

ISBN 978-9943-13-943-5



EKONOMETRIKA

I.Habibullayev

I.Habibullayev

EKONOMETRIKA

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI

I. Habibullayev

EKONOMETRIKA

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus
ta’lim vazirligi tomonidan darslik
sifatida tavsiya etilgan

Toshkent
«IQTISOD-MOLIYA»
2020

UO‘K: 519.862.6(075.8)

KBK: 65

Taqrizchilar: Iqtisod fanlari doktori, professor Toshmatov Z.X
Texnika fanlari doktori, professor Djumanov J.X.

H 12 Ekonometrika: Darslik / I. Habibullayev; – T.: «Iqtisod-Moliya», 2020. – 240 b.

Darslik O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan o‘quv reja va dastur asosida tayyorlangan.

Darslikka kiritilgan mavzular, ularni bayon etish usuli, mavzuga oid masalalarni kompyuterda yechish tartibi, ekonometrikani o‘rganishda foydalaniladigan asosiy tayanch iboralar va statistik hisob-kitoblarni amalga oshirishda ko‘mak beruvchi yordamchi jadvallar hamda o‘quvchi olgan bilimlarini sinab ko‘rish uchun savollar bo‘lajak iqtisodchilar ychun ekonometrika fanini o‘zlashtirish imkonini beradi.

Darslik ekonometrik modellashtirish metodlari yordamida iqtisodiy hodisa va jarayonlarni o‘rganuvchi barcha ixtisosliklar talabalari, magistrleri va ilmiy izlanuvchilar hamda mutaxassis amaliyotchilarga mo‘ljallangan.

UO‘K: 519.862.6(075.8)

KBK: 65

ISBN 978-9943-13-943-5

© I. Habibullayev 2020

© «IQTISOD-MOLIYA», 2020

KIRISH

Hozirgi kunda iqtisodiyotning barcha soha (moliya, boshqaruv, pul-kredit, marketing, hisob, audit, soliq va boshqa)lar mutaxassislaridan ish yuritishning zamonaviy usullarini qo'llashni, jahon iqtisodiyoti yutuqlarini bilishni va ularni rivojlantirishga ilmiy yondashishni talab etadi. Ko'pchilik yangi usullar ekonometrik modellarga asoslangan. Ekonometrika bilimlarini chuqur bilmasdan ularni amalda qo'llash mumkin emas.

Iqtisodchilar faoliyatining muhim xususiyatlari shundan iboratki, ular ma'lumotlar to'liq va yetarli bo'lmaganda ish yuritadilar. Bunday holatlarda ma'lumotlarni tahlil qilish ekonometrikaning ayrim jihatlarini tashkil etuvchi maxsus usullarni talab etadi. Ekonometrika ijtimoiy-iqtisodiy hodisa va jarayonlarning ekonometrik modellarini tuzish, tuzilgan modellarni turli xil mezonlar asosida tekshirish va ularni aniq iqtisodiy jarayonlarni ifodalash uchun tatbiq qilish, tahlil va prognozlashni o'rgatadi.

Ekonometrika bo'yicha taniqli olim Svi Grillixes (1929–1999) “Iqtisodiyot dunyosini o'rganishda ekonometrika bir paytning o'zida bizning ham teleskopimiz va ham mikroskopimiz bo'lib xizmat qiladi” deb yozganligini ta'kidlaydi RFA akademigi I.I.Yeliseeva¹.

Bu ta'rif bilan u ekonometrik yondoshuvlarni ham makrodarajada ham mikrodarajada qanchalik muhimligini e'tirof etgan. Ekonometrika dunyo miqyosida tan olingan yangi fan bo'lib, bu sohada XX asrning o'zida iqtisodchi olimlarning to'rt nafari Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi PF–4947-son “O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha harakatlar strategiyasi to'g'risida”gi Farmonini amalga oshirish borasida respublikamizda oliy ta'limni yanada takomillashtirish va sifatini oshirish uchun iqtisodiy ta'limni jahon standartlariga o'tishi munosabati bilan o'quv rejalariga “Ekonometrika” fani kiritildi.

¹ ЭКОНОМЕТРИКА. Учебник. Под редакцией И.И.Елисейевой. М. “Финансы и статистика”, 2003, 344 с.

“Ekonometrika” fanini o‘qitishdan maqsad – talabalarda bozor munosabatlari sharoitida milliy iqtisodiyot va uning tarmoqlari kabi murakkab iqtisodiy tizimlarni ekonometrik modellashtirish asoslarini, o‘rganilayotgan jarayonlarga iqtisodiy-statistik va ekonometrik usullarni, iqtisodiyotda dinamikani o‘rganishda turli xil funksiyalarni qo‘llashni o‘rgatishdan, ekonometrik modellashtirish yordamida muammo va masalalarni yechish va olingan natijalarni iqtisodiy tahlil qilish, boshqaruv qarorlarini qabul qilishda bilim, ko‘nikma va malakalarini shakllantirishdan iborat.

Shuningdek, “Ekonometrika” fundamental fanlardan biri bo‘lib, u iqtisodiy jarayon va hodisalarni o‘zaro bog‘lanishini miqdor jihatdan ifodalaydi va boshqa iqtisodiy fanlarni chuqur o‘rganishda asos bo‘lib xizmat qiladi.

