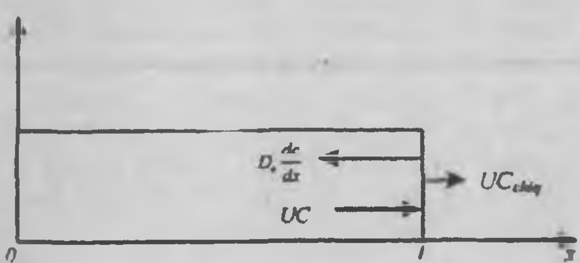
2.12-rasm. Diffuzion modeli tenglamasini chiqarishga oid.

2.13-rasm. Apparatning chap chegarasidagi oqimlar sxemasi.

(2.87) tenglama diffuziyali modelning asosiy tenglamasidir. (2.87) tenglama uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlariga to'xtalib o'tamiz. Ko'rinib turibdiki, bitta boshlang'ich va ikkita chegaraviy shartlar berilishi kerak. Boshlang'ich shart sifatida odatda vaqtning boshlang'ich momentida apparat bo'yicha konsentratsiyalar profili beriladi:

$$t = 0 \text{ da } S(0,x) = C_b(x). \qquad (2.88)$$

Chegaraviy shartlar apparatning chegaralaridagi material balans shartlaridan (Dankverts bo'yicha shartlar) kelib chiqib berilishi mumkin. Apparatning oqim qandaydir o'rtacha tezlik bilan keladigan chap chegarasini ko'rib chiqamiz (2.13-rasm).



2.14-rasm. Apparatning o‘ng chegarasidagi oqimlar sxemasi.

$x = 0$ chegaraga yaqinlashayotgan modda oqimlarining yig‘indisi chegaradan chiqayotgan moddaning oqimiga teng bo‘lishi kerak. Unda quyidagini olamiz:

$$uC_{kir} + D_l \frac{dC}{dx} = uC \qquad (2.89)$$

yoki

$$u(C_{kir} - C) + D_l \frac{dC}{dx} = 0. \qquad (2.90)$$

Apparatning o‘ng chegarasi uchun (2.14-rasm) quyidagi ifodaga egamiz:

$$uC = uC_{chiq} + D_l \frac{dC}{dx}. \qquad (2.91)$$

Amalda ko‘pincha $C \approx C_{chiq}$ deb qabul qilinadi. Buni hisobga olib (2.91) chegaraviy shart quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$\frac{dC}{dx} = 0. \qquad (2.92)$$

(2.90), (2.92) shartlar *Dankverts bo‘yicha chegaraviy shartlar* deb ataladi.

Ko‘rilgan bir parametrli diffuziyali model bilan bir qatorda amalda ikki parametrli diffuziyali model ham ishlatiladi. Uning farqi shundaki, oqimning aralashtirilishi nafaqat bo‘ylama, balki radial yo‘nalishida hisobga olinadi. Shunday qilib, ikki parametrli diffuziyali model ikki parametr bilan tavsiflanadi: bo‘ylama D_l va radial D_r. aralashtirish koeffitsiyentlari. Bo‘ylama va radial aralashtirish koeffitsiyentlari apparatning uzunligi va kesimi bo‘yicha o‘zgarmaydi deb qabul qilinadi. Silindrik shaklli apparatda oqimning harakati bir o‘lchamli va o‘rtacha tezligi u uzunlik va kesim bo‘yicha o‘zgarmas bo‘lganda diffuziyali modelning ikki parametrli tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{dC}{dt}+u\frac{dC}{dx}=D_l\frac{d^2C}{dx^2}+\frac{D_r}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dC}{dr}\right). \tag{2.93}$$

Agar boshlang‘ich va chegaraviy shartlar quyidagi ko‘rinishda berilgan bo‘lsa

$$S(0,x,r)=0 \quad t=0 \text{ da}, \tag{2.94}$$

$$r=0, \quad C(t,0,0)=C_0\delta(0) \quad x=0 \text{ da}, \tag{2.95}$$

$$r=R \text{ da } \frac{dC(t,x,R)}{dr}=0 \tag{2.96}$$

$$x=0 \text{ da } uC(t,0,r)-D_l\frac{dC(t,0,r)}{dx}=0 \tag{2.97}$$

$$x=l \text{ da } \frac{dC(t,l,r)}{dx}=0 \tag{2.98}$$

unda ikki parametrli diffuziyali model tenglamasining yechimi quyidagicha bo‘ladi:

$$C(z,p,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_0\left(k_0-\frac{1}{2D_z}\right)}{2k_0}e^{-x_n^2\theta}j_0(x_n p)*$$
$$*\left[e^{\left(\frac{1}{2D_z}-k_0\right)\theta}+\frac{k_0+D_z/2}{k_0-D_z/2}e^{\left(\frac{1}{2D_z}+k_0\right)\theta}\right]. \tag{2.99}$$

Bu yerda $z=x/l$; $p=r/R$; $\theta=t/\bar{t}$; $t=l/u$; $D_z=D_l\bar{t}/l$; J_0 birinchi turdagi nolinchi tartibli Bessel funksiyasi; X_n – birinchi

...dagi birinchi tartibli Bessel funksiyasining ildizi; k_0 ildiz $e^{\prime} = \frac{1/2D_l + k}{1/2D_l - k}$ tenglamani qanoatlantiradi ; R – apparatning radiusi.

Ikki parametrli diffuziyali model uzunligining diametrga nisbati katta bo'lmagan va oqimlar tezligining ko'ndalang notekisligi katta bo'lgan kolonna tipidagi apparatlarda qo'llaniladi. Yechilishining murakkabligi tufayli bunday model bir parametrliga nisbatan ancha kam ishlatiladi, shuning uchun keyinchalik faqat bir parametrli diffuziyali modellarni ko'rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning o'lchamsiz yozilish shakli. Quyidagi o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritamiz:

$$z = x/l, \tag{2.100}$$

$$\theta = t/\bar{t} \tag{2.101}$$

va (2.87) tenglamani quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\frac{\bar{t}}{t}\frac{dC}{dt} + \frac{u}{l}l\frac{dC}{dx} = \frac{D_l}{l^2}l^2\frac{d^2C}{dx^2}. \tag{2.102}$$

Kiritilgan o'zgaruvchilarni hisobga olib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\bar{t}}\frac{dC}{d\theta} + \frac{u}{l}\frac{dC}{dz} = \frac{D_l}{l^2}\frac{d^2C}{dz^2} \tag{2.103}$$

yoki

$$\frac{ul}{D^l}\frac{dC}{d\theta} + \frac{ul}{D_l}\frac{dC}{dz} = \frac{d^2C}{dz^2}. \tag{2.104}$$

(2.104) tenglamaning chap qismidagi ko'paytuvchi $(ul)/D_l$ Pekle (Re) o'lchamsiz sonni ifoda etadi. Unda oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$Pe\frac{dC}{d\theta} + Pe\frac{dC}{dz} = \frac{d^2C}{dz^2}. \tag{2.105}$$

(2.91), (2.92) chegaraviy shartlarni o'lchamsiz shaklga keltiramiz va quyidagilarni olamiz:

$$z = 0 \text{ da } (C_{kir} - C) + \frac{1}{Pe}\frac{dC}{dz} = 0 \qquad (2.106)$$

$$z = 1 \text{ da } \frac{dC}{dz} = 0 \qquad (2.107)$$

Impulsli va pog'onali g'alayonlarga diffuziyali modelning javob funksiyasi. Avval impulsli g'alayonga diffuziyali modelning javob funksiyasini ko'rib chiqamiz.

Foydalanilayotgan chegara shartlaridan kelib chiqib, cheksiz, yarim cheksiz apparatlar va cheklangan uzunlikdagi apparatlar uchun yechimlar olingan.

Oxirgi holatda yechim cheksiz sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishida ifodalanadi:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\lambda_i^2 \exp\left(\frac{Pe}{2} - \frac{Pe}{4}\theta - \lambda_i^2 \frac{4\theta}{Pe}\right)}{\left(1 + \frac{Pe}{2}\right)\lambda_i \sin 2\lambda_i - \left[\frac{Pe}{4} + \left(\frac{Pe}{4}\right)^2 - \lambda_i^2\right]\cos 2\lambda_i}, \qquad (2.108)$$

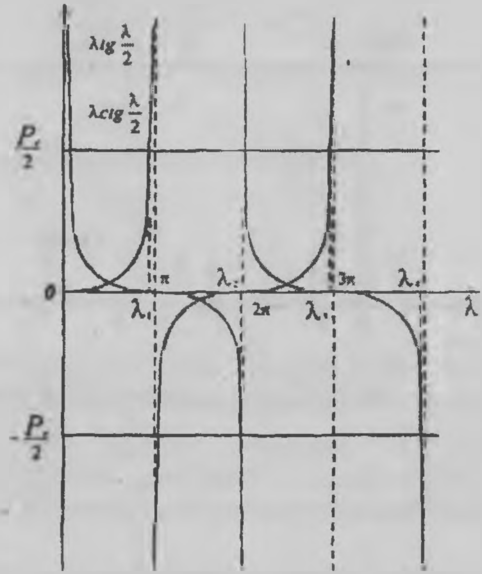
bunda, λ – transendent tenglamalarning ildizlari

$$\frac{\lambda_i}{2} tg \frac{\lambda_i}{2} = \frac{Pe}{4} \quad (i = 1,3,5,...); \qquad (2.109)$$

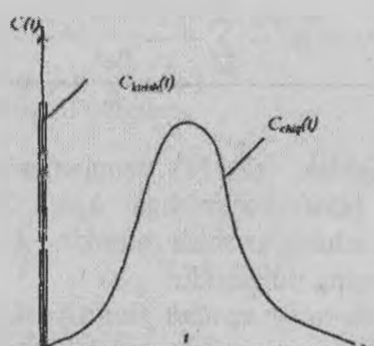
$$\frac{\lambda_i}{2} ctg \frac{\lambda_i}{2} = -\frac{Pe}{4} \quad (i = 2,4,6,...). \qquad (2.110)$$

(2.15-rasmda bu tenglamalar grafiklari ko'rsatilgan).

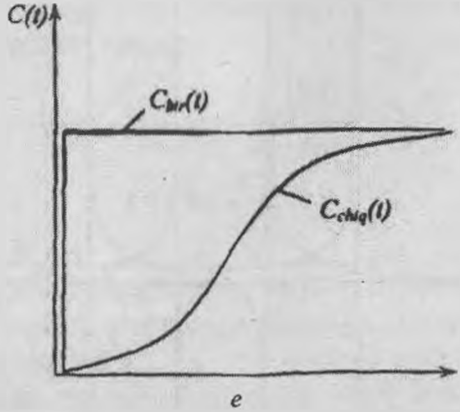
v > 0,01 va Pe < 10 sohada (2.108) ni yechimi qoniqarli natijalarni beradi. Ko'rsatilgan limitlardan tashqarida approksimatsiyalangan yechimdan foydalanish kerak (2.16 va 2.17 rasmlar).



2.15-rasm. (2.109), (2.110) transendent tenglamalar ildizlarining grafik talqini.



2.16-rasm. Diffuziyali model uchun impulsli g'alayonga javob.



2.17-rasm. Diffuziyali model uchun pog'onali g'alayonga javob.

Endi pog'onali g'alayonga javob funksyasini ko'rib chiqamiz. Chekli o'lchamli apparat uchun Dankverts chegaraviy shartlariga muvofiq keluvchi javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$F(\theta)=1-2Pe\cdot\exp(\frac{Pe}{2})\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i+1}\lambda_i^2(-\frac{\lambda_i^2+\frac{Pe^2}{4}}{Pe}\theta)}{(\lambda_i^2+\frac{Pe^2}{4})(\lambda_i^2+\frac{Pe^2}{4}+Pe)} \qquad (2.111)$$

Oldingi holdagidek, (2.111) tenglamaning yechimi sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishga ega. Qoniqarli yechimga $\theta>0{,}01$ va $Pe<10$ sohada erishish mumkin. $\lambda-$ qiymatlar (2.109), (2.110) tenglamalarning ildizlaridir.

Diffuziyali modelning uzatish funksiyasi. Diffuziyali modelning uzatish funksiyasini olish uchun boshlang'ich modelga ((2.105), (2.106), (2.107) tenglamalari) Laplas o'zgartirishini qo'llaymiz. Bunda, impulsli g'alayon sodir bo'lmoqda deb taxmin qilamiz.

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$Pep\widetilde{C}+Pe\frac{d\widetilde{C}}{dz}=\frac{d^2\widetilde{C}}{dz^2} \qquad (2.112)$$

yoki

$$\frac{d^2\widetilde{C}}{dz^2}-Pe\frac{d\widetilde{C}}{dz}-Pep\widetilde{C}=0. \tag{2.113}$$

Chegaraviy shartlar mos ravishda quyidagi ko‘rinishlarda yoziladi:

$$z=0 \text{ da } 1-\widetilde{C}+\frac{1}{Pe}\frac{d\widetilde{C}}{dz}=0, \tag{2.114}$$

$$z=1 \text{ da } \frac{d\widetilde{C}}{dz}=0. \tag{2.115}$$

Vaqt bo‘yicha yig‘ishtirilgan (2.113) diffuziyali modelning tenglamasi ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglamani ifodalaydi. Uni Laplas bo‘yicha o‘zgartirilib $\widetilde{C}(p)$, izlanayotgan konsentratsiyaga nisbatan yechamiz. Xarakteristik tenglamani yozamiz

$$k^2-Pek-Pep=0. \tag{2.116}$$

Xarakteristik tenglamaning ildizlari quyidagicha:

$$k_{1,2}=\frac{Pe}{2}\pm\sqrt{\frac{Pe^2}{4}+Pep}. \tag{2.117}$$

Bundan, quyidagilarni belgilab,

$$\beta=\frac{Pe}{2}, \tag{2.118}$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{Pe^2}{4}+Pep}, \tag{2.119}$$

quyidagi ifodalarni olamiz:

$$k_1=\beta+\alpha, \tag{2120}$$

$$k_1=\beta-\alpha, \tag{2.121}$$

Demak, (2.113) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tilde{C} = A_1e^{k_1z} + A_2e^{k_2z} = A_1e^{(\beta+\alpha)z} + A_1e^{(\beta-\alpha)z} \qquad (2.122)$$

(2.114),(2.115) chegaraviy shartlardan foydalanib, A_x va A_y konstantalarni baholaymiz. Oldin $\frac{d\bar{C}}{dz}$ hosilaning qiymatini topamiz:

$$\frac{d\bar{C}}{dz} = A_1(\beta+\alpha)e^{(\beta+\alpha)z} + A_2(\beta-\alpha)e^{(\beta-\alpha)z}. \qquad (2.123)$$

$z=0$ da birinchi chegaraviy shart bo'yicha quyidagi kelib chiqadi:

$$1 - A_1 - A_2 + \frac{1}{Pe}(A_1(\beta+\alpha) + A_2(\beta-\alpha)) = 0, \qquad (2.124)$$

Bundan $a = \alpha/\beta$ deb faraz qilib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1 - A_1 - A_2 + A_1\frac{1}{2}(1+a) + A_2\frac{1}{2}(1-a) = 0. \qquad (2.125)$$

Ikkinchi chegaraviy shartga muvofiq $z=1$ da quyidagi kelib chiqadi:

$$A_1(1+a)e^{(\beta+a)} + A_2(1-a)e^{(\beta-a)} = 0. \qquad (2.126)$$

(2.126) tenglamadan A_1 konstantani aniqlaymiz:

$$A_1 = \frac{(a-1)e^{-a}}{(a+1)e^{a}}A_2. \qquad (2.127)$$

uni (2.125) tenglamaga qo'yib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1+\frac{1}{2}\frac{(a-1)^2}{(a+1)}e^{-2a}A_2-A_2\frac{1}{2}(a+1)=0. \qquad (2.128)$$

bu yerda

$$A_2=\frac{2(a+1)e^{a}}{(a+1)^2e^{a}-(a-1)^2e^{-a}}. \qquad (2.129)$$

(2.129) ni (2.127) ga qo'yib, A_1 ni topamiz:

$$A_1=\frac{2(a-1)e^{-a}}{(a+1)^2e^{a}-(a-1)^2e^{-a}}. \qquad (2.130)$$

Endi (2.113) tenglamaning yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$\bar{C}(p)=\frac{4ae\beta}{(a+1)^2e^{a}-(a-1)^2e^{-a}}. \qquad (2.131)$$

Impulsli g'alayon uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ ning ifodasi shu yechim bilan mos keladi. Unda diffuziyali modelning uzatish funksiyasi uchun quyidagi ko'rinishga ega bo'lamiz:

$$W(p)=\frac{4ae\beta}{(a+1)^2e^{a}-(a-1)^2e^{-a}}. \qquad (2.132)$$

Diffuziyali modelning Re parametr bahosi. Oqim tarkibi bo'yicha tipik g'alayonga tizim javobining tajribaviy funksiyalari bo'yicha Re sonni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Aniqlash usullarini ikki guruhga bo'lish mumkin: 1) (2.105) tenglamaning yechimidan foydalanuvchi usullar; 2) javob funksiyasining statistik parametrlari va modelning parametrlari orasida aloqa tenglamalari asosida ifodalanuvchi usullar Pe ni aniqlash uchun birinchi guruh usullari yordamida (2.105) tenglamaning yechimini bilish kerak. Bunda yechimlar mavjud ((2.108)-(2.110) tenglamalarga qarang). Bu yechimlar sekin yaqinlashuvchi qator ko'rinishiga ega bo'lganligi sababli, bu yechimlardan amaliy foydalanish qiyin.

Keyingi bosqichda analitik yechimdan foydalanib, Pe ning quyidagi mezonni qanoatlantiradigan qiymati tanlanadi:

$$\sum_i (C_i^E - C_i^H)^2 = \min, \quad (2.1\ldots)$$

bu yerda C_i^E va C_i^H – mos ravishda tajriba va (2.105) tenglama bo'yicha hisoblangan konsentratsiya qiymatlari.

Ikkinchi guruh usullari eng ko'p tarqalgan, shularni ko'rib chiqishga kirishamiz.

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti taqsimlanishi tajribaviy egri chiziqlarining momentli tavsiflari va diffuziya model parametrlari orasida aloqa tenglamalarini keltirib chiqaramiz.

Faraz qilamizki, bo'ylama aralashtirish bo'lib o'tuvchi ... apparatdan oqim oqib o'tadi. Sinovlar impulsli g'alayon usuli bilan olib borilmoqda. Oqimning tezligi (chiziqli) i ga (m/s); apparatning ko'ndalang kesimining yuzasi F (m^2) ga ; apparat uzunligi $l(m)$ ga teng. Apparatning kirishiga impulsli g'alayon berilmoqda, javobi esa uning chiqishi (mos ravishda nuqtalar $x = 0$ va $x = 1$) da aniqlanadi. Apparatga kiritiluvchi indikator miqdori g ga teng.

Diffuziyali modelning tenglamasini yozamiz:

$$\frac{d^2C}{dx^2} - \frac{u}{D_l}\frac{dC}{dx} = \frac{1}{D_l}\frac{dC}{dt}. \quad (2.134)$$

$x = 0$ da chegaraviy shartlarni material balans tenglamasidan shu kesim uchun aniqlaymiz:

$$FuC_{kir} + g\delta(t) + FD_l\frac{dC}{dt} = FuC. \quad (2.135)$$

Kirayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasi $C_{kir} = 0$ bo'lganligi uchun, (2.135) tenglamaning chap qismidagi birinchi a'zo ham nolga teng, unda

$$uC - D_l\frac{dC}{dx} = \frac{g}{F}\delta(t). \quad (2.136)$$

$x = 1$ da material balansi tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$uCF = uC_{chiq}F + FD_l\frac{dC}{dx}. \tag{2.137}$$

[illegible] $C = C_{chiq}$ bo'lganligi uchun:

$$D_l\frac{dC}{dx} \text{ va } \frac{dC}{dx} = 0 \tag{2.138}$$

Diffuziyali model tenglamasini o'zgartiramiz, buning uchun (2.1[illegible]) tenglamaning ikkala qismini t ga ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha bo'lgan oraliqda t bo'yicha integrallaymiz:

$$\int_0^\infty t\frac{d^2C}{dx}dt - \frac{u}{D_l}\int_0^\infty t\frac{dC}{dx}dt = \frac{1}{D_l}\int_0^\infty t\frac{dC}{dx}dt. \tag{2.139}$$

$\int tCdt$ ni J deb belgilaymiz. $\int_0^\infty t^nCdt$ qiymat n-tartibli boshlang'ich momentdir. Unda (2.139) tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi.

$$\frac{d^2J}{dx^2} - \frac{u}{D_l}\frac{dJ}{dx} = -\frac{1}{D_l}J \tag{2.140}$$

Haqiqatan ham,

$$\int_0^\infty t\frac{d^2C}{dx} = \frac{d^2}{dx^2}\int_0^\infty tCdt = \frac{d^2J}{dx^2}. \tag{2.141}$$

$$\frac{u}{D_l}\int_0^\infty t\frac{dC}{dx}dt = \frac{u}{D_l}\frac{d}{dx}\int_0^\infty tCdt = \frac{u}{D_l}\frac{dJ}{dx}. \tag{2.142}$$

$$\int_0^\infty t\frac{dC}{dt} = dt = \int_0^\infty tdC = I. \tag{2.143}$$

Bo'laklab integrallab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_0^\infty dtC = tC\Big|_0^\infty - \int_0^\infty Ctd = \int_0^\infty Ctd, \tag{2.144}$$

Chunki indikatorning konsentratsiyasi vaqtning o... momentida nolga teng. O'xshash tarzda (2.136) va (2.1... chegaraviy shartlarni o'zgartiramiz. $x=0$ da quyidagiga ... bo'lamiz:

$$\int_0^\infty tCdt - \frac{D_l}{u}\int_0^\infty t\frac{dC}{dx} = \frac{g}{Fu}\int_0^\infty t\delta(t)dt. \qquad (2.145)$$

Bu yerda $\int_0^\infty t\delta(t)dt$ δ-funksiyaning xossasi hisobiga $\int f(t)\delta(t)dt = f(t)$ teng. G'alayon $t\to 0$ vaqt mobaynida bo'lib o'tganligi uchun, bu nuqtada $f(t)=0$ bo'ladi. Shuning uchun

$$J - \frac{D_l}{u}\frac{dJ}{dx} = 0. \qquad (2.146)$$

$x=l$ da

$$\frac{dJ}{dx} = 0 \qquad (2.147)$$

Endi (2.140) tenglamaning yechimini topamiz. Buning uchun uning tartibini pasaytiramiz.

Faraz qilaylik

$$z = \frac{dJ}{dx} \qquad (2.148)$$

Unda (2.140) tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l}z = -\frac{u}{D_l}. \qquad (2.149)$$

(2.149) tenglama bir jinsli emasligi uchun, avval quyidagi bir jinsli mos keluvchi tenglamaning yechimini topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l}z = 0. \qquad (2.150)$$

O'zgaruvchilarni bo'lish usulini qo'llab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{dz}{z}=\frac{u}{D_l}dx. \tag{2.151}$$

yoki

$$\int\frac{dz}{z}=\int\frac{u}{D_l}dx+\ln C_1, \tag{2.152}$$

$$\ln z=\frac{u}{D_l}x+\ln C_1. \tag{2.153}$$

Bundan kelib chiqib

$$z=C_1e^{\frac{u}{D_l}x}. \tag{2.154}$$

Endi C_1 ni o'zgaruvchi $C_1(x)$ sifatida qaraymiz. Topilgan bir jinsli tenglama (2.150) ning yechimini boshlang'ich (2.149) tenglamaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C_1(x)e^{\frac{u}{D_l}x}\frac{u}{D_l}+C_1(x)e^{\frac{u}{D_l}x}-\frac{u}{D_l}C_1(x)e^{\frac{u}{D_l}x}=-\frac{I}{D_l}, \tag{2.155}$$

$$[C_1(x)'_x]e^{\frac{u}{D_l}x}=-\frac{I}{D_l}. \tag{2.156}$$

Hosil bo'lgan tenglamani izlanayotgan funksiya $C_1(x)$ ga nisbatan yechamiz:

$$\frac{dC_1(x)}{dx}=-\frac{I}{D_l}e^{\frac{u}{D_l}x}, \tag{2.157}$$

$$\int dC_1(x)=\int-\frac{I}{D_l}e^{\frac{u}{D_l}x}dx+C, \tag{2.158}$$

$$C_1(x)=\frac{I}{D_l}e^{\frac{u}{D_l}x}+C. \tag{2.159}$$

Endi bir jinsli bo'lmagan (2.149) tenglamaning umumiy yechimi (2.154) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$z = \left(\frac{I}{u} e^{-\frac{u}{D_l}x} + C\right) e^{-\frac{u}{D_l}x}. \qquad (2.160)$$

Izlanayotgan funksiya J uchun (2.160) yechimini yozamiz.

$$dJ = zdx, \qquad (2.161)$$

bo'lganligi sababli

$$\int dJ = \int \left(\frac{I}{u} + Ce^{\frac{u}{D_l}x}\right)dx + C_2, \qquad (2.162)$$

$$J = \frac{I}{u}x + C\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}x} + C_2 \qquad (2.163)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib (2.163) yechimda C va C_2 konstantalarni aniqlaymiz.

$$x = 0 \text{ da } J - \frac{D_l}{u}\frac{dJ}{dx} = 0 \qquad (2.164)$$

ya'ni

$$C\frac{D_l}{u} + C_2 - \frac{D_l}{u}\left(\frac{I}{u} + C\right) = 0, \qquad (2.165)$$

bu yerdan

$$C_2 = \frac{D_l I}{u^2} \qquad (2.166)$$

O'xshash tarzda quyidagi shartdan foydalanib, (2.168) dagi ifodani topamiz:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ}{dx} = 0 \qquad (2.167)$$

$$\frac{I}{u} + Ce^{\frac{u}{D_l}l} = 0, \qquad (2.168)$$

Bundan quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$C=-\frac{I}{u}e^{\frac{u}{D_l}l}=0. \qquad (2.169)$$

Unda (2.163) yechim quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$J=\frac{I}{u}x+(-\frac{I}{u})e^{-\frac{u}{D_l}l}\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}l}+\frac{D_lI}{u^2}=\frac{I}{u}x+\frac{D_lI}{u^2}-\frac{D_lI}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}. \qquad (2.170)$$

$x=l$ da

$$J=\frac{I}{u}l+\frac{D_lI}{u^2}-\frac{D_lI}{u^2}e^0=\frac{I}{u}l. \qquad (2.171)$$

Bu yerdan

$$\frac{J}{I}=\frac{\int_0^\infty tCdt}{\int_0^\infty Cdt}=\frac{l}{u}=\bar{t}. \qquad (2.172)$$

Agar javobning tajribaviy funksiyasi faqat apparatdan chiqish oqimidan aniqlansa, u holda (2.172) tenglama bo‘yicha apparatda oqimning o‘rtacha bo‘lish vaqtini topish mumkin va bundan tashqari apparatning uzunligi ham ma’lum bo‘lsa, undagi oqimning tezligini topish mumkin. Agarda javobning egri chiziqlarini ikki nuqtada, chiqishda va ixtiyoriy x nuqtada aniqlansa, u holda, (2.170), (2.172) tenglamalardan foydalanib, ham i ham D_l ni topish mumkin. Nihoyat, agar javob funksiyasi apparatning bir nechta kesimlarida aniqlansa, u holda (2.170) tenglamani model monandligini tekshirish uchun qo‘llash mumkin. $J=\int_0^\infty tCdt$ kattalikni tajribaviy taqsimlanishi (2.170) tenglamadagi statistik mezonlardan biriga muvofiq bo‘lsa, model monanddir. D_l yoki Pe ni apparatdan oqimning chiqishida olingan bitta tajribaviy egri chiziqdan aniqlash mumkin. Javob funksiyadan ikkinchi tartibli moment va modelning parametri orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun diffuziyali model tenglamalarining va chegaraviy shartlar w t^2 ning barcha a'zolarini ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha oraliqda t bo'yicha integrallaymiz. U vaqtda diffuziyali model tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{d^2J_\sigma}{dx^2}-\frac{u}{D_l}\frac{dJ_\sigma}{dx}=-\frac{2}{D_l}J, \tag{2.173}$$

bu yerda

$$J_\sigma=\int_0^\infty t^2Cdt. \tag{2.174}$$

(2.173) tenglamaning o'ng qismi quyidagi tarzda olingan:

$$\int_0^\infty t^2\frac{dC}{dt}dt=\int_0^\infty t^2dt=t^2C\Big|_0^\infty-\int_0^\infty 2tCdt=-2J. \tag{2.175}$$

I uchun ilgari topilgan ifodani qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2J_\sigma}{dx^2}-\frac{u}{D_l}\frac{dJ_\sigma}{dx}=-\frac{2D_lI}{u^2D_l}-\frac{2D_lI}{D_lu^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{2I}{D_lu}x. \tag{2.176}$$

O'xshash tarzda chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$x=0 \text{ da } J_\sigma-\frac{D_l}{u}\frac{dJ_\sigma}{dx}=0, \tag{2.177}$$

$$x=l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx}=0. \tag{2.178}$$

(2.176) tenglamani noma'lum momènt J_σ nisbatan yechamiz. Bu uchun oldin quyidagi belgini kiritib uning tartibini pasaytiramiz:

$$\frac{dJ_\sigma}{dx}=z. \tag{2.179}$$

Unda (2.176) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{dz}{dx}-\frac{u}{D_l}z=-\frac{2D_lI}{u^2D_l}+\frac{2D_lI}{u^2D_l}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{2I}{uD_l}x. \tag{2.180}$$

(2.180) tenglama birinchi tartibli differensial tenglamanı ifodalaydi Oldin bir jinsli tenglamaning yechimini topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l}z = 0. \qquad (2.181)$$

O'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan bu tenglamani yechib, quyidagi ifodani olamiz:

$$z = C_1(x)e^{\frac{u}{D_l}x}. \qquad (2.182)$$

Endi bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) yechimini topamiz. S_l konstantani x ning funksiyasi sifatida qaraymiz. Keyin (2.182) ning yechimini bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) ga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$[C_1(x)]'_x e^{\frac{u}{D_l}x} + C_1(x)\frac{u}{D_l}e^{\frac{u}{D_l}x} - \frac{u}{D_l}C_1(x)e^{\frac{u}{D_l}x} = \frac{2I}{u^2} + \frac{2I}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}x} - \frac{2I}{uD_l}x \qquad (2.183)$$

Bu yerdan

$$[C_1(x)]'_x = -\frac{2I}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2I}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{uD_l}e^{-\frac{u}{D_l}x}, \qquad (2.184)$$

$$C_1(x) = -\frac{2I}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2I}{uD_l}\int xe^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2I}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} - x + C, \qquad (2.185)$$

$$\int xe^{-\frac{u}{D_l}x}dx = -\frac{u}{D_l}xe^{-\frac{u}{D_l}x} - \int -\frac{u}{D_l}xe^{-\frac{u}{D_l}x}dx =$$

$$= -\frac{D_l}{u}xe^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{D_l}{u}\left(-\frac{D_l}{u}\right)e^{-\frac{u}{D_l}x} = -\frac{D_lx}{u}e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{D_l^2x}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} \qquad (2.186)$$

$$C_1(x) = \frac{2ID_l}{u^3}e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2I}{uD_l}\left(-\frac{D_lx}{u}e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{D_l^2x}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} + \right.$$

$$\left. + \frac{2I}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} + C = \frac{2Ix}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{2Ix}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3}e^{-\frac{u}{D_l}x} + C. \qquad (2.187)$$

Bu yerdan

$$z = (\frac{2lx}{u^2} + \frac{2lx}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4lD_l}{u^3} + Ce^{\frac{u}{D_l}l}). \qquad (2.188)$$

J_σ noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni olamiz:

$$J_\sigma = \int \left[\frac{2lx}{u^2} + \frac{2l}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4lD_l}{u^3} + Ce^{\frac{u}{D_l}l} \right] dx + C_2, \qquad (2.189)$$

$$J_\sigma = \frac{lx^2}{u^2} + \frac{2l}{u^2}(\frac{D_l x}{u} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} +$$

$$+ \frac{4lD_l}{u^3} x + C\frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} + C_2. \qquad (2.190)$$

So'nggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x = 0 \text{ da } J_\sigma - \frac{D_l}{u}\frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \qquad (2.191)$$

ya'ni

$$\frac{lx^2}{u^2} + \frac{2lD_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2lD_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C\frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}} +$$

$$+ \frac{4lD_l x}{u^3} + C_2 - \frac{D_l}{u}\left[\frac{2lx}{u^2} + \frac{2lx}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4lD_l}{u^3} \right] = 0. \quad (2.192)$$

$$\frac{lx^2}{u^2} - \frac{2lD_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2lD_l x}{u^3} + C_2 - \frac{4lD_l^2}{u^2} = 0 \qquad (2.193)$$

Bu yerdan

$$C_2 = \frac{4lD_l^2}{u^4} + \frac{2lD_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{lx^2}{u^2} - \frac{2lD_l x}{u^3} \qquad (2.194)$$

$x = 0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2=\frac{4ID_l^2}{u^4}+\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2\ 195)$$

Ikkinchi chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x=l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx}=0 \qquad (2.196)$$

ya'ni

$$\frac{2lx}{u^2}+\frac{2lx}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+Ce^{\frac{u}{D_l}}+\frac{4ID_l}{u^3}=0 \qquad (2\ 197)$$

Bu yerdan

$$C=-\frac{4ID_l}{u^3}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+Ce^{\frac{u}{D_l}x}+\frac{4ID_l}{u^3}=0 \qquad (2.198)$$

Oxirgi tenglamaga $x=l$ qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C=-\frac{4ID_l}{u^3}e^{-\frac{u}{D_l}x}-\frac{2lx}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}x}-\frac{2lx}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}l}. \qquad (2.199)$$

Shundan kelib chiqib,

$$J_\sigma=\frac{lx^2}{u^2}+\frac{2ID_lx}{u^3}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+$$

$$+\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}x}\left[-\frac{4ID_l}{u^3}e^{-\frac{ul}{D_l}}-\frac{2ll}{u^2}e^{-\frac{ul}{D_l}}\right]+\frac{4ID_lx}{u^3}+\frac{4ID_l^2}{u^4}+$$

$$+\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}}=\frac{lx^2}{u^2}+\frac{2ID_lx}{u^3}e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-$$

$$-\frac{4ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{4ID_l}{u^3}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{4ID_lx}{u^3}+\frac{4ID_l^2}{u^4}+\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.200)$$

Tugallovchi natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$J_\sigma=\frac{4ID_l^2}{u^4}+\frac{4ID_lx}{u^3}+\frac{lx^2}{u^2}+$$

Bu yerdan

$$z=\left(\frac{2lx}{u^2}+\frac{2lx}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{4lD_l}{u^3}+Ce^{\frac{u}{D_l}l}\right). \qquad (2.188)$$

J_σ noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni olamiz:

$$J_\sigma=\int\left[\frac{2lx}{u^2}+\frac{2l}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{4lD_l}{u^3}+Ce^{\frac{u}{D_l}l}\right]dx+C_2, \qquad (2.189)$$

$$J_\sigma=\frac{lx^2}{u^2}+\frac{2l}{u^2}\left(\frac{D_lx}{u}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{D_l^2}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}\right)+$$

$$+\frac{4lD_l}{u^3}x+C\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}x}+C_2. \qquad (2.190)$$

So'nggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x=0 \text{ da } J_\sigma-\frac{D_l}{u}\frac{dJ_\sigma}{dx}=0 \qquad (2.191)$$

ya'ni

$$\frac{lx^2}{u^2}+\frac{2lD_lx}{u^3}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{2lD_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+C\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}}+$$

$$+\frac{4lD_lx}{u^3}+C_2-\frac{D_l}{u}\left[\frac{2lx}{u^2}+\frac{2lx}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+Ce^{\frac{u}{D_l}x}+\frac{4lD_l}{u^3}\right]=0. \qquad (2.192)$$

$$\frac{lx^2}{u^2}-\frac{2lD_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{2lD_lx}{u^3}+C_2-\frac{4lD_l^2}{u^2}=0 \qquad (2.193)$$

Bu yerdan

$$C_2=\frac{4lD_l^2}{u^4}+\frac{2lD_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{lx^2}{u^2}-\frac{2lD_lx}{u^3} \qquad (2.194)$$

$x=0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.195)$$

[illegible] chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \qquad (2.196)$$

[illegible]

$$\frac{2lx}{u^2} + \frac{2lx}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0. \qquad (2.197)$$

[illegible] yerdan

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0 \qquad (2.198)$$

[illegible] tenglamaga $x = l$ qo‘yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2lx}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2lx}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l}. \qquad (2.199)$$

[illegible] kelib chiqib,

$$J_\sigma = \frac{lx^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} +$$

$$+ \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} \left[-\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{ul}{D_l}} - \frac{2Il}{u^2} e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} +$$

$$+ \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}} = \frac{lx^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} -$$

$$- \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.200)$$

[illegible] natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$J_\sigma = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{lx^2}{u^2} +$$

Bu yerdan

$$z = \left(\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + Ce^{\frac{u}{D_l}l}\right). \tag{2.188}$$

J_σ **noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni olamiz**

$$J_\sigma = \int \left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + Ce^{\frac{u}{D_l}l} \right] dx + C_2, \tag{2.189}$$

$$J_\sigma = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2I}{u^2}\left(\frac{D_l x}{u} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \right.$$

$$\left. + \frac{4ID_l}{u^3} x + C\frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} + C_2. \tag{2.190}$$

So'nggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x = 0 \text{ da } J_\sigma - \frac{D_l}{u}\frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \tag{2.191}$$

ya'ni

$$\frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C\frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}} +$$

$$+ \frac{4ID_l x}{u^3} + C_2 - \frac{D_l}{u}\left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} \right] = 0. \tag{2.192}$$

$$\frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2ID_l x}{u^3} + C_2 - \frac{4ID_l^2}{u^2} = 0 \tag{2.193}$$

Bu yerdan

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l x}{u^3} \tag{2.194}$$

$x = 0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.195)$$

Ikkinchi chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \qquad (2.196)$$

yoki

$$\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0. \qquad (2.197)$$

Bu yerdan

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^2} = 0 \qquad (2.198)$$

Oxirgi tenglamaga $x = l$ qo‘yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l}. \qquad (2.199)$$

Bundan kelib chiqib,

$$J_\sigma = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} +$$

$$+ \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} \left[-\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{ul}{D_l}} - \frac{2Il}{u^2} e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} +$$

$$+ \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{ul}{D_l}} = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} -$$

$$- \frac{4ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.200)$$

Yakunlovchi natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$J_\sigma = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{Ix^2}{u^2} +$$

Bu yerdan

$$z=\left(\frac{2Ix}{u^2}+\frac{2Ix}{u^2}e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{4ID_l}{u^3}+Ce^{\frac{u}{D_l}l}\right). \qquad (2.188)$$

J_σ **noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni** olamiz:

$$J_\sigma=\int\left[\frac{2Ix}{u^2}+\frac{2I}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{4ID_l}{u^3}+Ce^{\frac{u}{D_l}l}\right]dx+C_2, \qquad (2.189)$$

$$J_\sigma=\frac{Ix^2}{u^2}+\frac{2I}{u^2}\left(\frac{D_lx}{u}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{D_l^2}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}\right)+$$

$$+\frac{4ID_l}{u^3}x+C\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}x}+C_2. \qquad (2.190)$$

So'nggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x=0 \text{ da } J_\sigma-\frac{D_l}{u}\frac{dJ_\sigma}{dx}=0 \qquad (2.191)$$

ya'ni

$$\frac{Ix^2}{u^2}+\frac{2ID_lx}{u^3}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+C\frac{D_l}{u}e^{\frac{u}{D_l}}+$$

$$+\frac{4ID_lx}{u^3}+C_2-\frac{D_l}{u}\left[\frac{2Ix}{u^2}+\frac{2Ix}{u^2}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+Ce^{\frac{u}{D_l}x}+\frac{4ID_l}{u^3}\right]=0 \qquad (2.192)$$

$$\frac{Ix^2}{u^2}-\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{2ID_lx}{u^3}+C_2-\frac{4ID_l^2}{u^2}=0 \qquad (2.193)$$

Bu yerdan

$$C_2=\frac{4ID_l^2}{u^4}+\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}-\frac{Ix^2}{u^2}-\frac{2ID_lx}{u^3} \qquad (2.194)$$

$x=0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.195)$$

Ikkinchi chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \qquad (2.196)$$

ya'ni

$$\frac{2lx}{u^3} + \frac{2lx}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0. \qquad (2.197)$$

bu yerdan

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + Ce^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0 \qquad (2.198)$$

Oxirgi tenglamaga $x = l$ qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l}. \qquad (2.199)$$

Bundan kelib chiqib,

$$J_\sigma = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} +$$

$$+ \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} \left[-\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{ul}{D_l}} - \frac{2Il}{u^2} e^{-\frac{ul}{D_l}} \right] + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} +$$

$$+ \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{ul}{D_l}} = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} -$$

$$- \frac{4ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.200)$$

Yakunlovchi natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$J_\sigma = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{Ix^2}{u^2} +$$

$$+\left[\frac{2ID_l x}{u^3}-\frac{6ID_l^2}{u^4}-\frac{4IlD_l}{u^3}\right]e^{\frac{u}{D_l}(x-l)}+\frac{2ID_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}} \qquad (2.201)$$

(2.201) tenglama tajribaviy kattalik J_σ ning o'zgarishini apparat uzunligiga bog'liqligini tavsiflaydi. (2.170) tenglamadek, u ham D_l ni aniqlash va modelning monandligini tekshirish uchun qo'llanilishi mumkin.

$x = l$ da ikkinchi tartibli moment miqdori J_σ quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$J_\sigma^l = \frac{2ID_l}{u^3}l - \frac{2ID_l^2}{u^4} + \frac{Il^2}{u^2} + \frac{2ID_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}}. \qquad (2.202)$$

$\frac{J_\sigma^l}{I} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2$ ikkinchi markaziy moment va dispersiya deb ataladi. Unda (2.202) tenglamani I ga bo'lib va undan $\left(\frac{l}{u}\right)^2$ ni ayirib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\frac{J_\sigma^l}{I} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2 = \frac{2lD_l}{u^3} - \frac{2D_l^2}{u^4} + \frac{l^2}{u^2} + \frac{2D_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 =$$

$$2\left[\frac{D_l l}{u^3} - \frac{D_l^2}{u^4} + \frac{D_l^2}{u^4}e^{-\frac{ul}{D_l}}\right] \qquad (2.203)$$

o'lchamsiz dispersiya $\sigma_\theta^2 = \frac{\sigma_t^2}{t^2}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sigma_t^2}{t^2} = 2\left[\frac{D_l l u^2}{u^3 l^3} - \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2} + \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2}e^{-\frac{ul}{D_l}}\right] =$$

$$= 2\left[\frac{D_l}{ul} - \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 + \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 e^{-\frac{ul}{D_l}}\right] = \frac{2}{Pe^2}\left[Pe - 1 + e^{-Pe}\right]. \qquad (2.204)$$

Pe ning qiymati 10 dan katta bo'lsa, quyidagini qabul qilish mumkin:

$$\sigma_{\theta}^{2} \approx \frac{2}{Pe} \qquad (2.205)$$

(2.204) tenglama tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha *Pe* sonini hisoblash uchun qo'llanayotgan asosiy tenglamadir. Bunda hisoblashni quyidagi tartibi qo'llaniladi. Avval mos ravishda $\sum C\Delta t$, $\sum tC\Delta t$, $\sum t^2C\Delta t$ yig'indilar bilan almashtirish mumkin bo'lgan tajribaviy ergi chiziq bo'yicha $\int_0^\infty Cdt$, $\int_0^\infty tCdt$, $\int_0^\infty t^2Cdt$ lar aniqlanadi.

Keyin (2.172) tenglama yordamida quyidagi qiymat topiladi:

$$\bar{t} = \frac{\sum tC}{\sum C} \qquad (2.206)$$

Keyin quyidagi aniqlanadi:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum t^2C}{\sum C} - \bar{t}. \qquad (2.207)$$

Bundan keyin σ_t^2 topiladi va nihoyat, (2.204) tenglama bo'yicha Re kattaligi hisoblanadi.

Laplas o'zgartirishi yordamida model parametrlari va bo'lish vaqtining taqsimlanish egri chizig'i orasidagi aloqa tenglamalarini olish. Laplas o'zgartirishi haqiqiy o'zgaruvchining $C(\theta)$ funksiyasiga kompleksli o'zgaruvchi p ning $C(p)$ funksiyasiga mos kelganda (2.208) dagi munosabat yordamida o'tkaziladi:

$$\bar{C}(p) = \int_0^\infty e^{-p\theta}C(\theta)d\theta \qquad (2.208)$$

Integral ostidagi ifodada ko'rsatkichli funksiyani qatorga yoyish mumkin:

$$e^{-p\theta} = 1 - p\theta + \frac{p^2\theta^2}{2!} - \frac{p^3\theta^3}{3!} + \frac{p^4\theta^4}{4!} - \ldots \qquad (2.209)$$

Bu yoyilishdan foydalanib, $S(r)$ uchun ifodani quyidagi ko'rinishda olamiz:

$$\tilde{C}(p)=\int_0^\infty C(\theta)d\theta-p\int_0^\infty \theta\ C(\theta)d\theta+\frac{p^2}{2}\int_0^\infty \theta^2C(\theta)d\theta-... \qquad (2.210)$$

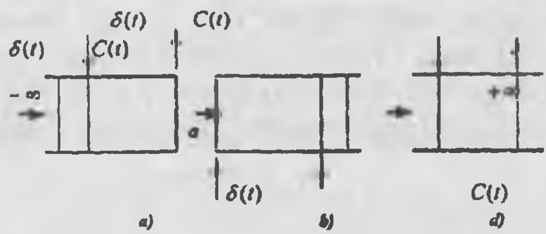
Aytib o'tish kerakki:

$$\left[\frac{d\tilde{C}(p)}{dp}\right]_{p\to 0}=-\int_0^\infty \theta\ C(\theta)d\theta=-\bar{\theta}=-M_1, \qquad (2.211)$$

$$\left[\frac{d^2\tilde{C}(p)}{dp^2}\right]=\left[-\int_0^\infty e^{-p\theta}C(\theta)d\theta\right]_{p=0}=\left[-\int_0^\infty \theta^2e^{-p\theta}C(\theta)d\theta\right]_{p=0}=$$

$$-\int_0^\infty \theta^2e^{-p\theta}C(\theta)d\theta=M_2 \qquad (2.212)$$

Bu yerdan kelib chiqadiki, agar $\tilde{C}(p)$ funksiyasi topilib, ya'ni model tenglamasining Laplas bo'yicha o'zgartirilgan ko'rinishdagi tenglamasini yechib, keyin $r\to 0$ da hosila olinsa, unda model parametrlari va bo'lish vaqtining taqsimlanish egri chizig'i orasidagi izlanayotgan bog'liqlikni topish mumkin. Bu usulni uzunligi yarim cheksiz apparat misolida ko'rib chiqamiz. Uzunligi yarim cheksiz apparatning ma'nosini tushuntirib o'tamiz (2.18 *a*-rasm).



2.18-rasm. Uzunligi yarim cheksiz apparat.

Bo'ylama aralashtirish sababli indikator oqim harakatiga teskari yo'nalishda tarqaladi. Faraz qilamizki, indikatorni kirish joyidan chapda istalgancha uzoq joylashgan nuqtalarda indikator konsentratsiyasi o'lchanadi. Kirish joyidan a dan kattaroq masofada joylashgan nuqtalardagi probalarda indikator mavjud emas. Shunday qilib, indikatorning kiritish joyidan a dan kattaroq masofadagi apparatning bir qismi jarayonga ta'sir ko'rsatmaydi. Indikatori oqimning kirishidan a dan kichik bo'lmagan masofada kiritiluvchi real apparatni uzunligi yarim cheksiz apparat deb qarash mumkin. O'xshash fikrlar 2.18, b, d-rasmda ko'rsatilgan apparatlar uchun ham adolatlidir.

Diffuziyali model tenglamasini o'lchamsiz shaklda yozib olamiz (2.105) tenglamaga qarang):

$$\frac{d^2C(\theta)}{dz^2} - Pe\frac{dC(\theta)}{d\theta} = Pe\frac{dC(\theta)}{d\theta} \qquad (2.213)$$

Material balans tenglamasidan chegaraviy shartlarni aniqlaymiz. Apparat chekli uzunlikli bo'lgan holda agar $z = 0$ bo'lsa (indikatorni kiritish nuqtasida, 2.18, b-rasm), unda

$$uC - D_l\frac{dC}{dx} = \frac{g}{F}\delta(t) \qquad (2.214)$$

yoki o'lchamsiz shaklda

$$C(\theta) = \frac{1}{Pe}\frac{dC}{dz} = \delta(\theta) \qquad (2.215)$$

Agar $z = \infty$ bo'lsa, unda $S(v)$ ma'lum qiymatga ega.

(2.213) va (2.125) chegaraviy shartlarga Laplas o'zgartirishini qo'llab quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2\overline{C}}{dz^2} - Pe\frac{d\overline{C}}{dz} - Pep\overline{C} = 0. \qquad (2.216)$$

$z = 0$ da chegaraviy shart quyidagi ko'rinishga ega:

$$\overline{C} - \frac{1}{Pe}\frac{d\overline{C}}{dz} = 1 \qquad (2.217)$$

va $z=\infty$ da C- ma'lum kattalik bo ladi.

(2.216), (2.217) tenglamalarning umumiy yechimi quyidagicha:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 z} + A_2 e^{r_2 z}, \qquad (2.218)$$

unda r_1, r_2- xarakteristik tenglamaning ildizlari

$$r_2 = Per - Pep = 0, \qquad (2.219)$$

ya'ni

$$r_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{(\frac{Pe}{2})^2 + Pep}. \qquad (2.220)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib, A_x va A_2 konstantalarni topamiz. Agar $z=\infty$ bo'lsa, unda C — chekli kattalik quyidagiga teng:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 \infty} + A_2 e^{r_2 \infty}. \qquad (2.221)$$

$r_1 = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{(\frac{Pe}{2})^2 + Pep}$ musbat kattalik bo'lganligi uchun, $A_1 = 0$ aks holda C cheksizlikka teng bo'lar edi.

Shunday qilib, (2.218)ning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{C} = A_2 e^{r_2 z} \qquad (2.222)$$

Bu yerdan

$$\frac{dC}{dz} = A_2 r_2 e^{r_2 z}. \qquad (2.223)$$

$z=0$ da

$$\bar{C} = \frac{1}{Pe}\frac{d\bar{C}}{dz} + 1 \qquad (2.224)$$

va shu tenglamaga $\frac{d\bar{C}}{dz}$ ifodani qo'yib, quyidagilarni olamiz:

$$A_2 e^{r_2 z} = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 e^{r_2 z} + 1, \qquad (2.225)$$

$$A_2 = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 + 1, \tag{2.226}$$

$$A_2 = \frac{Pe}{Pe - r_2} \tag{2.227}$$

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\overline{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2 z}. \tag{2.228}$$

$z = 1$ da, ya'ni javob funksiyasini aniqlash o'rnida:

$$\overline{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2}. \tag{2.229}$$

Belgilaymizki, S r ning murakkab funksiyasidir. Quyidagilarni belgilaymiz:

$$x = \left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pep, \tag{2.230}$$

$$r_2 = \frac{Pe}{2} - \sqrt{x}. \tag{2.231}$$

Murakkab funksiyani differensiallash qoidasiga muvofiq quyidagilarni olamiz:

$$\frac{d\overline{C}}{dp} = \frac{d\overline{C}}{dr^2} \frac{dr_2}{dx} \frac{dx}{dp}, \tag{2.232}$$

$$\frac{d\overline{C}}{dp_2} = \frac{Pee^{r_2}(Pe - r_2) + Pee^{r_2}}{(Pe - r_2)^2}, \tag{2.233}$$

$$\frac{dx}{dp} = Pe; \ \frac{dr_2}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}}, \tag{2.234}$$

$$\frac{d\overline{C}}{dp}\Big|_{p=0}=(1+\frac{1}{Pe})(-\frac{1}{Pe}Pe)=-1-\frac{1}{Pe}. \qquad (2.235)$$

(2.211) tenglamani inobatga olib quyidagini topamiz:

$$\theta=1+\frac{1}{Pe}. \qquad (2.236)$$

Bu ifodaning fizik ma'nosini ochamiz. $\theta=\frac{v}{V}t$ va $C(\theta)=\frac{C(t)}{C_0}$ lardan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\bar{\theta}=\int\theta C(\theta)d\theta=(\frac{v}{V})^2\frac{\int_0^\infty tC(t)dt}{C_0} \qquad (2.237)$$

Demak, $C_0=\frac{g}{V}$ quyidagi bilan teng kuchli:

$$C_0=\frac{g}{V}\int_0^\infty C(t)dt. \qquad (2.238)$$

Olingan qiymatlarni (2.235) ifodaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$\frac{\int_0^\infty tC(t)dt}{\int_0^\infty C(t)dt}=\frac{V}{v}+\frac{V}{v}\frac{1}{Pe}. \qquad (2.239)$$

(2.239) ifodadan ko'rinib turibdiki, indikatorni o'rtacha bo'lish vaqti (ifodaning chap qismi) tajribaviy seksiya *V/v* dagi oqimning haqiqiy bo'lish vaqtiga teng emas. *V* – tajribaviy seksiyaning hajmi ekanligini belgilab o'tamiz. Bunga bo'ylama aralashtirish uchun indikatorning bir qismi tajribaviy seksiyaning tashqarisida tarqalayotganligi sabab bo'lmoqda.

Agar *V* va υ ma'lum bo'lsa, (2.239) tenglamani *Pe* kattalikni aniqlash uchun qo'llash mumkin.

σ_θ^2 dispersiya va model parametrlari orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun funksiya C ning r bo'yicha ikkinchi tartibli hosilasini hisoblab chiqamiz:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{d\overline{C}}{dr}\right)=\frac{d^2\overline{C}}{dr^2}\frac{dr}{dp}=\frac{d^2\overline{C}}{dr^2}\frac{dr}{dx}\frac{dx}{dp} \tag{2.240}$$

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dr}{dx}\right)=\frac{d^2r}{dx^2}\frac{dx}{dp}, \tag{2.241}$$

$$\frac{d^2\overline{C}}{dp^2}=\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{dr}{dx}\frac{d^2x}{dp^2}+\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{d}{dp}\left(\frac{dr}{dx}\right)\frac{dx}{dp}+\frac{d}{dp}\left(\frac{d\overline{C}}{dr}\right)\frac{dr}{dx}\frac{dx}{dp}=$$

$$\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{dr}{dx}\frac{d^2x}{dp^2}+\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{d^2r}{dx^2}\left(\frac{dx}{dp}\right)^2+\frac{d^2\overline{C}}{dr^2}\left(\frac{dr}{dx}\right)^2\left(\frac{dx}{dp}\right)^2. \tag{2.242}$$

Tenglamaga kiruvchi barcha hosilalar uchun ifodalarni topamiz. $\frac{d\overline{C}}{dr}$, $\frac{dr}{dx}$ va $\frac{dx}{dp}$ hosilalar ilgari olingan edi, $\frac{d^2x}{dp^2}$ ning hosilasi esa 0 ga teng. $\frac{dx}{dp}=Pe$ doimiy kattalik bo'lganligi uchun:

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2=Pe^2;\ \frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{4x\sqrt{x}};\ \frac{dr}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x}};\ \left(\frac{dr}{dx}\right)^2=\frac{1}{4x} \tag{2.243}$$

$r\to 0$ da $x=\left(\frac{Pe}{2}\right)^2$ ga egamiz va bundan kelib chiqib:

$$\frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{4\frac{Pe^2}{4}\frac{Pe}{2}}=\frac{2}{Pe^3} \tag{2.244}$$

va

$$\left(\frac{dr}{dx}\right)^2=\frac{1}{4\left(\frac{Pe}{2}\right)^2}=\frac{1}{Pe^2}, \tag{2.245}$$

$$\frac{d^2\overline{C}}{Cr^2}=\frac{\left|Pe^2e^{r_2}-Per_2e^{r_2}-Pee^{r_2}+Pee^{r_2}\right|(Pe-r_2)^2}{(Pe-e^{r_2})^4}-$$

$$\frac{d\bar{C}}{dp}|_{p=0} = (1+\frac{1}{Pe})(-\frac{1}{Pe}Pe) = -1-\frac{1}{Pe}. \qquad (2.235)$$

(2.211) tenglamani inobatga olib quyidagini topamiz:

$$\theta = 1+\frac{1}{Pe}. \qquad (2.236)$$

Bu ifodaning fizik ma'nosini ochamiz. $\theta = \frac{v}{V}t$ va $C(\theta) = \frac{C(t)}{C_0}$ lardan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$\bar{\theta} = \int \theta C(\theta) d\theta = (\frac{v}{V})^2 \frac{\int_0^\infty tC(t)dt}{C_0} \qquad (2.237)$$

Demak, $C_0 = \frac{g}{V}$ quyidagi bilan teng kuchli:

$$C_0 = \frac{g}{V}\int_0^\infty C(t)dt. \qquad (2.238)$$

Olingan qiymatlarni (2.235) ifodaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$\frac{\int_0^\infty tC(t)dt}{\int_0^\infty C(t)dt} = \frac{V}{v} + \frac{V}{v}\frac{1}{Pe}. \qquad (2.239)$$

(2.239) ifodadan ko'rinib turibdiki, indikatorni o'rtacha bo'lish vaqti (ifodaning chap qismi) tajribaviy seksiya V/v dagi oqimning haqiqiy bo'lish vaqtiga teng emas. V – tajribaviy seksiyaning hajmi ekanligini belgilab o'tamiz. Bunga bo'ylama aralashtirish uchun indikatorning bir qismi tajribaviy seksiyaning tashqarisida tarqalayotganligi sabab bo'lmoqda.

Agar V va v ma'lum bo'lsa, (2.239) tenglamani Pe kattalikni aniqlash uchun qo'llash mumkin.

σ_θ^2 dispersiya va model parametrlari orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun funksiya C ning r bo'yicha ikkinchi tartibli hosilasini hisoblab chiqamiz:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{d\overline{C}}{dr}\right)=\frac{d^2C}{dr^2}\frac{dr}{dp}=\frac{d^2\overline{C}}{dr^2}\frac{dr}{dx}\frac{dx}{dp} \quad (2.240)$$

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dr}{dx}\right)=\frac{d^2r}{dx^2}\frac{dx}{dp}, \quad (2.241)$$

$$\frac{d^2\overline{C}}{dp^2}=\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{dr}{dx}\frac{d^2x}{dp^2}+\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{d}{dp}\left(\frac{dr}{dx}\right)\frac{dx}{dp}+\frac{d}{dp}\left(\frac{d\overline{C}}{dr}\right)\frac{dr}{dx}\frac{dx}{dp}=$$

$$\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{dr}{dx}\frac{d^2x}{dp^2}+\frac{d\overline{C}}{dr}\frac{d^2r}{dx^2}\left(\frac{dx}{dp}\right)^2+\frac{d^2\overline{C}}{dr^2}\left(\frac{dr}{dx}\right)^2\left(\frac{dx}{dp}\right)^2. \quad (2.242)$$

Tenglamaga kiruvchi barcha hosilalar uchun ifodalarni topamiz. $\frac{dC}{dr}$, $\frac{dr}{dx}$ va $\frac{dx}{dp}$ hosilalar ilgari olingan edi, $\frac{d^2x}{dp^2}$ ning hosilasi esa 0 ga teng. $\frac{dx}{dp}=Pe$ doimiy kattalik bo'lganligi uchun:

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2=Pe^2;\ \frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{4x\sqrt{x}};\ \frac{dr}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x}};\ \left(\frac{dr}{dx}\right)^2=\frac{1}{4x} \quad (2.243)$$

$r\to 0$ da $x=\left(\frac{Pe}{2}\right)^2$ ga egamiz va bundan kelib chiqib:

$$\frac{d^2r}{dx^2}=\frac{1}{4\frac{Pe^2}{4}\frac{Pe}{2}}=\frac{2}{Pe^3} \quad (2.244)$$

va

$$\left(\frac{dr}{dx}\right)^2=\frac{1}{4\left(\frac{Pe}{2}\right)^2}=\frac{1}{Pe^2}, \quad (2.245)$$

$$\frac{d^2\overline{C}}{Cr^2}=\frac{\left|Pe^2e^{r_1}-Per_2e^{r_1}-Pee^{r_2}+Pee^{r_2}\right|(Pe-r_2)^2}{(Pe-e^{r_2})^4}-$$

$$-\frac{[-2Pe+2r_2][Pe^2e^{r_2}-Per_2e^{r_2}+Pee^{r_2}]}{(Pe-e^{r_2})^2}. \qquad (2.246)$$

$r \to 0$ da $r_2 = 0$ **egamiz va bundan:**

$$\frac{dC^2}{dr^2}=\frac{Pe^2Pe^2+2PePe^2+2PePe}{Pe^4}=\frac{Pe^4+2Pe^3+2Pe^2}{Pe^4}.$$

Natijada quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\frac{d^2\overline{C}}{dp^2}|_{p\to 0}=(1+\frac{1}{Pe})\frac{2}{Pe^3}Pe^2+$$

$$+\frac{Pe^4+2Pe^3+2Pe^2}{Pe^4}*\frac{1}{Pe^2}Pe^2=\frac{4}{Pe^2}+\frac{4}{Pe}+1, \qquad (2.248)$$

$$\frac{d^2\overline{C}}{dp^2}|_{p\to 0}\int_0^\infty \theta^2 C(\theta)d\theta;\ \sigma_\theta^2=\int_0^\infty \theta^2 C(\theta)d\theta-\theta^2 \qquad (2.249)$$

$$\sigma_\theta^2=\frac{4}{Pe^4}+\frac{4}{Pe}+1-\frac{1}{Pe^2}-\frac{2}{Pe}-1=\frac{3}{Pe^2}+\frac{2}{Pe}=\frac{1}{Pe^2}(3+2Pe). \qquad (2.250)$$

(2.250) ifoda tizim javobining tajribaviy egri chizig'i bo'yicha *Pe* kattaligini hisoblash uchun qo'llaniladi. Pog'onali g'alayon usuli bilan oqimlar strukturasini tadqiq qilishda model parametrlari (2.204) va (2.250) tenglamalar bo'yicha hisoblanadi. Pog'onali g'alayon ta'siriga javob funksiya dispersiyasi quyidagi tarzda aniqlanadi. Ko'rinib turibdiki,

$$\sigma_\theta^2=\int_0^\infty \theta^2 dF-\theta^2. \qquad (2.251)$$

Bu ifodadagi integralning qiymati F funksiya hosilasi bo'yicha emas, balki 1 – *F* kattalik bo'yicha sodda va aniqroq aniqlanadi. Buning uchun integralni o'zgartiramiz:

$$\int_0^1 \theta^2 dF=1\int_0^1 \theta^2 d(1-F). \qquad (2.252)$$

Bo'laklab integrallab, quyidagini olamiz:

$$-\int_0^1 \theta^2 d(1-F)=2\int_0^\infty (1-F)d\theta. \qquad (2.253)$$

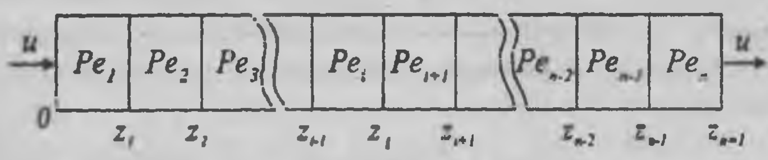
Javob funksiyaning dispersiyasi quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = 2\int_0^\infty \theta(1-F)d\theta - \theta^2. \qquad (2.254)$$

O'zgaruvchan bo'ylama aralashtirish apparatlarida diffuziyali model parametrlarini baholash. Kolonnali apparatlarni tadqiq qilishda odatda bo'ylama aralashtirishning o'rtalashtirilgan koeffitsiyenti aniqlanadi, real sharoitlarda esa u turli uchastkalarda har xil bo'lish mumkin. Bu apparatning balandligi va uning fizik xossalari bo'yicha oqim strukturalarining turg'unmasligiga, strukturalarning mahalliy buzilishlariga olib kelishi mumkin. Oddiy diffuziyali model bu hollarda jarayonning fizik mohiyatini yetarli aniq aks ettirmaydi. Bu ayniqsa, jarayonni o'tkazish uchun eng yomon gidrodinamik muhitli uchastkalarni aniqlash zarur bo'lgan issiqlik va modda almashish apparatlari, kimyoviy reaktorlarni loyihalash va optimallashda muhimdir. Buning uchun apparatning ayrim uchastkalarida bo'ylama aralashtirish parametrlari *Pe* ni aniqlash kerak.

2.19-rasmda ko'rsatilgan modellarning sxemasi o'zida bo'ylama aralashtirishning turli jadalliklariga ega *n* zonadan tashkil topgan chegaralangan kanal (apparat)ni ifodalaydi. Impulsli g'alayon birinchi zonaga kiritilmoqda deb faraz qilamiz.

Tanlangan zonalarning har biri uchun diffuziyali model tenglamalarini yozamiz:



2.19-rasm. Turli bo'ylama aralashtirishli n zonalarni o'z ichiga olib chegaralangan kanalning diffuziyali modelini grafik orqali tasvirlash.

$$\frac{1}{Pe_1}\frac{d^2C}{dz^2} - \frac{dC}{dz} + \delta(t) = \frac{dC}{d\theta}, \quad 0 \le z \le z_1;$$

....

$$\frac{1}{Pe_n}\frac{d^2C}{dz^2} - \frac{dC}{dz} = \frac{dC}{d\theta}, \quad z_{n-1} \le z \le z_n;$$

....

$$\frac{1}{Pe_k}\frac{d^2C}{dz^2}-\frac{dC}{dz}=\frac{dC}{d\theta}, \quad z_{k-1}\le z\le z_k; \qquad (2.255)$$

Bunda quyidagi muvofiq chegaraviy shartlar bajarilmoqda:

$$\frac{1}{Pe_1}\left(\frac{dC}{dz}\right)_0-C_0=0,$$

$$\frac{1}{Pe_1}\left(\frac{dC}{dz}\right)_{z_1}-C_{z_1}=\frac{1}{Pe_2}\left(\frac{dC}{dz}\right)_{z_1^+}-C_{z_1^+},$$

$$C_{z_1}=C_{z_1^+},$$

....

$$\frac{1}{Pe_k}\left(\frac{dC}{dz}\right)_{z_k}-C_{z_k}=\frac{1}{Pe}\left(\frac{dC}{dZ}\right)_{z_k^+}-C_{z_k^+},$$

$$C_{z_k}=C_{z_k^+},$$

....

$$\frac{1}{Pe_{n-1}}\left(\frac{dC}{dz}\right)_{z_{n-1}}-C_{z_{n-1}}=\frac{1}{Pe_n}\left(\frac{dC}{dz}\right)_{z_{n-1}^+}-C_{z_{n-1}^+},$$

$$C_{z_{n-1}}=C_{z_{n-1}^+},$$

$$\left(\frac{dC}{dZ}\right)_{Z-1}=0. \qquad (2.256)$$

Apparatning boshlang'ich kesimiga trassyorni impulsli kiritganda ($z=0$) ixtiyoriy k - zonada javob egri chizig'ining birinchi boshlang'ich momenti uchun tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_1=A_K e^{Pe_k z}+\frac{1}{Pe_K}+z, \qquad z_{K-1}\le z\le z_k, \qquad (2.257)$$

agar k=1,2,...,n-1 bo'lsa, unda

$$A_K=\left(\frac{1}{Pe_{k+1}}-\frac{1}{Pe_k}+A_{K+1}e^{Pe_{K+1}z_k}\right); \qquad (3.258)$$

agar $k=n$ bo'lsa, unda

$$A_n=\frac{e^{-Pe_n}}{Pe_n}. \qquad (2.259)$$

O'xshash tarzda ikkinchi boshlang'ich moment uchun quyidagi tenglama olinadi:

$$M_2 = \sum_{Pe_K}^{K} a_i + \frac{4z}{Pe_K} + \frac{4}{Pe_K^2} + z^2 - (2A_K z - B_K) e^{Pe_K z},$$

$$z_{k-1} \le z < z_k; \tag{2.260}$$

agar $k = 1$ bo'lsa, unda

$$a_1 = -\frac{2A_1}{Pe_1};$$

agar $k = 2, 3, \ldots, p$ bo'lsa, unda

$$a_k = \frac{2z_{k-1}}{Pe_{k-1}} - \frac{2z_{k-1}}{Pe_k} + \frac{2A_{k-1}}{Pe_{k-1}} e^{Pe_{k-1} z_{k-1}} - \frac{2A_k}{Pe_k} e^{Pe_k z_{k-1}}; \tag{2.261}$$

agar $k = 1, 2, \ldots, p-1$ bo'lsa, unda

$$B_k = 2A_k z_k - (2A_{k+1} z_k - B_{k+1}) e^{z_k (Pe_{k+1} - Pe_k)} +$$

$$+ (a_{K+1} - \frac{4z_k}{Pe_k} - \frac{4}{Pe_k^2} + \frac{4z_k}{Pe_{k+1}} + \frac{4}{Pe_{k+1}^2}) e^{-Pe_k z_k}; \tag{2.262}$$

agar $k = p$ bo'lsa, unda

$$B_n = -(\frac{4}{Pe_n} + \frac{6}{Pe_n^2}) e^{-Pe_n}. \tag{2.263}$$

(2.257) - (2.263) tenglamalar apparatning ayrim uchastkalarida qayd qilingan javobning tajribaviy egri chizig'i bo'yicha bo'ylama aralashtirish jadalligini aniqlash imkonini beradi. Masalan, $z_u, z_2, \ldots, z_n$ kesimlarda javob egri chiziqlarini qayd qilib, oxirgi uchastkadan boshlab ketma-ket har bir uchastka uchun $\Delta\sigma^2 = \sigma_{z_k}^2 - \sigma_{z_{k-1}}^2$ dispersiyaning orttirmasi kattaligi bo'yicha, Pe_K ning barcha qiymatlarini hisoblash mumkin. Model parametrlari bo'yicha $\Delta\sigma^2$ bog'liqlikni hisoblash uchun zaruriy ifoda (2.257) – (2.263) tenglamalardan kelib chiqadi. $\Delta\sigma^2$ ning umumiy ifodasi apparatning ixtiyoriy k-uchastkasi uchun quyidagi ko'rinishga ega:

$$\Delta\sigma^2 = \sigma_{z_k}^2 - \sigma_{z_{k-1}}^2 = \frac{2(z_K - z_{K-1})}{Pe_K} + (4A_K z_{K-1} + \frac{2A_K}{Pe_K} - B_K) *$$

$$* e^{Pe_k z_{k-1}} - (4A_K z_K + \frac{2A_K}{Pe_K} - B_K) e^{Pe_K z_K} + A_K^2 (e^{2Pe_K z_{K-1}} - e^{2Pe_K z_K}). \tag{2.264}$$

(2.264) tenglamaga tadqiq qilinayotgan uchastkaning Pe qiymatidan tashqari keyingi uchastkalar uchun Pe qiymatlari kiradi, shuning uchun ketma-ket hisoblash bilan Pe_K ning barcha qiymatlarini topish mumkin. (2.264) tenglamani yechish natijasida apparatning ayrim uchastkalar uchun *Pe* ning o'rtacha qiymatlari topiladi. Oxirgi uchastka uchun (oqimning yo'nalishi bo'yicha) (2.264) tenglama quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\Delta\sigma^2 = \Delta\sigma^2_{z=1} - \Delta\sigma^2_{n-1} = \frac{2(1-z_{n-1})}{Pe_n} - \frac{5}{Pe_n^2} + \left[\frac{4(1-z_{n-1})}{Pe_n} + \frac{4}{Pe_n^2}\right] e^{-Pe_n(1-z_{n-1})} + \frac{e^{-Pe_n(1-z_{n-1})}}{Pe_n^2} \tag{2.265}$$

(2.265) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi ko'pincha juda kichik bo'ladi. Unda quyidagi qabul qilinadi:

$$Pe_n = \frac{1-z_{n-1}}{\Delta\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1-z_{n-1}}{\Delta\sigma^2}\right)^2 - \frac{5}{\Delta\sigma^2}}. \tag{2.266}$$

Bo'ylama aralashtirish jadalligi turlicha bo'lgan ikki uchastkadan iborat apparatlar uchun (2.257) - (2.263) tenglamalar asosida quyidagini olish mumkin:

$$\sigma_1^2 = \frac{2(1-z_1)}{Pe_2} - \frac{2}{Pe_2^2} + \frac{2}{Pe_1}\left(z_1 + \frac{1}{Pe_2}\right) - \frac{2}{Pe_1^2} + \left(\frac{1}{Pe_1} - \frac{1}{Pe_2}\right) * \\ * \frac{2e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1} + \left(\frac{1}{Pe_2} - \frac{1}{Pe_1} + \frac{e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1}\right)\frac{2e^{-Pe_2(1-z_1)}}{Pe_2}. \tag{2.267}$$

Pe ning katta qiymatlarida (2.267) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi e'tiborga olinmaydigan darajada kichik. Bu holda quyidagini hisoblash mumkin:

$$Pe_1 = \frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1} + \sqrt{\left(\frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1}\right)^2 - \frac{2}{C_1}}, \tag{2.268}$$

bu yerda

$$C_1 = \sigma_1^2 + \frac{2}{Pe_2^2} - \frac{2(1-z_1)}{Pe_2}. \tag{2.269}$$

Pe_2 bilgan holda, birinchi zonadan chiqishda qayd qilingan javob funksiyasining dispersiyasi bo'yicha (2.268) tenglama yordamida Pe_1 ni topish mumkin.

Misol. Vibratsion ekstraktorda (diametri 300 mm, balandligi 6m, tebranish amplitudasi 4,5 mm, chastotasi 61 min^{-1}) yaxlit fazalarning bo'ylama aralashtirilishini tadqiqoti natijasida $Z_1 = 0,224$ kesim va chiqishdagi $Z_2 = 1$ kesimlardagi C-egri chiziq dispersiyalarining quyidagi qiymatlari olinadi (2.4-jadval).

C-egri chiziq dispersiyalarining qiymatlari

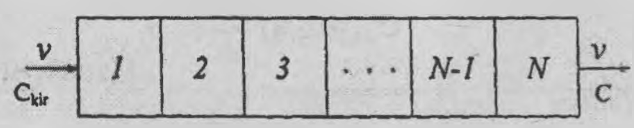
2.4-jadval

Tajriba raqami	i, m^3/s	$\sigma^2_{z_1}$	$\sigma^2_{z_2}$	Re_1	Re_2
1	3	0,0083	0,0191	52	141
2	4	0,0135	0,0201	63	134
3	5	0,0109	0,0187	38	194

(2.267), (2.268) tenglamalar bo'yicha izlanayotgan kattaliklar hisoblab chiqiladi. Ko'rinib turibdiki, bo'ylama aralashtirish jadalligi kolonnaning qolgan qismiga nisbatan kichik boshlang'ich uchastkasida 2-5 marta yuqoriroq, bu oqimning apparatga kirish shartlarining ta'sirida yuzaga keladi.

2.5. Yacheykali model

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish. Aralashtirgichlar bilan reaktorlar kaskadi uchun ilk taklif qilingan model eng oddiylaridan biridir (2.20-rasm).



2.20-rasm. Yacheykali model sxemasi:
v – apparat orqali moddaning sarfi; C_{kir} – kirishdagi konsentratsiya.

Quyidagi qo'yimlarni qabul qilamiz: 1) har bir yacheykada ideal aralashtirish bajarilmoqda; 2) yacheykalar orasida qayta aralashtirish mavjud emas. Bo'ylama aralashtirishni miqdoriy tavsiflovchi yacheykali model parametri bo'lib *JV* to'la aralashtirish yacheykalarning soni xizmat qiladi. *N* oshishi bilan oqimning strukturasi to'la siqib chiqarish modeliga yaqinlashadi, *N* kamayishi bilan – ideal aralashtirish modeliga yaqinlashadi.

Har bir yacheyka uchun moddani saqlashni tenglamalarini yozamiz (soddalashtirish uchun yacheykalar bir xil hajm V_{YA} ga ega deb faraz qilamiz):

$$\begin{aligned}
&\upsilon C_{kir} - \upsilon C = V_{ya}\frac{dC_1}{dt},\\
&\upsilon C_1 - \upsilon C_2 = V_{ya}\frac{dC_2}{dt},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\upsilon C_{j-1} - \upsilon C_j = V_{ya}\frac{dC_j}{dt}\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\upsilon C_{n-1} - \upsilon C_n = V_{ya}\frac{dC_n}{dt}.
\end{aligned} \qquad (2.270)$$

(2.270) tenglamalarning chap va o'ng qismlarini v ga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned}
&C_{kir}C_1 = \bar{t}\frac{dC_1}{dt},\\
&C_1 - C_2 = \bar{t}\frac{dC_2}{dt},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&C_{j-1} - C_j = \bar{t}\frac{dC_j}{dt},\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&C_{N-1} - C_N = \bar{t}\frac{dC_N}{dt}.
\end{aligned} \qquad (2.271)$$

(2.271) tenglamalar tizimi uchun mos boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishga ega:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b}, C_2 = C_{2b}, ..., C_N = C_{Nb} \qquad (2.272)$$

(2.271) tenglamalar tizimi (2.272) boshlang'ich shartlar bilan birga oqimlar strukturasining yacheykali modelini tashkil qiladi. Model xossalarini tahlil qilish uchun yacheykali modelning standart g'alayonlarga bo'lgan javoblarini ko'rib chiqamiz.

Konsentratsiya sakrash ko'rinishida nolgacha kamayadigan pog'onali g'alayonga modelning javobi (yuvib ketish usuli). modelning javobini, (2.271) tenglamalar tizimini ketma-ket yechib, birinchi yacheykadan boshlab qidiramiz.

Birinchi yacheyka.

Yuvib ketish usulida indikatorning konsentratsiyasi kirishda nolga teng. Demak, C_{kir}=0 va boshlang'ich tenglama quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$-C_1 = \bar{t}\frac{C_1}{dt}, \qquad (2.273)$$

o'zgaruvchilarni bo'lib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\frac{dC_1}{C_1} = -\frac{dt}{\bar{t}}. \qquad (3.274)$$

(2.274) tenglamani integrallash quyidagini beradi:

$$C_1 = Ke^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.275)$$

K noma'lum konstantani boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b} = C_b \qquad (2.276)$$

Bu yerdan

$$K = S_b. \qquad (2.277)$$

(2.275) ni (2.277) ga qo'yib, birinchi yacheykadan chiqishdagi javobning quyidagi ko'rinishini olamiz:

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.278)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. U vaqtda moddani saqlanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$C_1 - C_2 = \bar{t}\frac{dC_2}{dt} \qquad (2.279)$$

yoki

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t}\frac{dC_2}{dt}. \qquad (2.280)$$

(2.280) tenglama – birinchi darajali bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamadir. Uni noma'lum ko'paytuvchilar usuli bilan yechamiz. Bunga mos keluvchi bir jinsli tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{t}\frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0 \qquad (2.281)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_2 = A(t)e^{-t/\bar{t}}, \qquad (2.282)$$

bu yerda $A(t)$ – noma'lum ko'paytuvchi.
(2.282) bir jinsli tenglamaning yechimini (2.280) ga qo'yamiz:

$$\frac{dC_2}{dt} = A_t^1 e^{-t/\bar{t}} + A(-\frac{1}{\bar{t}})e^{-t/\bar{t}} \qquad (2.283)$$

$$\bar{t}\left[A_t^1 e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}}e^{-t/\bar{t}}\right] + A(t)e^{-t/\bar{t}} = C_N e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.284)$$

o'xshash a'zolarini keltirib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{C_b}{\bar{t}}. \qquad (2.285)$$

(2.285) differensial tenglamani noma'lum koeffitsiyenga nisbatan yechamiz:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}}t + K. \qquad (2.286)$$

Endi (2.282) ga topilgan $A(t)$ ifodani qo'yib, quyidagini olamiz:

$$C_2 = \left[\frac{C_b}{\bar{t}} + K\right]e^{-t/\bar{t}} \qquad (2.287)$$

K noma'lum konstantani boshlang'ich shartdan topish mumkin:

$$t=0 \text{ da } S_2=S_{2b}=S_b. \tag{2.288}$$

Bu yerdan

$$K=S_b. \tag{2.289}$$

Shunday qilib, ikkinchi yacheykani chiqishida javob quyidagi ko‘rinishga ega:

$$C_2 = C_b\left[1+\left(\frac{t}{\bar{t}}\right)\right]e^{-t/\bar{t}} \tag{2.290}$$

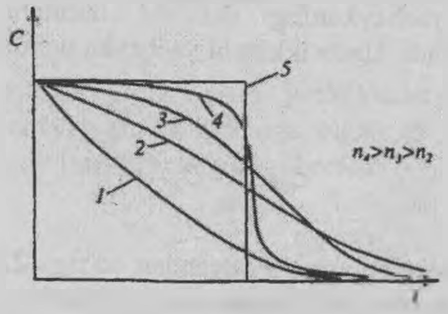
Uchinchi, to‘rtinchi, ..., N – yacheykalar uchun o‘xshash fikrni davom ettirib, konsentratsiyani sakrash ko‘rinishda nolgacha kamayadigan yacheykali model javobi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\frac{C_N}{C_b} = \left[1+\left(\frac{t}{\bar{t}}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{t}{\bar{t}}\right)^2+\ldots+\frac{1}{(N-1)!}\left(\frac{t}{\bar{t}}\right)^{N-1}\right]e^{-t/\bar{t}}. \tag{2.291}$$

2.21-rasmda yacheykalarning turli soni uchun yuvib ketish usuli bo‘yicha chiqish konsentratsiyasining bog‘liqligi ko‘rsatilgan.

(2.291) tenglamani quyidagi o‘lchamsiz ko‘rinishda yozish qulay:

$$C(\theta) = \left[1+N\theta+\frac{1}{2}N^2\theta^2+\ldots+\frac{N^{N-1}}{(N-1)!}\theta^{N-1}\right]e^{-N\theta}. \tag{2.292}$$



2.21-rasm. Yacheykalarning turli soni uchun konsentratsiyaning sakrash ko‘rinishli kamayishiga yacheykali modelning javobi: *1* – ideal aralashtirishda; *2, 3, 4* – mos ravishda n_1, n_3 va n_4 yacheykalar sonida; *5* – ideal siqib chiqarishda.

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Yacheykali model javob funksiyasini olish uchun oldingi holga o'xshash birinchi, ikkinchi va h.k. yacheykalardagi javoblarni topamiz.

Birinchi yacheyka.

Impulsli g'alayon uchun birinchi yacheykaga kirish C_{kr} konsentratsiyasi nolga teng bo'lganligi uchun, moddaning saqlash tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$-C_1 = \bar{t}\frac{dC_1}{dt}. \qquad (2.293)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_1 = K/e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.294)$$

K noma'lum kattalikni boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_b \qquad (2.295)$$

Bu yerdan

$$K = S_b \qquad (2.296)$$

va

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.297)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. Unda ikkinchi yacheyka uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t}\frac{dC_2}{dt}. \qquad (2.298)$$

Avval o'zgaruvchilarini ajratgandan so'ng (2.300) ko'rinishni qabul qiluvchi mos bir jinsli tenglamani yechamiz:

$$\bar{t}\frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0, \qquad (2.299)$$

$$C_2 = A(t)e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.300)$$

$A(t)$ noma'lum ko'paytuvchini topish uchun (2.300) ning yechimini (2.298) boshlang'ich tenglamaga qo'yamiz:

$$\bar{t}[A_t^{\prime}e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}}] + Ae^{-t/\bar{t}} = C_b e^{-t/\bar{t}} \qquad (2.301)$$

(2.301) tenglamadagi o'xshash a'zolarini keltirgandan keyin $A(t)$ ga nisbatan birinchi tartibli differensial tenglamaga kelamiz:

$$\bar{t}\frac{dA(t)}{dt} = C_b. \qquad (2.302)$$

Uning yechimi quyidagiga teng:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}}t + K. \qquad (2.303)$$

(2.303) tenglamani (2.300) ga qo'yib va $t = 0$ da C_2 boshlang'ich shartni hisobga olib, ikkinchi yacheyka chiqishidagi javob funksiyasini olamiz:

$$C_2 = C_b\frac{t}{\bar{t}}e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.304)$$

Uchinchi, to'rtinchi ,..., *N-Pi* yacheykalar uchun o'xshash yechimlar *N*-yacheykalarni o'z ichiga olgan quyidagi yacheykali modelning umumiy javob funksiyasini beradi:

$$C_N = C_b(\frac{t}{\bar{t}})^{N-1}\frac{1}{(N-1)!}e^{-t/\bar{t}}. \qquad (2.305)$$

$C(\theta) = C_N / C_b$ o'lchamsiz konsentratsiyani va $\theta = t/\bar{t}$ vaqtni kiritib, (2.305) javob funksiyasini o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha keltirish mumkin:

O'xshash o'zgartirishlarni olib borib, yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyekt uzatish funksiyasining quyidagi ifodasiga kelamiz:

$$(W(p) = W_1(p)W_2(p)...W_N(p) = \prod_{i=1}^{N} W_i(p). \qquad (2.330)$$

Yacheykali modelda har bir yacheyka ideal aralashtirish modeli bilan tavsiflanayotganligi uchun:

$$W_i(p) = \frac{1}{1+\bar{t}p}, \qquad (2.331)$$

bunda, $\bar{t}$ – yacheykada o'rtacha bo'lish vaqti (yacheykalar bir xil hajmga ega deb faraz qilinadi).