So‘nggi yillarda Respublikamizda “Ekonometrika” faninnig o‘quv uslubiy ta‘minoti yaratilib, u yildan yilga boyitib borilmoqda. Bunga quyidagi o‘quv adabiyotlarni misol sifatida keltirish mumkin: Ekonometrika-darslik (Shodiev T.Sh. va boshqalar, 1999, 2007 y.y.), Ekonometrika. 1-qism. Moliya matematikasi – o‘quv qo‘llanma (Safayeva +., 2000.), Iqtisodiy matematik usullar va modellar – o‘quv qo‘llanma (G‘ofurov M. va boshqalar, 2001.), Ekonometrika – darslik (Abdullayev O.M. va boshqalar, 2007), Ekonometrika – o‘quv qo‘llanma (Nasritdinov G., 2008), Экономическое моделирование-darslik (Abdullayev O.M., Jamalov M.S., 2010y.), Iqtisodiy matematik usullar va modellar-o‘quv qo‘llanma (Habibullayev I., 2012y.), Ekonometrika-o‘quv qo‘llanma (Xodiyev B. va boshqalar, 2018y.), Ekonometrika asoslari-o‘quv qo‘llanma (Habibullayev I., Utanov B., 2018y.).

Bulardan tashqari “Ekonometrika” fanining nazariy tomonlari keng yoritib berilgan xorij o‘quv adabiyotlarini tavsiya etish mumkin, jumladan, Rossiya iqtisodchi olimlari tomonidan yozilgan hamda ingliz tilidan rus tiliga tarjima qilingan Эконометрика – darslik (Елисеева И.И., 2003, 2017), Введение в эконометрику– darslik (Dougerti K., 1999y), Basic econometrics –darslik (Damodar N. Gujarati, Dawn

C.Porter, 2009y.), Эконометрика. Начальный курс – darslik (Mangus YA.R. va boshqalar, 1997).

Ushbu darslik yuqorida keltirilgan olimlarning chop etilgan o‘quv adabiyotlaridan, jumladan И.И. Елисеевнинг “Эконометрика” nomli darsligidan foydalangan holda uning asosida tayyorlandi. Darslikka kiritilgan mavzular va ularni bayon etish usuli bo‘lajak iqtidodchilar uchun ekonometrikadan fundamental bilimlarni berishga mo‘ljallangan. Darslikda berilgan masalalarni kompyuterda yechish tartibi kafedramiz doktoranti A.Jumayev bilan hamkorlikda yozilgan.

Muallif taqrizchilarga o‘z minnatdorchiligini bildirib, o‘quvchilardan darslikni takomillashtirish bo‘yicha fikr va mulohazalarini kutib qoladi.

Darslik iqtisod yo‘nalishida tahsil olayotgan talabalar, magistrlar, ilmiy tadqiqotchilar, professor-o‘qituvchilar va mutaxassislar uchun mo‘ljallangan.

I BOB. EKONOMETRIKAGA KIRISH

1.1. Iqtisodiyotda modellashtirish asoslari

Zamonaviy iqtisodiyot fani va amaliyoti amaliy matematika yutuqlaridan tobora kengroq foydalanmoqda, ularni ilmiy tadqiqotlar qurolidan murakkab xo‘jalik masalalarini samarali hal qilishning muhim vositasiga aylantirmoqda.

Zamonaviy iqtisodiyot nazariyasi ham mikro-, ham makrodarajada tabiiy, zaruriy element sifatida matematik modellar va usullarni o‘z ichiga oladi. Matematikadan iqtisodiyotda foydalanish iqtisodiy o‘zgaruvchilar va obyektlarning eng muhim, ahamiyatli bog‘lanishlarini ajratishga va formal tasvirlashga, iqtisodiyot nazariyasining qoidalari, tushunchalari va xulosalarini aniq va lo‘nda bayon qilishga imkon beradi. Bunda modellar va modellashtirish muhim o‘rin tutadi.

Model – bu shunday moddiy yoki xayolan tasavvur qilinadigan obyekt, qaysiki tadqiqot jarayonida haqiqiy obyektning o‘rnini shunday bosadiki, uni bevosita o‘rganish haqiqiy obyekt haqida yangi bilimlarni olish imkonini beradi. Modellarni qurishda tadqiq qilinayotgan hodisani belgilovchi muhim omillar aniqlanadi va qo‘yilgan masalani yechish uchun muhim bo‘lmagan qismlari chiqarib tashlanadi.

Bir tomondan, modellar oson o‘rganiladigan bo‘lishi kerak, shuning uchun ular juda murakkab bo‘lmasligi kerak – binobarin, ular albatta faqat soddalashtirilgan nusxalar bo‘ladi. Biroq, ikkinchi tomondan, modellarni o‘rganishdan olingan xulosalarni haqiqiy obyektlarga ham qo‘llash lozim, demak, model o‘rganilayotgan haqiqiy obyektning muhim tomonlarini aks ettirishi kerak.

Modellashtirish deganda modellarni qurish, o‘rganish va qo‘llash jarayoni tushuniladi. Modellashtirish jarayoni quyidagi uch elementni o‘z ichiga oladi:

- 1) subyekt (tadqiqotchi);
- 2) tadqiqot obyekti;

3) o'rganuvchi subyekt bilan o'rganilayotgan obyektning munosabatlarini vositalovchi model.

Ilmiy izlanishlarda modellashtirish qadim zamonlardayoq qo'llanila boshlangan va asta-sekin ilmiy bilimlarning qurilish va arxitektura, astronomiya, fizika, ximiya, biologiya va nihoyat, ijtimoiy fanlar kabi tobora yangi sohalarini qamrab ola boshladi. Birinchi matematik modellar F.Kene (1758 y., iqtisodiy jadval), A.Smit (klassik makroiqtisodiy model), D.Rikardo (xalqaro savdo modeli) tomonidan ishlatilgan. XX asr zamonaviy fanning amalda barcha sohalarida modellashtirish usuliga katta muvaffaqiyatlar va obro'-e'tibor keltirdi.

Turli iqtisodiy hodisalarni o'rganish uchun ularning *iqtisodiy modellar* deb ataluvchi soddalashtirilgan formal tasvirlaridan foydalaniladi. Iste'mol tanlovi modellari, firma modellari, iqtisodiy o'sish modellari, tovar va moliya bozorlaridagi muvozanat modellari va boshqa ko'p modellar iqtisodiy modellarga misol bo'ladi.

Iqtisodiyotda matematik model — bu iqtisodiy obyektlar yoki jarayonlarni tahlil qilish yoki boshqarish maqsadida ularning matematik tasvirlanishi, ya'ni iqtisodiy masalaning matematik yozuvi. Iqtisodiy obyektning matematik modeli — bu uning funksiyalar, tenglamalar, tengsizliklar, mantiqiy munosabatlar, grafiklar majmuasi ko'rinishidagi aks ettirilishi. Bunday aks ettirish o'rganilayotgan obyekt elementlarining munosabatlari to'plamini model elementlarining shunga o'xshash munosabatlariga birlashtiradi.

Iqtisodiy-matematik modelllarni amaliyotda qo'llash usullari *iqtisodiy-matematik usullar* deb ataladi. Iqtisodiy-matematik usullar (IMU) iqtisodiyotni o'rganish uchun birlashtirilgan iqtisodiy va matematik fanlarning uyushmasidir. Bu tushuncha fanga XX asrning 60-yillarida akademik В.С.Немчинов tomonidan kiritilgan bo'lib IMU iqtisodiyot, matematika va kibernetikaning tutashishida hosil bo'lgan.

1.2. Iqtisodiyotda modellar tasnifi

Modellar va modellashtirish o'zining turli sohalaridagi tadbirlariga qarab, moddiy va abstrakt kabi sinflarga bo'linadi.

Moddiy modellar asosan o'rganilayotgan obyekt va jarayonni geometrik, fizik, dinamik yoki funksional tavsiflarini ifodalaydi. Masalan, obyektning kichiklashtirilgan maketi (masalan, litsey, kollej, universitet) va turli xil fizik, ximik va boshqa xildagi maketlar bunga misol bo'la oladi. Bu modellar yordamida turli xil texnologik jarayonlarni optimal boshqarish, ularni joylashtirish va foydalanish yo'llari o'rganiladi. Umuman olganda, moddiy modellar tajribaviy xarakterga ega bo'lib, texnika fanlarida keng qo'llaniladi.

Ammo moddiy modellashtirishdan iqtisodiy maslalani yechish uchun foydalanishda ma'lum chegaralanishlar mavjud. Masalan, iqtisodiyotni biror sohasini o'rganish bilan butun iqtisodiy obyekt haqida xulosa chiqarib bo'lmaydi. Ko'pgina iqtisodiy masalalar uchun esa moddiy modellar yaratish qiyin bo'ladi va ko'p xarajat talab etadi.

Abstrakt (ideal) modellar inson tafakkurining mahsuli bo'lib, ular tushunchalar, gipotezalar va turli xil qarashlar tizimidan iborat. Iqtisodiy tadqiqotlarda, boshqarish sohalarida, asosan, abstrakt modellashtirishdan foydalaniladi.

Ilmiy bilishda abstrakt modellar ma'lum tillarga asoslangan belgilar majmuidan iborat. O'z navbatida, belgili abstrakt modellar matematik va logik tillar shaklidagi matematik logik modellarni ifodalaydi.

Matematik modellashtirish turli xil tabiatli, ammo bir xil matematik bog'lanishlarni ifodalaydigan voqea va jarayonlarga asoslangan tadqiqot usulidir.

Hozirgi vaqtda matematik modellashtirish iqtisodiy tadqiqotlarda, amaliy rejalashtirishda va boshqarishda yetakchi o'rin egallab, kompyuterlashtirish bilan chambarchas bog'langan.

Iqtisodiyotda modellar turli asoslarga ko'ra tasniflanadi: amaliy maqsadiga ko'ra iqtisodiy-matematik modellar iqtisodiy jarayonlarning umumiy xususiyatlari va qonuniyatlarini tadqiq qilishda ishlatiladigan *nazariy-analitik modellarga* va aniq iqtisodiy masalalarni yechishda qo'llaniladigan *amaliy modellar* (iqtisodiy tahlil, prognozlash, boshqarish modellari)ga bo'linadi.