(2.331) ifodani hisobga olib, yacheyka modelining uzatish funksiyasi uchun yakuniy ifodani olamiz:

$$W(p) = \frac{1}{(1+\bar{t}p)^N}. \qquad (2.332)$$

Endi quyidagi ayrim holatlarni ko'rib chiqamiz.

1. Yacheykali modelda yacheykalar soni N=1 teng. Bu holda uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1+\bar{t}p}. \qquad (2.333)$$

(2.333) ifoda ideal aralashtirish modelining uzatish funksiyasiga mos va yacheykali model ideal aralashtirish modeliga o'tadi.

2. Yacheykali modelda yacheykalar soni $N \to \infty$ ga intiladi. Bu holda quyidagiga egamiz:

$$W(p) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{(1+\bar{t}p)^N}. \qquad (2.334)$$

Deylik, $x=\frac{1}{\bar{t}p}$ va t_0 – yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyektda o‘rta bo‘lish vaqti. Unda

$$N=\bar{t}_y px. \tag{2.335}$$

(2.335) ni (2.334) tenglamaga qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$W(p)=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{1}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\bar{t}_y px}}\right]=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x\bar{t}_y p} \tag{2.336}$$

yoki

$$W(p)=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x-\bar{t}_y p}\right] \tag{2.337}$$

Quyidagini inobatga olib, uzatish funksiyasi uchun (2.339) ifodani olamiz:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e, \tag{2.338}$$

$$W(p)=e^{-\bar{t}_y p} \tag{2.339}$$

(2.339) uzatish funksiyasi ideal siqib chiqarish modeliga mosdir. Demak, $N\to\infty$ holda, yacheykali model ideal siqib chiqarish modeliga o‘tadi.

Yacheykali modelning N – parametrini baholash. Yacheykali modelning N – parametrini baholash uchun bu modelning uzatish funksiyasidan foydalanib, impulsli g‘alayonga javob funksiyasi uchun ikkinchi tartibli boshlang‘ich momenti $M_2^{\prime}$ ni topamiz:

$$\begin{aligned}M_2^{\prime}&=W_p^{\prime\prime}(p=0)=N(N+1)(1+\bar{t}p)^{-N-2}\bar{t}^{2}\,|_{p=0}=\\&=N(N+1)\bar{t}^{2}=N^{2}\bar{t}^{2}+N\bar{t}^{2}=\bar{t}_y^{2}\left(1+\frac{1}{N}\right).\end{aligned} \tag{2.340}$$

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2' = M_2' - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N}. \qquad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadratiga bo'lib, yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning impulsli g'alayonga javob funksiyasining o'lchamsiz dispersiyasi σ_θ^2 orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \qquad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy egri chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini baholash uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuziyali va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2}(Pe - 1 + e^{-Pe}). \qquad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish mumkin. Bu holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}. \qquad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi impulsli usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasini yacheykali model bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model parametrini baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiq ekanligini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik oqimining olingan tajribaviy C – egri chizig'i $(S_t = C_t(t))$ ni qayta ishlash natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq qilishdagi C - egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

t, s	0	40	80	120	160	200	240
$S_E(t)$, g/l	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
$C(t)$, c^{-1}	0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
θ	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
$C_c(\theta)=\bar{t}C(t)$	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
$C_c(\theta)$ $N=5$ da	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0
$N=5$							

Indikatorning oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t}=\frac{\int_0^\infty tC_E(t)dt}{\int_0^\infty C_E(t)dt}\approx\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iC_i}{\sum_{i=1}^{7}C_i}\approx 100. \tag{2.345}$$

Keyin me'yorlangan C-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C(t)=\frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t)dt}\approx\frac{C_E(t)}{\sum_{i=1}^{7}C_{iE}\Delta t}\approx\frac{C_{iE}}{58},c^{-1}. \tag{2.346}$$

M_2' boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2'=\int_0^\infty t^2C(t)dt\approx\sum_{i=1}^{7}t_i^2C_i\Delta t\approx 12200,c^2. \tag{2.347}$$

Demak, C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2=\frac{M_2'}{\bar{t}}-1=1{,}22-1=0{,}22. \tag{2.348}$$

N yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa tenglamasidan foydalanib, quyidagini olamiz:

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment [illegible] ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2' = M_2' - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N}. \quad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadratiga [illegible] yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning [illegible] g'alayonga javob funksiyasining o'lchamsiz dispersiyasi [illegible] orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_0^2} \quad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy [illegible] chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini [illegible] uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuz[illegible] va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2}(Pe - 1 + e^{-Pe}). \quad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish mumkin. [illegible] holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}. \quad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi [illegible] usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasini yacheykali [illegible] bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model para[illegible] baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiq ekan[illegible] aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik [illegible] olingan tajribaviy C – egri chizig'i $(S_i = C_i(t))$ ni qayta [illegible] natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

[illegible] suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq [illegible] egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

[illegible]	0	40	80	120	160	200	240
[illegible]	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
[illegible]	0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
[illegible]	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
[illegible]	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
[illegible]	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0
[illegible]							

[illegible] oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t} = \frac{\int\limits_0^\infty tC_E(t)dt}{\int\limits_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{\sum\limits_{i=1}^{7} t_i C_i}{\sum\limits_{i=1}^{7} C_i} \approx 100. \qquad (2.345)$$

[illegible] me'yorlangan C-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-[illegible] qarang):

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int\limits_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{C_E(t)}{\sum\limits_{i=1}^{7} C_{iE}\Delta t} \approx \frac{C_{iE}}{58}, c^{-1}. \qquad (2.346)$$

[illegible] boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2' = \int\limits_0^\infty t^2 C(t)dt \approx \sum\limits_{i=1}^{7} t_i^2 C_i \Delta t \approx 12200, c^2. \qquad (2.347)$$

[illegible] C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyida-[illegible]

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2'}{\bar{t}} - 1 = 1,22 - 1 = 0,22. \qquad (2.348)$$

N yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa [illegible] foydalanib, quyidagini olamiz:

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment
ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2' = M_2' - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N}.$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadrati
yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning
g'alayonga javob funksiyasining o'lchamsiz dispersiyasi
orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2}$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy
chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini
uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib,
va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning
tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2}(Pe - 1 + e^{-Pe}).$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish
holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}.$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi
usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasini yacheykali
bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model
baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiq
aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik
olingan tajribaviy C – egri chizig'i $(S_i = C_i(t))$ ni qayta
natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

[illegible] kolonnada suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq [illegible] egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

0	40	80	120	160	200	240
0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0

[illegible] oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty tC_E(t)dt}{\int_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{\sum_{i=1}^{7} t_i C_i}{\sum_{i=1}^{7} C_i} \approx 100. \qquad (2.345)$$

[illegible] me'yorlangan C-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-[illegible]):

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{C_E(t)}{\sum_{i=1}^{7} C_{iE}\Delta t} \approx \frac{C_{iE}}{58}, c^{-1}. \qquad (2.346)$$

M_2' boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2' = \int_0^\infty t^2 C(t)dt \approx \sum_{i=1}^{7} t_i^2 C_i \Delta t \approx 12200, c^2. \qquad (2.347)$$

[illegible], C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyida-[illegible]:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2'}{\bar{t}} - 1 = 1,22 - 1 = 0,22. \qquad (2.348)$$

[illegible] yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa [illegible]dan foydalanib, quyidagini olamiz:

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2' = M_2' - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N}. \qquad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadrati ... yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning impulsli g'alayonga javob funksiyasining o'lchamsiz dispersiyasi ... orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \qquad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy ... chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini baholash uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuziya va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2}(Pe - 1 + e^{-Pe}). \qquad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish mumkin ... holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}. \qquad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi ... usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasini yacheykali ... bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model parametrini baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiqligini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik oqimidan olingan tajribaviy C – egri chizig'i $(S_t = C_t(t))$ ni qayta ishlash natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

[illegible] suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq [illegible] egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

[illegible]	0	40	80	120	160	200	240
[illegible]	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
[illegible]	0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
[illegible]	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
[illegible]	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
[illegible]	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0

[illegible] oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t} = \frac{\int\limits_0^\infty tC_E(t)dt}{\int\limits_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{\sum\limits_{i=1}^{7} t_i C_i}{\sum\limits_{i=1}^{7} C_i} \approx 100. \qquad (2.345)$$

[illegible] me'yorlangan C-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-[illegible] qarang):

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int\limits_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{C_E(t)}{\sum\limits_{i=1}^{7} C_{iE}\Delta t} \approx \frac{C_{iE}}{58}, c^{-1}. \qquad (2.346)$$

[illegible] boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2' = \int\limits_0^\infty t^2 C(t)dt \approx \sum_{i=1}^{7} t_i^2 C_i \Delta t \approx 12200, c^2. \qquad (2.347)$$

[illegible] C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyida-[illegible]

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2'}{\bar{t}} - 1 = 1,22 - 1 = 0,22. \qquad (2.348)$$

[illegible] yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa [illegible] foydalanib, quyidagini olamiz:

Mos markaziy o'lchamli ikkinchi tartibli moment quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2' = M_2' - t_c^2 = \frac{t_c^2}{N}. \quad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadratiga bo'lib, yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning impulsli g'alayonga javob funksiyasining o'lchamsiz dispersiyasi orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \quad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy egri chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini baholash uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuziya va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2}(Pe - 1 + e^{-Pe}). \quad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish mumkin. Bu holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2}. \quad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi impulsli usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasini yacheykali model bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model parametrini baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiq ekanligini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik oqimida olingan tajribaviy C – egri chizig'i $(S_t = C_t(t))$ ni qayta ishlash natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

[illegible] suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq [illegible] C - egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar

2.5-jadval

[illegible]	0	40	80	120	160	200	240
[illegible]	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
[illegible]	0	0,3/5	0,5/5	0,35/	0,2/5	0,1/5	0
[illegible]	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
[illegible]	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
[illegible]	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0

[illegible] oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t}=\frac{\int_0^{\infty} tC_E(t)dt}{\int_0^{\infty} C_E(t)dt}\approx\frac{\sum_{i=1}^{7} t_iC_i}{\sum_{i=1}^{7} C_i}\approx 100. \quad (2.345)$$

[illegible] me'yorlangan C-egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-[illegible]):

$$C(t)=\frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t)dt}\approx\frac{C_E(t)}{\sum_{i=1}^{7} C_{iE}\Delta t}\approx\frac{C_{iE}}{58}, c^{-1}. \quad (2.346)$$

[illegible] boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2'=\int_0^{\infty} t^2C(t)dt\approx\sum_{i=1}^{7} t_i^2C_i\Delta t\approx 12200, c^2. \quad (2.347)$$

[illegible] C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ^2 quyida-[illegible]

$$\sigma_\theta^2=\frac{M_2'}{\bar{t}}-1=1{,}22-1=0{,}22. \quad (2.348)$$

[illegible] yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa [illegible] foydalanib, quyidagini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} = \frac{1}{0,22} = 5. \qquad (2.349)$$

Topilgan yacheykalar sonida $C_t(\theta)$ yacheykali model bo'yicha C–egri chiziqning o'lchamsiz qiymatini impulsli g'alayonga yacheykali model javob funksiyasi uchun olinadigan ifodadan aniqlaymiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C_t(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} e^{-N\theta}}{(N-1)!} = \frac{3125\theta^4 e^{-5\theta}}{4 \cdot 5 \cdot 2}. \qquad (2.350)$$

Mavjud tajriba ma'lumotlaridan tiklanish dispersiyasini baholab bo'lmaydi. Buning uchun Fisher mezoni yordamida $S^2_{o'r}$ nisbiy o'rtacha dispersiyani S^2_{monand} monandlik dispersiyasi bilan solishtirib, yacheykali modelni qo'llashning maqsadga muvofiqligini baholaymiz.

O'lchamsiz javob egri chizig'i $\bar{C}(\theta)$ ning o'rtacha qiymati quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{C}(\theta) = \frac{0,52 + 0,86 + 0,60 + 0,34 + 0,17}{7} = 0,35. \qquad (2.351)$$

Nisbiy o'rtacha dispersiyani topamiz:

$$S^2_{o'r} = \frac{\sum (C_{iE}(\theta) - \bar{C}(\theta))^2}{f_{o'r}} = \frac{0,17^2 + 0,51^2 + 0,15^2 + 0,01^2 + 0,18^2 + 0,55^2 + 0,35^2}{7-1} = 0,1048. \qquad (2.352)$$

Monandlik dispersiyani topamiz:

$$S^2_{mon} = \frac{\sum_{i=1}^{7} (C_{iE} - C_{iT})^2}{f_{mon}} = \frac{0^2 + 0,33^2 + 0,12^2 + 0,13^2 + 0,06^2 + 0,03^2 + 0^2}{7-1} = 0,00612. \qquad (2.353)$$

F-bog'liqlikni tuzamiz:

$$F = \frac{S^2_{o'r}}{S^2_{mon}} = \frac{0,1048}{0,00612} = 17,124 \qquad (2.354)$$

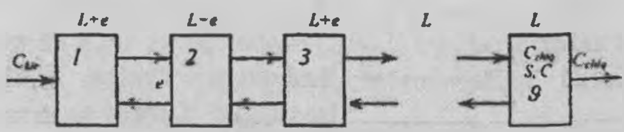
$f_{o'r} = 6$ va $f_{mon} = 6$ erkinlik darajasi sonlari hamda $a = 1\%$ ahamiyatlilik darajasi uchun Fisher mezonining mos jadval qiymati quyidagiga teng:

$$F^{jad}_{a=0,0,1}(6,6) = 8,47. \qquad (2.355)$$

Bu yerdan $F > F^{jad}_{a=0.0,1}$ (6,6) va nisbiy o'rtacha dispersiya monandlik dispersiyadan belgili farqlanadi. Shunday ekan, yacheykali modelni qo'llash maqsadga muvofiqdir.

2.6. Teskari oqimli (retsirkulatsiyali) yacheykali model

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish. Yacheykali model real apparatda (masalan ekstraktorda oqimlar fazalari harakatini tavsiflagandek) oqimlar strukturasining monand tiklanishini har doim ham ta'minlamaydi. Shu munosabat bilan bunday modelning modifikatsiyalari ishlab chiqiladi. Eng keng tarqalgan modifikatsiyalardan biri – bu teskari oqimli yacheykali modeldir. Bu modellarga muvofiq apparat mujassamlashgan parametrli zonalar ketma-ketligi sifatida qaralib, zonalarning har biri ideal aralashtirish yacheykasiga ekvivalent bo'ladi. Keyinchalik, yacheykalar orasida teskari oqimlar mavjud deb faraz qilinadi. 2.23-rasmda teskari oqimli yacheykali model bo'yicha oqimlar sxemasi ko'rsatilgan.



2.23-rasm. Teskari oqimli yacheykali model sxemasi:
L – apparat bo'yicha moddaning oqimi; e - apparat bo'yicha moddaning teskari oqimi; S_i - i- yacheykaning chiqishidagi konsentratsiya.

Yacheykalar orasidagi teskari (retsirkulatsiyali) oqimlarni hisobga olib, ularning har biri uchun modda saqlanish tenglamalarini yozamiz.

Birinchi yacheyka:

$$LC_{kir} + eC_2 - (L+e)C_1 = V_{ya}\frac{dC_1}{dt}. \qquad (2.356)$$

j- yacheyka:

$$(L+e)C_{j-1} + eC_{j+1} - (L+2e)C_j = V_{ya}\frac{dC_j}{dt}$$

N- yacheyka:

$$(L+e)C_{N-1} - (L+e)C_N = V_{ya}\frac{dC_N}{dt}$$

bu yerda, V_{ya} – yacheyka hajmi (yacheykalar teng hajmga ega deb faraz qilinadi); bunda, quyidagi boshlang'ich shartlar bajariladi:

$$t=0 \text{ da } \; C_1 = C_{1b},...,C_j = C_{jb},...,C_N = C_{Nb} \qquad (2.357)$$

e/L kattalik ***teskari oqim ulushi*** deb ataladi va $e/L = f$ deb belgilanadi.

Mos ravishda V_{ya}/L nisbat yacheykada oqimning o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaydi. Kiritilgan belgilanishlarni hisobga olgan holda (2.356) va (2.357) tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishda qayta yoziladi:

$$C_{kir} + fC_2 - (1+f)C_1 = \bar{t}\frac{dC_1}{dt}$$

....

$$(1+f)C_{j-1} + fC_{j+1} - (1+2f)C_j = \bar{t}\frac{dC_j}{dt} \qquad (2.358)$$

....

$$(1+f)C_{N-1} + (1+f)C_N = \bar{t}\frac{dC_N}{dt}$$

$$C_1 = C_{1b},...,C_j = C_{jb},...,C_N = C_{Nb}$$

(2.358) tenglamalar tizimi teskari oqımli yacheykali modelning matematik tavsifini ifodalaydi. $f \to 0$ da teskari oqimli yacheykali model yacheykali modelga, f, $N \to 0$ da esa diffuziyali modelga aylanadi.

Standart g'alayonlarga teskari oqimlı yacheykali modelning javoblarini ko'rib chiqamiz.

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Bu holda $S(\theta)$ o'lchamsiz javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{N} A_i \exp(K_i \theta), \tag{2.359}$$

bu yerda

$$K_i = \frac{N}{i-1}\left(2x^{1/2}\cos p_i - 1 - x\right), \tag{2.360}$$

$$A_j = -2Nx^{-N/2}\sin^2 p_i / D'(p_i), \tag{2.361}$$

$$D(p) = x^{-1/2}\sin[(N+1)p] - 2\sin(Np) + x^{1/2}\sin[(N-1)p]. \tag{2.362}$$

bu yerda p_i – tenglamaning ildizlari bo'lib, ularning soni N ga teng, qiymatlari esa $0 < p_i < \pi$ intervalda yotadi; $D'(p_i) - r = r_i$; $x = f/(1+f)$ dagi (2.362) funksiya hosilasining qiymati.

Pog'onali g'alayonga modelning javobi. *F(d)* javobning o'lchamsiz funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = 1 - \sum_{i=1}^{N} \frac{A_i}{K_i} \exp(K_i \theta), \tag{2.363}$$

bu yerda A_i va K_i (2.360) —(2.362) tenglamalardan topiladi.

Teskari oqimli yacheykali model bilan tavsiflanadigan obyektlarning uzatish funksiyasi.

Yacheykalar uchta bo'lgan hol uchun modelning uzatish funksiyasini olish sxemasini ko'rib chiqamiz va keyin N yacheykalar holiga natijani umumlashtiramiz. Deylik N=3. Unda (2.358) tenglamalar tizimining matematik tavsifi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$C_{kir} = fC_2 - (1+f)C_1 = \bar{t}\frac{dC_1}{dt},$$

$$(1+f)C_1 + (1+2f)C_2 = \bar{t}\frac{dC_2}{dt}, \qquad (2.364)$$

$$(1+f)C_2 - (1+f)C_3 = \bar{t}\frac{dC_3}{dt}.$$

Kirish signali impulsli g'alayonga mosligini faraz qilib, (3.364) tenglamalar tizimining Laplas o'zgartirishini yozamiz:

$$1 + f\tilde{C}_2 - (1+f)\tilde{C}_1 = \bar{t}\tilde{C}_1,$$

$$(1+f)\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (1+2f)\tilde{C}_2 = \bar{t}\tilde{C}_2, \qquad (2.365)$$

$$(1+f)\tilde{C}_2 - (1+f)\tilde{C}_3 = \bar{t}\tilde{C}_3.$$

$\gamma = 1+f$ va $q = N\bar{t}p$ belgilashlarni kiritib, quyidagilarni olamiz:

$$1 + f\tilde{C}_2\gamma - \lambda\tilde{C}_1 = \frac{q}{3}\tilde{C}_1,$$

$$\gamma\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (\gamma+f)\tilde{C}_2 = \frac{q}{3}\tilde{C}_2, \qquad (2.366)$$

$$\gamma\tilde{C}_2 - \gamma\tilde{C}_3 = \frac{q}{3}\tilde{C}_3.$$

Oxirgi tenglamalar tizimini C_3 noma'lum kattalikka nisbatan yechamiz. (2.366) tizimning uchinchi tenglamasidan quyidagi kelib chiqadi:

$$\tilde{C}_2 = \tilde{C}_3\frac{\left(\gamma+\frac{q}{3}\right)}{\gamma}. \qquad (2.367)$$

C_2 uchun olingan ifodalarni ikkinchi tenglamalarga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\gamma\tilde{C}_2 + f\tilde{C}_3 - \frac{\left(\gamma+\frac{q}{3}\right)\left(\gamma+f+\frac{q}{3}\right)}{\gamma}\tilde{C}_3 = 0. \qquad (2.368)$$

yoki

$$\bar{C}_1 = \frac{\gamma^2 + 2\lambda\frac{q}{3} + f\frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2}{\gamma^2}\bar{C}_3. \qquad (2.369)$$

Nihoyat, C_1 va C_3 uchun ifodalarni (2.366) tizimning birinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$\left(\frac{q}{3}+\gamma\right)\frac{\left[\gamma^2+2\gamma\frac{q}{3}+f\frac{q}{3}+\left(\frac{q}{3}\right)^2\right]}{\gamma^2}\bar{C}_3 - \frac{f\left(\gamma+\frac{q}{3}\right)}{\gamma}\bar{C}_3 = 1. \qquad (2.370)$$

Bu yerdan $N = 3$ bo'lganda teskari oqimli yacheykali modelining uzatish funksiyasi $W(q)$ ni aniqlovchi C_3 uchun ifodani topamiz:

$$\bar{C}_3 = W(q) = \frac{1}{\frac{\left(\gamma+\frac{q}{3}\right)}{\gamma}\left[\frac{\lambda^2+2\gamma\frac{q}{3}+f\frac{q}{3}+\left(\frac{q}{3}\right)^2-\gamma f}{\gamma}\right]} = \qquad (2.371)$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{27\gamma^2}q^3+\frac{3\gamma+f}{9\gamma^2}q^2+q+1}.$$

O'xshash tarzda, yacheykalar soni N bo'lgan holda uzatish funksiyasi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$W(q) = \frac{1}{\frac{1}{\gamma^{N-1}}\sum_{y=0}^{N}\left(\frac{q}{N}\right)^y\sum_{x=0}^{N-y}\frac{(x+i)!}{x!y!}\frac{(N-2-x)!\gamma^x f^{N-y-x}}{(y-2)!(N-y-x)!}}. \qquad (2.372)$$

(2.372) ifodaning o'ng qismidagi maxraj o'zgaruvchi q ga nisbatan N-Pi darajali polinomdir, ya'ni:

$$P_0(q) = \lambda_N q^N + \lambda_{N-1}q^{N-1} + \ldots + \lambda_1 q + \lambda_0, \qquad (2.373)$$

bu yerda

$$\lambda_i = \frac{1}{\gamma^{N-1}} \frac{1}{N^i} \sum_{x=0}^{N-i} \frac{(x+i)!}{x!y!} \frac{(N-2-x)!\gamma^x f^{N-i-x}}{(y-2)!(N-i-x)!} \qquad (2.374)$$

Unda (2.372) uzatish funksiyasi quydagi ko'rinishda keltirilishi mumkin:

$$W(q) = \frac{1}{\lambda_N q^N + \lambda_{N-1} q^{N-1} + \ldots + \lambda_1 q + \lambda_0} = \frac{1}{P_0(q)}. \qquad (2.375)$$

Teskari oqimli yacheykali modelning N va f parametrlarini baholash. Teskari oqimli yacheykali model bo'yicha javob funksiyasining momentlarini ko'rib chiqamiz. (2.375) uzatish funksiyasi yordamida momentlar qiymatlarini hisoblab chiqamiz. Birinchi tartibli boshlang'ich o'lchamsiz moment M_1^θ quyidagiga teng:

$$M_1^\theta = -W_q' |_{q=0} = \frac{P_0'(q)}{[P_0(q)]^2} = \lambda_1 = 1. \qquad (2.376)$$

Ikkinchi boshlang'ich momentni topamiz:

$$M_2^\theta = -W_q'' |_{q=0} = \left(\frac{-P_0'}{P_0^2} \right)_q' = \frac{-P_0 P_0'' + 2(P_0')^2 P_0}{P_0^4} = 2(1-\lambda_2), \qquad (2.377)$$

bu yerda

$$\lambda_2 = \frac{1}{\lambda^{N-1} N^2} \sum_{x=0}^{N-2} \frac{(x+2)!}{x!2} \frac{(N-2-x)!\gamma^x f^{N-2-x}}{(N-2-x)!}. \qquad (2.378)$$

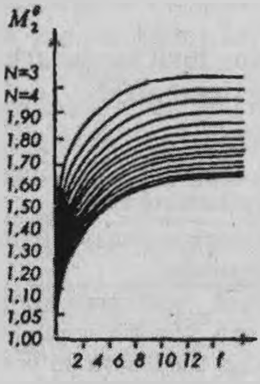
Uchinchi boshlang'ich moment quyidagiga teng:

$$M_3^\theta = -W_q''' |_{q=0} = -\left(\frac{-2P_0(P_0')^2 - P_0'' P_0^2}{P_0^4} \right)' = \frac{(2(P_0')^2 - P_0'' P_0) 3 P_0'' P_0'}{P_0^6} -$$
$$- \frac{(4P_0' P_0'' - P_0''' P_0 - P_0'' P_0') P_0^3}{P_0^6} = 6(\lambda_3 - 2\lambda_2 + 1), \qquad (2.379)$$

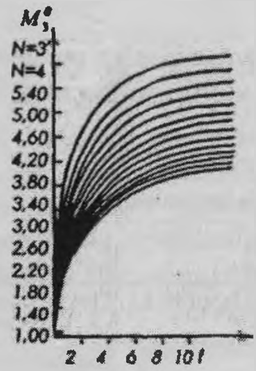
bu yerda,

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda^{N-1} N^3} \sum_{x=0}^{N-3} \frac{(x+3)!}{x!3!} \frac{(N-2-x)!\gamma^x f^{N-3-x}}{(N-3-x)!}. \qquad (2.380)$$

Ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlar uchun (2.377) va (2.379) tenglamalar ikki izlanayotgan parametrlar – yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ni o'z ichiga oladi. Bu tenglamalarni yechish N va f parametrlarni aniqlashga imkon beradi. Buning uchun tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha M_2^θ, M_3^θ momentlar aniqlanadi, keyin noma'lum N va f larga nisbatan ikki nochiziqli tenglamalar (2.377), (2.379) yechiladi. 2.24, 2.25-rasmlarda N yacheykalar soni va f teskari oqim ulushlarning ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlarining bog'liqliklari ko'rsatilgan.



2.24-rasm. Yacheykalar soni N va taskari oqim ulushi f ga ikkinchi boshlang'ich moment M_2^θ ning bo'g'liqligi.



2.25-rasm. Yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ga uchinchi boshlang'ich moment M_2^θ ning bo'g'liqligi.

Agar $x = f/(1+f)$ deb qabul qilsak, unda (2.377), (2.379) tenglamalarni quyidagi ko'rinishda keltirishimiz mumkin:

$$M_2^\theta = 1 + \frac{N(1-x^2) - 2x(1-x^N)}{N^2(1-x)^2}. \tag{2.381}$$

$$M_3^\theta = 1 + \frac{2}{N^2} + \frac{6x(1+3x^N) + 3N(1-x^2)}{N^2(1-x)^2} - \frac{12x(1+x)(1-x^N)}{N^3(1-x)^3}. \tag{2.382}$$

N va f parametrlarning qiymatlari (2.381) va (2.382) tenglamalarni birgalikda yechish natijasida aniqlanadi. Yacheykalar soni N, teskari oqim ulushi f va dispersiya σ_θ^2 orasidagi aloqa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1+x}{N(1-x)} - \frac{2x(1-x^N)}{N^2(1-x)^2}. \qquad (2.383)$$

Teskari oqimli yacheykali model nasadkali va seksiyalangan kolonnali apparatlardagi oqimlar strukturasini tavsiflash uchun eng ko'p qo'llanadi. 2.6-jadvalda turli xil modellarning qo'llanilish sohalari keltirilgan.

Apparatda oqimlar strukturasining turli modellarini qo'llashning orientirlangan sohalari

2.6-jadval

№	Modelning nomi	Qo'llash sohalari
1.	Ideal siqib chiqarish modeli	Uzunligining diametriga nisbati 20 dan katta bo'lgan quvurli apparatlar
2.	Ideal aralashtirish modeli	Qaytaruvchi devorli jadal aralashtirish usullaridagi sferik tagli silindrik apparatlar; jadal barbotaj sharoitidagi diametr va bo'yi o'lchamlari yaqin bo'lgan barbotaj apparatlari
3.	Yacheykali model	Aralashtirgichli reaktor kaskadlari; tarelkali kolonnalar; soxta suyultirilgan qatlamli apparatlar; nasadkali kolonnalar
4.	Retsirkulatsionli model	Asosiy oqimining yo'nalishiga teskari tomonga moddani tashlovchi tarelkali, seksiyalangan nasadkali apparatlar (masalan, pulsatsiyali kolonna apparatlari)
5.	Diffuziyali model	Quvurli apparatlar; moddani o'q bo'yicha yoyuvchi nasadkali va nasadkasiz kolonna apparatlari

2.7. Kombinatsiyalangan modellar

Real oqimlar harakati tavsifida sanab o'tilgan gidrodinamik modellardan bittasi ham oqim xossalarini aniq tiklash imkonini bermasligi mumkin. Bunday hollarda oqimlarning ayrim qismlarini retsirkulatsiyasi va baypaslashni kiritib, turg'unlik zonalarni qo'shib, yuqorida keltirilgan oddiy modellar asosida murakkab **kombinatsiyalangan** modellar qo'llaniladi. Bunda jarayonning matematik tavsifi tabiiy ravishda murakkablashadi, lekin natijada modellashtirish obyektining xossalarini tiklashning zaruriy aniqligini olishga erishiladi.

Kombinatsiyalangan modellarni qurishda apparat turli mexanizm va aralashtirish darajasi bilan alohida zonalar qatoriga ajratiladi. Bu zonalar ketma-ket yoki parallel birlashishi mumkin, atrof fazodan nafaqat izolatsiyalangan, balki qo'shni zonalar bilan o'zaro ta'sirlashishi ham mumkin. Odatda zonalar sifatida, bu zonalardagi oqimlar strukturalarining quyidagi modellariga ega zonalar qo'llaniladi: ideal siqib chiqarish modeli, ideal aralashtirish modeli, diffuziyali model, turg'unlik zonalari. Umumiy oqim ketma-ket – parallel oqimlar qatoriga bo'linadi. Modelga retsirkulatsiyalanuvchi va baypaslanuvchi oqimlar kirishi mumkin. Kombinatsiyalangan modellardan foydalanib, ixtiyoriy murakkablikdagi oqimlarni tavsiflash mumkin. Modelning murakkablashishi undan foydalanishni qiyinlashtirishini esda tutish kerak va eng muhimi, model qodisaning fizik mohiyatini aks ettirishi kerak. Model yo tajribaviy, yo nazariy jihatdan qat'iy asoslangan bo'lishi kerak.

Kombinatsiyalangan modellarning ayrim tashkil etuvchilarining tizimning javob funksiyasiga ta'sirini ko'rib chiqamiz.

Turg'unlik zonalari. Amaliyotda turg'unlik zonalarining ikki ko'rinishi uchraydi: asosiy oqim bilan modda (energiya) almashishi yuz bermaydigan – «o'lik» zonalar va ular orasidagi almashish mavjud bo'lgan zonalar. «O'lik» turg'unlik zonalari indikatorli usullar bilan quyidagi bog'liqliklardan oson aniqlanadi:

$$\bar{t}_a = \frac{\int_0^\infty tC\,dt}{\int_0^\infty C\,dt} \neq \frac{V_a}{\upsilon}. \qquad (2.384)$$

Apparatda o'rtacha bo'lish vaqtini quyidagicha tavsiflash mumkin:

$$V_a = \frac{V_o + V_t}{\upsilon} = \bar{t}_i + t_u \qquad (2.385)$$

va

$$V_u = V_a - \bar{t}_i \upsilon = \upsilon(t - \bar{t}_i). \qquad (2.386)$$

bunda, $\bar{t}_i$ – indikatorli usul bilan aniqlangan bo'lishning o'rtacha vaqti;

V_a, V_o, V_t – butun apparatning hajmi, oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalarining hajmi; υ – oqimning hajmiy sarfi; $t = V_a/g$.

Oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalari o'rtasidagi indikatorni almashish mavjudligida nafaqat turg'unlik zona hajmini, balki oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalar orasidagi almashishning samaradorligini aniqlash masalasi paydo bo'ladi. Apparatda turg'unlik zonalar mavjudligining xarakterli alomati – bu C - va F-egri chiziqlarning vaqt bo'yicha cho'zilganligi, ya'ni uzun «dumlar» borligi.

Apparatda turg'unlik zonalari mavjudligida impulsli g'alayonga javob funksiyaning momentlar tenglamasini keltirib chiqaramiz. Misol sifatida teskari oqimli yacheykali modelni olamiz. Teskari oqimli yacheykali modelni uning parametrlarining chegaraviy qiymatlarida boshqa oddiyroq modellarga transformatsiya qilish yo'li bilan bu modellar uchun javob funksiyasi momentlarini topish mumkin.

Yacheykalarning oqib o'tuvchi va turg'unlik qismlarida teskari oqimli yacheykali model uchun trasser massasini saqlanish tenglamalari tizimini yozamiz.

Birinchi yacheyka

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_1}{dt} = eC_2 - (L+e)C_1 + L'C_1' - L'C_1,$$

$$(1+a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_1}{dt} = L'C_1 - L'C_1';$$

k-yacheyka ($1<k<N$):

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_k}{dt}=eC_{k+1}-(L+e)C_k-(L+2e)C_k+V'C'_k-L'C_k,$$

$$(1-a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_k}{dt}=V'C_k-V'C'_k;$$

N- yacheyka

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_N}{dt}=(L+e)C_{N-1}-(L+e)C_N+L'C'_N-L'C_N,$$

$$(1-a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_N}{dt}=V'C_N-V'C'_N, \tag{2.387}$$

bu yerda $V_a=+V_{tur}$ – apparatning to'la hajmi, oqib o'tuvchi (V_o) va turg'un (V_{tr}) zonalar yig'indisiga teng; $a=V_0/V_f$ - oqib o'tuvchi zonalar hajmining ulushi; V – yacheykadan oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalari o'rtasidagi almashinish oqimi.

$\theta=t/\bar{t}$, $f=e/L$, $b=L'/L$ o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritib, (2.387) tizimni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\frac{a}{N}\frac{dC_1}{d\theta}=fC_2-(1+f)C_1+b(C'_1-C_1),$$

$$\frac{1-a}{N}\frac{dC_1}{d\theta}=b(C_1-C'_1),$$

....

$$\frac{a}{N}\frac{dC_k}{d\theta}=fC_{k+1}+(1+f)C_{k-1}-(1+2f)C_k+b(C'_1-C_1),$$

$$\frac{1-a}{N}\frac{dC_k}{d\theta}=b(C_k-C'_k),$$

....

$$\frac{a}{N}\frac{dC_N}{d\theta}=(1+f)C_{N-1}-(1+f)C_N+b(C'_N-C_N),$$

$$\frac{1-a}{N}\frac{dC_N}{d\theta}=b(C_N-C'_N). \tag{2.388}$$

Apparatda oqimlar strukturasini impulsli usul bilan tadqiq qilishda trasser kolonnali apparatning boshlang'ich kesimiga, ya'ni birinchi yacheykaga kiritiladi. Bunda trasserni nafaqat oqib o'tuvchi, balki turg'un zonaga ham kiritish mumkin. Birinchi

Apparatda o'rtacha bo'lish vaqtini quyidagicha tavsiflash mumkin:

$$V_a = \frac{V_o + V_n}{\upsilon} = \bar{t}_I + t_n \qquad (2.385)$$

va

$$V_n = V_a - \bar{t}_I \upsilon = \upsilon(t - \bar{t}_I), \qquad (2.386)$$

bunda, $\bar{t}_I$ – indikatorli usul bilan aniqlangan bo'lishning o'rtacha vaqti;

V_a, V_o, V_{tz} – butun apparatning hajmi, oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalarining hajmi; υ – oqimning hajmiy sarfi; $t = V_a/\vartheta$.

Oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalari o'rtasidagi indikatorni almashish mavjudligida nafaqat turg'unlik zona hajmini, balki oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalar orasidagi almashishning samaradorligini aniqlash masalasi paydo bo'ladi. Apparatda turg'unlik zonalar mavjudligining xarakterli alomati – bu C - va F-egri chiziqlarning vaqt bo'yicha cho'zilganligi, ya'ni uzun «dumlar» borligi.

Apparatda turg'unlik zonalari mavjudligida impulsli g'alayonga javob funksiyaning momentlar tenglamasini keltirib chiqaramiz. Misol sifatida teskari oqimli yacheykali modelni olamiz. Teskari oqimli yacheykali modelni uning parametrlarining chegaraviy qiymatlarida boshqa oddiyroq modellarga transformatsiya qilish yo'li bilan bu modellar uchun javob funksiyasi momentlarini topish mumkin.

Yacheykalarning oqib o'tuvchi va turg'unlik qismlarida teskari oqimli yacheykali model uchun trasser massasini saqlanish tenglamalari tizimini yozamiz.

Birinchi yacheyka

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_1}{dt} = eC_2 - (L+e)C_1 + L'C_1' - L'C_1,$$

$$(1+a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_1}{dt} = L'C_1 - L'C_1';$$

k-yacheyka ($1<k<N$):

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_k}{dt} = eC_{k+1} - (L+e)C_k - (L+2e)C_k + V'C_k' - L'C_k,$$

$$(1-a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_k}{dt} = V'C_k - V'C_k';$$

N- yacheyka:

$$a\frac{V_a}{N}\frac{dC_N}{dt} = (L+e)C_{N-1} - (L+e)C_N + L'C_N' - L'C_N,$$

$$(1-a)\frac{V_a}{N}\frac{dC_N}{dt} = V'C_N - V'C_N', \tag{2.387}$$

bu yerda $V_a = +V_{tz}$ – apparatning to'la hajmi, oqib o'tuvchi (V_o) va turg'un (V_{tz}) zonalar yig'indisiga teng; $a = V_0 / V_f$ - oqib o'tuvchi zonalar hajmining ulushi; V – yacheykadan oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalari o'rtasidagi almashinish oqimi.

$\theta = t/\bar{t}$, $f = e/L$, $b = L'/L$ o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritib, (2.387) tizimni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\frac{a}{N}\frac{dC_1}{d\theta} = fC_2 - (1+f)C_1 + b(C_1' - C_1),$$

$$\frac{1-a}{N}\frac{dC_1}{d\theta} = b(C_1 - C_1'),$$

....

$$\frac{a}{N}\frac{dC_k}{d\theta} = fC_{k+1} + (1+f)C_{k-1} - (1+2f)C_k + b(C_1' - C_1),$$

$$\frac{1-a}{N}\frac{dC_k}{d\theta} = b(C_k - C_k'),$$

....

$$\frac{a}{N}\frac{dC_N}{d\theta} = (1+f)C_{N-1} - (1+f)C_N + b(C_N' - C_N),$$

$$-\frac{1-a}{N}\frac{dC_N}{d\theta} = b(C_N - C_N'). \tag{2.388}$$

Apparatda oqimlar strukturasini impulsli usul bilan tadqiq qilishda trasser kolonnali apparatning boshlang'ich kesimiga, ya'ni birinchi yacheykaga kiritiladi. Bunda trasserni nafaqat oqib o'tuvchi, balki turg'un zonaga ham kiritish mumkin. Birinchi yacheyka oqib o'tuvchi zonasiga mos keluvchi boshlang'ich shartlar quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1kt}, C_1' = C_2 = C_2' = \ldots = C_N = C_N' = 0 \qquad (2.389)$$

(2.388) tenglamalar tizimini θ bo'yicha (2.389) boshlang'ich shartlarda 0 dan ∞ gacha integrallab va olingan tenglamalarni qo'shib, quyidagini topamiz:

$$M_{0N} = 1; M_{0,1} = M_{0,1}' = \ldots = M_{0,k} = M_{0,k}' = 1. \qquad (2.390)$$

Olingan (2.388) tenglamalarni θ^i ($i = 1, 2, \ldots$) ga ko'paytirib va ularni $0<\theta<\infty$ oraliqda qaytadan integrallab, quyidagi tenglamalar tizimini olamiz:

$$k = 1: i\frac{a}{N}M_{i-1,1} = (1+f)M_{i,1} - fM_{i,1} + bM_{i,1} - bM_{i,1}',$$
$$i\frac{1-a}{N}M_{i-1,1}' = bM_{i,1}' - bM_{i,1}, \qquad (2.391)$$
$$1 < k < N: i\frac{a}{N}M_{i-1,k} = (1+2f)M_{i,k} - fM_{i,k+1} - (1+f)M_{i,k-1} - bM_{i,k}' + bM_{i,k},$$
$$i\frac{1-a}{N}M_{i-1,k}' = bM_{i,k}' - bM_{i,k},$$
$$k = N: i\frac{a}{N}M_{i-1,N} = (1+f)M_{i,N} - (1+f)M_{i,N-1} - bM_{i,N}' + bM_{i,N},$$
$$i\frac{1-a}{N}M_{i-1,N}' = bM_{i,N}' - bM_{i,N}.$$

k – yacheyka oqib o'tuvchi zona uchun o'lchamsiz C-egri chiziqning i – tartibli boshlang'ich momenti bu yerda quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M_{i,k} = \int_0^\infty \theta^i C_k d\theta. \qquad (2.392)$$

Mos ravishda k- yacheyka turg'unlik zonasi uchun o'lchamsiz C-egri chiziqning i-li tartibli boshlang'ich momenti bu yerda quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M'_{i,k} = \int_0 \theta^i C_k d\theta. \qquad (2.393)$$

(3.391) tenglamalarni qo'shib, quyidagini olamiz:

$$M_{i,n} = \frac{i}{N}[a\sum_{k=1}^{N} M_{i-1,k} + (1-a\sum_{k=1}^{N} M'_{i-1,k})] \qquad (2.394)$$

k – yacheykaning oqib o'tuvchi va turg'unlik zonalar uchun C-egri chiziqning momentlari orasidagi aloqa quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$M'_{i,k} = M_{i,k} + \frac{i}{N}\frac{1-a}{b} M'_{i-1,k}. \qquad (2.395)$$

(2.391)-(2.394) tenglamalar bo'yicha javob funksiyasining turli momentlarini aniqlash mumkin. Masalan, birinchi boshlang'ich moment $M_{i,N}$ quyidagini tashkil etadi:

$$M_{1,N} = \frac{1}{N}[a\sum_{1}^{N} M_{1,k} + (1-a)\sum_{1}^{N} M_{0,k}]. \qquad (2.396)$$

$b \neq 0$ da (2.396) tenglamaga (2.390) tenglamadagi $M_{0,k} = M'_{0,k} = 1$ qiymatlarini qo'yib, $M_{X<N} = 1$ olamiz. Shunday qilib, turg'un zonali va turg'un zonasiz apparatda oqim zarralarining bo'lish vaqtini taqsimlashning birinchi boshlang'ich momenti:

$$M_{1,N} = M^0_{1,N} = 1, \qquad (2.397)$$

bu yerda «0» indeks bilan turg'un zonalarsiz (α = 1) modellarning taqsimlanish funksiyasini momentlari belgilangan.

(2.391) tenglamaga N, N-1.N-2,..., yacheykalarni boshlang'ich momentlarining qiymatlarini ketma-ket qo'yib, quyidagini olamiz:

$$M_{1,k} = M^0_{1,k} = \frac{k-1}{N} + \frac{1-k^{N-k+1}}{N(1-x)}. \qquad (2.398)$$

k – yacheykani turg'un zonasi javobining egri chizig'i uchun (2.395) tenglama asosida:

$$M'_{i,k} = M_{i,k} + \frac{1-a}{Nb}. \tag{2.399}$$

(2.394), (2.398) va (2.399) tenglamalar yordamida bo'lish vaqtini taqsimlash funksiyasining ikkinchi boshlang'ich momenti, ya'ni oxirgi yacheykaning oqib o'tuvchi zonasining C-egri chizig'i uchun quyidagi ifodani topamiz:

$$\begin{aligned} M_{2,N} &= \frac{2}{N}\left[a\sum_{1}^{N} M_{1,k} + (1-a)\sum_{1}^{N} M'_{1,k}\right] = \\ &= \frac{2}{N}\sum_{1}^{N} M_{1,k} + \frac{2(1-a)}{N}\sum_{1}^{N}\frac{1-a}{Nb}. \end{aligned} \tag{2.400}$$

Shuningdek, quyidagi tenglik bajarilganligi sababli,

$$\frac{2}{N}\sum_{1}^{N} M_{1,k} = \frac{2}{N}\sum_{1}^{N} M^{0}_{1,k} = M^{0}_{2,N}, \tag{2.401}$$

Unda

$$M_{2,N} = M^{0}_{2,N} + \frac{2(1-a)^2}{Nb}. \tag{2.402}$$

$M_{X,N}$ va $M_{2,N}$ ifodalar yordamida oxirgi yacheykaning oqib o'tuvchi zonasining C-egri chiziq dispersiyasini aniqlaymiz:

$$\sigma^2_N = M_{2,N} - M^2_{1,N} = (\sigma^2_N)^0 + \frac{2(1-a)^2}{Nb}. \tag{2.403}$$

Keyin, (2.391), (2.395) va (2.402) tenglamalardan foydalanib, quyidagilarni topamiz:

$$M'_{2,k} = M_{2,k} + \frac{2(1-a)}{Nb}M'_{1,k} = M_{2,k} + \frac{2(1-a)}{Nb}M_{1,k} + \frac{2(1-a)}{N^2b^2}, \tag{2.404}$$

$$M_{2,k} = M^{0}_{2,k} + \frac{2(1-a)^2}{Nb}M_{1,k}, \tag{2.405}$$

$$\sigma_k^2 = \sigma_i^{2,0} + \frac{2(1-a)^2}{Nb} M_{1,k}. \quad (2.406)$$

$$\sigma_i^{2'} = \sigma_k^2 + (\frac{1-a}{Nb})^2. \quad (2.407)$$

Turg'un zonali modellarning parametrlarini baholashni ko'rib chiqamiz. Yachkeykalarning oqib o'tuvchi va turg'un zonalari orasida faqat konvektiv almashinish mavjud bo'lganda, oqib o'tuvchi va turg'un zonalar orasidagi umumiy almashinish koeffitsiyenti K quyidagicha aniqlanadi:

$$K = \frac{NbL}{V_a} = \frac{NL'}{V_a} \quad (2.408)$$

Bu sharoitlarda K o'zida zonalar orasidagi solishtirma (tizim hajmining birligiga nisbatan) konvektiv oqimni namoyon etadi.

Umumiy holda apparatning oqib o'tuvchi va turg'un zonalari orasida konvektiv almashishdan tashqari diffuziyali almashinish ham bo'lib o'tish mumkin. k – yacheykaning zonalari orasidagi J umumiy almashinish oqimini quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$J = \frac{V_a}{N} K(C_k' - C_k) \quad (2.409)$$

Oqib o'tuvchi va turg'un zonalarning o'zaro ta'sir tavsiflari va turg'un hamda noturg'un zonali retsirkulatsion model momentlari orasidagi aloqani o'rnatuvchi yuqorida olingan bog'liqliklar turg'un zonali boshqa modellar oqimining strukturasi uchun ham haqqoniydir. Bu bog'liqliklarda $f=0$ (teskari oqimlar yo'qligi) ni qabul qilib, turg'un zonali yacheykali modelning javob funksiyalari momentlariga mos keluvchi ifodalarni olishimiz mumkin.

$f \to \infty$ va $N \to \infty$ da $M_{i,k}$ ifoda turg'un zonali diffuziyali model momentlarining tenglamalarida transformatsiyalanadi.

$N \to \infty$ da teskari oqimli va turg'un zonali yacheykali model turg'un zonali ideal siqib chiqarish modeliga aylanadi.

Turg'un zonali modellarning barcha uch parametri (ideal siqib chiqarish holatida ikkita parametr), ya'ni a, K va f (yoki Pe) miqdorlarini apparatdan chiqishda bo'lish vaqti taqsimlanishining ikki funksiyasi: oqib o'tuvchi zonada bittasi va apparatning barcha kesimida (o'rtacha konsentratsiyasi bo'yicha) ikkinchisini qayd qilib, tajribaviy aniqlash mumkin. Buni radioaktiv izotoplarni trasser sifatida qo'llab bajarish mumkin.

Apparatning kesimi bo'yicha chiqishdagi trassyor konsentratsiyasi ($C_{o'r}^* = aC' + (1-a)C''$) ni o'rtacha taqsimlanishining birinchi ikki momentlari uchun ifodalar 2.7-jadvalda keltirilgan.

2.7 - jadval

Turg'un zonali turli modellar uchun C-egri chiziqning momentlari

Yacheykali model	Teskari oqimli yacheykali model	Diffuziyali model	Ideal siqib chiqarish modeli
$M_1 = M_1^* = 1$	$M_1 = \frac{1}{N} + \frac{\nu(1-\nu^{N+1})}{N(1-\nu)} = M_1^*$	$M_1 = M_1^* = 1$	$M_1 = M_1^* = 1$
$M_1' = 1 + \frac{(1-a)U}{kV}$	$M_{1t}' = M_{1t} + \frac{(1-a)U}{kV_t}$	$M_1' = M_1 + \frac{(1-a)U^*}{Lk}$	$M_1' = 1 + \frac{(1-a)U^*}{Lk}$
$M_2 = 1 + \frac{1}{N} + \frac{2(1-a)^2U}{kV_t}$	$M_{2t} = M_{2t}^* + \frac{2(1-a)U}{kV_t}M_{1t}$	$M_{2t}' = M_{2t} + \frac{(1-a)U}{kV_t}$	$M_2 = 1 + \frac{2(1-a)^2U^*}{Lk}$
$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U}{kV_t} + 2\left[\frac{(1-a)U}{kV_t}\right]^2$	$M_{2t}' = M_{2t} + \frac{2(1-a)U}{kV_t}M_{1t} + 2\left[\frac{(1-a)U}{kV_t}\right]^2$	$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U^*}{Lk} + 2\left[\frac{(1-a)U}{Lk}\right]^2$	$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U^*}{Lk} + 2\left[\frac{(1-a)U}{Lk}\right]^2$
$\sigma^2 = \frac{1}{N} + \frac{2(1-a)^2U}{kV_t}$	$\sigma_t^2 = \sigma_t^2 + \frac{2(1-a)^2U}{kV_t}M_{1t}$	$\sigma_t^2 = \sigma^2 + \frac{2(1-a)^2U^*}{Lk}M_1$	$\sigma = \frac{2(1-a)^2U^*}{Lk}$
$\sigma'^2 = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U}{kV_t}\right]^2$	$\sigma_t'^2 = \sigma_t^2 + \left[\frac{(1-a)U}{kV_t}\right]^2$	$\sigma'^2 = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk}\right]^2$	$\sigma'^2 = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk}\right]^2$
(U^*- oqib o'tuvchi qismdagi oqimning chiziqli tezligi; oqib o'tuvchi qismdagi oqimning U-hajmiy tezligi; L-apparatning uzunligi)			

Bu ifodalardan foydalanib, turg'un zonalar bilan egallangan apparatning hajm ulushini:

$$1 - a = \frac{2(M_{1,o'r} - 1)^2}{\upsilon_{o'r}^2 - \upsilon_{z=1}^2 + (M_{1,o'r} - 1)^2} \qquad (2.410)$$

hamda oqib o'tadigan va turg'un zonalar orasidagi almashinish koeffitsiyenti

$$K = \frac{(1-a)^2 L}{V_a(M_{1,or}-1)}, \tag{2.411}$$

ni topish mumkin, bu yerda L – to‘g‘ri yo‘nalishdagi oqimning miqdori.

Keyin bo‘lish vaqtining taqsimlanish dispersiyasi $\upsilon^2_{z=1}$ bo‘yicha *Pe* ni yoki $x=f/(f+l)$ ni aniqlash mumkin.

Berilgan apparatning qandaydir oraliq kesimining oqib o‘tuvchi zonasida qayd qilingan bitta *C*-egri chiziq bo‘yicha ham turg‘un zonali modellarning parametrlarini aniqlash mumkin. Ko‘rinib turibdiki, bu holda radioaktiv izotoplarni qo‘llashga zarurat sezilmaydi. Bu holda modellar parametri tajribaviy *C*-egri chiziqning birinchi uchta moment bo‘yicha aniqlanadi. Birinchi boshlang‘ich moment qiymati bo‘yicha apparatning oqib o‘tadigan qismidagi bo‘ylama aralashtirish jadalligini tavsiflovchi parametr, ya’ni *Pe* yoki x topiladi. Keyin ikkinchi va uchinchi markazlashgan yoki boshlang‘ich momentlarning tajribaviy qiymatlari bo‘yicha α va K parametrlari aniqlanadi. α va K parametrlarni topish uchun C-egri chiziq markaziy momentlarining qiymatlaridan foydalangan holda quyidagi formulalar qo‘llaniladi:

$$a = \frac{3(\sigma^2 - \sigma^{2^0})^2}{2[\mu_3 - \mu_3^0 - 3\sigma^{2^0}(\sigma^2 - \sigma^{2^0})]}, \tag{2.412}$$

$$K = \frac{9M_1(\sigma^2 - \sigma^{2^0})(\frac{L}{V_a})}{2[\mu_3 - \mu_3^0 - 3\sigma^{2^0}(\sigma^2 - \sigma^{2^0})]^2}, \tag{2.413}$$

bu yerda, σ^{2^0} va μ_3^0 – birinchi boshlang‘ich moment yordamida topilgan Re yoki x qiymatlarini noturg‘un zonali modelning mos tenglamalariga qo‘yib hisoblanadi.

Modellarning topilgan parametrlarini (a, K va *Pe* yoki x) hisoblanishini to‘g‘riligini tekshirish to‘rtinchi moment bo‘yicha bajarilishi mumkin. Buning uchun, parametrlarning topilgan qiymatlarini to‘rtinchi momentning tenglamasiga qo‘yib, M_4 hisoblanadi. Hisoblangan M_4 ning qiymatini tajribaviy C-egri chiziq

$$C' = \frac{\upsilon}{\upsilon_2} C \qquad (2.420)$$

(2.418) tenglamaga C qiymatni qo‘yib va t ni $\theta\frac{V}{\upsilon}$ ga almashtirib, quyidagini olamiz:

$$\frac{C}{C_b} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon} e^{-\frac{\upsilon_2 \theta}{\upsilon}}. \qquad (2.421)$$

(2.421) bog‘liqlikdan, $Ln\frac{C}{C_N} \leftrightarrow \theta$ yarim logarifmik koordinatalarda qurilgan $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$ ni qiyalik burchagining tangensi sifatida aniqlaymiz.

Impulsli g‘alayonda (2.27,b-rasm) indikatorning $\frac{\upsilon_1}{\upsilon}$ ga teng bir qismi apparatga kirmasdan oqimning chiqishiga tushadi. Yuqoridagiga o‘xshash tarzda egri chiziqning quyidagi tenglamasini topamiz:

$$\frac{C}{C_0'} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon} e^{-\frac{\upsilon_2 \theta}{\upsilon}}, \qquad (2.422)$$

bu yerda $C_0' - 1 = 0$ da apparatga indikatorning faqatgina $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$ qismi kiradi deb taxmin qilishdan aniqlanadigan indikatorning haqiqiy konsentratsiyasi. Bu kattalik noma’lumdir. Balans shartidan:

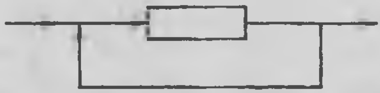
$$C_0' = \frac{u_2}{u} C_0, \qquad (2.423)$$

bunda, C_0 – indikatorning konsentratsiyasi, farazlanganda hisoblanganki, qaysiki butun indikator aralashtirgichga kirdi. Demak, egri chiziqning tegnlamasi quyidagi ko‘rinishga ega

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{u_2}{u}\right)^2 e^{-\frac{u_2 \theta}{u}}. \qquad (2.424)$$

(2.424) tenglama bo‘yicha $\frac{\upsilon_2}{\upsilon}$ ni aniqlashimiz mumkin.

Retsikl. Apparatning kirishiga chiqishidagi oqimning qayta ta'siri (retsirkulatsiya hodisasini) ni ko'rib chiqamiz (2.28-rasm).



2.28-rasm. Retsirkulatsiyali apparatda oqimlar strukturasi.

Berilgan tizimdagi uzatish funksiyasi uchun ifodani topamiz. C tugun uchun material balans tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$uC_{kir} + u_k C = (u + u_k)C'. \qquad (2.425)$$

Bu tenglamaga Laplas o'zgartirishini qo'llasak:

$$u + u_k\bar{C} = (u + u_k)\bar{C}', \qquad (2.426)$$

bu yerda $\bar{C}$ va $\bar{C}'$ - Laplas bo'yicha o'zgartirilgan konsentratsiyalar.

Retsirkulatsiya oqimi v_k ni asosiy v ga nisbatini R bilan belgilaymiz. Unda, oxirgi tenglamani vC ga bo'lib, quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{1}{\bar{C}} + R = (1 + R)\frac{\bar{C}'}{\bar{C}}. \qquad (2.427)$$

$\bar{C}/\bar{C}'$ nisbat retsikl hisobga olinmagan apparatning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni ifodalaydi. Retsikl hisobga olinmagan uzatish funksiyasi $W(p)$ ideal aralashtirish modeliga mos keladi deb faraz qilamiz, ya'ni

$$W(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p}, \qquad (3.428)$$

bu yerda, $\bar{t}$ — retsikl hisobga olinmagan o'rtacha bo'lish vaqti.

Endi (2.427) tenglama quyidagicha qayta yozilishi mumkin:

$$\frac{1}{\bar{C}} + R = (1 + R)(1 + \bar{t}p) \qquad (2.429)$$

yoki

$$\bar{C} = \frac{1}{1 + (1 + R)\bar{t}p} \qquad (2.430)$$

Kirishdagi impulsli g'alayon uchun retsiklli apparatning uzatish funksiyasi $W_r(p)$ $\bar{C}$ ga teng. Demak,

$$W_r(p) = \frac{1}{1 + (1 + R)\bar{t}p}. \qquad (2.431)$$

(2.431) uzatish funksiyasidan foydalanib, retsiklli apparatning javob funksiyasining o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t}$ va dispersiyasi σ^2 ni topamiz. Me'yorlangan C-egri chiziqning birinchi boshlang'ich momenti quyidagiga teng:

$$M_1' = \bar{t}_r = -W_r'(p = 0). \qquad (2.432)$$

(2.431) ifodani differensiallashdan keyin quyidagini olamiz:

$$\bar{t}_p = M_1' = (1 + R)\bar{t}. \qquad (2.433)$$

Shunday qilib, retsiklli apparatda o'rtacha bo'lish vaqti retsikili bo'lmaganda o'rtacha bo'lish vaqtiga nisbati $1+R$ marta katta.

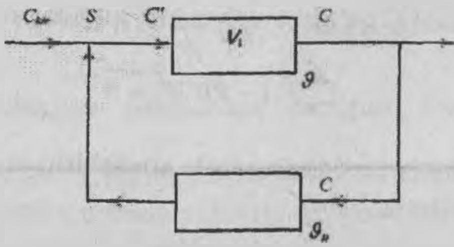
M_2' ikkinchi bishlang'ich momentni (2.431) uzatish funksiyasi orqali ifodalaymiz:

$$M_2' = W_r''(p = 0) = 2(1 + R)\bar{t}(1 + R)\bar{t} = 2[(1 + R)\bar{t}]^2. \qquad (2.434)$$

Bu yerdan dispersiyani topimiz:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\mu_2'}{\bar{t}_r} - 1 = 1. \qquad (2.435)$$

Endi apparatning chiqishidan retsirkulatsion oqim kirishga ma'lum V_2 hajm orqali qaytadigan hodisani ko'rib chiqamiz (2.29-rasm).



2.29-rasm. Retsirkulatsiya oqimli apparatdagi hajm orqali o'tuvchi oqimlarning sxemasi.

C tugun uchun material balans tenglamasini yozamiz:

$$\upsilon_R C_2 + \upsilon C_{kir} = (\upsilon + \upsilon_R)C'. \qquad (2.436)$$

Kirishdagi C konsentratsiyasi impulsli g'alayonga mosligini inobatga olib, Laplas o'zgartirishini (2.436) ga qo'llaymiz. Natijada:

$$\upsilon_R \tilde{C}_2 + \upsilon = (\upsilon + \upsilon_R)\tilde{C}'. \qquad (2.437)$$

Bu tenglamani $\tilde{C}$ ga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\tilde{C}} + R\frac{\tilde{C}_2}{\tilde{C}} = (1+R)\frac{\tilde{C}'}{\tilde{C}}, \qquad (2.438)$$

bu yerda

$$R = \frac{\upsilon R}{\upsilon}. \qquad (2.439)$$

$\tilde{C}_2 / \tilde{C}$ konsentratsiyalar Laplas bo'yicha o'zgartirilgan nisbat V_2 hajmning uzatish funksiyasi $W_2(p)$ ni, C/C' nisbat esa - V_x uzatish funksiyasi $W_x(p)$ ni ifodalaydi. Shunday qilib,

$$\frac{1}{\bar{C}} + RW_2(p) = \frac{(1+R)}{W_1(p)}. \qquad (2.440)$$

Oxirgi tenglamani C ga nisbatan yechib, quyidagini topimiz:

$$\tilde{C} = \frac{W_1}{1 - RW_1W_2 + R}. \qquad (2.441)$$

V_x va V_2 hajmlarda moddaning to'la aralashishi bo'lib o'tadigan hodisani qarab chiqamiz. Unda

$$W_1(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}_1 p}, \qquad (2.442)$$

$$W_2(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}_2 p}, \qquad (2.443)$$

Bu yerda t_1, t_2 - mos ravishda V_x va V_2 hajmlarda o'rtacha bo'lish vaqti. (2.442), (2.443) ifodalarni (2.441) tenglamaga qo'yamiz:

$$\tilde{C} = \frac{1}{(1+R)(1+\bar{t}_1 p) - \dfrac{R}{(1+\bar{t}_2 p)}}. \qquad (2.444)$$

Shunday qilib, agar kirishdagi signal impulsli g'alayonga mos bo'lsa, unda ko'rilayotgan retsikllik tizimning uzatish funksiyasi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$W_2(p) = \tilde{C}(p) = \frac{1}{(1+R)(1+\bar{t}_1 p) - \dfrac{R}{(1+\bar{t}_2 p)}}. \qquad (2.445)$$

Retsikllik tizimning javob funksiyasini o'rtacha bo'lish vaqti t va dispersiya σ_θ^2 ni baholaymiz. Javob funksiyaning birinchi boshlang'ich momenti quyidagiga teng:

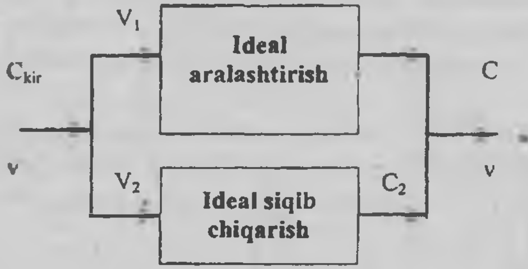
$$M_1' = \bar{t}_p = -W_p(p=0) = (1-R)\bar{t}_1 - (1-R)\bar{t}_2, \qquad (2.446)$$

$W''(r=0)$ uzatish funksiyasining ikkinchi tartibli hosilasi bilan aniqlanadigan, javob funksiyaning σ_θ^2 dispersiyasi esa quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{2(1+R)(\bar{t}_2+\bar{t}_1)[\bar{t}_1+R(\bar{t}_2+\bar{t})]}{[(1+R)\bar{t}_1-(1-R)\bar{t}_2]^2}-1. \qquad (2.447)$$

Parallel ulangan zonalardan tuzilgan kombinatsiyalangan modellar.

Misol sifatida ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining parallel ulanishini ko'rib chiqamiz (2.30-rasm).



2.30-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining parallel ulanishi.

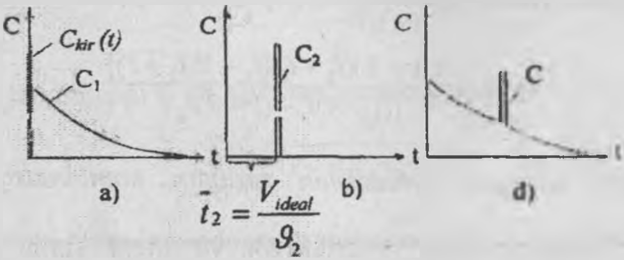
z nuqtadagi material balansning shartidan quyidagini olamiz:

$$\upsilon_1 C_1 + \upsilon C_2 = \upsilon C. \qquad (2.448)$$

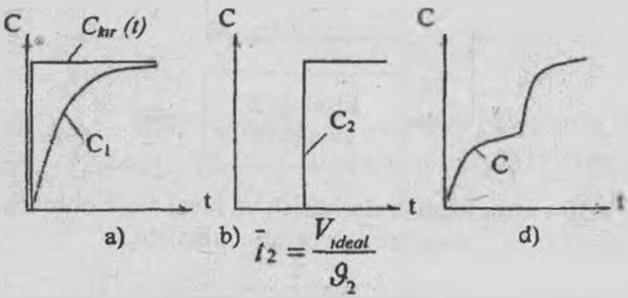
Shuning uchun chiqishdagi konsentratsiya:

$$C = \frac{\upsilon_1}{\upsilon}C_1 + \frac{\upsilon_2}{\upsilon}C_2. \qquad (2.449)$$

Impulsli va pog'onali g'alayonlarga tizimning javobini aniqlaymiz. (2.449) tenglamadan javob υ_1/υ va υ_2/υ koeffitsiyentli ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari javoblarining yig'indisi bo'lishi kelib chiqadi. 2.31 va 2.32-rasmlarda ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning standart g'alayonlarga javobining egri chiziqlari ko'rsatilgan.



2.31-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning impulsli g'alayonga javobi: *a* - ideal aralashtirish zonasining javobi ; *b* - ideal siqib chiqarish zonasining javobi; *d* - tizimning javobi.



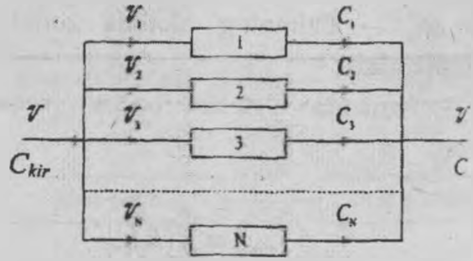
2.32-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning pog'onali g'alayonga javobi: *a* - ideal aralashtirish zonasining javobi ; *b* - ideal siqib chiqarish zonasining javobi; *d* - tizimning javobi.

Parallel ulangan zonalardan tuzilgan tizimning uzatish funksiyasini topamiz. Ko'rilayotgan tizim o'zaro parallel ulangan *N* zonalardan tuzilgan deylik (2.33-rasm).

z tugun uchun material balans tenglamasini yozamiz:

$$\upsilon_1 C_1 + \upsilon_2 C_2 + ... + \upsilon_N C_N = \upsilon C, \qquad (2.450)$$

bu yerda $k_i = {}^{\upsilon_i}/_{\upsilon}$ ni belgilab, quyidagini olamiz:



2.33-rasm. Parallel ulangan zonalardan tuzilgan tizimdagi oqimlarning strukturasi.

$$\sum_{i=1}^{N} k_i C_i = C. \tag{2.451}$$

(2.451) tenglamaga nisbatan Laplas o'zgartirishini qo'llab va olingan tenglamani Laplas bo'yicha o'zgartirilgan C kirish konsentratsiyaga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$\sum_{i=1}^{N} k_i \frac{\tilde{C}_i}{\tilde{C}_{kir}} = \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_{kir}}. \tag{2.452}$$

(2.452) tenglamaning chap qismidagi $\tilde{C}_i / \tilde{C}_{kir}$ nisbatlar mos ravishda zonalarning uzatish funksiyalari $W_i(p)$ ni, $\tilde{C} / \tilde{C}_{kir}$ nisbat esa butun tizimning uzatish funksiyasi, ya'ni $W_t(p)$ ni ifodalaydi. Unda tizimning uzatish funksiyasi bilan alohida zonalarning uzatish funksiyalari orasida quyidagi bog'liqlik topiladi:

$$W_t(p) = \sum_{i=1}^{N} k_i W_i(p). \tag{2.453}$$

Parallel ulangan zonalardan tuzilgan tizimda o'rtacha bo'lish vaqtini topamiz. Tizimning uzatish funksiyasining ifodasidan foydalanib:

$$M_1' = -W_t'(p=0) = -\sum_{i=1}^{N} k_i W_i'(p=0) = -\sum_{i=1}^{N} k_i M_{1i}'. \tag{2.454}$$

bu yerda, M_{1i}^{t} – tizimning alohida zonalarining birinchi boshlang'ich momentlari.

$M_{1i}^{t} = \bar{t}_i$ ($\bar{t}_i$ - i-zonada o'rtacha bo'lish vaqti) va $M_1^t = \bar{t}_{o'r}$ bo'lganligi uchun:

$$\bar{t}_{o'r} = \sum_{i=1}^{N} k_i \bar{t}_i . \tag{2.455}$$

Parallel ulangan zonalardan tuzilgan tizimning javob funksiyasi dispersiyasini aniqlaymiz. Avval javob funksiyasining ikkinchi boshlang'ich momentini topamiz:

$$M_2^t = W_t''(p=0) = \sum_{i=1}^{N} k_i W_i''(p=0) = \sum_{i=1}^{N} k_i W_{2i}^{t}, m, \tag{2.456}$$

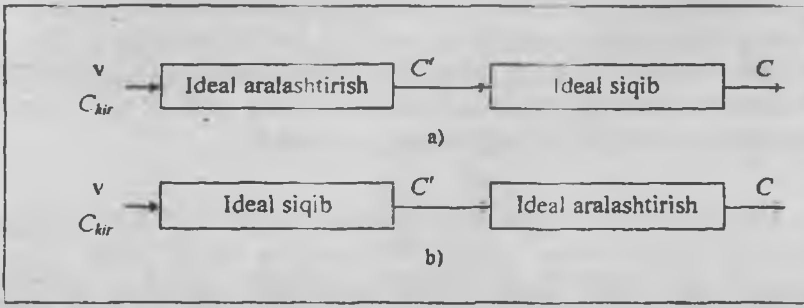
bu yerda, M_{2i}^{t} – alohida zonalar javob funksiyalarining ikkinchi boshlang'ich momentlari.

Ikkinchi boshlang'ich moment va o'lchamsiz dispersiya σ_θ^2 ning bog'lanishidan foydalanib, quyidagi tenglama bilan ifodalanadigan (2,458) ni olamiz:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2^t}{\bar{t}_c^2} - 1, \tag{2.457}$$

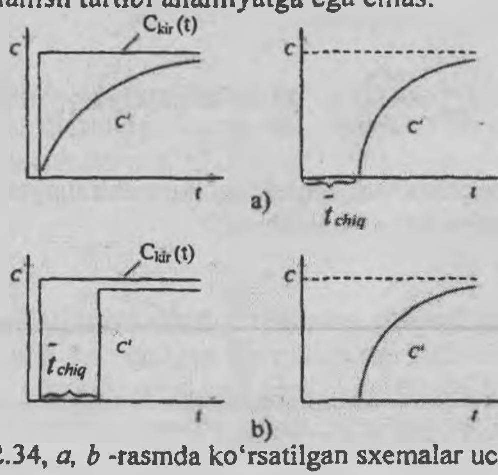
$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i M_{2i}^{t}}{\left(\sum_{i=1}^{N} k_i \bar{t}_i\right)^2} - 1, \tag{2.458}$$

Ketma-ket ulangan zonalardan tuzilgan kombinatsiyalangan modellar. Avval ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish ketma-ket ulangan zonalardan tuzilgan kombinatsiyalangan modellarni ko'rib chiqamiz (2.34-rasm).



2.34-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish zonalarining ketma-ket ulanishi.

Bunday kombinatsiyalangan tizimda zonalar ulanishining ikki variantini ajratish mumkin: avval aralashtirish, keyin esa siqib chiqarish zonasi joylashgan (2.34 *a* -rasm,) va aksincha (2.34 *b*-rasm). Zonalarning ulanish tartibi tizimning standart g'alayonlarga bo'lgan javobiga qanday ta'sir qiladi? Bu masalani pog'onali g'alayon misolida ko'rib chiqamiz. 2.34 *a*, *b*-rasmda keltirilgan sxemalar uchun pog'onali g'alayon holidagi zonalarning javob funksiyalari 2.35, *a*, *b*-rasmdagilarga mos keladi. Bu rasmdan ko'rinib turibdiki, zonalarning ulanish tartibi har xil bo'lgani bilan berilgan hol uchun tizimning javobi bir xil, shuning uchun zonalarning ulanish tartibi ahamiyatga ega emas.



2.35-rasm. 2.34, *a*, *b* -rasmda ko'rsatilgan sxemalar uchun pog'onali g'alayonni berishda tizimning javob funksiyasi.

Chiqarilgan xulosa barcha hollar uchun adolatlimi? Bu savolga javob berish uchun, quyidagi misolni ko'rib chiqamiz. Deylik, berilgan tizimda $A \xrightarrow{k} B$ reaksiya chiziqli kinetika (A moddaning konsentratsiyasini S orqali belgilaymiz) bilan oqib o'tsin. Bunday reaksiyaning tezligi quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$\frac{dC}{dt} = -kC. \tag{2.459}$$

2.35 *a*, *b*-rasmda ko'rsatilgan sxemalar uchun chiqishdagi konsentratsiyalarni solishtiramiz. 2.34, *a*-rasmdagi sxemani ko'rib chiqamiz. Ideal aralashtirish zonasi uchun egamiz:

$$\upsilon(C' - C_{kir}) = V_{aral}\frac{dC'}{dt}, \tag{2.460}$$

bu yerda, V_{aral} — ideal aralashtirish zonasining hajmi. Bu yerdan:

$$\upsilon(C_{kir} - C') = V_{aral}kC'. \tag{2.461}$$

Demak, ideal aralashtirish zonasidan chiqishdagi konsentratsiya:

$$C' = \frac{C_{kir}}{1 + k\bar{t}_{aral}} \tag{2.462}$$

bu yerda, $\bar{t}_{aral} = \frac{V_{aral}}{\upsilon}$ – ideal aralashtirish zonasida o'rtacha bo'lish vaqti.

Ideal siqib chiqarish zonasidagi konsentratsiyaning o'zgarishi quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$u\frac{dC}{dx} = -kC, \tag{2.463}$$

bu yerda, $u=v/s$ — oqimning harakat tezligi; x – siqib chiqarish zonasining ko'ndalang kesim yuzasi.

(2.463) tenglamani konsentratsiya bo‘yicha C' dan C gacha va x koordinata bo‘yicha (l - siqib chiqarish zonasining uzunligi) 0 dan l gacha oraliqlarda integrallab, quyidagini olamiz:

$$C = C'e^{-k\bar{t}_{s.chiq}} \tag{2.464}$$

Ideal siqib chiqarish zonasiga kirishdagi konsentratsiya C' (2.462) ifoda bilan aniqlanadi. Demak, aralashtirish va siqib chiqarish zonalarini ketma-ket ulash sxema (2.34,a-rasm) ning chiqishidagi konsentratsiya C quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$C = \frac{C_{kir}e^{-k\bar{t}_{s.chiq}}}{1 + k\bar{t}_{aral}}. \tag{2.465}$$

2.34, *b*-rasmdagi sxemani ko‘rib chiqamiz. Bu yerda siqib chiqarish zonasidagi konsentratsiya C' quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$u\frac{dC'}{dx} = -kC' \tag{2.466}$$

yoki

$$C' = C_{kir}e^{-k\bar{t}_{s.chiq}} \tag{2.467}$$

Aralashtirish zonasidagi konsentratsiyaning o‘zgarishi quyidagiga teng:

$$\upsilon(C' - C) = V_{aral}kC. \tag{2.468}$$

(2.467) ifodani oxirgi tenglamaga qo‘yib, siqib chiqarish va aralashtirish zonalarining ketma-ket ulanish sxemasi (*b*) dan chiqishdagi konsentratsiya C ni olamiz:

$$C = \frac{C_{kir}e^{-k\bar{t}_{s.chiq}}}{1 + k\bar{t}_{aral}}. \tag{2.469}$$

Shunday qilib, jarayon oqib o‘tishining chiziqli kinetikasi uchun 2.34, *a*, *b*-rasmda ko‘rsatilgan sxemalardagi tizimning chiqishida konsentratsiya bir xil va shuningdek, aralashtirish hamda siqib chiqarish zonalarining ulanish tartibi jarayonning oqib o‘tishiga ta’sir qilmaydi.

Tizimdagi jarayon nochiziqli kinetika: $A + A \xrightarrow{k} B$ bilan oqib o'tadigan hollarda aralashtirish va siqib chiqarish zonalarining ulanish tartibini jarayonga ta'sirini ko'rib chiqamiz. Bunday kimyoviy o'zgarishning oqib o'tish tezligi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\frac{dC}{dt} = -kC^2. \tag{2.470}$$

2.34, *a*-rasmda ko'rsatilgan ulanish sxemasi bo'yicha chiqishdagi moddaning konsentratsiyasini topamiz. Ideal aralashtirish zonasi uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\upsilon(C_{s.chiq} - C') = V_{aral}k(C')^2. \tag{2.471}$$

Bu yerdan

$$C' = \frac{\sqrt{1 + 4\bar{t}_{aral}kC_{kir}}}{2\bar{t}_{aral}k}. \tag{2.472}$$

Ideal siqib chiqarish zonasidagi konsentratsiyaning o'zgarishi quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$u\frac{dC}{dx} = -kC^2. \tag{2.473}$$

(2.473) tenglamani integrallash quyidagi natijani beradi:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + k\bar{t}_{s.chiq} \tag{2.474}$$

(2.472) ifodani (2.474) ga qo'yib, tizimdan chiqishdagi konsentratsiyani topamiz:

$$C = \frac{2\bar{t}_{aral}k}{\sqrt{1 + 4t_{aral}C_{kir}} + 2k^2\bar{t}_{s.chiq}\bar{t}_{aral} - 1}. \tag{2.475}$$

2.34, *b*-rasmda ko'rsatilgan sxema uchun ideal siqib chiqarish zonasidan chiqishdagi moddaning konsentratsiyasi:

$$u\frac{dC}{dx}=-kC^2 \qquad (2.476)$$

yoki integrallashdan keyin:

$$C'=\frac{C_{kir}}{1+k\bar{t}_{chiq}C_{kir}}. \qquad (2.477)$$

Ideal aralashtirish zonasidagi konsentratsiya quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\upsilon(C'-C)=V_{aral}kC^2. \qquad (2.478)$$

Bu yerdan (2.477) ni ifodaga qo'ygandan keyin quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$C=\frac{\sqrt{1+4\bar{t}_{aral}kC_{kir}/(1+k\bar{t}_{i.chiq}C_{kir})}-1}{2\bar{t}_{aral}k}. \qquad (2.479)$$

2.34, *a*, *b*-rasmda ko'rsatilgan sxemalarning chiqishidagi konsentratsiyalar uchun (2.475), (2.479) ifodalar turli qiymatlarni berishiga ishonch hosil qilish qiyin emas. Shunday qilib, nochiziqli holda aralashtirish va siqib chiqarish zonalarining ulanish tartibi jarayonning oqib o'tishiga ta'sir ko'rsatadi.

Ketma-ket ulangan zonalardan tuzilgan tizimning uzatish funksiyani ko'rib chiqamiz. Deylik, o'zaro ketma-ket ulangan tizim N zonalarni o'z ichiga oladi. Bunda ta'rifga muvofiq uzatish funksiya W_t ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$W_t(p)=\frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{kir}}, \qquad (2.480)$$

bu yerda, $\tilde{C}_N, \tilde{C}_{kir}$ – mos ravishda Laplas bo'yicha o'zgartirilgan chiqish va kirish konsentratsiyalari.

Oxirgi tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagini olamiz:

$$W_t(p)=\frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{N-1}}\frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}}. \qquad (2.481)$$

O'xshash tarzda, (2.481) tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-2}\tilde{C}_{N-3}...\tilde{C}_1$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagi tenglamaga keltiramiz:

$$W_t(p) = \frac{\bar{C}_N}{\bar{C}_{N-1}} \frac{\bar{C}_{N-1}}{\bar{C}_{N-2}} \cdots \frac{\bar{C}_1}{\bar{C}_{kir}}. \qquad (2.482)$$

$\bar{C}_j / \bar{C}_{j-1} (j = 1,2..N)$ ko'paytuvchilar alohida zonalarning uzatish funksiyalarini ifodalaydi. Unda (2.482) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$W_t(p) = W_N(p) W_{N-1}(p) \dots W_1(p) = \prod_{j=1}^{N} W_j(p). \qquad (2.483)$$

Demak, (2.483) olingan bog'liqlikka ko'ra, ketma-ket ulangan zonalarda tizimning uzatish funksiyasi $W_c(p)$ alohida zonalarning uzatish funksiyalarining $W_j(p)$ ko'paytmasiga tengdir.

Ketma-ket ulangan zonalardan tuzilgan tizimda bo'lishning o'rtacha vaqtini t_z aniqlaymiz. Buning uchun tizimning uzatish funksiyasidan $W_j(p)$ foydalanamiz ((2.483) tenglamaga qarang). Deylik N=2. Bu vaqtda

$$W_C(p) = W_1(p) W_2(p) \qquad (2.484)$$

va tizimning birinchi boshlang'ich momenti M_x tengdir

$$M_1 = -W_C'(p=0) = -W_1' W_2 - W_1 W_1' \qquad (2.485)$$

negaki $p=0$ da, $W_1 = W_2 = 1$ va $W_1' = -M_{11} W_2' = -M_{12}$ (bu yerda M_{11} va M_{12} - muvofiq birinchi va ikkinchi zonalarning birinchi boshlang'ich momentlari), unda

$$M_1 = M_{11} + M_{12}. \qquad (2.486)$$

O'xshash N= 3,4,..., hollarni ko'rib, tizimda bo'lish o'rtacha vaqti uchun quyidagi formulani olamiz:

$$\bar{t}_C = \sum_{i=1}^{N} \bar{t}_i. \qquad (2.487)$$

Endi ketma-ket ulangan zonalardan tuzilgan tizimning javob funksiyasining dispersiyasini topamiz. Oldingiga o‘xshash (2.483) tizimning uzatish funksiyasidan foydalanamiz. N=2 holni ko‘rib chiqamiz. Unda ikkinchi boshlang‘ich moment tengdir

$$M_2 = W''_C(p=0) = W_1''W_2 + 2W_1'W_2' + W_1W_2''. \qquad (2.488)$$

Negaki $W_i(p=0)=1, a\ W_i'(p=0) = -M_{1i}$,

unda

$$M_2 = M_{21} + 2M_{11}M_{12} + M_{22}. \qquad (2.489)$$

Bu yerdan tizimning javob funksiyasining dispersiyasini topamiz:

$$\sigma_t^2 = M_2\bar{t}_C^2 = (M_{21} - \bar{t}_1^2) + (M_{22} - \bar{t}_2^2) = \sigma_{t1}^2 + \sigma_{t2}^2, \qquad (2.490)$$

bunda, $\sigma_{t_1}^2$, $\sigma_{t_2}^2$ – tuzilgan zonalarning javob funksiyasining dispersiyalari.

N = 3,4, ..., o‘xshash hollarni ko‘rib chiqib, N zonalardan tizimning javob funksiyasining dispersiyasi uchun quyidagi bog‘liqlikni olamiz:

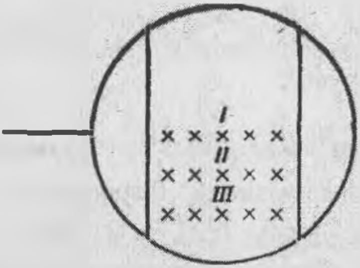
$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^{N}\sigma_{ti}^2. \qquad (2.491)$$

muvofiq o‘lchamsiz dispersiya quyidagiga tengdir

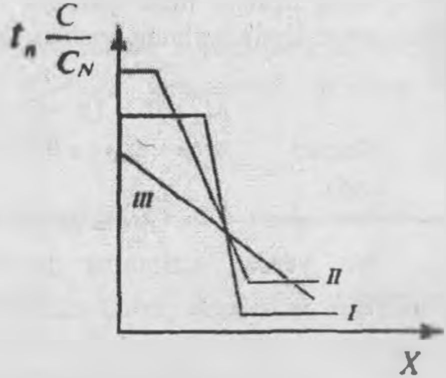
$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sigma_{ti}^2}{(\sum_{i=1}^{N}\bar{t}_i)^2}. \qquad (2.492)$$

Misol. Modda almashish barbotajli tarelkalarda suyuqlikning oqim strukturasini tadqiq etdik. Avval turg‘unlashgan holat usulidan foydalandik: indikatorni tarelkadan suyuqlikning oqim chiqishida kesim bo‘yicha berdik va tarelka uzunligi bo‘yicha turli nuqtalarda indikator konsentratsiyasining taqsimlanishini aniqladik. 2.36-

rasmda konsentratsiyalarni o'lchash nuqtalarining joylashishi ko'rsatilgan.