Modellar iqtisodiyotning turli tomonlari (xususan, uning ishlab chiqarish-texnologik, ijtimoiy, hududiy tuzilmalari)ni va uning alohida

qismlarini tadqiq qilish uchun mo'ljallanishi mumkin. Modellarni tadqiq qilinayotgan iqtisodiy jarayonlar va muammolar mazmuni bo'yicha tasniflashda butun iqtisodiyot modellari (*makroiqtisodiy modellar*)ni va uning quyi tizimlari — tarmoqlar, hududlar va hokazolarning modellari, ishlab chiqarish, iste'mol, daromadlarni shakllantirish va taqsimlash, mehnat resurslari, baholarni shakllantirish, moliyaviy aloqalar va shu kabilar modellarining majmualari (*mikroiqtisodiy modellar*)ni ajratib ko'rsatish mumkin.

Tuzilmaviy modellar obyektlarning ichki tuzilishi, tarkibiy qismlari, ichki parametrlarini, ular orasidagi o'zaro bog'liqliklarni ifodalaydi. Iqtisodiyot miqyosidagi tadqiqotlarda ko'proq tuzilmaviy modellar qo'llaniladi, chunki ular quyi tizimlarning o'zaro bog'liqliklari rejalashtirish va boshqarish uchun katta ahamiyatga ega. O'ziga xos tuzilmaviy modellar sifatida tarmoqlararo aloqalar modellarini olish mumkin. *Funksional modellar* iqtisodiy boshqarishda keng qo'llaniladi, bunda obyektning holati ("chiqish")ga "kirish"ni o'zgartirish yo'li bilan ta'sir ko'rsatiladi. Iste'molchilarning tovar-pul munosabatlari sharoitidagi xatti-harakatlari modeli bunga misol bo'la oladi. Aynan bir obyekt bir vaqtning o'zida ham tuzilmaviy, ham funksional model bilan tasvirlanishi mumkin. Masalan, alohida tarmoq tizimini rejalashtirish uchun tuzilmaviy modeldan foydalaniladi, iqtisodiyot miqyosida esa har bir tarmoq funksional model bilan ifodalanishi mumkin.

Determinirlangan modellar model o'zgaruvchilari orasidagi qat'iy funksional bog'lanishlar borligini nazarda tutadi. *Stoxastik modellar* tadqiq qilinayotgan ko'rsatkichlarga tasodifiy ta'sirlarning borligini e'tiborga oladi hamda ularni tasvirlash uchun ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning vositalaridan foydalanadi.

Statik modellarda barcha bog'lanishlar vaqtning tayinli payti yoki davriga tegishlidir. *Dinamik modellar* iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha o'zgarishini tavsiflaydi. Qaralayotgan vaqt davrining uzunligiga qarab prognozlash va rejalashtirishning qisqa muddatli (bir yilgacha), o'rta muddatli (5 yilgacha), uzoq muddatli (10-15 va undan ko'proq yilgacha) modellari farqlanadi. Iqtisodiy-matematik modellarda vaqtning o'zi yo uzluksiz, yo diskret ravishda o'zgarishi mumkin.

Iqtisodiy jarayonlarning modellari matematik bog‘lanishlarning shakli bo‘yicha juda xilma-xildir. Ayniqsa tahlil va hisoblashlar uchun eng qulay bo‘lgan, shu tufayli keng tarqalgan *chiziqli modellar* sinfini ajratib ko‘rsatish muhimdir. *Chiziqli* va *chiziqsiz modellar* orasidagi farqlar nafaqat matematik nuqtayi nazardan, balki nazariy-iqtisodiy jihatdan ham muhimdir, chunki iqtisodiyotdagi ko‘p bog‘lanishlar aniq chiziqsiz tabiatga ega: ishlab chiqarish o‘sganda resurslardan foydalanish samaradorligi, ishlab chiqarish ko‘payganda yoki daromadlar o‘sganda aholi talabi va iste’molining o‘zgarishi va h.k.

Iqtisodiyot modellari fazoviy omillar va shartlarni o‘z ichiga olishiga qarab *fazoviy* va *nuqtaviy* modellarga bo‘linadi.

Shunday qilib, iqtisodiyotda modellarning umumiy tasnifi o‘ndan ortiq asosiy belgilarni o‘z ichiga oladi. Iqtisodiy-matematik tadqiqotlarning rivojlanishi bilan qo‘llanilayotgan modellarni tasniflash muammosi murakkablashib boraveradi.

1.3. Iqtisodiyotda modellashtirish bosqichlari

Modellashtirish jarayonining asosiy bosqichlari turli sohalarda, shu jumladan, iqtisodiyotda ham o‘ziga xos xususiyatlarga ega. Iqtisodiy-matematik modellashtirishni bitta sikli bosqichlarining ketma-ketligi va mazmunini tahlil qilaylik.