2.36-rasm. Tarelka uzunligi bo'yicha indikator konsentratsiyalarini o'lchash nuqtalarining joylashishi.



2.37-rasm. Tarelka yuzasidagi indikator konsentratsiyalarining o'zgarishi.

Dastlabki tajribalar shuni ko'rsatdiki, markazlashgan o'qqa nisbatan oqim strukturasi simmetrikdir, shuning uchun tarelkaning bitta yarimisida tahlilni o'tkazdik. 2.37-rasmda tarelkada indikator konsentratsiyasining tipik taqsimlanishi ko'rsatilgan, qaysinda yarimlogarifmik koordinatalarda turli kesimlar uchun masofalardan konsentratsiyaning bog'liqligi ko'rsatilgan.

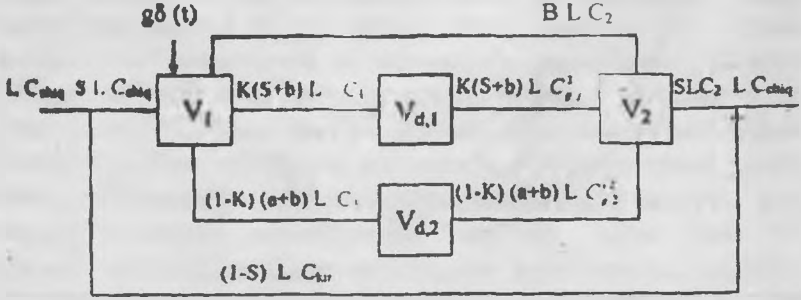
Rasmni ko'rib xulosalar chiqarishimiz mumkin. Aralashtirish darajasi apparatning uzunligi va kesimi bo'yicha o'zgaradi. Qabul qiluvchi va quyuvchi to'siqlar oldida joylashgan zonalarda suyuqlikning to'la aralashtirish kuzatilmoqda – tarelka uzunligi bo'yicha konsentratsiya o'zgarmaydi. Markaziy zonada indikator konsentratsiyasining bog'liqligi masofadan yarim logarifmik koordinatalarda to'g'ri chiziq bilan ifodalanadi. Bu holda oqim strukturasi diffuziyali model bilan tavsiflanishi mumkin va Re qiymati bu to'g'ri chiziqning qiyalik burchagining tangensi bilan aniqlanadi ((2.30) tenglama). Pekle mezonining kattaligi (qiyalik burchagining tangensi) appartning kesimi bo'yicha o'zgaradi. Shunday qilib, kombinatsiyalangan model ideal aralashtirish zonalarni va diffuziyali model tenglamasi bilan tavsiflanadigan zonalarni o'z ichiga olishi kerak. 2.37-rasmda keltirilgan grafiklardan zonalarning o'lchamlari va Pe kattaligi turli zonalar uchun aniqlanishi mumkin. Keyin impulsli usul bilan tadqiqotlar o'tkazildi (indikatorni oqim kirishida bir onda kiritildi va apparatdan oqimning chiqishidagi C-egri chiziqlar aniqlandi, bunda, chiquvchi oqimda o'rtacha konsentratsiyani o'lchadik) va «otsechka» (kesib uzish) usuli bilan tarelkada suyuqlikning miqdorini topdik. Tarelkadagi suyuqlikning miqdori bo'yicha bo'lishning o'rtacha vaqtini $\bar{t} = V / \upsilon$ aniqlardik. Eksperimental C-egri chiziqlar bo'yicha bo'lishning o'rtacha vaqtini ham aniqlardik $\bar{t} = \int_0^\infty tCdt / \int_0^\infty Cdt$.

Shuni aniqladikki, $\bar{t} \neq \bar{t}_l$ vizual kuzatishlar bilan shu narsa aniqlandiki, tarelka tagi bo'yicha va devorlarga yaqin oqimning bir qismi aeratsiyalanmagan suyuqlik ko'rinishida harakatlanadi, ya'ni bir qism suyuqlikning baypaslanishi kuzatildi. Impulsli usul bilan va otsechka usuli bilan olingan tadqiqotlar natijalaridan foydalanish baypaslanuvchi a oqimning ulushini baholash imkonini beradi.

Vizual kuzatishlar bilan shu narsa aniqlandiki, oqimning bir qismi quyish to'siqdan kirish to'siqqacha qaytadi, ya'ni retsirkulatsiya mavjuddir. Retsirkulatsiya asosan apparatning devorlariga yaqin joyda kuzatiladi.

Shunday qilib, tarelka bo'yicha suyuqlikning oqim strukturasi, o'z ichiga ideal aralashtirish, diffuziyali baypaslanuvchi va retsirkulatsion oqimlarning zonalarini ketma-ket – parallel ulangan kombinatsiyalangan model bilan tasniflanishi kerak. Zonalarning o'lchamlari *Pe* kattaliklari turg'unlashgan holat usuli bilan aniqlanadi. (2.417) tenglama bo'yicha baypaslanuvchi oqimning qiymati aniqlanadi Retsirkulatsion oqimning qiymati noma'lum bo'lib qoladi. Bu qiymatni qanday topish mumkinligini quyiroqda ko'rsatiladi.

2.38-rasmda kombinatsiyalangan modelning blok-sxemasi ko'rsatilgan.



2.38-rasm. Tarelkada suyuqlikning oqimini kombinatsiyalangan modelining strukturaviy sxemasi:

L – suyuqlikning umumiy hajmiy sarfi; S – tarelka bo'yicha o'tayotgan suyuqlikning oqim ulushi; b – retsirkulatsion oqimning ulushi; k – tarelka o'rta zonasidan o'tayotgan oqimning ulushi; V_1, V_2 – to'la aralashtirish yacheykalarining hajmlari; Vd_1, Vd_2 – diffuziyali zonalarning hajmlari; l_1, l_2 – diffuziyali zonalarning uzunliklari; C_1, C_2 – to'la aralashtirishga muvofiq zonalardagi indikatorning konsentratsiyasi; C_{chiq} – diffuziyali zonalardan oqimning chiqishida indikatorning konsentratsiyasi.

Diffuziyali zonalarda konvektiv diffuziya tenglamalarini o'z ichiga olgan kombinatsiyalangan modelning tenglamalari:

$$\frac{\partial C_{D1}}{\partial x_1^2} - \frac{k(s+b)L\partial C_{D1}}{D_{l1}F_1}\frac{\partial C_{D1}}{\partial x_1} = \frac{1}{D_{l1}}\frac{dC_{D1}}{\partial t}, \qquad (2.493)$$

$$\frac{\partial^2 C_{D2}}{\partial x_2^2} - \frac{(1-k)(s+b)L}{D_{l2}F_2}\frac{\partial C_{D2}}{\partial x_2} = \frac{1}{D_{l2}}\frac{dC_{D2}}{\partial t}, \qquad (2.494)$$

bunda, C_D, C_{D2} — muvofiq diffuziyali zonalarda indikatorning konsentratsiyasi; D_{l1}, D_{l2} – -bo'ylama aralashtirish koeffitsiyentlari; F_1, F_2 – muvofiq zonalardagi oqimlar kesimlari.

To'liq aralashtirish yacheykalari uchun material balansi quyidagi ko'rinishga ega:

$$sLC_{chiq} + Dd(t) + bLC_2 = k(s+b)LC_1 + (1-k)(s+b)LC_1 + V_1\frac{dC_1}{dt} \quad (2.495)$$

$$k(s+b)LC_{D1}^{l1} + (1-k)(s+b)LC_{D2}^{l2} = sLC_2 + V_2\frac{dC_2}{dt}, \quad (2.496)$$

bunda, C_{D1}^{l1}, C_{D2}^{l2} — muvofiq zonalardan oqimning chiqishida indikatorning konsentratsiyasi.

Apparatdan oqimning chiqishida indikatorning material balansi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$sLC_2 + (1-s)LC_{kirish} = LC_{chiqish} \quad (2.497)$$

(2.493)-(2.497) tenglamalar tizimi 2.38-rasmda ko‘rsatilgan sxema oqimning kombinatsiyalangan strukturaning matematik modelidir.

(2.493), (2.494) tenglamalarni yechish uchun chegaraviy shartlarni bilish zarur. Diffuziyali zonalar chegaralarida tuzilgan material balansdan quyidagi chegaraviy shartlarni olamiz:

$$k(s+b)LC_1 + D_{l1}F_1\frac{dC_{D1}}{dx_1} = k(s+b)LC_{D1}, \quad (2.498)$$

$$(1-k)(s+b)LC_1 + D_{l2}F_2\frac{dC_{D2}}{dx_2} = (1-k)(s+b)LC_{D2}; \quad (2.499)$$

$x_1 = l_1$, $x_2 = l_2$ da

$$\frac{dC_{D1}}{dx_1} = 0, \frac{dC_{D2}}{dx_2} = 0. \quad (2.500)$$

(2.493) - (2.497) tenglamalar tizimini yechib (2.498)-(2.500) chegaraviy shartlar bilan momentli tavsiflarga nisbatan (diffuziyali modelni ko‘rishda bajarilganday o‘xshash), javob funksiyasining eksperimental tavsiflar va model parametrlari orasidan aloqa tenglamani olishimiz mumkin.

Jumladan, o'lchamsiz dispersiya va model paramertlari orasidagi bog'liqlik quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{1+R}\left\{\frac{\xi_3^2}{k}[1+\frac{2}{Pe_1}-\frac{2}{Pe_1^2}(1-e^{-Pe_1})]+\frac{\xi_4}{(1+k)}[1+\frac{2}{Pe_2}-\frac{2}{Pe_2^2}(1-e^{Pe_2})]+\right.$$
$$\left.+2(1-\xi_2)(R+\xi_1)-\right\}+2\xi_2-1 \quad (2.501)$$

yoki

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{1+R}+\left\{\frac{\xi_3^2}{k}(1+\partial_{D1}^2)+\frac{\xi_4^2}{1-k}(1+\partial_{D2}^2)+2(1-\xi_2)(R+\xi_1)-\right\}+2\xi_2-1, \quad (2.502)$$

bunda, $\xi_1=\frac{V_1}{V_{an}}, \xi_2=\frac{V_2}{V_{an}}, \xi_3=\frac{V_{D1}}{V_{an}}, \xi_4=\frac{V_{D2}}{V_{an}}, R=b/s$ – retsirkulatsiya koeffitsiyenti;

$\partial_{D1}^2, \partial_{D2}^2$— muvofiq diffuziyali zonalarning dispersiyalari.

Oldin belgilangandek, muvofiq zonalarning barcha o'lchamlari va Re kattaliklari turg'unlashgan holat usuli bilan aniqlanadi, baypaslanuvchi oqim kattaligi (2.417) tenglama bo'yicha aniqlanadi.

Bu barcha paramertlarning olingan qiymatlarini (2.502) tenglamaga qo'yib, dispersiya va retsirkulatsiya koeffitsiyenti orasidagi aloqani olamiz.

Shunday qilib, kombinatsiyalangan modelning strukturasi va modelning parametrlari eksperimental metodikalar majmui bilan aniqlanadi.

2.8. Maxsus funksiyalar yordami bilan apparatda oqimlar strukturasini baholash

Apparatlarda oqimlar notekisligini baholash uchun taqsimlanish funksiyalardan foydalanishadi, ulardan har biri oqimning ixtiyoriy zarrachasi va u uchun ba'zi xarakterli vaqt oralig'i orasidagi bir xil muvofiqlikni aniqlash natijasidir.

Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim zarralarining taqsimlanishi $F(t)$ funksiya bilan tavsiflanadi, quyidagi xossaga ega: apparatda t ga teng yoki t dan kichik vaqtda bo'layotgan zarralarning ulushi $F(t)$ dir. Zarralar ulushi, qaysilar uchun bo'lish vaqti t dan oshsa, qo'shuvchi funksiya ko'rinishida ifodalanadi.

$$F*(t)=1-F(t) \tag{2.503}$$

$F(t)$ funksiya kamaymaydigan funksiyadir t, qaysiki f=0 da nol qiymatni oladi va $t \to \infty$ da asimptotik birga yaqinlashadi. $F^*(t)$ qo'shuvchi funksiya o'zidan ko'paymaydigan funksiyani tavsiflaydi, qaysiki $t = 0$ da birga teng va asimptotik nolga intiladi vaqtning o'sishi bilan. Shunday qilib, $F(t)$ shu narsani ehtimolligi, apparatda oqimning berilgan zarrachasi uchun bo'lish vaqti t dan oshmaydi, $F^*(t)$ esa to bo'lish vaqtining ehtimolligi t dan oshadi.

$F(t)$ ehtimollikning taqsimlanish funksiyasini t differensiallash ehtimollikni taqsimlanish zichligi funksiyasini beradi:

$$C(t)=\frac{dF(t)}{dt}=-\frac{dF}{dt} \tag{2.504}$$

Shunday qilib, apparatda berilgan zarrachaning bo'lish vaqti t va $t+dt$ orasidagi o'z ichiga olgan, $S(t)dt$ ga teng.

$C(t)$, $F(t)$, $F^*(t)$ funksiyalari tizimning chiqishida zarrachalarning bo'lish vaqtining taqsimlanish tavsiflaridir.

Tizim ichidagi zarrachalarning tavsiflash uchun t^* zarrachaning yoshi tushunchasini kiritishadi, qaysiki apparatga zarrachalarning kirish momentidan vaqtning qismi bilan aniqlanadi. Bo'lish vaqtining taqsimlanish funksiyasiga o'xshash yoshlar bo'yicha tizimning elementlarini taqsimlanish funksiyasini $B(t)$ tizimning zarrachalari ulushidek aniqlashadi, qaysilarning t^* berilgan vaqt momentida t dan kichikroqdir. Zarrachalarning taqsimlanish zichligi funksiyasi yoshlar bo'yicha $b(t)$ shunday aniqlanadi

$$b(t)=\frac{dB(t)}{dt} \tag{2.505}$$

va, shunday ekan $b(t)dt$ shuni ehtimolligidir, tizim ichida zarracha apparatda t dan $t+dt$ gacha vaqt oralig'ida bo'ladi. $b(t)$ funksiya ***bo'lish yoshlari bo'yicha oqimning zarrachalarini taqsimlanish ichki funksiyasi*** deb ataladi va uni $I(t)$ belgilash qabul qilinadi.

Bo'lish yoshlari bo'yicha oqim elementlarini taqsimlanish funksiyasi bilan bir qatorda, oqimlarda turli bir xil bo'lmaganliklarni harakatsiz zonalar, baypas, retsikl tipli aniqlashning samarali vositasi – jadallik funksiyalaridir.

Quyidagi sharoitlarni qoniqtiradigan tasodifiy hodisalarning oqimini ko'rib chiqamiz: bir vaqtda bittadan ko'p hodisaning sodir bo'lish ehtimolligi mensimaydigan darajada kichik bitta hodisaning bo'lish ehtimolligiga nisbatan (ordinarlik gipotezasi); $(t, t+\Delta t)$ vaqt davomida k hodisalarni sodir bo'lish ehtimolligi t vaqt momentigacha nechta hodisalar sodir bo'lganga bog'liq emas (amaldan keyingi hodisalar yo'qligi gipotezasi); berilgan vaqt oralig'ida ma'lum sonli hodisalarni sodir bo'lish ehtimolligi nafaqat oraliq uzunligiga, balki vaqt o'qida uning holatiga ham bog'liqdir (oqimning nostatsionarligi gipotezasi). Shunday oqimning asosiy sonli tavsifi *oniy zichlik*dir (yoki *oqimning jadalligi*), $(t, t+\Delta t)$ vaqt uchastkasida bu uchastkaning uzunligiga hodisalarning o'rta sonining nisbatini limiti, qachon oxirgisi nolga intiladi:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{m(t+\Delta t) - m(t)}{\Delta t} = \frac{dm(t)}{dt} \qquad (2.506)$$

bunda, $m(t)$ - $(0, t)$ uchastkada hodisalar sonining matematik kutilmasi.

Shunday qilib, topilgan tasodifiy hodisalarning oqimi *nostatsionar Puasson oqimi* deb ataladi. Bunday oqim uchun (t_0, t) uchaskada paydo bo'layotgan hodisalar soni Puasson qonuniga bo'ysunadi:

$$P_k(t_0, t) = \frac{a_{t_0,t}^k}{k} \exp(-a_{t_0}, t)\,(k = 0.1.2...) \qquad (2.507)$$

bunda, $Pk(t_0, t) - (t_0 t)$ intervalda k hodisalarni paydo bo'lish ehtimolligi:

$a_{t0,t}$ – bu intervalda hodisalar sonining matematik kutilmasi, teng

$$a_{t_0,t} = \int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi \qquad (2.508)$$

Belgilaymizki, nostatsionar Puasson oqimi uchun $a_{t0,t}$ kattalik nafaqat (t_0, t) oraliq uzunligidan, balki uning vaqt o'qidagi holatiga bog'liq emas.

Endi nostatsionar Puasson oqimi uchun τ oralig'i ikkita qo'shni hodisalar orasidagi taqsimlanish qonunini topamiz Deylik qo'shni hodisalardan birinchisi t_0 momentida keldi. Izlanayotgan $F_{t_0}(t)$ taqsimlanish qonuni shuning ehtimolligidir, qaysiki keyingi hodisa t momentdan oldin keladi

$$F_{t_0}(t) = P(\tau < t) \qquad (2.509)$$

Deylik $P(\tau \geq t)$- shuni ehtimolligi, t_0 dan $t_0 + t$ gacha intervalda bitta ham hodisa paydo bo'lmaydi. U vaqtda oxirgi bog'liqlikni quyidagi ko'rinishda tavsiflash mumkin

$$F_{t_0}(t)P(\tau < t) = 1 - P(\tau \geq t) \qquad (2.510)$$

$P(t>t_0)$ hisoblash uchun $k=0$ da Puasson qonunidan foydalanishimiz mumkin:

$$P(\tau \geq t) = \exp(-a_{t_0,t}) = \exp(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi) \qquad (2.511)$$

Bu yerdan topamiz

$$F_{t_0}(t) = 1 - \exp\left(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi\right) \qquad (2.512)$$

Bu teglamani differensiallab, taqsimlanish funksiyaning zichligini olamiz

$$p(t) = \lambda(t_0 + t)\exp(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi) \qquad (2.513)$$

t_0=0 da egamiz

$$p(t) = \lambda(t)\exp(-\int_0^t \lambda(\xi)d\xi) \qquad (2.514)$$

Endi shundan ma'lumki, Puasson oqimining taqsimlanish funksiyaning zichligi uchun olingan ifoda apparatda oqimning bo'lish vaqtining taqsimlanish funksiyasi bilan $C(t)$ ga teng aniq mos keladi. Faraz qilamizki, t=0 momentda apparatga kirishda suyuqlikning yoki gazning oqimini ko'ndalang kesimida barcha zarrachalarni qandaydir usul bilan belgilash imkoni bo'ldi. Fizik mazmuni bo'yicha tasodifiy hodisalarning oqimi, apparatdan chiqishda nishonli zarrachalarning paydo bo'lishidan iborat, barcha sanab o'tilgan gipotezalarni qoniqtiradi (ordinarligi, amaldan keyingi hodisalar yo'qligi, nostatsionarligi). t yoshdagi zarrachalarning ulushi, qaysilar apparatni (t, $t+dt$) vaqt oralig'ida tark etadi, $\lambda(t)dt$ ga teng, bunda, $\lambda(t)$— ko'rilayotgan oqimning jadallik funksiyasi. Apparatni tark etayotgan zarralar uchun material balans tenglamasini tuzamiz. Bir tarafdan, C – egri chiziqning mazmuni bo'yicha apparatdan chiqishda zarrachalar ulushi, t va $t+dt$ orasiga kirgan yoshi $C(t)dt$ ga teng yoki hajmli birliklarda, $vC(t)dt$ (v — apparatdan hajmli muhitning sarfi). Boshqa tarafdan, o'sha miqdor $V_a I(t)$ oqimning miqdoriga teng, qaysiki tizimni t momentgacha tark etmadi (V_a – apparatning hajmi), t yoshli oqimning ulushiga ko'paytirilgan, qaysiki apparatni quyidagi $(t, t+dt)$ vaqt oralig'ida tark etadi, $\lambda(t)dt$ teng. Shunday qilib quyidagi bog'liqlikni olamiz

$$vC(t)dt = V_a I(t)\lambda(t)dt \qquad (2.515)$$

Bu yerdan

$$\lambda(t) = \frac{C(t)}{\bar{t}I(t)} = \frac{d}{dt} In(\bar{t}I(t)), \qquad (2.516)$$

bunda, $\bar{t} = \frac{V_a}{v}$

Integrallab, $t_0 = 0$ da $p(t)$ taqsimlanish funksiyaning zichligi uchun ilgari topilgan o'xshash ifodali tenglamaga kelamiz:

$$C(t) = \lambda(t)\exp(-\int_0^t \lambda(\xi)d\xi) \qquad (2.517)$$

Shunday qilib

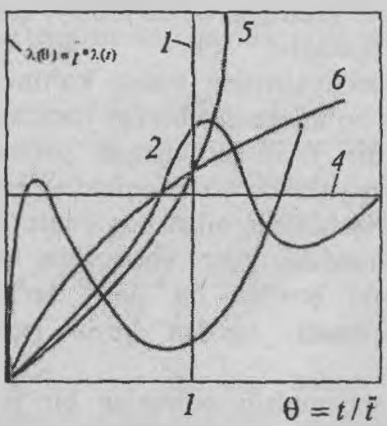
$$C(t) = p(t) \qquad (2.518)$$

Shuning uchun kimyo-texnologiyaning istalgan uzluksiz obyekti, qaysinda ba'zi fizik-kimyoviy jarayon bo'lib o'tmoqda, apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqimning zarralarini taqsimlanish nuqtayi nazaridan Puasson tizimi sifatida ko'rish mumkin.

$\lambda(t)$ kattalikni t vaqt mobaynida unda bo'lgan zarrachaning apparatdan chiqishida ehtimollik chorasi sifatida ko'rish mumkin.

Shunday qilib, ideal aralashtirish apparati uchun λ- funksiya doimiy kattalik bo'lishi kerak, chunki barcha zarracha uchun bunday tizimdan zarrachalarning chiqish ehtimolligi bir xil.

Ideal siqib chiqarishda oqimning barcha zarrachalari apparatni $\bar{t} = V_a / v$ vaqt momentida tark etadi va shuning uchun jadallik funksiyasi, $\theta = 1$ nuqtada ordinatalar o'qiga parallel, to'g'ri chiziq qismi ko'rinishida grafik ifoda etiladi (2.39-rasm).



2.39-rasm. Oqimning turli strukturasi uchun jadallik funksiyasi: *1* – ideal siqib chiqarish; 2 - sust zonalar bilan oqim; *3* – baypaslanish bilan oqim; *4* – ideal aralashtirish; *5,6*- oraliq strukturasi bilan oqimlar.

Oqimning oraliq tizimi uchun jadallik funksiyasi tizimining me'yoriymasligi yorqin namoyon bo'lmaganda ikkita o'zaro perpendikular chiziqlar orasida joylashadi, ideal aralashtirish va siqib chiqarish λ-funksiyalarga muvofiq. Bu funksiyalarning o'sib borish xarakteri shu bilan tushuntiriladiki, apparatda suyuqlik qismining qancha ko'p vaqt olsa, uning chiqish ehtimolligi kattaroqdir.

Qachon apparatdan oqimning bosh (oqib o'tuvchi) qismi chiqsa, unda sust zonalar tizimi uchun λ- funksiya o'sib boradi. Oqib o'tuvchi zonalardan zarralarning chiqishdan keyin qolgan zarralar uchun tizimni tark etish ehtimolligi kamayadi, chunki bularning ko'pchiligi sust zonalarga tegishlidir. Shunday qilib, jadallik funksiyasi chegaralanmagan tartibda o'sib bormaydi, maksimumdan o'tib esa, kamayadi (2.39-rasm). Vaqt o'tishi bilan sust zonalarga tushgan muhit zarralari tizimni asta-sekin tark eta boshlaydi. Bunda, apparatda ular qancha uzoq qolsa, tizimdan ularni chiqish ehtimolligi shuncha ko'p, ya'ni λ-funksiya, minimumdan o'tib, chegaralanmagan tarzda o'sishni boshlaydi.

Baypaslanish bilan oqimlar uchun jadallik funksiyalarining xarakteri o'xshash tushuntiriladi, bunda, tizimning oqib o'tuvchi (baypasli) va sustli (berilgan holda asosiy) qismlarning solishtirma hajmlari faqat o'zgaradi.

C- va *I*- funksiyalarning tashqi ko'rinishi tizimda bu yoki boshqa bir jinsli bo'lmaganlar borligi haqida doim bir xil javobni beravermaydi. Bir jinsli bo'lmagan parametrlarning miqdoriy aniqlash, bu funksiyalar bo'yicha oqimning bo'lish noma'lum o'rta vaqtini katta qiyinchiliklar bilan bog'liqdir. Jadallik funksiyaning bosh fazilati shundaki, ular yordamida oson va ko'rgazmali oqimning u yoki boshqa bir jinsli bo'lmaganliklari tizimda mavjudligi aniqlanadi, bundan keyin parametrlarni miqdoriy aniqlash mumkin.

k-funksiya apparatdagi oqimning bir jinslimasligiga yanada sezgirroq. Bu sezgirlik λ- funksiyaning chiziqli kombinatsiya va uning logarifmik hosilasi sifatida aniqlanadi:

$$k(t) = \lambda(t) - \frac{d}{dt} In\lambda(t) \qquad (2.519)$$

k-funksiyaning ta'rifidan ko'rinadaki, nafaqat oqimning zarrachalarini o'sish jadalligi (apparatdan chiqarib tashlash) aks ettiradi, balki jadallikning logarifmini o'zgarish tezligini ham. Bu yerdan kelib chiqadiki, jadallikning k-funksiyasi apparatdagi gidrodinamik muhitiga sezgirligi kam emas, λ- funksiyaga qaraganda.

(2.516) ni (2.519) ga qo'yib, k-funksiyaning boshqa izohini olishimiz mumkin $k(t) = -\frac{1}{C(t)}$

$$k(t) = -\frac{1}{C(t)}\frac{dC(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}\ln C(t) \qquad (2.520)$$

ya'ni k-funksiya apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarini taqsimlanish zichligi funksiyasidan logarifmik hosiladir. (2.520) va (2.516) ni solishtirib ko'rinmoqdaki, apparatlarda oqimlarning strukturalarini eng muhim tiplari uchun k-funksiyalarning analitik ifodalari soddaroqdir, λ-funksiyalariga nisbatan.

$I(\theta), F(\theta)$ va $C(\theta)$ o'lchamsiz funksiyalari orasidagi o'zaro bog'liqlikning asosiy tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega

$$F(\theta) + I(\theta) = 1 \qquad (2.521)$$

$$F(\theta) = 1 - I(\theta) = \int C(\theta)d\theta \qquad (2.522)$$

$$C\left(\theta = \frac{dF(\theta)}{d\theta}\right) = \frac{dI(\theta)}{d\theta} \qquad (2.523)$$

$\lambda(\theta) = \bar{t}\lambda(t)$ belgilaymiz; shuning uchun (2.516) formula o'lchamsiz o'zgaruvchilar uchun quyidagi ko'rinishni oladi

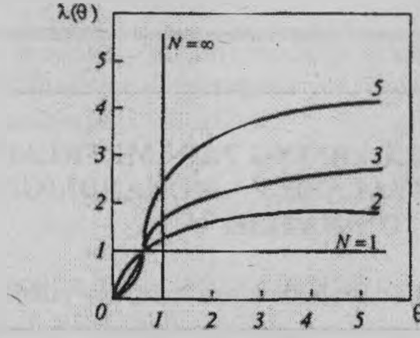
$$\lambda(\theta) = \frac{C(\theta)}{I(\theta)} = \frac{C(\theta)}{1 - F(\theta)} = -\frac{d}{d\theta}\ln I(\theta) = -\frac{d}{d\theta}\ln[1 - F(\theta)] \qquad (2.524)$$

2.8-jadvalda apparatda oqimlar stukturasining asosiy ko‘rinishlari uchun λ- va k-funksiyalarning ifodalari keltirilgan, 2.40, 2.41-rasmlarda esa N yacheykalar turli soni uchun yacheykali model holida λ- va k-funksiyalarning grafiklari ko‘rsatilgan.

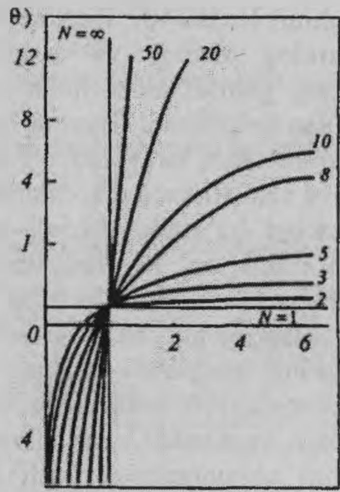
Apparatda oqimlar strukturasining asosiy ko‘rinishlari uchun λ- va k-funksiyalari

2.8-jadval

№	Model	Modelning tenglamasi	λ-funksiya	k-funksiya
1.	Ideal aralash-tirish	$\frac{dC}{dt}=\frac{1}{t}(C_{bx}-C)$ $(0\le x\le 1)$	$\lambda(\theta)=\frac{C(\theta)}{1-F(\theta)}=\frac{\exp(-\theta)}{\exp(-\theta)}=1$	$k=-\frac{1}{C(\theta)}\frac{dC(\theta)}{d\theta}$
2.	Ideal siqib chiqarish	$\frac{dC}{dt}=-u\frac{dC}{dx}$	$\lambda(\theta)=\frac{\delta(\theta-1)}{1-\eta(\theta-1)}=\delta(\theta-1)$	$k(\theta)=\frac{d}{d\theta}[\delta(\theta-1)]/[\delta(\theta-1)]$
3.	Yachey-kali model	$\frac{1}{N}\frac{dC_i}{dt}=C_{i-1}-C_i$ $(i=1,2,\ldots,N)$	$\lambda(\theta,N)=\frac{N^N\theta^{N-1}}{(N-1)!\sum_{i=0}^{N-1}\frac{1}{i!}(N\theta)^i}$	$k(\theta,N)=\frac{1+N(\theta-1)}{\theta}$
4.	Diffuziya li model	$\frac{dC}{dt}+u\frac{dC}{dx}=D_L\frac{d^2C}{dx^2}$ (cheksiz apparat uchun)	$\lambda(\theta)=\{(Pe/\pi\theta)^{1/2}\exp[-Pe(1-\theta)^2/4\theta]\}/\{\mathrm{erfc}[\sqrt{Pe}(\theta-1)/2\sqrt{\theta}]+\exp(Pe)\,\mathrm{erfc}[\sqrt{Pe}(1+\theta)/2\sqrt{\theta}]\}$	$k(\theta)=\frac{1}{2\theta}-\frac{Pe(1-\theta^2)}{4\theta^2}$



2.40-rasm. Yacheykalar soniga bog‘liq yacheykali model uchun λ-funksiyalari.



2.41-rasm. Yacheykalar soniga bog‘liq yacheykali model uchun *k*-funksiyalari.

III bob. MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O'RNATISH

3.1. Identifikatsiyalash masalasini qo'yilishi

Obyektni matematik tavsifini identifikatsiyalash jarayonni matematik modelini monandligini qurishda asosiy bosqich bo'lib hisoblanadi va shuning uchun o'zi bilan birga kimyo texnologik jarayonlarni matematik modellashda markaziy masalalardan biri bo'lib hisoblanadi. Yuqorida ko'rsatib o'tilgandek bunday jarayonlarning ko'pchiligi fazo va vaqt bo'yicha taqsimlangan ko'p fazali ko'p komponentli muhitni ifodalaydi. Bunday jarayonlarning muhim alohidaliklari ularning massa va issiqlik o'tkazish apparatlaridagi jarayonlarning gidrodinamik holati aniqlangan – stoxastik tabiatli bo'lgani bilan belgilanadi. Buning natijasi sifatida matematik modellarning parametrlari jarayonni o'tishini stoxastik alohidaliklarini akslantiradi va statistik metodlar bilan aniqlanadi.

Hozirgi vaqtda parametrlari bo'yicha chiziqli bo'lgan matematik modellarni baholash nazariyasi ko'proq ishlab chiqilgan. Lekin kimyo texnologik jarayonlarning ko'pchiligi parametrlari bo'yicha nochiziqli bo'lib hisoblanadi, bu o'z navbatida ularni identifikatsiyalash masalalarini yechishda ancha qiyinchiliklar tug'diradi. Shuning uchun nochiziqli modellarni identifikatsiyalashni yoki taxminiy baholash yordamida, yoki kimyo texnologik jarayonni dastlabki modelini chiziqlantirish yo'li bilan amalga oshiriladi. Ushbu bobda ham chiziqli va ham nochiziqli matematik modellarni identifikatsiyalash metodlari ko'rib chiqiladi.

Noma'lum parametrlarni baholash bilan bir qatorda identifikatsiyalash masalasi kimyo texnologik jarayonni modeli bo'yicha hisoblanadigan holat o'zgaruvchilarini tajriba asosida kuzatiladigan qiymatlari bilan taqqoslanishini ko'zda tutsa, bu bobda undan tashqari modelni real obyektga mos kelishi (monandligi) ni o'rnatish metodlari ham ko'rib chiqiladi.

Statsionar modellar uchun modelni identifikatsiyalash aniq ko'rinishdagi F funksional operatorni yoki dinamik modellar uchun F_t operatorini aniqlashga keltiriladi:

$$\bar{y}^E = F(\bar{X}, \bar{a})$$

$$\bar{y}^E(t) = F_t(\bar{X}(t), \bar{a}(t), t),$$

bu yerda,

t – vaqtni bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchisi;

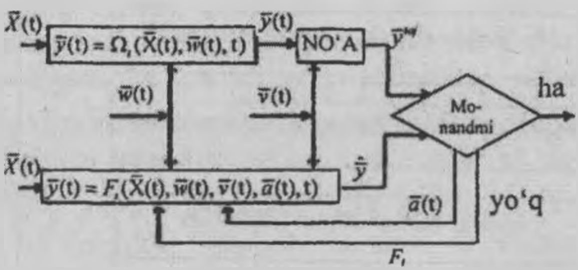
$\bar{X}$ – kirish ta'sirlarining vektori;

$\bar{a}$ – matematik modelning koeffitsiyentlari.

Identifikatsiyalash masalasi tenglamalar sistemasini matematik tavsifini strukturasini va jarayonni bir xil kirish ta'sirlarida ($\bar{X}$) va modelni chiqish o'zgaruvchilarini eng yaxshi mos kelishini ta'minlaydigan ularning koeffitsiyentlarni aniqlashdan iborat. Identifikatsiyalash protsedurasi modelni modellanayotgan obyektga monandligini (mosligini) ta'minlaydi.

3.2. Identifikatsiyalash protsedurasi

Identifikatsiyalash protsedurasi sxematik ravishda quyidagicha ifodalanishi mumkin (3.1-rasm):



3.1-rasm. Identifikatsiyalash protsedurasining sxematik ko'rinishi.

bu yerda, $\bar{y}$ – chiqish o'zgaruvchilarining vektori;

$\hat{\bar{y}}$ – chiqish o'zgaruvchilari vektorining hisoblangan qiymati;

$\bar{y}^{kuz}$ – NO'A yordamida chiqish o'zgaruvchilarini kuzatish vektori;

– obyekt shovqini;

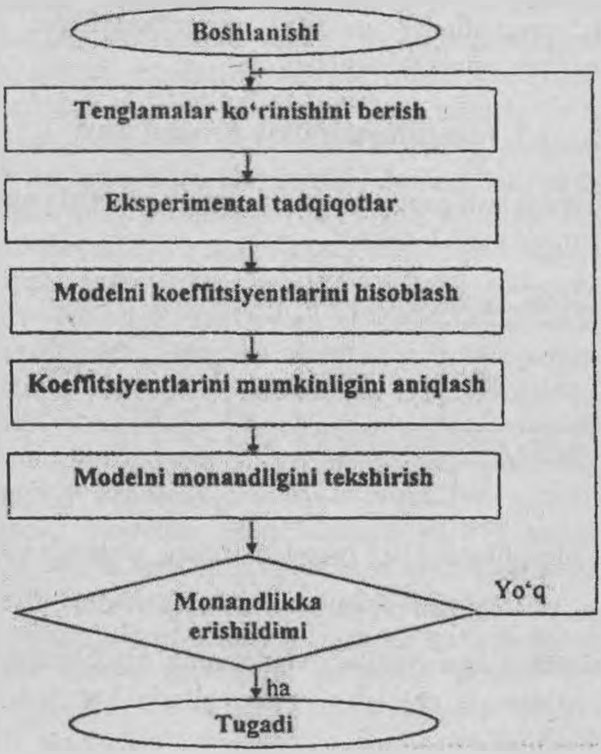
– asboblar shovqini;

– nazorat o'lchash asboblari NO'A.

Matematik modelning strukturaviy identifikatsiyalash kuzatish vektorlarining va ma'lumoti bo'yicha (agar matematik tavsif tenglamasini strukturasini (MTTS), ya'ni ko'rinishini va MTTS ni o'lchamliklarini hamda noma'lum koeffitsiyentlarni aniqlash mumkin bo'lsa) aniqlash mumkin deb taxmin qilinadi.

Strukturaviy identifikatsiyalash masalasini yechishda raqobatlashuvchi modellar orasidan eksperimental ma'lumotlarni eng aniq akslantiradigan modelni tanlashga to'g'ri keladi.

Matematik modelni parametrik identifikatsiyalash modelni shakli taxminan tanlab olingandan so'ng, jarayonni kirishi va chiqishidagi o'zgaruvchilar to'g'risidagi ma'lumotlar aniqlangandan keyin o'tkaziladi hamda MTTS ni noma'lum koeffitsiyentlarini aniqlashdan iborat bo'ladi.



3.2-rasm. Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi.

Matematik model statik (statsionar) bo'lgan holda MTTS tenglamalaridagi bog'liq bo'lmagan vaqt o'zgaruvchisi ishtirok etmaydi va sistemani o'zgaruvchilari t ga bog'liq bo'lmaydi.

Boshqaruvchi kompyuterlar yordamida jarayonlarni to'g'ridan to'g'ri boshqarishda foydalanilganda, dinamik (nostatsionar) matematik modellar uchun identifikatsiyalash masalasini yechish eng muhim bo'lib hisoblanadi.

Bu holda vektorlarni real vaqtda uzluksiz o'zgartirib, $\overline{v}(t)$ ni eng yaxshi (strukturaviy identifikatsiyalash) modelni tanlash va uni koeffitsiyentlarini baholash, ya'ni undagi hisoblashlar ($\bar{y}^{E}$(t)) kuzatish ma'lumotlari ($\overline{y}^{fa}(t)$) bilan uzluksiz mos kelgan holda adaptiv identifikatsiyalash masalasi yechiladi. Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi quyidagi rasmda keltirilgan (3.2-rasm).

3.3. Tasodifiy jarayonlarni sonli tavsiflarini statistik baholash

Masalani quyidagicha umumiy qo'yilishini ko'rib chiqamiz. Ba'zi bir tasodifiy tajribada tasodifiy kattalik X kuzatilib, uni taqsimlanish funksiyasi θ parametriga bog'liq bo'lsin. Parametrning qiymati noma'lum va uni aniqlash kerak. Buning uchun noma'lum parametr θ ga nisbatan ma'lumot manbai bo'lib hisoblanadigan $(x_1, x_2, x_3, ..., x_p)$ kattaliklar ustidagi ba'zi bir hajmdagi kuzatishlarning tasodifiy kattaliklarini tanlab olinadi.

Kuzatishlar ketma-ketligi $(x_1, x_2, x_3, ..., x_p)$ ni bir xil zichlikdagi taqsimlanish $f(x,\theta)$ funksiyali n ta bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattalik ko'rinishida ifodalash mumkin. U vaqtda to'planma n o'lchamli $(x_1, x_2, x_3, ..)$ quyidagi tasodifiy taqsimlanish zichligining funksiyasi bo'lib hisoblanadi

$$f(x_1, x_2, ... x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) ... f(x_n; \theta) \quad (3.1)$$

Faqat kuzatishlar $x_1, x_2, ... x_n$: natijalariga bog'liq bo'lgan funksiyani statistik (to'planma tavsif) deb ataladi.

$$Q = \psi(x_1, x_2, ... x_n) \tag{3.2}$$

Bundan statistika o'zi bilan birga haqiqatnamo funksiya orqali va tasodifiy kattalikni taqsimlanish qonuni bilan aniqlanadigan tasodifiy kattalikni ifodalaydi.

To'planma tavsiflarni taqsimlanish qonunlari. To'planma tavsiflarni taqsimlanish qonunlarini ko'rib chiqishdan oldin qo'shimcha muhim tushunchani kiritamiz.

Argument t dan tasodifiy funksiya e^{itx} ning matematik kutilishi tasodifiy kattalik X ning xarakteristik funksiyasi $m_x(t)$ deb ataladi, ya'ni

$$m_x(t) = Me^{itx}, \tag{3.3}$$

Bu yerda t — ixtiyoriy haqiqiy son.

Ta'rifga asosan $f(x)$ ehtimolli zichlikli uzluksiz tasodifiy kattalik X xarakteristik funksiya bo'lib hisoblanadi

$$m_x(t) = \int_0^b e^{itx} f(x)dx, \tag{3.4}$$

Bu yerda (a, b) — tasodifiy kattalik X ning o'zgarish oralig'i.

Endi to'planma tavsiflarini aniq taqsimlanishini, ya'ni istalgan n uchun haqqoniy bo'lgan statistik taqsimlanish Q ni qonunlarini ko'rib chiqamiz. $F(x)$ taqsimlanish funksiyali bir o'lchamli bosh to'plamli to'planma bor deb faraz qilamiz va $Q(x_1, x_2, ... x_n)$ ni statistik taqsimlanish qonunini aniqlash talab qilinadi. Bu masala $F(x)$ funksiyali n ta $(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattalikdan $Q(x_1, x_2, ... x_n)$ funksiyani taqsimlanish qonunini topishga olib kelinadi.

Agar F va Q funksiyasi berilgan bo'lsa, nazariy jihatdan uni yechimi yagona ekanligi isbotlangan.

Lekin matematik statistikaning zamonaviy holatida juda ham kam hollarda uni aniq yechimini olishga erishilmoqda. Yetarli darajada to'liq natija olingan holda normal bosh to'plamdan xususiy holda to'planma olinishi mumkin. Keyinchalik aynan shu holni ko'rib chiqamiz.

Agar $(x_1, x_2, x_3, ..., x_p)$ lar – bog'liq bo'lmagan, normalangan normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar $N(0,1)$, ya'ni $i = 1,2,...,k$ uchun $MX_i = 0$ va $DX_i = 1$, u holda tasodifiy kattalik

$$U^2 = \sum_{i=1}^{k} X_i^2 \qquad (3.5)$$

Erkinlik darajasi κ bo'lgan taqsimlanish χ^2 ga ega, bu yerda κ — χ^2 (3.5) ifodaga bog'liq bo'lmagan qo'shiluvchilarning sonini xarakterlaydigan taqsimlanishning yagona parametri.

Taqsimlanish ehtimolining zichligi χ^2 quyidagi ko'rinishga ega

$$f(u^2) = \frac{1}{2^{\frac{k}{2}} F(\frac{k}{2})} (u^2)^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{u^2}{2}} \qquad (3.6)$$

Bu yerda $F(\frac{k}{2})$— quyidagi tenglik bilan aniqlanadigan gamma-funksiya

$$F(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \qquad z>0 \text{ uchun} \qquad (3.7)$$

Tasodifiy kattalik U^2 ning matematik kutilishi erkinlik darajasi κ ga teng, dispersiyasi esa erkinlik darajasi sonini ikkilanganiga teng,

$$MU^2 = k, \qquad DU^2 = 2k. \qquad (3.8)$$

χ^2 – taqsimlanishga ega bo'lgan statistikalarni ko'rib chiqamiz. To'planma dispersiyasini taqsimlanishi ushbu taqsimlanish qonuni bilan yaqin bog'langan
$S^2 = S^2(x_1, x_2, ... x_n)$.

Agar normal taqsimlangan bosh to'plamni matematik kutilishi ($MX = \mu$) ma'lum bo'lsa, unda tanlanma dispersiya S_*^2 quyidagi ifoda bilan aniqlanadi

$$S_*^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2. \tag{3.9}$$

Unda statistika

$$\chi_*^2 = \frac{nS_*^2}{\sigma^2} \tag{3.10}$$

Erkinlik darajasi n bo'lgan X^2 –taqsimlanishga ega bo'lamiz. Haqiqatan ham (3.9) ni (3.10) ga qo'yib hosil qilamiz

$$\chi_*^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 \tag{3.11}$$

To'planmani hosil bo'lish shartidan

$$y_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

N (0,1) bog'liq bo'lmagan normalangan tasodifiy kattaliklar. U holda ta'rifga asosan χ_*^2 tasodifiy kattalik erkinlik darajasi n li taqsimlanishga ega, shuni isbot qilish talab qilingan edi.

Agar tasodifiy kattalikni matematik kutilishi oldindan ma'lum bo'lmasa, unda tanlanma dispersiya S^2 quyidagicha aniqlanadi:

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2. \tag{3.12}$$

Bu yerda $\bar{x}$ — x_i tasodifiy kattaliklarning o'rtacha arifmetik qiymati. Bu holda n - 1 erkinlik darajali χ^2 –taqsimlanish quyidagi statistikaga ega

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} \tag{3.13}$$

Amalda tasodifiy kattalikning σ o‘rtacha kvadratik chetlanishi ko‘pincha noma’lum bo‘ladi. Shuning uchun σ ga bog‘liq bo‘lmagan x ni o‘rtacha taqsimlanish qonunini aniqlash masalasi paydo bo‘ladi, bu masalani ingliz statisti Styudent yechishga muyassar bo‘ldi. Styudentni taqsimlanishi parametrlarni statistik baholash nazariyasida va statistik gipotezalarni tekshirishda keng qo‘llaniladi. Uni ta’rifini keltiramiz.

Agar tasodifiy kattalik Z $N(0,1)$ normalangan normal taqsimlanishga, U^2 kattaligi esa - k erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega bo‘lsa, bunda, Z va U o‘zaro bog‘liq bo‘lmasa, bu holda tasodifiy kattalik

$$T = \frac{Z}{U}\sqrt{k} \qquad (3.14)$$

Styudentning taqsimlanishi k erkinlik darajali (t-taqsimlanish) ga ega. Styudent taqsimlanishiga ega bo‘lgan tasodifiy kattalikning ehtimollik zichligi quyidagi formula bilan ifodalanadi

$$f_k(t) = \frac{F\left(\frac{k+1}{2}\right)}{F\left(\frac{1}{2}\right)F\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{t^2}{k}+1\right)^{\frac{k+1}{2}}} \qquad (3.15)$$

Styudent taqsimlanishiga ega bo‘lgan statistikaga misollar ko‘rib chiqamiz. Normal taqsimlanish qonunli $N(\mu,\sigma)$ bosh to‘plam X dan n hajmli tasodifiy to‘planma olingan bo‘lsin. U vaqtda $n-1$ erkinlik darajali Styudentning taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi

$$T = \frac{x-\mu}{S}\sqrt{n-1} \qquad (3.16)$$

Yuqorida ko‘rib o‘tilgan taqsimlanishlar bilan bir qatorda dispersion tahlilda F-taqsimlanish ham muhim rol o‘ynaydi. Bu taqsimlanish ikkita to‘planmalar dispersiyalarining nisbati ingliz statisti R Fisher tomonidan tadqiq qilingan. U ni ta’rifini keltiramiz.

Agar U_1^2 va U_2^2 lar – mos ravishda k_1 va k_2 erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega bo‘lgan yoki bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy kattaliklar bo‘lsa, u holda tasodifiy kattalik

$$F = \frac{U_1^2}{U_2^2}\frac{k_2}{k_1} \qquad (3.17)$$

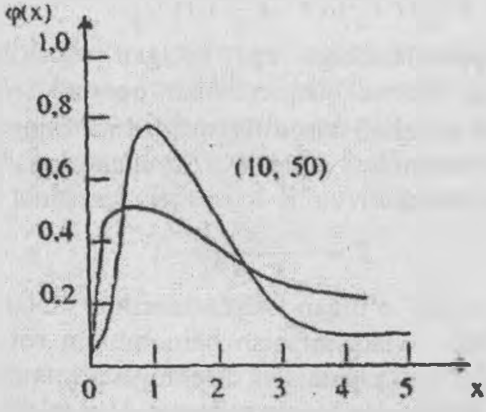
k_1 va k_2 erkinlik darajali Fisher taqsimlanishi (F-taqsimlanish) ga ega, bunda, $U_1^2 \geq U_2^2$.

k_1 va k_2 erkinlik darajali F-taqsimlanishning ehtimollik zichligi quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\varphi(f) = \frac{F\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)}{F\left(\frac{k_1}{2}\right)F\left(\frac{k_2}{2}\right)} \cdot \frac{f^{\left(\frac{k_1}{2}-1\right)}}{(f+1)^{\frac{k_1+k_2}{2}}} \quad (f>0). \qquad (3.18)$$

Bu nosimmetrik taqsimlanish bo‘ladi; uni ehtimollik zichligi 3.3-rasmda tasvirlangan.

F- taqsimlanish jadvallari mavjud bo‘lib, turli ehtimolliklarning α qiymatlari uchun va $P(F > f_a) = \alpha$. uchun ushbu tenglik k_1 va k_2 kattaliklarini birgalikda olib qaralganda f_a ni qiymatini ushbu jadvaldan olish mumkin.



3.3.-rasm. Erkinlik darajalarining soni $k_1 = 10$, $k_2 = 50$ va $k_1 = 10$, $k_2 = 4$ bo‘lgan Fisherning (G- taqsimlanish) taqsimlanish zichligini xarakterli ko‘rinishi.

Quyidagi to'planma dispersiyasini ko'rib chiqamiz

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{3.19}$$

Agar S_1^2 va S_1^2 lar teng o'rtacha kvadratik chetlanishli σ X va Y li normal bosh to'plamlardan n_1 va n_2 hajmli ikkita bog'liq bo'lmagan tanlab olingan dispersiyalari bo'lsa, u holda statistika quyidagicha bo'lishini ko'rsatamiz

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \tag{3.20}$$

erkinlik darajasi $n_1 — 1$ va n_2 — 1 bo'lgan Fisherning taqsimlanishiga ega, bu yerda

$$\bar{S}_1^2 > \bar{S}_2^2$$

ga asosan $\chi_1^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2}{\sigma^2}$ va $\chi_1^2 = \frac{(n_1-1)S_2^2}{\sigma^2}$ larning to'plamli xarakteristikalari erkinlik darajasi mos ravishda $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ li χ^2 taqsimlanishga ega. Shart bo'yicha χ_1^2 va χ_1^2 to'plamlar bir-biriga bog'liq emas. U holda ta'rifga asosan statistikaning F – taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi:

$$F = \frac{x_1^2}{x_2^2}\frac{n_2-1}{n_1-1} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \tag{3.21}$$

Erkinlik darajasining soni $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ li G – taqsimlanishga ega.

Parametrlarni statistik baholashning turlari. Funksional shakli ma'lum bo'lgan $F(x,\theta)$ taqsimlanish qonunli real bosh to'plam X dan θ taqsimlanishning noma'lum parametrini baholashni talab etuvchi $x_1, x_2, ..., x_p$ tanlanmani olamiz (yagona – soddalashtirish uchun). Har doim $\theta_*(x_1, x_2, ..., x_p)$ kuzatish natijalaridan kelib chiquvchi funksiyada θ parametrning bahosi sifatida keltirish mumkin bo'lgan cheksiz son mavjud bo'ladi. Savol tug'iladi: θ_n^* funksiyani u yaxshi bahoga ega bo'ladigan qanaqa xossalari bilan olish zarur? Qaralayotgan $x_1, x_2, ..., x_p$ xuddi har biri $F(x,\theta)$ taqsimlanish qonuniga ega bir xil taqsimlangan $x_1, x_2, ..., x_p$ mustaqil tasodifiy miqdorlar tizimlarining qiymati sifatida kuzatiladi va biz taqsimlanish qonunini θ parametrga bog'liq bo'lgan $\theta_n^*(x_1, x_2, ..., x_p)$ tasodifiy miqdorga ega bo'lamiz.

Shuning uchun ham baho sifatida alohida uning qiymatini emas, qiymatning katta seriyalardagi sinovlarda taqsimlanishi, ya'ni bahoning taqsimlanish qonuni sifatida qaraladi. Chunki $\theta_n^*(x_1, x_2, ..., x_p)$ qiymat θ ga yaqin bo'lishi lozim, ravshanki, θ_n^* tasodifiy miqdorning θ ga nisbatan yoyilishi imkoni boricha kichik bo'lishi talab qilinadi. Shunday qilib , eng yaxshi baho imkoni boricha eng kichik dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Bu bahoga bo'lgan asosiy talabdir.

Statistik baholash nazariyasi baholarning ikkita asosiy turini nazarda tutadi: nuqtali va intervalli.

Nuqtali baho deb, qiymati berilgan shartlarda bosh to'plamning θ parametrining qiymatiga eng ko'p yaqinlashish uchun qo'llaniladigan $\theta_n^*(x_1, x_2, ..., x_p)$ kuzatish natijalarining bir qancha funksiyalariga aytiladi.

Biroq kichik hajmli tanlanmalarda θ_n^* nuqtali baho parametrning qiymatidan farq qilishi mumkin, ya'ni qo'pol xatolikka olib keladi. Shuning uchun ham kichik hajmli tanlanmalarda ba'zida intervalli baholardan foydalaniladi.

Intervalli baho deb, bosh to'plamni baholanayotgan parametrining qiymatini tashkil qilish ehtimolligiga ega bo'lgan, nisbiy ravishda birga yaqin aniqlik bilan tasdiqlangan, tanlanmalar natijalari bo'yicha aniqlanuvchi $(\theta_1^* \theta_2^*)$ sonli intervalga aytiladi Birinchi nuqtali baholarni ko'rib chiqamiz. Nuqtali baholardan ba'zida boshlang'ich moment

$$M_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k \quad (3.22)$$

va markaziy moment

$$\mu_\beta = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^\beta, \qquad (3.23)$$

lar ishlatiladi, bu yerda $i=1,2,3,4,...$ – momentlar tartibi.

Nuqtali baholar nazariyasining asosiy muammosi – siljimaslik, samaradorlik va asoslanganlik talablariga javob beruvchi eng yaxshi bahoni tanlab olishdir.

Agar θ_n^* nuqtali bahoning matematik kutilmasi baholanayotgan parametr θ ga teng bo'lsa, u ajratilgan deyiladi:

$$M\theta_n^* = \theta \qquad (3.24)$$

V_n aralashish bilan mos keluvchi θ_n^* baho farq deb ataladi:

$$B_n = M\theta_n^* - \theta \qquad (3.25)$$

Agar $n \to \infty$da θ_n^* baho ehtimollik bo'yicha baholanayotgan parametrga intilsa, ya'ni ixtiyoriy $\varepsilon > 0$uchun

$$\lim_{n\to\infty} P(|\theta_n^* - \theta| < \varepsilon) = 1 \qquad (3.26)$$

shart bajarilsa, θ parametrning θ_n^* nuqtali bahosi asoslangan deyiladi.

Amaliyotda asoslangan baho odatda quyidagi shartlar bilan aniqlanadi:

1) qo'shilgan baho nolga teng bo'lganda $V_n = 0$ yoki $n \to \infty$ da nolga intilganda;

2) Dθ_n^*dispersiya bahosi $\lim_{n\to\infty} D\theta_n^* = 0$ tenglikni qanoatlantirganda.

Tanlanma bahosining dispersiyasi uning yana bir muhim xossasi – foydalilik bilan bog'liq. Bahoning foydaliligiga bo'lgan talab mantiqiy qoidalarga asoslanadi, agar parametrning bir qancha ajralgan baholariga ega bo'linsa, unda bahoni $D(\theta_n^*)$ eng kichik dispersiya bilan hisoblashga o'tiladi va bu holda baholashning olingan mavjud xatolari eng kichik bo'ladi.

Biroq foydali bahoni qidirish juda mashaqqatli va uzoq davom etadi hamda har doim ham yechimga ega bo'lavermaydi. Shuning uchun ham amaliyotda ba'zan nisbiy foydalilik tushunchasi ishlatiladi. θ_1^* va θ_2^* lar θ parametrning ajralgan baholari bo'lsin; unda bahoning nisbiy foydaliligi quyidagi munosabatdan aniqlanadi:

$$l = \frac{D(\theta_1^*)}{D(\theta_2^*)} \tag{3.27}$$

Agar $l > 1$ bo'lsa, unda θ_2^* baho θ_1^*.ga nisbatan foydaliroq bo'ladi.

Foydali baho dispersiya minimumi nuqtayi nazaridan parametrning eng yaxshi bahosi hisoblanadi. Biroq bunday bahoni olishni har doim ham imkoni mavjud emas. Baholarning foydali bahoga nisbatan yanada kengroq sinfini yetarli baholar tashkil qiladi. Yetarlilik tanlash paytida to'plangan va bosh to'plamning θ parametriga nisbatan qaror qabul qilish uchun lozim bo'lgan informatsiyalarning hajmi bilan bog'liq. Agar $p(x_1, x_2, \ldots x_n, I\theta_n^* = d)$ (bu yerda d — θ_n^* statistikaning konkret qiymati) shartli taqsimlanish bo'lishi mumkin bo'lgan barcha θ_n^* qiymatlardagi noma'lum parametrlardan kelib chiqmagan bo'lsa, θ parametrning θ_n^* bahosi yetarli deb ataladi.

Amaliyotda statistikaning yetarliligi odatda faktorlashtirish mezoni yordamida tekshiriladi. Ushbu mezonga asosan baho faqat to'g'ri o'xshashlik funksiyasi $L(x_1, x_1, \ldots x_n, I\theta)$ ni ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi ko'rinishida keltirish mumkin bo'lsa, ko'paytuvchilardan biri θ parametr va statistika θ_n^* larga bog'liq bo'lsa, ikkinchisi esa $x_1, x_2, \ldots, x_n$ kuzatishlarning natijalariga bog'liq va θ ga bog'liq emas, ya'ni

$$L(x_1, x_2, \ldots x_n | \theta) = G(\theta, \theta_n^*) H_1(x_1, x_2, \ldots x_n) \tag{3.28}$$

bo'lganda yetarli deb hisoblanadi.

Endi intervali baholarni ko'rib chiqamiz. Yuqorida ko'rib o'tilgan barcha baholar nuqtali bo'lib, bosh to'plamning noma'lum parametrini mos keluvchi statistika yordamida baholanildi.

Biroq nuqtali baho aniqlik darajasi va ishonchlilikning kam informatsiyalashganligi ko'rsatmasiz statistikaning kuzatilayotgan qiymati kabi shunchaki tasodifiy miqdorning xususiy qiymati hisoblanib qoladi.

Bu asosan kam hajmdagi tanlanmalarga tegishli bo'lib, nuqtali baho baholanayotgan parametrdan farq qilishi mumkin *bo'lsa*, unda u qo'pol xatolikka olib boradi.

Chunki θ parametrning θ^{*} bahosini ishonchliligi va aniqligi haqidagi ko'rsatmalarni olishda har bir ehtimolligi birga yaqin bo'lgan γ ni Δ bilan ko'rsatish mumkin, unda

$$\begin{gathered} P(|\theta^{*}-\theta|<\Delta)=P(-\Delta<\theta^{*}-\theta<\Delta)= \\ P(\theta^{*}-\Delta<\theta^{*}-\theta<\theta^{*}+\Delta)=\varphi \end{gathered} \tag{3.29}$$

θ^{*} baho Δ qanchalik kichik bo'lsa, berilgan γ ga nisbatan aniqroq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqib, tasodifiy chegarasi bilan θ parametrni qoplab oluvchi $(\theta^{*}-\Delta;\theta^{*}+\Delta)$ ishonchli interval γ ga teng .

Berilgan γ uchun Δ qanchalik kichik bo'lsa, θ^{*} baho shunchalik aniq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqadiki, ma'lum θ parametrni qoplab oluvchi tasodifiy chegarali $(\theta^{*}-\Delta;\theta^{*}+\Delta)$ ishonchli interval γ ga teng. Δ kattalik ishonchli intervalning yarmiga teng *bo'lib, bahoning aniqligi deyiladi, γ ehtimollik esa – baholarning* ishonchli ehtimolligi (yoki ishonchliligi).

Ishonchli intervalning qurilishini ko'rib chiqamiz. $N(\mu,\sigma)$ taqsimlanish qonunli, $x_1, x_2,..., x_n$ tasodifiy tanlanmadan olingan σ noma'lum o'rtacha kvadratik og'ishli, n hajmli va x o'rtacha qiymati hisoblangan X bosh to'plam bo'lsin. $\bar{x}$ statistikadan foydalanib μ uchun interval bahoni topish talab qilinadi.

μ parametrning interval bahosini qurish uchun quyidagi statistikadan foydalanamiz:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{S}\sqrt{n-1} \qquad (3.30)$$

Yuqorida biz berilgan statistika $n-1$ erkinlik darajasiga ega bo'lgan Styudent taqsimlanishiga ega ekanligini ko'rsatib o'tgan edik.

O'rta arifmetik qiymat - x va S tanlamaviy o'rta kvadratik og'ish X general to'plamdan olingan n hajmli tanlanmalarning natijalari bo'yicha aniqlanishini keltirib o'tamiz. Unda t- taqsimlanish jadvali bo'yicha $n-1$ erkinlik darajasi uchun quyidagi tenglik bajariladigan t_γ ning qiymatini topamiz:

$$p\left\{-t_\gamma \le \frac{\bar{x} - \mu}{S}\sqrt{n-1} \le t_\gamma\right\} = \gamma \qquad (3.31)$$

Tengsizlik o'zgartirilgandan so'ng μ parametrning ishonchli intervali uchun Styudent taqsimoti yordamida topilgan munosabatni olamiz:

$$p\left\{\bar{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n-1}} \le \mu \le \bar{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n-1}}\right\} = \gamma \qquad (3.32)$$

bu yerda baholarning aniqligi quyidagi tenglikdan aniqlanadi:

$$\Delta = t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n-1}}, \qquad (3.33)$$

3.4. Modellarning parametrik identifikatsiyasi Parametrlarning nuqtali baholarini topish uchun eng kichik kvadratlar va maksimal haqiqatnamolik usullarining qo'llanilishi

Tajriba yoki tajribaviy - analitik usullar yordamida qurilgan matematik modellar qiymati tajriba ma'lumotlari bo'yicha aniqlanadigan noma'lum o'zgarmaslardan tashkil topadi. Agar foydalanilayotgan modellar izlanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqli bo'lsa, unda ularni baholash masalasi chiziqli regressiya analizi usuli bilan, ba'zida eng kichik kvadratlar usuli bilan oson yechiladi.

Noma'lum parametrlarning bahosi eng kichik kvadratlar usulida nomuvofiqliklar kvadratlarining yig'indisini minimumlashtirish yordamida olib boriladi. Bunday yondashuv ko'pgina muhim holatlarda optimallik xususiyatlarni baholashga olib boradi.

Kuzatilayotgan y_i qiymatni

$$y_i = \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij}\theta_j + e_i, \quad i = 1,2,\dots,n, \tag{3.34}$$

ko'rinishiga keltiramiz, bu yerda $\theta_1,\dots,\theta_p$ – bahoga ega parametrlar; λ_{ij} – ma'lum koeffitsiyentlar; $(y_1,\dots,y_n)$ – kuzatuv natijalari; $(e_1,\dots,e_n)$ – kuzatuvning mo'ljaldagiga nisbatan xatosi, chunki

$$M\{e_i\} = 0,\ M\{e'_i e''_i\} = \begin{cases} 0, & 1 \le i' < i'' \le n \\ \sigma^2, & i' = i'', \end{cases} \tag{3.35}$$

Ya'ni kuzatuvning xatolari bir xil: nolinchi matematik kutilma va mustaqil dispersiyaga ega bo'ladi.

(3.34) kuzatish sxemasi chiziqli model deb ataladi. Bu modelni matritsa shaklida yozish qulay. $\bar{y}$ – kuzatuvning vektor-ustuni; Λ – (n^*r)-to'g'ri burchakli matritsaning koeffitsiyentlari; $\bar{\theta}$ – parametrlarning vektor-ustuni; $\bar{\varepsilon}$ – xatolarning vektor-ustuni, ya'ni

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{pmatrix},\ \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1p} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2p} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & & . \end{pmatrix},\ \bar{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ . \\ . \\ \theta_p \end{pmatrix},\ \bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

Unda (3.34) shartning matritsa shakli

$$\bar{y} = \Lambda\bar{\theta} + \bar{e} \tag{3.37}$$

munosabat bilan , (3.35) shart esa

$$M\{\bar{e}\} = 0,\ V(\bar{e}) = M\{\bar{e}^T\bar{e}\} = \sigma^2 I, \tag{3.38}$$

munosabat bilan teng kuchli bo'ladi, bu yerda, $V(\bar{e})$ – kuzatuv xatolarining kovariatsion matritsasi; I – birlik $(n \times n)$ matritsa; T – transponirlash belgisi.

Ushbu holda eng kichik kvadratlar usuli

$$Q = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \sum_{j=1}^{p}\lambda_{ij}\theta_j)^2 \tag{3.39}$$

kvadratlar yig'indisini minimumlashtirishga qo'llaniladi. Q minimum mavjud bo'lishining zaruriy sharti

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p), \tag{3.40}$$

yoki

$$\frac{\partial Q}{\partial \bar{\theta}_j} = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \sum_{j=1}^{p}\lambda_{ij}\theta_j = 0. \tag{3.41}$$

ko'rinishga ega.

(3.41) shart θ_j :parametrga nisbatan chiziqli tenglamalar tizimi ko'rinishida yoziladi:

$$\sum_{k=1}^{p} L_{jk}\theta_k = \sum_{i=1}^{n} y_i\lambda_{ij},\ (j = 1;2\dots, p), \tag{3.42}$$

bu yerda

$$L_{jk} = \sum_{i=1}^{n}\lambda_{ij}\lambda_{ik},\ (j,k = 1,2,\dots, p). \tag{3.43}$$

Ta'kidlash kerakki, bu tizim yomon tomonga o'zgarmagan, ya'ni uning aniqlovchisi

$$\Delta = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \neq 0, \qquad (3.44)$$

bo'lib, uning yagona $\theta_1, \theta_2 ..., \theta_p$ yechimini topamiz. Bu kattaliklar eng kichik kvadratlar bo'yicha olingan baholar deb ataladi. Ularni matritsa shaklida qidirish qulay. (3.36) belgilashdan foydalanib (3.39) ni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$Q = (\bar{y} - \Lambda\bar{\theta})^T(\bar{y} - \Lambda\bar{\theta}). \qquad (3.45)$$

Bunda (3.42) tizim quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\Lambda^T \bar{y} - \Lambda^T \Lambda \bar{\theta} = 0 \qquad (3.46).$$

Matritsa $\Lambda^T\Lambda$ — buzilmaganligini, bu shart $\Delta \neq 0$, shartga teng kuchliligini ta'kidlab, (3.46) dan qidirilayotgan $\bar{\theta}$: bahoning vektor ustunini topamiz:

$$\bar{\theta} = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \bar{y} \qquad (3.47).$$

Biroq modellarning ko'pchiligi parametrlar bo'yicha nochiziqli, chunki ularni baholashning usullari ahamiyatli darajada murakkablashgan. Bunday modellarni identifikatsiyalash protseduralarini yanada to'liqroq ko'rib chiqamiz. Apparatga jarayonni o'tkazuvchi mexanizmning m ta modellariga ega bo'linsin va ular quyidagi ko'rinishda keltirilsin:

$$\bar{\eta}_u^{(j)}(\bar{\theta}_j) = f^{(j)}(\bar{x}_u, \bar{\theta}_j), \ \bar{y}_u = \bar{\eta}_u^{(j)}(\bar{\theta}_j) + \bar{\varepsilon}_u, \qquad (3.48)$$

$$M\bar{e}_u = 0, \ \ D\bar{e}_u = \sigma^2 V \qquad (3.49)$$

yoki

$$\frac{d\bar{\eta}_u^{(j)}}{dt} = \bar{\varphi}^{(j)}(\bar{\eta}_u^{(j)}, \bar{x}_u, (\bar{\theta}_j), \bar{y}_u) = \bar{\eta}_u^{(j)}(\bar{\theta}_j) + \bar{\varepsilon}_u \tag{3.50}$$

$$M\bar{\varepsilon}_u = 0,\ D\bar{\varepsilon}_u = \sigma^2 V, \tag{3.51}$$

bu yerda:

$\bar{\theta}_j$ – j- nchi model uchun noma'lum parametrlarning p_j– o'lchamli vektori;

$\bar{x}_u$ – boshqariladigan o'zgaruvchilarning qo'lchamli vektori;

$\bar{e}_u$ – kuzatishlarni qayta tiklanuvchanligining xatolik vektori;

u – tajriba raqami;

M – matematik kutilmaning belgisi;

D – o'lchashlarning dispersion-kovariatsiya matritsasi;

σ^2 ,V – D ni tavsiflovchi skalyar ko'paytuvchi va ijobiy aniqlangan matritsa;

$\bar{y}_u$ – o'lchashlarning Q o'lchamli vektori;

$\bar{\eta}_u(\theta_j)$ – tizimlar javobining Q o'lchamli vektori.

Tasodifiy kattaliklarning o'rtasida odatda shunday bog'liqlik mavjud, bir kattalikning o'zgarishi boshqalarining taqsimlanishini o'zgartirib yuboradi. Bunday bog'liqlik stoxastik bog'liqlik deb ataladi.

Agar ikki X va U tasodifiy kattaliklar bog'liq bo'lmasa, unda bu kattaliklar yig'indisining dispersiyasi ular yig'indisiga teng bo'ladi:

$$D(X+Y) = D(X) + D(Y). \tag{3.52}$$

Agar ushbu tenglik bajarilmasa, unda X va Y kattaliklar bog'liq hisoblanadi. Dispersiya va matematik kutilmaning xossalari ta'riflaridan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} D\{X+Y\} &= M[X+Y-M(X+Y)]^2 = M[X-M(X)]^2 + \\ &2M\{[X-M(X)][Y-M(X)]\} + M[Y-M(Y)]^2 = \\ &= D(X) + 2M\{[X-M(X)][Y-M(Y)]\} + D(Y). \end{aligned} \tag{3.53}$$

Agar $$M[(X - m_x)(Y - m_y)] \neq 0. \qquad (3.54)$$

bo'lsa, X va Y kattaliklar orasida bog'liqlik mavjud bo'ladi. Oxirgi kattalik X va Y tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi deb ataladi va Cov_{xy} bilan belgilanadi.

β – tasodifiy kattaliklar matematik kutilmasining vektor ustuni, B – tasodifiy kattaliklarni tanlanmaviy qiymatlarini vektori bo'lsin. Unda

$$M[(B-\beta)(B-\beta^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{b1}^2 \; cov_{b1b2} \ldots cov_{b1bn} \\ cov_{b2b1} \; \sigma_{b2}^2 \ldots cov_{b2bn} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ cov_{bnb1} \; cov_{bnb2} \ldots \sigma_{bn}^2 \end{bmatrix} \qquad (3.55)$$

bu yerda σ_{bj}^2 – b_j tasodifiy kattaliklarning dispersiyasi; $cov b_j b_n$ – b_j va b_n tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi.

Oxirgi tenglamaning o'ng qismidagi matritsa dispersion – kovariatsiya matritsasi deyiladi. Uning diagonal elementlari o'zida tasodifiy kattaliklarning dispersiyasini, diagonal bo'lmaganlari esa ular o'rtasidagi statistik bog'liqlikni aniqlovchi tasodifiy kattaliklarga mos keluvchi kovariatsiyani namoyon qiladi.

Avval *yagona javobli modellarni*, ya'ni bitta chiqish o'zgaruvchili modellarni ko'rib chiqamiz. Modellarning noma'lum parametrlarini baholashda R.Fisher tomonidan taklif qilingan va katta tanlanmalar uchun olingan baholashning ishonchlilik intervali hamda gipotezalarning ko'p protsedurali tekshiruvlariga asoslangan *maksimal haqiqatnamolik* usulidan juda kam foydalaniladi.

Taqsimlanish qonuni f(x,v) ehtimollik zichligi bilan berilgan uzluksiz tasodifiy kattalikka ega bo'linsin. Haqiqatnamolik funksiyasini tuzamiz:

$$f_n(x_1, x_2, \ldots x_n; \theta) = f(x_1;\theta) f(x_2;\theta) \ldots f(x_n;\theta) \qquad (3.56)$$

bu yerda $x_1,...,x_n$ – tasodifiy kattaliklarning qayd qilingan qiymatlari, θ esa – parametrlarning vektori.

Usulning mohiyati shundaki, maksimal haqiqatnamolik $\theta_n = (\theta_1, \theta_2, ... \theta_p)$ parametrlarning bahosi sifatidagi f_n ni imkoni boricha katta qiymatga erishtiradigan $\theta_1, \theta_2, ... \theta_p$ qiymatlardan tashkil topadi.

Shunday qilib, f_n ning o'zi θ qiymatlarda ham maksimumga erishadi, lekin amaliyotda ba'zan haqiqatnamolikning logarifmik funksiyasi deb ataluvchi $\ln f_n$ = L funksiyadan foydalanish qulayroq. $\theta_1, \theta_2, ... \theta_p$ qiymatlar $x_1, x_2, ..., x_n$ tanlanmaning funksiyasi hisoblanadi va maksimal haqiqatnamolikning bahosi deb ataladi.

Maksimal haqiqatnamolik bahosini topish uchun quyidagi haqiqatnamolik tenglamalar tizimini $\theta_1, \theta_2, ... \theta_p$ ga nisbatan yechish lozim:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \ ..., \ \frac{\partial L}{\partial \theta_p} = 0 \qquad (3.57)$$

Agar xatolarning qayta tiklanuvchanlik taqsimoti ε_u oilasi muntazamlik shartlariga javob bersa, unda ko'p hollardagi maksimal haqiqatnamolik baholari tajribalar hajmi chegaralanmagan holda o'sganda haqiqiy qiymatga intilish ehtimolligi bo'yicha olingan parametrlarning baholari mohiyatidan kelib chiqib, asoslangan hisoblanadi. Muntazamlilik va asoslanganlik shartlari parametrlar baholarining asimptotik foydaliligini ta'minlaydi. Bundan tashqari, agar o'lchash xatolarining taqsimlanishi parametrik eksponensial tipga tegishli bo'lsa, unda $\bar{\theta}_j$ noma'lum parametrlarning vektor bahosi yetarli hisoblanadi, ya'ni boshlang'ich tajriba ma'lumotlarida ega bo'linadigan barcha zaruriy informatsiyalardan tashkil topadi. Shunday qilib, qidirilayotgan parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usulidan topiladigan bahosi $\bar{\varepsilon}_u$ xatolarning taqsimlanish funksiyasiga yetarlicha kuchsiz chegara qo'yilganda va katta tanlanmalarda ko'pgina muhim optimal xususiyatlarga ega bo'ladi.

Shunday qilib, noma'lum parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli bo'yicha topiluvchi baholari $\bar{\varepsilon}_u$ xatolar taqsimoti funksiyasiga yetarlicha kuchsiz chegaralanish berilganda va katta tanlanmalarda ko'pgina muhim optimal xususiyatlarga ega.

Maksimal haqiqatnamolik usulidan amaliy foydalanilganda odatda kuzatish xatolarining taqsimot zichligining ma'lum turi talab qilinadi, sababi modellarning noma'lum parametrlarini baholash bilan bir qatorda taqsimot zichligining noma'lum parametrlarini ham baholash mumkin.

Faraz qilamiz, M_j modellar uchun bir qancha yo'llar bilan $\bar{\theta}_j^*$ parametrlarning baholari olingan. Unda (3.48) tenglama bilan mos ravishda j-nchi modelni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$e_u^{(j)} = y_u^{(j)} - f(\bar{x}_u, \bar{\theta}_j^*) \quad (u = 1, ..., n), \qquad (3.58)$$

Bu yerda $e_u^{(j)}$ – $\bar{\theta}_j$ va M_j berilganlar uchun e_i tajriba xatolarining baholari; n – kuzatishlar soni.

n ta tajribalar o'tkazilgan bo'lsin. e_u tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish zichligini $p(e_u, \bar{\psi})$ orqali, $\bar{e} = (e_1, e_2, ... e_n)^T$ tasodifiy vektorning qo'shma taqsimlanish zichligini esa $p(e, \bar{\psi})$ orqali belgilaymiz, bu yerda $\bar{\psi}$ – taqsimlanish zichligining parametrlar vektori bo'lib, xususan qayta tiklanish dispersiyasi va matematik kutilmalar kattaliklarining normal zichliklari uchun tashkil qilinadi.

Unda $p(\bar{e}, \bar{\psi})$, ifodaga (3.58) munosabatdagi $e_u^{(j)}$ kattaliklarni qo'yish natijasida olingan tanlanmalarning $L^{(j)}(\bar{\theta}_j, \bar{\psi})$ haqiqatnamolik funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$L^{(j)}(\bar{\theta}_j^*, \bar{\psi}) = p(e^{(j)}(\bar{\theta}_j^*, \bar{\psi})) \qquad (3.59).$$

e_i ; $(i = 1,2,3,...)$ mustaqil tasodifiy kattaliklar uchun tanlamalarning haqiqatnamolik funksiyasi quyidagicha aniqlaniladi:

$$L^{(j)}(\bar{\theta}_j^*,\bar{\psi})=\prod_{u=1}^{b} p(e^{(j)}(\bar{\theta}_j^*,\bar{\psi})) \quad (3.60).$$

Shunday qilib, kuzatishlar xatolari tanlanmalarining haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(j)}(\theta_j^*,\bar{\psi})$, kuzatishlar xuddi bir qancha fiksatsiyalangan kattaliklar sifatida, parametrlar esa xuddi o'zgaruvchilar sifatida qaralganda $\bar{\theta}_j$ *va* $\bar{\Psi}$ parametrlar uchun ham $y_1,y_2,...y_n$ kuzatishlar to'plami uchun ham $p(e^{(j)}(\bar{\theta}_j^*),\bar{\psi})$, tanlanmalarning taqsimlanish zichligi hisoblanadi.

Maksimal haqiqatnamolik usuliga muvofiq parametrlarning eng yaxshi bahosi bo'lib, kuzatishlarning olingan haqiqiy qiymatlariga mos kelishining maksimal ehtimolligi bilan yoziladigan baholar hisoblanadi. Shuning uchun parametrlarni baholash masalasi quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}_j^*$ va $\vec{\psi}^*$ aniqlikda olib boriladi:

$$L^{(j)}(\bar{\theta}_j^*,\bar{\psi}^*)=\max_{\theta_j,\psi} L^{(j)}(\bar{\theta}_j,\bar{\psi})) \quad (3.61)$$

Taqsimlanish zichligidan kelib chiqib kuzatishlar xatolarining ehtimolligi e konkret ko'rinishli $L^{(j)}(\bar{\theta}_j,\bar{\psi})$ funksiya bilan aniqlanadi. Agar e_u $(i=1,2,3,...)$ tasodifiy kattaliklar mustaqil va nolli o'rtacha va ma'lum dispersiya bilan normal taqsimlangan bo'lsa, unda $L^{(j)}(\bar{\theta}_j,\bar{\psi})$ funksiya quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$L^{(j)}(\bar{\theta}_j,\bar{\psi})=\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}}\cdot\exp(-\frac{1}{2}\sum_{u=1}^{n}\frac{(y_u-f(\bar{x}_u,\bar{\theta}_j))^2}{\sigma_u^2} \quad (3.62)$$

Unda $\bar{\theta}_j^*$ parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli asosida olingan baholari eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan baholarga, ya'ni kuzatish xatolari kvadratlarining mutlaq yig'indisi minimallashtirilgandagi baholarga ekvivalent bo'ladi:

$$\Phi^{(J)}(\bar{\theta}_j^*)=\min_{\theta_j}\Phi^{(J)}(\bar{\theta}_j)=\min_{\theta_j}\sum_{u=1}^{n}\frac{[e_u^{(J)}(\bar{\theta}_j)]^2}{\sigma_u^2} \qquad (3.63)$$

Noma'lum, lekin teng dispersiyalarda kuzatishlarning (3.63) ifodasi quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$F^{(J)}(\bar{\theta}_j^*)=\min_{\theta_j}F^{(J)}(\bar{\theta}_j)=\min_{\theta_j}\sum_{u=1}^{n}[e_u^{(J)}(\bar{\theta}_j)]^2 \qquad (3.64)$$

Shuni qayd qilish kerakki, kuzatishlarning xatolari normal taqsimlanganda θ_j parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli va eng kichik kvadratlar usuli bilan topilgan baholari bir - biriga mos keladi va shuning uchun ham ular umumiy optimal xossalarga ega.

Ko'p yechimli modellar uchun, ya'ni bir qancha o'zgaruvchan diodli modellar uchun tanlanmalarning haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(J)}(\bar{\theta}_j^*,\bar{\psi})$ tanlanmalar xatolarining mustaqil normal taqsimlanishida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$L^{(J)}(\bar{\theta}_j^*,\bar{\psi}^*)=\prod_{u=1}^{b}p(\bar{e}^{(J)}(\bar{\theta}_j^*),\bar{\psi}^*)=$$

$$=(2\pi)^{-Qn/2}\det(\textstyle\sum)^{-n/2}\exp[-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{Q}\sum_{l=1}^{Q}\sigma^{kl}\sum_{u=1}^{n}e_{uk}e_{ul}]= \qquad 3.65)$$

$$=((2\pi)^{-Qn/2}\det(\textstyle\sum)^{-n/2}\exp[-\frac{1}{2}Sp(\textstyle\sum^{-1}A(\bar{\theta}_j^*))],$$

bu yerda $\bar{e}_u^j=\bar{y}_u-\bar{f}^{(J)}(\bar{x}_u,\bar{\theta}_j^*)=(e_{u1}^j(\bar{\theta}_j^*),\ldots e_{uQ}^j(\bar{\theta}_j^*))^T$, $\bar{y}_u$ – u-o'lchamli o'lchashlar vektori; $\bar{f}^{(J)}(\bar{x}_u,\bar{\theta}_j^*)$ o'chamli vektor funksiya bo'lib, o'lchashlarning M_j, $\sum=\{\sigma_{kl}\}_{Q\times Q}$ dispersion-kovariatsiya matritsasi modeliga mos keladi; ^{t} — transportirlash indeksi; bunda,

$$A(\bar{\theta}_i^*) = \sum e_*'(\bar{\theta}_j^*) e_*'(\bar{\theta}_i^*) \; , \tag{3.66}$$

$$\sum^{-1} = (\sigma^{ij})_{Q \times Q} \tag{3.67}$$

Maksimal haqiqatnamolik tamoyili bilan mos ravishda parametrlarning maksimal haqiqatnamoligi bahosi $\bar{\theta}_i^*$ o'zgarishlarning ma'lum dispersion-kovariatsiyali matritsasida $L^{(I)}(\bar{\theta}_i^*, \bar{\psi}^*)$ ni maksimallashtiradi, agar $\bar{\theta}_i^*$ vektor parametrlar $Sp(\sum^{-1} A(\bar{\theta}_i^*))$: kattalikni minimalashtirsa quyidagi kelib chiqadi:

$$SS_1(\bar{\theta}_j^*) = Sp(\sum^{-1} A(\bar{\theta}_i^*)) = \min_{\bar{\theta}_i^*} Sp(\sum^{-1} A(\bar{\theta}_j^*)). \tag{3.68}$$

Agar matritsa $\sum$ - diagonal matritsa bo'lsa, unda $Sp(\sum^{-1} A(\bar{\theta}_i^*))$ o'zida qoldiqlar kvadratlarining mutlaq yig'indisini namoyon qiladi, ravshanki, $Q = 1$ da (3.68) ifoda (3.63) ifoda bilan mos tushadi.

Agar kuzatishlar xatolarining dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi tekshirilmaganligi noma'lum bo'lsa, unda Bayes yondashuvidan foydalanib $Sp(\sum^{-1} A(\bar{\theta}_j^*))$ parametri bo'yicha minimumlashtirilib maksimal haqiqatnamolik parametrlarining baholari olinadi:

$$SS_2(\bar{\theta}_j^*) = \det A(\bar{\theta}_j^*) = \min_{\bar{\theta}_i^*} \det(\bar{\theta}_j^*). \tag{3.69}$$

Kuzatuvlarning xatolari normaldan eng yaxshilariga taqsimlangan hollarda maksimal haqiqatnamolik usulidan foydalanish (3.63), (3.64), (3.68) larga qaraganda hisobiy va tajribaviy ma'lumotlarning yaqinligi darajasini tavsiflovchi boshqa mezonlarga olib boradi. Kamdan - kam hollarda, agar xato Laplas bo'yicha taqsimlangan bo'lsa, unda yagona javobli vaziyatlar uchun eng kichik modullar usulidan quyidagi mezonga mos ravishda foydalanish lozim:

$$SS_3(\bar{\theta}_j^*) = \sum_{u=1}^{n} \left| e_u^{(j)}(\bar{\theta}_j^*) \right| = \min_{\theta_j} \left| e_u^{(j)}(\bar{\theta}_j) \right|. \qquad (3.70)$$

Parametrlarning intervalli baholari. Yuqorida modellarning qidirilayotgan parametrlarining maksimal haqiqatnamolik usuli bilan topiladigan nuqtali baholari haqida gapirildi. Oxirgi baho hech bo'lmaganda bir qancha asimptotik xossalarga ega, lekin aynan kichik tanlanmalarda modellarning nochiziqli o'lchami va aniqlanilayotgan baholarning aniqligi haqidagi muhim qo'shimcha axborotlarni ta'minlab bera olmaydi. Bunday axborot ishonchli sohalarning tavsiflaridan tashkil topadi.

Taqsimlanish funksiyalarining bir nechta parametrlari (parametrlar to'plami) uchun ishonchlilik intervali (ishonchlilik sohasi) parametrik fazodagi interval (soha) bo'lib, o'lchanayotgan kattaliklarning yetarlilik statistikasi va ular ega bo'lgan xossalar bilan aniqlaniladi, chunki u parametrning «haqiqiy» qiymatini tashkil qilish ehtimoli bo'lib, oldinga qo'yilgan α qiymatga eng oxirgi o'lcham bo'yicha teng. α kattalik ishonchli sath deb ataladi.

Avval $f(\bar{x},\bar{\theta})$ model parametrlar (ya'ni $f(\bar{x},\bar{\theta}) = x\bar{\theta}$) ning chiziqli funksiyasi hisoblangan holni ko'rib chiqamiz. Maksimal haqiqatnamolikning $\hat{\theta}$ baholari bu yerda eng yaxshi chiziqli ajratilgan $\hat{\theta}$ baholari hisoblanadi va θ ning aniq ishonchli sohasini $res(\bar{e})$ kvadratlarning qoldiq yig'indisi va $reg(\bar{e})$ shartli regressiyalar kvadratlarining yig'indisiga $\bar{e}^T\bar{e}$ kvadratlar yig'indisining dekompozitsiyalaridan foydalanib qurish mumkin, ya'ni

$$\bar{e}^T\bar{e} = reg(\bar{e}) + res(\bar{e}), \qquad (3.71)$$

bu yerda $\bar{e} = (e_1, e_2, ..., e_n)^T$, $reg(\bar{e}) = (x^T\bar{e})^T(x^Tx)^{-1}(x^T\bar{e})$ r rangga ega va $reg(\bar{e})/\sigma^2$ tasodifiy kattalik r erkinlik darajali χ^2 - taqsimlanishga ega. Bu yerda

$$res(\bar{e}) = \bar{e}^T\bar{e} - reg(\bar{e}), \qquad (3.72)$$

$n-r$ rangga va $n-r$ erkinlik darajali $\sigma^2\chi^2$ –taqsimlanishga ega. Unda θ uchun aniq 100 α% li ishonchli soha quyidagi tengsizlikdan aniqlanadi:

$$reg(\bar{y} - x\bar{\theta})/res(\bar{y} - x\bar{\theta}) \le pF(a, p, n-p)/(n-p), \qquad (3.73)$$

bu yerda, $F(\alpha; r, n-r) - r$ va $n-r$ erkinlik darajalari uchun G taqsimlanishning 100 α %li yuqori nuqtasi; $\bar{y}$ – kuzatishlar vektori.

Kvadratlar qoldiq yig'indisining $\bar{\theta}$ yetarlilik bahosi $\bar{\theta}$ ga bog'liq bo'lmagan hollarda faqatgina x va $\bar{y}$ larga bog'liq bo'ladi.

Endi umumiy integral ko'rinishi xuddi $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ kabi yozilishi mumkin bo'lgan modellarning nochiziqli nisbiy parametrlari holatidagi θ parametrlar uchun aniq ishonchli sohalarni qurish masalalarini ko'rib chiqamiz. Berilgan masala chiziqli holatlar bilan solishtirilganda xuddi parametrlari bo'yicha nochiziqli modellar statistik yetarli to'plamga ega bo'lmagani kabi keskin murakkablashib ketadi. Biroq $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ uchun muntazamlikning ma'lum shartlarida va ko'p o'lchamli $y_u, (u = 1, \dots n)$ normal taqsimlanishda θ uchun yetarlilik bilan birga statistik to'plamga ega bo'linadi; bu faqat va faqat $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ chiziqli bo'lganda o'rinli, ya'ni quyidagi ko'rinishga keltirilishi mumkin:

$$f(\bar{x}_u \bar{\theta}) = \sum w_i(\bar{\theta})\, U_{ui}. \qquad (3.74)$$

bu yerda, $w_i(\bar{\theta})$ $(i = 1, 2, 3, \dots)$– $\bar{\theta}$ning uzluksiz funksiyalari; $U = \{u_{ui}\}$ – $x \times p$ o'lchamli va r rangli matritsa. U matritsaning elementlari θ ga funksional bog'lanmagan. Biroq umumiy holda $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ (3.74) dagi ko'rinishda keltirilishi mumkin emas, hech bo'lmaganda ba'zida yetarlicha aniq r a'zoli chiziqli (3.74) shaklida approksimatsiya qilinadi. Bunda ba'zan $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ funksiyalarni dastlabki qayta parametrlashtirishni o'tkazish talab qilinadi.

$f(\bar{x}, \bar{\theta})$ ni chiziqli shaklda approksimatsiyalash uchun $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ ni oxirgi qisqartirishlar bilan ko'p o'lchamli qatorlarga yoyish lozim.

$w_i(\bar{\theta})$ tanlov shunday bo'ladiki, unda qisqartirilgan qatorlar bilan $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ ga eng yaxshi yaqinlashishga erishiladi. Keyin quyidagi kvadratik shakllar tanlanadi,

$$reg(\bar{e}) = (U^T\bar{e})^T(U^TU)^{-1}(U\ \bar{e}), \tag{3.75}$$

$$res(\bar{e}) = \bar{e}^T\bar{e} - reg(\bar{e}), \tag{3.76}$$

chunki θ uchun 100 α % li ishonchli soha quriladi. Bunda approksimatsiyalash (3.74) ning aniqligi (3.73)da bajariladigan ehtimollik baholarining aniqligiga amaliy ta'sir qilmaydi. Biroq $res(\bar{e}) = res(\bar{y} - f(\bar{x},\bar{\theta}))$ va (3.73) tengsizlikning maxraji nochiziqli bo'lganda $f(\bar{x},\bar{\theta})$ modellar $\bar{\theta}$ ga bog'liq bo'lib, bu bog'liqlik «yaxshi» approksimatsiyalarda ham «kuchsiz» dir. Albatta, nochiziqli hollarda (3.75) dagi U tanlanma ($reg(\bar{e})$) ga ham tegishli) yagona emas.

Shunday qilib, umumiy hollarda nochiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun olingan natijalarining katta qismini chiziqli modellar uchun qo'llab bo'lmaydi. Ayni payti agar o'lchash xatosi normal bo'lsa, parametrlar vektori kattaliklar bilan normal taqsimlanmagan bo'lishi mumkin.

Keyin, $res(\bar{e})/(n-p) = res(\bar{y} - f(\bar{x},\bar{\theta}))/(n-p) = S^2$ σ^2 baholar bilan olinmagan bo'lishi majburiy emas. Bundan tashqari $\bar{\theta}$ vektor parametrlar bahosining dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi $\sigma^2(x^T x)^{-1}$ matritsadan farq qilishi mumkin.

Taxminan 100 α % li ishonchli sohani quyidagi tengsizlik yordamida aniqlash mumkin:

$$S(\bar{\theta}) \le S(\hat{\bar{\theta}})\left\{1 + \frac{p}{n-p}F_{\alpha}(p, n-p)\right\}, \tag{3.77}$$

bu yerda, $\bar{\theta}$ — parametrlar vektorining maksimal haqiqatnamolik bahosi, $\bar{\theta}$ doimiy dispersiyali normal taqsimlangan o'lchashlar uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi uchun berilgan:

$$S(\hat{\bar{\theta}}) = \sum_{u=1}^{n}(y_u - f(x_u,\bar{\theta}))^2. \tag{3.78}$$

Chiziqli hollarda (3.77) ifoda aniq 100α%li ishonchli sohani beradi, biroq nochiziqli hollarda ishonchli ehtimollik shunchaki 100α % ga yaqinlashadi.

Chiziqli modellar uchun $S(\bar{\theta})$ o'zida kvadratik shaklni namoyon qiladi va shundan kelib chiqib, ishonchli soha elliptik hisoblanadi hamda shu qoidaga ko'ra nosimmetrik va bananga o'xshash bo'ladi. Agar nochiziqli parametrlashtirilgan model faqat ikkita parametrdan tashkil topgan bo'lsa, unda ishonchli intervallar konturini nisbatan oson qursa bo'ladi. Agar parametrlar soni ikkitadan ko'p bo'lsa, unda koordinata tekisliklarining kesishishiga to'g'ri keluvchilarini o'chirish mumkin. Ko'rilayotgan protsedura ishonchli sohani qurishga tegishli, biroq muhim asimptotik xossasi jihatidan haqiqiy ishonchli ehtimollik tanlanma hajmi cheksiz o'sganda tanlab olinmagan qiymatlarga intiladi. $\bar{\theta}$ parametrlar baholarining muntazamligi ma'lum shartlarda asoslangan va asimptotik normal ekanligi ko'rsatilgan. Bunday hollarda quyidagi tengsizlikni qanoatlantiruvchi $\bar{\theta}$ to'plam $\bar{\theta}$ uchun asimptotik 100α % li ishonchli sohani aniqlaydi:

$$S(\bar{\theta}) - S(\hat{\bar{\theta}}) \le \chi^2_\alpha(p), \tag{3.79}$$

Ko'p hollarda nochiziqli modellardagi parametrlarni baholashning barchasi tajriba ma'lumotlarining katta bo'lmagan to'plamida o'tkaziladi va shuning uchun ham asimptotik nazariya natijalari amaliyotda kam foydalidir.

Nochiziqli modellar parametrlarining ishonchli intervallarini qurishni nochiziqli modellarning darajalarini hisobga olgan holda olib boriladi. $f(\bar{x},\bar{\theta})$ nochiziqlilik darajasida qatnashuvchi o'lcham qanaqadir nochiziqli - parametrlashgan $f(\bar{x},\bar{\theta})$ modellar uchun sezilarli xatolarsiz $f(\bar{x},\bar{\theta})$ ning o'rniga chiziqlantirilgan modellardan foydalanib ishonchli sohani qurish mumkinligini o'rnatishni taqozo etadi. Biroq nochiziqlilik o'lcham kattaliklarida ishonchli sohani qurishning ushbu usuli foydasiz bo'lib qoladi.

Nochiziqli modellar parametrlarining intervalli baholari hisoblash ishlariga nisbatan kam xarajatlar bilan izlanayotgan parametrga yaqinlashishning ketma - ket baholari usuli (Jek – Nayf usuli) bilan olishga yo'l qo'yadi. Bu usul o'lchash xatoliklarining normalligi yoki ularning bir xilligi (o'xshashligi) haqida hech

...lay farazlarni talab qilmaydigan usul hisoblanib, asimptotik ...mal taqsimlangan $\bar{\theta}$ baholarni aniqlash imkonini beradi.

Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli. $n = gh$, bo'lsin, bu yerda n, g, h – algebraik ko'rinishda keltirilgan $f(\bar{x}, \bar{\theta})$ yagona javobli modelning butun sonlari. n-o'lchamli o'lchashlar vektori $\bar{y}$ ni har biri h o'lchamli nimvektorlar $\bar{y}_i\ (i = 1, \ldots, g)$, ga ajratamiz. Shundan so'ng $\bar{\theta}$ — izlanayotgan parametrlarning o'lchashlarning $\bar{y}$ vektori bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi, $\bar{\theta}$ esa – $\bar{\theta}$ ning o'lchashlarning $\bar{y}$ vektori bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi bo'lib, $\bar{y}$ nimvektorlardan olingan bo'lsin, unda g ...ta baho $\bar{\theta}$ quyidagi ko'rinishda hisoblanadi:

$$\bar{\bar{\theta}}_i = g\hat{\bar{\theta}} - (g-1)\hat{\bar{\theta}}_{-1} \quad (i = 1, \ldots, g). \tag{3.80}$$

(3.80) munosabat nochiziqli modellardagi parametrlarning interval baholarini qurish uchun ishlatiladi. Buning uchun θ_l jeknayf bahosini xuddi o'rtacha tanlanmali $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \ldots, \bar{\theta}_g$, tanlanma vektori sifatida aniqlaymiz, ya'ni

$$\hat{\bar{\theta}}_J = \frac{1}{g}\sum_{i=1}^{g}\tilde{\bar{\theta}}_i \tag{3.81}$$

va $\theta_i (i = 1, \ldots, g)$: uchun tanlanmaviy dispersiya – kovariatsiya matritsasi S:

$$S = \frac{1}{g-1}\sum_{i=1}^{g}(\tilde{\bar{\theta}}_i - \hat{\bar{\theta}}_J)(\tilde{\bar{\theta}}_i - \hat{\bar{\theta}}_J)^T. \tag{3.82}$$

Bir o'lchamli hollardagi ishonchli intervalni hisoblash va o'rtacha qiymat haqidagi farazlarni tekshirish uchun odatda tanlanmali o'rtacha qiymat θ va bosh to'plamning gipotetik matematik kutilmasi θ o'rtasidagi farqni o'rtacha kvadratik og'ish σ ga bo'lish natijasida olinadigan statistikadan foydalaniladi. Agar tanlanma(θ, σ^2) to'plamdan olingan bo'lsa, unda

$$t = \sqrt{g}\,\frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma} \tag{3.83}$$

kattalik yaxshigina ma'lum bo'lgan g-1 erkinlik darajasiga ega Styudent taqsimlanishiga ega bo'ladi, bu yerda g – tanlanmaning hajmi. Bunga asoslanib, $\theta - \theta_0$, farazlarni tekshirish uchun mezonlarni tuzish mumkin, bu yerda θ_0 – berilgan son, yoki noma'lum parametr θ uchun ishonchli intervalni qurish mumkin.

Ko'p o'lchamli analog bilan t kattalikning kvadrati (3.83) formuladan aniqlanadi va quyidagi kattalik hisoblanadi:

$$T^2 = g(\hat{\bar{\theta}}-\bar{\theta})^T S^{-1}(\hat{\bar{\theta}}-\bar{\theta}), \tag{3.84}$$

bu yerda, $\bar{\theta}$ – o'rtacha qiymat vektori, S – g hajmli tanlanmaning kovariatsiyaviy matritsasi.

Ikkita tanlanma uchun T^2 – statistika Xotelling tomonidan taklif qilingan. Xotellingning T^2 – statistikasini quramiz. Agar $\bar{\theta}$ – ko'p o'lchamli $N(\bar{\theta},\sum)$, normal taqsimlanishning o'rtacha qiymati bo'lsa, g hajmli tanlanma o'rtacha $\bar{\theta}_j$ va tanlanmali kovariatsiyaviy matritsa S bilan shunday olinadiki, unda

$$g(\tilde{\bar{\theta}} - \hat{\bar{\theta}}_l)S^{-1}(\tilde{\bar{\theta}} - \hat{\bar{\theta}}_l) \le T_0^2(a), \tag{3.85}$$

(1 - α) ga teng bo'ladi, bu yerda α – qiymat darajasi va

$$T_0^2(a) = \frac{(g-1)p}{g-p} F_{p,g-p}(a). \tag{3.86}$$

Koordinatalari (3.85) shartni qanoatlantiruvchi $\bar{\theta}$ nuqtalar to'plami r – o'lchamli fazoda o'lchami va shakli S^{-1} va qiymat darajasi α ga bog'liq bo'lgan giperellipsoidni aks ettiradi. (3.85) shartni qanoatlantiruvchi ellipsoid, albatta, xuddi $\bar{\bar{\theta}}_1, \bar{\bar{\theta}}_2, ..., \bar{\bar{\theta}}_g$ tasodifiy tanlanma kabi tasodifiy hisoblanishini belgilab o'tamiz.

$g \neq n$ da $\hat{\bar{\theta}}_g$ bahoning raqamli qiymati kuzatish vektorini $\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_g$ nimvektorlarga dastlabki tarqatilishiga bog'liq, shuningdek, shaxsiy kuzatuv umumiy holda bir xil bo'lmagan taqsimlanishga ega. Agar tajriba rejasi har biri m nuqtalardan $(n = km)$, iborat κ takroriy o'lchashlarni o'tkazish nazarda tutilgan bo'lsa, unda odatda g = k tanlanadi va jeknayf protseduralarini konstruksiyalashda to'liq replikani bittadan ketma - ketlik bo'yicha takror qiladi. Ba'zan bu protseduralarni qo'llashda $h = 1$ bo'ladi, chunki $\bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_g$ nimvektorlarga tarqatishdagi noaniqliklarni bartaraf qilishda yanada ishonchliroq natijalarni beradi.

Parametrlarni Beyes bo'yicha baholanishi. Yuqorida ko'rib chiqilgan nochiziqli modellar parametrlarining baholari usullarida ko'p hollarda izlanuvchining ixtiyorida bo'ladigan parametrlar haqidagi tekshirilmagan (tajribagacha ma'lum bo'lgan) axborotlar umuman ishlatilmaydi. Ishning mohiyati shundaki, amaliy jihatdan har doim tadqiqotchi tajriba tashkil etilguncha modellarning raqamli parametrlari haqida bir qancha ko'rsatmalarga ega bo'ladi. Xususan o'rganilayotgan jarayonning fizik mohiyatidan kelib chiqib, u iloji bo'lmagan qiymatlarni parametrlar qatoridan olib tashlashi mumkin yoki parametrlarning raqamli qiymatlarining birorta afzal ko'rilganini boshqasining o'rniga qo'yiladi. Tadqiqodchi o'zining barcha tajribada tekshirilmagan ma'lumotlarini parametrlarning tekshirilmagan $F_0(\bar{\theta})$ taqsimlanishi yoki $p_0(\bar{\theta})$ tekshirilmagan taqsimlanish zichligi deb ataluvchi tekshirilmaganlarga solib qo'yadi. Parametrlarning taqsimlanish zichligining funksiyasi $p_0(\bar{\theta})$ ijobiy hisoblanadi va quyidagi xossalarga ega bo'ladi; agar $\bar{\theta}_1$ parametrlarning vektor qiymati $\bar{\theta}_2$ qiymatga haqiqatnamo bo'lsa, $p_0(\bar{\theta}_1)/p_0(\bar{\theta}_2) > 1$ bo'ladi. Bunda $\int p_0(\bar{\theta})d\bar{\theta} = 1$ normallashtirish shartining bajarilishi talab qilinmaydi. Ko'rinib turibdiki, parametrlar taqsimlanishining tekshirilmagan teng o'lchamli zichligi $p_0(\bar{\theta})$ - const vaziyatni parametrlar mavjud bo'lishining ruxsat etilgan sohasidagi barcha qiymatlar teng ehtimollikka ega bo'lganda tavsiflaydi.

O'rganilayotgan jarayon va parametrlar taqsimlanishini tekshirilmagan zichligining tuzilishi haqidagi ma'lumotlar shakllantirilgandan keyin tadqiqodchi tajribani o'tkazadi. Bunda barcha tajribaviy axborotlar haqiqatnamolik funksiyasi $L(\bar{\theta}|\bar{y})$. ga mujassamlashtiriladi. Unda $\bar{\theta}$ parametrlarni tavsiflovchi barcha axborotlar tekshirilgan (tajribadan keyin olingan) taqsimlanish zichligi $p(\bar{\theta}|\bar{y})$ ga to'planadi va $p(\bar{\theta}|\bar{y})$ Beyes teoremasiga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$p(\bar{\theta}|\bar{y}) = const\ L(\bar{\theta}|\bar{y})\,p_0(\bar{\theta}) \tag{3.87}$$

bu yerda

$$const = \int L(\bar{\theta}|\bar{y})\,p_0(\bar{\theta})d\bar{\theta} \tag{3.88}$$

$p(\bar{\theta}|\bar{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi tuzilgandan keyin $\bar{\theta}$ parametrlar vektorining nuqtali baholarini bevosita hisobiga o'tiladi. Statistikada tekshirilmagan axborotlardan foydalanib $p(\bar{\theta}|\bar{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi bo'yicha hisoblanadigan $\bar{\theta}$ baholar beyes baholari nomini oladi, deyarli barcha fizik - kimyoviy izlanishlarda parametrlarning beyesov baholari sifatida quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\bar{\theta}^*$ baholar ishlatiladi,

$$p(\bar{\theta}^*|\bar{y}) = \max_{\theta} p(\bar{\theta}\ |\bar{y}), \tag{3.89}$$

bu shart maksimal haqiqatnamolik usulini beyesov masalasiga yagona umumlashtirish hisoblanadi.

$\bar{\theta}^*$ baholar ba'zida umumlashtirilgan maksimal haqiqatnamo baholar deyiladi. Xususan, ular, agar $p_0(\theta)$ taqsimlanish zichligi teng o'lchamli bo'lsa, maksimal haqiqatnamolik baholari bilan mos tushadi. Bundan tashqari, parametrlar haqiqiy qiymatlarining vektori $\bar{\theta}^*_{haq}$ ixtiyoriy $p_0(\theta)$ va tanlanmaning hajmi chegaralanmagan holda oshganda $\bar{\theta}^*$ ga intiladi. Shundan kelib chiqib, $\bar{\theta}^*$ baholar asoslanganlik va asimptotik foydalilik xossalariga, shuningdek, maksimal haqiqatnamolik baholari ham.

Xulosada shuni ko'rsatib o'tamizki, parametrlar taqsimlanishining aniq tekshirilgan zichligi $\bar{\theta}$ ni faqat chiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun qurish mumkin. Biroq kimyoviy - texnologiya jarayonlarining modellarining ko'pchiligi nochiziqli parametrlashtirilgan. Shuning uchun odatda parametrlar bo'yicha chiziqlantirish talab qilinadi.

3.5. Modellarning monandligini tekshirish

Modellarning monanadlik mezonlari. Obyektning matematik modeli uni qabul qilingan taxminiy o'xshashlik doirasida aniqlash hisoblanadi. Shuning uchun ham model va obyektda olinadigan o'zgaruvchilarning qiymatlari bir - biridan farq qiladi. Bu yerda modellarni haqiqiy obyektga yaqinligini o'rnatish (modellarning monandlini o'rnatish) masalasi yuzaga keladi. Avvalo, monandlikka tekshirish va o'rnatishga yaqinlashish uchun obyekt va modellarning mosligi haqida xulosa qilishga imkon beruvchi mezonlarni ishlab chiqish zarur. Ular asosan dispersiyaviy tahlil va qoldiqlar tahlili usullariga asoslanadi. Modellarning dispersiyaviy tahlili usuli $e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) = y_u^{(j)} - f^{(j)}(\bar{x}_u, \vec{\theta}_j)$ qoldiq kattaliklarini o'lchash xatoliklarini tavsiflovchi e_u kattaliklar bilan solishtirish uchun ishlatiladi. Bunday solishtirishdan foydalanib, tadqiqodchi modelning umumiy monandligini o'rnatgani kabi keyinchalik ham modelning ahamiyatsiz a'zolarini o'chirish yordamida uni soddalashtiradi. Buning uchun javobning qiymatlari model bo'yicha hisoblanadigan yoyilma va tajriba ma'lumotlarining yoyilmasiga muvofiq tavsiflanuvchi kvadratlar yig'indisi kattaliklari hisoblanadi:

$$SS(1) = \sum_{u=1}^{n} y_u^2 \quad u \quad SS(2) = \sum_{u=1}^{n} \eta_u^{(j)^2} = \sum_{u=1}^{n} f_u^{(j)^2}, \tag{3.90}$$

Qoldiqlar deb ataluvchi $e_u^{(j)} = y_u - f_u^{(j)}$, ayirmalar o'zida tajriba ma'lumotlarini aniq tavsiflovchi modellarning noqobil chegaralarini namoyon qiladi. Ko'rinib turibdiki, agar sinalayotgan model haqiqiy bo'lsa, unda o'lchashlarning tajribaviy xatolari baholarida shubhasiz qoldiqlar bo'ladi. Shuning uchun ham modellarning tajriba natijalariga nomuvofiqligining umumiy o'lchami SS(3) quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

$$SS(3) = \sum_{u=1}^{n} (y_u - f_u^{(j)})^2, \tag{3.91}$$

Statistikada $SS(1)$ – kattalik kvadratlarning umumiy yig'indisi; $SS(2)$ – shartli regressiya kvadratlarining yig'indisi va $SS(3)$ – kvadratlarning qoldiqli yig'indisi deb ataladi. Eng kichik kvadratlar usuliga asoslanib, hisoblangan yig'indilar uchun quyidagi tenglik to'g'riligi ko'rsatiladi:

$$SS(1) = SS(2) + SS(3). \tag{3.92}$$

Dispersiyaviy tahlilni o'tkazishda har bir o'lchash javobi bir erkinlik darajasi bilan yoziladi. Shundan kelib chiqib, yagona javobli vaziyatlar (chiqish o'zgaruvchilari bir marta o'lchanadigan vaziyatlar) uchun n tajribalarni tashkil qilishda kvadratlarning umumiy yig'indisi $SS(1)$ n erkinlik darajasiga ega bo'ladi; $SS(3)$ $(n - p_j)$ erkinlik darajasiga va $SS(2)$ p_j erkinlik darajasiga ega (p_j – j modellardagi parametrlar soni, $SS(2)$ baholardan foydalanib hisoblanadigan yig'indi).

Tajribaning bir xil shartlarida o'lchashlar takroran o'tkazilganda kvadratlar yig'indisi $SS(4) = \sum_{u=1}^{N} (y_u - \bar{y})^2$, bu yerda $\bar{y} = \sum_{u=1}^{N} y_u / N$, o'lchash xatoliklari haqidagi barcha zaruriy axborotlardan tashkil topadi. Unda $SS(5)$ kattalik $SS(3)$ va $SS(4)$ o'rtasidagi farqqa teng bo'ladi, ya'ni

$$SS(5) = \sum_{u=1}^{n} (y_u - f_u^{(j)})^2 - \sum_{u=1}^{N} (y_u - \bar{y})^2, \tag{3.93}$$

modellarning tajriba natijalarini aks ettirish qobiliyatini aniqlaydi, qisqacha aytganda, kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ modellarning monandlik darajasini tavsiflaydi, $SS(5)$ yig'indi qanchalik kichik bo'lsa, tajriba shunchalik yaxshi modelni aks ettiradi.

Agar tajriba o'tkazishning turli xil q shartlarining har birida tajribalar takroran o'tkazilsa, unda kvadratlar yig'indisi $SS(4)$ bir marta qaytariladigan tajribada $\bar{n} - 1$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi (bir erkinlik darajası u baholar uchun ishlatiladi), shu vaqtda kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ $n - p_j - q(\tilde{n} - 1)$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi: oxirgi son xuddi qoldiq kvadratlarining yig'indisi $SS(3)$ va o'lchash xatoliklarining kvadratlari yig'indisi $SS(5)$ larning erkinlik darajalari sonlari orasidagi farq kabi aniqlanadi.

Mos erkinlik darajalariga bo'lingan, turli xil manbalar bilan shartli belgilangan kvadratlar yig'indisi mos dispersiyalarni aniqlaydi. Ko'rinib turibdiki, modellarning monandligi modellar monandligi dispersiyasini qayta tiklanish dispersiyasi (G – statistika) ga bo'lgan munosabatidan aniqlanishi mumkin. Agar bu munosabat katta bo'lsa (oxirgi o'lchami bo'yicha birdan katta), unda sinalayotgan model tajriba natijalarini aks ettirmasligi jihatidan yetarlicha jiddiy asosga ega bo'linadi.

Agar model obyektning xususiyatlarini to'g'ri aks ettirsa, unda tajriba qiymatlari va model bo'yicha olingan qiymatlarga mos keluvchi qiymatlar o'rtasidagi tafovut xuddi tasodifiy kattaliklar sifatida qaralishi mumukin. Unda monandlikni o'rnatish bir qancha statistik farazlarni tekshirish yordami bilan olib borilishi mumkin. Statistik farazlar bo'lib tasodifiy kattaliklar bosh to'plamlari nisbiy taqsimlanishining bir qancha farazlari tushuniladi. Statistik farazlarni tekshirish, tekshirilayotgan faraz to'g'ri bo'lishi aniqlanadigan tekshirishlar mezonlarining statistik ko'rsatkichlarni bu ko'rsatkichlarning tanlanma bo'yicha hisoblanadigan qiymatlari bilan solishtirishlarni o'z ichiga oladi. Farazni qabul qilish yoki qabul qilmaslik uchun to'g'ri faraz tanlanmalarning tahliliga asoslanib qabul qilinmaganligi ehtimolligini aniqlovchi qiymatlilik darajasi r (odatda 0.1 dan 5% gacha) beriladi.

Bir javobli modellarning monandligini Fisher mezoni yordamida baholash. Modellar bir javobli bo'lgan hollarda monandlik Fisher mezoni yordamida tekshirilishi mumkin (G – mezon). Buning uchun quyidagi munosabat topiladi:

$$F = \frac{S^2_{mon}}{S^2_{qdik}}, \tag{3.94}$$

bu yerda, S^2_{mon}, $S^2_{q.tik}$ – mos ravishda quyidagi tengliklardan aniqlanuvchi monandlik va qayta tiklanish dispersiyalari:

$$S^2_{mon} = \frac{SS(5)}{f_{mon}} = \frac{SS(3) - SS(4)}{f_{mon}} \qquad (3.95)$$

$$S^2_{q.tik} = \frac{SS(4)}{f_{q.tik}} \qquad (3.96)$$

Agar qayta tiklanish dispersiyasi tajribalarning alohida qatorlarida aniqlangan bo'lsa (p_j – j-nchi modelning o'rnatiladigan parametrlari soni), monandlik dispersiyasining erkinlik darajalari soni

$$f_{mon} = n - p_j, \qquad (3.97)$$

va agar tajriba o'tkazishning q xil shartlarining har birida $\tilde{n}$ takroriy tajribalar o'tkazilsa

$$f_{mon} = n - p_j - q(\tilde{n} - 1), \qquad (3.98)$$

bo'ladi.

$\tilde{n}$ takroriy tajribalarning alohida qatorlari o'tkazilayotgan hollarda qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni,

$$f_{q.tik} = \tilde{n} - 1, \qquad (3.99)$$

Tajribaning q turli shartlarining har birida n tajribalar bajarilgan hollarda u quyidagiga teng bo'ladi:

$$f_{q.tik} = q(\tilde{n} - 1). \qquad (3.100)$$

Bunda tekshiriladigan asosiy faraz quyidagidan tashkil topadi: tanlanmali dispersiyalarni bir yoki boshqa bosh dispersiyalarning baholari bilan solishtiriladigan deb hisoblash mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi. Model bo'yicha hisoblangan $f(\bar{\theta},\bar{x})$ qiymat tajribaviy y_u bilan qoniqarli darajada mos tushadi va model obyektga tajriba aniqligi chegarasida monand bo'ladi. Aks holda model obyektga monand emas. Dispersiyalarning farqlari mezoni sifatida ba'zan tasodifiy kattaliklarning v^2 taqsimlanishi uchun aniqlangan Fisher mezoni (G – mezon) dan foydalaniladi. Bunda G – taqsimlanish (v^2 taqsimlanish) faqat f_{mon} va $f_{q.tik}$ erkinlik darajalari sonlariga bog'liq.

G – taqsimlanishning turli f_{mon} va $f_{q.tik}$ erkinlik darajalari uchun qiymatlari statistika adabiyotlarida keltirilgan.

Agar $F=\dfrac{S^2_{mon}}{S^2_{q.tik}}$ qiymatlilik darajasi r hamda $f_1=f_{mon}$ va $f_2=f_{q.tik}$ erkinlik darajalari sonlari uchun $F_{1-p}(f_1,f_2)$ Fisher mezonining kam miqdordagi jadval qiymatiga ega bo'lsa, unda faraz to'g'ri bo'ladi, ya'ni $S^2_{mon} va S^2_{q.tik}$ dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi va model obyektga monand bo'ladi.

Nisbiy o'rtacha qiymatli modellarning bahosi. Parallel tajribalar va qayta tiklanish dispersiyalari bo'lmaganda modellar sifatini S^2_{mon} va nisbiy o'rtacha dispersiya

$$S^2_{o'r}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{n-1},\ bunda\ \ \bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \tag{3.101}$$

larni solishtirib baholash mumkin.

Buning uchun Fisher mezonidan foydalaniladi va tekshirilayotgan u o'zgaruvchining nisbiy o'rtacha qiymatini yoyilish bilan solishtirganda model bo'yicha olingan nisbiy natijadan yoyilish necha marta kamayganligini ko'rsatuvchi nisbat quyidagini tashkil qiladi:

$$F=\frac{S^2_{o'r}(f_1)}{S^2_{fl}(f_2)} \tag{3.102}$$

Xuddi oldingi holdagi kabi tanlanmaviy dispersiya munosabati $S^2_{o'r}\ /\ S^2_{mon}$ Fisher mezonining berilgan qiymatlilik darajasi r uchun olingan jadvaldagi qiymati $F^{jad}_{1-p}\ (f_{o'r},f_{mon})$ bilan solishtiriladi. Agar

$$\frac{S^2_{o'r}}{S^2_{mon}} > F^{jad}_{1-p}(f_{o'r}, f_{mon}), \qquad (3.103)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi, shuningdek, $S^2_{o'r}$ va S^2_{mon} dispersiyaning u yoki bu bosh to'plamga tegishliligi to'g'risidagi faraz ham to'g'ri bo'ladi. Unda o'rtacha qiymat bilan bir xil bashorat qilish imkoniga ega bo'lgan modeldan foydalanish maqsadga muvofiq emas, lekin model sifatida doimiy kattalikdan foydalanish qulayroq. Aksincha, agar

$$\frac{S^2_{o'r}}{S^2_{mon}} > F^{jad}_{1-p}(f_{o'r}, f_{mon}), \qquad (3.104)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir-biridan ahamiyatli darajada farq qiladi (chunki $S^2_{o'r} > S^2_{mon}$). Model sifatida doimiy kattalikni qabul qilish mumkin emas va tekshiriladigan modellardan foydalanish maqsadga muvofiq.

Ko'rib chiqilgan tekshirish ba'zan modellardan foydalanishning maqsadga muvofiqligini tekshirish deb ataladi.

Taqsimot qonuni haqidagi gipotezalarni χ^2 – mezon va w^2 – mezon yordamida tekshirish. Agar biror bir kattaliklarning (tajribadan olinadigan) tanlanmaviy taqsimot qonuni va bosh to'plam (modelda aniqlanadigan) ning taqsimot qonuniga ega bo'linsa, unda modelning tajribaga monandligini mo'ljallangan taqsimot qonuni haqidagi gipotezani tekshirish yo'li bilan o'rnatish mumkin. Mezonlar yordamida amalga oshiriluvchi tekshirish gipotezadagi xatolarni emas, balki gipotetik taqsimot qonunida tasodifiy sabablar bilan ko'rib chiqilayotgan tanlanmada og'ishlar kuzatilishi ehtimolligini aniqlaydi. Agar bu ehtimollik katta bo'lsa, unda gipotetik taqsimot qonunidan og'ish tasodifiyligini bilishga olib keladi va aniqlanilayotgan modelga taklif qilinmayotgan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza inkor qilinmaydi. Ba'zida statistik gipotezani tekshirish mezoni sifatida Pirson mezoni (χ^2-mezon) ishlatiladi.

χ^2– mezonni qo'llash uchun n hajmli tanlanmadagi tasodifiy kattaliklarning diapazonini k intervallarga bo'lib chiqiladi. K

intervallarning soni odatda tanlanmaning hajmidan kelib chiqib taxminan 8 dan 20 gacha qilib beriladi va har bir intervalda 5—8 tadan nuqta bo'ladi. i -nchi intervalga to'g'ri keluvchi tanlanma elementlarining sonini n_i orqali belgilaymiz. i-nchi intervalga X tasodifiy kattalikning to'g'ri kelishining nazariy ehtimolligi (modellar bo'yicha) p_i ga teng. Unda nazariy jihatdan tanlanmali taqsimotdan og'ishni tavsiflovchi kattalik quyidagicha aniqlanadi:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \qquad (3.105)$$

So'nggi yig'indi $f = k - c - 1$ erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega (s – modellarning tanlanma bo'yicha aniqlanayotgan parametrlar soni).

Agar berilgan qiymatlilik darajasi r da

$$\chi^2 < \chi_{1-p}^{2\,jad}(\mathrm{f}), \qquad (3.106)$$

bo'lsa, qabul qilingan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza qabul qilinadi, bu yerda $\chi_{1-p}^{2\,jad}$ – r qiymatlilik darajasi uchun χ^2 – taqsimotning kvantili. Sezamizki, χ^2– taqsimotdan foydalanish uchun tanlanmaning hajmi yetarli darajada katta ($n \geq 50$) bo'lishi maqsadga muvofiqdir.

w^2– mezon (Kramer — Mizes – Smirnov mezoni) x^2– mezondan farqli ravishda X tasodifiy kattaliklarning bevosita kuzatiladigan guruhlashtirilmagan qiymatlariga asoslanadi.

X tasodifiy kattaliklarning n hajmli tanlanmasiga ega bo'linsin. Tasodifiy kattaliklarning taqsimot funksiyasi $F(x)$ ning mavjudligi haqidagi gipoteza tekshiriladi. Empirik taqsimot funksiyasi $F_n(x)$ ni taklif qilinayotgan nazariy $F(x)$ (modellar bo'yicha) bilan solishtirish uchun quyidagi kattalikni ko'rib chiqamiz:

$$w^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 dF(x). \qquad (3.107)$$

Integrallash sohasini $(-\infty, x_1),(x_1, x_2),\dots$ qismlarga ajratib, quyidagi ifodaga o'tamiz:

$$w^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[F(x_i) - \frac{2i-1}{2n}\right]^2 \qquad (3.108)$$

$n > 40$ da ko'paytmaning taqsimlanishi taxminan, jadval tuzish uchun olinadigan taqsimlanishga yaqin bo'ladi.

Agar hisoblangan nw_n^2 qiymat jadvaldagi nw_{1-p}^2 dan kichik bo'lsa, unda nazariy taqsimot qonuni $F(x)$ ning tanlanmaviy $f_n(x)$ bilan mos kelishi to'g'risidagi gipoteza qabul qilinadi.

Modellarning alohida tashkil etuvchilarini ahamiyatliligini tahlili. Bir javobli modellarning monandligini tekshirishning bayon qilingan protseduralari ham ularning alohida a'zolarining statistik ahamiyatliligini kafolatlay olmaydi. Shundan kelib chiqib, modellarning tashkil etuvchilarini yanada batafsil tekshirish lozim. Buning uchun qo'shimcha tarzda tashkil etuvchilar qatoriga shartli regressiya kvadratlarining yig'indisi kiritiladi. Bunda odatda tahlilni osonlashtirish uchun shartli, umumiy regressiyali modellar va a'zolari bittadan yoki guruhlab tanlanadigan soddalashtirilgan modellardagi kvadratlar yig'indisi hisoblanadi. Bu ikki kvadratlar yig'indilari orasidagi farq o'zida modellarning sinalayotgan komponentlariga bo'lgan ta'sirni tavsiflovchi kvadratlar yig'indisini namoyon qiladi. Ma'lumki, monand modellar uchun qoldiqlarning o'rtacha kvadrati qayta tiklanish dispersiyasini tavsiflaydi va quyidagi shart bajariladi:

$$\frac{SS(6)}{SS(5)} > F_a(1, n - p_j - q(n-1)), \qquad (3.109)$$

bu yerda, $SS(6)$– modellarning sinalayotgan shartli komponentlarining o'rtacha kvadrati, $SS(5)$ esa – modellarning sinalayotgan komponentlarini ahamiyatliligini aniqlovchi qoldiqlarning o'rtacha kvadrati. Ko'rinib turibdiki, bunday sinovlarni matematik modelning barcha a'zolari (komponentlari) uchun o'tkazilishi kerak.

Dispersiyaviy tahlilning natijalari shunchaki modellarning umumiy afzalliklari yoki uning alohida a'zolarining ahamiyatliligi haqida xulosa chiqarishga imkon beradi. So'nggi monandlik ham, hattoki agar Fisher tipidagi mezonlar modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini ko'rsatgan taqdirda ham katta o'ringa ega bo'lishi mumkin. Buning uchun modellar ustida qoldiqlarning tahlili usuli yordami amalga oshiriladigan yanada batafsilroq sinovlarni o'tkazishni talab qilinadi.

$e_u = y_u - f^{(j)}(\bar{x}_u, \bar{\theta}_j)$ qoldiqlar xuddi tasodifiy kattaliklar kabi to'liq aniqlangan ehtimollarning σ^2_{qol} taqsimot funksiyasiga ega, sababi u amaliyotda uchratiladigan ko'p hollarda o'zida nolli o'rtacha va dispersiyali normal taqsimot funksiyalarini namoyon qiladi. Ko'rinib turibdiki, faqat biror bir taqsimot funksiyalarining bitta tavsifi (Fisher mezoni uchun bunday tavsif dispersiya hisoblanadi) bo'yicha modellarning monandliligini o'rnatish modellar monandligining to'liq kafolatini bera olmaydi. Shuning uchun ham tajriba ma'lumotlariga ega modellarni majmuaviy tekshirish uchun yo ko'p sonli tajribalarni o'tkazishni talab qiluvchi ehtimolliklar taqsimotining barcha funksiyalaridan, yo uning asosiy tavsiflaridan foydalanish lozim. Ba'zan bunday tekshirish qoldiqlar taqsimoti normalligining tahlili va ularda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilar qatnashmasligining tahlilini amalga oshiradi.

Taqsimot normalligining tahlilida qoldiqlarning sonli qiymatlaridan kelib chiqib, qoldiqlar paydo bo'lishini normal chastotalari taqsimotining gistogrammasi quriladi. O'xshash gistogrammalar taxminan normal taqsimlanish qonuniga javob berishi kerak. Bunda normallik haqidagi gipoteza turli statistik mezonlar bo'yicha tekshirilgan bo'lishi mumkin. Ular bilan bir qatorda qo'shimcha ravishda tanlanmaviy taqsimotning matematik kutilmasini nolga tengligi haqidagi gipotezasi ham tekshiriladi va grafik usullar kabi chiziqli yoki nochiziqli regressiya tahlilidan ham foydalaniladi.

Qoldiqlarda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilarning qatnashmasligining tahlili, modellarning tajriba ma'lumotlari bilan muvofiqligini o'rnatish imkonini beradigan, qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan grafik bog'liqligini tuzish va o'rganish yordamida amalga oshiriladi. Masalan, javoblar grafigi (3.4 - rasm)

Integrallash sohasini $(-\infty, x_1),(x_1, x_2),\ldots,$ qismlarga ajratib quyidagi ifodaga o'tamiz:

$$w^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left[F(x_i) - \frac{2i-1}{2n}\right]^2$$

$n > 40$ da ko'paytmaning taqsimlanishi taxminan, jadval ... uchun olinadigan taqsimlanishga yaqin bo'ladi.

Agar hisoblangan nw_n^2 qiymat jadvaldagi nw_{1-p}^2 dan kichik bo'lsa, unda nazariy taqsimot qonuni $F(x)$ ning tanlanmaviy ... bilan mos kelishi to'g'risidagi gipoteza qabul qilinadi.

Modellarning alohida tashkil etuvchilarini ahamiyatliligi tahlili. Bir javobli modellarning monandligini tekshirishning ... qilingan protseduralari ham ularning alohida a'zolarining ... ahamiyatliligini kafolatlay olmaydi. Shundan kelib ... modellarning tashkil etuvchilarini yanada batafsil tekshirish ... Buning uchun qo'shimcha tarzda tashkil etuvchilar qatoriga ... regressiya kvadratlarining yig'indisi kiritiladi. Bunda odatda ... osonlashtirish uchun shartli, umumiy regressiyali modellar va a'zolari bittadan yoki guruhlab tanlanadigan soddalashtirilgan modellardagi kvadratlar yig'indisi hisoblanadi. Bu ikki kvadratlar yig'indilari orasidagi farq o'zida modellarning sinalayotgan komponentlariga bo'lgan ta'sirni tavsiflovchi kvadratlar yig'indisini namoyon qiladi. Ma'lumki, monand modellar uchun qoldiqlarning o'rtacha kvadrati qayta tiklanish dispersiyasini tavsiflaydi va quyidagi shart bajariladi:

$$\frac{SS(6)}{SS(5)} > F_a(1, n - p_j - q(n-1)), \qquad (3.106)$$

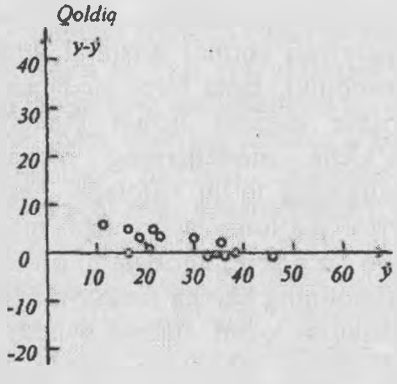
bu yerda, $SS(6)$– modellarning sinalayotgan shartli komponentlarining o'rtacha kvadrati, $SS(5)$ esa – modellarning sinalayotgan komponentlarini ahamiyatliligini aniqlovchi qoldiqlarning o'rtacha kvadrati. Ko'rinib turibdiki, bunday sinovlarni matematik modelning barcha a'zolari (komponentlari) uchun o'tkazilishi kerak.

Dispersiyaviy tahlilning natijalari shunchaki modellarning umumiy afzalliklari yoki uning alohida a'zolarining ahamiyatliligi haqida xulosa chiqarishga imkon beradi. So'nggi monandlik ham, hatto agar Fisher tipidagi mezonlar modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini ko'rsatgan taqdirda ham katta o'ringa ega bo'lishi mumkin. Buning uchun modellar ustida qoldiqlarning tahlili usuli yordami amalga oshiriladigan yanada batafsilroq tekshiruvlarni o'tkazishni talab qilinadi.

$\varepsilon_u = y_u - f^{(j)}(\bar{x}_u,\bar{\theta}_j)$ qoldiqlar xuddi tasodifiy kattaliklar kabi to'liq aniqlangan ehtimollarning σ^2_{qol} taqsimot funksiyasiga ega, chunki u amaliyotda uchratiladigan ko'p hollarda o'zida nolli o'rtacha va dispersiyali normal taqsimot funksiyalarini namoyon etadi. Ko'rinib turibdiki, faqat biror bir taqsimot funksiyalarining bitta tavsifi (Fisher mezoni uchun bunday tavsif dispersiya hisoblanadi) bo'yicha modellarning monandliligini o'rnatish modellar monandligining to'liq kafolatini bera olmaydi. Shuning uchun ham tajriba ma'lumotlariga ega modellarni majmuaviy tekshirish uchun yo ko'p sonli tajribalarni o'tkazishni talab qiluvchi ehtimolliklar taqsimotining barcha funksiyalaridan, yo uning asosiy tavsiflaridan foydalanish lozim. Ba'zan bunday tekshirish qoldiqlar taqsimoti normalligining tahlili va ularda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilar qatnashmasligining tahlilini amalga oshiradi.

Taqsimot normalligining tahlilida qoldiqlarning sonli qiymatlaridan kelib chiqib, qoldiqlar paydo bo'lishini normal chastotali taqsimotining gistogrammasi quriladi. O'xshash gistogrammalar taxminan normal taqsimlanish qonuniga javob berishi kerak. Bunda normallik haqidagi gipoteza turli statistik mezonlar bo'yicha tekshirilgan bo'lishi mumkin. Ular bilan bir qatorda qo'shimcha ravishda tanlanmaviy taqsimotning matematik kutilmasini nolga tengligi haqidagi gipotezasi ham tekshiriladi va grafik usullar kabi chiziqli yoki nochiziqli regressiya tahlilidan ham foydalaniladi.

Qoldiqlarda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilarning qatnashmasligining tahlili, modellarning tajriba ma'lumotlari bilan muvofiqligini o'rnatish imkonini beradigan, qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan grafik bog'liqligini tuzish va o'rganish yordamida amalga oshiriladi. Masalan, javoblar grafigi (3.4 - rasm) ning tahlili natijalaridan bevosita modellarning umumiy monandligiga javoblarning kichik va kattaliklari uchun e_u javoblarni balanslash hisobiga erishilishi kelib chiqadi. Shundan kelib chiqib, model xuddi monand bo'lmagan kabi qabul qilinmasligi lozim. Qoldiqlarni model bo'yicha hisoblangan javoblarning qiymatlari bilan grafik bog'liqligining tahlili o'lchash xatoliklarining tavsiflariga nisbatan boshlang'ich statistik xabarlar (posilok)ning saqlanishi, xususan, tajribalashtirishning (3.5-rasm) tanlangan sohasidagi qayta tiklanish dispersiyalarini doimiylik shartining nisbiy saqlanishi haqida qo'shimcha axborotlar olish imkonini beradi.

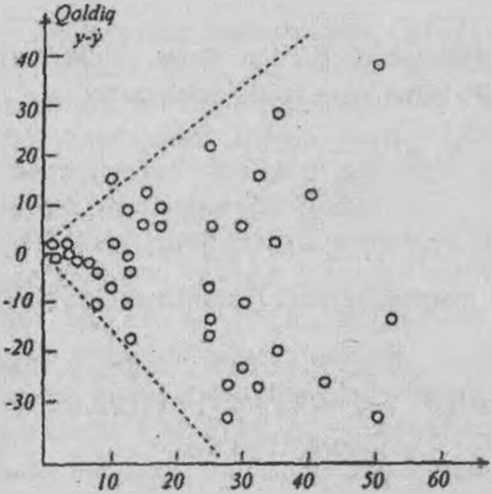


3.4-rasm. Qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan bog'liqligi.

Bunda, agar misol uchun, bunday grafiklarda qoldiq kattaliklarning yoyilmasi monoton oshsa yoki monoton kamaysa, unda xatolarning qayta tiklanish dispersiyasi o'zgaruvchan kattalik hisoblanadi va o'zgaruvchan vazn koeffitsiyentlarida eng kichik kvadratlar usulidan foydalanish yoki dispersiyalar doimiyligini saqlash uchun $\eta = f^{(j)}(\bar{x}, \bar{\theta}_j)$ o'zgaruvchili o'zgartirish o'tkazish lozim.

Qoldiqlarning boshqariluvchan o'zgaruvchilar va vaqt bilan grafik bog'liqligini qurish, shuningdek, parametrlar baholarining boshqariluvchan o'zgaruvchilar bilan grafik bog'liqligini qurish o'xshash tarzda, modellarda yashirin monandlik bo'lishi mumkinligi haqida muhim axborotlarni olish imkonini beradi. Buning uchun qoldiqlarning mustaqil boshqariluvchan o'zgaruvchilar darajalari bilan bog'liqligi grafigi tadqiq qilinadi. O'xshash bog'liqliklarni batafsil tadqiq qilish modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini sifatli tahlilini o'tkazish, shuningdek, bo'lishi mumkin bo'lgan nomonandlikni bartaraf qilish yo'llarini belgilash imkonini beradi.

Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish. Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish protsedurasi ahamiyatli darajada murakkab va tajriba axborotlari hajmidan ko'proq foydalanishni talab qiladi, bu yerda bir javoblilik holatlariga teskari ravishda ikki dispersiyalarning tengligi haqidagi emas, balki ikki kovariatsion matritsalar $\sum_1$ и $\sum$ ning tengligi haqidagi gipotezaning tekshirilishi talab qilinadi.



3.5-rasm. Javobning qoldiqlarning kattaliklariga ta'siri

aniqlanadi, bu yerda n – o'lchashlarning umumiy soni; p_j – modellar parametrlarining baholari uchun zaruriy tajribalarning minimal soni.

$$A_1(\vec{\theta}_j) = \sum_{u-1}^{n} \vec{e}_u(\vec{\theta}_j^+)\vec{e}_u^T(\vec{\theta}_j^+).$$

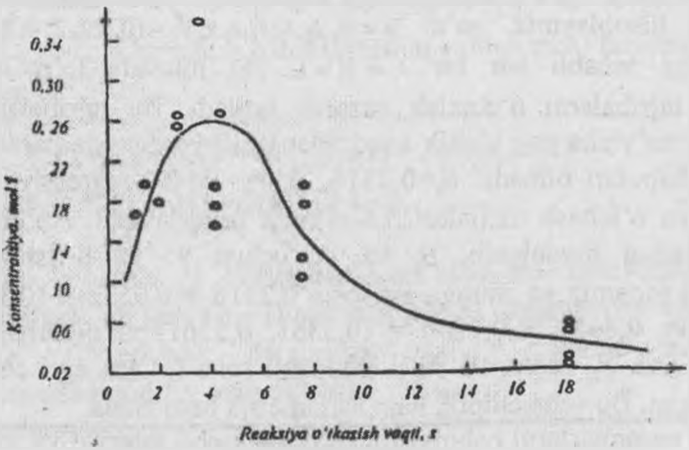
O'lchashlarning tanlanmaviy kovariatsiya matritsasi $\sum$ quyidagi formula bo'yicha topiladi:

soxta baholar (2.80) formula bo'yicha hisoblanadi. Birinchi soxta bahoni olgach, birinchi kuzatishni o'lchashlar to'plamidan o'chirib tashlaymiz va qolgan o'lchashlar bo'yicha θ_1 va θ_2 uchun baholarni eng kichik kvadratlar usuli bilan topamiz. Natijada θ_{-1} = (0,2191, 0,4529) ga ega bo'lamiz. Bu yerdan θ_1 soxta baholarning qiymatlarini olamiz:

$$\hat{\bar{\theta}}_1 = 24(0{,}2116,\ 0{,}4461) - 32(0{,}2191,\ 0{,}4529) =$$
$$(0{,}0395,\ 0{,}2907).$$

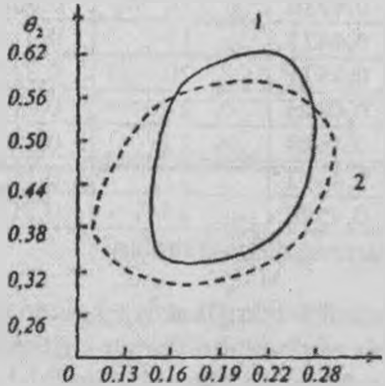
3.1-jadvalda 24 ta soxta baholarning barchasi keltirilgan. Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli bilan topiladigan $\bar{\theta}$ vektorning bahosi $\bar{\theta}_i$ $(i=\overline{1,24})$ yoki $\bar{\theta}_i = (0{,}2103,\ 0{,}4443)$ to'plamlarning o'rtacha qiymatiga teng. Dispersiyaviy - kovariatsiya matritsa $\bar{\theta}_j$ ham soxta xatolarning tanlanmali dispersiyaviy - kovariatsiya matritsalari to'plamining o'rtacha qiymatiga teng, ya'ni

$$\frac{1}{24}S = \frac{1}{24}\begin{Bmatrix} 0{,}02022 & 0{,}01536 \\ 0{,}01536 & 0{,}06441 \end{Bmatrix} = 10^{-4}\begin{Bmatrix} 8{,}34 & 6{,}40 \\ 6{,}40 & 26{,}84 \end{Bmatrix}.$$



3.6-rasm. Regressiya egri chizig'i va o'lchash.

θ_1 *va* θ_2 uchun 95 % li ishonchli intervalni topamiz va mos ravishda 0,2103 ± 0,06019 - (0,1501, 0,2705) *i* 0,4443 + 0,1075 = =(0,3368, 0,5518) ni olamiz.



3.7-rasm. θ_1 *va* θ_2 parametr baholarining birgalikdagi ishonchli sohalari.

1– nochiziqli eng kichik kvadratlar usuli;
2 - – izlanayotgan parametr bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli.

θ_1 va θ_2 uchun izlanayotgan parametr bahosiga ketma - ket yaqinlashish usuli bilan topilgan ishonchli soha uzuq chiziqli egri chiziqning ichki sohasi ko‘rinishida keltirilgan. Bu ishonchli soha simmetrikdir. Xususan, 3.7-rasmdan θ_1 va θ_2 uchun ishonchli soha sezilarli farq qilsa ham, ularning shaxsiy ishonchli intervallari amaliy jihatdan mos kelishi kelib chiqadi.

3.1-jadval

Soxta baholarning tartibi	Parametrlar		Soxta baholarning tartibi	Parametrlar	
	θ_1	θ_2		θ_1	θ_2
1	0,0395	0,2907	13	0,1161	0,7626
2	0,1187	0,3620	14	0,1793	0,6762

3.1-jadvalning davomi

3	0,0411	0,2921	15	0,2320	[illegible]
4	0,1359	0,3775	16	0,1470	[illegible]
5	0.2126	0,4466	17	0,2823	[illegible]
6	0,2803	0,4936	18	0,0026	[illegible]
7	0J134	0,4471	19	0,0756	[illegible]
8	0,3712	0,5571	20	0,3392	[illegible]
9	0,6897	0,4816	21	0,1713	[illegible]
10	0,0915	0,4448	22	0,2385	[illegible]
11	0,3108	0,4492	23	0,1629	[illegible]
12	0,3261	0,4500	24	0,2198	[illegible]

θ_1 va θ_2 parametrlarning soxta baholari

2-misol. Gidrodinamika rektifikatsiya kolonnasining tarelkalaridagi suyuqlik oqimini tadqiq qildi. Trasser kiritishdi va tarelkaning chiqishidagi javobni o'lchashdi. Suyuqlik oqimi harakatini tavsiflash uchun bitta o'rnatiluvchi parametr – yacheykalar sonidan tashkil topadigan yacheykali model taklif qilindi. Tajriba ma'lumotlaridan kelib chiqib, yacheykalarning soni 6 ga teng qilib o'rnatildi. Yacheykali modelning tajriba bilan monandligini o'rnatish talab qilinadi.

Tajriba natijalari va model bo'yicha hisoblar 3.2-jadvalda keltirilgan.

Qayta tiklanish dispersiyasining baholari uchun tajribalarning alohida seriyalari berilgan (3.3-jadval).

Model bo'yicha hisob va tajriba natijalari

3.2-jadval

τ, min	1	2	3	4	5	6	7	8	9	[illegible]
C %	3	30	135	253	266	210	135	77	[illegible]	[illegible]
C %	4,9	54	143	210	223	194	145	99	[illegible]	[illegible]
τ, min	11	12	13	14	15	16	17	18	19	[illegible]
C %	17	12	9	7	5	3	2	1,3	1	[illegible]
C %	20	11	6	3	1,4	0,7	0,3	0,2	[illegible]	[illegible]

O'zgarmas shartlarda tajriba seriyalaridagi konsentratsiyalarning qiymatlari

3.3-jadval

Tajriba raqami	1	2	3	4	5	6
$C_E, G/L$	25	18	22	29	35	23

Yechimi. Fisher mezonidan foydalanib monandlikni o'rnatamiz. G nisbatni tuzamiz:

$$F = \frac{S^2_{mon}}{S^2_{q.tik}},$$

Avval uning qiymatini mavjud tanlanma bo'yicha topib, monandlik va qayta tiklanish dispersiyalarining qiymatlarini hisoblaymiz:

$$S^2_{mon} = \frac{\sum_{i=1}^{20}(C_i^E - C_i^P)^2}{n-p} = \frac{5701,3}{20-1} = 300,1 \qquad (3.118)$$

$$S^2_{q.tik} = \frac{\sum_{i=1}^{6}(C_i^E - \overline{C})^2}{m-1} = 35,6 \qquad (3.119)$$

bu yerda, $\overline{C}$ – konsentratsiyaning qayta tiklanish bahosi bo'yicha tajriba seriyalaridagi o'rtacha qiymati quyidagiga teng

$$\overline{C} = \frac{\sum_{i=1}^{6} C_i^E}{6} = 25,3 \qquad (3.120)$$

$n-p$ va $(m-1)$ – monandlik va qayta tiklanish dispersiyalariga mos keluvchi erkinlik darajalari soni.

Endi F-nisbat kattalikni topamiz:

$$F = \frac{S^2_{mon}}{S^2_{q.tik}} = 8,4 \qquad (3.121)$$

Fisher mezonining 19 va 5 erkinlik darajalari hamda a = 0,01 ahamiyatlilik qiymatiga to'g'ri keluvchi jadval qiymati

$F < F_{001}^{jad}$ (19,5)= 9.5 ni tashkil etadi. Shunday qilib tanlanmali nisbat $F < F_{001}^{jad}$ (19,5) va shundan kelib chiqib yacheykali model tajribaga monand bo'ladi.

Nisbiy o'rtacha $S_{o'r}^2$ dispersiya va S_{mon}^2 monandlik dispersiyalarini solishtirib, rektifikatsiya tarelkalaridagi suyuqlik oqimining harakatini tavsiflash uchun yacheykali modeldan foydalanishning maqsadga muvofiqligini baholaymiz. Buning uchun G' nisbatni

$$F = \frac{S_{o'r}^2}{S_{mon}^2} \tag{3.122}$$

ko'rinishida tuzib olamiz. Bu yerda

$$S_{o'r}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20}(C_i^E - C_i)^2}{n-1} = 7837,5 \tag{3.123}$$

$\bar{C}$ esa barcha 20 ta tajribalarning o'rtacha konsentratsiyasi kabi aniqlanadi, ya'ni

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{20} C_i^E}{20} = 60,8 \tag{3.124}$$

F nisbat kattaligini topamiz:

$$F = \frac{7837,5}{300,1} = 26,1. \tag{3.125}$$

19 va 19 erkinlik darajalari uchun Fisher mezonining mo... jadval qiymati $F^{jad}(19,19) = 3.0$ ni tashkil qiladi va $F > F^{jad}$ bo'l... ganligi uchun yacheykali modeldan foydalanish maqsadga muvofi...

O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriq

1. Matematik modellarni identifikatsiyalashga ta’rif bering.
2. Identifikatsiyalash masalalarini yechish uchun qanday tajriba ma’lumotlari zarur?
3. Strukturaviy identifikatsiya nima?
4. Parametrik identifikatsiya nima?
5. Matematik modellarni identifikatsiyalash masalasini yechish algoritmini keltiring.
6. EKKU ning matritsali nisbatidan foydalanib $\hat{y} = \bar{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \bar{a}_j z_j$ tenglamaning koeffitsiyentlarini hisoblash uchun formula oling. Quyidagi tenglama koeffitsiyentlarining dispersiyasi qanday hisoblanadi: $\hat{y} = \bar{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \bar{a}_j z_j$

IV bob.TEXNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

4.1.Optimallashtirish masalasining qo'yilishi

Optimallashtirish – bu kimyoviy jarayonnl amalga oshirishning eng yaxshi shartlarini topish protsedurasi.

Optimallashtirish masalasi xuddi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalasi kabi qaraladi. Ko'p o'zgaruvchilar uchun optimallashtirish masalasining ifodalanishi:

Optimallashtirilayotgan $\bar{u}$ o'zgaruvchilarning (optimallashtirish resurslari) $\bar{u}^{rux.et.}$ ta'rifining ruxsat etilgan sohasidagi, optimallik mezonining ekstremum (eng katta yoki eng kichik) kattaliklarini ta'minlovchi qiymatini topish lozim.

Natijada optimallashtirish masalasini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\underset{\bar{u} \in \bar{u}^{rux}}{opt}\, R(\bar{y})$$

Chiqish o'zgaruvchisi $\bar{y}$ bilan boshqa o'zgaruvchilarning bog'liqligi fizik - kimyoviy operatorli aks ettirish bilan beriladi: $\bar{y} = \Omega(\bar{x})\Omega(\bar{u},\bar{x})$

bu yerda modellashtirilayotgan obyektning holatini aniqlovchi kirish o'zgaruvchisi $\bar{x}$ ikki guruhdagi o'zgaruvchilarga ajratiladi: $\bar{u}$ – nazorat qilish va rostlash mumkin bo'lgan optimallashtiriluvchi o'zgaruvchi va $\bar{x}$ – nazorat qilinadigan, lekin rostlanmaydigan o'zgaruvchi (xuddi optimallashtirish resurslari kabi ishlatib bo'lmaydi).

Natijada optimallashtirish masalasi quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\underset{\bar{u} \in \bar{u}^{rux}}{opt}\, R(\bar{u})$$

Optimallashtirilayotgan u o'zgaruvchi va $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilariga chegaralanishlar qo'yish mumkin (o'zgaruvchilarni faqat ma'lum chegaralarda o'zgartirish imkoni).

Amaliyotda optimallashtirish masalalarini yechishda $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari yo tajriba ma'lumotlari – optimallashtirishning tajribaviy – statistika usulidan yo jarayonlarning matematik modellari – optimallashtirishning sonli usuli yordamida aniqlanadi.

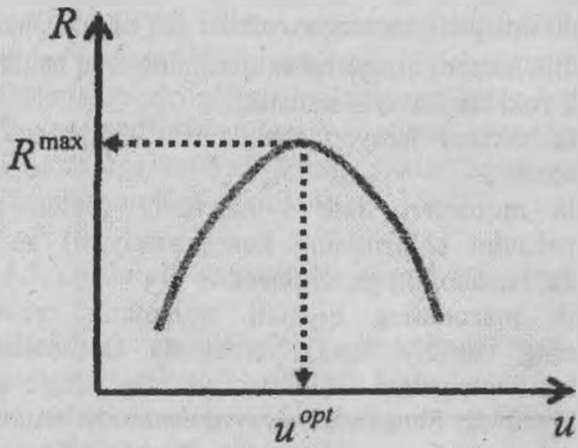
Matematik modellar ushbu holda funksional operatorli aks ettirish yordamida ifodalanadi:

$$\bar{y} = F(\bar{u}, \bar{x})$$

$\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilarining vektorini matematik modellar bo'yicha hisoblashda olingan $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari baholarining vektoriga almashtirish optimallashtirish masalasiga xuddi kompyuterda ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalalari kabi qarash imkonini beradi.

Masala: R = R(u) funksiyaning maksimumini aniqlash

Yechish natijalari: u^{opt}, R^{max}



Misol:

Quyidagi rasmda keltirilgan komponentlar konsentratsiyalarining o'zgarishini $A \to P \to S$ ketma-ket reaksiyalari uchun

IV bob.TEXNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

4.1.Optimallashtirish masalasining qo'yilishi

Optimallashtirish – bu kimyoviy jarayonni amalga oshirishning eng yaxshi shartlarini topish protsedurasi.

Optimallashtirish masalasi xuddi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalasi kabi qaraladi. Ko'p o'zgaruvchilar uchun optimallashtirish masalasining ifodalanishi:

Optimallashtirilayotgan $\bar{u}$ o'zgaruvchilarning (optimallashtirish resurslari) $\bar{u}^{rux.et.}$ ta'rifining ruxsat etilgan sohasidagi, optimallik mezonining ekstremum (eng katta yoki eng kichik) kattaliklarini ta'minlovchi qiymatini topish lozim.

Natijada optimallashtirish masalasini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\underset{\bar{u} \in \bar{u}^{rux}}{opt}\, R(\bar{y})$$

Chiqish o'zgaruvchisi $\bar{y}$ bilan boshqa o'zgaruvchilarning bog'liqligi fizik - kimyoviy operatorli aks ettirish bilan beriladi: $\bar{y} = \Omega(\bar{x})\Omega(\bar{u}, \bar{x})$

bu yerda modellashtirilayotgan obyektning holatini aniqlovchi kirish o'zgaruvchisi $\bar{x}$ ikki guruhdagi o'zgaruvchilarga ajratiladi: $\bar{u}$ – nazorat qilish va rostlash mumkin bo'lgan optimallashtiriluvchi o'zgaruvchi va $\bar{x}$ – nazorat qilinadigan, lekin rostlanmaydigan o'zgaruvchi (xuddi optimallashtirish resurslari kabi ishlatib bo'lmaydi).

Natijada optimallashtirish masalasi quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\underset{\bar{u} \in \bar{u}^{rux}}{opt}\, R(\bar{u})$$

Optimallashtirilayotgan u o'zgaruvchi va $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilariga chegaralanishlar qo'yish mumkin (o'zgaruvchilarni faqat ma'lum chegaralarda o'zgartirish imkoni).

Amaliyotda optimallashtirish masalalarini yechishda $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari yo tajriba ma'lumotlari – optimallashtirishning tajribaviy – statistika usulidan yo jarayonlarning matematik modellari – optimallashtirishning sonli usuli yordamida aniqlanadi.

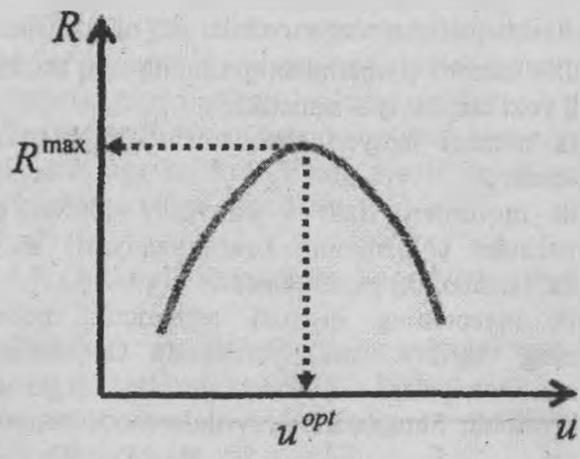
Matematik modellar ushbu holda funksional operatorli aks ettirish yordamida ifodalanadi:

$$\bar{y} = F(\bar{u}, \bar{x})$$

y chiqish o'zgaruvchilarining vektorini matematik modellar bo'yicha hisoblashda olingan $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilari baholarining vektoriga almashtirish optimallashtirish masalasiga xuddi kompyuterda ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalalari kabi qarash imkonini beradi.

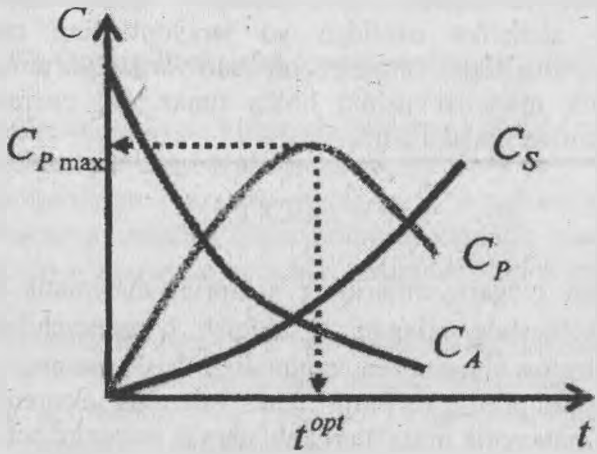
Masala: R = R(u) funksiyaning maksimumini aniqlash

Yechish natijalari: u^{opt}, R^{max}



Misol:

Quyidagi rasmda keltirilgan komponentlar konsentratsiyalarining o'zgarishini $A \to P \to S$ ketma-ket reaksiyalari uchun quyidagi optimallashtirish masalasini ifodalash mumkin: R omli[illegible] mahsulotning konsentratsiyasi maksimal bo'lganda reaksiyaning optimal vaqti (t_{opt}) ni toping.



Optimallashtirish masalasini yechish uchun quyidagilar zarur:

- optimallik mezoni(R)ni shakllantirish;
- optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar ($\overline{u}$) ni tanlash;
- optimallik mezoni qiymatini aniqlashning aniq usulini amalga oshirish (sonli yoki tajribaviy – statistik).

Optimallik mezoni jarayon shakllanishi sifatining miqdoriy tavsifi hisoblanadi.

Optimallik mezonlari fizik - kimyoviy (butun mahsulot, aralashma, mahsulot chiqishining konsentratsiyasi) va iqtisodiy (tannarx, foyda, rentabellik) ga farqlanadi.

Optimallik mezonining qiymati matematik model (optimallashtirishning taqribiy usuli) yordamida Optimallashtirishda avvalroq identifikatsiyalash masalasi yechilgandagi matematik modellar qo'llaniladi. Shunga mos ravishda modellarning koeffitsiyentlari quyidagi tenglikda ko'rsatilgan: $\overline{y} = F(\overline{u}, \overline{x})$

Agar jarayonning monand matematik modelini qurishning iloji bo'lmasa, unda $\overline{y}$ chiqish o'zgaruvchining $\overline{y} = \Omega(\overline{u}, \overline{x})$ tengla[illegible]

...dagi qiymati tajribalar (optimallashtirishning tajribaviy – statistik ...uli) dan aniqlanadi. Bunday hollarda tajriba (faol tajriba) ...kazishning optimal strategiyasi amalga oshiriladi.

Optimallik mezonlariga talablar:

- optimallik mezonlari miqdoriy bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari yagona bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari optimallashtirilayotgan o'zgaruvchi-...larga bog'liq holda monoton o'zgarishi kerak.

Shunday qilib, optimallik mezonini tanlashda uning funksiyasi ... ekstremumli unimodal funksiya bo'lishi va uzilish nuqtalaridan ...shkil topmasligi kerak.

4.2. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilarning tavsifi

Bu o'zgaruvchilar jarayonning kirish o'zgaruvchilari sonidan ...linadi.

Agar optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarning soniga jarayon-...ning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyaning tipi, o'lchamlari va ...) kiritilgan bo'lsa, unda optimal loyihalash masalasi hal qilinadi.

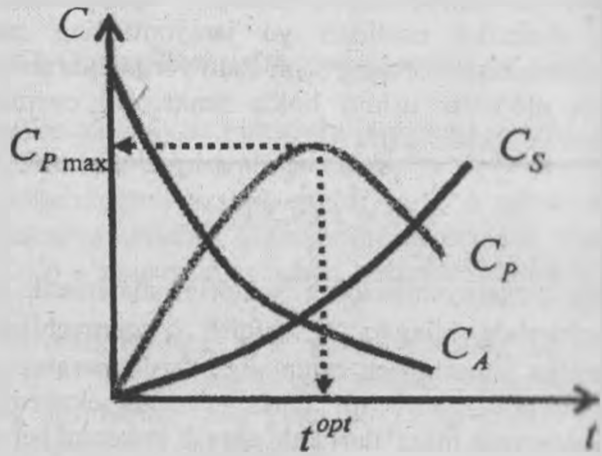
Agar optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar soniga jarayonning ...nstruktiv tavsiflari (konstruksiyalarning tiplari, o'lchamlari va ...) kiritilmagan bo'lsa, unda optimal boshqaruv masalasi hal qilinadi. Bunday hollarda hisoblanadigan chiqish o'zgaruvchisi U ga bog'liq. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar boshqariluvchi o'zgaruvchilar deb ataladi va ularning optimal qiymatlarini qidirish jarayonlarni harakatga keltiruvchi eng yaxshi rejim parametrlarini aniqlash maqsadida amalga oshiriladi.

4.3. Optimallashtirishning taqribiy usullari

Optimallashtirish masalalarini kompyuterda sonli usul bilan yechish uchun quyidagilarga ega bo'lish lozim:

- kompyuterda amalga oshiriladigan optimallashtiriluvchi jarayonning monand matematik modeli;
- optimallik mezonini nimdasturli hisobi;

quyidagi optimallashtirish masalasini ifodalash mumkin: R aniq mahsulotning konsentratsiyasi maksimal bo'lganda reaksiyaning optimal vaqti (t_{opt}) ni toping.



Optimallashtirish masalasini yechish uchun quyidagilar zarur:

- optimallik mezoni(R)ni shakllantirish;
- optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar ($\bar{u}$) ni tanlash;
- optimallik mezoni qiymatini aniqlashning aniq usulini amalga oshirish (sonli yoki tajribaviy – statistik).

Optimallik mezoni jarayon shakllanishi sifatining miqdoriy tavsifi hisoblanadi.

Optimallik mezonlari fizik - kimyoviy (butun mahsulot, aralashma, mahsulot chiqishining konsentratsiyasi) va iqtisodiy (tannarx, foyda, rentabellik) ga farqlanadi..

Optimallik mezonining qiymati matematik model (optimallashtirishning taqribiy usuli) yordamida Optimallashtirishda avvalroq identifikatsiyalash masalasi yechilgandagi matematik modellar qo'llaniladi. Shunga mos ravishda modellarning koeffitsiyentlari quyidagi tenglikda ko'rsatilgan: $\bar{y} = F(\bar{u}, \bar{x})$

Agar jarayonning monand matematik modelini qurishning iloji bo'lmasa, unda $\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchining $\bar{y} = \Omega(\bar{u}, \bar{x})$ tenglanadagi qiymati tajribalar (optimallashtirishning tajribaviy – statistik usuli) dan aniqlanadi. Bunday hollarda tajriba (faol tajriba) o'tkazishning optimal strategiyasi amalga oshiriladi.

Optimallik mezonlariga talablar:

- optimallik mezonlari miqdoriy bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari yagona bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarga bog'liq holda monoton o'zgarishi kerak.

Shunday qilib, optimallik mezonini tanlashda uning funksiyasi bir ekstremumli unimodal funksiya bo'lishi va uzilish nuqtalaridan tashkil topmasligi kerak.

4.2. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilarning tavsifi

Bu o'zgaruvchilar jarayonning kirish o'zgaruvchilari sonidan olinadi.

Agar optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarning soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyaning tipi, o'lchamlari va h.z.) kiritilgan bo'lsa, unda optimal loyihalash masalasi hal qilinadi.

Agar optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyalarning tiplari, o'lchamlari va h.z.) kiritilmagan bo'lsa, unda optimal boshqaruv masalasi hal qilinadi. Bunday hollarda hisoblanadigan chiqish o'zgaruvchisi *U* ga bog'liq. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar boshqariluvchi o'zgaruvchilar deb ataladi va ularning optimal qiymatlarini qidirish jarayonlarni harakatga keltiruvchi eng yaxshi rejim parametrlarini aniqlash maqsadida amalga oshiriladi.

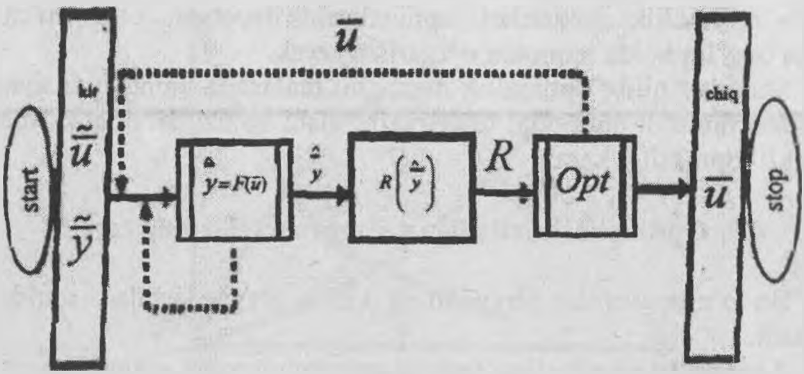
4.3. Optimallashtirishning taqribiy usullari

Optimallashtirish masalalarini kompyuterda sonli usul bilan yechish uchun quyidagilarga ega bo'lish lozim:

- kompyuterda amalga oshiriladigan optimallashtiriluvchi jarayonning monand matematik modeli;
- optimallik mezonini nimdasturli hisobi;

• optimallashtirishning dasturli aniq usuli (gradiyentli usullar, simpleksli usullar va tasodifiy qidirishlar usuli).

Sonli usul bilan optimallashtirishning umumlashtirilgan blok sxemasi:



4.4. Optimallashtirishning tajribaviy - statistik usuli

Bu usullar matematik modelni qurish imkoni bo'lmaganda qo'llanadi. Faqatgina $\bar{x}$ faktorlar (optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar) va chiqish o'zgaruvchisi u (optimallik mezoni) larning tajriba yo'li bilan aniqlanadigan qiymatlari ma'lum bo'ladi.

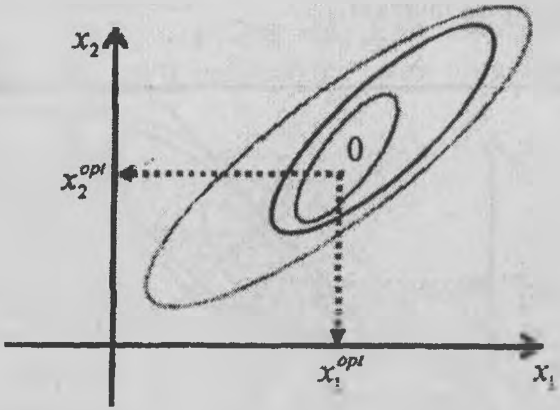
Optimallashtirish masalalarining ifodalanishi:

$$opt\ y(\bar{X})$$
$$\bar{X} \in X^{rux}$$

Tajriba ma'lumotlaridan aniqlanadigan chiqish o'zgaruvchilari kabi ularning ekstremum qiymatlarini qidirish uchun ham tajribalashtirishning optimal strategiyasini amalga oshirish lozim. Ushbu holda optimallik mezonining funksiyasi

$$y = y(x_1, x_2, \dots x_n)$$

ni javobning yuzasi ko'rinishida keltirish mumkin va ikki faktor (x_1, x_2) ning bir xil qiymatlari doimiy sathli ($\bar{y} = const$) chiziqlar bilan tasvirlanadi. Bu chiziqlar javob yuzasining faktorlar tekisligiga kesishgan proyeksiyasi hisoblanadi. Javob yuzasining izlanayotgan ekstremum nuqtasi «0» nuqtaga mos keladi.



Ushbu holda javobning ekstremum qiymatini aniqlash maqsadida javob yuzasi bo'yicha «qadamli» harakatlanish usuli ishlatiladi.

Bunda tajribani rejalashtirish ikki bosqichga ajratiladi:

- «deyarli statsionar sohalar» dagi faktorli fazoda harakatlanish;
- «deyarli statsionar sohalar» dagi ekstremum holatini aniqlash.

4.5. Ekstremumga keskin ko'tarilish usuli bilan yaqinlashish

Ekstremumga yaqinlashish u javob funksiyasi gradiyenti (anti-gradiyent) yo'nalishi bo'yicha amalga oshiriladi.

Gradiyent vektori funksiyaning tezkor ko'tarilish yo'nalishini aniqlaydi va $y = y(x_1, x_2, ..., x_m)$ uchun quyidagiga teng:

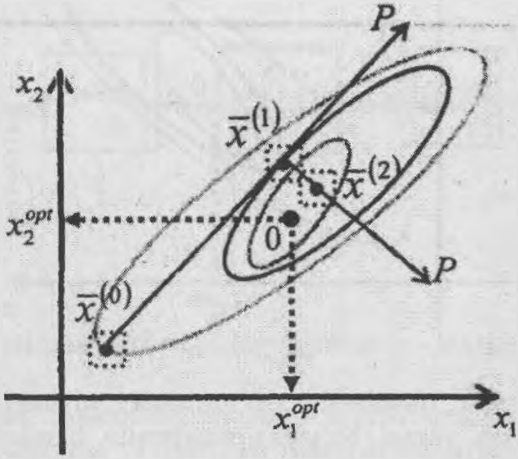
$$grad\ \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1}\bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2}\bar{j} + ... + \frac{\partial y}{\partial x_m}m,$$

bu yerda,

$\bar{i}, \bar{j}, ..\bar{m}$ – koordinata o'qlari yo'nalishidagi birlik vektorlar;

$\frac{\partial y}{\partial y_i}(i = 1,...m)$ – gradiyent vektorining $(x_1, x_2, ...x_m)$ koordinata o'qlariga proyeksiyalari.

$m = 2$ uchun keskin ko'tarilish usuli bilan yaqinlashishni quyidagicha keltirish mumkin:



$\bar{x}^{(0)}, \bar{x}^{(1)}$ – birinchi tartibli tajriba (TFT – to'liq faktorli tajriba) rejalarining markazi;

$\bar{x}^{(2)}$ – ikkinchi tartibli tajriba (TOMKR – tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi) rejasining markazi.

Faktorli fazoda ekstremumni qidirishning koordinatalar ketma-ketligi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} (\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j})^2}}$$

$$s = 0,1,2,3....$$

bu yerda, h – gradiyent vektorining yo'nalishi bo'yicha qadamning berilgan faktori;

Shuning uchun ham faktorli fazoda birorta ham ustuvorroq yo'nalishni belgilash mumkin emas va boshqa ixtiyoriy yo'nalishga qaraganda *y* o'zgaruvchisini bashorat qilish jihatidan gradiyent vektori ($grad\ \bar{y}$) yomon emas.

Biroq gradiyent – vektor ($grad\ \bar{y}$) *y* funksiyaning tezroq ko'tarilish yo'nalishini tavsiflaydi va bu jihatdan unga yaqinlashish yanada taxminiy hisoblanadi.