Iqtisodiy muammoning qo‘yilishi va uni sifat jihatdan tahlil qilish. Bu bosqichda iqtisodiy muammodan kelib chiqqan holda modellashtiriladigan obyektning eng muhim xususiyatlari va xossalarini ajratib, ularni ikkinchi darajalilaridan abstraksiyalashni; obyektning tuzilmasi va uning elementlarini bog‘lovchi asosiy bog‘lanishlarni o‘rganishni; obyektning holati va rivojlanishini tushuntiruvchi (hech bo‘lmaganda dastlabki) gipotezalarni shakllantirishni o‘z ichiga oladi.

Matematik modelni qurish. Bu bosqich iqtisodiy muammoni formallashtirish, uni tayinli matematik bog‘lanishlar va munosabatlar (funksiyalar, tenglamalar, tengsizliklar va h.k.) ko‘rinishida ifodalash bosqichidir. Odatda avval matematik modelning asosiy qurilmasi (turi)

aniqlanadi, so'ngra bu qurilmaning tarkibiy qismlari (o'zgaruvchilar va parametrlarning aniq ro'yxati, bog'lanishlar shakli) aniqlashtiriladi.

Modelni matematik tahlil qilish. Bu bosqichning maqsadi modelning umumiy xossalarini aniqlashdan iborat. Bu yerda tadqiqotning sof matematik usullari qo'llaniladi. Modelning analitik tadqiqotida yechimning mavjudligi, yagonaligi, echimga qaysi o'zgaruvchilar (noma'lumlar) kirishi mumkinligi, ular orasidagi munosabatlar, bu o'zgaruvchilar qaysi doirada va qanday dastlabki shartlarga bog'liq ravishda o'zgarishi, ularning o'zgarish yo'nalishlari va shu kabi masalalar oydinlashtiriladi. Modelning analitik tadqiqoti empirik (sonli) tadqiqotiga nisbatan shunisi bilan afzalki, bunda olinayotgan xulosalar modelni tashqi va ichki parametrlarining har xil tayinli qiymatlarida o'z kuchini saqlaydi.

Shunga qaramay, murakkab iqtisodiy obyektlarning modellari juda katta qiyinchilik bilan analitik tadqiqotlarga keltiriladi. Analitik usullar bilan modelning umumiy xossalarini aniqlashning ilojisi bo'lmaydigan hamda modelni soddalashtirish maqsadga muvofiq bo'lmagan natijalarga olib keladigan hollarda tadqiqotning sonli usullariga o'tiladi.

Dastlabki ma'lumotlarni tayyorlash. Modellashtirish axborot tizimiga qat'iy talablar qo'yadi. Shu bilan birga axborot olishning haqiqiy imkoniyatlari amalda qo'llash uchun mo'ljallangan modellarning tanlanishini chegaralab qo'yadi. Bunda nafaqat (aniq muddatlarda) axborot tayyorlashning amaldagi imkoniyati, balki tegishli axborot massivlarini tayyorlashning sarf-xarajatlari ham e'tiborga olinadi. Bu sarf-xarajatlar qo'shimcha axborotdan foydalanish samarasidan oshishi kerak emas.

Sonli yechish. Bu bosqich masalani sonli echish uchun algoritmlarni ishlab chiqish, EHMLarda dasturlar tuzish va bevosita hisoblashlar o'tkazishni o'z ichiga oladi. Bu bosqichdagi qiyinchiliklar, birinchi navbatda, iqtisodiy masalalarning katta hajmi, juda katta axborot massivlarini qayta ishlash zaruriyatidan kelib chiqadi.

Sonli usullar bilan o'tkaziladigan tadqiqot analitik tadqiqot natijalarini jiddiy to'ldirishi mumkin, ko'pgina modellar uchun esa u amalga oshiriladigan birdan-bir tadqiqot bo'ladi. Sonli usullar bilan

yechish mumkin bo'lgan iqtisodiy masalalar sinfi analitik tadqiqot qilish mumkin bo'lgan masalalar sinfidan ancha kengroq.

Sonli natijalar tahlili va ularning tatbiqi. Siklning bu yakunlovchi bosqichida modellashtirish natijalarining to'g'riligi va to'raligi, ularning amalda qo'llanish darajasi haqida muammo ko'tariladi.

Tekshirishning matematik usullari modellarning noto'g'ri tuzilishini aniqlaydi va shu bilan to'g'ri bo'lishi mumkin bo'lgan modellar sinfini toraytiradi. Model vositasida olinadigan nazariy xulosalar va sonli natijalarning formal bo'lmagan tahlili, ularni mavjud bilimlar va haqiqatdagi faktlar bilan solishtirish iqtisodiy masala qo'yilishining, qurilgan matematik modelning, uni axborot bilan va matematik ta'minotining kamchiliklarini payqashga imkon beradi.

Har qanday ekonometrik tadqiqotlar iqtisodiy jarayon va hodisalarni statistik kuzatish natijasida olingan ma'lumotlarga asoslangan holda olib boriladi. Har bir iqtisodiy hodisa va jarayon esa makro yoki mikro statistik ko'rsatkichlar orqali ifodalanadi. Statistika nazariyasi fanidan ma'lumki statistik ko'rsatkichlar mutloq, nisbiy va o'rtachalardan iborat bo'lib, ular o'zlarining miqdoriy va sifat tomonlariga ega. Demak iqtisodiy jarayonlar yuqoridagi ko'rsatkichlar orqali ifodalanadi. Statistik kuzatish natijasida olingan va tahlil qilingan ma'lumotlar ekonometrik modellarning statistik bazasini tashkil etadi.