Gradiyent – vektor ($grad\ \bar{y}$) ning koordinatalarini aniqlash uchun regressiyaning TFT natijalari bo'yicha olinadigan monand tenglamasi ishlatiladi:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_j z_j$$

h qadamning faktori beriladi va qadam gradiyent bo'yicha TFT rejasi markazi ($\bar{x}^{(0)}$)– boshlang'ich yaqinlashish) dan funksiya javobining ekstremum qiymatiga tomon amalga oshiriladi va faktorli fazodagi rejaning yangi markazi $\bar{x}^{(1)}$ ning koordinatalari aniqlanadi.

Bu yerda yana TFT o'tkaziladi va uning natijalari qayta ishlanadi hamda gradiyent – vektorning ekstremum tomonga

$$x_i^{(S+1)} = x_i^{(S)} \pm h \frac{\dfrac{\partial y^{(S)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left(\dfrac{\partial y^{(S)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0,1,2,3...$$

qadam bilan amalga oshiriladigan yangi yo'nalishi hisoblanadi:

$$grad\ \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1}\bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} + ... + \frac{\partial y}{\partial x_m}\bar{m}$$

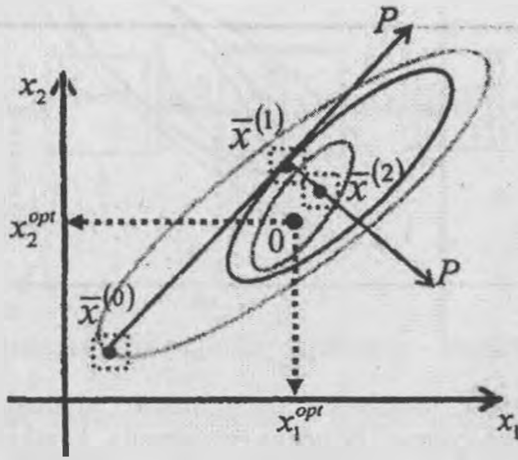
Ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi soha, javob funksiyaning ekstremum qiymatiga yaqin sohaga erishmaguncha davom ettirilaveradi.

bu yerda,

$\bar{i}, \bar{j}, .. \bar{m}$ – koordinata o'qlari yo'nalishidagi birlik vektorlar;

$\frac{\partial y}{\partial y_i}(i = 1,...m)$ – gradiyent vektorining $(x_1, x_2, ... x_m)$ koordinata o'qlariga proyeksiyalari.

$m = 2$ uchun keskin ko'tarilish usuli bilan yaqinlashishni quyidagicha keltirish mumkin:



$\bar{x}^{(0)}, \bar{x}^{(1)}$ – birinchi tartibli tajriba (TFT – to'liq faktorli tajriba) rejalarining markazi;

$\bar{x}^{(2)}$ – ikkinchi tartibli tajriba (TOMKR – tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi) rejasining markazi.

Faktorli fazoda ekstremumni qidirishning koordinatalar ketma-ketligi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} (\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j})^2}}$$

$$s = 0,1,2,3....$$

bu yerda, h – gradiyent vektorining yo'nalishi bo'yicha qadamning berilgan faktori;

Shuning uchun ham faktorli fazoda birorta ham ustuvorroq yo'nalishni belgilash mumkin emas va boshqa ixtiyoriy yo'nalishga qaraganda *y* o'zgaruvchisini bashorat qilish jihatidan gradiyent vektori (*grad* $\bar{y}$) yomon emas.

Biroq gradiyent – vektor (*grad* $\bar{y}$) *y* funksiyaning tezroq ko'tarilish yo'nalishini tavsiflaydi va bu jihatdan unga yaqinlashish yanada taxminiy hisoblanadi.

Gradiyent – vektor (*grad* $\bar{y}$) ning koordinatalarini aniqlash uchun regressiyaning TFT natijalari bo'yicha olinadigan monand tenglamasi ishlatiladi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_j z_j$$

h qadamning faktori beriladi va qadam gradiyent bo'yicha TFT rejasi markazi ($\bar{x}^{(0)}$)– boshlang'ich yaqinlashish) dan funksiya javobining ekstremum qiymatiga tomon amalga oshiriladi va faktorli fazodagi rejaning yangi markazi $\bar{x}^{(1)}$ ning koordinatalari aniqlanadi.

Bu yerda yana TFT o'tkaziladi va uning natijalari qayta ishlanadi hamda gradiyent – vektorning ekstremum tomonga

$$x_i^{(S+1)} = x_i^{(S)} \pm h \frac{\dfrac{\partial y^{(S)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} \left(\dfrac{\partial y^{(S)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0,1,2,3...$$

qadam bilan amalga oshiriladigan yangi yo'nalishi hisoblanadi:

$$grad\ \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1}\bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} + ... + \frac{\partial y}{\partial x_m}\bar{m}$$

Ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi soha, javob funksiyaning ekstremum qiymatiga yaqin sohaga erishmaguncha davom ettiriladi.

Deyarli statsionar soha bilan yaqinlikni reja markazidagi tajribaviy $y^{(c)}$ va hisobiy $\bar{y}^{(c)}$ kattaliklar o'rtasidagi farq qiymatining bahosi bilan amalga oshiriluvchi Styudent mezoni – t yordamida o'rnatish mumkin.

$$y^{(c)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^{(c)}}{n}$$

$$\bar{y}^{(c)} = \tilde{a}_0$$

Javob funksiyasi ekstremumining yaqinlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{\left|y^{(c)} - \tilde{a}_0\right|}{S_e} > t_{\beta(f_e)}^{jad}$$

bu yerda,

$f_e = k-1$ - erkinlik darajalari soni;

k – parallel sinovlar soni;

β – berilgan ishonchli ehtimollik (odatda 0,95).

4.6. Deyarli statsionar sohadagi ekstremumning holatini aniqlash

Chiqish o'zgaruvchisi uning ekstremum qiymatini ta'minlovchi faktorlarning optimal kattaliklarini aniqlash uchun ko'p o'zgaruvchili funksiyalar ekstremumining zaruriy shartidan kelib chiqadigan tenglamalar tizimi yechiladi:

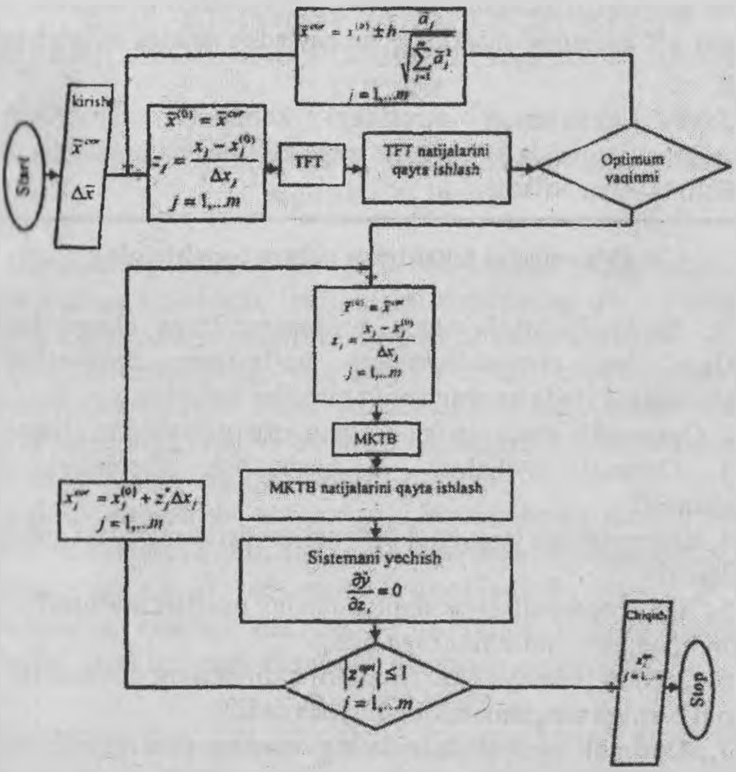
$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial z_1} = 0; \frac{\partial \bar{y}}{\partial z_2} = 0; \ldots \frac{\partial \bar{y}}{\partial z_m} = 0$$

Bunday hollarda kodlangan faktorlar z_j ni qo'llash qulayroq.

Ekstremumga yaqin bo'lgan sohani tavsiflash uchun ikki o'zaro ta'sirlashuvchi faktorli ikkinchi tartibli tenglamadan foydalanish mumkin:

$$\bar{y}'' = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_j z_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^{m} \tilde{a}_{ju} z_j z_u + \sum_{j=1}^{m} \tilde{a}_{jj} (z_j^2 - S)$$

Optimallashtirishning tajribaviy - statistik usuli algoritmining blok-sxemasi.



Kiritilgan kattalik S bu modellarning koeffitsiyentlari (a_j, a_{ju}, a_{jj}) ni aniqlash maqsadida o'tkaziladigan tajribaning matritsalarini ortogonalligini ta'minlaydi.

y'' uchun tenglamaning koeffitsiyentlarini hisoblashda deyarli statsionar sohadagi tajribaning TOMKR amalga oshiriladi.

Agar quyidagi shart bajarilmasa, ekstremum holatini aniqlash masalasini yechish natijalarini muvaffaqiyatli deb hisoblab bo'lmaydi:

$$\left|z_j^{opt}\right| \le 1$$
$$j = 1,...m,$$

shuningdek, regressiya tenglamasi faqatgina tajribada joylashgan ($-1 \leq z_j \leq 1$) kodlangan faktorlar diapazonidagina to'g'ri bo'ladi.

Bu shart bajarilmaganida tajribaning TOMKR ni rejaning yangi, xususan z_j^{opt} nuqtadagi markazi bilan qaytadan amalga oshirish tavsiya etiladi.

Ushbu ekstremum atrofidagi ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi yuqorida keltirilgan tengsizlik bajarilmaguncha davom ettirilishi tavsiya etiladi.

O'z - o'zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. Optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarga chegaralanishlar qo'yilgan va chegaralanishlari bo'lmagan optimallashtirish masalalarining ifodalanishiga aniq misollar keltiring.
2. Optimallik mezonlariga bo'lgan asosiy talablarni sanang.
3. Optimal loyihalash va boshqarish masalalari qanday ifodalanadi?
4. Kompyuterda jarayonni optimallashtirish masalasi qanday yechiladi?
5. Sizga optimallashtirishning qanday usullari ma'lum? Ularning qanday ishlashini esga oling.
6. Qachon funksiya ekstremumini qidirishning optimallik mezoni o'rniga tenglamalar tizimi yechiladi?
7. Optimal tajribalashtirishning qanaqa strategiyasi mavjud? Uning natijalarini qayta ishlash uchun kompyuterdan qanday foydalaniladi?
8. To'liq faktorli tajriba qanday o'tkaziladi va uning natijalari qanday qayta ishlanadi?
9. Tajribani ortogonal markaziy kompozitsion rejalashtirish va uning natijalarini qayta ishlash qanday amalga oshiriladi?
10. To'liq faktorli tajribalarda modellarning koeffitsiyentlari qanday aniqlanadi?

V bob. KIMYOVIY TEXNOLOGIYA TIPIK APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH

5.1. Issiqlik almashish apparatlarining kompyuterli modellarini tuzish

Haroratning fazaviy bir jinsli bo'lmagan maydonlari ta'siri ostida yuzaga keladigan, issiqliklarni tashishning o'z - o'zidan yuz beradigan jarayoniga *issiqlik almashish jarayoni* deyiladi.

Issiqlik tashishning miqdoriy o'lchami o'tish yo'nalishiga perpendikular bo'lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida o'tadigan issiqlik miqdoriga teng va o'tish yo'nalishini ko'rsatuvchi q issiqlik oqimi zichligining vektori hisoblanadi.

Issiqlik almashish apparatlarini hisoblashning muhim masalasi harorat maydonlari $T(t,x,u,z)$ ni aniqlash, shuningdek, issiqlik oqimlari $q(t,x,u,z)$ ni topish hisoblanadi. Agar q oqim maydonining zichligi ma'lum bo'lsa, unda issiqlik tashishning yig'indisi Q ni ixtiyoriy sirt orqali hisoblash qiyin emas:

$$Q = \int (\bar{q}_F \cdot \bar{n}_F) \partial F \qquad (5.1)$$

bu yerda, $\bar{n}_F$ — sirtga perpendikular bo'lgan birlik vektor. Odatda qattiq devorlar, suyri issiqlik tashuvchilar va fazalar qismlarining yuzalari (kondensatsiya va bug'lanishda) yuza (sirt) sifatida qaraladi.

Issiqlik almashish masalasining matematik ifodalanishi tashish va saqlanish qonunlariga asoslanadi. Mos chegaraviy shartlar tadqiq etilayotgan obyektning boshlang'ich holati va uning atrof-muhit bilan o'zaro ta'sirini belgilaydi.

Issiqlik almashish nazariyasi uzluksiz (tutash) muhitlar modellariga asoslanadi. Bu molekulalar o'rtasidagi masofa qaralayotgan tizimning, hattoki uning elementar hajmlarining xarakterli o'lchamlaridan juda kichikligini bildiradi.

Energiya tashish qonunlarini ko'rib chiqamiz. Ko'rsatib o'tganimizdek energiya oqimi turli jinsli harorat maydonlari natijasida yuzaga keladi. Harorat maydonining fazoviy o'lchami haroratning maksimal o'sishi yo'nalishini ko'rsatuvchi harorat gradiyenti gradT hisoblanadi va haroratning shu yo'nalish bo'yicha olingan hosilalariga miqdor jihatidan teng bo'ladi:

$$gradT = \bar{n}_0 \frac{\partial T}{\partial n} = \bar{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial T}{\partial z} \qquad (5.2)$$

bu yerda, $\bar{n}_0$ – izometrik yuza normalining birlik vektori;

$T(t,x,u,z) = const$, harorat o'sishi tomonga yo'naltirilganlik;

$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}$ – harorat gradiyentining to'g'ri burchakli koordinata o'qlariga proyeksiyalari.

Issiqlik o'tkazuvchanlik nazariyasida o'rganiladigan deformatsiyalanmaydigan bir komponentli muhitlarda issiqlik tashish uchun bir tomondan issiqlik oqimi boshqa tomondan harorat gradiyenti bilan molekulalar o'rtasidagi bog'liqlikni o'rnatadi. Amaliyotda yuzaga keladigan ko'pgina masalalarda ushbu kattaliklar o'rtasida Furyening issiqlik o'tkazuvchanlik qonuni bilan o'rnatiladigan chiziqli munosabat to'g'ri:

$$q_T = -\lambda gradT \qquad (5.3)$$

bu yerda, λ— muhitning issiqlik o'tkazuvchanligi.

Harakatlanuvchi gaz va suyuqliklarda konvektiv issiqlik almashish jarayoni yuz beradi. Bu yerda molekular tashishga konveksiya – bir qancha i tezliklar bilan ko'chuvchi makroskopik hajmli muhitlar energiyasi, impulsi va moddalarining ko'chishi ham qo'shiladi. Bunda tezlik vektori xuddi sarf tavsiflari kabi qo'yiladi: uning miqdoriy qiymati tezlik yo'nalishiga perpendikular bo'lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida tashilgan moddaning hajmiga teng. Tezlik i ni issiqlik miqdorining zichligi (entalpiya) ρh ga ko'paytirib, issiqlikning konvektiv oqimi q_k ni olamiz:

$$q_k = \rho h u, \qquad (5.4)$$

bu yerda, ρ — moddaning zichligi; h —entalpiya.

Shunday qilib, konvektiv issiqlik almashishda issiqlik oqimi q ning zichligi molekular va konvektiv tashkil etuvchilarning yig'indisi bilan aniqlanadi:

$$q = q_k + q_T = \lambda gradT + phu \qquad (5.5)$$

Energiya o'tkazishning ko'rib chiqilgan turlari bilan bir qatorda energiyani elektormagnit to'lqinlar bilan o'tkazish ham mavjud. Bunda issiqlik o'tkazish jismlarga yutilgan nur energiyasi jismning issiqlik holatini o'zgartirishi bilan amalga oshiriladi, shuningdek, nurlanish jismning issiqlik holati (harorati) bilan aniqlanadi. Agar muhit issiqlik nurlanish uchun ochiq bo'lgan turli haroratli yuzalarga ajralsa, unda radiatsion va konvektiv issiqlik almashishlar bir-biridan mustaqil holda parallel ro'y beradi. Ushbu holda nurlanish energiyasining natijaviy oqimi faqatgina jism yuzasining geometriyasi, harorati va radiatsiyaviy xususiyatlari bilan aniqlanadi.

Muhit kuchli yutuvchi va nurlanuvchi bo'lgan hollarda energiya oqimining radiatsiyaviy tashkil etuvchisi uchun gradiyent tipidagi ifoda to'g'ri:

$$q_{rad} \approx grad\left(T^4\right) \qquad (5.6)$$

Energiya o'tkazishning uchta mexanizmi, ya'ni issiqlik o'tkazuvchanlik, konveksiya va nurlanish qatnashadigan qo'shma (kombinatsiyali) issiqlik o'tkazish *murakkab issiqlik almashish* deb ataladi.

5.1.2. Issiqlik almashish jarayonini tavsiflashda qatnashuvchi stoxastik tashkil etuvchilar hisobi

Real sharoitlarni hisobga olib issiqlik almashishni hisoblash va tavsiflashning murakkabligi ko'pincha quyidagi dalillar bilan tushuntiriladi, hozirgi vaqtda issiqlik almashish apparatlari issiqlik tashuvchilarning to'la almashishi yoki uning aralashish rejimi bilan amalga oshiriluvchi modellari bo'yicha hisoblanadi. Ushbu oxirgi hollardagi rejimlar davomida issiqlik almashish apparatlarining konstruksiyalari va issiqlik berish turlarini aniqlash uchun issiqlik tashuvchilarga asoslaniladi. Biroq ko'p hollarda issiqlik tashuvchilarni aralashtirish va almashtirishning ideal modellaridan foydalanish hisoblashda xatolik beradi. Shundan kelib chiqib, issiqlik tashuvchilar harakatining yanada realroq va shu bilan bir vaqtda yetarlicha sodda bo'lgan modellaridan foydalanish lozim.

Real issiqlik almashish apparatlarida jarayonning stoxastik tabiatiga ko'ra oqim elementlarining vaqt bo'yicha taqsimlanishi notekisdir. Bunday notekislikning mavjudligini quyidagi manbalar orqali ko'rsatish mumkin: tizimlarning kesimlaridagi tezliklarning turli o'lchamliligi; oqimlarning turbulentlashishi; oqimlarda turg'un sohalarning mavjudligi; tizimda baypas oqimlar va kanallarning vujudga kelishi. Oqimlarning notekisligini baholash uchun bo'lish vaqti bo'yicha taqsimlanish funksiyasi kiritiladi va bu funksiya tizimlarning impulsli, pog'onali yoki chastotali g'alayonlarga javobidan aniqlanadi va real oqimning ideal aralashtirish va almashtirish modellaridan og'ishini miqdoriy baholash imkonini beradi. *Tizimlarning g'alayonlarga bo'lgan javobining miqdoriy* tavsiflari (o'rtacha qiymat, dispersiya va h.z.) modellarning (diffuziyali va yacheykali) jarayonning stoxastik tabiatida qatnashuvchi parametrlarini hisoblash imkonini beradi. Suyuqliklar oqimidagi uning harakatini yuzaga keltiruvchi haroratning taqsimlanishini oqimlar harakatining ilgari ko'rib chiqilgan modellari yordamida monand tavsiflash mumkin. Bunda oqimdagi moddaning konsentratsiyasi boshqa tavsif – harorat bilan almashtiriladi. «Quvur ichida quvur» apparati tizimida oqimni kondensatsiyalanuvchi bug' bilan T_1 haroratda qizdirishni ko'rib chiqamiz. Issiqlik almashish apparatining sxemasi 5.1-rasmda keltirilgan.

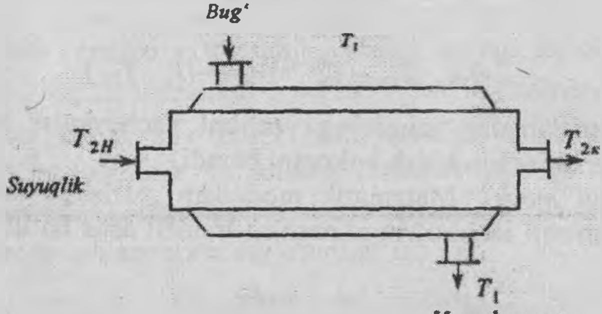
Ideal o'rin almashish modeli. Bu modelning asosida quyidagi farazlar yotadi:

1) ko'ndalang kesimlarda haroratlar doimiy; 2) bo'ylama almashinish mavjud emas.

Modellarning matematik tavsiflari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\upsilon_2 \frac{dt}{dx} = \frac{KP(T_1 - T)}{Sc_{p_2}} \qquad (5.7)$$

bu yerda, υ_2 — qizdirilayotgan sovuq agentning oqish tezligi; K – issiqlik uzatish koeffitsiyenti; P va S – qizdirilayotgan yuza perimetri va ichki quvurning ko'ndalang kesim yuzasi; c_{p_2} – sovuq agentning issiqlik sig'imi; χ – issiqlik apparatining kirishigacha bo'lgan masofa.



5.1-rasm. Issiqlik almashish apparatining sxemasi.

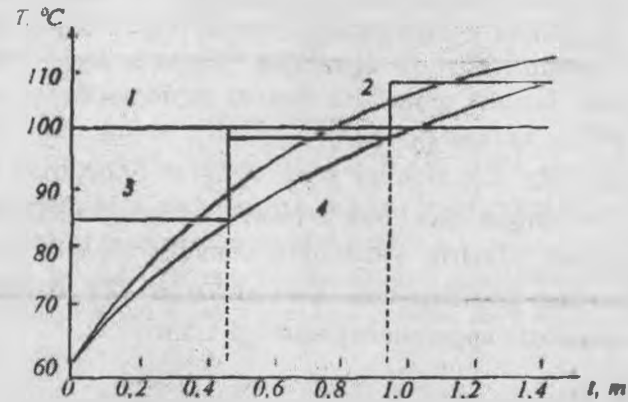
(5.7) tenglamani integrallash kirishdan χ masofada bo'lgan sovuq agentning harorati uchun quyidagi ifodani beradi:

$$T = T_1 - (T_1 - T_{2H})e^{-\frac{KP}{Sc_{p_2}\upsilon_2}\chi} \qquad (5.8)$$

Ideal aralashmaning modeli. Bu model sovuq agentning to'liq aralashishida amalga oshiriladi. Shuning uchun ham uning temperaturasi issiqlik almashish apparatining uzunligi bo'yicha o'zgarmaydi. Sovuq agentni qizdirishgacha bo'lgan harorat quyidagi issiqlik balans tenglamasidan aniqlanadi:

$$G_2c_{p_2}(T_{2K} - T_{2H}) = KF(T_1 - T_{2K}) \qquad (5.9)$$

Yacheykali model. Bu yerda sovuq agent oqimi ideal aralashishning ketma-ket bog'langan yacheykalari qatorlariga ajratilgan ko'rinishida keltiriladi. Modellarning matematik tavsifi yacheykalarning har biri uchun issiqlik balans tenglamasini o'z ichiga oladi:



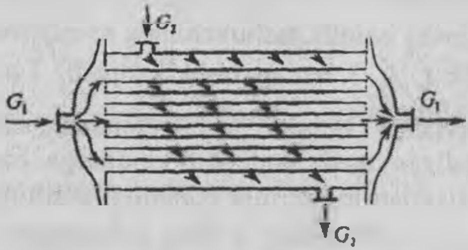
5.3-rasm. Turli modellar bo'yicha harorat profilining hisobi:
1-ideal aralashish; 2-ideal siqib chiqarish; 3-yacheykali model;
4-diffuziyali model.

Ular turli modellar uchun olingan haroratlarning sezilarli tarqalishi haqida ma'lumot beradi. Shunday qilib, ideal o'rin almashish modeli yuqori haroratlar ($T_{2K} = 112\ °C$) ni beradi, to'liq aralashish modeli esa past haroratlar ($T_{2K} = 100\ °C$) ni beradi. Issiqlik almashish apparatidagi harorat o'zgarishining yanada realroq xarakterini yacheykali va diffuziyali modellar aks ettiradi ($T_{2K} = 100\ °C$). Bunda berilgan modellar uchun chekli haroratlar amaliy jihatdan mos keladi, lekin juda kichik kesimlardagi haroratlar farq qiladi. Ideal o'rin almashish va diffuziyali modellar uchun issiqlik apparatlarini hisoblashda chekli haroratlarning farqi 5° (5% ga yaqin) ni tashkil etadi. Sovuq agentning o'rin almashish va to'liq aralashish modellari yanada katta farqni beradi.

Keltirilgan natijalar shuni ko'rsatadiki, issiqlik tashuvchilarining real oqimlarini to'la o'rin almashish va aralashish rejimlaridan og'ishini o'rganish muhim hisoblanadi.

5.1.3. Rekuperativ issiqlik almashish apparatlarining ishlashini modellashtirish

Umumiy munosabat. Issiqlik almashish apparatlarining berilgan turi kimyo sanoatida keng tarqalgan; unga birinchi navbatda rekuperativ obi quvurli issiqlik almashish apparatlari tegishli (5.4-rasm).



5.4-rasm. Obi quvurli issiqlik almashish apparatidagi issiqlik tashuvchilar oqimlarining sxemasi.

Issiqlik almashish apparatlarining hisobi odatda kerakli miqdordagi issiqlik Q uzatish uchun lozim bo'ladigan issiqlik almashish sirti F ning maydonini aniqlash maqsadida (loyihaviy hisob) yoki berilgan konstruksiyali va issiqlik almashish yuzali issiqlik almashish apparatlaridagi issiqlik tashuvchilarning harorati va issiqlik miqdorini aniqlash maqsadida (tekshiruv hisobi) amalga oshiriladi. Bu variantlarning prinsipial farqlari yo'q, shuning uchun ham kelgusida loyihaviy hisobni ko'rib chiqamiz.

Devor bilan ajratilgan, turli haroratli ikki issiqlik tashuvchilar o'rtasidagi issiqlik uzatish jarayonini ko'rib chiqamiz. Elementar df issiqlik almashish maydoni orqali o'tadigan issiqlik miqdori dQ

$$dQ = K(T_1 - T_2)df \tag{5.17}$$

ni tashkil etadi.

Bu yerda T_1 va T_2 – issiqlik tashuvchilarning issiqlik almashish yuzasiga perpendikular bo'lgan o'rtacha haroratlari; K – termik o'tkazuvchanlik mohiyatiga ega bo'lgan proporsonallik koeffitsiyenti va u issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqi 1° bo'lganda birlik issiqlik almashish yuza orqali birlik vaqt ichida o'tuvchi issiqlik miqdoriga teng.

Termik o'tkazuvchanlikka teskari kattalik termik qarshilik bo'lib, issiqlik oqimi yo'nalishidagi bir-biriga bog'liq termik qarshiliklardan, aynan u: qattiq devor yuzasining birinchi issiqlik tashuvchining issiqlik o'tkazishini asosiy massasiga bo'lgan termik qarshiligi $1/\alpha_1$; qattiq devorning xususiy qarshiligi $\left(\delta_{cT}/\lambda_{CT}\right)$ devor yuzasining ikkinchi issiqlik tashuvchining asosiy massasiga bo‘lgan termik qarshilik ($1/\alpha_2$) lardan tashkil topadi. Termik qarshiliklar qo‘shimcha ravishda issiqlik tashuvchilardan issiqlik o‘tkazish yuzasiga tushadigan turli jinsli cho‘kindilarga ham ega. Bunday qo‘shimcha qatlamlarning termik qarshiligi ularning qalinligi δ_i va issiqlik o‘tkazish koeffitsiyenti λ_i bilan ifodalanadi.

Yassi issiqlik almashish yuzalari uchun issiqlik uzatish koeffitsiyentining qiymati xususiy termik qarshilik orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}\right)^{-1} \qquad (5.18)$$

Endi kinetik va issiqlikning fizik koeffitsiyentlari o‘zgarmas bo‘lgan hollardagi issiqlik almashish apparatining hisobini ko‘rib chiqamiz.

Issiqlik almashish sirtining zaruriy maydoni (5.17) differensial tenglamani izlanayotgan butun F sirt bo‘yicha integrallab aniqlanadi:

$$F = \int_0^F \frac{dQ}{K(T_1 - T_2)} \qquad (5.19)$$

Shunday qilib, integral ostidagi funksiya issiqlik tashuvchining harorati va integrallashning noma’lum yuqori chegarasiga bog‘liq bo‘ladi va (5.19) tenglamani integrallash issiqlik tashuvchilarning o‘zgaruvchan haroratlariga nisbatan amalga oshiriladi. df elementar issiqlik almashish yuzasidagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik balansining tenglamasini yozib quyidagini olamiz (issiqlik tashuvchilar teskari oqimli bo‘lgan hollar uchun):

$$dQ = -c_1 G_1 dT_1 = -c_2 G_2 dT \qquad (5.20)$$

bu yerda, c_1, c_2, G_1, G_2 – birinchi va ikkinchi issiqlik tashuvchilarning issiqlik sig‘imlari va massaviy sarflari.

(5.20) munosabat faqatgina molekular issiqlik o‘tkazuvchanlik va turbulent o‘tish tufayli ko‘ndalang o‘tgan issiqlik miqdori konvektiv o'tishdagi bilan solishtirilganda ahamiyatsiz darajada bo'lganda to'g'ridir. (5.20) tenglamadan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$d(T_1 - T_2) = \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) K(T_1 - T_2) df \tag{5.21}$$

bu yerda $\omega_1 = c_1 G_1$, $\omega_2 = c_2 G_2$ – issiqlik tashuvchilarning suvdagi ekvivalentlari.

T_1 va T_2 haroratlar o'zgarishining kichik diapazonlarida kattaliklarni o'zgarmas deb qabul qilish mumkin. Unda (5.21) tenglama integrallansa, issiqlik tashuvchilarning bo'ylama issiqlik almashish yuzasi bo'yicha haroratlarining o'zgarish farqi eksponensial ko'rinishga o'tadi:

$$T_1 - T_2 = \Delta_1 \exp\left[-K\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) f\right] \tag{5.22}$$

bu yerda, ΔT_1 – issiqlik tashuvchilarning $f = 0$ dagi haroratlarining farqi.

(5.22) tenglamadan yuza bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta T_1 \exp\left[K\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) f\right] df = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \tag{5.23}$$

ΔT_2 – $f = F$ bo'lganda issiqlik almashish apparatining ikkinchi oxiridagi issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqlari.

Issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari o'zgarmas bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. (5.17) tenglamani $K = const$ shartga ko'ra integrallab quyidagini olamiz:

$$Q = \int_0^F K(T_1 - T_2) df = K \Delta T_{o'r} F \tag{5.24}$$

Issiqlik balansi tenglamasi

$$W_1(T_{1H} - T_1) = \bar{W}_1(T_{1K} - T_1) \tag{5.25}$$

ni hisobga olib issiqlik almashish apparatining ixtiyoriy kesimi uchun issiqlik tashuvchilar haroratlarining bog'liqligini olish qiyin emas:

$$T_1 = T_{2K} + \frac{W_2}{W_1}\left\{T_{1H} + \Delta T_1 \exp\left[K\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right)f\right]\right\} \quad (5.26)$$

O'xshash tarzda ikkinchi issiqlik tashuvchilar haroratlarining taqsimlanishi topiladi. Devorlarning tashqi yuzalaridagi harorat t_c issiq harorat tashuvchining devor va termik qarshiliklarning butun tizimi orqali tashiydigan miqdorlarining tengligidan aniqlanadi:

$$a_1(T_1 - T_{C1}) = K(T_1 - T_2) \quad (5.27)$$

Issiqlik almashish apparatidagi ixtiyoriy kesim uchun T_{c2} yuqoridagiga o'xshash tarzda topiladi. Shunday qilib, ushbu holdagi issiqlik apparatining ichidagi barcha haroratlarning taqsimlanishini oson topish mumkin.

Issiqlik almashish apparatini hisoblashning ko'rib chiqilgan usullarining asosiy kamchiligi devorning a_1 va a_2 haroratlariga bo'lgan ta'sirning hisobga olinmasligi hisoblanadi.

Amaliyotda issiqlik almashish apparaturalarini hisoblashning butun issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik tashuvchilarning issiqlik sig'imi va issiqlik uzatish koeffitsiyentlari o'zgarmas deb olingan usullari keng tarqalgan, biroq bu yerda boshlang'ich usullardan farqli ravishda issiqlik uzatish koeffitsiyenti K ning qiymati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha olingan o'rtacha $\bar{T}_1, \bar{T}_{c1}, \bar{T}_{c2}, \bar{T}_2$ larning qiymatlariga bog'liq. Shunday qilib $\bar{T}_{c1}, \bar{T}_{c2}$ berilmagan bo'lib, ularning o'zi issiqlik almashishning o'rnatilgan jadalligiga bog'liq bo'ladi, ya'ni ular interativ usulda aniqlaniladi. Ushbu usul bo'yicha hisoblash algoritmi quyidagilardan tarkib topadi.

Issiqlik almashish apparatining oxirida issiqlik tashuvchining ma'lum harorati bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ hisoblaniladi ((5.23) tenglama). Suv ekvivalenti katta issiqlik tashuvchilar uchun apparaturalarning uzunligi bo'yicha haroratlarning o'rtacha yaqinlashish qiymati $\bar{T}_1 = 0.5(\bar{T}_{1H} + T_{1K})$ hisoblanadi. Ikkinchi issiqlik tashuvchi uchun o'rtacha harorat $\bar{T}_2 = \bar{T}_1 - \Delta T_{o'r}$ kabi hisoblanadi.

Devorning birinchi issiqlik tashuvchi tomonidagi boshlang'ich yaqinlashish harorati $\bar{T}_{C1}$ $\bar{T}_1 - \bar{T}_2$ diapazonda tanlandi. Keyinchalik birinchi issiqlik tashuvchining devorga issiqlik berish koeffitsiyenti α_1 ni baholash mumkin. Unda birinchi issiqlik tashuvchidan devorga beriluvchi issiqlik oqimi q_1 quyidagini tashkil etadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_2) \tag{5.28}$$

Ifloslangan devorning ma'lum termik qarshiligi $\left(r_T + \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}}\right)$ bo'yicha devorning ikkinchi issiqlik tashuvchi tomonidagi yuzasining harorati aniqlanadi, ya'ni

$$\bar{T}_{C2} = \bar{T}_{C1} - q\left(r_T - \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}}\right) \tag{5.29}$$

Issiqlik berish koeffitsiyentining qiymati ma'lum $\bar{T}_{C2}$ va $\bar{T}_2$ lar bo'yicha hisoblanadi. Nihoyat, devordan ikkinchi issiqlik tashuvchi tomonga beriladigan issiqlik oqimi topiladi:

$$q_2 = \alpha_2(\bar{T}_{C2} - \bar{T}_2) \tag{5.30}$$

Statsionar issiqlik uzatishda q_1 va q_2 issiqlik oqimlari bir-biriga teng bo'lishi kerak. Ko'rinib turibdiki, boshlang'ich iteratsiyalarda bu shart bajarilmaydi va o'rtacha harorat taxminiy beriladi. Bunday holda devor harorati $\bar{T}_{C1}$ quyidagi shartdan kelib chiqib aniqlanadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{C1}) \tag{5.31}$$

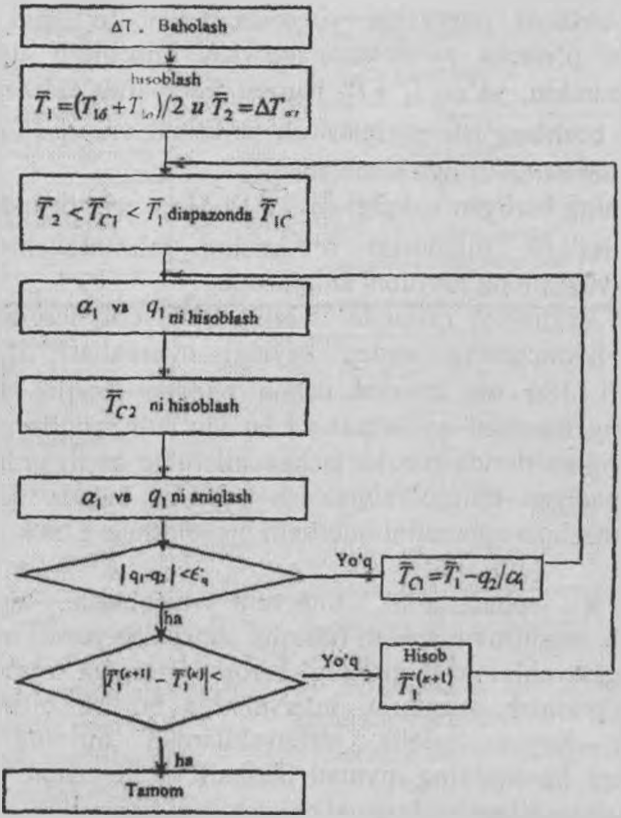
q_1 va q_2 oqimlar hisobining berilgan aniqligiga erishishda issiqlik almashish sirtining maydoni G' va issiqlik uzatish koeffitsiyenti K ning qiymatlari hisoblanadi. Olingan G' va K larning qiymatlari birinchi issiqlik tashuvchining ((5.26) tenglamaga asosan) o'rtacha harorati T_1 ni aniqlash imkonini beradi. Keyin ikkinchi issiqlik tashuvchining o'rtacha harorati T_2 aniqlanadi va iteratsiya jarayoni toki ikkita ketma-ket iteratsiyalardagi o'rtacha haroratlarning farqlari berilgan aniqlikdan kam bo'lmaguncha davom ettiriladi.

Qaynatgichlar yoki kondensatorlarni hisoblashda issiqlik tashuvchilardan birining harorati o'zgarmas bo'lsa, issiqlik tashuvchilarning bo'ylama issiqlik o'tkazish yuzasidagi o'rtacha harorati bo'yicha amalga oshiriladigan iteratsiya sikli qatnashmaydi, umumiy qilib aytganda, masala osonlashtiriladi. 5.5-rasmda bo'ylama issiqlik almashish yuzasining o'rtacha parametrlari bo'yicha hisoblanadigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok - sxemasi keltirilgan.

Endi issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari o'zgaruvchan bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. Ko'pgina amaliy hollarda issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsiyentlari issiqlik tashuvchilarning harorati va devor yuzasiga bog'liq bo'ladi. Bularga bog'liq holda ilgari ko'rib o'tilgan issiqlik almashishning o'rtacha parametrlari bo'yicha issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmini issiqlik tashuvchilar haroratlarining o'zgarishi katta bo'lmagan hollar uchun qo'llab ko'ramiz. Ko'rsatilgan mulohaza issiqlik almashish apparaturalarini hisoblashning intervalli usuli deb ataluvchi usul sifatida o'rganiladi. Usulning mohiyati quyida keltirilgan.

$[T_{1H}, T'_{1K}]$ issiqlik tashuvchilardan biri ega bo'lgan harorat o'zgarishining diapazoni bir necha sondagi intervallarga bo'linadi va har bir interval chegaralarida issiqlik tashuvchilar va devorning haroratlari o'zgarmaydi deb hisoblash mumkin.

Birinchi issiqlik tashuvchining harorati tanlangan intervallarning birinchisini oxirida T_1^1 ni tashkil qilsin. Ushbu issiqlik tashuvchining birinchi interval chegaralaridagi haroratini doimiy va $T_1 = 0.5(T_{1H} + T_1^1)$ ga teng deb qabul qilish mumkin. Ikkinchi issiqlik tashuvchining birinchi interval oxiridagi haroratini (misol to'g'ri oqim hollari uchun qaralmoqda) issiqlik balansi tenglamasidan oson aniqlash mumkin



5.5-rasm. O'rtacha parametrli issiqlik almashishning bo'ylama yuzasi bo'yicha issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok - sxemasi.

$$T_2^1 = T_{2H} + \frac{c_1 G_1}{c_1 G_1}\left(T_{1H} - T_1^1\right) \tag{5.32}$$

va mos ravishda ikkinchi issiqlik tashuvchining birinchi hududdagi harorati quyidagi tenglikni qabul qilishi mumkin

$$\overline{T}_2^1 = 0.5\left(T_{2H} + T_2^1\right) \tag{5.33}$$

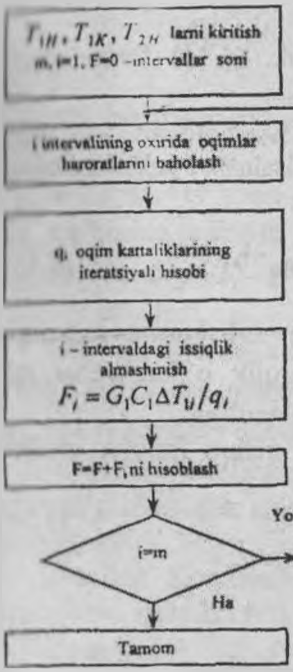
Endi birinchi intervalga yuqorida ko'rib o'tilgan issiqlik almashishni o'rtacha parametrlar bo'yicha hisoblash algoritmini qo'llash mumkin, ya'ni $T_1^1 + T_2^1$ harorat intervalida devorning T_{C1}^1 haroratiga boshlang'ich yaqinlashish tanlanadi va $\alpha_1^1, q_1^1, T_{C2}^1, \alpha_2^1, q_2^1$ qiymatlar iteratsion usulda hisoblanadi.

Hisobning berilgan aniqligi $(|q_1 - q_2| < \xi)$ ga erishilgandan so'ng berilgan issiqlik miqdorini o'tkazishni ta'minlovchi issiqlik almashish yuzasining maydoni aniqlanadi.

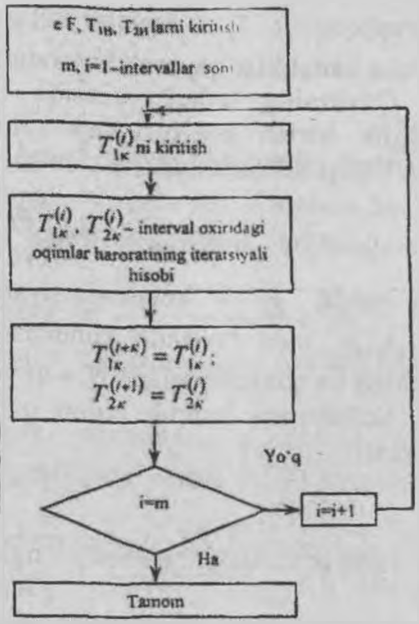
Keyin ketma-ket ravishda issiqlik tashuvchi harorati o'zgarishining ikkinchi va undan keyingi intervallari T_{1K} gacha hisoblanadi. Har bir interval uchun olingan issiqlik almashish yuzalarining barchasi qo'shiladi va bu yig'indi issiqlik almashish apparatining oxirlarida issiqlik tashuvchilarning berilgan haroratida talab qilinadigan issiqlik almashish yuzasini beradi. 5.6-rasmda issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblashning blok - sxemasi keltirilgan.

Issiqlik apparatlarini intervalli hisoblash algoritmlari yordamida tekshiruv hisoblari (issiqlik almashish yuzasi ma'lum va issiqlik tashuvchining chiqishdagi haroratini topish talab qilinadi) issiqlik almashish yuzalarini intervallarga bo'lish bilan amalga oshiriladi. Keyin issiqlik tashuvchilardan birining interval chiqishidagi haroratining qiymati beriladi va iteratsion yo'l bilan issiqlik tashuvchilarning interval chiqishidagi haroratlari aniqlanadi, shundan so'ng keyingi intervalga o'tiladi. Issiqlik almashish apparatining tekshiruv o'tkazishdagi intervalli hisoblash algoritmi 5.7-rasmda keltirilgan.

Issiqlik tashuvchilarning ikkalasini ham agregat holati o'zgaradigan issiqlik apparatlarining hisobi. Qaralayotgan issiqlik almashish apparatlarida odatda bir issiqlik tashuvchi bug'larining kondensatsiyalanishi va ikkinchi suyuq issiqlik tashuvchining qaynashi amalga oshiriladi (masalan, rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari, bug'latish apparatlarining yonish kameralari). Ushbu issiqlik almashish jarayonlarining asosiy xususiyati issiqlik tashuvchilarning bo'ylama issiqlik almashish yuzasi bo'yicha harorati o'zgarmas va buning natijasida issiqlik tashuvchilarning xossalari va issiqlik uzatish koeffitsiyenti ham o'zgarmasdir.



5.6-rasm. Issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



5.7-rasm. Issiqlik almashish apparatining tekshiruv o'tkazishdagi intervalli hisoblash algoritmining blok - sxemasi.

Issiqlik almashish apparatlari bir yo'lli obi quvurli bo'lgan hollarda issiqlik almashish yuzasini hisoblash algoritmini ko'rib chiqamiz.

Quvur devoridan qaynaydigan suyuqlik quvuriga issiqlik uzatish koeffitsiyenti α_{quv}

$$\alpha_{quv} = 780\frac{\lambda_j^{1.3}\rho_j^{0.5}\rho_P^{0.06}q^{0.6}}{\sigma_j^{0.5}r_j^{0.6}\rho_0^{0.6}c_j^{0.3}\mu_j^{0.3}} = Aq^{0.6} \qquad (5.34)$$

formula bo'yicha aniqlanadi,

bu yerda, q – solishtirma issiqlik oqimi, Vt/m^2; ρ_0 – suyuqlik bug'larining atmosfera bosimidagi zichligi; – bug' hosil bo'lishining solishtirma issiqligi; σ_j – sirt tarangligi; c_j – issiqlik sig'imi; μ_j –

qovushqoqlik; λ_j – issiqlik o'tkazuvchanlik. (5.34) formuladagi barcha kattaliklar qaynash haroratida berilgan.

Quvurning tashqi yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsiyenti solishtirma issiqlik yuklamasining bog'liqligi ko'rinishida ifodalanishi mumkin:

$$\alpha_{M,quv} = 1.2\lambda_k \left(\frac{\rho_k^2 r_k g}{\mu_k H q} \right)^{1/3} = Bq^{-1/3} \tag{5.35}$$

bu yerda, r_k – kondensatsiyalanishning solishtirma issiqligi, λ_k, ρ_k, μ_k mos ravishda kondensatning issiqlik o'tkazuvchanligi, zichligi va qovushqoqligi; N – quvurning balandligi.

Solishtirma issiqlik oqimi q ni topish uchun issiqlik uzatish yuzasi

$$F = Q/q \tag{5.36}$$

va issiqlik uzatishning asosiy tenglamasi

$$q = K\Delta T \tag{5.37}$$

dan foydalanib uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz,

$$\frac{1}{K} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{\alpha_{quv}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{quv\ ar}} \tag{5.38}$$

bu yerda, K – issiqlik uzatish koeffitsiyenti; ΔT– issiqlik tashuvchilar haroratlarining farqi; $\sum \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} + r_{z1} + r_{z2}$ - quvur devori va iflos cho'kmalarning termik qarshiliklari yig'indisi; Q – apparatning issiqlik balansidan aniqlanadigan issiqlik yuklamasi.

(5.38) tenglamaga (5.34) va (5.35) ifodalar qo'yilgandan so'ng u quyidagi ko'rinishga keladi:

$$f(q) = \frac{1}{A} q^{0.4} + \left(\sum \frac{\delta}{\lambda} \right) q + \frac{1}{B} q^{4/3} - \Delta T = 0 \tag{5.39}$$

Oxirgi tenglamani solishtirma issiqlik yuklamasi q ga nisbatan yechishni yarmiga bo'lish usuli bilan amalga oshirish mumkin (5.11 rasm). Usulning g'oyasi $[a_i, b_i]$ kesmani ketma-ket qisqartirishdan iborat bo'lib, qisqartirish izlanayotgan q^* ildizga olib boruvchi bu kesmani ikkiga bo'lish yordamida amalga oshiriladi:

$$c_i = \frac{a_i + b_i}{2} \tag{5.40}$$

tekshirish sharti quyidagicha

$$f(a_i)f(c_i) < 0 \tag{5.41}$$

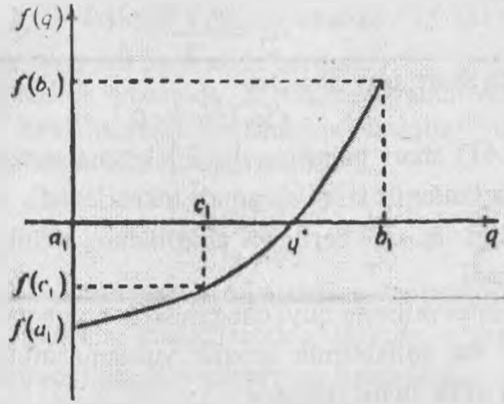
Agar (5.41) shart bajarilsa, $[a_i, c_i]$ kesma tanlanadi; aks holda $[a_i, c_i]$ kesma tanlanib izlanish amali takrorlanadi. Kesmani bo'lish uning uzunligi $b_i - a_i$ berilgan aniqlikdan kichik bo'lmaguncha davom ettiriladi.

Izlanish intervalining quyi chegarasi a_1 nolga yaqin qilib, yuqori chegarasi b_1 esa solishtirma issiqlik yuklamasining kritik qiymati q_{kr} ga yaqin qilib qabul izlanadi.

Topilgan solishtirma issiqlik yuklamasi q uchun talab qilinadigan issiqlik almashish apparatining yuzasi (5.36) tenglikdan aniqlanadi.

1-misol. Kondensatning kondensatsiyalanish haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_k = 0.683$ Vt/(m·K), zichligi $\rho_K = 908$ kg/m^3, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_k = 2095000$ J/kg, qovushqoqligi $\mu_k = 0{,}000177$ Pa·s. Suyuqligining qaynash haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_j = 0{,}686$ Vt/(m·K), zichligi $\rho_j = 957$ kg/m^3, issiqlik sig'imi $c_j = 4190$ J/(kg·K), qovushqoqligi $\mu_j = 0{,}00024$ Pa·s, sirt tarangligi $\sigma_j = 0{,}0583$ N/m, qaynash haroratidagi bug'larning zichligi $\rho_p = 0{,}65$ kg/m^3, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_j = 2253900$ J/kg bo'lgan suv bug'i bilan qizdiriladigan qaynatgich berilgan. Haroratlar farqi $\Delta T = 55{,}6$°C, quvur devori va iflos cho'kmalar termik qarshiliklarining yig'indisi $\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} = 0{,}0004787$ m^{2}XK/Vt

Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 1005000$ Vt bo'lsa, berilgan rektifikatsiya kolonnasining qaynatgichini hisoblash talab qilinadi.



5.8-rasm. Oraliqni teng ikkiga bo'lish usulining grafik tasviri.

Yechim–rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari sifatida odatda vertikal bir yo'lli obi quvurli issiqlik almashish apparatlaridan foydalaniladi va quvurning tashqi yuzasini kondensatsiyalovchi, qizdiruvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsiyenti quvurning balandligiga bog'liq, shuning uchun ham avval quvurning balandligi $H = 2\,\text{m}$ ni beramiz. Boshlang'ich ma'lumotlar asosida talab qilingan issiqlik almashish yuzasi F ni hisoblaymiz. Hisoblash natijalari quyidagicha: $\alpha_{quv} = 10478{,}2$ $\text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $\alpha_{quv.or} = 7073{,}6\ \text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $K = 1395{,}9\ \text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $F = 12{,}9\,\text{m}^2$.

Balandligi $H = 2\,\text{m}$ bo'lgan bir yo'lli obi quvurli issiqlik **almashish apparatlar yuzasining** Davlat standartidagi (Dav.ST) **qiymatga yaqin qiymati 18 m^2 . Shundan kelib chiqib,** issiqlik **almashish apparatining zaxira yuzasi talab qilingani** bilan **solishtirilganda quyidagini tashkil etadi:** $\Delta = \dfrac{18-12{,}9}{12{,}9}100\% = 39{,}5\%$

Issiqlik almashish apparatini Dav.ST **bo'yicha** yanada aniqroq **tanlashga harakat** qilamiz. Buning uchun quvurning balandligini $N=$ 1,5 m **deb qilamiz.** Ushbu **holda issiqlik** apparatining hisobi quyidagilarni **beradi:** $a_{quv} = 10596{,}5\ \text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $a_{quv.or} = 7698{,}1\ \text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $K = 1422{,}3\ \text{Vt}/(\text{m}^2\text{K})$, $F = 12{,}7\,\text{m}^2$.

Dav.ST 15122—79 dagi issiqlik almashish apparatiga yaqin, [illegible] m^2 yuzali issiqlik almashish apparati yuza bo‘yicha quyidagi bo‘la qanoatlantiruvchi zaxirani ta’minlaydi.

Shunday qilib, ikkinchi holatda hisoblangan qaynatgich afzal bo‘lib, u issiqlik almashish yuzasi bo‘yicha ko‘proq asoslangan zaxirani ta’minlaydi va kichik issiqlik almashish yuzasiga ega.

Issiqlik tashuvchilardan birining agregat holati o‘zgaradigan issiqlik almashish apparatlarining hisobi. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu sinfiga qizdiruvchi agent sifatida kondensatsiyalanuvchi bug‘ ishlatiladigan suyuqlik bug‘larining kondensatorlari va qizdirgichlarni kiritish mumkin. Bunday issiqlik almashish apparatlarida agregat holati o‘zgaruvchi issiqlik tashuvchining harorati issiqlik uzatish yuzasi bo‘yicha o‘zgarmas bo‘ladi va fazaviy o‘tish haroratiga mos keladi, ikkinchi issiqlik tashuvchining harorati esa monoton ravishda o‘zgaradi. Shunday qilib, issiqlik uzatishni harakatga keltiruvchi kuch va issiqlik uzatish koeffitsiyenti yuza bo‘yicha o‘zgaradi. Bu holatda issiqlik apparatlarini hisoblash yo yuza bo‘yicha olingan o‘rtacha issiqlik almashish parametrlari asosida yo intervalli bo‘lsin, butun issiqlik almashish yuzasi hududlarga bo‘linadi va ularning har biri doimiy issiqlik almashish parametrga ega deb hisoblanadi. Keyinroq o‘rtacha parametrli butun issiqlik almashish yuzasi bo‘yicha issiqlik almashish apparatlarini hisoblashni ko‘rib chiqamiz. Hisoblashning taklif qilinadigan algoritmlari bir va ko‘p yo‘lli obi quvurli issiqlik almashish apparatlariga tegishli bo‘lib, quvurlar orasidagi fazoda suyuqlik bug‘lari kondensatsiyalanadi, kondensatsiyalanish issiqligi yordamida quvurlarning ichidagi suyuqlik yoki gazlar qizdirilishi amalga oshiriladi.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilarning issiqlik uzatish koeffitsiyenti quyidagi ko‘rinishda keltirilishi mumkin:

$$\alpha_{quv} = \frac{\lambda_{quv}}{d} x \mathrm{Re}_{quv}^{Y} \mathrm{Pr}^{0.43} = CN^{-Y} \tag{5.42}$$

bu yerda

$$\mathrm{Re}_{quv} = \frac{u_{quv} d\rho_{quv}}{\mu_{quv}} = \frac{4G_{quv}z}{\pi\mu_{quv}dN}; \ \mathrm{Pr}_{quv} = \frac{c_{quv}\mu_{quv}}{\lambda_{quv}}$$

agar $\mathrm{Re}_{quv} > 10^4$ bo'lsa, $x = 0{,}023$, $u = 0{,}8$; agar $2300 < \mathrm{Re}_{quv} < 10^4$ bo'lsa, $x = 0{,}008$ $u = 0{,}9$. G_{quv} – quvurlardagi issiqlik tashuvchilarning massa sarfi; $d = d_H - 2\delta_{i\,t}$ – quvurlarning ichki diametri, N – quvurlar soni; Z – quvurlar fazosidagi yo'llar soni.

Diametri d_H va balandligi N bo'lgan vertikal quvurning tashqi yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsiyentiga muvofiq

$$\alpha_{quv.or} = DN^{13} \tag{5.43}$$

bu yerda,

$$D = 3.78\lambda_k \sqrt[3]{\frac{\rho_K^2 D_h}{\mu_k G_p}} \tag{5.44}$$

Quvurlar gorizontal bo'lgan hollarda, o'xshash tarzda quyidagi nisbatga ega bo'lamiz:

$$\alpha_{quv.ar} = DN^{13} \tag{5.45}$$

lekin

$$D = 2.02\lambda_k \sqrt[3]{\frac{\rho^2 L}{\mu_k G_p}} \tag{5.46}$$

Bu yerda, L – quvur uzunligi; R – issiqlik almashish apparatining diametrik kesimida vertikal quvurlar qatorining joylashish koeffitsiyenti.

Issiqlik almashish yuzasi G' ning kattaligi quvurlar soni N bilan bog'liqligi quyidagi munosabat bilan ifodalanadi:

$$F = \pi\left(\frac{d_H + d}{2}\right)HN \tag{5.47}$$

Unda issiqlik almashish yuzasini aniqlash masalasi berilgan uzunlik (balandlik) va diametrli quvurlar soni N ni qidirish bilan olib borilishi mumkin. Buning uchun issiqlik uzatish tenglamasi

$$KF\Delta T_{quv} = G_p r_k \qquad (5.48)$$

yoki

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{a_{quv}} + \sum\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{a_{quv.or}} = \frac{\pi d_{o'r} HN\Delta T_{o'r}}{G_p r_k} \qquad (5.49)$$

dan foydalanamiz. Bu yerda, $\Delta T_{o'r}$ - o'rtacha logarifmik harakatlantiruvchi kuch; $G_p r_k$ – umumiy issiqlik yuklamasi; $\sum\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta_{CT}}{\lambda_{CT}} + r_{z1} + r_{z2}$ – quvur devorlari va iflos cho'kma termik qarshiliklarining yig'indisi.

(5,49) tenglamaga (5.42) va (5.43) ifodalarni qo'ygach u quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$f(N) = \frac{1}{D}N^{-4/3} + \left(\sum\frac{\delta}{\lambda}\right)N^{-1} + \frac{1}{C}N^{(r-1)} - \frac{\pi d_{o'r} H\Delta T_{o'r}}{G_p r_k} = 0 \qquad (5.50)$$

Oxirgi tenglamani issiqlik almashish apparatidagi quvurlar soni N ga nisbatan mohiyati oldinroq ko'rib o'tilgan oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli bilan yechish mumkin. Quvurlar soni N aniqlangandan so'ng (5.47) tenglamadan zaruriy issiqlik almashish yuzasi G' aniqlanadi.

Issiqlik almashish yuzasini (5.47) tenglama bo'yicha hisoblash uchun oldindan bir qator konstruktiv parmetrlar berilgan bo'lishi lozim, aynan: issiqlik almashish apparatining tipi (gorizontal, vertikal), quvurlarning diametri d_H, yo'llar soni Z va quvurlarning balandligi (uzunligi) N. 5.9-rasmda issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok - sxemasi keltirilgan.

Formula bo'yicha α_{quv} hisob issiqlik tashuvchilarning quvur ichidagi harakatining turbulent rejimini kuchaytirish uchun zarur ($c = 0,023$, $u = 0,8$). Agar tanlangan diametr va balandliklarda quvurlar sonining hisobi natijasida o'lchamsiz Reynolds soni

Dav.STga mos keluvchi issiqlik almashish apparatining quvurlari soni $N = 52$. Shunday qilib, quvurlar soni bo'yicha zaxira $\Delta = \frac{52-41}{41} \cdot 100\% = 26.8\%$ ni tashkil etadi. Bu natijani qoniqarli deb hisoblash mumkin. Tanlangan gorizontal issiqlik almashish apparatining qobig'i diametri 0,325 m, $d_H = 0{,}025$ m, yo'llar soni 2, quvurlar soni 52, quvurlar uzunligi 2 m va issiqlik almashish yuzasi 8m^2.

Issiqlik tashuvchilarining agregat holati o'zgarmaydigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu guruhiga issiqlik tashuvchilarining birortasi ham agregat holatini o'zgartirmaydigan issiqlik uzatish jarayonlaridagi qizdirgichlar va sovutgichlar kiradi.

Qizdirish va sovitishda issiqlik tashuvchilarning har birining harorati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha uzluksiz va monoton ravishda almashinadi. Issiqlik uzatish parametrlari (issiqlik uzatish koeffitsiyenti, harakatlantiruvchi kuch) ga muvofiq o'zgaradi. Barcha issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik uzatish koeffitsiyenti va issiqlik tashuvchilar haroratlari farqining o'rtacha qiymatlari asosida issiqlik almashish apparatlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Bunda issiqlik tashuvchilarning o'rtacha haroratlardagi xossalari beriladi. Issiqlik almashishdagi issiqlik tashuvchilar fazaviy aralashishlarda ishtirok etmaydi, issiqlik tashuvchidan devorga, devordan sovuq issiqlik tashuvchiga issiqlik berish jarayoni o'lchamsiz Reynolds soni bilan aniqlanuvchi issiqlik oqimining rejimi, o'lchamsiz Prandtli soni bilan aniqlanuvchi issiqlik tashuvchilarning xossalariga va devorning haroratlariga bog'liq.

Segmentli pardevorga ega issiqlik almashish apparatlarining quvurlari orasidagi fazo $a_{quv.or}$ da harakatlanuvchi ikki issiqlik tashuvchining issiqlik berish koeffitsiyentlari quyidagi ifodalar bilan aniqlaniladi:

$$a_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_t} \varepsilon_\varphi 0.4 \, \mathrm{Re}_{quv.or}^{0.36} \, \mathrm{Pr}_{quv.or}^{0.36}, \; \mathrm{Re}_{quv.or} > 1000 \qquad (5.21)$$

$$\alpha_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_e} \varepsilon_\varphi 0.56 \mathrm{Re}_{quv.or}^{0.5} \mathrm{Pr}_{quv.or}^{0.36}, \; agar \; \mathrm{Re}_{quv.or} < 1000 \quad (5.52)$$

($quv.or$ – quvurlar orasidagi fazo)

Bu yerda, $Re_{quv.or} = \frac{G_{quv.or} d_e}{\mu_{quv.or} S_{quv.or}}$; $\mathrm{Pr}_{quv.or} = \frac{c_{quv.or} \mu_{quv.or}}{\lambda_{quv.or}}$ – quvurlar orasidagi fazodagi issiqlik tashuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds va Prandtli sonlari; $\varepsilon_\varphi = 0{,}6$ – quvurlar to'plamiga oqimlarning keltirib kirish burchagiga ta'sir qiluvchi koeffitsiyent; $S_{quv.or}$ – segmentli pardevorli issiqlik almashish apparatining quvurlari orasidagi fazodagi oqimning normal bilan aniqlanuvchi eng tor kesimining maydoni. Taxminan uni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin:

$$agar \; D \leq 0.3 \; bo'lsa, \; S_{quv.or} \approx 0.3S,$$

$$agar \; D > 0.3m \; bo'lsa, \; S_{quv.or} \approx 0.16S,$$

bu yerda, $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – issiqlik almashish apparatining kesim yuzasi; D – qobiqning diametri.

(5.51), (5.52) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida ekvivalent diametr d_e qabul qilingan.

Quvurlar orasida harakatlanuvchi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$agar \; Re_{quv} \geq 10^4 \; bo'lsa, \; \alpha_{quv} = 0.023 \frac{\lambda_{quv}}{d} \mathrm{Re}_{quv}^{0.8} \mathrm{Pr}_{quv}^{0.43}, \quad (5.53)$$

$$agar \; 2300 \leq Re_{quv} < 10^4 \; bo'lsa, \; \alpha_{quv} = 0.008 \frac{\lambda_{quv}}{d} \mathrm{Re}_{quv}^{0.9} \mathrm{Pr}_{quv}^{0.43}, \quad (5.54)$$

$$agar \; \mathrm{Re}_{quv} < 2300 \; bo'lsa, \; \alpha_{quv} = 0.008 \frac{\lambda_{quv}}{d} \mathrm{Re}_{quv}^{0.33} \mathrm{Pr}_{quv}^{0.43} Gr_{quv}^{0.1}, \quad (5.55)$$

bu yerda,

$$\mathrm{Re}_{quv} = \frac{4 G_{quv} z}{\pi \mu_{quv} d N}; \; \mathrm{Pr}_{quv} = \frac{c_{quv} \mu_{quv}}{\lambda_{quv}}; \; Gr_{quv} = \frac{g d^3 \beta_{quv} \rho_{quv}^2}{\mu_{quv}^2} \Delta T$$

quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds, Prandtl va Grasgof sonlari; β_{quv} – hajmiy kengayish koeffitsiyenti; z – quvurli sohadagi yo'llar soni. (5.53) - (5.55) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida quvurning ichki diametri $d = d_H - 2\delta_c$ qabul qilingan.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti α_{quv} quvurning ichki yuzasi va quvurdagi issiqlik tashuvchi haroratlarining oldin noma'lum bo'lgan farqi ΔT ga bog'liq. Shuning uchun ΔT kattalik issiqlik almashish apparatlarida issiqlik berishning quyidagi statsionarlik shartidan foydalanib, iteratsiya usulida aniqlanadi:

$$a_{quv}\Delta T = K\Delta T_{o'r} \quad (5.56)$$

yoki

$$\Delta T = \frac{K\Delta T_{quv}}{a_{quv}} \quad (5.57)$$

Haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ issiqlik tashuvchilar harakati sxemasining quyidagi formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \varepsilon_{\Delta T}\Delta T_{o'r\log} \quad (5.58)$$

bu yerda $\Delta T_{o'r\log}$ – haroratlarning o'rtacha logarifmik farqi; $\varepsilon_{\Delta T} < 1$ – teskari oqim($z=1da$ $\varepsilon_{\Delta T}=1$) bilan solishtirish bo'yicha aralash oqim $(Z = 2, 4, 6)$ da o'rtacha harakatlantiruvchi kuchning kamayishida qatnashuvchi koeffitsiyent. Issqlik uzatish koeffitsiyenti K va o'rtacha harakatlantiruvchi kuch $\Delta T_{o'r}$ lar aniqlangandan so'ng, ma'lum umumiy issiqlik yuklamasi Q da issiqlik uzatish tenglamasidan issiqlik uzatish yuzasi hisoblanadi:

$$F = \frac{Q}{K\Delta T_{o'r}} \quad (5.59)$$

Shuningdek issiqlik uzatish jarayoni issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflariga bog'liq va hisoblash boshlanishidan oldin quyidagi konstruktiv parametrlarni berish lozim: quvurning tashqi diametri d_H, yo'llar soni z, koeffitsiyent $\varepsilon_{\Delta T}$, N to'plamdagi quvurlar soni va quvurlar orasidagi fazoni eng tor kesimining maydoni $S_{quv.ar}$ 5.10 - rasmda ko'rilayotgan hol uchun issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Misol. 3-rektifikatsiya kolonnalarining kub qoldiqlari sovitgichini hisoblash. Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 402\ 980$ Vt. Quvur bo'yicha harakatlanuvchi kub qoldiqlari $G_{quv} = 1{,}24$ kg/s, uning issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_{quv} = 0{,}662$ Vt/ (m K), zichligi $\rho_{quv} = 986$ kg/m^3, qovushqoqligi $\mu_{quv} = 0{,}00054\,\text{Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'imi $c_{quv} = 4190\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$, hajmiy kengayish koeffitsiyenti $\beta_{quv} = 0{,}00048\text{K}^{-1}$. Sovituvchi suv quvurlar orasidagi fazoda $G_{quv.or} = 4{,}36\text{kg/s}$ sarf bilan harakatlanadi va o'zining o'rtacha haroratida issiqlik o'tkazuvchanlik $\lambda_{quv.or} = 0{,}61\,\text{Vt/(m}\cdot\text{K)}$, qovushqoqlik $\mu_{quv.or} = 0{,}00085\,\text{Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'im $c_{quv.or} = 4190\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$ ga ega. Issiqlik tashuvchilar haroratlarining o'rtacha logarifmik farqi $\Delta T_{o'r.log} = 25{,}4°\text{C}$ ga teng. Quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \delta/\lambda = 0{,}00042\,\text{m}^2\,\text{K/Vt}$.

Yechim. Obi - quvurli sovitgichlarning ikki variantini tanlaymiz. Birinchi variant: $d_H = 0{,}02$ m, Z=2, N= 166 va ushbu holda agar obining diametri(0.4 m) uchun quvurning maksimal uzunligi (6 m) kamlik qilsa, uni so'nggi 600 mm gacha uzaytiramiz. Ikkinchi variant:

0,020 m, *Z=2, N=314*. Issiqlik almashish apparatining hisoblanayotgan variantlari uchun $\varepsilon_{\Delta T} = 0.9$.

Normal bo'yicha birinchi variant uchun $S_{quv.or} = 0{,}021$ m^2 va ikkinchi variant uchun $S_{quv.or} = 0{,}047$ m^2 ni aniqlaymiz.

Boshlang'ich axborotlarni kiritgach **COOLER** dasturi bo'yicha birinchi variantdagi holat uchun: $\alpha_{quv} = 531{,}9$ Vt/(m^{2}K), $\alpha_{quv.or} = 2257{,}9$Vt/(m^{2}K), $K = 364{,}6$ Vt/(m^{2}K) , $F = 48{,}3$ m^2, $\text{Re}_{quv} = 2205{,}1$, $\text{Re}_{quv.or} = 4885{,}1$ larni olamiz.

Normal bo'yicha uzunligi 6 m quvurli va yuzasi $F = 62$ m^2 bo'lgan issiqlik almashish apparati mos keladi. Yuza zaxirasi 62-48,3ni tashkil qiladi:

$$\Delta = \frac{62 - 48.3}{48.3} \cdot 100\% = 28.4\%$$

aniqlovchi o'lcham sifatida quvurning ichki diametri $d = d_{H}$ ... qabul qilingan.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti α_{quv} quvurning ichki yuzasi va quvurdagi issiqlik tashuvchi haroratlarining oldin noma'lum bo'lgan farqi ΔT ga bog'liq. Shuning uchun ΔT kattalik issiqlik almashish apparatlarida issiqlik berishning quyidagi statsionarlik shartidan foydalanib iteratsiya usulida aniqlanadi:

$$a_{quv}\Delta T = K\Delta T_{o'r} \quad (5.56)$$

yoki

$$\Delta T = \frac{K\Delta T_{quv}}{a_{quv}} \quad (5.57)$$

Haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ issiqlik tashuvchilar harakati sxemasining quyidagi formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \varepsilon_{\Delta T} \Delta T_{o'r\,log} \quad (5.58)$$

bu yerda $\Delta T_{o'r\,log}$ – haroratlarning o'rtacha logarifmik farqi; $\varepsilon_{\Delta T}$ ... – teskari oqim($z=1da$ $\varepsilon_{\Delta T}=1$) bilan solishtirish bo'yicha aralash oqim $(Z = 2, 4, 6)$ da o'rtacha harakatlantiruvchi kuchning kamayishida qatnashuvchi koeffitsiyent. Issqlik uzatish koeffitsiyenti K va o'rtacha harakatlantiruvchi kuch $\Delta T_{o'r}$ lar aniqlangandan so'ng, ma'lum umumiy issiqlik yuklamasi Q da issiqlik uzatish tenglamasidan issiqlik uzatish yuzasi hisoblanadi:

$$F = \frac{Q}{K\Delta T_{o'r}} \quad (5.59)$$

Shuningdek issiqlik uzatish jarayoni issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflariga bog'liq va hisoblash boshlanishidan oldin quyidagi konstruktiv parametrlarni berish lozim: quvurning tashqi diametri d_{H}, yo'llar soni z, koeffitsiyent $\varepsilon_{\Delta T}$, N to'plamdagi quvurlar soni va quvurlar orasidagi fazoni eng tor kesimining maydoni $S_{quv.or}$ 5.10 - rasmda ko'rilayotgan hol uchun issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Misol 3-rektifikatsiya kolonnalarining kub qoldiqlari …hini hisoblash. Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 402\ 980$ Vt. Quvur bo'yicha harakatlanuvchi kub qoldiqlari $G_{quv} = 1{,}24$ kg/s, issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_{quv} = 0{,}662$ Vt/ (m K), zichligi $\rho_{quv} = 986$ kg/m^3, qovushqoqligi $\mu_{quv} = 0{,}00054\,\text{Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'imi $c_{quv} = 4190$J/(kg·K), hajmiy kengayish koeffitsiyenti $\beta_{quv} = 0{,}00048\,K^{-1}$. Sovutuvchi suv quvurlar orasidagi fazoda $G_{quv.or} = 4{,}36$kg/s sarf bilan harakatlanadi va o'zining o'rtacha haroratida issiqlik o'tkazuvchanlik $\lambda_{quv.or} = 0{,}61\,\text{Vt}/(\text{m}\cdot\text{K})$, qovushqoqlik $\mu_{quv.or} = 0{,}00085\,\text{Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'im $c_{quv.or} = 4190\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ga ega. Issiqlik tashuvchilar haroratlarining o'rtacha logarifmik farqi $\Delta T_{o'r.log} = 25{,}4°\text{C}$ ga teng. Quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \delta/\lambda = 0{,}00042\,\text{m}^2\,\text{K}/\text{Vt}$.

Yechim. Obi - quvurli sovitgichlarning ikki variantini tanlaymiz. Birinchi variant: $d_H = 0{,}02$ m, Z=2, N= 166 va ushbu holda agar qobiqning diametri(0.4 m) uchun quvurning maksimal uzunligi (6 m) imkonlik qilsa, uni so'nggi 600 mm gacha uzaytiramiz. Ikkinchi variant:

$d_H =$ 0,020 m, *Z=2, N=314*. Issiqlik almashish apparatining hisoblanayotgan variantlari uchun $\varepsilon_{\Delta T} = 0.9$.

Normal bo'yicha birinchi variant uchun $S_{quv.or}$ = 0,021 m^2 va ikkinchi variant uchun $S_{quv.or}$= 0,047 m^2 ni aniqlaymiz.

Boshlang'ich axborotlarni kiritgach **COOLER** dasturi bo'yicha birinchi variantdagi holat uchun: α_{quv}=531,9 Vt/(m^{2}K), $\alpha_{quv.or}$=2257,9Vt/(m^{2}K), K = 364,6 Vt/(m^{2}K) , F = 48,3 m^2, Re$_{quv}$= 2205,1, Re$_{quv.or}$ = 4885,1 larni olamiz.

Normal bo'yicha uzunligi 6 m quvurli va yuzasi F= 62 m^2 bo'lgan issiqlik almashish apparati mos keladi. Yuza zaxirasi 62-48,3ni tashkil qiladi:

$$\Delta = \frac{62 - 48.3}{48.3} \cdot 100\% = 28.4\%$$

aniqlovchi o'lcham sifatida quvurning ichki diametri $d = d_H - 2\delta$, qabul qilingan.

Quvurlardagi issiqlik tashuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsiyenti α_{quv} quvurning ichki yuzasi va quvurdagi issiqlik tashuvchi haroratlarining oldin noma'lum bo'lgan farqi ΔT ga bog'liq. Shuning uchun ΔT kattalik issiqlik almashish apparatlarida issiqlik berishning quyidagi statsionarlik shartidan foydalanib, iteratsiya usulida aniqlanadi:

$$a_{quv}\Delta T = K\Delta T_{o'r} \tag{5.56}$$

yoki

$$\Delta T = \frac{K\Delta T_{quv}}{a_{quv}} \tag{5.57}$$

Haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r}$ issiqlik tashuvchilar harakati sxemasining quyidagi formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \varepsilon_{\Delta T}\Delta T_{o'r\log} \tag{5.58}$$

bu yerda $\Delta T_{o'r\log}$ – haroratlarning o'rtacha logarifmik farqi; $\varepsilon_{\Delta T} < 1$ – teskari oqim($z=1da$ $\varepsilon_{\Delta T}=1$) bilan solishtirish bo'yicha aralash oqim $(Z = 2, 4, 6)$ da o'rtacha harakatlantiruvchi kuchning kamayishida qatnashuvchi koeffitsiyent. Issqlik uzatish koeffitsiyenti K va o'rtacha harakatlantiruvchi kuch $\Delta T_{o'r}$ lar aniqlangandan so'ng, ma'lum umumiy issiqlik yuklamasi Q da issiqlik uzatish tenglamasidan issiqlik uzatish yuzasi hisoblanadi:

$$F = \frac{Q}{K\Delta T_{o'r}} \tag{5.59}$$

Shuningdek issiqlik uzatish jarayoni issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflariga bog'liq va hisoblash boshlanishidan oldin quyidagi konstruktiv parametrlarni berish lozim: quvurning tashqi diametri d_H, yo'llar soni z, koeffitsiyent $\varepsilon_{\Delta T}$, N to'plamdagi quvurlar soni va quvurlar orasidagi fazoni engtor kesimining maydoni S_{quvar} 5.10 - rasmda ko'rilayotgan hol uchun issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok sxemasi keltirilgan.

Misol. 3-rektifikatsiya kolonnalarining kub qoldiqlari sovitgichini hisoblash. Umumiy issiqlik yuklamasi Q = 402 980 Vt. Quvur bo'yicha harakatlanuvchi kub qoldiqlari G_{quv} = 1,24 kg/s, uning issiqlik o'tkazuvchanligi λ_{quv} = 0,662 Vt/ (m K), zichligi ρ_{quv} = 986 kg/m^3, qovushqoqligi $\mu_{quv} = 0{,}00054 \text{Pa} \cdot \text{s}$, issiqlik sig'imi c_{quv} = 4190J/(kg·K), hajmiy kengayish koeffitsiyenti β_{quv}=0,00048K^{-1}. Sovituvchi suv quvurlar orasidagi fazoda $G_{quv.or} = 4{,}36$kg/s sarf bilan harakatlanadi va o'zining o'rtacha haroratida issiqlik o'tkazuvchanlik $\lambda_{quv.or} = 0{,}61\,\text{Vt}/(\text{m}\cdot\text{K})$, qovushqoqlik $\mu_{quv.or} = 0{,}00085\,\text{Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'im $c_{quv.or} = 4190\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ga ega. Issiqlik tashuvchilar haroratlarining o'rtacha logarifmik farqi $\Delta T_{o'r\log} = 25{,}4°\text{C}$ ga teng. Quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \delta/\lambda = 0{,}00042\,\text{m}^2\,\text{K/Vt}$.

Yechim. Obi - quvurli sovitgichlarning ikki variantini tanlaymiz. Birinchi variant: $d_H = 0{,}02$ m, Z=2, N= 166 va ushbu holda agar qobiqning diametri(0.4 m) uchun quvurning maksimal uzunligi (6 m) kamlik qilsa, uni so'nggi 600 mm gacha uzaytiramiz. Ikkinchi variant:

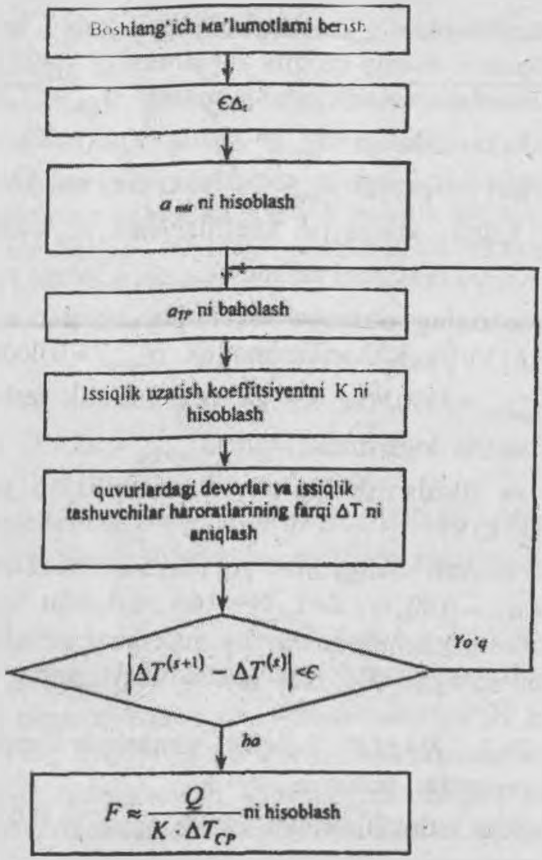
0,020 m, *Z=2, N=314.* Issiqlik almashish apparatining hisoblanayotgan variantlari uchun $\varepsilon_{\Delta T} = 0.9$.

Normal bo'yicha birinchi variant uchun $S_{quv.or}$ = 0,021 m^2 va ikkinchi variant uchun $S_{quv.or}$= 0,047 m^2 ni aniqlaymiz.

Boshlang'ich axborotlarni kiritgach **COOLER** dasturi bo'yicha birinchi variantdagi holat uchun: α_{quv}=531,9 Vt/(m^{2}K), $\alpha_{quv.or}$=2257,9Vt/(m^{2}K), K = 364,6 Vt/(m^{2}K) , F = 48,3 m^2, Re$_{quv}$= 2105,1, Re$_{quv.or}$ = 4885,1 larni olamiz.

Normal bo'yicha uzunligi 6 m quvurli va yuzasi F= 62 m^2 bo'lgan issiqlik almashish apparati mos keladi. Yuza zaxirasi 62-48,3ni tashkil qiladi:

$$\Delta = \frac{62 - 48.3}{48.3} \cdot 100\% = 28.4\%$$



5.10-rasm. Issiqlik tashuvchilarning fazaviy o'tishi mavjud bo'lmagan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok-sxemasi.

Ikkinchi variant: α_{quv} = 406,7 Vt/(m²K), $\alpha_{quv.or}$ = 1392,4 Vt/(m·K), K = 278,0Vt/(m²K), F = 63,4 m^2, Re_{quv} = 978,7, $\text{Re}_{quv.or}$ =2182,7.

Bu issiqlik almashish apparatlari ikkala oqim uchun olingan bo'ylama kesimning kattaligi, Reynolds sonining qiymati kichikligi, issiqlik berish va uzatish koeffitsiyentlarining kichikligi tufayli katta yuzaga ega, biroq uning afzalligi kichik gidravlik qarshilik va

...ning diametri 0,6 m bo'lganda quvurning zaruriy uzunligining ...ikligi: L=3 m hisoblanadi. Yuza zaxirasi $\Delta = \frac{70-63.4}{63.4} \cdot 100\% = 10.4\%$ ni tashkil etadi.

Zaruriy yuzani kamaytirish, shuningdek, ular bilan birgalikda quvurlar uzunligini ham kamaytirish uchun quvurli sohadagi yo'llar ...ining teng shartlarda Z = 4(N = 338, $S_{quv\,or}$=0,047) va Z =6 (N=320, $S_{quv\,or}$ =0,047) gacha oshadigan yana ikkita variantni ko'rib ...hiqamiz.

Z=4 yo'llar soniga ega issiqlik almashish apparatlarini hisoblash natijasida α_{quv} = 524,0 Vt/(m^{2}K), $\alpha_{quv.or}$ = 1392,4 Vt/(m^{2}K), K =128,2 Vt/(m^2-K), F =53,7m^2, Re_{quv}=2166,0, $Re_{quv\,or}$ =2182,7 larni olamiz.

Yuza zaxirasi $\Delta = \frac{64-53.7}{53.7} \cdot 100\% = 19.2\%$ ni tashkil etadi. Uzunligi 3 m ga teng bo'lgan issiqlik almashish apparatining ushbu varianti issiqlik berish koeffitsiyentining oshishi va talab qilingan issiqlik almashish yuzasining mos kamayishi tufayli ikkinchi variant oldida uncha katta afzallikka ega emas.

To'rtinchi variantning (Z = 6) hisob natijalari; α_{quv} = 853,7 Vt/(m^{2}K), $\alpha_{quv\,or}$ = 1392,4 Vt/(m^{2}K), K = 432,9 Vt/(m^{2}K), F=40,7m^2,

Re_{quv} = 3431,7, $Re_{quv.or}$ = 2182,7.

Bu variantdagi issiqlik almashish apparatlarining afzalligi shundaki, u kichik uzunlikdagi quvur L = 2 m va obi diametri D= 0,6 m ga ega. Yuza zaxirasi $\Delta = \frac{41-40,7}{40,7} \cdot 100\% = 0,7\%$ ni tashkil etadi.

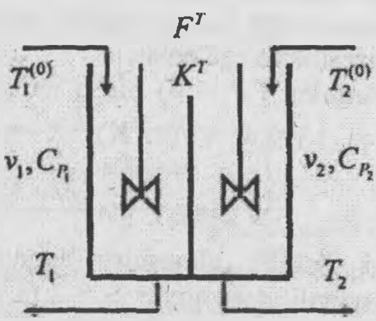
Biroq ko'rilayotgan issiqlik almashish apparatining variantida ikkinchi variantdagiga qaraganda gidravlik qarshilik katta.

Shunday qilib, ikkita: ikkinchi va to'rtinchi variantlarni qabul qilishimiz mumkin. Ular gidravlik hisobdan keyin iqtisodiy mezon asosida tanlanishi mumkin.

5.1.4. Issiqlik almashish apparatlarini hisoblash va algoritmlashtirish

5.1.4.1 «Aralashtirish – aralashtirish» tipidagi issiqlik almashish apparatlari

Yuzali issiqlik almashish apparatlarining tiplari:
obi - quvurli;
quvurli;
havoli sovitish apparatlari;
plastinkali;
zmeevikli va h.z.
Kompyuterli modellarni tuzish quyidagi bosqichlardan iborat:
VA/YOKI ni o'rganish, nazariya bilan tanishuv;
jarayonning matematik tavsifi (MT) ni tuzish;
MT tenglamalarini yechish algoritm (MA –modellash algoritmi) larini tanlash va amalga oshirish.



Asosiy qo'yimlar:

1. Statsionar rejimni ko'rib chiqamiz.

2. Ikkala oqimlar uchun ham ideal aralashish modeli qabul qilinadi.

3. Faqat issiqlik uzatish jarayoni amalga oshiriladi.

4. Fizik-kimyoviy o'zgaruvchilar – oqimlarning issiqlik, sig'imlari Δq_i^T doimiy kattalik hisoblanadi.

Matematik tavsifning tenglamasi:

A) $\nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - \nu_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$

– issiqlik uzatishning lokal tezligi

B) $\Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$

C) $\nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^0 - \nu_2 C_{P_2} T_2 + F^T \Delta q_2^T = 0$

D) $\Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$

$\Delta q^T = \Delta q_1^T - \Delta q_2^T$

Chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT)

1) $\nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - \nu_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$

2) $\nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^0 - \nu_2 C_{P_2} T_2 + F^T \Delta q_2^T = 0$

3) $\Delta q^T = K^T (T_1 - T_2)$

Birinchi xususiy holni ko'rib chiqamiz: $K^T = const$ bo'lsin - bu ham faraz.

T_1, T_2, Δq^T larni topamiz.

1) va 2) tenglamalarga Δq^T ni qo'yish yo'li bilan tenglamalar tizimini o'zgartiramiz:

$$\underbrace{\left(\nu_1 C_{P_1} T_1 - F^T K^T\right)}_{a_{11}} T_1 + \underbrace{\left(-F^T K^T\right)}_{a_{12}} T_2 = \underbrace{\nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)}}_{b_1}$$

$$\underbrace{\left(-F^T K^T\right)}_{a_{21}} T_1 + \underbrace{\left(\nu_2 C_{P_2} T_1 + F^T K^T\right)}_{a_{22}} T_2 = \underbrace{\nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)}}_{b_2}$$

CHATT matritsa shaklida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\overline{A} \cdot \overline{x} = \overline{b} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$$

Ikkinchi xususiy hol:

$K^T = const$ ning 1), 2), 3) tenglamalariga 4), 5), 6) tenglamalar qo'shiladi

4) $K^T = K^T (T_1, T_2, \nu_1, \nu_2, C_{P_1}, C_{P_2})$

5) $C_{P_1} = a_1 + b_1 T_1 + c_1 T_1^2 + d_1 T_1^3$

6) $C_{P_2} = a_2 + b_2 T_2 + c_2 T_2^2 + d_2 T_2^3$

$a, b, c, d - const$

(ma`lumlar)

$$T_1 - ? \quad T_2 - ? \quad \Delta q^T - ? \quad K^T = ? \; C_{P_1} - ? \; C_{P_2} - ?$$

larni aniqlash zarur.

Nochiziqli tenglamalar tizimi (NCHTT):

$$\bar{f}(x) = 0$$

$$\begin{cases} f_i(x_1, \ldots, x_n) = 0 \\ i = 1, \ldots, n \end{cases}$$

Bu yerda f – x ning nochiziqli funksiyasi.

Nochiziqli tenglamalar quyidagi usullar bilan yechilishi mumkin:

Nyuton-Rafson usuli;

Oddiy iteratsiyalar usuli;

Matematik dekompozitsiya usuli.

Birinchi va ikkinchi usullardan foydalanilganda bir vaqtda o'zgaruvchilar ketma-ket yaqinlashish usuli bilan (iteratsiyavi) aniqlanadi. Uchinchi usuldan foydalanilganda iteratsiya yo'li bilan kam sonli o'zgaruvchilarni qidirish imkonini beruvchi shunday algoritm tanlanadiki (matematik tavsif tenglamalarini axborot matritsalarini tahlil qilish yo'li bilan), bunda, qolgan o'zgaruvchilar keyingi (oxirgi) iteratsiyalar (iteratsiya) da olingan hisoblash natijalari bo'yicha avtomatik tarzda aniqlanadi.

Axborot matritsasi

MT- matematik tavsif – tenglamalari tizimining axborot matritsasi qatorlari tenglamalar raqamlariga, ustunlari esa aniqlanayotgan o'zgaruvchilarga mos keluvchi kvadrat matritsani namoyon etadi. Axborot matritsasi quyidagicha shakllantiriladi: agar i- tenglamada aniqlanayotgan j- o'zgaruvchi kirsa, i tenglamaga mos keluvchi i- qator bilan j- ustunning kesishishiga plyus belgisi qo'yiladi. Bu amal barcha mustaqil tenglamalar va tizimning aniqlanayotgan o'zgaruvchilari uchun takrorlanadi.

Axborot matritsaga mos keluvchi jadvalning o'ng tomoniga raqam belgisi (№) ga ega ustun qo'shilgan. Ushbu ustunda tanlangan hisoblash algoritmiga mos keluvchi hisoblashlar ketma-ketligi aks ettiriladi:

$n \backslash p$	T_1	T_2	Δq^T	K^T	C_{p1}	C_{p2}	N^o
1	●		◆		●		2
2		◆				●	4
3	◆	●	●	●			6
4	●	●		◆	●	●	5
5	■				◆		1
6		■				◆	3

Belgilanishi:
1 – Boshlang'ich yaqinlashish topshirig'i
2 – o'zgaruvchi qiymatini aniqlash
3 – o'zgaruvchining qiymati ma'lum
4 – o'zgaruvchi qiymatiga to'g'rilash kiritish(korreksiyalash)
5 – o'zgaruvchi qiymatini aniqlashtirish

1	2	3	4	5
■	◆	●	◆	◈

4 - qadamda berilgan kattaliklardan ixtiyoriy birortasiga to'g'rilash kiritish mumkin.

Axborot matritsasidagi birinchi ustun – tenglamalarning tartib raqami.

Axborot matritsasidagi oxirgi ustun – tenglamani yechish tartibini ko'rsatadi.

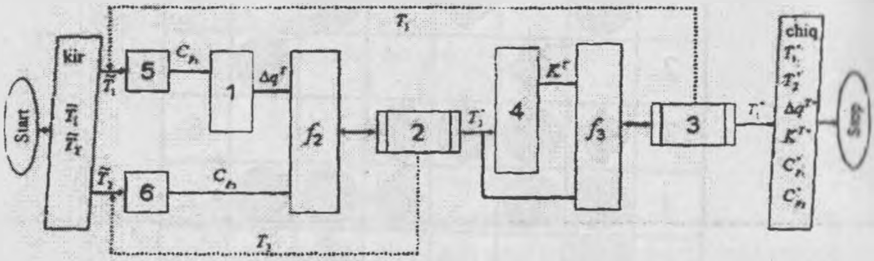
Ichki iteratsiya sikli:

$$v_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)} - v_2 C_{P_2}\{T_2\} + F^T\left(\Delta q^T\{T_2\}\right) = 0 \to T_2^*$$

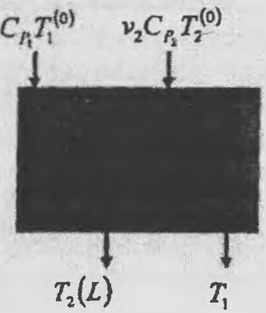
Tashqi iteratsiya sikli:

$$\Delta q^T\{T_1\} - K^T\{T_1\}(T_2\{T_1\} - T_1) = 0 \to T_1^*$$

Algoritmning blok-sxemasi



5. 1.4.2. Zmeevikli issiqlik almashish apparatlari



L – zmeevikning uzunligi.

Asosiy qo'yimlar:

Oqim ideal aralashish modeli (IAM) – rezervuarlar orqali oqib o'tadi deb qabul qilamiz

Oqim ideal o'rin almashish modeli (IO'AM) – zmeevikda

Ish rejimini statsionar deb qaraymiz

Issiqlik uzatish koeffitsiyenti = const

Issiqlik uzatishdan boshqa hech qanday jarayon yuz bermaydi

Issiqlik sig'imlari bir xil va harorat bilan almashmaydi

a) $v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^0 - v_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$

b) $\Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$

c) $v_2 C_{P_2} \dfrac{dT_2}{d\ell} = \dfrac{F^T}{L} \Delta q_2^T$

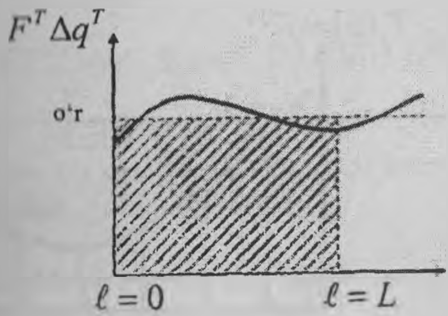
d) $\Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$

$\Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$

[illegible] issiqlik balansi tenglamasining natijasi:

$$[illegible] = \nu_1 C_{P_1} T_1 + \left[F^T \Delta q_1^T \right]_{o'r} = 0$$

$$[illegible] \Delta q_1^T \Big) = \nu_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell}$$



[illegible] o'tkazish yuzasi shtrixlangan maydonga teng

[illegible]

[illegible]

$$\left[F^T \Delta q^T \right]_{o'r} = \frac{1}{L} \int_0^L F^T \Delta q^T d\ell$$

$$\left[F^T \Delta q^T \right]_{o'r} = -\nu_2 C_{P_2} \int_0^L \frac{dT_2}{d\ell} d\ell = -\nu_2 C_{P_2} \left[T_2(L) - T_2(0) \right]$$

[illegible]atik tavsifning tenglamalar tizimi:

$$[illegible] C_{P_2} \left[T_2(L) - T_2(0) \right] + \nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - \nu_1 C_{P_1} T_1 = 0$$

[illegible] ko'rinishdagi oddiy differensial tenglama:

$$[illegible] \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L \nu_2 C_{P_2}} \left(-\Delta q^T \right)$$

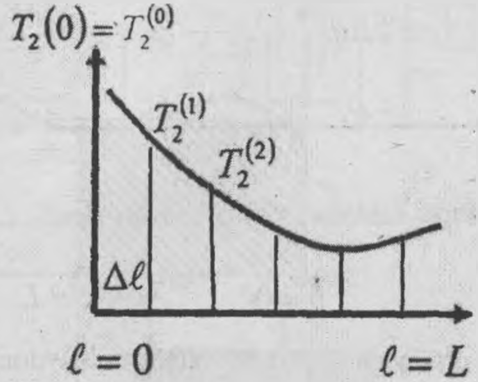
$$[illegible] \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$[illegible] T_2(0) = T_2^{(0)}$$

[illegible] differensial tenglamalar tizimi

$T_2 = T_2(\ell) - ?$ $T_1 - ?$ $\Delta q^T - ?$

Kompyutyerda faqat xususiy yechimlarni hisoblash mumkin buning uchun Koshi masalasining boshlang‘ich sharti (barcha qo‘shimcha shartlar mustaqil o‘zgaruvchining bitta qiymatida beriladi) ni berish lozim



2) $\dfrac{T_2(L)-T_2(0)}{\Delta\ell} \cong \dfrac{F^T}{Lv_2C_{P_2}}\left(-\Delta q^T\right)$

3) $\Delta q^T = K^T(T_2 - T_1)$

Axborot matritsasi

n \ P	T_1	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	№
1.	◆	●	●		4
2.		●	◆	●	3
3.	■	●		◆	2
4.		◆			1

1 – aniqlik kirituvchi (korrektlovchi) tenglamalar – masala yechimining tashqi sikli;

2 – differensial tenglamalarni yechish sikli – masala yechimining ichki sikli.

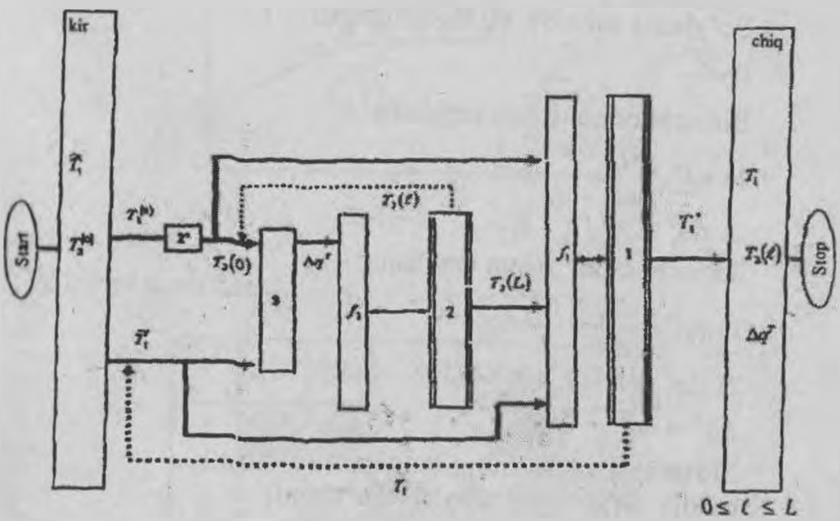
To'g'rilovchi tenglamalar:

$$v_1^{(0)}C_{P_1}^{(0)}T_1^{\cdot 0} - v_1 C_{P_1} T_1^{\cdot} + v_2 C_{P_2}\left[T_2^{\cdot}(L)\{T_1\} - T_2(0)\right] = 0$$

Tashqi siklda – yarmini bo'lish usuli.

Ichki siklda har bir yaqinlashish T_l da differensial 2 tenglama (Eyler usuli) yechiladi.

Algoritmning blok-sxemasi

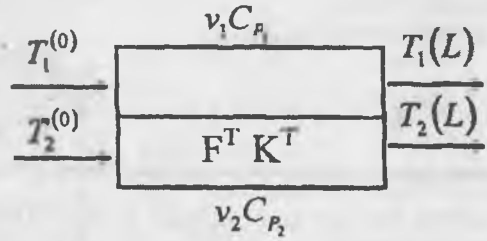


Foydalaniladigan sonli usullar:

1 – yarmini bo'lish usuli

2 – Eyler usuli

5. 1.4.3. To‘g‘ri (bir xil yo‘nalishli) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari. Koshi masalasini yechish



Statsionar rejim
Faqat issiqlik uzatish yuz beradi
Issiqlik uzatish koeffitsiyenti = const
Oqimlarning issiqlik sig‘imi = const
Bo‘ylama soha bir xil taqsimlangan

$\Pi = \frac{F^T}{L}$

Birinchi oqim uchun tenglama:

1) $v_1 C_{P_1} \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_1^T$

2) $\Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$

Ikkinchi oqim uchun tenglama:

1) $v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$

2) $\Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$

$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:
(oddiy differensial tenglamalar tizimi)

1) $\frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{L v_1 C_{P_1}} \Delta q_1^T$

2) $\frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L v_2 C_{P_2}} \left(-\Delta q^T\right)$

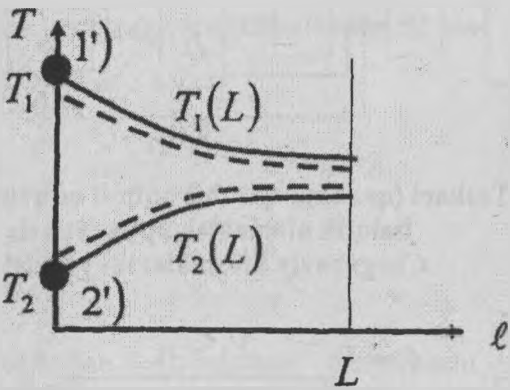
3) $\Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$

Boshlang‘ich shart:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ T_1(0)=T_1^{(0)} \\ 2)\ T_2(0)=T_2^{(0)} \end{array}\right\} \ell=0$$

Xususiy yechimi olinadigan masala, qachonki masalaning qo‘shimcha shartlari mustaqil o‘zgaruvchining bitta qiymatida berilsa, Koshi masalasi deb ataladi.

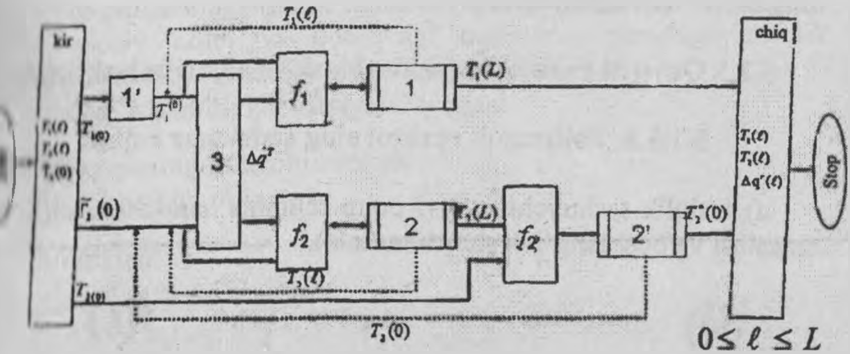
Bu tizimni tahlilga asoslangan aniqlikda yechish mumkin.



Axborot matritsasi

$n \backslash P$	$T_1(0)$	$T_1(L)$	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^o
1	●	◆			●	4
2			●	◆	●	5
3	●		●		◆	3
4	◆					1
5			◆			2

Algoritmning blok-sxemasi



$0 \le \ell \le L$

O‘z - o‘zini tekshirish uchun topshiriq:

Issiqlik almashish apparatida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakatlari ideal aralashish modellari bilan keltirilishi mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Zmeevikli issiqlik almashish apparatlarida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va rezervuardagi issiqlik tashuvchilar oqimining harakatini ideal aralashish modeli bilan, zmeevikdagisini esa ideal o‘rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

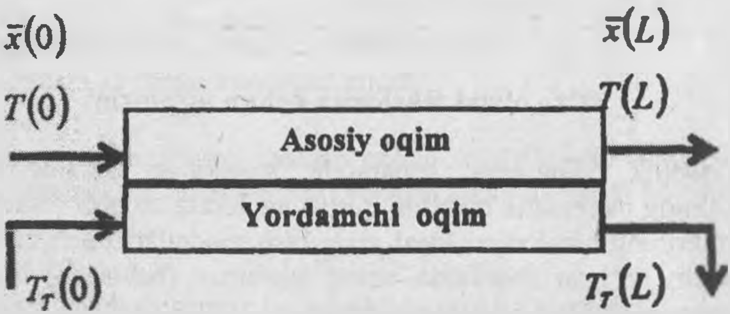
Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik tashuvchilar harakatining rejimi – to‘g‘ri oqim) ni ideal o‘rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik tashuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik tashuvchilar harakatining rejimi – teskari oqim) ni ideal o‘rin almashish modeli bilan keltirish mumkin bo'lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritm-ning blok - sxemasini tuzish.

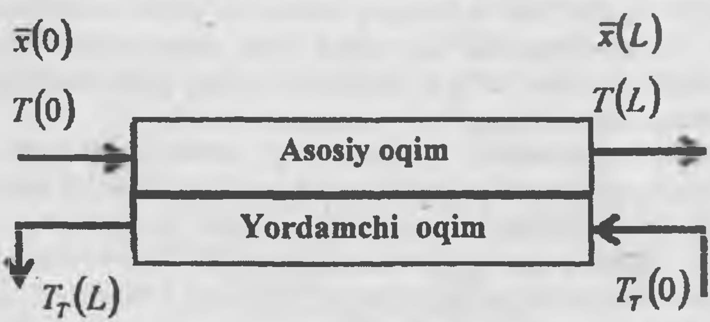
5.1.5 Quvurli reaktorlarni hisoblash va algoritmlashtirish

5.1.5.1. Politropik reaktorning statsionar rejimi

a) Issiqlik tashuvchi to'g'ri oqim rejimida harakatlanadi(Ko... masalasi va boshlang'ich shartli masala).



b) Issiqlik tashuvchi teskari oqim rejimida harakatlanadi (Ch... garaviy masala).



Asosiy qo'yimlar:

– mikrokinetika: reaksiya

$$2A \xrightarrow{k_1} 3B \xrightarrow{k_2} C$$

$$(-\Delta H_1) \quad (-\Delta H_2)$$

- oqimlar harakati ideal o'rin almashishning gidrodinamik modellari bilan keltiriladi;
- bosqichlarning issiqlik samaralari haroratlarga bog'liq emas;
- asosiy oqim va qobiqdagi oqimlar o'rtasidagi issiqlik almashuvida faqat issiqlik uzatish ishtirok etadi;
- issiqlik uzatish koeffitsiyenti = const.

Jarayonning mikrokinetikasi

$$2A \xrightarrow{k_1} 3B \xrightarrow{k_2} C$$

Aniqlanadi:

$g_A^R,\ g_B^R,\ g_C^R,\ \Delta q^R,$

$$\begin{bmatrix} g_A^R \\ g_B^R \\ g_C^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 x_A^2 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2k_1 x_A^2 \\ 3k_1 x_A^2 + 3k_2 x_B^3 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}^R = \bar{\bar{\alpha}} \cdot \bar{r}$$

$$g_A^R = -2 \cdot r_1$$

$$g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$$

$$rang(\bar{\bar{a}}) = 2$$

2 ta hal qiluvchi A va V komponentalarni tanlaymiz

$$g_C^R = -\frac{1}{2} g_A^R - \frac{1}{3} g_B^R$$

Muhim bo'lmagan S komponenta uchun stexiometrik munosabat:

$$x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}\left(x_A - x_A^{(0)}\right) - \frac{1}{3}\left(x_B - x_B^{(0)}\right)$$

$$\Delta q^R = \sum_{j=1}^{2} \left|\alpha_{P_j}\right| \left(-\Delta H_{P_j}\right) \cdot r_j = 3\left(\Delta H_{B1}\right) \cdot r_1 + 1\left(-\Delta H_{C2}\right) \cdot r_2$$

Jarayonning matematik tavsifi (to'g'ri oqim).

1.1) $x_A \dfrac{dv}{d\ell} + v \dfrac{dx_A}{d\ell} = \dfrac{V_R}{L} g_A^R \Rightarrow \dfrac{dx_A}{d\ell} = \dfrac{V_R}{vL} g_A^R - \dfrac{x_A}{v} \dfrac{dv}{d\ell}$

1.2) $\dfrac{dx_B}{d\ell} = \dfrac{V_R}{L} g_B^R - \dfrac{x_B}{v} \dfrac{dv}{d\ell}$

1.3) $x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}\left(x_A - x_A^{(0)}\right) - \frac{1}{3}\left(x_B - x_B^{(0)}\right)$

2.1) $g_A^R = -2 \cdot r_1$

2.2) $g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$

2.3) $g_C^R = r_2$

3.1) $r_1 = k_1 x_A^2$

3.2) $r_2 = k_2 x_B^3$

4.1) $k_1 = A_1 \exp(-E_1/RT)$

4.2) $k_2 = A_2 \exp(-E_2/RT)$

5) $\frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L}\left(g_A^R + g_B^R + g_C^R\right)$

6)
$$\frac{d(vT)}{d\ell} = \frac{V_R}{C_p L}\Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L}\Delta q^T \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dT}{d\ell} = \frac{V_R}{vC_p L}\Delta q^R + \frac{F_T}{vC_p L}\Delta q^T - \frac{T}{v}\cdot\frac{dv}{dl}$$

7) $\Delta q^R = 3(-\Delta H_{R1})r_1 + (-\Delta H_{C1})r_2$

8) $\Delta q^T = K^T\left(T_T - T\right)$

9) $C_p = C_{p_A}^{ind} x_A + C_{p_B}^{ind} x_B + C_{p_C}^{ind} x_C$

10.1) $C_{p_A}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$

10.2) $C_{p_B}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$

10.3) $C_{p_C}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$

Issiqlik tashuvchilarning oqimlari uchun tenglama:

11) $\frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{p_T} L v_T}\left(-\Delta q^T\right)$

n+3 differensial tenglama.

Boshlang'ich shart:

(1.1') $x_A(0) = x_A^{(0)}$

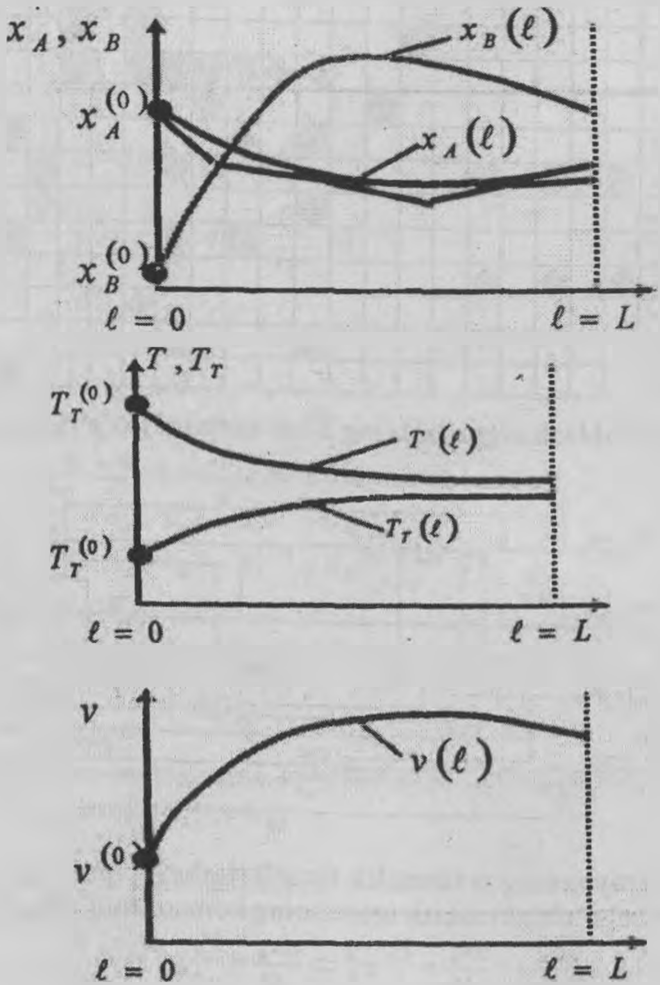
(1.2') $x_B(0) = x_B^{(0)}$

(5') $v(0) = v^{(0)}$

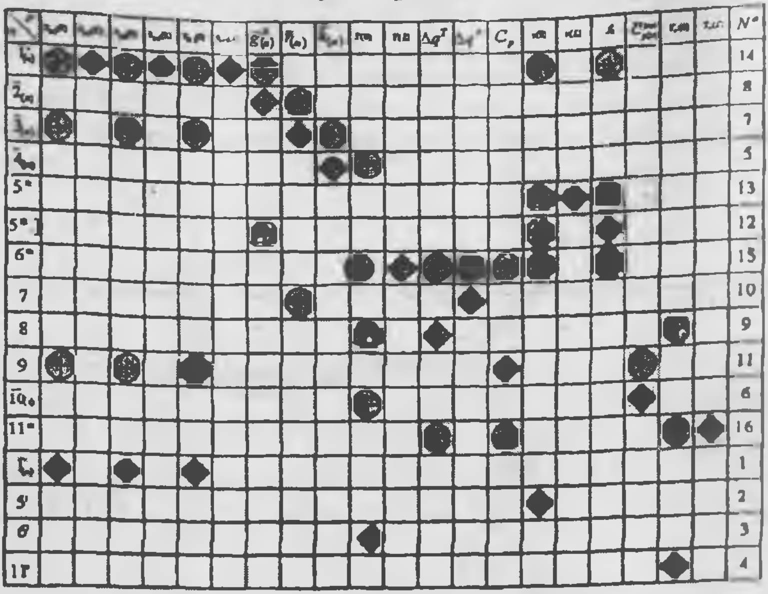
(6') $T(0) = T^{(0)}$

$$(11')\ T_T(0)=T_T^{(0)}$$

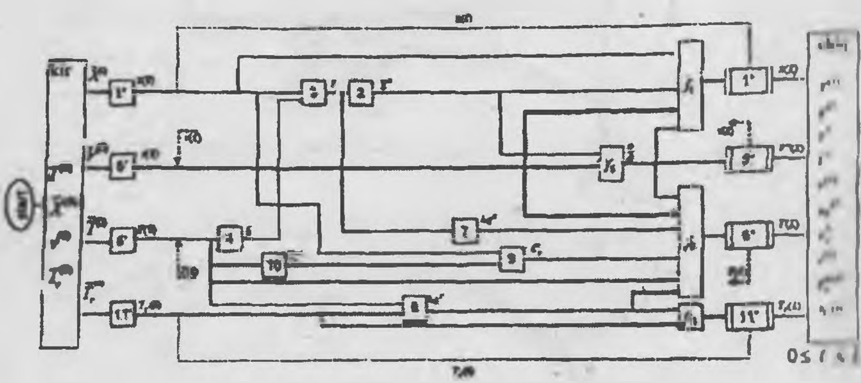
Kompyutyerda xususiy yechimni aniqlash uchun Koshi masalasi yoki boshlang'ich shartli masala yechiladi – «o'rin almashish – urin almashish» issiqlik almashish apparatiga qarang (to'g'ri oqim).



Axborot matritsasi (to‘g‘ri oqim)



Hisoblash algoritmining blok-sxemasi (to‘g‘ri oqim)



Jarayonning matematik tavsifi (teskari oqim).

Ideal o‘rin almashish modelining komponentli balansi:

1.1) $x_A \dfrac{dv}{d\ell} + v\dfrac{dx_A}{d\ell} = \dfrac{V_R}{L} g_A^R \Rightarrow \dfrac{dx_A}{d\ell} = \dfrac{V_R}{vL} g_A^R - \dfrac{x_A}{v}\dfrac{dv}{d\ell}$

1.2) $\dfrac{dx_B}{d\ell} = \dfrac{V_R}{L} g_B^R - \dfrac{x_B}{v}\dfrac{dv}{d\ell}$

1.3) $x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}\left(x_A - x_A^{(0)}\right) - \frac{1}{3}\left(x_B - x_B^{(0)}\right)$

2.1) $g_A^R = -2 \cdot r_1$

2.2) $g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$

2.3) $g_C^R = r_2$

3.1) $r_1 = k_1 x_A^2$

3.2) $r_2 = k_2 x_B^3$

4.1) $k_1 = A_1 \exp(-E_1/RT)$

4.2) $k_2 = A_2 \exp(-E_2/RT)$

5) $\frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L}\left(g_A^R + g_B^R + g_C^R\right)$

6)
$$\frac{d(vT)}{d\ell} = \frac{V_R}{C_p L}\Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L}\Delta q^T \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dT}{d\ell} = \frac{V_R}{vC_p L}\Delta q^R + \frac{F_T}{vC_p L}\Delta q^T - \frac{T}{v}\cdot\frac{dv}{d\ell}$$

7) $\Delta q^R = 3(-\Delta H_{B1})r_1 + (-\Delta H_{C1})r_2$

8) $\Delta q^T = K^T\left(T_T - T\right)$

9) $C_p = C_{p_A}^{ind} x_A + C_{p_B}^{ind} x_B + C_{p_C}^{ind} x_C$

10.1) $C_{p_A}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$

10.2) $C_{p_B}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$

10.3) $C_{p_C}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$

Issiqlik tashuvchilarning oqimi uchun tenglama:

11) $\frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{p_T} L v_T}\left(-\Delta q^T\right)$

n+3 differensial tenglama, to‘g‘ri oqim bilan solishtirilganda faqat (11) tenglama o‘zgaradi.

Boshlang‘ich shartlar tizimi:

(1.1') $x_A(0) = x_A^{(0)}$

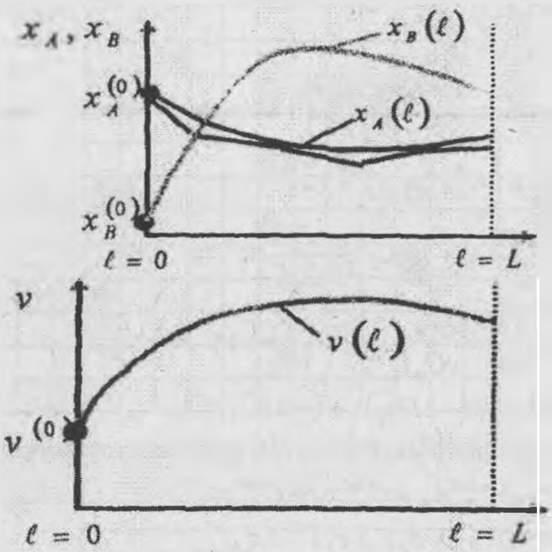
(1.2') $x_B(0) = x_B^{(0)}$

(5') $v(0) = v^{(0)}$

(6') $T(0) = T^{(0)}$

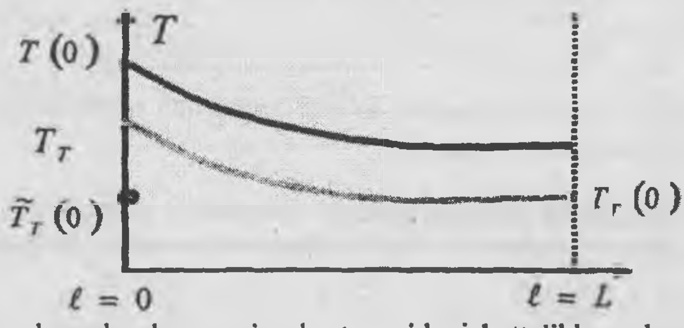
$(11') \; T_{l}(0) = T_{T}^{(0)}$

Kompyuterda xususiy yechimni aniqlash uchun chegara shartli chegaraviy masala yechiladi – «o'rin almashish – o'rin almashish» issiqlik apparatiga qarang (teskari oqim).



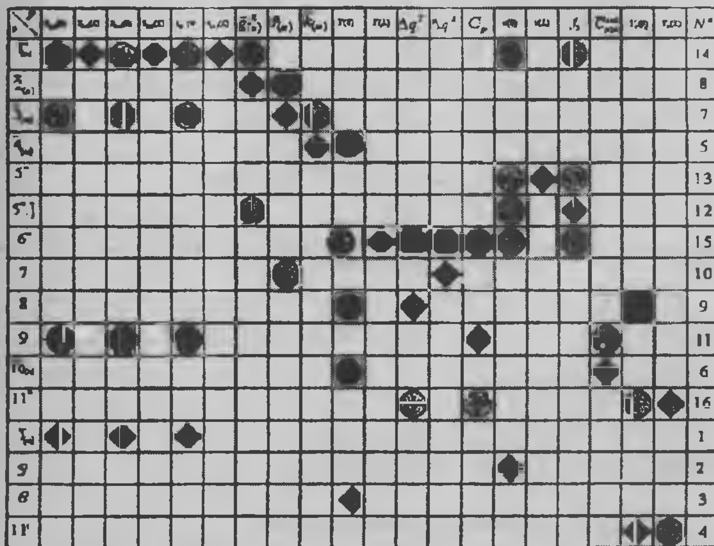
Boshlang'ich yaqinlashish:

$\tilde{T}_T(0)$

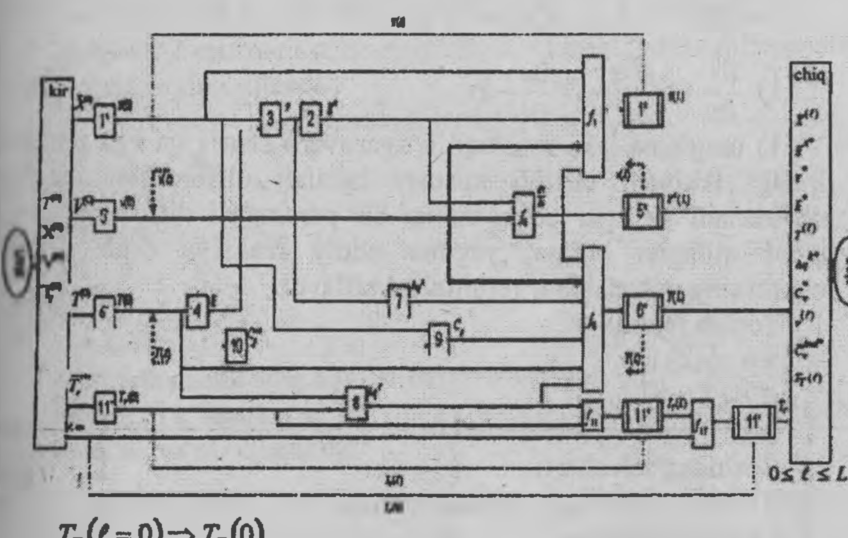


Tenglamada chegaraviy shart quyidagi kattalikka aylantiriladi: $\tilde{T}_T(0)$, ya'ni kirishga issiqlik tashuvchi haroratining kattaliklari.

Axborot matritsasi (teskari oqim)



Hisoblash algoritmining blok-sxemasi (teskari oqim)



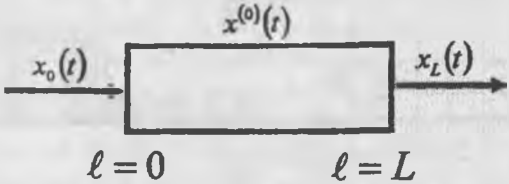
$T_T(\ell = 0) \Rightarrow T_T(0)$

11·) tenglamaning yechimi:

$T_T(0)^*$

$f_{1r} = T_T(L)\{T_T(0)\} - T_T^{(0)} = 0$

5.1.5.2. Nostatsionar rejimdagi quvurli reaktorlar



$A \xrightarrow{k} P$

Asosiy qo'yimlar:

Izotermik rejim;

Bir parametrli diffuziyali model.

Matematik tavsifning tenglamasi:

$$\frac{V^R}{L}\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{DV^R}{L}\frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - v\frac{\partial x}{\partial \ell} + G^R_{A(\ell)}$$

$$x = [A];\quad S = \frac{V^R}{L};\quad G^R_{A(\ell)} = \frac{V^R}{L} g_A = -kx,\quad V = S \cdot W$$

1) $$\frac{\partial x}{\partial t} = D\frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - W\frac{\partial x}{\partial \ell} - kx$$

1) tenglama ikki mustaqil o'zgaruvchi t va ℓ ga ega parabolik tipdagi ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama hisoblanadi va agar oqim uchun bir parametrli diffuziyali model qabul qilingan bo'lsa, yagona oddiy reaksiya oqib o'tuvchi reaktorning nostatsionar rejimini tavsiflaydi.

Topish lozim:

$x = x(t, \ell)$

$t^{(0)} \le t \le t^{(k)}$

$0 \le \ell \le L$

Boshlang'ich shart:

1') $x(t^{(0)}, \ell) = x^{(0)}(\ell), \quad 0 \le \ell \le L$

Chegaraviy shart:

$$
1'')\ \begin{cases} x(t,0)=x_0(t) \\ x(t,L)=x_L(t) \end{cases} \quad t^{(0)} \le t \le t^{(k)}
$$

Xususiy hosilalarda differensial tenglamalar tizimi (XHDTT) ni yechish uchun hosilasi ma'lum $[t^{(0)}, t^{(k)}]$ va/yoki $[0, L]$ intervaldagi chekli – farqli shaklda namoyon bo'luvchi diskretlashtirish usulidan foydalanish mumkin, natijada 1') va 1'') chegara shartli 1) tenglama chekli tenglamalar tizimi (CHTT) dagi va/yoki oddiy differensial tenglamalar tizimi (ODTT) ga aylanib qoladi.

Bu tenglamalar uchun diskretlashtirishning uchta variantdan foydalanish mumkin:

1) ℓ mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha:

$$
\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}
$$

$$
i = 1,..n-1
$$

Natijada t mustaqil o'zgaruvchili 1 – tartibli oddiy differensial tenglamalar tizimi olinadi.

2) Mustaqil t o'zgaruvchi bo'yicha:

$$
\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta \ell}
$$

$$
j = 1,...m-1
$$

Natijada ℓ mustaqil o'zgaruvchili 2 – tartibli oddiy differensial tenglamalar tizimi olinadi.

3) ℓ va t mustaqil o'zgaruvchilar bo'yicha:

$$
\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}
$$

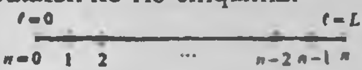
$$
i = 1,..n-1
$$

$$
\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta \ell}
$$

$$
j = 1,...m-1
$$

Natijada chekli tenglamalar tizimi olinadi.

Mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha diskretlashtirishning 1 - variantini batafsil ko'rib chiqamiz:



$0 \le \ell \le L$ da hosilalarning chekli - ayirmali keltirilishi quyidagi ko'rinishga ega:

– «Kamchiliklar bo'yicha» hosila:

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial t}\right|_{\ell-\Delta\ell} \cong \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta\ell}$$

– «Ortiqchalik bo'yicha» hosila:

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial t}\right|_{\ell+\Delta\ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta\ell}$$

– Ikkinchi hosila:

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \ell^2} \cong \frac{\left.\frac{\partial x_i}{\partial \ell}\right|_{\ell+\Delta\ell} - \left.\frac{\partial x_i}{\partial \ell}\right|_{\ell-\Delta\ell}}{\Delta\ell} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta\ell}$$

Ushbu holda 1'') chegaraviy shart quyidagiga teng:

$$x(t,0) = x_0(t) = x_0$$
$$x(t,L) = x_L(t) = x_n$$

Natijada xususiy hosilalarda tenglamalardan birini diskret-lashtirish oqibatida t mustaqil o'zgaruvchili va 1') boshlang'ich shartli, quyidagi diskret ko'rinishga keltirilgan oddiy differensial tenglamalarning $(n-1)$ tizimi olinadi:

$$x_i\left(t^{(0)}\right) = x_i^{(0)}$$
$$i = 1,..n-1$$

Agar chekli - ayirmali keltirishlarda «ortiqchalik bo'yicha hosila» hosilasidan foydalanilsa, unda boshlang'ich shartli oddiy differensial tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{1})\quad \frac{\partial x_i}{\partial t} = D\frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta\ell)^2} - W\frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta\ell} - kx_i$$
$$i = 1,..n-1$$
$$\bar{1}')\quad x_i\left(t^{(0)}\right) = x_i^{(0)}$$
$$i = 1,..n-1$$

$\bar{1})$ tenglamani o'zgartirib va uning parametrlari (D, W va k) ni o'zgarmas hisoblanishini ko'rsatib, quyidagi oddiy differensial tenglamalar tizimini olish mumkin:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{D}{(\Delta\ell)^2}x_{i-1} + \left[\frac{W}{\Delta\ell} - k - \frac{2D}{(\Delta\ell)^2}\right]x_i + \left[\frac{D}{(\Delta\ell)^2} - \frac{W}{\Delta\ell}\right]x_{i+1}$$
$$i = 1,..n-1$$

yoki

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_{n-2}}{dt} \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ax_0 \\ 0 \\ \vdots \\ \\ cx_n \end{bmatrix},$$

bu yerda,

$$a = \frac{D}{(\Delta\ell)^2};\ b = \frac{W}{\Delta\ell} - k - \frac{2D}{(\Delta\ell)^2};\ c = \frac{D}{(\Delta\ell)^2} - \frac{W}{\Delta\ell}$$

Ifodalanganligidan kelib chiqib $\bar{1}$) tenglama $\bar{1}'$) chegaraviy shartni o'z ichiga oladi va matritsa ko'rinishida quyidagicha ko'rsatilishi mumkin:

$$\bar{1})\quad \frac{\overline{dx}}{dt} = \bar{A}\bar{x} + \bar{S}$$

$$\bar{1}')\quad \bar{x}\left(t^{(0)}\right) = \bar{x}^{(0)},$$

bu yerda, $\bar{S}$ – chegaraviy shartli vektor, $\bar{1}'$) boshlang'ich shart esa quyidagi boshlang'ich shart bilan diskret holga keltirilgan hisoblanadi:

$$\bar{1}')\ -\ x^{(0)}(\ell)\ -\ 0 \le \ell \le L$$

Olingan bir jinsli bo'lmagan oddiy differensial tenglamalar tizimi ixtiyoriy ma'lum usullar (masalan, Eyler usuli yoki Runge–Kutt usuli) bilan oson yechilishi mumkin, chunki uning $\bar{A}$ koeffitsiyentlari matritsasi uch diagonallidir.

O'z - o'zini tekshirish uchun topshiriq

To'g'ri oqim rejimida (issiqlik tashuvchining asosiy oqimi va oqimi ideal o'rin almashish modeli bilan ifodalanuvchi) harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik tashuvchilarning murakkab ko'p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Teskari oqim rejimida (issiqlik tashuvchining asosiy oqimi va oqimi ideal o'rin almashish modeli bilan ifodalanuvchi harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik tashuvchilarning murakkab ko'p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan-to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

Asosiy oqimning harakati bir parametrli diffuziyali model bilan ifodalanuvchi nostatsionar rejimdagi oddiy kinetik $A \rightarrow V$ reaksiyalar sxemasiga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to'g'ridan-to'g'ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok - sxemasini tuzish.

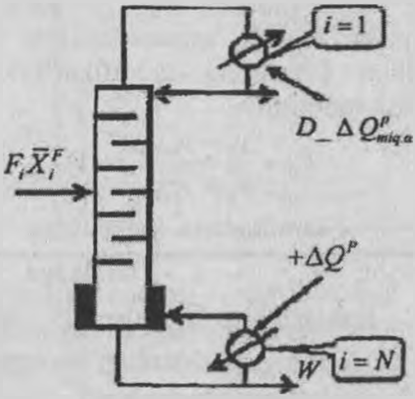
5.1.6. Tarelkali kolonnalardagi ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini kompyuterli modellashtirish, hisoblash va algoritmlashtirish

Rektifikatsiya – o'zaro to'la yoki qisman erigan suyuqlik aralashmalarini teskari oqim bo'yicha harakatlanuvchi suyuqlik bug'lari o'rtasida issiqlik massasining almashish yo'li bilan ajratish jarayoni bo'lib, natijada yengil uchuvchi komponentlar yuqoriga (deflegmatorga) ko'tariladi, og'ir uchuvchi komponentlar esa pastga (kollonna kubiga) tushadi.

Rektifikatsiya qurilmasi kub, N tarelkadan iborat kolonna va deflegmatordan tashkil topadi.

Rektifikatsiya kolonnasining matematik modeli balans munosabatlari, bug' - suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinetikasi va oqimlarning gidrodinamikasini hisobga olishi kerak.

Modellarning asosini kolonnaning material va issiqlik balanslari tashkil etadi. Bug' - suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinematikasi va oqimlar gidrodinamikasi o'zida mustaqil murakkab masalalarni namoyon qiladi. Fazaviy muvozanat, kinetika va gidrodinamikani hisoblashning turli usullaridan foydalanish balans munosabatlaridagi alohida koeffitsiyentlar yoki bog'liqliklarni o'zgarishiga olib keladi, biroq yechimning umumiy algoritmini o'zgartirmaydi.



Belgilash:
tarelkalar yuqoridan pastga tomon raqamlanadi;
1 tarelka kondensator yoki deflegmator;
N tarelka kubning qaynatgichi.

Asosiy qo'yimlar:
kolonnada faqat ikki fazalar – suyuqlik va bug' bor;
oraliq tarelkali oqimlarda, kub va kondensatordan tashqari, qo'shimcha tanlab olishlar amalga oshirilmaydi;
tarelkalar orasidagi sohada fazalar o'rtasida kontakt yo'q;
tarelkalar orasidan suyuqlikni olib ketib bo'lmaydi;
kolonnaning tarelkalarga faqat massa uzatish jarayoni oqib keladi.

$$x_{ij} \quad (i=1,...N;\ j=1,...n);$$

Modellarning afzalliklari:
n-komponentli aralashma nazarda tutiladi, masalan, i tarelkadagi suyuqlikning konsentratsyasi quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$x_{ij} \quad (i=1,...N;\ j=1,...n)$$

har bir tarelkaga quyidagi konsentratsiyali suyuqlik manbai *Fi* ning oqimi kelishi mumkin:

$$x_{ij}^F \quad (i=1,...N;\ j=1,...n)$$

har bir tarelkaga ΔQ^{o} issiqlik oqimi kelishi yoki ketishi mumkin (ΔQ^{o} – issiqlik kelsa, musbat; ΔQ^{o} – issiqlik ketsa, manfiy) tarelkalardagi massa uzatish samaradorligini ko‘p komponentli aralashmalar uchun Merfining modifikatsiyalangan FIK idan foydalanib baholash mumkin:

$$E_{ij} = \frac{y_{ij} - y_{i+1,j}}{y^{*}_{ij} - y_{i+1,j}} \quad (1)$$

bu yerda, y_{ij} – i-tarelkadan ketayotgan bug‘ fazalarining ulushlardagi tarkibi; $y_{i+1,j}$ – i - tarelkaga $i+1$ – tarelkadan kelayotgan bug‘ fazalarining ulushlardagi tarkibi; y^{*}_{ij} – i tarelkadagi bug‘ fazalarining ulushlardagi muvozanat tarkibi.

$$(i = 1,...N; j = 1,...n)$$

i – tarelkadagi bug‘ fazalarining muvozanat tarkibi quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$y^{*}_{ij} = K_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$(i = 1,...N; j = 1,...n)$$

bu yerda, K_{ij} – uchun j – komponent uchun i – tarelkadagi fazaviy muvozanat konstantasi;

x_{ij} - i – tarelka ulushidagi suyuq fazaning tarkibi.

Shunday qilib, modellarni qurish uchun quyidagilar bo‘lishi lozim:

suyuqlik –bug‘ fazaviy muvozanatining modelini qurish;

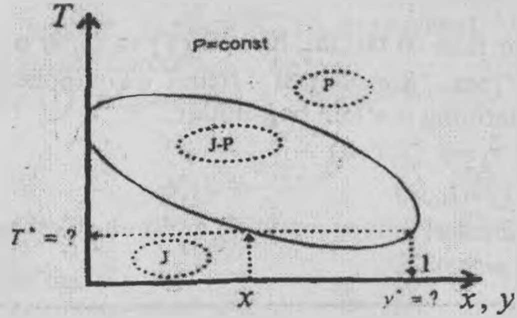
tarelkadagi ajralish jarayonining modelini uning samaradorligini hisobga olib (2), ya’ni ko‘p komponentli massa uzatishni hisobga olib qurish;

tarelkali rektifikatsiya kolonnasining modelini qurish, ya’ni oqim manbai va oqim bilan keluvchi (ketuvchi) issiqlik ΔQ_i^{n}.

Uzluksiz rektifikatsiya kolonnalarining modellarini qurish bosqichlari

1. Suyuqlik – bug‘ fazaviy muvozanati.

Binar tizimida suyuqlik – bug‘ muvozanati ma’lumotlarining tasvirlanishi:



Masala: bitta tajriba nuqtasi – suyuqlikdagi komponent ulushi (x) va umumiy bosim *(R)* da muvozanat shartlarini aniqlash.

Berilgan: x, R

Aniqlanadi: y, T - muvozanat shartlarida.

Umumiy hollarda ushbu model binar (n = 2) tizimlar uchun emas, ko'p komponentli tizimlar uchun tuziladi va o'zida: jarayonning MT, axborot matritsasi va yechish algoritmining blok - sxemasini mujassamlashtiradi.

Ko'p komponentli tizimlar uchun jarayonning matematik tavsifi

1) Koeffitsiyentlar faolligi γ_j (j= 1,...n) yordamida ideal bo'lmagan suyuq fazalarni hisobga olib Dalton - Raulning birlashish qonuni:

1n) $Py_j = P_j^0 x_i \gamma_j$

$(j = 1,...n)$

2) Antuan tenglamasi bo'yicha individual j $\left(P_j^0\right)$ modda to'yingan bug'ining (T) harorat bilan bog'liqligi:

2n) $$P_j^0 = \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T}\right)$$

$(j = 1,...n)$

bu yerda, $A_j, B_j\ C_j$ $(j = 1,...n)$ – ma'lum konstantalar;

P_j^0 $(j = 1,...n) - j$ individual modda to'yingan bug'ining bosimi.

2) Suyuq faza (x) tarkibi, harorat (T) va binar o'zaro ta'sir larning ma'lum konstantasi tizimi komponentlari faollik koeffitsiyentlarining ma'lum bog'liqligi:

3) $\overline{3}n)\quad \gamma_j = \gamma_j(\bar{x}, T, \bar{a})$

$$(j = 1,...n)$$

4) Bug' fazalari muvozanatining molli ulushlari uchun stexiometrik nisbat:

4) $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$

Natijada $3n + 1$ tenglamalar tizimi olinadi va aniqlovchilar sifatida quyidagilarni tanlaymiz:

– bug' fazasining molli ulushi;

– individual moddalar to'yingan bug'larining bosimi;

– aralashma komponentlarining faollik koeffitsiyentlari;

T – harorat.

Qolgan o'zgaruvchilar va konstantalar berilgan bo'lishi kerak.

Matematik tavsif tenglamalari tizimining axborot matritsasi.

$n \backslash p$	$\bar{y}_n$	$\bar{P}^0_n$	$\bar{\gamma}_n$	T	N^o
$\bar{1}_n$	◆	●	●		3
$\bar{2}_n$		◆		■	1
$\bar{3}_n$			◆	●	2
4	●			◆	4

4) $\sum_{j=1}^{n} y_j\{T\} - 1 = 0$

$$f(T) \equiv \sum_{j=1}^{n} y_j\{T\} - 1 = 0$$

Tenglamani yechish natijasi: T^* – muvozanat harorati yoki aralashmaning qaynash harorati.

Bu haroratda (1) tenglamadan y^* konsentratsiyalar muvozanati aniqlanadi:

$$y_j^* = \frac{P_j^0 x_j \gamma_j}{P}$$

$$(j = 1,...n)$$

Ideal suyuqlik fazasi $\gamma_j = 1$, $(j = 1,...n)$, uchun

$$y_j^* = \frac{P_j^0}{P} x_j$$

$$(j = 1,...n)$$

Ideal suyuqlik va bug' fazalari uchun fazaviy munosabat konstantasi quyidagicha aniqlanadi:

$$K_j = \frac{P_j^0}{P}$$

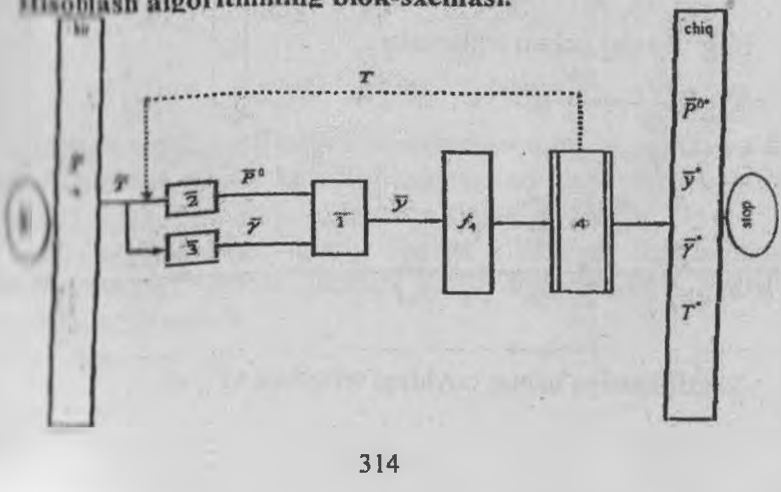
$$(j = 1,...n)$$

K_j faqatgina haroratga bog'liq, xuddi shunday Antuan tenglamasi P_j^0 faqat haroratga bog'liq.

Natijada bug' fazasining muvozanat tarkibi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$y_j^* = K_j x_j \quad (j = 1,...n)$$

Hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



2) Suyuq faza $(\bar{x})$ tarkibi, harorat (T) va binar o‘zaro ta’sir $(\bar{a})$ larning ma’lum konstantasi tizimi komponentlari faollik koeffitsiyentlarining ma’lum bog‘liqligi:

3) $\bar{3}n$) $\gamma_j = \gamma_j(\bar{x}, T, \bar{a})$

$(j = 1,...n)$

4) Bug‘ fazalari muvozanatining molli ulushlari uchun stexiometrik nisbat:

4) $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$

Natijada $3n + 1$ tenglamalar tizimi olinadi va aniqlovchilar sifatida quyidagilarni tanlaymiz:

- bug‘ fazasining molli ulushi;
- individual moddalar to‘yingan bug‘larining bosimi;
- aralashma komponentlarining faollik koeffitsiyentlari;

T – harorat.

Qolgan o‘zgaruvchilar va konstantalar berilgan bo‘lishi kerak.

Matematik tavsif tenglamalari tizimining axborot matritsasi.

$n \backslash P$	$\bar{y}_n$	$\bar{P}_n^0$	$\bar{\gamma}_n$	T	N^o
$\bar{1}_n$	◆	●	●		3
$\bar{2}_n$		◆		■	1
$\bar{3}_n$			◆	●	2
4	●			◆	4

4) $\sum_{j=1}^{n} y_j\{T\} - 1 = 0$

$f(T) = \sum_{j=1}^{n} y_j\{T\} - 1 = 0$

Tenglamani yechish natijasi: T^* – muvozanat harorati yoki aralashmaning qaynash harorati.

Bu haroratda (1) tenglamadan y^* konsentratsiyalar muvozanati aniqlanadi:

$$y_j^* = \frac{P_j^0 x_j \gamma_j}{P}$$
$$(j = 1,...n)$$

Ideal suyuqlik fazasi $\gamma_j = 1$, $(j = 1,...n)$, uchun

$$y_j^* = \frac{P_j^0}{P} x_j$$
$$(j = 1,...n)$$

Ideal suyuqlik va bug' fazalari uchun fazaviy munosabat konstantasi quyidagicha aniqlanadi:

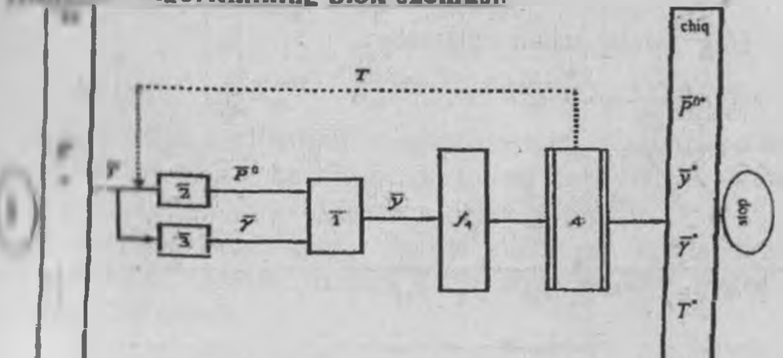
$$K_j = \frac{P_j^0}{P}$$
$$(j = 1,...n)$$

U faqatgina haroratga bog'liq, xuddi shunday Antuan tenglamasi P_i^0 faqat haroratga bog'liq.

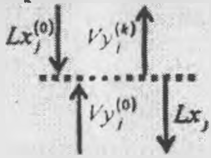
Natijada bug' fazasining muvozanat tarkibi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$y_j^* = K_j x_j \quad (j = 1,...n)$$

Hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



Harakatlanuvchi oqimlar gidrodinamikasi e'tiborga olinadigan tarelkadagi ko'p komponentli massa uzatish.



2.1. Asosiy qo'yimlar:

statsionar rejim;

suyuqlik oqimining harakati ideal aralashish modeli bilan, bug'niki esa ideal o'rin almashish modeli bilan keltirilishi mumkin;

tarelkada faqat ko'p komponentli massa uzatish yuz beradi;

massa uzatish koeffitsiyentlari matritsasining samarali kesishishlarini e'tiborga olmasa ham bo'ladi;

tarelkadagi suyuqlik (L) va bug' (V) oqimlari – doimiy.

Tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi.

Suyuqlik fazalar uchun tenglamalar:

1) $$\begin{cases} Lx_j^{(0)} - Lx_j + \left[F^M g_j^{M(l)}\right]_{n'r} = 0 \\ j = 1,..n \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} g_j^{M(L)} = \sum\limits_{S=1}^{n} K_{js}^{M(L)}\left(x_s^* - x_s\right) \\ j = 1,..n \end{cases}$$

Bug' fazalar uchun teglamalar:

3) $$V\frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} g_j^{H(V)}$$
$$j = 1,...n$$

4) $$g_j^{M(V)} = \sum_{s=1}$$

4) $$g_j^{M(V)} = \sum_{S=1}^{n} K_{js}^{M(V)}\left(y_s^* - y_s\right)$$
$$j = 1,...n$$

Rektifikatsiya uchun quyidagi tenglama to'g'ri:

$$\begin{cases} -g_j^{M(L)} = g_j^{M(V)} \\ j = 1,..n \end{cases}$$

(1) tenglamadagi $\left[F^M g_j^{M(L)}\right]_{o'r}$ ni aniqlash uchun quyidagi nisbatdan foydalanamiz:

(2)

$$\left[F^M g_j^{M(L)}\right]_{o'r} = F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(L)} dh}{H} = -F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(V)} dh}{H} =$$

$$= -\int_0^H V \frac{dy_j}{dh} dh = -V\left(y_j^{(k)} - y_j^{(0)}\right)$$

$j = 1,...n$

(1) tenglamadagi almashtirish komponentli balans tenglamasiga olib keladi:

$$\overline{1n}) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} Vy_j^{(0)}$$

$$j = 1,..n$$

Keyin bug' fazalari (4) atamasidagi massa va issiqlik manbalarining jadalligi jadvallaridan ko'p komponentli massa uzatishning lokal tezliklari tenglamalaridan foydalanamiz:

$$g^{M(V)} = \overline{\overline{K}}^{M(V)}\left(\bar{y}^* - \bar{y}\right)$$

bu yerda $\bar{y}^*$ – bug'li fazaning muvozanat tarkibi va uni matritsa shaklida keltiramiz:

$$\begin{bmatrix} g_1^{M(V)} \\ \vdots \\ g_n^{M(V)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{M(V)} & K_{12}^{M(V)} & \dots & K_{1n}^{M(V)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{n1}^{M(V)} & K_{n1}^{M(V)} & \dots & K_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_n^* - y_1 \\ \vdots \\ y_n^* - y_n \end{bmatrix}$$

Massa uzatish koeffitsiyentlari matritsasining diagonal bo'lmagan elementlari uning kesishish samaralari deb ataladi va ular diagonal elementlaridan 2 – 3 tartibga kichik bo'ladi.

Shuning uchun ham ular e'tiborga olinmaydi (tashlab yuborilishi mumkin). Massa uzatish koeffitsiyentlarining matritsasi diagonal bo'lib qoladi:

$$\overline{\overline{K}}^{M(V)} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{K}}_{11}^{M(V)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \overline{\overline{K}}_{22}^{M(V)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \overline{\overline{K}}_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix}$$

Natijada massa uzatishning lokal tezliklari uchun (4) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

4'n) $g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)}\left(y_j^{*} - y_j\right)$

$j = 1,...n$

Tarelkadagi ko'p komponentli massa uzatishni tavsiflovchi tenglamalar tizimi $3n$ tenglamalar ko'rinishida ko'rsatilishi mumkin:

$\overline{1}$'n) $Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$

$j = 1,...n$

$\overline{3}n$) $V\dfrac{dy_j}{dh} = \dfrac{F^M}{H} g_j^{M(V)}$

$j = 1,...n;$

$\overline{4}$'n) $g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)}\left(y_j^{*} - y_j\right)$

$j = 1,...n$

Oxirgi ifodani oldingisiga qo'yib, integro - differensial tenglamalarning $2n$ tizimi olinadi:

$\overline{1}$'n) $Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$

$j = 1,...n$

$\overline{3}n$) $V\dfrac{dy_j}{dh} = \dfrac{F^M}{H} K_{jj}^{M(V)}\left(y_j^{*} - y_j\right)$

$j = 1,...n$

differensial tenglamaning analitik yechimi:

$$\int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j^{*} - y_j} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{VH} \int_0^H dh$$

$$-\int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j - y_j^{*}} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{VH} H$$

$$\ln\left(y_j - y_j^*\right)\Big|_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} = -\frac{F^M K_{ij}^{M(V)}}{V}$$

$$\frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \exp\left(-\frac{F^M K_{ij}^{M(V)}}{V}\right)$$

Tarelkalarning samaradorligini aniqlash uchun yozamiz:

$$E_j = 1 - \frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(0)} - y_j^* - y_j^{(k)} + y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(k)} - y_j^{(0)}}{y_j^* - y_j^{(0)}}$$

yoki:

$$E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{ij}^{M(V)}}{V}\right)$$

Tarelkaga kelib tushuvchi, massa uzatishda qatnashuvchi bug' fazasining tarkibini esa oxirgidan oldingi munosabatni hisobga olib quyidagi formula bo'yicha hisoblash mumkin:

$$y_j^{(k)} = y_j^{(0)} + E_j\left(y_j^* - y_j^{(0)}\right),$$

$$E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{ij}^{M(V)}}{V}\right)$$

$$j = 1,...n$$

bu yerda,

Nazariy tarelkalar uchun $E_j = 1$ va $y_j^{(k)} = y_j^*$.

Natijada tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

Suyuq fazalar uchun tenglama:

$\bar{1}n)$ $\quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$

Bug' fazalar uchun tenglama:

$\bar{2}n)$ $\quad y_j^{(k)} = y_j^{(0)} + E_j\left(y_j^* - y_j^{(0)}\right)$

$$j = 1,...n$$

$\bar{3}n)$ $\quad E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{ij}^{M(V)}}{V}\right)$

4n) $y_i^* = K_j x_j$

$j = 1,..n$

Bug' va suyuq fazalarning ideallik shartlarida:

5n) $K_j = \dfrac{P_j^{(0)}}{P}$

$j = 1,...n$

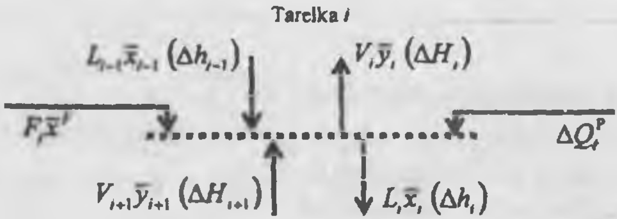
Ushbu holda individual modda to'yingan bug'ining bosimi Antuan tenglamasi bo'yicha aniqlanadi:

6n) $P_i^{(0)} = \exp\left(A_j + \dfrac{B_j}{C_j + T}\right)$

$j = 1,..n$

bu yerda A_j, B_j, C_j – ma'lum doimiylar.

5.1.6.1. Tarelkali kolonnada ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiyalash jarayonini statsionar rejimining kompyuterli modeli



– tashqi issiqlik oqimi (kondensatorda «minus», qaynatgichda «plyus»);

–

$\Delta H_i(\Delta h_i)$ – bug' (suyuq) fazaning entalpiyasi;

F_i – suyuqlik manbaining tashqi oqimi;

N – tarelkalar soni;

i – tarelkalar raqami ($i = 1,...n$);

j – komponent raqami ($j = 1,...n$).

Tarelkalar uchun jarayonning MT ni $(\bar{1}n, \bar{2}n, \bar{3}n, \bar{4}n, \bar{5}n, \bar{6}n)$ tenglamasini tuzishda N marta takrorlash (birinchi indeks i 1 dan N gacha almashadi) zarur va barcha tarelkalar uchun issiqlik balans tenglamasi hamda bug' va suyuq fazalar tarkibi uchun stexiometrik munosabatlarni qushish lozim.

Natijada uzluksiz rektifikatsiya jarayonini statsionar rejimining MT si olinadi.

Jarayonning matematik tavsifi

$$\bar{1}_{N \cdot n}) \quad F_i x_{ij}^F + L_{i-1} x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1} y_{i+1,j} - V_i y_{ij} = 0$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

$$\bar{2}_{N \cdot n}) \quad y_{ij} = y_{i+1,j} + E_{ij}\left(y_{ij}^{*} - y_{i+1,j}\right)$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

$$\bar{3}_{N \cdot n}) \quad E_{ij} = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{i,ij}^{M(v)}}{V_i}\right)$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

$$\bar{4}_{N \cdot n}) \quad y_{ij}^{*} = K_{ij} x_{ij}$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

$$\bar{5}_{N \cdot n}) \quad K_{ij} = \frac{P_j^{(0)}\{T_i\}}{P_i}$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

$\overline{6}_{N*n})\quad P_j^{(0)} = \exp\left(A_j + \dfrac{B_j}{C_j + T_i}\right)$

$i = 1,..N;\quad j = 1,...n$

Stexiometrik nisbat:

$\overline{7}_N)\quad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1$

$i = 1,...N$

$\overline{8}_N)\quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$

$i = 1,...N$

$\overline{9}_N\quad F_i\Delta h_i^F + L_{i-1}\Delta h_{i-1} - L_i\Delta h_i + V_{i+1}\Delta H_{i+1} - V_i\Delta H_i + \Delta Q_i^P$

$i = 1,...N$

$\overline{10}_N)\quad \Delta h_i = \sum_{j=1}^{n} \Delta h_{ij}^{ind} x_{ij}$

$i = 1,..N$

$\overline{11}_N)\quad \Delta H_i = \sum_{j=1}^{n} \Delta H_{ij}^{ind} x_{ij}$

$i = 1,...N$

$\overline{12}_{N*n})\quad \Delta h_{ij}^{ind} = a_j^L + b_j^L T_i + c_j^L T_i^2 + d_j^L T_i^3$

$i = 1,..N; j = 1,..n$

$\overline{12}_{N*n})\quad \Delta H_{ij}^{ind} = a_j^V + b_j^V T_i + c_j^V T_i^2 + d_j^V T_i^3$

$i = 1,..N; j = 1,..n$

$\overline{a}^L, \overline{b}^L, \overline{c}^L, \overline{d}^L, \overline{a}^V, \overline{b}^V, \overline{c}^V, \overline{d}^V$ – suyuq va bug‘ fazalar uchun ma’lum doimiylar.

Hisoblashlarda qulay bo‘lishi uchun $\overline{1}$) tenglamalarni $\overline{7}$) va $\overline{8}$) stexiometrik munosabatlarni hisobga olib qo‘shish lozim, natijada har bir tarelkadagi oqimlar balansining tenglamasini olamiz, $\overline{8}'$) munosabatni esa quyidagi tizimdan topamiz:

$\overline{8}')\quad F_i + L_{i-1} - L_i + V_{i+1} - V_i = 0$

$i = 1,...N$

Natijada 8 N*n + 5 N mustaqil tenglamalar tizimi olinadi:

- 8 N^*n tenglama: $\overline{1}); \overline{2}); \overline{3}); \overline{4}); \overline{5}); \overline{6}); \overline{12}); \overline{13});$
- 5 N tenglama: $\overline{7}); \overline{8}); \overline{9}); \overline{10}); \overline{11});$

... aniqlanadigan o'zgaruvchilar sifatida ham $8\ N^*n + 5\ N$ o'zgaruvchilar tanlanadi:

$\bar{x}_{N^*n}; \bar{y}_{N^*n}; \bar{E}_{N^*n}; \bar{y}^*_{N^*n}; \bar{K}_{N^*n}; \bar{P}^{(0)}; \bar{T}_N; \bar{L}_N; \bar{V}_N; \Delta\bar{h}_N; \Delta\bar{H}_N; \Delta\bar{h}^{ind}_{N^*n}; \Delta\bar{H}^{ind}_{N^*n}$

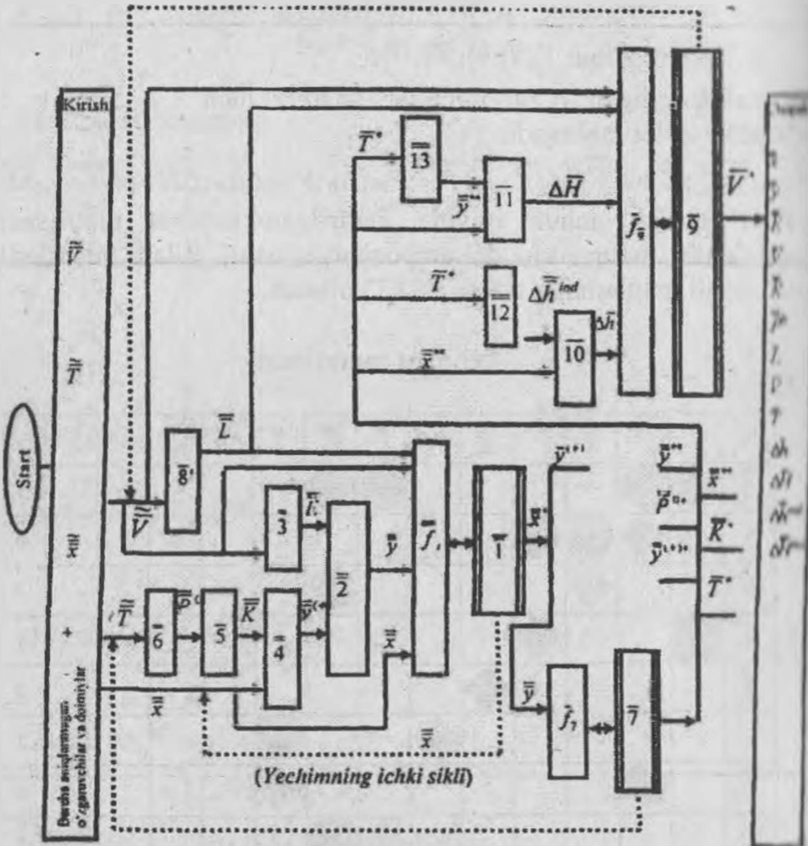
...ni yechish uchun quyida keltirilgan axborot matritsasidan foydalanib matematik dekompozitsiya usuli bilan yechiladigan nochiziqli tenglamalar tizimi (NTT) olinadi.

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{E}$	$\bar{y}^*$	$\bar{K}$	$\bar{P}^0$	$\bar{L}$	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\Delta\bar{h}$	$\Delta\bar{H}$	$\Delta\bar{h}^{ind}$	$\Delta\bar{H}^{ind}$	N^0
$\bar{1}$	◆	●					●	●						7
$\bar{2}$		◆	●	●										6
$\bar{3}$			◆					●						5
$\bar{4}$	■			◆										4
$\bar{5}$					◆									3
$\bar{6}$						◆			■					2
$\bar{7}$		●							◆					8
$\bar{8}$							◆	■						1
$\bar{9}$							●	◆		●	●			13
$\overline{10}$	●									◆		●		11
$\overline{11}$		●									◆		●	12
$\overline{12}$									●			◆		9
$\overline{13}$									●				◆	10

Tarelkali rektifikatsiya kolonnasining statsionar rejimini ... (bubble point) usuli bilan hisoblash algoritmining blok – sxemasi

(*Yechimning eng tashqi sikli*)



(*Yechimning tashqi sikli*)

Ichki iteratsiya siklida NTT $(\overline{\overline{1}})$ $\overline{\overline{x}}$ ga nisbatan yechiladi.:

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}y_{i+1,j}\{\overline{\overline{x}}\} - V_i y_{ij}\{\overline{\overline{x}}\} = -F_i x_{ij}^F$$

$$i = 1,...N$$

$$j = 1,...n$$

E_{ij} = 1 bo'lganda nazariy tarelkalar uchun keltirilgan tengla
quyidagicha yozilishi mumkin:

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}K_{i+1,j}x_{i+1,j} - V_i K_{ij} y_{ij} = -F_i x_{ij}^F$$
$$i = 1,...N$$
$$j = 1,...n$$

yoki

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}K_{i+1,j}x_{i+1,j} - V_i K_{ij} y_{ij} + F_i x_{ij}^F = 0$$
$$i = 1,...N$$
$$j = 1,...n$$

Bu tenglamani har komponentning konsentratsiyasiga nisbatan n marta yozish mumkin (masalan, j komponentning):

$$f(x_{i-1,j}; x_{ij}; x_{i+1,j}) = 0$$
$$i = 1,...N$$
$$j = 1,..n$$

yoki(j komponent uchun):

$$f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) = 0$$
$$f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) = 0$$
$$f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$
$$f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

Oxirgi tenglamalar tizimi uch diagonalli tenglamalar tizimini yechish usulidan foydalanilib, har bir komponent uchun n marta yechiladi.

$$f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) = 0$$
$$f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) = 0$$
$$f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$
$$f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

Tenglamalar tizimining axborot matritsasi

$n \backslash p$	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_{N-2}	x_{N-1}	x_N	N^o
1	●	●					◆	$N-1$
2	◆	●	●					N
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\vdots$
$N-1$					◆	●	●	2
N						◆	■	1

To‘g‘rilovchi tenglamani x_N ga nisbatan yechib:

$$f_1(x_1\{x_N\}; x_2\{x_N\}) = 0$$

Kolonnaning balandligi bo‘yicha ixtiyoriy (masalan, j) komponentning taqsimlanishi aniqlanadi:

$$x_1, x_2, \ldots, x_N$$

Barcha komponentlar uchun n - karrali yechimda izlanayotgan matritsa olinadi:

$$\overline{\overline{x}}_{N*n} = \begin{bmatrix} Yech.1 & Yech.2 & & Yech.n \\ Komp.1 & Komp.2 & \cdots & Komp.n \\ x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nn} \end{bmatrix}$$

Shundan so‘ng har bir tarelkadagi suyuq faza tarkibini raqamlash amalga oshiriladi:

$$x_{1,j}^{norm.} = \frac{x_{1j}}{\sum_{j=1}^{n} x_{1j}} \qquad j = 1,\ldots n$$

$$x_{Nj}^{norm} = \frac{x_{Nj}}{\sum_{j=1}^{n} x_{Nj}} \qquad j = 1 \ldots n$$

Olingan raqamlangan qiymatlardan keyingi hisoblarda foydalaniladi (hisoblash algoritmining blok - sxemasiga qarang).

Agar suyuq - bug' muvozanatida suyuqlik fazasi ideal bo'lmasa va muvozanat doimiysi suyuq fazaning tarkibiga bog'liq bo'lsa, unda $(\bar{\bar{1}})$ tenglamalar tizimining yechimi qaralayotgan usul yordamida raqamlangan qiymatning ikkita ketma-ket iteratsiyasi bir-biriga mos kelmaguncha takroran yechiladi.

Tashqi iteratsiya siklida $(\bar{1})$ nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{T}$ ga nisbatan yechiladi:

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ij}\{\bar{T}\} = 1$$

$$i = 1,\ldots N$$

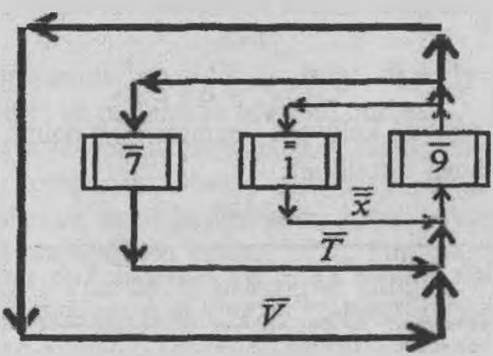
$$x_{ij}^{norm.} (i = 1,\ldots N; \quad j = 1,\ldots n)$$

Eng tashqi iteratsion siklda $(\bar{9})$ nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{V}$ ga nisbatan yechiladi:

$$L_i \Delta h_i' + L_{i-1}\{\bar{V}\}\Delta h_{i-1}\{\bar{V}\} - L_i\{\bar{V}\}\Delta h_i\{\bar{V}\} + V_{i+1}\{\bar{V}\}\Delta H_{i+1}\{\bar{V}\} - V_i\{\bar{V}\}\Delta H_i\{\bar{V}\} + \Delta Q_i^{\Pi} = 0$$

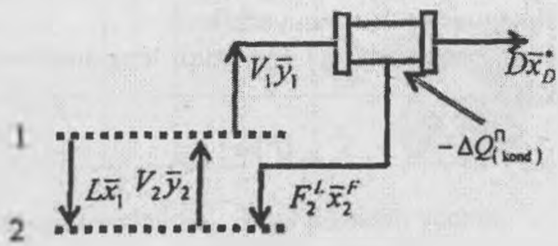
$$i = 1,\ldots N.$$

Natijada VR (bubble point) usuli bilan yechiladigan yechimlarning iteratsion sikllar sxemasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:



5.1.6.2. Bittadan kondensator (deflegmator) va qaynatgichli oddiy rektifikatsiya kolonnalari uchun distillat va kub mahsulotining tarkiblarini aniqlash

Kondensator – deflegmator (i = 1) uchun berilgan distillat D va suyuqlik va bug' o'rtasidagi fazaviy munosabatda ($\overline{K}_1$ – suyuqlik- bug' fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi to'g'ri bo'ladi:



$$\overline{1}n)\quad F_2^l x_{2j}^l = V_1 y_{1j} - Dx_{Dj}^*$$
$$j = 1,...n$$

$$\overline{2}n)\quad x_{Dj}^* = \frac{y_{1j}}{K_{1j}}$$
$$j = 1,...n$$

$$x_{2j}^F = \frac{V_1 y_{1j} - Dx_{Dj}^*}{V_1 - D}$$
$$j = 1,...n$$

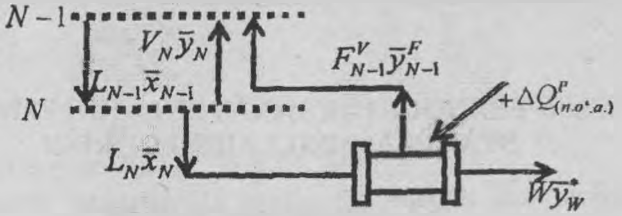
$$3)\quad F_2^L = V_1 - D,$$

bu yerda, F_2^L – qaytib keluvchi flegmalarning oqimi.

Aniqlanadigan kattaliklar:

$$F_2^L, \overline{x}_2^F, \overline{x}_D^*$$

Qaynatgich uchun (i = N) berilgan kub mahsuloti W va suyuqlik va bug' o'rtasidagi fazaviy muvozanatda ($\overline{K}_N$ – suyuqlik - bug' fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi to'g'ri bo'ladi:



$$\overline{1}n)\quad F^V_{N-1}y^F_{N-1,j} = L_N x_{N,j} - W y^*_{W,j}$$

$$j = 1,..n$$

$$\overline{2}n)\quad y^*_{Wj} = K_{N,j} x_{N,j}$$

$$j = 1,...n$$

$$y^F_{N-1,j} = \frac{L_N x_{N,j} - W y^*_{W,j}}{L_N - W}$$

$$j = 1,...n$$

$$3)\quad F^V_{N-1} = L_N - W,$$

bu yerda F^V_{N-1} – qaytib keladigan bug' oqimi.

Aniqlanadigan kattalik:

$$F^V_{N-1}, y^F_{N-1,j}, \bar{y}^*_W$$

O'z- o'zini tekshirish uchun topshiriq

Ko'p komponentli suyuqlik – bug' fazaviy muvozanatini hisoblash algoritmi va matematik tavsifini qurish.

Rektifikatsiya kolonnasining tarelkasidagi statsionar ajralish jarayonini ko'p komponentli massa uzatishining matematik tavsifini qurish va masalaning analitik yechimini olish (suyuqlik fazasining harakatini ideal aralashtirish modeli bilan, bug'ning harakatini esa ideal o'rin almashish modeli bilan keltirish mumkin).

Statsionar rejimdagi ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini tekshirish (baholash) hisobining algoritm va matematik tavsifini qurish.

VI. bob TEXNOLOGIK JARAYONLARNI EMPIRIK STATIK MODELLARINI QURISH

6.1. Masalaning qo'yilishi

Model qurish va ularni tatbiq etishda statistik tajribalar usuli juda keng qo'llaniladi. Bu usul tasodifiy sonlarni rostlashga asoslangan usul, ya'ni bu usulda tasodifiy kattaliklar ehtimolini taqsimot qiymatlari beriladi. Statistik modellashtirish deganda EHM yordamida modellashtirilayotgan sistemada borayotgan jarayonlarni statik ma'lumotlar olishni tushuniladi. Statistik modellashtirish yordamida tekshirilayotgan sistema ishlash jarayonida modellashtiruvchi algoritmi barcha tasodifiy ta'sirlar va ular orasidagi o'zaro bog'liqlikni hisobga olgan holda tuziladi. Statistik modellashtirish usuli birinchidan stoxastik sistemalar va ikkinchidan determenik masalalarni yechishda ko'proq qo'llaniladi.

Tasodifiy kattalik deb tajribalar natijasida oldindan ma'lum bo'lmagan qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlardan birini qabul qilishi mumkin bo'lgan kattalikka aytiladi. Tasodifiy kattaliklar diskret (alohida qiymatlar qabul qiluvchi) va muntazam kattaliklarga bo'linadi.

Tasodifiy kattalikning o'rta qiymati tajriba vaqtida olingan barcha natijalarning oddiy o'rta qiymatidan iborat. Diskret tasodifiy kattalik x m_1 tajribada x_1 va m_2 tajribada x_2 qiymatlarni qabul qilayotgan bo'lsin.

U holda

$$\bar{x}_{m} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + ... + x_r m_r}{m_1 + m_2 + ... + m_r} = \frac{\sum_{i=1}^{r} x_i m_i}{n}$$

Bu yerda $n = \sum_{i=1}^{r} m_i$ – o'tkazilgan tajribalarning umumiy soni

Ushbu tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\bar{x}_n = x_1 \frac{m_1}{n} + x_2 \frac{m_2}{n} + \dots + x_r \frac{m_r}{n} = \sum_{i=1}^{r} x_i P_i^*$$

Bu yerda, $p_i^* = \frac{m_i}{n}$ – tasodifiy kattalik x ning statistik ehtimoli.

Agar $n \to \infty$ bo'lsa $P_i^* \to P_i$ bo'ladi.