Bozor munosabatlari sharoitida iqtisodiy jarayonlar ham mikro darajada ham makro darajada o'zaro bir-biri bilan uzviy bog'lanishda bo'lganligi sababli ularning bog'lanishlari iqtisodiy jarayonlarni aks ettiruvchi ko'rsatkichlarning bog'lanishlari yordamida tahlil etiladi. Bog'lanishlarning tahlili esa jarayonlarni aks ettiruvchi u yoki bu ekonometrik modellar yordamida amalga oshiriladi. Buning uchun yuqorida aytib o'tilgan modellashtirishning barcha bosqichlari amalga oshiriladi va ekonometrik model tuziladi. Ekonometrik modelda iqtisodiy jarayonga ta'sir etuvchi omillar, ularning muhumligi, jarayonning rivojlanish tendensiyalari aniqlaniladi.

Tuzilgan va o'tgan davrdagi jarayonlarni aks ettiruvchi ekonometrik modellar endi prognozlash masalalarini hal etishda foydalaniladi, ya'ni

omil belgilarning kelajakda qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlarida jarayonda qanday o'zgarishlar bo'lishi mumkinligi masalasi yechiladi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1. Model. | 7. Nazariy-analitik model. |
| 2. Modellashirish. | 8. Standart model. |
| 3. Iqtisodiy model. | 9. Funksional model. |
| 4. Iqtisodiy-matematik model. | 10. Determinirlangan model. |
| 5. Moddiy model. | 11. Statik model. |
| 6. Abstrakt model. | 12. Tuzilmaviy model. |

Takrorlash uchun savollar va topshiriqlar

1. Model va iqtisodiy model nima?
2. Iqtisodiy-matematik model nima, modellashirish deganda nimani tushunasiz va u qanday elementlarni o'z ichiga oladi?
3. Modellashirishni qo'llashning tarixi haqida nimalarni bilasiz va iqtisodiy-matematik usullar deb nimaga aytiladi?
4. Nazariy-analitik, amaliy, makroiqtisodiy va mikroiktisodiy modellarga ta'rif bering.
5. Qanday modellar funksional, tuzilmaviy, determinirlangan va stoxastik modellar deb ataladi?
6. Statik, dinamik, chiziqli, chiziqsiz, fazoviy va nuqtaviy modellar haqida nimalarni bilasiz?
7. Matematik iqtisodiyotning ekonometrikadan farqi nimada?
8. Modellashirishning qaysi bosqichlarini bilasiz va modellashirishning birinchi ikkita bosqichining mohiyati nimada?
9. Modellashirishning so'nggi to'rtta bosqichi nimaga mo'ljallangan?
10. Matematikadan iqtisodiyotda foydalanish qanday imkoniyatlar beradi?

II BOB. EKONOMETRIKA FANINING PREDMETI, VAZIFASI VA USULLARI

2.1. Ekonometrika fanining predmeti

Ekonometrika – iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlar va o‘zaro bog‘liqliklarni matematik statistika usullari yordamida tadqiq qiluvchi fan. Bu usullarning asosi – korrelyatsion-regression tahlil. Ekonometrika empirik ma’lumotlarni o‘rganish asosida iqtisodiy bog‘liqliklar va modellarni statistik baholash va tahlil qilish bilan shug‘ullanadi.

Ekonometrika fanining predmeti – ijtimoiy - iqtisodiy jarayon va hodisalarni o‘zaro bog‘lanishini miqdor jihatdan ifodalashdan iborat bo‘lib uning *vazifasi*:

- iqtisodiy ko‘rsatkichlarini tahlil qilishda va ushbu sohada vujudga kelishi mumkin bo‘lgan amaliy muammolarni echishda ekonometrik usullar va modellar hamda zamonaviy axborot texnologiyalaridan samarali foydalana olishni;

- bozor konyunkturasini tahlil qilish yo‘llari va usullarini bilishni;

- iste’molchilar va ishlab chiqaruvchilar bozorida vujudga kelishi mumkin bo‘lgan turli vaziyatlarni va turli iqtisodiy ko‘rsatkichlarni ekonometrik modellar yordamida tahlil qilish va prognozlashni amalga oshirish yo‘llarini;

- firmaning bozor strategiyasini tanlash bo‘yicha turli holatlarni tahlil qilish va qarorlar qabul qilishni o‘rgatishdan iborat.

Ekonometrika fani matematik va tabiiy-ilmiy fan hisoblanib u Matematika, Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, Informatika va axborot texnologiyalari, Iqtisodiyot nazariyasi, Makroiqtisodiyot, Mikroiqtisodiyot, Iqtisodiy tahlil, Statistika, Marketing faoliyatini tahlil etish va prognozlash fanlari bilan uzviy aloqaga ega.