Ehtimollar nazariyasida matimatik kutilish tushunchasi juda katta o'rin egallaydi. Tasodifiy kattalikning matematik kutilishi quyidagicha izlanadi.

$$\langle x \rangle \bar{x} = \sum_{i=1}^{r} x_i \cdot p_i$$

Amaliy izlanishlar o'tkazilganda o'rtacha kvadratik og'ish quyidagicha hisoblanadi. Agar x_1 ning qiymati m_1 hamda x_2 ning qiymati m_2 holatda kuzatilgan bo'lsa va h.k. unda o'rtacha kvadratik og'ish quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\sigma_{kv} = \sqrt{\frac{1}{n}\left[(x_1 - \bar{x}_n)^2 m_1 + \dots + (x_r - \bar{x}_n)^2 mr\right]} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r}(x_i - \bar{x}_n)^2 mi}$$

bu yerda $\bar{x}_n$ – tasodifiy qiymatining o'rtacha qiymati; n – kuzatuvlarning umumiy soni. σ_x qiymati aniqlanganda, tasodifiy qiymatlarning o'rtacha qiymatga nisbatan og'ishi inobatga olinadi. Og'ishning absolyut qiymatigina inobatga olinganligi uchun barcha og'ishlarning kvadratik yig'indisi tuziladi va topilgan qiymat umumiy tajribalar soniga bo'linadi.

Taqsimlash funksiyasi. Faraz qilaylik X – tasodifiy kattalik berilgan bo'lsin (odatda tasodifiy kattaliklar katta lotin harflari bilan X, Z, Y belgilanadi, ularning qiymatlari esa kichik harflar x, y, z bilan).

$X<x$ shartning ehtimolligi tanlangan x ning qiymatigi bog'liq, ya'ni x ga bog'liq funksiya hisoblanadi.

Ehtimolligi $(X < x) = P(X < x) = F(x)$

F (x) funksiya taqsimlash funksiyasi deyiladi.

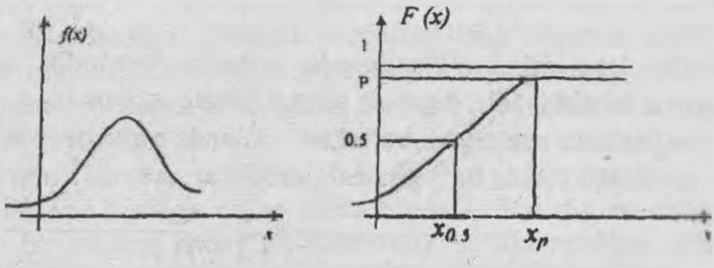
Uzluksiz tasodifiy kattalik uchun quyidagi munosabatni yozish mumkin:

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

Boshqa xususiyatlarini ham ko‘rsatib o‘tamiz.

$$F(-\infty) = 0; F(\infty) = 1$$

Quyidagi rasmda taqsimlash funksiyasi va taqsimlanish zichligining grafigi keltirilgan.



$f(x)$ ehtimollikning berilgan kattaligiga qarab aniqlanadi. Masalan, agar $p=0,9$ bo‘lsa, unga x_p abssissasi mos keladi, shuning uchun $P(x < x_p) = F(x_p) = P$.

x_p - P ehtimollikning kvantili deb ataladi.

Masalan $x_{0,1}$ va $x_{0,9}$ kvantillar ma’lum bo‘lsa, unda $P(x_{0.1} \le x \le x_{0.9}) = F(x_{0.9}) - F(x_{0.1}) = 0.9 - 0.1 = 0.8$ bo‘ladi.

Ehtimollikning $p = 0,5$ ga teng bo‘lgan kvantil taqsimot medianasi deyiladi. Taqsimot medianasi $x = x_{0,5}$ taqsimot zichligining egri chizig‘ini ikkita teng bo‘lakka ajratadi.

$$\int_{-\infty}^{x_{0.5}} f(x)dx = \int_{x_{0.5}}^{\infty} f(x)dx = 0,5$$

Ehtimoliy taqsimotning asosiy qonunlarini ko‘rib chiqamiz. Bu qonunlar statistik taqsimot modellari sifatida tajriba jarayonida qayd etilgan tasodifiy o‘zgaruvchilarning tavsifini tuzish uchun ishlatiladi.

Normal taqsimot. Statistik modellar ichida ehtimolliklarning normal taqsimoti alohida o‘rin olgan. Normal taqsimotning zichlik ehtimolligi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$f(x,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

bu yerda, μ va δ – taqsimot parametrlari: ular taqsimot markazi (matematik kutilma) va uning masshtabi (o‘rtacha kvadratik og‘ish)ni ko‘rsatadi.

Normal taqsimot simmetrik bo‘ladi va ehtimolliklar zichligining funksiyasi va quyidagi parametrlardan xolis bo‘ladi:

$$\frac{A}{\sqrt{\beta_1}}=0 \quad \text{va} \quad \frac{E}{\beta_2}=3$$

Normal taqsimotning integral qonuni quyidagicha yoziladi:

$$F(x,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]dx$$

Taqsimot funksiyasining xususiyatiga asosan

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]dx=1$$

Amaliy hisoblashlarda normallashtirilgan, normal taqsimlangan tasodifiy kattalik $z=(x-\mu)\sigma$ ishlatiladi. Uning ehtimollik zichligining funksiyasi quyidagicha:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

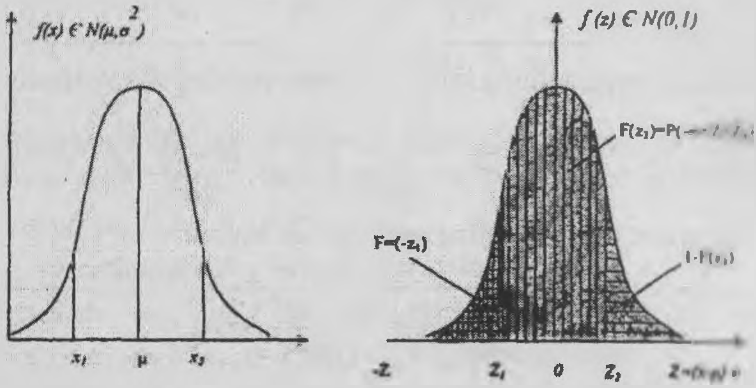
Normal qonuniyat bo‘yicha taqsimlangan tasodifiy kattalikning qiymati berilgan oraliqqa tushish ehtimolini hisoblash jadvalida keltirilgan Gauss oraliqlarining qiymatlari yordamida ... oshiriladi.

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{n^2}{2}\right) du$$

bu yerda n – integrallash o‘zgaruvchisi va $F(-z) = 1 - F(z)$ ... $[x_1, x_2]$ oraliqqa tushish ehtimoli quyidagiga teng:

$$P(x_1 < x < x_2) = F\left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right) = F(z_2) - F(z_1)$$

Ushbu ehtimollikning grafik ko‘rinishi quyidagicha



6.2. Passiv tajriba ma’lumotlari asosida empirik modellarni qurish

Bu modellar yo jarayoning borish mexanizmi haqida axb... bo‘lmasa yo ular fizik - kimyoviy blokli modellardan foydalan... yomon tavsiflanganda qo‘llaniladi. Bu holda obyekt (kimyoviy ... texnologiya jaryonlari) kirish ($\overline{X}$) va chiqish ($\overline{y}$) o‘zgaruvchil... yagona kirish axboroti hisoblanadigan, kibernetik tizimlarnin... «qora quti»si ko‘rinishida namoyon bo‘ladi:

bu yerda, $\bar{x} = [x_1,...x_m]^T$ – tizimlar holati va uning xossalariga ta'sir qiluvchi kirish o'zgaruvchilarining vektori, $\bar{y} = [y_1,...y_l]^T$ – tizimlar holatini tavsiflovchi chiqish o'zgaruvchilarining vektori.

Umumiy hollarda empirik modellar barcha kirish o'zgaruvchilari $x_i (i = 1,...m)$ga bog'liq holda barcha $y_i (i = 1,...l)$ chiqish o'zgaruvchilarining alohida har biri uchun tuziladi, ya'ni

$$y = f(x_1,...x_m, \bar{a}) \tag{6.1}$$

bu yerda, -$(m+1)$ empirik modellarning koeffitsiyentlari.

$$\bar{a} = [a_0, a_1...a_m]^T$$

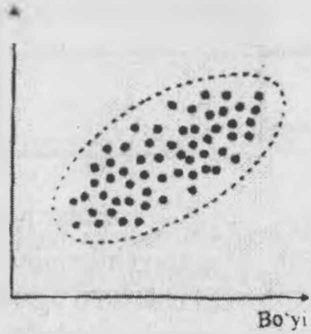
(f) funksional bog'liqlikning aniq qiymati va $(\bar{a})$ koeffitsiyentlarning qiymatlari sinov ma'lumotlaridan, ya'ni empirik aniqlanadi.

Tajribadagi o'lchashlar natijalari tasodifiy kattaliklar hisoblanib, ularni qayta ishlash uchun matematik statistikaning eng ko'p tarqalgan usullari – **regression** va **korrelatsion tahlil usullaridan** foydalaniladi.

Korrelatsion tahlil – bir nechta tasodifiy kattaliklar o'rtasidagi bog'liqliklarni aniqlash imkonini beruvchi usul.

Faraz qilamiz, bir turdagi obyektlarda turli parametrlarni o'lchash o'tkazilayotgan bo'lsin. Bu ma'lumotlardan bu parametrlarning bog'liqligi haqidagi sifatli yangi axborotni olish mumkin.

Misolan, odamning bo'yi va vaznini o'lchayapmiz, har bir o'lchash ikki o'lchamli fazoda nuqtalar bilan aks ettirilgan.

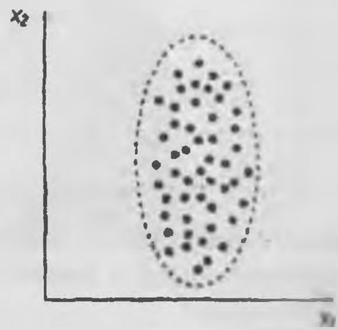


Kattaliklar tasodifiy tavsifga egaligiga qaramasdan, umuman olganda, biror bog'liqlik korrelatsiya kuzatiladi.

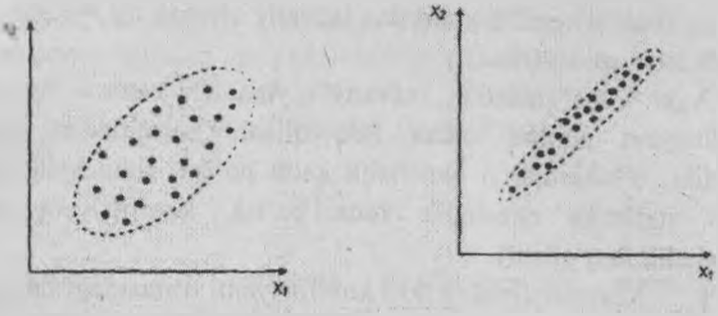
Ushbu holda bu munosabat korrelatsiya (bir parametr oshganda ikkinchisi ham oshadi). Quyidagi holatlar ham bo'lishi mumkin:

Manfiy korrelatsiya:

Korrelatsiya mavjud emas



Quyidagi holatlarni farqlash uchun korrelatsiyani sonli tavsiflash lozim:



Shu maqsadda korrelatsiya koeffitsiyenti kiritiladi. U quyidagicha hisoblanadi:

n ta nuqtadan iborat $/x1, i, x2, i/$ massiv berilgan.

Har bir parametr uchun o'rtacha qiymat hisoblanadi:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1i}}{n}, \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Korrelatsiya koeffitsiyentini aniqlaymiz:

$$r = \frac{\sum (x_{1_i} - \bar{x}_1)\cdot(x_{2_i} - \bar{x}_2)}{\sqrt{\sum (x_{1_i} - \bar{x}_1)^2}\cdot\sqrt{\sum (x_{2_i} - \bar{x}_2)^2}} \qquad (6.2)$$

r ning qiymati -1 dan 1 gacha oraliqda o'zgaradi. Ushbu holda bu korrelatsiyaning chiziqli koeffitsiyenti bo'lib, u x_1 va x_2 o'rtasidagi chiziqli bog'lanishni ko'rsatadi. Agar bog'lanish chiziqli bo'lsa r ning qiymati 1 ga (yoki -1 ga) teng. Korrelatsiya koeffitsiyenti tasodifiy kattalik hisoblanadi, chunki u tasodifiy kattaliklar orqali hisoblanadi. Uning uchun quyidagi gipotezani ilgari surish va tekshirish mumkin:

Korrelatsiya koeffitsiyenti noldan ancha farq qiladi (ya'ni korrelatsiya mavjud):

$$\xi = \left(0.5\cdot\ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right) - \frac{|r|}{2(n-1)}\right)\sqrt{n-3} \qquad (6.3)$$

va student koeffitsiyentining jadvaliy qiymati t(p = 0.95, f = ∞) = 1.96 bilan solishtiriladi.

Agar testli statistika jadvaliy qiymatdan katta bo'lsa, unda koeffitsiyent noldan ancha farq qiladi. Formuladan ko'rinib turibdiki, o'lchashlar n qanchalik katta bo'lsa, shunchalik yaxshi (testli statistika qanchalik katta bo'lsa, koeffitsiyent noldan shunchalik farq qiladi).

1. Korrelatsiyaning ikki koeffitsiyenti o'rtasidagi farq ancha katta:

Testli statistika

$$\xi = 0,5 \cdot \ln\left(\frac{(1+r_1)(1-r_2)}{(1+r_1)(1+r_2)}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1-3}+\frac{1}{n_2-3}}} \tag{6.4}$$

Shuningdek, jadvaliy qiymat t(p,∞) bilan solishtiraladi.

Korrelatsion tahlil usuli bilan quyidagi masalalar yechiladi.

1. O'zaro bog'liqlik. Parametrlar o'rtasida o'zaro bog'liqlik mavjudmi?

2. Bashoratlash. Agar bir parametrning xulqi ma'lum bo'lsa, unda u bilan korrelatsion bo'lgan boshqasining xulqini bashiratlash mumkin.

3. Obyektlarni tasniflash va identifikatsiylash. Korrelatsion tahlil tasniflash uchun mustaqil belgilar to'plamini saralashga yordam beradi.

Regression tahlil. Regression tahlil usuliga ko'ra y normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattalik hisoblanadi, $\bar{x}$ vektor komponentlar esa determinanlashgan (tasodifiy bo'lmagan) kattaliklar hisoblanadi.

Shuning uchun ehtimollik nazariyasi qonuniyatlariga muvofiq $\bar{x}$ vektorning qayd etilgan har bir qiymatida Y kattalik ma'lum ($\bar{x}$ ga bog'liq holda) shartli taqsimlanish ehtimolliligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi.

Bu bilan bog'liq holda Y normal taqsimlanish qonuni (regression tahlilning qo'yimi) uchun (1) funksiyani tavsiflashda regressiya tenglamasi deb ataluvchi, shartli matematik kutilma $Y - M[Y|_{\bar{x}}]$ ni $\bar{x}$ bilan bog'liqligidan foydalanamiz:

$$M[Y|_{\bar{x}}] = f(\bar{x}, \bar{a}) \qquad (6.5)$$

$\bar{a} = [a_0, a_1, ... a_m]$ tenglama koeffitsiyentlari regressiyaning nazariy koeffitsiyentlari deb ataladi.

Shunday qilib koeffitsiyentlar tajriba ma'lumotlarining chegaralangan tajribasi bo'yicha aniqlanadi, ammo ularning qiymatlari $\bar{a}$ haqiqiy (nazariy) nikidan farq qiladi va $\bar{a}$ (regressiyaning tanlanma koeffitsientlari) bilan belgilanadi. Natijada regressiyaning shartli matematik kutilma $Y - M[Y|_{\bar{x}}]$ o'rnida ishlatilib, baho $\hat{y}$ va regressiya koeffitsiyenti $\bar{a}$ larni shakllantiruvchi taxminiy tenglamasidan foydalaniladi:

$$\bar{y} = f(\bar{x}, \bar{a}) \qquad (6.6)$$

Tajriba ma'lumotlaridagi empirik statistik modellar regressiyasining taxminiy tenglamalari uchun quyidagi uchta asosiy masalani yechish lozim:

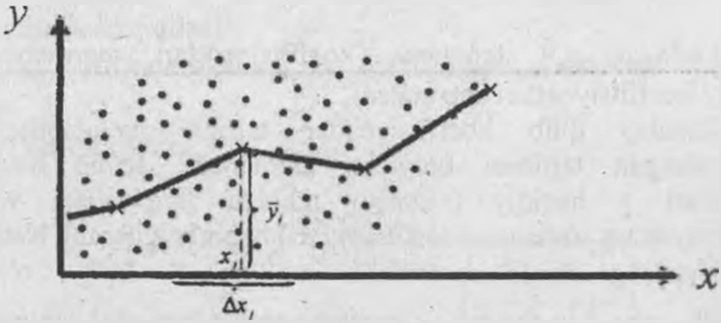
$\bar{y} = f(\bar{x}, \bar{a})$ (6.3) funksiyaning aniq ko'rinishini aniqlash, ya'ni strukturaviy identifikatsiya masalasini yechish;

- regressiyaning tanlanma (empirik) koeffitsiyent $\bar{a}$ larini aniqlash, ya'ni parametrik identifikatsiya masalasini yechish;
- olingan modelning xatoligini baholash maqsadida olingan natijalarning statistik (regression) tahlilini o'tkazish.

6.2.1. Regressiyaning taxminiy tenglamasi turini aniqlash

Umumiy hollarda tajriba ma'lumotlarining chiqish o'zgaruvchisi y ning kirish o'zgaruvchisi x ga bog'liqligi grafigini tahlil qilish va ularning ko'rinishi bo'yicha (6.6) funksional bog'liqlikning aniq shaklini tanlash lozim.

$y-x$ koordinatalar tizimini o'zgartirish (6.6) funksional bog'liqlikning optimal turini tanlash imkonini beradi.
Tajriba ma'lumotlari bo'yicha bitta kirish o'zgaruvchisi x bo'lgan hol uchun regressiyaning empirik chizig'ini qurish (6.1-rasm) va u yordamida (6.6) funksional bog'liqlikning aniq turini tanlash tavsiya etiladi. Regressiyaning empirik chizig'ini tasvirlanishi:



6.1-rasm. Regressiyaning empirik chizig'ini qurish.

Bunda x ni o'zgarish diapazoni (6.1-rasm) s ta teng Δx intervallarga bo'linadi. Berilgan Δx intervalda yotuvchi barcha nuqtalar uning o'rta oralig'i x_j^* ga tegishli (6.1-rasm). Bundan keyin har bir interval uchun xususiy o'rta oraliq y_j^* hisoblanadi:

$$y_j^* = \frac{\sum^{n_j} y_{ji}}{n_j}, j = 1,...s \qquad (6.7)$$

bu yerda, $n_j - \Delta x_j$ intervaldagi nuqtalar soni.

Natijada tanlanmalar hajmi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\sum_{i=1}^{s} n_i = n \qquad (6.8)$$

x bo'yicha u regressiyaning empirik chizig'i (x_j^*, y_j^*) j = 1,...s nuqtalarning to'g'ri chiziqlarini ketma-ket tutashtirish yo'li bilan hosil qilinadigan siniq chiziq ko'rinishida olinadi.

Regressiya tenglamasi parametrlarini aniqlash masalasi ko'pincha ko'p o'zgaruvchili funksiya minimumini aniqlashga olib kelinadi.

$$\bar{y} = f(x, b_0, b_1, b_2, ...) \qquad (6.9)$$

Agar quyidagi tenglama berilgan bo'lsa unda differensiallanuvchi funksiya bor va uni (6.10) bajariladigan qilib tanlash talab etiladi:

$$F = \sum_{i=1}^{N} [y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, ...)]^2 = \min \qquad (6.10)$$

F (b_0, b_1, b_2, ...) minimumning zaruriy sharti quyidagi tenglikni bajarilishi hisoblanadi:

$$\frac{\partial F}{\partial b_0} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial b_1} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial b_2} = 0 ... \qquad (6.11)$$

yoki

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N} 2[y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, ...)] \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} 2[y_i - f(x_i, b_0, b_1, b_2, ...)] \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (6.12)$$

O'zgartirishdan so'ng quyidagi tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N} y_i \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} - \sum_{i=1}^{N} f(x_i, b_0, b_1, b_2, ...) \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_0} = 0 \\ \sum_{i=1}^{N} y_i \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} - \sum_{i=1}^{N} f(x_i, b_0, b_1, b_2, ...) \frac{\partial f(x_i)}{\partial b_1} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (6.13)$$

(6.13) tenglamalar tizimi, regressiya tenglamasida qancha noma'lum koeffitsiyentlar bo'lsa, shuncha tenglamalardan tashkil topadi va matematik statistikada normal tenglamalar tizimi deyiladi.

Ixtiyoriy b_0, b_1, b_2 da kattalik $F \geq 0$ bo'ladi va o'z-o'zidan unda hech bo'lmaganda bitta minimum mavjud bo'lishi kerak. Shuning uchun, agar normal tenglamalar tizimi yagona yechimga ega bo'lsa, unda ushbu yechim F kattalikning minimumi hisoblanadi. Umumiy ko'rinishda (6.13) tizimni yechib bo'lmaydi. Buning uchun f funksiyalarning aniq ko'rinishlarini berish kerak.

Funksional bog'liqlikning ko'rinishi tashqi axborot (nuqtalarning tekislikda joylashishi) va aniqlanayotgan komponentning tarkibi bilan analitik bog'liq bo'lgan fizik va kimyoviy qonunlarga (masalan, spektrofotometrlardan darajalash Buger-Lambert-Ber qonuniga tayanib amalga oshiriladi) nisbatan umumiy tasavvurlardan kelib chiqib tanlanadi. Ko'pincha chiziqli bog'liqlikdan foydalaniladi.

Amaliyotda $n > k$ bo'ladigan, ya'ni tenglamalar tizimi aniq yechimga ega bo'lmagan hollar keng tarqalgan (k – funksiya parametrlari soni, n – o'lchashlar soni). Bu, taqribiy yechimlarning cheksiz to'plami mavjudligini bildiradi va silliqlantirish masalasi yuzaga keladi. Ushbu masalani chiziqli regression tahlil misolida yanada batafsilroq ko'rib chiqamiz (ya'ni funksional bog'liqlik y=ax+b chiziqli ko'rinishga ega va ikkita a va b parametrlar bilan aniqlanadi, bu yerda k=2).

Chiziqli bog'liklikning parametrlarini topishning eng keng tarqalgan usullaridan biri – **eng kichik kvadratlar usuli** (EKKU).

Kirish o'zgaruvchilari $x = [x_1, ... x_m]^T$ bir nechta bo'lgan hollar uchun (6.3) funksiya turini tanlashda bu yerda ko'rib o'tilmayotgan Brandon usulini qo'llash mumkin.

Umumiy hollarda regressiya (empirik modellar) tenglamalari ikki tur – statistik tahlili «nochiziqli regressiya» usuli bilan amalga oshiriluvchi $\bar{a}$ parametrlar bo'yicha **nochiziqli** va statistik tahlili «chiziqli regressiya» usuli bilan amalga oshiriluvchi $\bar{a}$ parametrlar bo'yicha **chiziqlilarga** farqlanadi.

Modellarning parametrlari bo'yicha chiziqlilarini quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin:

$$\bar{y} = \sum_{j=0}^{m} a \varphi_j(\bar{x}) \qquad (6.14)$$

Bu yerda, $-\varphi_j(\bar{x})$ $(j=0.1,...m)$-$(\varphi_1(\bar{x})(j=0.1,...m))$ kirish o'zgaruvchilarining chiziqli yoki nochiziqli funksiyalari.

Chiziqli modellarning parametrlari (koeffitsiyentlari) ni aniqlash va ularning regression tahlili $(x_1,...x_m)$nochiziqli modellarnikiga qaraganda soddaroq.

Shuning uchun ham nochiziqli modellarni imkoni boricha chiziqlantirishga harakat qilinadi va (6.16) dagi ko'rinishga olib kelinadi.

Chiziqli regressiya tenglamasining xususiy hollari quyidagicha hisoblanadi:

$$\varphi(\bar{x}) = x' \qquad j = 0.1,...m \qquad (6.15)$$

va uning bir o'zgaruvchili (m=1) bir turi – chiziqli regressiyasi:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 x \qquad (6.16)$$

va parabolik regressiyasi ($m = 2$):

$$\bar{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad (6.17)$$

bo'lgandagi polinominal regressiya;

transsendent (tajriba orqali ifodalab bo'lmaydigan) regressiya va uning, logarifmik chiziqlanishi bo'lgan quyidagi ko'rsatkichli egri bog'liq bo'lgan ko'rinishdagi turi:

$$\bar{y} = a_0 a_1^x \qquad (6.18)$$

va

$$\ln \bar{y} = \ln a_0 + x \ln a_1 \qquad (6.19)$$

logarifmik chiziqlantirilishi:

$$\bar{y} = a_0 x^{a_1} \quad (6.30)$$

bo'lgan kasr - ko'rsatkichli turi:

$$\ln \bar{y} = \ln a_0 + a_1 \ln x \quad (6.31)$$

kirish o'zgaruvchilari 1 dan katta bo'lgan, to'plamli matritsa

$$(\varphi_j(\bar{x}) = x_j)$$

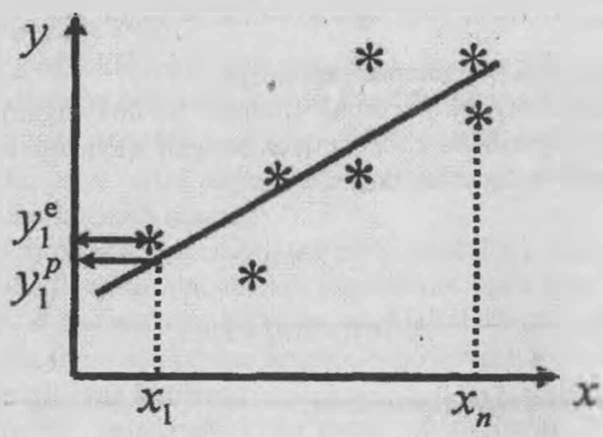
$$\bar{y} = a_0 + a_1 x_1 + ... + a_m x_m \quad (6.32)$$

$$x_0 = 1$$

6.2.2. Regressiya koeffitsiyentlari – empirik modellar parametrlarini aniqlash (regressiya tahlilining birinchi bosqichini bajarish)

Ushbu holda regressiya tahlilining uslubiyatidan kelib chiqib eng kichik kvadratlar (EKK) usuli bilan tajriba ma'lumotlarini silliqlantirish masalasi amalga oshiriladi.

Rasmda bir o'zgaruvchi x li regressiyalar uchun EKK usulini grafik ifodalanishi keltirilgan (* y_1- tajriba ma'lumotlari, y_1^p regressiya tenglamasi bo'yicha hisoblangan ma'lumotlar):

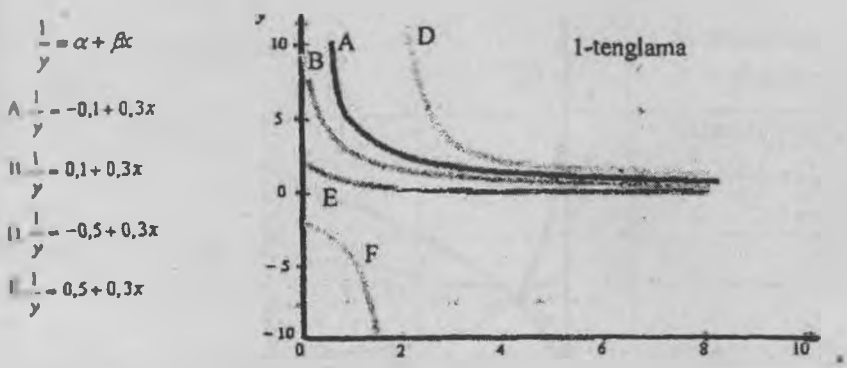


Bunda tajriba quyidagi jadvaldan foydalanib amalga oshiriladi:

$n \diagdown p$	x	y^e
1	x_1	y_1^e
2	x_2	y_2^e
...	...	...
n	x_n	y_n^e

Bir o'zgaruvchili funksiya turini koordinata o'qlari $u-x$ ni quyida ko'rsatilgan o'zgartirish yo'li (strukturaviy identifikatsiya masalasini yechish) bilan tanlanishi mumkin.

Natijada almashtirilgan funksiya u nafaqat regressiya koeffitsiyentlari bo'yicha, balki almashtirilgan o'zgaruvchi x uchun ham chiziqli bo'lib qoladi.



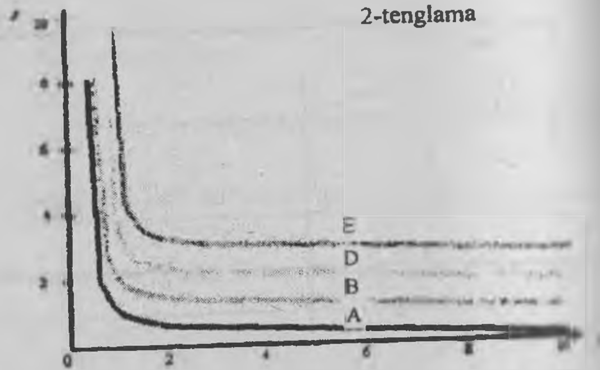
$$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$$

A. $y = -0{,}1 + \frac{0{,}3}{x}$

B. $y = 2 + \frac{0{,}3}{x}$

D. $y = 4 + \frac{0{,}3}{x}$

E. $y = 6 + \frac{0{,}3}{x}$



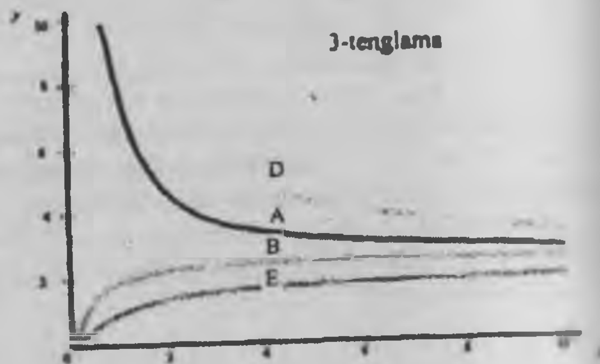
$$\frac{x}{y} = \alpha + \beta x$$

A. $\frac{x}{y} = -0{,}1 + 0{,}3x$

B. $\frac{x}{y} = 0{,}1 + 0{,}3x$

D. $\frac{x}{y} = -0{,}4 + 0{,}3x$

E. $\frac{x}{y} = 4 + 0{,}3x$

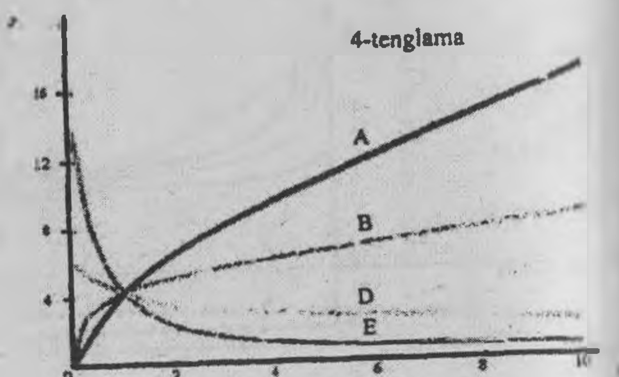


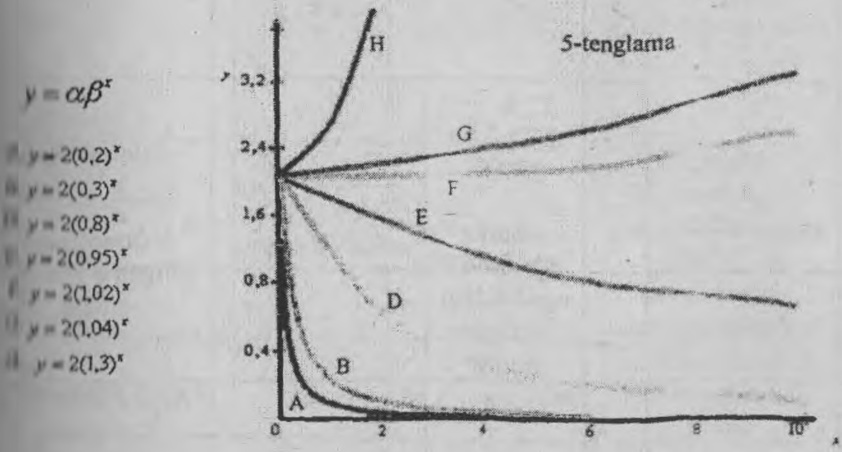
$$y = \alpha x^{\beta}$$

A. $y = 4x^{0,5}$

B. $y = 4x^{03}$

D. $y = 4x^{-0,3}$





Bir o'zgaruvchili funksiyani chiziqli ko'rinishga almashtirish

Tenglama	To'g'ri chiziq koordinatalari		To'g'ri chiziq tenglamasi	Izoh
	x	y o'qi		
$\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	x	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}$, $y = 0$
$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	$\frac{1}{x}$	y	$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	Asimptotalar: $x = 0$, $y = \alpha$
$\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$			$\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}$, $y = \frac{1}{\beta}$
yoki $y = \frac{x}{\alpha + \beta \cdot x}$				

yoki $\frac{1}{y}=\frac{\alpha}{x}+\beta$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y}=\frac{\alpha}{x}+\beta$	
3a) $y=\frac{x}{\alpha+\beta\cdot x}+\gamma$	x	$\frac{x-x_1}{y-y_1}$, bu yerda, (x_1,y_1)- tajribaviy egrilikdagi istalgan nuqta	$\frac{x-x_1}{y-y_1}=\alpha+\beta\ x_1+$ $+\frac{\beta}{\alpha}(\alpha+\beta\cdot x_1)x$	Asimptotalar $x=-\frac{\alpha}{\beta}$, $y=\frac{1}{\beta}+\gamma$ γ masofasiga siljigan o'sha egri chiziq
$y=a\cdot x^{\beta}$	log x	Log y	$\log y=\log+\beta\log$ $\log y=\log\alpha+\beta\log x$	Agar $\beta>0$ bo'lsa, egri chiziq parabola shakliga ega va koordinatalar boshidan va $(1,\alpha)$nuqta orqali o'tadi. Agar $\beta<0$ bo'lsa, egri chiziq asimptota sifatidagi koordinata o'qlari bilan giperbola hisoblanadi va$(1,\alpha)$nuqta orqali o'tadi.
4a) $y=\alpha\cdot x^{\beta}+\gamma$	log x	$\log(y-\gamma)$	$\log(y-\gamma)=\log\alpha+$ $+\beta\log x$	Avval $\gamma=\frac{y_1y_2-y_3^2}{y_1+y_2-2y_3}$, formula bo'yicha γ approksimatsiyalanadi Bu yerda $y_3=\alpha\cdot x_3^{\beta}+\gamma$, $x_3=\sqrt{x_1x_2}$, esa

				$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - tajribaviy nuqtalar
4б) $y = \gamma \cdot 10^{\alpha x^{\beta}}$	$\log x$	$\log(\log y - \log \gamma$	$\log(\log y - \log \gamma) =$ $= \log \alpha + \beta \log x$	Dastlabki tenglama logarifmlanganda n so‘ng, 4a punktdagidek amalga oshiriladi
5) $y = \alpha \beta^{x}$	x	$\text{Log}\, y$	$\log y = \log \alpha + x \log \beta$	Egri chiziq $(0, \alpha)$nuqtadan o‘tadi

EKKU mezoni quyidagi ko‘rinishga ega:

$$Cr = \sum_{i=1}^{n} (Y_i^p - y_i^p)^2 \tag{6.23}$$

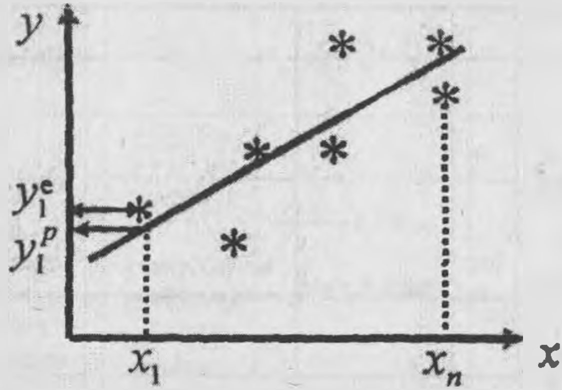
bu yerda Y_i^p va y_i^p elementlar vektori $\bar{x}_i (i = 1,...n)$ning bitta qiymati bilan hisoblanadi,

n – sinovlarning umumiy soni yoki tanlanma hajmi.

Tenglama (6.6) ga muvofiq $y_i^p = \bar{y}_i$ va Cr mezoni ham $\bar{a} = [a_0, a_1, ... a_m]^T$ parametrlarning ko‘p o‘zgaruvchili funksiyasi hisoblanadi:

$$Cr = Cr(a_0, a_1, ... a_m) \tag{6.24}$$

(6.6) modelning koeffitsiyentlari (parametrlari) ni aniqlash (to‘g‘rilash) uchun Cr mezon eng kichik bo‘lishi lozim, ya’ni rasmdagi vertikal kesishmalar kvadratlarining yig‘indisi eng kichik bo‘ladi:



Shuning uchun ham modellar (6.6) ning koeffitsiyentlarini aniqlash masalasi (6.23) va (6.24) mezonlarning minimumini aniqlash algoritmlardan birini ishlab chiqish orqali amalga oshiriladi:

$$\min \sum_{i=1}^{n} (y_i^e - y_i^p)^2 \qquad (6.25)$$

$$\bar{a} \in \bar{a}^{rux.et}$$

$\bar{a}^{rux.et}$ - $\bar{a}$ parametrlarning yo'l qo'yiladigan sohasi – birinchi tur chegarasi. $\bar{a}^{rux.et}$

Parametrik identifikatsiyalash masalasi nochiziqli modellar uchun aynan shunday yechiladi.

Albatta, ushbu holatda ko'p o'zgaruvchili funksiya (16) ekstremumining zaruriylik shartidan ham foydalanish mumkin:

$$\frac{\partial Cr}{\partial a_0} = 0;\ \frac{\partial Cr}{\partial a_1} = 0;\ldots\frac{\partial Cr}{\partial a_m} = 0 \qquad (6.26)$$

Umumiy hollarda tizimning qidirilayotgan koeffitsiyentlarini aniqlash uchun nochiziqli tenglama (6.26) $a_0, a_1, \ldots a_m$ koeffitsiyentlarga nisbatan yechilgan bo'lishi kerak.

Biroq amaliyot shuni ko'rsatadiki, nochiziqli tenglamalar tizimini yechish optimallashtirish masalalari (6.25) ni to'g'ri yechish kabi aslo oson emas.

Parametrlari (kirish o'zgaruvchilarining ixtiyoriy soni) bo'yicha chiziqli modellar uchun regressiyaning tanlanmali (empirik) koeffitsiyentlarini aniqlash:

$$\underset{r\times 1}{\bar{x}} \to x_2 \quad (s = 1,...r)$$

Ushbu holda tadqiqot tajribalarini o'tkazish jadvali quyidagi ko'rinishga ega:

$n \backslash p$	x_1	x_2	...	x_r	y^e
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1r}	y_1^e
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2r}	y_2^e
...	...	...	...	...	...
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nr}	y_n^e

Chiziqli yoki parametrlari bo'yicha chiziqlantirilgan modellar uchun (6.14) ifodani EKKU mezoni (6.23) ga qo'yish zarur:

$$Cr = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=0}^{m} a_i\varphi_i(\bar{x}) - y_i^p\right)^2 \qquad (6.27)$$

va ko'p o'zgaruvchili funksiya (6.26) ekstremumining zaruriy shartidan fodalanib, olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT) ni yechish kerak:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Cr}{\partial a_0} &= 2\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=0}^{m} a_i\varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p\right)\varphi_0(\bar{x}_i) = 0\\
\frac{\partial Cr}{\partial a_1} &= 2\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=0}^{m} a_i\varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p\right)\varphi_1(\bar{x}_i) = 0\\
\frac{\partial Cr}{\partial a_m} &= 2\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{i=0}^{m} a_i\varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^p\right)\varphi_m(\bar{x}_i) = 0
\end{aligned} \qquad (6.28)$$

Tenglamalar tizimi (6.28) dagi a'zolarni guruhlab CHATT ni quyidagi ko'rinishda yozilsa:

$$\sum_{i=0}^{m} a_i \sum_{l=1}^{n} \varphi_i(\bar{x}) \varphi_u(\bar{x}_l) = \sum_{l=1}^{n} \varphi_u(x_l) y_l^e \qquad (6.29)$$
$$i, u = 0.1, \ldots m,$$

va agar ko'rib chiqilayotgan axborot matritsasi I_{uj} (j = 0.1,...m yana u = 0.1,...m) ga kiritilsa,

$$I_{uj} = \sum \varphi_u(\bar{x}_l) \varphi_i(\bar{x}_l)$$
$$i = 0.1, \ldots m \qquad (6.30)$$
$$u = 0.1, \ldots m$$

unda u kvadrat, simmetrik bo'lib qoladi va uning elementlarining qiymatlari faqat kirish o'zgaruvchilari hamda ... funksiyaning aniq turiga bog'liq bo'ladi.

Matritsa ko'rinishidagi axborot matritsasi $\bar{I}$ ni $\overline{F}$ kirish o'zgaruvchilarining boslang'ich matritsasi va shakli o'zgartirilgan ko'rinishda keltirish mumkin:

$$I = F^T F \qquad (6.31)$$

Kirish o'zgaruvchilariga bog'liq matritsa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\underset{n \times (m+1)}{F} = \begin{bmatrix} \phi_0(\bar{x}_1) & \phi_1(\bar{x}_1) \ldots \phi_m(\bar{x}_1) \\ \phi_0(\bar{x}_2) & \phi_1(\bar{x}_2) \ldots \phi_m(\bar{x}_2) \\ \phi_0(\bar{x}_n) & \phi_1(\bar{x}_n) \ldots \phi_m(\bar{x}_n) \end{bmatrix} \qquad (6.32)$$

CHATT (6.29) ning o'ng qismiga binoan yozish mumkin:

$$b_u = \sum_{l=1}^{n} \phi_u(\bar{x}_l) y_l^e \qquad (6.33)$$
$$u = 0.1, \ldots m,$$

yoki matritsa ko'rinishida:

$$b = \overline{F}^T \bar{y}_e^e$$
$$b = F\, y \qquad (6.34)$$

Natijada empirik modellarning koeffitsiyentlarini aniqlash uchun yechiladigan CHATT (6.29) quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$\sum_{i=0}^{m} I_{ui} a_i = b \qquad u = 0.1,\dots m, \tag{6.35}$$

yoki matritsa ko'rinishida:

$$\bar{I} \cdot \bar{a} = \bar{b} \tag{6.36}$$

Agar koeffitsiyentlarni aniqlashda teskari matritsalar usulidan foydalanilsa, unda quyidagilar olinadi:

$$\bar{I}^{-1} \cdot \bar{I} \cdot \bar{a} = \bar{I}^{-1} \cdot \bar{b} \tag{6.37}$$

va shuningdek, ko'paytma $\bar{I}^{-1} \cdot \bar{I}$ birlik matritsa $\bar{E}$ ga teng bo'ladi, ya'ni

$$\bar{E} = \bar{I}^{-1} \bar{I} \tag{6.38}$$

Unda

$$\bar{E} \cdot \bar{a} = \bar{I}^{-1} \bar{b} \tag{6.39}$$

Yoki

$$\bar{a} = \bar{I}^{-1} \bar{b} \tag{6.40}$$

Chiziqli regressiya koeffitsiyentlari (empirik modellarning parametrlari) ni aniqlash uchun matritsali formula (6.40) ifodaga (6.31) va (6.32) matritsaviy tengliklarni qo'ygandan so'ng olinadi:

$$\bar{a} = \left(\bar{F}^T \bar{F}\right)^{-1} \bar{F}^T \bar{y}^e \tag{6.41}$$

Shunday qilib, chiziqli yoki chiziqlantirilgan regressiya modellarining koeffitsiyentlarini aniqlash uchun quyidagi amallar ketma-ketligini bajarish zarur:

• $\overline{y}^{\varepsilon}$ kuzatish vektorini shakllantirish va uning komponentlarini hisoblash (faqat chiziqlantirilgan modellar uchun);

• $\overline{F}$ kirish o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lgan matritsa komponentlarni shakllantirish va hisoblash;

• $\overline{F} \to \overline{F}^{T}$ matritsani transponirlash;

• transponirlangan matritsa $\overline{F}^{T}$ ni boshlang'ich matritsa $\overline{F} : \overline{F}^{T}\ \overline{F}$ ga ko'paytirish;

• axborot matritsa – $(\overline{F}^{T}\ \overline{F})^{-1}$ ga murojaatni amalga oshirish;

• olingan teskari matritsani $(\overline{F}^{T})$ matritsaga ko'paytirish;

• olingan natijani kuzatish vektori $\overline{y}^{\varepsilon}$ ga ko'paytirish va $\overline{a}$ (33) regressiyaning tanlanmaviy koeffitsiyentlarini olish.

6.3. Regression va korrelatsion tahlil

$$\overline{y} = \sum_{i=0}^{m} a_i \phi_i(\overline{x}),$$

ko'rinishdagi chiziqli va chiziqlantirilgan modellarning koeffitsiyentlarini silliqlantirish (aniqrog'i EKKU) usuli bilan aniqlash quyidagi matritsaviy formulaga olib keladi:

$$\overline{a} = \left(\overline{F}^{T}\overline{F}\right)^{-1}\overline{F}^{T}\overline{y}^{E} \qquad (6.42)$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchi $\overline{F}$ lar matritsasi elementlarining qiymatlari faqat kirish o'zgaruvchilar $\underline{x}$ va $\overline{\phi}(x)$ funksiyaning turiga bog'liq:

$$\underset{n*(m+1)}{F} = \begin{bmatrix} \phi_0(\overline{x}_1) & \phi_1(\overline{x}_1)\ldots & \phi_m(\overline{x}_1) \\ \phi_0(\overline{x}_2) & \phi_1(\overline{x}_2)\ldots & \phi_m(\overline{x}_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \phi_0(\overline{x}_n) & \phi_1(\overline{x}_n)\ldots & \phi_m(\overline{x}_n) \end{bmatrix}$$

tajriba qiymatlarining vektori (kuzatishlar vektori) $\bar{y}(n \times 1)$ esa ushbu matritsali munosabatda chiziqli ko'paytuvchi sifatida qatnashadi. Shuning uchun ham $\bar{L}$ matritsaga kiritish maqsadga muvofiq:

$$\underset{(m+1)*n}{\bar{L}} = \big(\underset{(m+1)*(m+1)}{F^T F}\big)^{-1} \underset{(m+1)*n}{F^T} \qquad (6.43)$$

Shundan so'ng modellar koeffitsiyentlarini aniqlash uchun EKKU ning matritsaviy formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\underset{(m+1)\times 1}{\bar{a}} = \underset{(m+1)*n}{\bar{L}} \; \underset{n*1}{\bar{y}} \qquad (6.44)$$

Hisoblash natijalarining statistik tahlili $\bar{a}$ xuddi $\bar{a}$ qiymatga ta'sir qiluvchi $\bar{y}^e$ vektor kabi (6.44) ga muvofiq tasodifiy vektor hisoblanadi (bu $\bar{a}$ ning tasodifiy vektor bo'lishiga olib keladi).

Tajriba o'lchashlari natijasida olingan $\bar{y}^e$ vektor tavsifining tasodifiyligi sabablari:

- tasodifiy $\bar{y}^e$ tanlanmadan foydalaniladi;
- har bir y_i^e $(i = 1,...n)$ o'lchash natijalari – tasodifiy kattaliklar.

Statistik tahlilning turlaridan biri – *regression analiz* – normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar $-\bar{y}$ vektorning komponentlari uchun mo'ljallangan, ya'ni Y_i *(i–o'lchash)* taqsimlanish zichligi uchun quyidagi to'g'ri bo'ladi:

$$f(Y_i) = \frac{1}{\sigma_{Y_i}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(Y_i - m_{y_i})}{\sigma_{Y_i}^2}\right)$$

$$i = 1,...n,$$

ya'ni Y_i tasodifiy kattalikning sonli tavsifi quyidagicha bo'ladi:

m_{y_i} – matematik kutilma;

$\sigma_{y_i}^2$ – dispersiya;

$\sigma_{y_i} = \sqrt{\sigma_{y_i}^2}$ – o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Vektor komponentlarining normal taqsimlanish qonuni haqidagi qo'yim $\bar{y}^{э}$ – bu

Regression tahlilning ***birinchi qo'yimi*** .

Regression tahlilning ***ikkinchi qo'yimi*** $-\bar{x}$ vektor komponentlarining tasodifiy emasligi to'g'risida, ya'ni x_i – tasodifiy bo'lmagan kattaliklar.

Bu ikki qo'yimlardan $(\bar{a} = \bar{L}y)$ chiziqli normal taqsimlanish qonunining xossalaridan kelib chiqib, (6.44) munosabatdagi $\bar{a}$ vektor komponentlari ham normal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar hisoblanadi, ya'ni quyidagi sonli tavsiflar bilan tavsiflanishi mumkin:

m_{a_i} – matematik kutilma;

$\sigma_{a_i}^2$ – dispersiya;

σ_{a_i} – o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Regression tahlilning ***uchinchi qo'yimi*** Y_i tasodifiy kattaliklar *dispersiyasining bir jinsliligi* haqidagi qo'yimlarga asoslanadi. Bir jinslilik xossasining Y_i– dispersiyadan farqi yo'q, chunki ularning chegaralangan tanlanmalari va taqiq etilayotgan butun sohaga taqsimlanishi bo'yicha olingan baholari yoki qiymatlarini o'rta qiymatga yaqinlashtirish va bu yerda ko'rib o'tilmayotgan maxsus mezonlar yordamida tekshirish imkonini beradi.

Regression tahlildan kelib chiqib, har doim $\hat{a}$ koeffitsiyentlar bahosi hisoblanadi (baho ^ bilan belgilanadi) (6.44).

Natijada quyidagi yaqinlashgan bog'liqlik olinadi:

$$\bar{a} = \bar{L}\bar{y}^{э} \tag{6.45}$$

Qat'iy bog'liqlik va shuningdek Y – tasodifiy kattalikni olish uchun *regressiya tenglamasi* deb ataluvchi bog'liqlik – matematik kutilma $\bar{a}$ ning x qiymatga bog'liqligi zarur:

$$m_{Y|\bar{x}} = \sum_{i=0}^{m} a_i \varphi_i(\bar{x}) \tag{6.46}$$

bu yerda, a_j – regressiyaning nazariy koeffitsiyentlari deb ataluvchi koeffitsiyentlarining haqiqiy qiymatlari;

$m_y = m_{Y|\bar{x}}$ – tasodifiy kattalik Y ning shartli matematik kutilmasi.

6.3.1. Regression tahlilning bosqichlari

Regressiya koeffitsiyentlarining baholarini EKKU bilan (6.45) formula bo'yicha aniqlash.

Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini, ya'ni ulardan noldan muhim farqlarini Styudent mezoni – t yordamida aniqlash.

Regressiya tenglamasi (6.45) ning monandligini Fisher mezoni – F yordamida aniqlash.

6.3.2. Chiqish o'zgaruvchisi o'lchovini tasodifiy kattaliklarining sonli tavsiflarini aniqlash

$\bar{m}_y = M|\bar{Y}|_{\bar{x}}$ – matematik kutilma vektori.

Dispersiyalar y_i va y_j uchun quyidagi to'g'ri:

$$\sigma^2_{y_i} = M\left[(y_i - m_{y_i})^2\right] \qquad (6.47)$$
$$i = 1,..n$$

Ikki tasodifiy kattalikning kovariatsiyasi ko'paytma $(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})$ ning matematik kutilmasiga teng:

$$COV_{y_i y_j} = M\left[(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})\right] \qquad (6.48)$$
$$i = 1,...n; \quad j = 1,...n; \quad i \neq j$$

Normal taqsimlangan mustaqil tasodifiy kattaliklar Y_i va Y_j uchun

$$COV_{y_i y_j} = 0$$

Normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar uchun o'lchamli kattaliklar $COV_{y_i y_j}$ ning o'rniga korrelatsiya koeffitsiyentlaridan foydalanish maqsadga muvofiq:

$$r_{y_i y_j} = \frac{COV_{y_i y_j}}{\sigma_{y_i}\sigma_{y_j}}$$

$$i = 1,...n;\ j = 1,...n. \qquad (6.4\ldots)$$

Ushbu holda chiziqli – bog'langan tasodifiy kattaliklar y_i va y_j uchun: $r_{y_i y_j} = \pm 1$ $r_{y_i y_j} = \pm 1$.

Mustaqil - $r_{y_i y_j} \to 0$ uchun esa ($i = 1,...n$, $j = 1,...n$) dispersiyalar σ_y^2 uchun n tajriba nuqtalarida maxsus dispersiya - kovariatsiya matritsasi hosil qilinadi:

$$\overline{COV}_y = M\left[(\bar{y}-\bar{m}_y)(\bar{y}-\bar{m}_y)^T\right] =$$

$$= \begin{bmatrix} M\left[(y_1 - m_{y_1})^2\right] & M\left[(y_1 - m_{y_1})(y_2 - m_{y_2})\right]... & M\left[(y_1 - m_{y_1})(y_n m_{y_n})\right] \\ M\left[(y_n - m_{y_n})^2\right] & M\left[(y_1 - m_{y_1})(y_2 - m_{y_2})\right]... & M\left[(y_1 - m_{y_1})(y_n m_{y_n})^2\right] \end{bmatrix} \qquad (6.\ldots)$$

Natijada tajriba qiymatlari $y_i(y_i, i = 1,...,n)$ uchun dispersiya - kovariatsiya matritsasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\overline{COV}_{\bar{y}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2\ COV_{y_1 y_2} \ ....COV_{y_1 y_n} \\ COV_{y_2 y_1}\ \sigma_{y_2}^2 ....COV_{y_2 y_n} \\ ....\ \ ....\ ....\ \ \ .... \\ COV_{y_n y_1}\ \ COV_{y_n y_1} ...\sigma_{y_n}^2 \end{bmatrix} \qquad (6.\ldots)$$

Agar ikkita qo'yimlar:

- o'lchamlar $COV_{y_i y_j} = 0$; $i \neq j$ ning mustaqilligi haqida;
- dispersiyalarning bir jinsliligi haqida, ya'ni $\sigma_{y_i}^2$ ($i = 1,...$) ning jiddiy bo'lmagan farqlari va ularning tengligi $\sigma_{y_i}^2$ qabul qilinsa, unda bir xil $\bar{y}^E$ dispersiyali $\sigma_{y_i}^2$ o'lchov qiymatlari uchun dispersiya – kovariatsiyaning diagonal matritsasi olinadi:

$$\underset{(n\times n)}{\overline{COV}_y} = \underset{(n\times n)}{\sigma_y^2\overline{E}} \quad (6.52)$$

6.5.3. Regressiya koeffitsiyentlarining dispersiya baholarini aniqlash

$\overline{a}$ tasodifiy kattalik $\overline{m}_a = M[\overline{a}]$ normal qonun bo'yicha taqsimlangan.

(6.47) bilan o'xshashlik bo'yicha $\overline{a}$ uchun dispersiya - kovariatsiya matritsasini tuzamiz:

$$\overline{COV}_a = M\left[(\overline{a}-\overline{m}_a)(\overline{a}-\overline{m}_a)^T\right] = \underset{(m-1)*(m+1)}{\begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 & COV_{a_0a_1} & \dots COV_{a_0a_m} \\ COV_{a_1a_0} & \sigma_{a_1}^2 & \dots COV_{a_1a_m} \\ \dots & \dots \dots & \dots \\ COV_{a_ma_0} & COV_{a_ma_1} & \dots \sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix}} \quad (6.53)$$

(6.45) ga muvofiq:

$$\overline{m}_a = \overline{L}\overline{m}_y \quad (6.54)$$

Dispersiya - kovariatsiya matritsasining elementlarini aniqlash uchun (6.45) va (6.54) larni matritsaviy formula (6.53) ga qo'yish kerak. Agar qo'yishlar natijasida (6.53) matritsa diagonal matritsaga aylansa, unda (6.49) dagi o'xshashlik bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini statistik mustaqil deb hisoblash mumkin.

$$\overline{COV}_a = M\left[\left(\overline{L}\overline{y}-\overline{L}\overline{m}_y\right)\left(\overline{L}\overline{y}-\overline{L}\overline{m}_y\right)^T\right] = M\left[\left\{\overline{L}\left(\overline{y}-\overline{m}_y\right)\right\}\left\{\overline{L}\left(\overline{y}-\overline{m}\right)\right\}^T\right] =$$

$$(\overline{A}\overline{B})^T = \left(\overline{B}^T\overline{A}^T\right) = M\left[\overline{L}\left(\overline{y}-\overline{m}_y\right)\left(\overline{y}-\overline{m}_y\right)^T\overline{L}^T\right] =$$

$$M\left[\left(\overline{y}-\overline{m}_y\right)\left(\overline{y}-\overline{m}_y\right)^T\right]\overline{L}^T = \overline{L}\sigma_y^2\overline{E}\overline{L}^T = \overline{COV}_y = \sigma_y^2\overline{E}$$

Shuningdek (6.52) ga muvofiq $,\overline{COV}_y = \sigma_y^2$

$$\overline{L}\sigma_y^2\overline{EL} = \sigma_y^2 \underbrace{\left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1} F^T\overline{F}}_{E}\left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1}$$

matritsa $\left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1}$ - simmetrik,

$$\overline{C}\overline{O}\overline{V}_{\overline{a}} = \sigma_y^2\left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1}$$

Teskari matritsa $\left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1}$ ni korrelatsiya matritsasi $\overline{\overline{C}}$ deb ataymiz:

$$\overline{C} = \left(\overline{F}^T\overline{F}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00}\ldots C_{01}\ldots C_{0m} \\ C_{10}\ldots C_{11}\ldots C_{1m} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ C_{m0}\ldots C_{m1}\ldots C_{mm} \end{bmatrix} \tag{6.55}$$

Unda

$$\overline{C}\overline{O}\overline{V}_{\overline{a}} = \partial_y^2 = \overline{C} = \sigma_y^2 \begin{bmatrix} C_{00}C_{01}\ldots C_{0m} \\ C_{10}C_{11}\ldots C_{1n} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ C_{m0}C_{m1}\ldots C_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 COV_{a_0a_1}\ldots COV_{a_0a_m} \\ COV_{a_1a_0}\sigma_{a_1}^2\ldots COV_{a_1a_m} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ COV_{a_ma_0} COV_{a_ma1}\ldots\sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix} \tag{6.56}$$

Bu yerdan:
Dispersiya uchun

$$\sigma_{a_i}^2 = \sigma_y^2 C_{ij} \qquad j = 0.1,\ldots m. \tag{6.57}$$

Kovariatsiya uchun

$$COV_{a_ja_i} = \sigma_y^2 C_{ji} \qquad j,i = 0.1,\ldots m; i \neq j. \tag{6.58}$$

Shunday qilib, (6.57) va (6.58) ga muvofiq koeffitsiyentlarning bog'liqligi, korrelatsiya matritsasi $\overline{C}$ (6.55) dagi diagonal bo'lmagan elementlar nolga teng bo'lishi yoki bo'lmasligi aniqlanadi.

(6.56) va (6.32) lardan kelib chiqib, bu matritsa elementlarining qiymatlari tajriba kattaliklari $\bar{x}$ va funksiya turi $\bar{\varphi}(\bar{x})$ bilan, ya'ni qo'yilgan (rejalashtirilgan) tajribaga bog'liqligi aniqlanadi.

Faol tajriba hollarida (masalan, to'liq faktorli tajriba –TFT va tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi – TOMKR) u shunday olib boriladiki, bunda, matritsa $\bar{C}$ diagonal bo'ladi, ya'ni regressiya koeffitsiyentlari statistik mustaqil bo'ladi.

Ixtiyoriy *passiv tajriba* hollarida $\bar{C}$ matritsa diagonal bo'lmaydi va shuning uchun koeffitsiyentlar statistik bog'liq bo'ladi. Matritsa $\bar{C}$ korrelatsion deb ataladi, shuningdek (6.42) ga muvofiq uning elementlari yordamida regressiya koeffitsiyentlarining korrelatsiyasini hisoblash mumkin:

$$r_{a_j a_i} = \frac{C_{ji}}{\sqrt{C_{jj} C_{ii}}} \qquad (6.59)$$

$$j,i = 0.1,...m.$$

6.3.4. Dispersiya baholarini aniqlash

Baho σ_y^2 tajribalardan aniqlanadi.

Chiqish o'zgaruvchisi y kirish o'zgaruvchilari r $\bar{x}_{r\times 1} - x_1,...x_r$ (mustaqil o'zgaruvchilar $\bar{x}_{r\times 1}$)ga bog'liq bo'lsin.

Dispersiyalarning baholash uchun ikki tipdagi tajribalar o'tkaziladi:

- mustaqil o'zgaruvchilar$(\bar{x}_1,..\bar{x}_r)$ - ning o'zgarishi bilan;
- mustaqil o'zgaruvchilar almashmagandagi parallel sinovlar.

6.3.4.1. Har bir parallel tajribalar soni turlicha bo'lgan mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan tajribadagi dispersiyalar baholarini aniqlash

a) Qoldiq dispersiya S_R^2 ni aniqlash o'zgaruvchan qiymatli tajribalardan aniqlanadi (passiv tajriba):

n \ $\bar{x}, \bar{y}^e$	x_1	$\cdots$	x_r	y^e
$1 \cdots k_1$	$x_{11} \cdots x_{1k_1}$	$\cdots$	$x_{1r} \cdots x_{1r}$	$y_{11}^e \cdots y_{1k_1}^e$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$1 \cdots k_n$	$x_{n1} \cdots x_{nk_n}$	$\cdots$	$x_{nr} \cdots x_{nr}$	$y_{n1}^e \cdots y_{nk_n}^e$

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{u=1}^{k_i}\left(\bar{y} - y_{iu}^e\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} k_i - p} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.60)$$

bu yerda, r – regressiyaning qiymatli tanlanma koeffitsiyentlari soni, ba'zi hollarda koeffitsiyentlar qiymati – $r = m + 1$,

S_R^2– qoldiq dispersiya – tenglamalar (yoki modellar) va tajribalarning xatoliklarini tavsiflaydi;

$\bar{y}$– regressiya tenglamasiga ko'ra koeffitsiyentlar (6.45) yordamida aniqlanadi;

$\bar{y}$– tajribaviy qiymat;

SS_R – qoldiq dispersiyalar kvadratlarining yig'indisi;

f_R– qoldiq dispersiyaning erkinlik darajalari soni;

n – sinov o'lchashlarining soni;

p– regressiyaning qiymat koeffitsiyentlari soni.

SS_R qoldiq kvadratlarining yig'indisi regressiya tenglamasining xatoligini tavsiflovchi monandlik dispersiyalari kvadratlari SS_{mon} va tajribalar xatoliklarini tavsiflovchi qayta tiklanish dispersiyalarining kvadratlari SS_e yig'indisiga teng.

$$SS_R = SS_{mon} + SS_e \quad (6.61)$$

Qoldiq dispersiyalar S_R^2 ning erkinlik darajalari soniga muvofiq quyidagi to'g'ri:

$$f_R = \sum_{i=1}^{n} k_i - p = f_{mon} + f_e \quad (6.62)$$

b) Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 ni aniqlash.

Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 parallel tajribalardan aniqlanadi, qachonki ularning sinovlari soni har bir tajriba nuqtalarida turlicha va $k_i(i = 1,...n)$ ga teng bo'lsa:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{u=1}^{k_i}\left(y_{iu}^e - y_i^{e*}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(k_i - 1)} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.63)$$

bu yerda

$$y_i^{e*} = \frac{\sum_{u=1}^{k_i} y_{iu}^e}{k_i}$$

$$i = 1,...n$$

d) Dispersiyalar monandligi S_{mon}^2 ni aniqlash.

Ushbu holda oldin keltirilgan tenglikka muvofiq

$$S_{mon}^2 = \frac{SS_{mon}}{f_{mon}} \quad (6.64)$$

bu yerda, (6.61) va (6.62) tengliklardan quyidagi kelib chiqadi:

$$SS_{mon} = SS_R - SS_e$$

6.3.4.2. Mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan har bir k nuqtadagi parallel tajribalari soni bir xil bo'lgan dispersiyalar baholarini aniqlash

Passiv tajribaning oldingi jadvalidan i –qatorni olamiz va ularda k marta sinovlarni takrorlaymiz:

n \ $\bar{x}, \bar{y}^e$	x_{i1}	...	x_{ir}	y_i^e
1	x_{i1}	...	x_{ir}	y_{i1}^e
...	...	...	...	...
k	x_{i1}	...	x_{ir}	y_{ik}^e

$$S_{ei}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(y_{ij}^e - y_i^{e}\right)^2}{k-1} = \frac{SS_{ei}}{f_{ei}} \qquad (6.65)$$

bunda, o'rtacha qiymat,

$$y_i^{e*} = \frac{\sum_{j=1}^{k} y_{ij}^e}{k}$$

$$i = 1,...n$$

bu yerda, S_{ei}^2– qayta tiklanish dispersiyasi – tajribaning i – sinov nuqtasidagi xatolikni tavsiflaydi;

$y_{ij}^e - i$ –nuqtadagi parallel sinovlarda olingan tajriba qiymati;

$y_i^* - i$– nuqtadagi o'rta hisobda olingan tajriba qiymati;

S_{ei} $-i$ – tajribadagi qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

$f_{ei} = k-1-i$– nuqtadagi qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari soni;

$k-i$– tajriba nuqtasidagi sinovlar soni.

6.3.4.3. Ixtiyoriy ajratib olingan nuqtada o'tkaziladigan parallel sinovlardagi dispersiyalar baholarni aniqlash

Agar tajribaning birinchi jadvalining barcha tajribaviy nuqtalarida k parallel sinovlar o'tkazilsa, unda (6.65) ni hisobga olgan holda dispersiyalarning bir jinsliligi xossalariga ko' ra:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(y_{ij}^e - y_i^{e^*}\right)^2}{n(k-1)} = \frac{SS_e}{f_e} \qquad (6.66)$$

shuningdek $S_e^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} S_{ei}^2}{n}$ va $f_e = n(k-1)$

Har bir tajriba nuqtasi (k) dagi parallel sinovlarning bir xil soni uchun dispersiyaning monandliligi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_{mon}^2 = \frac{k\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_i^{e^*}\right)^2}{n-p} = \frac{SS_{mon}}{f_{mon}} \qquad (6.67)$$

$$y_i^{e^*} = \frac{\sum_{u=1}^{k} y_{iu}^e}{k}$$

$$i = 1,\dots n$$

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(y_i^e - y^{e^*}\right)^2}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \qquad (6.68)$$

Ushbu hol uchun qoldiq dispersiya S_R^2 dispersiya monandligi S_{mon}^2 ga teng.

$$S_R^2 = S_{mon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_i^*\right)^2}{n-p} = \frac{SS_{mon}}{f_{mon}} = \frac{SS_R}{f_R} \tag{6.69}$$

(6.52) dagi dispersiya bahosi σ_y^2 uchun S_ε^2 dan, parallel sinovlar qatnashmaganda S_{mon}^2 dan foydalanish maqsadga muvofiq.

Koeffitsiyentlar dispersiyasi baholarini aniqlash uchun (6.57) ga muvofiq qoldiq dispersiya σ_y^2 bahosi $-, S_R^2$ qayta tiklanish dispersiyasi S_ε^2 va dispersiya monandligi S_{mon}^2 dan foydalaniladi.

6.3.5. Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini aniqlash. (Regression tahlilning ikkinchi bosqichini amalga oshirish)

Buning uchun t – Styudent taqsimlanishiga bo'ysunuvchi $t_i = \frac{\bar{a} - m_{aj}}{\sigma_{a_j}}$ normallashtirilgan tasodifiy kattalikdan foydalaniladi.

(6.57) dagi dispersiya baholari $S_{aj}^2 = S_\varepsilon^2 C_{jj} (j = 0.1,..m)$ va $\sigma_{aj} \to S_{aj} = \sqrt{S_a^2}$ dan foydalanib, ehtimollik munosabatini quyidagicha yozish mumkin:

$$P\left(\frac{\left|\bar{a}_i - m_{aj}\right|}{S_\varepsilon \sqrt{C_{jj}}} \le t_{\beta(f_\varepsilon)}^{jad}\right) = \beta \tag{6.70}$$

Ushbu holda ishonchli ehtimollik β (ko'pincha 0.95) va qayta tiklanish dispersiyasi (6.56)ning erkinlik darajalari soni – f_ε ga to'g'ri keluvchi t ning jadval qiymatlari beriladi. Agar koeffitsiyentning matematik kutilmasi taxminiy bo'lsa (ya'ni uning haqiqiy qiymati nolga teng), unda a_j koeffitsiyentning *ahamiyatsizlik sharti* quyidagi ko'rinish (6.70) ga ega bo'ladi:

$$\frac{|\bar{a}_i|}{S_e\sqrt{C_{ij}}} \le t^{jad}_{\beta(f_e)} \qquad (6.71)$$

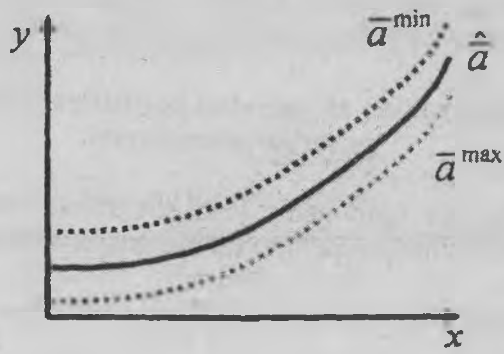
(6.70) ochiq tengsizlikka muvofiq *ahamiyatli koeffitsiyentlar* uchun quyidagi ishonchli intervalni olamiz:

$$\bar{a}_i - S_e\sqrt{C_{ij}t^{jad}_{\beta(f_e)}} \le m_a \le \bar{a}_i + S_e\sqrt{C_{ij}}t^{jad}_{\beta(f_e)} \qquad (6.72)$$

Bu shuni bildiradiki, regressiya koeffitsiyentlari baholarining o'rniga (6.72) ga ko'ra ularning chetki qiymatlaridan foydalanish mumkin. Bu o'z navbatida quyidagi tenglamadagi turli tasodifiy kattaliklar $\bar{y}$ ga olib keladi:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{m}\bar{a}_i\varphi_i(x) \qquad (6.73)$$

Natijada grafikda regressiya koeffitsiyentlarining baho qiymatlari bo'yicha olingan bitta egri chiziq o'rniga uchta: birinchisi - a_j ning minimal qiymati, ikkinchisi $-a_j$ ning maksimal qiymati va uchinchisi – regressiya koeffitsiyentlarining baho qiymatlari uchun tutash chiziqlar olinadi:



6.3.5.1. Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsiyentlarini tashlab yuborish (o'chirish) protsedurasi

(6.71) ga muvofiq ravishda ahamiyatsiz koeffitsiyentlar regressiya tenglamasi (6.46) dan olib tashlanadi. Biroq matritsa C umumiy hollarda daigonal bo'lmaydi va koeffitsiyentlar statistik bog'liq bo'ladi, bunda, koeffitsiyentlardan birorotasi olib tashlangach, qolganlarini qayta hisoblash va qoldiq dispersiya SS_R kvadratlarining yig'indisini hisoblash zarur. Agar u yomonlashmasa (katta bo'lib ketmasa), unda tashlab yuborish to'g'ri bo'ladi. Aks holda tashlab yuborish noto'g'ri bo'ladi. Bir nechta koeffitsiyentlar ahamiyatsiz bo'lgan hollarda har doim faqat bittasi (chunki koeffitsiyentlarning statistik bog'liqligi mavjud), quyidagi nisbat eng kichik bo'ladigani tashlab yuboriladi:

$$\frac{|\overline{a}_i|}{S_e\sqrt{C_{ij}}} \tag{6.74}$$

Qolgan koeffitsiyentlar yuqorida ko'rsatilgani kabi qayta hisoblanadi va SS_R aniqlaniladi.

Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni bittadan tashlab yuborish toki qoldiq kvadratlar yig'indisi yomonlashmaguncha amalga oshirilaveradi.

Faol tajribalarda matritsa $\overline{C}$ ning diagonalligi sababli bir qancha koeffitsiyentlar ahamiyatsiz bo'lgan hollarda barcha ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni bir vaqtda tashlab yuborish mumkin.

Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsiyentlarini tashlab yuborish protsedurasi.

Identifikatsiya (parametrli yoki strukturali) masalalarini a'lo darajada yechish natijasida monand matematik model (MM) olinishi kerak.

MM monandligi deganda quyidagilar tushuniladi:

MM va modellashtirish obyektning xulqiga bog'liq *sifatlilik va* *...loriylik munosabatlari.*

Bu munosabatlar rejim parametrlarining bir to'plami (holat ...andligi) da bajarilgani kabi rejim parametrlarining turli ...plamlari (xulq monandligi)da ham bajariladi.

MM yordamida real obyekt xossasalarini interpolatsiyalash va ...apolatsiyalash imkoniyatlari.

6.3.5.2. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi

Monandlik dispersiyasi S^2_{mon} ning qayta tiklanish dispersiyasi S^2_e ga nisbati regressiya tenglamalari monandligini statistik baholash uchun ishlatiladi. Bu maqsadga erishish uchun ishonchli ehtimollik $\beta(0.9;0.95;0.99)$ va ikki dispersiyalar – monandlik dispersiyasi va qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari sonlari (f_{mon}) va (f_e) lardagi F– Fisher taqsimotining jadvali qo'llaniladi.

$$F = \frac{S^2_{mon}}{S^2_e} \tag{6.75}$$

Fisherning statistik taqsimotidan foydalanganda har doim katta dispersiya (ayni paytda – S^2_{mon}) ning kichik dispersiya (ayni paytda – S^2_e) ning nisbati nazarda tutiladi va F ga teng bo'ladi hamda uning hisoblangan qiymati Fisher taqsimotining standart (jadvadagi) qiymatidan katta bo'lmasligi kerak:

$$F^{his} \leq F^{jad}_{\beta(f_{mon}, f_e)}$$

Aks holda model monand hisoblanmaydi.

Agar parallel sinovlar bo'lmasa, unda yo qoldiq dispersiya

$$S^2_R = \frac{\sum(\bar{y}_i - y^*_i)}{n-p} \tag{6.76}$$

modellari uchun solishtiriladi yo sinov ma'lumotlarining yoyilish bahosiga ega bu kattalik o'rtacha qiymat

$y^{o'rtacha} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\bar{y}_i}{n}$ – dispersiyalarning o'rta qiymatiga nisbatan solishtiriladi:

$$S^2_{o'rtacha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\bar{y}_i - y^{o'rtacha}\right)^2}{n-1} = \frac{SS_{o'rtacha}}{f_{o'rtacha}} \qquad (6.77)$$

Shunday qilib oxirgi dispersiya S^2_R dan katta bo'lsa, unda Fisher mezoni uchun $S^2_{o'r}$ ning S^2_R ga nisbati qaraladi va monandlik sharti quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{S^2_{o'r}}{S^2_R} \succ F^{jad}_{\beta(f_{o'r}, f_R)} \qquad (6.78)$$

6.3.5.3. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi

Miqdoriy muvofiqlik – bu o'zgaruvchilarning o'zgarishi tendensiyalanganda real obyekt va MM ning mos kelishi.

Muvofiqlikning miqdoriy mezonini baholashda statistik (bizdagi holda regression) tahlil apparatidan foydalanish amalga oshiriladi. Muvofiqlikning miqdoriy mezoni natijasida olingan sifat nomuvofiqliklarini o'rnini to'ldirishi (kompensatsiyalashi) kerak.

Qat'iy aytganda muvofiqlikning miqdoriy mezonini tahlilida quyidagi solishtirilishi lozim:

y^{b}_{ij} - i- tajribadagi kirish o'zgaruvchilari m_{ji} ning qiymatlari uchun $\hat{y}_i$ chiqish o'zgaruvchilari kattaliklarining modellari bo'yicha hisoblangan $\bar{x}_i$ – matematik kutilmali i – tajribaning j parallel sinovlarida olingan y_{ij} tasodifiy kattaliklarning tajribaviy qiymatlari.

Agar i tajribaga o'rtacha qiymat y^*_i kiritilsa va MM (regressiya tenglamasi) bo'yicha hisoblangan bu qiymat hamda tajriba $\hat{y}_i$ ni

...olingan uchta kirish o'zgaruvchilari x_i ning kattaliklari ... quyidagi to'g'ri bo'ladi:

$$y_{ij} - m_{y_i} = \underbrace{(y_{ij} - y_i^*)}_{S_e^2} + \underbrace{(y_i^* - y_i)}_{S^2_{mon}} + \underbrace{(y_i - m_{y_i})}_{S_y^2} \qquad (6.79)$$

Birinchi ayirmaning bahosi tajribalarning xatoliklarini tavsiflovchi qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 bo'ladi.

Ikkinchi ayirma bahosi tajriba kattaliklari S^2_{mon} (agar har bir tajriba nuqtasida parallel sinovlar bo'lmasa – bu o'rtacha qiymat emas, balki oddiy o'lchov kattaligi) bilan solishtirishdagi tenglamalar (modellar) ning xatoliklarini tavsiflovchi monandlik dispersiyasi s_y^* hisoblanadi.

Uchinchi qo'shiluvchining bahosi chiqish o'zgaruvchilari (S_e^2 va S_a^2 ning o'xshashligi bo'yicha aniqlanuvchi) ning hisoblangan qiymatlarining dispersiyasi hisoblanadi.

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - m_{\hat{y}_i})}{p} = \frac{SS_y}{p} \qquad (6.80)$$

bu yerda, r – regressiya tenglamasining ahamiyatli koeffitsiyentlari. Yuqorida ko'rsatib o'tilgan uchta dispersiyalar ... ning dispersiyaviy tahlil apparati va s_y^2 ikkita masalani yechish imkonini beradi:

- Fisher mezoni (6.75) dan foydalanib, regressiya tenglamasi (S^2_{mon}/S_e^2) monandligini baholash;
- Regressiya s_y^2/s_e^2 koeffitsiyentlarining haqiqiy qiymatlari uchun qo'shma ishonchlilik sohasini aniqlash.

6.3.5.4. Regressiya koeffitsiyentlarining qo‘shma ishonchli sohalarini bahosi

Chiqish o‘zgaruvchilari y ning hisoblangan kattaliklarining dispersiyasi S_y^2 ni qoldiq dispersiyaga nisbati β ishonchli sohali Fisher (F) taqsimotiga bo‘ysunadi va ularning kichik farqlarining sharti quyidagi hisoblanadi:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} \le F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad}. \qquad (6.81)$$

Ko‘rib chiqilayotgan tahlilning mantig‘iga ko‘ra, kattaliklar kam farq qilishi kerak va bu shart bajariladigan soha chegaralari quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} \le F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \qquad (6.82)$$

yoki

$$\frac{SS_y}{SS_R} = \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \qquad (6.83)$$

Kattalik $SS_R = \sum_{i=1}^{n}(y_i - y_t)^2$ – minimumlashtirish dasturini ishlab chiqishda olingan mezonning qiymati.

Qiymat SS_y ni matritsali ko‘paytma bilan almashtirish mumkin:

$$SS_y = (\hat{\bar{y}} - \bar{m}_{\hat{y}})^T (\hat{\bar{y}} - \bar{m}_{\hat{y}}) = \left\{\bar{\bar{F}}(\hat{\bar{a}} - \bar{a})\right\}^T \left\{\bar{\bar{F}}(\hat{\bar{a}} - \bar{a})\right\} = (\hat{\bar{a}} - \bar{a})^T \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}}(\hat{\bar{a}} - \bar{a})$$

shuningdek $\hat{\bar{y}} = \bar{\bar{F}}\hat{\bar{a}}$ va $\bar{m}_{\hat{y}} = \bar{\bar{F}}\hat{\bar{a}}$.

Matritsali ko‘paytmani o‘rniga SS_y qo‘yilib, kvadratik shakl olinadi:

$$(\hat{\bar{a}} - \bar{a})^T \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}}(\hat{\bar{a}} - \bar{a}) = SS_R \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \qquad (6.84)$$

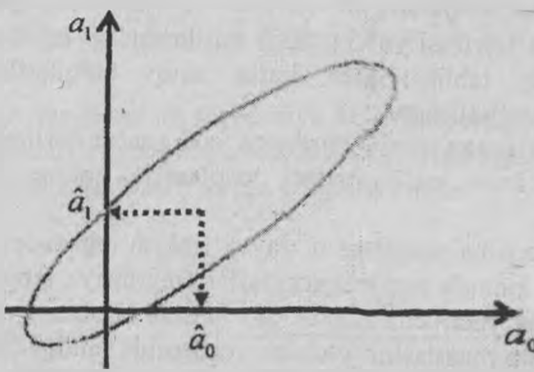
Bu kvadratik shaklning geometrik talqini o'qlari matritsaning xususiy qiymatlariga proporsional bo'lgan ellipsoid hisoblanadi:

$$\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{F}}^{T} \overline{\overline{F}}$$

Xarakteristik tenglama ko'rinishidan quyidagi aniqlanadi:

$$\left|\overline{\overline{A}} - \lambda \overline{\overline{E}}\right| = 0$$

Ikki a_0 va a_1 koeffitsiyentlar uchun quyidagi ko'rinishli ellips olinadi:



Chiziqli modellardagi koeffitsiyentlar (bu yerda a_0 va a_1) uchun qo'shma ishonchli soha olindi. Uni regressiya koeffitsiyentlarining ishonchli intervallarining baholari (6.72) bilan ifodalanuvchi to'g'ri to'rtburchak bilan solishtirish mumkin.

Uzun, cho'zilgan ishonchli soha ($\overline{\overline{A}}$ ning xususiy qiymatlari jiddiy farq qilmaydi) koeffitsiyentlar kuchli korrelatsiyalanganligi va ularning qiymatlari yomon baholanganligini ko'rsatadi.

Koeffitsiyentlarni yuqori korrelatsiyalanganligining natijasi bo'lib, koeffitsiyentlardan birining noto'g'ri baholangan qiymatini boshqa parametrlarning o'rnini to'ldiruvchi to'g'rilangan qiymatlarini to'g'rilash ishlarini amalga oshirish davomida balanslash mumkin. Zero, to‘g‘rilash ishlari xuddi eng yaxshi baholardan foydalanishda olinadigan xulosalar kabi yaxshi natijalarni beradi.

(C_r) kvadratlar yig‘indisining yuzasi quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$C_r = SS_R + SS_y = SS_R\left(1 + \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_r)}^{jad}\right) \qquad (6.8)$$

6.4. Faol tajriba ma’lumotlari bo‘yicha empirik modellarni qurish

Sinov tadqiqotlarni o‘tkazishda tajribalar faol va passiv tajribalarga farqlanadi.

Passiv tajribalashtirish uslubiyati kirish o‘zgaruvchilari x ning ketma-ket variatsiyalangan qiymati va chiqish o‘zgaruvchilari y (laboratoriya tajribasi yoki uchish qurilmasidagi tajriba) ni o‘lchash natijalarining tahlili bilan katta sinov tadqiqotlarini amalga oshirishga mo‘ljallangan.

Qabul qilingan passiv tajribaga yana sanoat qurilmasini ishlatish rejimidagi sinov ma’lumotlari to‘plami – sanoat tajribasi ham tegishli.

Passiv tajriba natijalarini qayta ishlash regression va korrelatsion usullar hamda empirik modellar (regressiya tenglamasi) turini tanlash, ya’ni yetarlicha murakkab masala hisoblanuvchi strukturali identifikatsiya masalasini yechish yordamida amalga oshiriladi.

Bu tajriba ma’lumotlarining tanlanmasi bo‘yicha olingan regressiyaning empirik chizig‘i grafigidagi o‘zgaruvchilarning o‘zgarish tavsifi bo‘yicha aniqlanishi lozim bo‘lgan regressiya tenglamasining turiga bog‘liq.

Bunday masalalarni yechish uchun bitta kirish o‘zgaruvchi x li, xuddi kirish o‘zgaruvchilari (x), uchun bo‘lgani kabi chiqish o‘zgaruvchilari (y) uchun ham koordinatalar tizimini o‘zgartirishni nazarda tutuvchi samarali usullar keltiriladi. Kirish o‘zgaruvchilari ($x_1,...x_m$) ning soni katta bo‘lgan regressiya tenglamalarini turini aniqlashning ishonchli usullari hozirgi vaqtda mavjud emas.

Faol tajriba nafaqat tajriba o‘tkazishning optimal shartlarini aniqlash masalasining qo‘yilishi bilan, balki jarayonni optimal lashtirish (tajribani optimal rejalashtirish) bog'liq holda oldindan tuzilgan reja asosida o'tkaziladi.

Bunda regressiya tenglamasi (empirik modellar) asosan ikki chegaralangan sohalardagi faol tajriba ma'lumotlarini tavsiflaydi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

– chiqish o'zgaruvchisi y ning ekstremum qiymatidan ancha uzoqdagisi:

$$\hat{y}^{I} = a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1}\sum_{u=2}^{m} a_{ju} x_j x_u \qquad (6.86)$$

– chiqish o'zgaruvchisining ekstremum qiymatiga yaqindagisi («deyarli statsionar sohada»):

$$y^{II} = a_0 + \sum_{j=1}^{m} a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1}\sum_{u=2}^{m} a_{ju} x_j x_u + \sum_{j=1}^{m} a_j x_j^2 \qquad (6.87)$$

Keltirilgan tenglama $\bar{a}$ regressiya koeffitsiyentlariga nisbatan chiziqli hisoblanadi va yetarlicha sodda ko'rinishga ega.

Ular ikkita o'zaro ta'sirli kirish o'zgaruvchilar

$$\left(\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{u=2}^{m} a_{ju} x_j x_u\right)\text{ga}$$

$u > j$

ega qo'shiluvchilarni mujassamlashtiradi va ehtimolligi kichik bo'lgan, yuqori tartibli (uchinchi, to'rtinchi va h.k.) o'zaro ta'sirlarni hisobga olmaydi.

Oxirgi tenglama kirish o'zgaruvchilari $\left(\sum_{j=1}^{m} a_j x_j^2\right)$ ning kvadratlari bilan qo'shiluvchilarni mujassamlashtiradi va uning koeffitsiyentlari II – tartibli ($y : y^{II}$ da yuqori indeks II) faol tajriba natijalarini qayta ishlashda olinadi, masalan, TOMKR – tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi.

Oxiridan oldingi tenglama kirish o'zgaruvchilarni kvadratlari bilan qo'shiluvchilarni o'z ichiga olmaydi va uning koeffitsiyentlari

I – tartibli ($y : y^I$ da yuqori indeks I) faol tajriba natijalarini qayta ishlash natijasida olinadi, masalan, TFT - to'liq faktorli tajriba.

Empirik modellardan foydalanib (masalan, Boks – Vilson usuli bilan) jarayonni kechishining optimal shartini aniqlashda chiqish o'zgaruvchisi y optimallik mezoni yoki maqsad funksiyasi hisoblandi.

Faol tajribalashtirish nazariyasida chiqish (bog'liq) o'zgaruvchilarni *javob funksiyasi*, kirish (mustaqil) o'zgaruvchilarini esa *faktorlar* deb atash qabul qilingan. Muvofiq ravishda $(x_1, x_2, ..., x_m)$ koordinatali koordinata fazosi – faktorli fazo, faktorli fazoda javob funksiyasining geometrik tasvirlanishi esa – javob yuzasidir.

Faol tajriba uning regression va korrelatsion tahlil usuli bilan olingan natijalarini qayta ishlash uchun rejalashtiriladi.

Faol tajribalashtirishda foydalaniladigan tajribalarning ortogonal rejalari regression tahlildagi korrelatsiya matritsasi $\bar{C}$ ning diagonal ko'rinishi va mos ravishda regressiya koeffitsiyentlarining statistik mustaqilligini ta'minlaydi.

Faol tajribalashtirishning boshqa afzalliklariga quyidagilar tegishli:

- amalga oshirilishi mumkin bo'lgan sinovlar sonini bashorat qilish imkoni;
- sinovlar amalga oshiriladigan faktorli sohadagi nuqtalarni aniqlash;
- regressiya tenglamalarini tanlash bilan bog'liq muammolarning yo'qligi;
- tajriba – statistik usul bilan jarayonning optimal parametrlarini aniqlash imkoniyati;
- sinov tadqiqotlarining hajmini qisqartish.

6.4.1. To'liq faktorli tajriba (TFT) va uning natijalarini qayta ishlash

To'liq faktorli tajriba (TFT) tenglama $\hat{y}^I$ lari kvadratdagi faktorlarni o'z ichiga olmaganligini tavsiflovchi I – tartibli tajribaga tegishli.

Ikki (x_1 va x_2) faktorlar uchun faktorlarning o‘zaro ta`sirlarini hisobga olmagan holda mavjud empirik modelni quyidagicha yozish mumkin:

$$y^{l} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \qquad (6.88)$$

TFT nazariyasiga ko‘ra sinov tadqiqotlarini amalga oshirishda faktorlarning har biri faqat ikki – minimal (kodlangan qiymati -1) va maksimal (kodlangan qiymati +1) sathlarda variatsiyalanadi.

Bunda faktorlarning minimal va maksimal qiymatlarining mumkin bo‘lgan kombinatsiyalari ishlab chiqiladi, natijada TFT dagi sinovlarning umumiy soni (n) 2^m ga teng bo‘ladi va to‘liq faktorli tajriba odatda 2^m tipli TFT deb ataladi.

Sinovlar sonini aniqlash uchun quyidagi formula qo‘llaniladi:

$n = 2^m$

Oxirgi tenglama x_j larning o‘rniga qiymati quyidagi kodlashtirish sxemasi bo‘yicha olinadigan z_j faktorlarning kodlangan qiymatlarini o‘z ichiga oladi:

$$z_j = \frac{x_j - x_j^{(0)}}{\Delta x_j}, \quad j = 1,...m$$

bu yerda

$$x_j^{(0)} = 0.5(x_j^{\min} + x_j^{\max})$$

$$\Delta x_j = \frac{x_j^{\max} - x_j^{\min}}{2}, \quad j = 1,...m$$

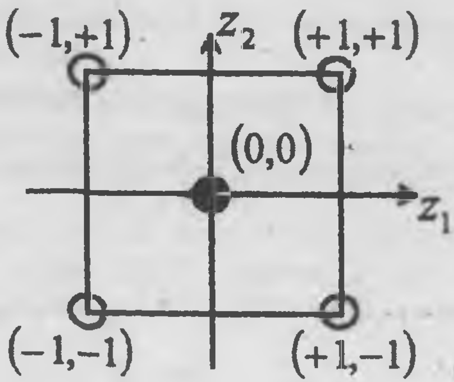
Natijada yuqorida aytib o‘tilganlar va faktorlarni kodlashtirishni hisobga olib tajribani o‘tkazish rejasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi: (faktorlar soni $2 - m = 2$ ga, sinovlar soni $n = 2^m = 2^2 = 4$ ga teng)

$n \backslash p$	z_0	z_1	z_2	y^e
1	+1	−1	−1	y_1^e
2	+1	+1	−1	y_2^e
3	+1	−1	+1	y_3^e
4	+1	+1	+1	y_4^e

Bunda sinov ma'lumotlarini tavsiflovchi regressiya tenglamasi $z_j\,(j = 0,1,2)$ kodlangan faktorlardan foydalanib yoziladi va regressiya $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2$, ning kodlangan koeffitsiyentlariga muvofiq:

$$y = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 \qquad (6.89)$$

Kodlangan faktorlar fazosida tajriba o'tkazishning ko'rsatilgan rejasiga muvofiq tarzda o'tkaziladigan sinovlar kvadrat uchlarining nuqtalari bilan ko'rsatiladi:



Regressiyaning kodlangan tenglamalarni identifikatsiyalashtirish uchun quyidagi uch bosqichni o'z ichiga oluvchi regression tahlil usulidan foydalaniladi:

- eng kichik kvadratlar usuli bilan regressiya tenglamasi $\bar{\bar{a}}$ ning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash;
- Styudent mezoni – t dan foydalanib, regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini baholash;
- Fisher mezoni – G dan foydalanib, regressiyaning kodlangan tenglamasining monandligini tekshirish.

So'nggi ikki bosqich dispersiyalar bir jinsliligi xossasining bajarilishi (regression tahlilning talablaridan biri) da va parallel sinovlarning o'tkazilishida, masalan, $z_1 = 0$ va $z_2 = 0$ koordinatali nuqta (reja markazi, rasmda qora nuqta) da amalga oshirilishi mumkin.

Rejaning markazi $(y_{0S}^E, s = 1,...k)$ da k parallel sinovlarni o'tkazishda y_c^E o'rta qiymat barcha parallel sinovlardagi o'lchashlarning o'rta arifmetigi kabi aniqlanadi:

$$y_c^E = \frac{\sum_{S=1}^{k} y_{0S}^E}{k}$$

6.4.2. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash (TFT)

Ushbu hollarda chiziqli regression tahlilda qo'llaniladigan eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) ning matritsali formulasidan quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan kodlanishli faktorlarni hisobga olgan holda foydalaniladi:

$$\underset{(m+1)\times 1}{\bar{\bar{a}}} = \left(\underset{(m+1)\times n}{\bar{\bar{F}}^T} \underset{n\times(m+1)}{\bar{\bar{F}}} \right)^{-1} \underset{(m+1)\times n}{\bar{\bar{F}}^T} \underset{n\times 1}{\bar{y}^E}, \tag{6.90}$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan kodlangan matritsa ikki faktorlar uchun faqat +1 va -1 larni qabul qiladi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\overline{\overline{F}}_{(4\times3)} = \overline{\overline{z}} = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \qquad (6.91)$$

Faol tajribalashtirishdagi $\overline{\overline{z}}$ matritsa rejalashtirish matritsasi deb ataladi va quyidagi uchta optimal xossalarga ega bo'ladi:

- simmetriyalilik: matritsa ustunlarining, birinchisidan tashqari aniqrog'i nolinchisi), barcha elementlarining yig'indisi nolga teng

$$\sum_{i=1}^{n} z_{ij} = 0, \quad j = 1,...m; \qquad (6.92)$$

- ortogonallilik: matritsa ustunlarining ixtiyoriy ikkitasining skalyar ko'paytmasi nolga teng

$$\bullet \quad \overline{z}_j^T \overline{z}_u = \sum_{i=1}^{n} z_{ij} z_{iu} = 0 \qquad j,u = 0,1,...m \quad u \neq j; \qquad (6.93)$$

- normallashtirish: matritsani ikki bir xil ustunlarining skalyar ko'paytmasi n (TFT da $n = 2^m$) ga teng

$$\bullet \quad \overline{z}_j^T \overline{z}_j = \sum_{i=1}^{n} z_{ij}^2 = n \qquad j = 0,1,...m \qquad (6.94)$$

Rejalashtirish matritsasining sanab o'tilgan optimal xossalari hisobiga TFT dagi $\overline{\overline{I}}$ axborot matritsasi $m = 2$ bo'lganda quyidagiga teng bo'ladi:

$$\overline{\overline{I}}_{(3\times3)} = \overline{\overline{F}}^T_{(3\times4)} \overline{\overline{F}}_{(4\times3)} = \overline{\overline{z}}^T_{(3\times4)} \overline{\overline{z}}_{(4\times3)} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix}, \qquad (6.95)$$

ya'ni u bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi va $n = 2^2 = 4$ ga teng bo'ladi.

Mos ravishda $\overline{\overline{C}}$ korrelatsiya matritsasi ham bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi:

$$\overline{\overline{C}}_{(3\times3)} = \left(\overline{\overline{F}}^T \overline{\overline{F}}\right)^{-1} = \left(\overline{\overline{z}}^T \overline{\overline{z}}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} n^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & n^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & n^{-1} \end{bmatrix} \qquad (6.96)$$

Oxirgi nisbatlarni regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlashni matritsali formulasiga qo'yish natijasida u sodda formula bo'lib qoladi:

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{ij} y_i^E}{n}, \quad j = 0,1,...m \qquad (6.97)$$

z_1 va z_2 faktorlarning o'zaro ta'sirlarini hisobga olganda regressiyaning kodlangan tenglamasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$y = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 + \tilde{a}_{12} z_1 z_2 \qquad (6.98)$$

va $\overline{\overline{z}}$ rejalashtirish matritsasiga har bir elementi ustunlar elementlarining ko'paytmalariga teng bo'lgan yana bitta qo'shimcha ustun kiritaladi va u o'zaro ta'sirlashuvchi faktorlarga mos keladi:

$$\overline{\overline{F}}_{(4\times4)} = \overline{\overline{z}} = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} & (z_{11}z_{12}) \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} & (z_{21}z_{22}) \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} & (z_{31}z_{32}) \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} & (z_{41}z_{42}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \qquad (6.99)$$

Bunda rejalashtirish matritsasi uchta optimal xossalar simmetriyalilik, ortogonallilik va normallashtirishlarning barchasini saqlab qoladi, har bir a'zosi o'zaro ta'sirli faktorlar bilan tavsiflanuvchi regressiya tenglamasining kodlangan koeffitsiyentlari esa quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum (z_{ij} z_{iu}) y_i^E}{n}, \quad j,u = 1,...m \quad u > j \qquad (6.100)$$

TFT nazariyasi shuni isbotlaydiki, faktorlar soni oshgan ($m > 3$) da rejalashtirish matritsasi $\underset{(n \times p)}{\bar{\bar{z}}}$ ko'rib chiqilgan usullardan foydalanib, shu jumladan faktorlar (nafaqat ikkita, balki uchta, to'rtta va boshq.) ning o'zaro ta'sirlarini hisobga olgan holda quriladi.

Ushbu hollarda matritsa ustunlarining soni p faktorlarning o'zaro ta'sirlari hisobi soni $n = 2^m$ ga bog'liq va rejalashtirish matritsasi sanab o'tilgan optimal xossalarni saqlab qoladi.

Shuning uchun ham regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlashda yuqorida keltirilgan formulalardan foydalaniladi.

Regressiyaning kodlangan tenglamalarida $z_j (j = 1,...m)$ kodlangan faktorlar o'rniga koeffitsiyentlarning tabiiy qiymatlarini hisoblash uchun yuqorida keltirilgan kodlashtirish sxemasiga muvofiq keluvchi ifodalarni oxirgi tenglamalarga $x_j (j = 1,...m)$ faktorlarning tabiiy qiymatlari orqali qo'yishlar amalga oshiriladi.

6.4.3. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini ahamiyatliligini aniqlash (TFT)

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarining ahamiyatsizligi Styudent taqsimoti – t ning kvatili $t^{jad}_{\beta(f_e)}$ dan foydalanib, quyidagi tengsizlik yordamida aniqlanadi:

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{S_{a_j}} \le t^{jad}_{\beta(f_e)} \qquad (6.101)$$

bu yerda β – ishonchli ehtimollik (muhandislik hisoblarida 0,95 ga teng);

f_e – qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni (parallel sinovlarning bitta qatoriga $k-1$ ga teng).

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlari dispersiyasi tanlanmaviy qiymatining kvadrat ildizi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S_{\bar{a}_i} = \sqrt{\bar{C}_{ii} S_e} \qquad (6.102)$$

bu yerda, S_e – quyidagi tajriba rejasi markazidagi k parallel sinovlar bo'yicha aniqlanuvchi qayta tiklanishlardan olingan kvadrat ildiz,

$$S_e^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k} (y_{0S}^E - y_C^E)}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \qquad (6.103)$$

bu yerda, SS_e – qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

f_e – qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari soni.

Yuqorida ko'rsatilgani kabi, kodlangan faktorlarda TFT dagi korrelatsiya matritsasining diagonal elementlari bir xil va $1/n$ ga teng,

$$S_{\bar{a}_i} = \frac{S_e}{\sqrt{n}} \qquad (6.104)$$

Natijada regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini ahamiyatsizligi sharti quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\frac{|\bar{a}_i|}{S_{\bar{a}_i}} \le t_{\beta(f_e)}^{jad} \qquad (6.105)$$

Shuningdek, ushbu holda korrelatsiya matritsasi $\bar{\bar{C}}$ diagonal hisoblanib, regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlari statistik bog'lanmagan va bir vaqtda regressiyaning bir qancha kodlangan koeffitsiyentlari ahamiyatsiz bo'lib, ular (passiv tajribani qayta ishlash protsedurasidan farqli ravishda) ning barchasi birdaniga regressiyaning kodlangan tenglamasidan tashlab yuborilishi mumkin.

6.4.4. Regressiya tenglamasining monandligini tekshirish (TFT)

Tekshirish xuddi passiv tajribada amalga oshirilgani kabi Fisher mezonining ishonchli soha β (ko'pincha 0.95 ga teng) va qoldiq hamda qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari sonlari f_R va f_e larda tanlangan jadval qiymatlaridan foydalanib amalga oshiriladi.

Monandlik sharti quyidagi tengsizlikdan foydalanib tekshiriladi

$$\frac{S_R^2}{S_e^2} \le F_{\beta(f_R, f_e)}^{jad} \qquad (6.106)$$

bu yerda tenglama aniqligini tavsiflovchi qoldiq dispersiya quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i' - y_i^{e})}{n-p} = \frac{SS_R}{f_R} \qquad (6.107)$$

Bunda $f_R = n - p$, bu yerda n – faktorlarning turli qiymatlaridagi tajribalar soni; p – regressiyaning ahamiyatli koeffitsiyentlari soni.

TFT ning kamchiligi faktorlarning soni 5 dan katta ($m = 5$ da $n = 2^5 = 32$) bo'lganda sinovlar sonining tez oshib ketishi hisoblanadi.

Faktorlarning o'zaro ta'sirlarini mavjud emasligiga yaqin maqsadlarni e'tiborga olmasdan regression tahlilni o'tkazish uchun kichik sonli sinovlarni amalga oshirish yetarlidir. Bunday hollarda TFTning bu yerda ko'rib o'tilmagan kasr faktorli tajriba (KFT) qismini amalga oshirish mumkin.

6.4.5. Ortogonal markaziy kompozitsiyali tajriba (OMKT) va uning natijalarini qayta ishlash

Ortogonal markaziy kompozitsion tajriba (OMKT) II - tartibli tenglamalarga tegishli bo‘lib, uning tavsiflovchi tenglamasi $\hat{y}^{II}$ kvadrat faktorlarni qabul qiladi va shuning uchun ularning ekstremum qiymatlari kesishganda javob funksiyasining yuzasini tavsiflash mumkin. Faktorlarning faqat ikkita o‘zaro ta’sirini hisobga olib, x_1 va x_2 faktorlar uchun mos empirik model quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\hat{y}^{II} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2$$

Tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi (TOMKR)ga muvofiq, xuddi yuqorida keltirilgan sxema bo‘yicha TFT uchun faktorlarni kodlashtirishdagi kabi bu yerda ham tajribani rejalashtirsh matritsasi $\hat{y}^{II}$ ning ortogonallik xossasini ta’minlash uchun regressiya tenglamasiga bir nechta S doimiy kiritiladi.

Natijada $m = 2$ da regressiya tenglamasi quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1z_1 + \tilde{a}_2z_2 + \tilde{a}_{12}z_1z_2 + \tilde{a}_{11}(z_1^2 - S) + \tilde{a}_{22}(z_2^2 - S) \qquad (6.108)$$

TFT qayta ishlashdagiga qaraganda ko‘p sonli kodlangan koeffitsiyentlarni aniqlash va uning ekstremumi yaqinida («deyarli statsionar sohada»)gi javob funksiyasining yuzasini tavsiflash uchun ushbu hollarda sinovlar soni ko‘paytiriladi.

$n = 2^m$ TFT da o‘tkaziladigan ushbu sinovlarga $n_\alpha = 2m$ faktorli fazosining «yulduzli» nuqtalaridagi sinovlar va $z_1 = 0$ va $z_2 = 0$ koordinatali reja markazidagi sinovlar qo‘shiladi.

Faktorlar fazosidagi «yulduzli» nuqtalar tajriba rejasining markazidan $+\alpha$ va $-\alpha$ masofada koordinata o‘qlarida taqsimlangan; kattalik «yulduzli» yelkali deyiladi va uning qiymati xuddi S kattalik kabi OMKR ni $\bar{\bar{z}}$ rejalashtirish matritsasining ortogonallik shartidan aniqlanadi.

Ortogonal markaziy kompozitsion tajribadagi sinovlarning umumiy soni N quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$N = n + n_{\alpha} + n_c \ ,$$

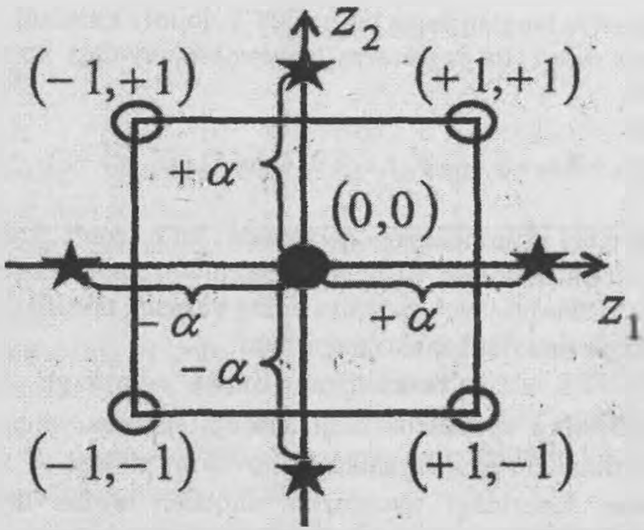
yoki yuqorida keltirilgan tenglikni hisobga olib:

$$N = 2^m + 2m + n_c \ .$$

Faktorlar ikkita $m = 2$ bo'lgan hollarda:

$$N = 8 + n_c.$$

Faktorlar ikkita bo'lgan hollar uchun faktorlar fazosida sinov nuqtalarining oldinroq keltirilgan kodlangan koordinatalar tizimlashishi quyidagicha keltirilishi mumkin:



Ushbu holda tajribalashtirishni o'tkazish rejasi quyidagicha ko'rsatilishi mumkin:

	$n \backslash p$	z_0	z_1	z_2	$z_1 z_2$	$z_1^2 - S$	$z_2^2 - S$	y^e
2^m	1	$+1$	-1	-1	$+1$	$1-S$	$1-S$	y_1^e
	2	$+1$	$+1$	-1	-1	$1-S$	$1-S$	y_2^e
	3	$+1$	-1	$+1$	-1	$1-S$	$1-S$	y_3^e
	4	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$1-S$	$1-S$	y_4^e
$2m$	5	$+1$	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_5^e
	6	$+1$	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_6^e
	7	$+1$	0	$-\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_7^e
	8	$+1$	0	$+\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_8^e
n_c	9	$+1$	0	0	0	$-S$	$-S$	y_9^e
	$\vdots$	$+1$	0	0	0	$-S$	$-S$	$\vdots$
	N	$+1$	0	0	0	$-S$	$-S$	y_N^e

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ o'zida tajriba o'tkazish rejasining jadvallarning vertikal va gorizontal sarlavhalari va kuzatuv vektori $\bar{y}^E$ (o'ng ustun) siz qismini o'zida namoyon qiladi.

6.4.6. Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ ning ortogonallik shartidan α va S «yulduzli yelka» kattaliklarini aniqlash

Agar quyidagi tenglik bajarilsa, $\underset{(N\times 6)}{\bar{\bar{z}}}$ rejalashtirish matritsasi ortogonal bo'ladi:

$$\begin{cases} \bar{z}_0^T(\bar{z}_j - \bar{S}) = 0 \\ \quad j = 1,2 \end{cases} \tag{6.109}$$

va

$$(\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T(\bar{z}_2^2 - \bar{S}) = 0 \tag{6.110}$$

Birinchi tenglikni ochib, quyidagini olish mumkin:

$$\begin{cases} \bar{z}_0(\bar{z}_j - \bar{S}) = \sum_{i=1}^{N} z_{i0} z_{ij}^2 - \sum_{i=1}^{N} z_{i0} S = n + 2\alpha^2 - NS = 0 \\ j = 1,2 \end{cases} \tag{6.111}$$

Bu yerdan:

$$S = \frac{n + 2\alpha^2}{N} \quad (A) \tag{6.112}$$

Ikkinchi tenglikni ochib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} &(\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T (\bar{z}_2^2 - \bar{S}) = (\bar{z}_1^2)^T \bar{z}_2^2 - (\bar{z}_1^2)^T \bar{S} - \bar{S}^T \bar{z}_2^2 + \bar{S}^T \bar{S} = \\ &n - (n + 2\alpha^2)S - S(n + 2\alpha^2) + NS^2 = n - 2NS^2 + NS^2 = \\ &n - NS^2 = 0 \end{aligned} \tag{6.113}$$

Bu yerdan:

$$S = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (B) \tag{6.114}$$

Oxirgi ifoda S ni aniqlash uchun ishlatiladi.

S uchun yozilgan ifodalarni o'ng tomonlarini tenglab, α ni aniqlash uchun formula topish mumkin:

$$\frac{n + 2\alpha^2}{N} = \sqrt{\frac{n}{N}} \tag{6.115}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{nN} - n) = \frac{n}{2}\left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1\right) \tag{6.116}$$

Natijada yulduzli yelka α ni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin:

$$\alpha = \sqrt{\frac{n}{2}\left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1\right)} \tag{6.117}$$

6.4.7. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarini aniqlash (OMKR)

Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq bu koeffitsiyentlar matritsali formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\bar{\bar{a}} = \bar{\bar{C}}\,\bar{\bar{z}}^{T}\,\bar{y}^{E} \tag{6.118}$$

bu yerda,

$$\bar{\bar{C}} = \left(\bar{\bar{z}}^{T}\,\bar{\bar{z}}\right)^{-1}$$

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ ning ortogonallik xossasidan axborot matritsasining faqat diagonal elementlarini aniqlash lozim:

$$\bar{\bar{I}} = \bar{\bar{z}}^{T}\,\bar{\bar{z}} \tag{6.119}$$

keyin korrelatsiya matritsasining diagonal elementlarini:

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{I}}^{-1} \tag{6.120}$$

6.4.8. Axborot va korrelatsiya matritsalarining diagonal elementlarini aniqlash

Regressiyaning umumlashgan tenglamasi faktorlar m ta bo'lganda va soni quyidagi formula bo'yicha aniqlanadigan faktorlarning faqat barcha ikkitali o'zaro ta'sirlarini hisobga oladi:

$$C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2!} \tag{6.121}$$

m faktorlar uchun regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarining umumiy soni quyidagiga teng:

$$p = 1 + m + \frac{m(m-1)}{2!} + m \tag{6.122}$$

Axborot matritsasi $\bar{\bar{I}}$ ning diagonal elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$i_{00} = N$ – bunday elementlar soni 1 ga teng;

$i_{jj} = n + 2\alpha^2 \ (j = 1,...m)$

$i_{ju} = n \ (u > j)$ – bunday elementlar soni teng: $\frac{m(m-1)}{2!}$

faktorlarni kvadratlarda aniqlash uchun quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} i_{jj} &= n(1-S)^2 + 2(\alpha^2 - S)^2 + (N - n - 2)S^2 = \\ &= n - 2nS + nS^2 + 2\alpha^4 - 4\alpha^2 S + 2S^2 + NS^2 - nS^2 - 2S^2 = \\ &= 2\alpha^4 + n - 2S\underbrace{(n + 2\alpha^2 S)}_{(A)=NS \text{ tenglikdan}} + NS^2 = 2\alpha^4 + \underbrace{n - NS^2}_{(B)=0 \text{ tenglikdan}} = 2\alpha^4 \end{aligned} \tag{6.123}$$

Bunday diagonal elementlar soni – m.

Diagonal matritsa $\bar{\bar{I}}$ aniqlanayotgan parametrlari soni p ga mos keluvchi quyidagi o‘lchamga ega:

$$p = 1 + m + \frac{m(m-1)}{2!} + m = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \tag{6.124}$$

m faktorlar uchun ularning ikkita o‘zaro ta’sirlarini hisobga olib, $r x r$ o‘lchamli diagonal korrelatsion matritsa $\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{I}}^{-1}$ quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\overline{\overline{C}}_{p \cdot p} = \left[\begin{array}{cccccccccc} (N)^{-1} & & & & & & & & & \\ & (n+2\alpha)^{-1} & & & & & & & & \\ & & \cdots & & & & & & & \\ & & & (n+2\alpha)^{-1} & & & & & & \\ & & & & n^{-1} & & & & & \\ & & & & & \cdots & & & & \\ & & & & & & n^{-1} & & & \\ & & & & & & & (2\alpha^4)^{-1} & & \\ & & & & & & & & \cdots & \\ & & & & & & & & & (2\alpha^4)^{-1} \end{array}\right] \begin{array}{c} 1 \\ \\ m \\ \\ \\ \frac{m(m-1)}{2} \\ \\ \\ m \\ \\ \end{array}$$

Korrelatsion matritsaning elementlari EKKU ning matritsali formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\overline{\overline{a}} = \overline{\overline{C}}^{*T} z\, \overline{y}^E$$

Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlari quyidagicha aniqlanadi:

$$\tilde{a}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i^E}{N} \tag{6.125}$$

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} z_{ij} y_i^E}{n+2\alpha^2}, \quad (j = 1,...m); \tag{6.126}$$

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (z_{ij} z_{iu}) y_i^E}{n} \quad u > j \text{ (koeffitsiyentlar soni } \frac{m(m-1)}{2})$$

$$\tilde{a}_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (z_{ij}^2 - S) y_i^E}{2\alpha^4} \quad (j = 1,...m). \tag{6.127}$$

Regressiyaning ushbu koeffitsiyentlarini tabiiy qiymatlarda qayta hisoblash uchun keltirilgan kodlashtirish sxemasiga muvofiq ravishda kodlangan faktor z larning o‘rniga ularning tabiiy qiymatlari x_j ni qo‘yish zarur.

64.9. Regressiyaning kodlangan koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini aniqlash

TFT dan farqli ravishda, xuddi korrelatsion matritsa $\overline{\overline{C}}$ ning diagonal elementlarining bir-biridan farq qilgani kabi regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligi turli koeffitsiyentlar uchun turli formulalardan aniqlanadi.

$$\frac{|\widetilde{a}_j|}{\sqrt{\widetilde{C}_{jj}S_e}} \le t^{jad}_{\beta(S_e)} \qquad (6.128)$$

Regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatsizligini aniqlashning umumiy formulasini hisobga olib, regressiya koeffitsiyentlarining har bir turi uchun ahamiyatsizlik quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{|\widetilde{a}_o|}{S_e}\sqrt{N} \le t^{jad}_{\beta(S_e)}$$

$$\frac{|\widetilde{a}_j|}{S_e}\sqrt{n+2\alpha^2} \le t^{jad}_{\beta(S_e)} \qquad (j=1,2,...,m)$$

(6.129)

$$\frac{|\widetilde{a}_{ij}|}{S_e}\sqrt{n} \le t^{jad}_{\beta(S_e)}$$

(koeffitsiyentlar soni $\frac{m(m-1)}{2}$)

$$\frac{|\widetilde{a}_{jj}|}{S_e}\sqrt{2\alpha^4} \le t^{jad}_{\beta(S_e)} \qquad (j=1,2,...,m)$$

(6.130)

6.4.10. Regressiya tenglamalari monandligini tekshirish

Xuddi TFT li hollarda foydalanganimiz kabi Fisher mezonidan foydalanamiz.

m faktorli regressiya tenglamasi ko‘rinishi:

$$y^{II} = \widetilde{a}_0 + \sum_{j=1}^{m} \widetilde{a}_j z_j \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^{m} \widetilde{a}_{ju} z_j z_u + \sum_{j=1}^{m} \widetilde{a}_{ij} (z_j^{'} - S) \qquad (6.131)$$

bo'lib, uni quyidagi ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumining zaruriylik shartidan foydalanib, javob funksiyaning ekstremumini aniqlashda qo'llash mumkin:

$$\frac{\partial y^{II}}{\partial z_1} = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\partial y^{II}}{\partial z_m} = 0. \qquad (6.132)$$

Olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (CHATT) hisoblash yo'li bilan z_j^{opt} $(j = 1.2...m)$ ni aniqlash va ularning kattaliklarini boshlang'ich tenglama $\bar{y}^{II}$ ga qo'yib, javob funksiyaning maksimal va minimal qiymatlarini olish imkonini beradi.

MISOLLAR

1-misol. Mahsulotning chiqishi u ga uch faktor: 100—200°C diapazondagi harorat T, 2MPa =(20—60kgs/sm^2) diapazondagi bosim R va bo'lish vaqti $\tau = 10 \div 30\,\text{min}$ larning ta'sirlari o'rganilayotgan bo'lsin. Yuqori sath bo'yicha harorat: $z_1^{max} = 200$ .Quyi sath bo'yicha harorat:

$$Z_1^{min} = 100^0 C, \; Z_1^0 = 150^0 C, \;\; \Delta Z_1 = 50^0 C \; .$$

$$z_1^0 = \frac{z_1^{max} + z_1^{min}}{2}, \Delta z_1 = \frac{z_1^{max} - z_1^{min}}{2}$$

Ixtiyoriy faktor z_j uchun quyidagiga egamiz:

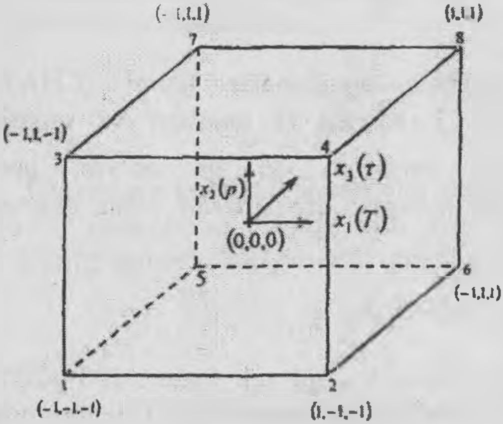
$$z_j^0 = \frac{z_j^{max} + z_j^{min}}{2}, \; j = 1,2.3,4,\ldots,\kappa$$

$$\Delta z_j = \frac{z_j^{max} - z_j^{min}}{2}$$

$(z_1^0, z_2^0, z_3^0, \ldots, z_k^0)$ koordinatali nuqta *reja markazi* deb ataladi, ba'zida uni *asosiy sath* ham deb atash mumkin, Δz_j — variatsiyalash birligi yoki z_j o'q bo'yicha *variatsiyalash intervali* $z_1, z_2, z_3, \ldots$ koordinatalar tizimidan $x_1, x_2, \ldots, x_k$ yangi o'lchamsiz kordinatalar tizimiga o'tamiz. O'tish (kodlash) formulasi:

$$x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}, j = 1,2,3,\ldots,k$$

O'lchamsiz koordinatalarda yuqori sath +1 ga, quyi sath esa -1 ga, reja markazining koordinatasi nolga teng va koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushadi. Bizning masalamizda k=3, ikki sathdagi uch faktorlar kombinatsiyalarining soni $N = 2^K = 2^3 = 8$. Tajriba o'tkazish rejasi (rejalashtirish matritsasi) ni 1 jadval shaklida yozib chiqamiz. Tajriba rejasini amalga oshirish natijasida olingan U chiqish qiymati jadvalning oxirgi ustunida keltirilgan.



1-rasm. Rejani kodlashning geometrik talqini.

Jadvalda keltirilgan kodlangan rejani geometrik jihatdan sakkiz qirrasi sakkiz tajriba nuqtasini ifodalovchi kub shaklida tasvirlanishi mumkin (1-rasm).

Fiktiv o'zgaruvchi $x_0 = 1$ deb ataluvchi ustunni kiritib, kodlangan rejalashtirish matritsasi 2^3 va tajriba natijalarini yozamiz.

1 - jadvalda keltirilgan rejalashtirish matritsasi quyidagi xossalarga ega:

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ui} x_{ji} = 0 \quad u \neq j \quad z, j = 0,1,2 \ldots\ldots$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ji} = 0 \qquad j = 1,2,3,4 \ldots\ldots\ldots, k$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2 = N \qquad = 1,2,3, \ldots\ldots, k$$

bu yerda, k – mustaqil faktorlar soni; N – rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soni.

Birinchi xossa – barcha ustun vektorlarning skalyar ko'paytmasi nolga tengligi rejalashtirish matritsasining ortogonallik xossasi deb ataladi.

1-jadval

Natural masshtabdagi faktorlar qiymati				*Rejalashtirish matritsasi 2^3*			
				Ulchamsiz koordinatalar tizimidagi faktorlar qiymati			Chiqish
Sinov №	Z_1	Z_2	Z_3	x_1	x_2	x_3	U
1	100	20	10	- 1	- 1	- 1	2
2	200	20	10	+1	- 1	- 1	6
3	100	60	10	- 1	+1	- 1	4
4	200	60	10	+1	+1	- 1	8
5	100	20	30	- 1	- 1	+1	10
6	200	20	30	+1	-1	+1	18
7	100	60	30	- 1	+1	+1	8
8	200	60	30	+1	+1	+1	12

Bu xossa hisobiga regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarini hisoblash bilan bog'liq qiyinchiliklar keskin kamayadi, chunki $(X * X)^{-1}$normal tenglamalari koeffitsiyentlarining matritsasi diagonal bo'lib qoladi va uning diagonal elementlari N rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soniga teng. $(X * X)^{-1}$ teskari matritsaning diagonal elementlari:

$$C_{II} = \frac{1}{N}$$

2-jadval

Fiktiv	o'zgaruv-chili	*rejalashtirish*		*matritsasi*	
N	X0	X1	X2	X3	y
1	+1	- 1	- 1	- 1	y_1
o	+1	+1	- 1	- 1	y_2
3	+1	- 1	+1	- 1	y_3
4	+1	+1	+1	- 1	y_4
5	+1	- 1	- 1	+1	y_5
6	+1	+1	- 1	+1	y_6
7	+1	- 1	+1	+1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	y_8

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = (X * X)^{-1} X * Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & . & . & . & 0 \\ . & \frac{1}{N} & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & \frac{1}{N} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \sum x_{0i} y_i \\ \sum x_{1i} y_i \\ . \\ . \\ . \\ \sum x_{ki} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum x_{0i} y_i}{N} \\ \frac{\sum x_{1i} y_i}{N} \\ . \\ . \\ . \\ \frac{\sum x_{ki} y_i}{N} \end{bmatrix}$$

Demak, regressiya tenglamasining ixtiyoriy b_j koeffitsiyenti u ustunni N rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soniga ajratilgan mos x_j ustunga skalyar ko'paytirish orqali aniqlanadi:

$$b_j = \frac{1}{N}\sum x_{ji} y_i$$

2 - jadvalda keltirilgan rejadan foydalanib, birinchi regressiyaning chiziqli tenglamalar koeffitsiyentlarini hisoblaymiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

Masalan, b_1 koeffitsiyent uchun $x_1$da ko'paytmalar yig'indisini olish lozim.

$$\begin{array}{c}x_1\\ \begin{bmatrix}-1\\+1\\-1\\+1\\-1\\+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\end{array} \times \begin{array}{c}Y\\ \begin{bmatrix}2\\6\\4\\8\\10\\18\\8\\12\end{bmatrix}\end{array} = \begin{bmatrix}-2\\+6\\-4\\+8\\-10\\+18\\-8\\+12\end{bmatrix} \qquad b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_{1i} y_i}{N} = \frac{20}{8} = +2.5$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_{1i} y_i = 20$$

O'xshash tarzda quyidagini olamiz:

$b_0 = 18.5$ $\qquad$ $b_2 = -18.5$ $\qquad$ $b_3 = +3.5$

Agar o'zaro ta'sirlashuvchi koeffitsiyentli regresiya tenglamasini to'liqroq ko'rinishga keltiradigan bo'lsak quyidagi hosil bo'ladi:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{123}x_1x_2x_3$$

unda b_{12}, b_{13}, b_{23} (ikkilik o'zaro ta'sir effekti) va b_{123} (uchlik o'zaro ta'sir effekti) koeffitsiyentlarni aniqlash uchun matritsa (2-jadval) ni quyidagi tarzda kengaytirish lozim.

3-jadval

N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	U
1	+1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	+1	- 1	2
2	+1	+1	- 1	- 1	- 1	- 1	+1	+1	6
3	+1	- 1	+1	- 1	+1	+1	+1	+1	4
4	+1	+1	+1	- 1	+1	- 1	- 1	- 1	8
5	+1	- 1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	10
6	+1	+1	- 1	+1	- 1	+1	+1	- 1	18
7	+1	- 1	+1	+1	- 1	- 1	+1	- 1	8
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	12

O'zaro ta'sir effektlari chiziqli effektlariga o'xshash tarzda aniqlanadi, masalan, b_{12} koeffitsiyent quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{array}{c} x_1x_2 \\ \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \end{array} \times \begin{array}{c} Y \\ \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} +2 \\ -6 \\ -4 \\ +8 \\ +10 \\ -18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix} \qquad b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_1x_2)_i y_i}{N} = -\frac{4}{8} = -0.5$$

$$\sum_{i=1}^{8}(x_1x_2)_i y_i = -4$$

Qolgan koeffitsiyentlar ham xuddi shu tarzda aniqlanadi:

$$b_{13} = +0.5 \qquad b_{23} = -1.5 \qquad b_{123} = 0.25$$

Agar qo'shimcha parallel tajribalar qo'yilsa, S^2_{uk} ni aniqlash, regressiya tenglamalari koeffitsiyentlarining ahamiyatliligini tekshirish va erkinlik darajasi aniq bo'lsa, tenglamaning monandligini tekshirish mumkin.

Rejalashtirilgan tajribaning korrelatsiya matritsasi $(X * X)^{-1}$ diagonal matritsa

$$(X * X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 1/N \end{bmatrix}$$

bo'lganligi sababli regressiya tenglamasining koeffitsiyentlari o'zaro bog'liq emas. Regressiya tenglamalarining ahamiyatliligini har bir koeffitsiyent uchun Styudent mezoni bo'yicha alohida tekshirish mumkin. Regressiya tenglamasidan ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni chiqarib tashlash qolgan koeffitsiyentlarning qiymatlariga ta'sir qilmaydi. Bunda b_j koeffitsiyentlar tegishli β_j bosh koeffitsiyentlar uchun aralashmagan baholarga aylanadi:

$$b_j \to \beta_j$$

ya'ni regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarining kattaliklari u kattalikdagi har bir faktorning ulushini xarakterlaydi.

Korrelatsiya matritsasining diagonal elementlari o'zaro teng bo'lganligi sababli tenglamalarning koeffitsiyentlari bir xil aniqlik bilan aniqlanadi:

$$S_{b_j} = \frac{S_{tik}}{\sqrt{N}}$$

Misol uchun, rejaning markazida uchta qo'shimcha parallel sinovlar qo'yilgan va u ning quyidagi qiymatlar topilgan $y_1^0 = 8;\ y_2^0 = 9;\ y_3^0 = 8.8$. Bu yerdan:

$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{i=1}^{3} y_i^0}{3} = 8.6 \qquad s_{nk}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{3}(y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{2} = 0.28$$

$$s_{nk} = 0{,}55 \qquad S_{b_i} = \frac{0.55}{\sqrt{8}} = 0.2$$

Styudent mezoni bo'yicha koeffitsiyentlarning ahamiyatliligini baholaymiz:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{s_{b_0}} = \frac{8.5}{0.2} = 42.5 \qquad t_1 = \frac{|b_1|}{s_{b_1}} = \frac{2.5}{0.2} = 12.5$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{s_{b_3}} = 17.5$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{s_{b_2}} = 2.5 \qquad t_{13} = \frac{|b_{13}|}{s_{b_{13}}} = 2.5$$

$$t_{12} = \frac{|b_{12}|}{s_{b_{12}}} = 2.5 \qquad t_{123} = \frac{|b_{123}|}{s_{b_{123}}} = 1.25$$

$$t_{23} = \frac{|b_{23}|}{s_{b_{23}}} = 7.5$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajasi $f = 2$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f) = 4.3$ ga teng. Shunday qilib, b_2, b_{12}, b_{13} va b_{123} lar ahamiyatsiz bo'lganligi uchun ular tenglamadan chiqarib tashlanadi. Ahamiyatsiz koeffitsiyentlar chiqarib tashlangandan keyin regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{y} = 8.5 + 2.5x_1 + 3.5x_3 - 1.5x_2x_3$$

Olingan tenglamani Fisher mezoni bo‘yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S^2_{mlq}}{S^2_{tik}} \qquad s = \frac{\sum_{i=1}^{8}(y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{6}{4} = 1.5 \qquad S^2_{tik} = 0,28$$

bu yerda, l – regressiya tenglamasidagi ahamiyatli koeffitsiyentlarning soni va u 4ga teng. Unda: $F = \frac{1.5}{0.28} = 5.3$

$r = 0.05,\ f_1 = 4, f_2 = 2$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati quyidagiga teng:

$F_P(f_1 f_2) = 19.3 \qquad F \langle F_P(f_1 f_2)$

Demak, (9) tenglama tajribani monand tavsiflaydi.

1-misol. Natriy sulfatning eruvchanligi u ni harorat x ga bog‘liqligini aniqlash lozim, tanlanma hajmi $N = 9$. Tajriba ma’lumotlari 1- jadvalda keltirilgan.

1-jadval

x(^{0}C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
u(%)	33,5	37,0	41,2	46,1	50,0	52,0	56,3	64,3	69,9

Yechim. Regressiya tenglamasini $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ ko‘rinishda yozamiz.

$$b_1 = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}$$

b_0 ni quyidagi formula bo‘yicha aniqlash qulay:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Buning uchun tajriba ma’lumotlari va hisob natijalari 2-jadval ko‘rinishida keltiramiz.

2-jadvalning oxirgi ikki ustuni $\sum_{i=1}^{N}(x_i+y_i)^2=\sum_{i=1}^{N}x_i^2+2\sum_{i=1}^{N}x_iy_i+\sum_{i=1}^{N}y_i^2$ formula bo‘yicha faqat hisoblarni tekshirish uchun ishlatiladi.

Bizning misolda: 87705,05 = 20400 + 20723 + 23859,05, ya’ni hisoblar to‘g‘ri bajarilgan.

b_0 va b_1 larni aniqlash uchun 1-jadvalda olingan yig‘indilardan foydalanamiz:

$$b_1=\frac{9\cdot 20723-360\cdot 451.7}{9\cdot 20400-360^2}=0.44$$

$$b_0=\frac{451.7-0.44\cdot 360}{9}=\frac{293.3}{9}=32.6$$

2-jadval

IP-IT

N	x	y	x^2	xy	y^2	$x+y$	$(x+y)^2$
1	0	33,5	0	0	1122,22	33,5	1122,25
2	10	37,0	100	370	1369,00	47,0	2209,00
3	20	41,2	400	824	1697,44	61,2	3745,44
4	30	46,1	900	1383	2125,21	76,1	5791,24
5	40	50,0	1000	2 000	2500,00	90,0	8100,00
6	50	52,8	2 500	2 645	2798,10	102,9	10588,41
7	00	50,8	3 600	3 408	2226,24	116,8	13642,24
8	70	64,3	4 900	4 501	4134,49	134,3	18036,49
9	80	69,9	6 400	5 592	4886,01	149,9	22470,01
Σ	360	451.7	20400	20723	23859,05		85705,05

$$r^{*}=\frac{b_1 s_x}{s_y}=b_1\sqrt{\frac{N\sum_{i=1}^{N}x_i^2-(\sum_{i=1}^{N}x_i)^2}{N\sum_{i=1}^{N}y_i^2-(\sum_{i=1}^{N}y_i)^2}}$$ formula bo‘yicha

korrelatsiyaning tanlangan koeffitsiyentlarini aniqlaymiz:

$$r* = 0.44\sqrt{\frac{9\cdot 20400-360^2}{9\cdot 23859.05-451.7^2}} = 0.44\sqrt{\frac{54000}{10699}} = 0.99$$

Korrelatsiya koeffitsiyentining kattaligi birga juda yaqin, demak, u va x o'rtasidagi bog'liqlik amaly jihatdan chiziqli hisoblanadi va quyidagi ko'rinishga ega: $\hat{y} = 32.6 + 0.44x$

2-misol. Quyidagi faktorlarga bog'liq bo'lgan ishlov eritmalaridan sulfat kislotani ajratib olish darajasining bog'liqligi u ni olish lozim: x_1 – dastlabki eritmadagi N_2SO_4 ning konsentratsiyasi; x_2 – temir uch oksidi sulfatining konsentratsiyasi; x_3 – spitr kislotaning hajmiy nisbati. Boshlang'ich statistik material bo'lib passiv tajribadagi 105 ta o'lchashlarda olingan tanlanma hajmi N xizmat qiladi.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma'lumki, tadqiqot sohasidagi tanlangan faktorlar va sulfat kislotani ajratib olish darajasi o'rtasidagi bog'liqlik chiziqli xarakterga ega. Shulardan kelib chiqib, bu bog'liqlikni ko'p korrelatsiya usuli bilan quyidagi chiziqli regresiya tenglamasi ko'rinishida yozamiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$$

$y_i^0 = \dfrac{y_i - \bar{y}}{s_y}$ $\quad x_{ji}^0 = \dfrac{x_{ji} - \bar{x}_j}{s_{xj}}$ formulalar bo'yicha tajribaning barcha natijalarini standart masshtabga o'tkazamiz. Keyin,

$$\left.\begin{aligned} r^*_{y^0x_j^0} &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} y_i^0 x_{ji}^0 \\ r^*_{x_l^0x_m^0} &= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} x_{li}^0 x_{mi}^0 \end{aligned}\right|$$

formula bo'yicha regressiyaning tanlangan

$l \succ m$

koeffitsiyentlarini aniqlaymiz:

$$r^*_{yx_1} = 0.212 \quad r^*_{x_1x_2} = -0.417$$
$$r^*_{yx_2} = 0.043 \quad r^*_{x_1x_3} = -0.128$$
$$r^*_{yx_3} = 0.903 \quad r^*_{x_2x_3} = 0.046$$

Korrelatsiya koeffitsiyentlarning olingan qiymatlarini quyidagi tenglamalar tizimiga qo'yamiz. Natijada quyidagini olamiz:

$$\left.\begin{aligned} a_1 - 0.417a_2 - 0.128a_3 &= 0.212 \\ -0.417a_1 + a_2 + 0.046a_3 &= 0.043 \\ -0.128a_1 + 0.046a_2 + a_3 &= 0.903 \end{aligned}\right\}$$

tenglamalar tizimini yechib, $a_1 = 0{,}397$; $a_2 = 0{,}166$; $a_3 = 0{,}903$ larni topamiz. standart masshtabda regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\hat{y}^0 = 0.397x_1^0 + 0.166x_2^0 + 0.903x_3^0$$

Natural masshtabga o'tamiz:

$$\hat{y} = -26.5 + 1.987x_1 + 1.17x_2 + 14.14x_3$$

Olingan tenglamani Fisher mezoni bo'yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S^2_{mlq}}{S^2_{tk}}$$

Berilgan uch parallel sinovlar bo'yicha qayta tiklanish dispersiyasini aniqlaymiz:

$$S^2_{tk} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(y_i - \bar{y})^2}{2} = 3.82$$

bu yerda $\bar{y}$ — parallel sinovlar bo'yicha o'rtacha qiymat.

S^2_{tk} ning erkinlik darajasi soni 2 ga teng. Quyidagi formula bo'yicha qoldiq dispersiyani aniqlaymiz:

$$S^2_{mlq} = \frac{m\sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{N-l}; \quad S^2_{mlq} = \frac{\sum_{i=1}^{105}(y_i - \hat{y}_i)^2}{105-4} = 36.03$$

S^2_{mlq} ning erkinlik darajasi soni 101 ga, G – nisbat esa 9,4 ga teng. Ahamiyatlilik $r = 0.05$, erkinlik darajalari sonlari $f = 101$ va $f = 2$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati $F_p(f_1, f_2) = 19.5$ ni tashkil etadi. Demak. olingan regressiya tenglamasi tajribaga monand.

3-misol. Quvurli polietilen reaktorining unumdorligi u ni jarayonning parametrlariga bog'liqligini olish lozim (1-rasm)- reaktorning unumdorligi u ga ta'sir etuvchi parametrlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: x_1 – reaktordagi bosim; x_2 – reaktordagi harorat; x_3 – reaksiyaga kirishuvchi aralashmadagi O_2 ning konsentratsiyasi; x_4 – reaktorga beriladigan gazning miqdori. Me'yoriy ish rejimida o'rganilayotgan obyektdan olingan 200 ta o'lchashlardagi tanlanma hajmi boshlang'ich statistik material bo'lib xizmat qiladi.

Yechim. $\hat{y} = af_1(x_1)f_2(x_2)...f_k(x_k)$ regressiya tenglamasiga muvofiq, reaktor unumdorligining tanlangan faktorlarga bog'liqligini quyidagi ko'rinishga keltiramiz va $f(x)$ noma'lum funksiya hamda a koeffitsiyentni Brandon usuli bo'yicha aniqlaymiz:

$$\hat{y} = af_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)$$

Berilgan tajriba ma'lumotlari bo'yicha avval, unumdorlik u ni bosim x_1 ga bog'liqligini tuzamiz. Empirik regressiya chizig'i funksiya $f_1(x_1)$ ni ikkinchi tartibli parabola ko'rinishida qidirish maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi:

$$f_1(x_1) = b_0 + b_1x_1 + b_{11}x_1^2$$

Eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha b_0, b_1 va b_{11} koeffitsiyentlarni aniqlagandan so'ng

$$\left.\begin{aligned} & b_0N + b_1\sum x_i + b_{11}\sum x_i^2 = \sum y_i \\ & b_0\sum x_i + b_1\sum x_i^2 + b_{11}\sum x_i^3 = \sum x_i y_i \end{aligned}\right\}$$

quyidagini olamiz: $f_1(x_1) = -211 + 0.33x_1 - 1.16 \cdot 10^{-4} x_1^2$

Keyin $y_1 = \dfrac{y}{f_1(x_1)}$ formula bo'yicha tanlanma kattaligi y_1 ni hisoblab, korrelatsiya maydoni va empirik regressiya chizig'i $y_1 - x_2$ ni quramiz (1-rasm, b). U uchun yaxshi yaqinlashish chiziqli regressiya tenglamasi hisoblanadi:

O'xshash tarzda qolgan ikki faktorlar uchun hisoblash ... qurishni amalga oshirib (1-rasm, a,g), qo'shimcha ravishda real ... unumdorligini rejimning tanlangan ko'rsatkichlariga bog'liqligini olamiz:

$$\hat{y}=1.02(-211+0.33x_1-1.16\cdot10^{-4}x_1^2)\times$$
$$\times(0.013x_2-1.46)(0.0077x_3+0.42)(0.00127x_4+0.747)$$

4-misol. Sulfat va fosfor kislotalar aralashmalarida boratlarni parchalanishining maksimal darajasiga erishish shartini aniqlash lozim. Parchalanish darajasi u ga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 – reaksiyaning harorati,°C; z_2 – reaksiyaning davomiyligi, min; z_3– fosfor kislotaning me'yori, %; z_4 – fosfor kislotaning konsentratsiyasi,% R_2O_5.

Faktorlarni variatsiyalashning asosiy sathlari va oraliqlari 1-jadvalda keltirilgan.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma'lumki, jarayon amalga oshishining maksimallik sharti parametrlar o'zgarishining ko'rilayotgan sohasi ichida yotadi(3-jadval). Shulardan kelib chiqib, regressiya tenglamasini olish uchun ikkinchi tartibli ortogonal rejadan foydalanamiz .$k=4$ bo'lganda rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soni 25 ga teng. Yulduzli yelka kattaligi a — **1,41.**

1-jadval

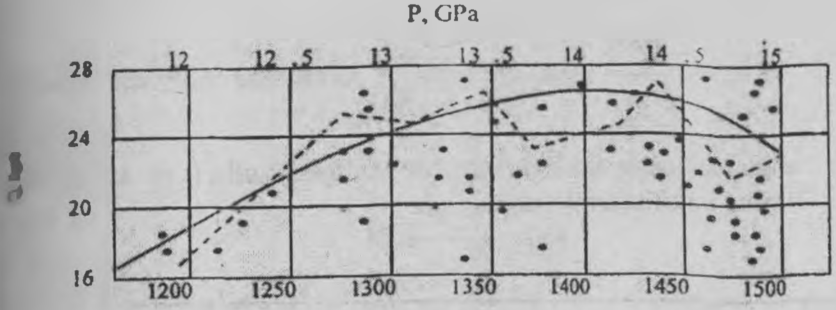
	z_1	z_2	z_3	z_4
z_j^0	55	37.5	80	32.8
Δz_j	25	22.5	20	18.8

Qayta tiklanish dispersiyasini reja markazida qo'shimcha to'rtta sinovlar bo'yicha aniqlaymiz:

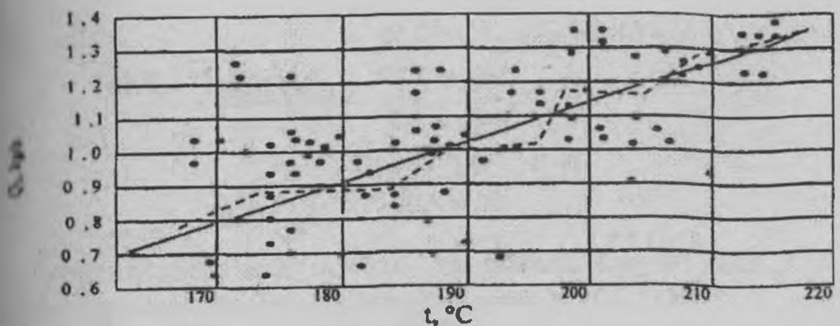
$$y_1^0=61.8\%, y_2^0=59.3\%, y_3^0=58.7\%, y_4^0=69\%$$

$$\bar{y}^0=\frac{\sum_{i=1}^{4}y_i^0}{4}=60.95 \qquad s_{ak}^2=\frac{\sum(y_i^0-\bar{y}^0)^2}{3}=5.95$$

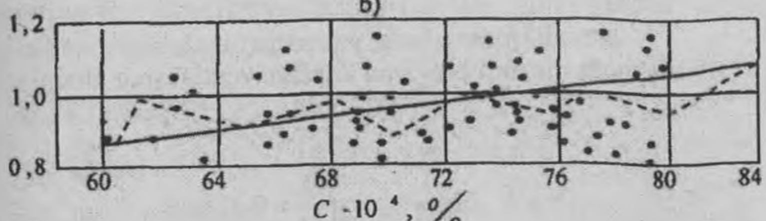
Qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni $f=4-1=3$


P, GPa
12
12 .5
13
13 .5
14
14 .5
15
28
24
20
16
1200
1250
1300
1350
1400
1450
1500

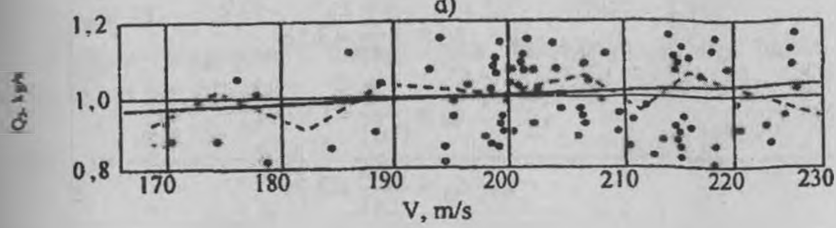
a)


1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
170
180
190
200
210
220
t, °C

b)


1,2
1,0
0,8
60
64
68
72
76
80
84
C ·10 ⁴, %

d)


1,2
1,0
0,8
170
180
190
200
210
220
230
V, m/s

e)

$b_j = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_{ji} y_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2}$ va $S_{b_j}^2 = \dfrac{S_{tik}^2}{\sum_{i=1}^{N} x_{ij}^2}$ formulalar bo‘yicha regressiya tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsiyentlari va koeffitsiyentlarning xatoliklarini hisoblaymiz

$$b_{44} = -5.34$$

$$b_{12} = 2.18 \qquad s_{b_j} = \sqrt{s_{b_j}^2} = 0.545$$

$$b_{13} = 0.2$$

$$b_{14} = 1.2 \qquad s_{b_{uj}} = \sqrt{s_{b_{uj}}^2} = 0.61$$

$$b_0^{*} = 61.54 \qquad b_{23} = 0.56$$

$$b_{24} = 0.79 \qquad s_{b_{jj}} = \sqrt{s_{b_{jj}}^2} = 0.864$$

$$b_{11} = 4.5$$

$$b_{22} = 1.3$$

$$b_{33} = 4.09 \qquad b_{34} = 1.9$$

$$b_1 = 17.37$$

$$b_2 = 6.4$$

$$b_3 = 4.7$$

$$b_4 = -4.37$$

Styudent mezoni bo‘yicha koeffitsiyentlarning ahamiyatliligini

$$t_{12} = \frac{2.18}{0.61} = 3.57$$

$$t_{34} = \frac{1.9}{0.61} = 0.318$$

$$t_{13} = \frac{0.2}{0.61} = 3.18$$

$$t_{14} = \frac{1.2}{0.61} = 1.97$$

$$t_{23} = \frac{0.56}{0.61} = 0.91$$

$$t_{24} = \frac{0.76}{0.61} = 1.25$$

$$t_1 = \frac{17.37}{0.545} = 31.9$$

$$t_2 = \frac{6.4}{0.545} = 11.7$$

$$t_3 = \frac{4.70}{0.545} = 8.64$$

$$t_4 = \frac{4.37}{0.545} = 8.64$$

$$t_{11} = \frac{4.5}{0.864} = 5.2$$

$$t_{22} = \frac{1.3}{0.864} = 1.5$$

tekshiramiz $t_{33} = \dfrac{4.09}{0.864} = 4.73$

$$t_{44} = \frac{5.34}{0.864} = 6.22$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajasi soni $f = 3$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f) = 3.18$.

Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni tashlab yuborgandan so'ng o'lchamsiz ko'rinishdagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y} = 61.54 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 - 4.37x_4 +$$
$$+ 2.18x_1x_2 + 1.9x_2x_3 + 4.5(x_1^2 - 0.8) + 4.09(x_3^2 - 0.8) -$$
$$- 5.34(x_4^2 - 0.8) = 58.9 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 -$$
$$- 4.37x_4 + 2.18x_1x_2 + 1.9x_3x_4 + 4.5x_1^2 + 4.09x_3^2 - 5.34x_4^2$$

Olingan tenglamani monandlikka tekshirish uchun qoldiq dispersiyani hisoblaymiz:

$$S_{miq}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{396.2}{25 - 10} = 26.4$$

F – nisbat: $F = \dfrac{S^2_{miq}}{S^2_{tik}} = \dfrac{26,4}{5,95} = 4.4$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajalari sonlari $f_1 = 15, f_2 = 3$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati 8,6 ga teng va $F\langle F_p(f_1, f_2)$, demak, olingan tenglama tajribaga monand.

Regressiya tenglamasi natural masshtabda $[x_j = \dfrac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}]$ ga qarang quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = 90.64 - 0.242z_1 - 0.07z_3 + 0.35z_4 + 0.00388z_1z_2 + 0.00506z_3z_4 +$$
$$+ 0.0072z_1^2 + 0.0102z_3^2 - 0.015z_4^2$$

$\hat{y} = 100\%$ ga mos keluvchi shartni regressiya tenglamasi bo'yicha Gauss – Zeydel usuli bilan aniqlaymiz:

$$z_1 = 90^0C, z_2 = 50\ daq,\ z_3 = 90\%, z_4 = 32.5.$$

Olingan optimal shartlar nazorat sinovlarida o'rnatilgan. Boratlarning parchalanish darajasi parchalanish uchun konsentratsiyasi 30,3% bo'lgan fosforli kislota qo'llanilganda 98,5% ni, konsentratsiyasi 29,0% bo'lgan ekstratsiyali kislota qo'llanganda esa 98,9% ni tashkil qiladi.

5-misol. Ekstraksiyali fosfor kislota tarkibidagi aralashmalarning fosforit flotokonsentratining parchalanishi (μ) ga ta'sirini o'rnatish va parchalanishni maksimal darajasini olish shartini aniqlash talab qilinadi. Parchalanish darajasiga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 – jarayonning harorati, ^0C; $z_2 - z_5$ – MgO, SO_3, Al_2O_3 va G larga mos keluvchi fosforli kislotaning konsentratsiyasi,% (massa).

Variatsiyalashning asosiy sathi, oralig'i va tadqiqot sohasining chegaralari 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_i^0 ………	50	2.1	2.0	1.33	0.75
Δz_i ………	20	0.9	1.0	0.37	0.25
+2………	90	3.9	4.0	2.07	1.25
−2………	10	0.9	0.0	0.59	0.25

Mustaqil faktorlarning o'zgarish sohasi sanoat ekstraksiyali kislotasi aralashmalari konsentratsiyalarining o'zgarish diapazoniga mos keladi. Shuning uchun ham u_{max} ni aniqlashda 1-jadvalda ko'rsatilgan chegaralar uchun ekstrapolatsiyalash mazmunga ega emas.

Yechim. Regressiya tenglamasini aniqlash uchun ikkinchi tartibli rotatabelli rejadan foydalanamiz (1-jadval).

$f = 5$ uchun rejalashtirish matritsasining sinovlar soni 32 ga teng. Reja yadrosi o'zida $x_5 = x_1x_2x_3x_4$ bosh munosabatli $2^5 - 1$ yarim replikani namoyon qiladi. Yulduzli yelka kattaligi $\alpha = 2$ va $n_0 = 6$ ni aniqlaymiz.

2-jadval

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	U		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	U
1	+1	+1	+1	+1	+1	34,7	17	-2	0	0	0	0	25
2	-1	+1	+1	+1	-1	40,0	18	+2	0	0	0	0	33,3
3	+1	-1	+1	+1	-1	39,0	19	0	-2	0	0	0	49,2
4	-1	-1	+1	+1	+1	39,2	20	0	+2	0	0	0	42,0
5	+1	+1	-1	+1	-1	26,6	21	0	0	-2	0	0	17,5
6	- -1	+1	-1	+1	+1	29,5	22	0	0	+2	0	0	41,0
7	+1	-1	-1	+1	+1	30,0	23	0	0	0	-2	0	35,6
8	-1	-1	-1	+1	-1	34,5	24	0	0	0	+2	0	27,2
9	+1	+1	+1	-1	-1	32,2	25	0	0	0	0	-2	39,0
10	-1	+1	+1	-1	+1	41,4	26	0	0	0	0	+2	33,0
11	+1	-1	+1	-1	+1	33,7	27	0	0	0	0	0	35,4
12	-1	-1	+1	-1	-1	40,9	2V	0	0	0	0	0	35,4
13	+1	-1	-1	-1	+1	23,9	29	0	0	0	0	0	33,2
14	-1	+1	-1	-1	-1	33 3	39	0	0	0	0	0	32,4
15	+1	-1	-1	-1	-1	27,7	31	0	0	0	0	0	37,7
16	-1	-1	-1	-1	+1	35,9	32	0	0	0	0	0	36,9

Reja markazidagi tajriba bo'yicha qayta tiklanish dispersiyasini $f = n_0 - 1 = 5$ erkinlik darajasi soni bilan aniqlaymiz:

$$S_{tik}^2 = 4.466$$

2-jadval ma'lumotlari bo'yicha regressiya tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsiyentlarini va ularning xatoliklarini hisoblaymiz:

$$b_{12} = 0.147$$
$$b_{13} = 0.256$$
$$b_{14} = 1.61$$
$$b_{15} = 0.0534$$
$$b_{23} = 0.736$$
$$b_{24} = -0.198$$
$$b_{25} = 0.403$$
$$b_{34} = 0.401$$
$$b_{35} = 0.256$$
$$b_{45} = 0.93$$

$$b_0 = 34.4 \quad 1$$

$$b_1 = 1.07794$$
$$b_2 = -0.146$$
$$b_3 = 4.5098$$
$$b_4 = -0.542$$
$$b_5 = -1.3$$
$$b_6 = -1.5$$
$$b_{22} = 2.66$$
$$b_{33} = -1.47$$
$$b_{44} = -0.93$$
$$b_{55} = -0.15$$

$$s_{b_i} = \sqrt{s_{b_i}^2} = 0.43$$

$$s_{b_{ii}} = \sqrt{s_{b_{ii}}^2} = 0.53$$

$$s_{b_{ij}} = \sqrt{s_{b_{ij}}^2} = 0.394$$

Koeffitsiyentlarning ahamiyatliligini Styudent mezoni bo‘yicha tekshiramiz

($t_j = \frac{|b_j|}{s_{b_j}}$ formulaga qarang):

$$t_1 = \frac{1.07}{0.43} = 2.48 \qquad t_{12} = \frac{0.147}{0.53} = 0.278$$
$$t_2 = \frac{0.146}{0.43} = 0.44 \qquad t_{13} = \frac{0.256}{0.53} = 0.483$$
$$t_3 = \frac{4.51}{0.43} = 10.4 \qquad t_{14} = \frac{1.61}{0.53} = 3.04$$
$$t_5 = \frac{1.3}{0.43} = 3.02 \qquad t_{15} = \frac{0.0534}{0.53} = 0.1$$
$$t_{11} = \frac{1.5}{0.394} = 3.82 \qquad t_{23} = \frac{0.736}{0.53} = 0.1375$$
$$t_{22} = \frac{2.66}{0.394} = 6.75 \qquad t_{24} = \frac{0.198}{0.53} = 0.374$$
$$t_{33} = \frac{1:47}{0.394} = 3.73 \qquad t_{25} = \frac{0.403}{0.53} = 0.762$$
$$t_{44} = \frac{0.93}{0.394} = 2.36 \qquad t_{34} = \frac{0.401}{0.53} = 0.758$$
$$t_{55} = \frac{0.15}{0.394} = 0.38 \qquad t_{45} = \frac{0.93}{0.53} = 1.75$$

Ahamiyatlilik sathi $r = 0.05$ va erkinlik darajalari soni $f = 5$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(j) = 2.57$ ga teng. Ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni tashlab yuborgandan so‘ng, jadval qiymatdan kichik bo‘lgan t nisbat uchun o‘lchamsiz ko‘rinishdagi quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y} = 35.4 + 4.51x_3 - 1.3x_5 - 1.5x_1^2 + 2.66x_2^2 - 1.47x_3^2 + 1.61x_1x_4$$

Fisher mezoni bo‘yicha tenglamani teshirish, uning tajribaga monandligini ko‘rsatadi:

$s^2_{ad} = 4,466 \qquad S^2_{tajr} = 15.35 \qquad F = 3.43 \qquad F_{P=0.05}(25.5) = 4.5$

Natural masshtabdagi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$y = 44.04 + 0.086z_1 - 13.8z_2 + 10.39z_3 - 10.9z_4 - 5.2z_5 -$$
$$- 0.00375z_1^2 + 3.28z_2^2 - 1.4z_3^2 + 0.217z_1z_4$$

Olingan tenglama turli haroratlarda berilgan xomashyoning parchalanish darajasining kislotadagi aralashmalar tarkibining o'zgarishiga bog'liqligini aniqlash imkonini beradi. Parchalanishning maksimal darajasi u_{max} ga erishish shartini aniqlash uchun o'zgaruvchilarning qiymatlarini o'zgarmas x_2=+2 va x_5=—2 deb qabul qilamiz.

Fosfor kislotadagi SO_3 aralashma konsentratsiyasiga bo'lgan ta'sir, bu aralashmalarning optimal tashkil etuvchilarining musbat chiziqli va manfiy kvadratik tenglamalarida keltirilgan bo'lib, 1,533% ga teng va uni x_3 bo'yicha u ekstremum qiymat shartidan aniqlaymiz. x_2, x_3 va x_5 faktorlarning ushbu qiymatlarida regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\hat{y} = 52.12 - 1.5x_1^2 + 1.61x_1x_4.$$

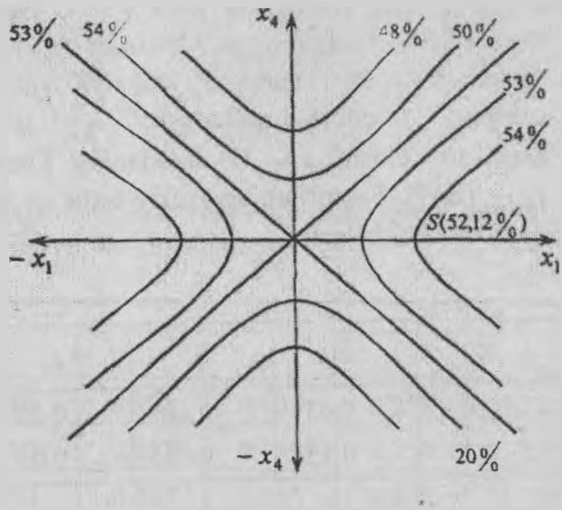
Harorat x_1 ning optimal qiymatlari va $Al_2O_3x_4$ aralashmaning konsentratsiyasini aniqlash uchun oxirgi tenglama kanonik ko'rinishga keltiriladi:

$$\hat{y} = 52.12 = 0.35X_1^2 - 1.85X_4^2$$

bu yerda 52,12 — S yuza markazidagi parchalanish darajasi.

Javob yuzasi – giperbolik paraboloid. Javob tekisligi yuzasining kesimlarida $y = const$—giperbola (2-rasm); markazda — minimaks. X dan x_{4S} ga o'tish formulasi:

$$x_1 = (X + x_{1s})\cos\varphi - (X_4 + x_{4S})\sin\varphi$$
$$x_2 = (X_1 + x_{1S})\sin\varphi + (X_4 + x_{4S})\cos\varphi$$
$$tg2\varphi = \frac{b_{14}}{b_{11} - b_{44}}$$



2-rasm.

Maksimal parchalanish darajasini aniqlash uchun X_4 ni nol deb qabul qilib, X_1 (kanonik shakli musbat koeffitsiyent) o'q bo'yicha minimaksdan chiqamiz:

$$X_1 = \pm\sqrt{\frac{\hat{y} - 52.12}{0.35}} \qquad X_4 = 0$$

u ni oshirib, bunda, $x_1 = x_4 \leq 2$ shart bajarilishini tekshiramiz. 53,5% ($x_1 = \pm 1,82$; $x_4 = \pm 0,795$) ga teng parchalanish darajasining maksimal kattaligi olindi. U kattalik 54% gacha oshirilganda qiymat $x_1 > 2$ bo'ladi. Olingan ($x_1 = +1,82$; $x_2 = +2$; $x_3 = +1,533$; $x_4 = = +0,795$; $x_5 = -2$) va ($x_1 = -1,82$; $x_2 = +2$; $x_3 = 1,533$; $x_4 = -0,795$; $x_5 = -2$) ptimal shartlarda nazorat sinovlari o'tkazilgan. Bunda, parchalanish darajasi mos ravishda 55,8% va 53,7% larni tashkil qiladi. Demak, hisobiy ($\hat{y} = 53,5\%$) va sinov ma'lumoti ($\bar{y} = 54,7\%$) lar orasidagi ayirma (farq) tajriba xatoligi $s_y = \sqrt{4.466} = 2.1$ chegarasida yotadi.

6-misol. Suv – spirt eritmasida $A \cdot V + S \rightarrow$ sxema bo'yicha amalga oshuvchi reaksiya o'rganilgan. Mahsulot $D(y)$ ning sifati va miqdoriga torlar ta'sir ko'rsatadi: z_1 reaksiya vaqti,soat z_2 – eritmada spirtning miqdori, mol.ulush; z_3– S moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_4– D moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_5 – [B/A]. Faktorlarning asosiy sathi va variatsiyalash interallari 3-jadvalda keltirilgan.

3-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_i^0......	2.0	0.65	0.10	0.25	1.20
Δz_i.....	0.20	0.15	0.025	0.05	0.20

Mahsulotning maksimal miqdori $D(y_{max})$ni olish shartini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Rejalashtirishning simpleks usulidan foydalanamiz $k=5$ uchun X

matritsadan

$$X = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ -0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & -0.578 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & -0.612 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & -0.632 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.645 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.655 \end{bmatrix}$$

matritsaga

qarang) beshta ustun va olti qator $(N = k+1)$ dan tuzilgan nimmatritsani ajratamiz. Kodlashning $x_i = \dfrac{z_i - z_i^0}{\Delta z_i}$ formulasidan foydalanib quyidagilarni olamiz:

$$x_1 = \frac{z_1 - 2.0}{0.20} \qquad x_3 = \frac{z_3 - 0.10}{0.10}$$

$$x_2 = \frac{z_2 - 0.65}{0.15} \qquad x_4 = \frac{z_4 - 0.25}{0.05} \qquad x_5 = \frac{z_5 - 1.20}{0.20}$$

Unda boshlang'ich simpleks matritsasi natural masshtabda quyidagi 4- jadval ko'rinishiga ega:

4-jadval

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	U
1	2,10	0,693	0,105	0,258	1,225	0,760
2	1,90	0,693	0,105	0,258	1,225	0,491
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	0513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666

Jadvaldan 2- sinovning eng yomonligi kelib chiqadi. 2-nuqtani uning kuzguli aksi bo'lgan 7-nuqtaga almashtiramiz. Yangi nuqtalarning koordinitalarini aniqlash zarur. Avval 1,3,4,5,6 nuqtalar bilan ifodalanuvchi S nuqtalar - qizdirish markazining koordinatasini topamiz:

$$z_1^{(c)} = \frac{4 \cdot 2.00 + 2.1}{5} = 2.02 \qquad z_2^{(c)} = \frac{3 \cdot 0.65 + 0.504 + 0.693}{5} = 0.641$$

$$z_3^{(c)} = \frac{2 \cdot 0.105 + 0.0805 + 20.100}{5} = 0.099 \quad z_4^{(c)} = \frac{3 \cdot 0.258 + 0.218 + 0.250}{5} = 0.298$$

$$z_5^{(c)} = \frac{4 \cdot 1.225 + 1.075}{5} = 1.195$$

Unda yettinchi nuqtaning koordinitalari quyidagicha ifodalanadi:

$$z_1^{(7)} = 2 \cdot 2.02 - 1.90 = 2.14 \qquad z_2^{(7)} = 2 \cdot 0.641 - 0.693 = 0.589$$

$$z_3^{(7)} = 2 \cdot 0.099 - 0.105 = 0.093 \qquad z_4^{(7)} = 2 \cdot 0.248 - 0.258 = 0.238$$

$$z_5^{(7)} = 2 \cdot 1.195 - 1.225 = 1.165$$

Yangi, yettinchi nuqta qolganlari bilan 134567 simpleksni hosil qiladi 5-jadval).

5-jadval

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	y
1	2,10	0,693	0,105	0.278	1,225	0.760
3	2,00	0,569	0,105	0,258	1,225	0,513
4	2,00 "	0,650	0,085	0,258	1,225	0.675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666
7	2,14	0,589	0,093	0,238	1,165	0,810

7-nuqtada sinov o'tkazilgandan so'ng 134567 simpleksning eng yomon nuqtasi 3- nuqta bo'lib qoldi. Uning 14567 qirralarga nisbatan akslanishi keyingi sinov shartini beradi va h.k. Yettinchi sinov o'tkazilgandan so'ng yana bitta z_6 faktor — aralashtirgichlarning aylanishlar soni ham qo'shiladi. Haligacha z_6 faktor doimiy sath $z_6^0 = 800\ \text{min}^{-1}$da ushlab turiladi. Unda sakkizinchi nuqtaning koordinatasi o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha bo'ladi

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots\ldots, x_{k+1}^{(0)} + h_{k+1}$$

Variatsiyalash birligi uchun $\Delta z_6 = 100\ \text{min}^{-1}$, asosiy sath uchun $z_6^0 = 800\ \text{min}^{-1}$ qabul qilinadi. Unda z_6 uchun kodlash formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$x_6 = \frac{z_6 - 800}{100} \qquad x_6^{(0)} = 0.$$

Olti o‘lchamli simpleksning balandligini $h_j = \frac{j+1}{\sqrt{2j(j+1)}}$ formula bo‘yicha olamiz:

$$h_6 = 0.764 .$$

№ 8 sinov uchun parametrlarning qiymatlarini aniqlaymiz.

$$x_1^{(8)} = z_1^{(8)} = \frac{2.10 + 4.2.0 + 2.14}{6} = 2.04 \qquad z_2^{(0)} = 0.633 \quad z_3^{(0)} = z_2^{(8)} = 0.098$$

$$x_4^{(8)} = z_4^{(8)} = 0.247 \qquad z_5^{(0)} = z_5^{(8)} = 1.19 \qquad z_6^{(8)} = 800 + 100x_6^{(8)} =$$

$$= 800 + 100(x_6^0 + h_3) = 877 \ \text{min}^{-1}$$

Birinchi beshta parametrning qiymatlari besh o‘lchamli 134567 simpleks og‘irlik markazining koordinatalarini aks ettiradi (5-jadvalga qarang):

№8 sinov 1, 3, 4, 5, 6, 7 nuqtalar bilan birgalikda olti o‘lchamli 134567 simpleksni hosil qiladi(6-jadval).

6-jadval

SH-25

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	U
1	2,10	0,693	0,105	0,258	1,225	800	0,760
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	800	0,513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	800	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,2)8	1,225	800	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,225	800	0,666
7	2,14	0,589	0,083	0,238	1,165	800	0,810
8	2,04	0,633	0,098	0,247	1,190	877	

Sakkizinchi sinov amalga oshirilgandan so‘ng, natijalar tahlili va oltita faktorlarni inobatga olib aks ettirish jarayonini qaytadan o‘tkazish lozim.

O'z-o'zini tekshirish uchun topshiriq

Kimyoviy jarayonlarning empirik matematik modellarini qurish uchun regression tahlil metodologiyasini tavsiflang.

Empirik modellarning chiziqli va nochiziqli turlari qanday tanlanadi?

Javob funksiyasi va faktorlar nima?

Parametrlari bo'yicha nochiziqli modellar uchun regressiya koeffitsiyentlari qanday aniqlanadi?

Tajriba ma'lumotlarini approksimatsiyalash mezonini tanlash protsedurasi va umumiy hollar uchun parametrlari bo'yicha chiziqli modellar uchun regressiya koeffitsiyentlarini aniqlash masalasini eng kichik kvadratlar usuli bilan yechishni tavsiflang.

Mustaqil o`zgaruvchili matritsalar; axborot matritsalar; kovariatsiya (korrelatsiya) matritsalarining vazifalari nimalardan iborat?

t – Styudent mezonidan foydalanib, regressiya koeffitsiyentlarining ahamiyatliligi qanday aniqlanadi?

Dispersiyaviy – kovariatsiya matritsasi qanday quriladi va passiv tajribada uning elementlari qanday hisoblanadi?

Qoldiq dispersiya va qayta tiklanish dispersiyalari nima?

Passiv tajribada ahamiyatsiz koeffitsiyentlarni saralash protsedurasini tavsiflang.

Modellarning monandligi qanday o'rnatiladi?

Holat monandligi va xulq (xarakter) monandligi nima?

Qoldiq dispersiya, qayta tiklanish dispersiyasi va javob funksiyasining haqiqiy qiymatlari dispersiyalarining dispersiyaviy tahlili qanday va nima maqsadda amalga oshiriladi?

Regressiya tenglamasining monandligi qanday o'rnatiladi?

Parallel sinovlar bo'lmagandagi regressiya tenglamasining monandligi qanday o'rnatiladi?

Regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohalarini qurish protsedurasi qanday?

Nima modellar monandligini tekshirish pozitsiyasiga ega regressiya koeffitsiyentlarining qo'shma ishonchli sohasini o'lcham va shakllari tahlilini beradi?

Quyidagi tenglama uchun passiv tajriba natijalari bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini aniqlashning matritsali tenglamasini keltiring: $P = \exp(A + \frac{B}{C+T})$.

Quyidagi tenglama uchun passiv tajriba natijalari bo'yicha regressiya koeffitsiyentlarini aniqlashning matritsali tenglamasini keltiring: $P = \exp(A + BT + CT^2 + DT^3)$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Юсупбеков Н.Р. Математическое моделирование технологических процессов. Учебное пособие. ТашГТУ, 1989, 80 с.

2. Комиссаров Ю.А., Глебов М.Б., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Химико-технологические процессы. Теория и эксперимент. – М.: Химия, 2002, 238 с.

3. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. Учебное пособие. -4-изд. –М.: Химия, 1984. –448 с.

4. Юсупбеков Н.Р., Маннанов У.В., Гулямов Ш.М. Моделирование совмещенных реакционно-разделительных процессов –Ташкент: ТашГТУ, 1999,190 с.

5. Ахназарова С.Л., Каффаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.-М.:Химия, 1985.

6. Yusupbekov N.R., Muxitdinov D.P., Bazarov M.B., Xalilov A.J. Boshqarish sistemalarini kompyuterli modellashtirish asoslari. Navoiy: Navoiy Gold Servis, 2008.

7. Имитационное моделирование производственных систем. /Вавилов А.А. ред.ост. –М.: Машиностроение, 1983, 416 с.

8. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова: Т. 1-4. –М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.

9. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. –М.: Энергоатомиздат, 1990, 208 с.

10. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. - М.: Энергоатомиздат, 1983, 264 с.

11. Саутин С.Н., Пунин А.Е. Мир компьютеров и химическая технология. –Л.: Химия, 1991, 141 с.

12. Интернет маълумотлари: www.books.rosteplo.ru

MUNDARIJA

III bob. MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O'RNATISH

IV bob.TEXNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

V. bob. KIMYOVIY TEXNOLOGIYA TIPIK APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА II. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ

ГЛАВА III. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ И УСТАНОВЛЕНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

ГЛАВА IV. ОПТИМИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

ГЛАВА V.ПОСТРОЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ТИПОВЫХ АППАРАТОВ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

ГЛАВА VI.ПОСТРОЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

CONTENTS

CHAPTER III. IDENTIFICATION PARAMETER and DETERMINATION to ADEQUACY of the MODELS

CHAPTER IV. OPTIMIZATION to MATHEMATICAL MODEL CHEMIST-TECHNOLOGICAL PROCESSES

CHAPTER V. BUILDING Of the COMPUTER MODELS STANDARD DEVICE TO CHEMICAL TECHNOLOGY

CHAPTER VI. BUILDING of the EMPIRICAL STATISTICAL MODELS of the TECHNOLOGICAL PROCESSES

Хосилбеков

QAYDLAR UCHUN