Ekonometrika fanda juda tez rivojlanuvchi soha bo‘lib, uning maqsadi iqtisodiy munosabatlarga miqdoriy o‘lchamlarni berishdan iborat. “Ekonometrika” iborasi(so‘zi) 1910-yilda (Avstro-Vengrya) buxgalter P.Semp tomonidan kiritilgan (u “ekonometriya” degan). Semp, “Agar buxgalteriya hisobi ma’lumotlariga algebra va geometriya

usullari qo'llansa, u holda xo'jalik faoliyati natijalari to'g'risida yanada chuqurroq tasavvurga ega bo'lish mumkin" deb ta'kidlagan. Ushbu ibora ko'p vaqt davomida ishlatilmagan bo'lsada, "ekonometrika" iborasi iqtisod ilmda yangi yo'nalishni yuzaga kelishida juda qulay keldi.

Iqtisod fanida yangi yo'nalish – "ekonometrika" 1930-yilda paydo bo'ldi. "Ekonometrika" so'zi ikkita "ekonomika" va "metrika" (grekcha "metron") so'zlarining birlashmasidan tashkil topgan. Shunday qilib, iboraning o'zida ekonometrikani fan sifatida uning xususiyati va mazmuni ifodalanadi. Uning mazmuni: iqtisodiyot nazariyasi tomonidan ochilgan va asoslangan aloqa va munosabatlarni miqdoriy ifodalashdan iborat. Demak ekonometrika iqtisodiy hodisalarni o'lchash va tahlil qilish haqidagi fandır.

Ekonometrikaning yuzaga kelishi iqtisodiyotni o'rganishda bir nechta fanlarni birlashtirgan yondashuv natijasi bilan bog'liq. Bu fan iqtisodiyot nazariyasi, statistika va matematik usullarni birlashtirish va o'zaro to'ldirish natijasida yuzaga kelgan. Keyinchalik ekonometrikani rivojlantirish uchun ushbu usullarga kompyuter texnikasi tatbiq etilgan.

1933-yilda R.Frish tomonidan "Ekonometrika" jurnaliga asos solindi. Jurnalda u ekonometrikaga quyidagicha ta'rif bergan: "Ekonometrika – bu o'sha iqtisodiy statistika emas. Asosiy qismi miqdoriy xususiyatga ega bo'lgan iqtisodiyot nazariyasi ham o'zi emas. Ekonometrika matematikani iqtisodga qo'llash ham emas. Tajriba shuni ko'rsatadiki har uchchala iqtisodiyot nazariyasi, statistika va matematika fanlarining komponentlari zamonaviy iqtisodiy hayotni miqdoriy tomonlarini anglash uchun zaruriy, lekin yetarli bo'lmagan shartlaridir. Bu-uchta fanning birligidir. Bu birlik ekonometrikani tashkil etadi".

Shunday qilib, ekonometrika – bu iqtisodiy jarayon va hodisalarni o'zaro bog'lanishini miqdor jihatdan ifodalovchi fandır.

Iqtisodchi olim O.Lange (1904-1965) "Ekonometrika iqtisodiyotda kuzatiladigan aniq miqdoriy qonuniyatlarni aniqlash bilan shug'ullanadi, buning uchun statistik usullardan foydalanadi" deb aytgan. Ekonometrik o'lchashlarda statistik yondoshuvlar muhim o'rinni egallaydi. Ya'ni

ekonometrikaning ma'lumotlar bazasi statistik kuzatishlar natijasida olingan ma'lumotlardan iborat bo'lib, ularning aniqligi statistik tadqiqotlarni qanday darajada olib borilganligiga bog'liq.

2.2. Ekonometrik usullarning xususiyatlari

Ekonometrik usullar oliy statistika deb nomlanuvchi juft va ko'p omilli regressiya, juft, xususiy va ko'p omilli korrelyatsiya, trendlarni ajratish va boshqa dinamik qatorlar komponentalari, statistik baholash usullari asosida yuzaga kelgan va rivojlangan.

R.Fisher shunday deb yozgan: "Statistik usullar ijtimoiy fanlarda muhim element hisoblanadi va aynan shu usullar yordamida ijtimoiy bilimlar fan darajasigacha ko'tarilishi mumkin".

Birinchidan – ekonometrika o'ziga xos bo'lgan usullar tizimi sifatida iqtisodiy o'zgaruvchilar va ular orasidagi bog'lanishlarning xususiyatlarini tasvirlagan holda o'zining masalalarini aniqlashtirish bilan rivojlana boshladi. Regressiya tenglamasiga nafaqat birinchi darajali o'zgaruvchilar kiritildi balki natijaga maksimal yoki minimal (ozmi-ko'pmi) darajada ta'sir etuvchi qiymatlarni akslantiruvchi iqtisodiy o'zgaruvchilarning optimal xususiyatlarini ifodalash maqsadida, ikkinchi darajali o'zgaruvchilar ham kiritila boshlandi. Masalan: ekinlarni o'g'itlantirishni hosildorlikka ta'sirini ko'radigan bo'lsak, ekinlarni ma'lum bir darajada o'g'itlantirish uning hosildorligini oshiradi, lekin o'g'itlantirish me'yor darajasidan ortishi hosildorlikni ortishiga olib kemaydi balki, hosildorlikni pasayishiga olib kelishi mumkin. Xuddi shunday ko'plab ijtimoiy-iqtisodiy o'zgaruvchilarning ta'siri haqida aytish ham mumkin (masalan, ishchilar sonini ortishini mehnat unumdorligiga, daromadlarni ayrim oziq-ovqat mahsulotlarini iste'moliga ta'siri va h.k.).

Ikkinchidan – regressiya tenglamasida mustaqil komponentalar sifatida qaraluvchi ijtimoiy-iqtisodiy o'zgaruvchilarning o'zaro ta'siri aks etadi.

Masalan, quyidagi regressiya tenglamasini ko'raylik,

$$y = a + b_1x + b_2z + b_3xz$$

Albatta bu tenglamada o‘zaro ta’sir effekti (b_3 – parametri) statistika nuqtayi nazaridan ahamiyatga ega bo‘lmasligi ham mumkin. Ammo iqtisodiy nuqtayi nazardan ahamiyatga ega.

Iqtisodiy tadqiqotlarda regressiya tenglamalarining o‘zlari ma’noga ega bo‘la boshladilar. Masalan, tannarxni(y) ishlab chiqarish hajmi (x) (mahsulot birligi miqdori)ga bog‘liqligi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\begin{array}{l} \text{Ishlab chiqarish} \\ \text{xarajatlari,} \\ yx \end{array} = \begin{array}{l} \text{Ishlab chiqarish} \\ \text{hajmiga bog‘liq} \\ \text{bo‘lmagan xarajatlar} \\ \text{(doimiy xarajatlar),} \\ a \end{array} + \begin{array}{l} \text{Ishlab chiqarish} \\ \text{hajmiga bog‘liq bo‘lgan} \\ \text{xarajatlar} \\ \text{(o‘zgaruvchan xarajatlar)} \\ bx \end{array}$$

ya’ni, bog‘lanishni tenglama ko‘rinishidagi yozuvi quyidagicha:

$$yx = a + bx$$

Tenglikni ikkala qismini ishlab chiqarish xarajatlari hajmi (x)ga bo‘lsak, quyidagini olamiz:

$$\begin{array}{l} \text{Bir mahsulot birligiga} \\ \text{ishlab chiqarish xarajatlari} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Bir mahsulot} \\ \text{birligiga doimiy} \\ \text{xarajatlar} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Bir mahsulot} \\ \text{birligiga o‘zgaruvchi} \\ \text{xarajatlar} \end{array}$$

$$y = \frac{a}{x} + b$$

Bunday tenglamalarning parametrlari eng kichik kvadratlar usuli bilan baholanishi mumkin, ushbu parametrlarning xususiyatlari shundan iboratki, ularning har biri aniq iqtisodiy ma’noga ega.

Ekonometrik tadqiqotlar quyidagi masalalarni o‘z ichiga oladi:

- iqtisodiy o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘lanishlarni sifat jihatdan tahlil qilish, ya’ni bog‘langan (y_j) va bog‘liq bo‘lmagan (x_k) o‘zgaruvchilarni ajratish;
- ma’lumotlarni tanlash;
- y_j va x_k o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘lanish shaklini aniqlash;
- model parametrlarini aniqlash va baholash;

- soxta o‘zgaruvchilarni kiritish;
- avtokorrelyatsiyani aniqlash;
- trendlarni, siklik va tasodifiy komponentalarni aniqlash;
- bog‘lanish shaklini aniqlash va bir vaqtli tenglamalar sistemasini tuzish;
- identifikatsiya shartlarini tekshirish;
- bir vaqtli tenglamalar sistemasining parametrlarini baholash;
- vaqtli qatorlar sistemi asosida modellashtirish: statsionarlik va kointegratsiya muammolari;
- integratsiya muammolari va parametrlarni baholash.

Ekonometrik model o‘zaro bog‘langan o‘zgaruvchilarning nazariy jihatlarini va ular orasidagi bog‘lanish xususiyatlariga asoslanadi.

O‘zaro bog‘lanishlarni ifodalashda asosan, ularning sifat tomonlarini tahlil qilishga ko‘proq e‘tibor beriladi. Shuning uchun ekonometrik tadqiqotlar bosqichlariga quyidagilarni kiritish mumkin:

- muammoning qo‘yilishi;
- ma’lumotlar yig‘ish, ularni sifatini tahlil qilish;
- model xususiyatlarini aniqlash;
- parametrlarni baholash;
- yechimlarni olish, muhokama qilish va amalda joriy etish.

Bu bosqichlar barcha tadqiqotlar uchun xos bo‘lib, qanday ma’lumotlardan foydalanishidan qat’i nazar vaqt va zamonga bog‘liq bo‘lmagan holda amalga oshiriladi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| 1. Ekonometrika. | 7. Avtokorrelyatsiya. |
| 2. Korrelyatsiya. | 8. Identifikatsiya. |
| 3. Regressiya. | 9. Komponenta. |
| 4. Ekonomika. | 10. Usullar. |
| 5. Metrika. | 11. Qonuniyat. |
| 6. Trend. | 12. Statistika. |

Takrorlash uchun savollar va topshiriqlar

1. Ekonometrika soʻzi nimani anglatadi va u fan sifatida qaysi davrda yuzaga kelgan?
2. Ekonometrikaga taʼrif bering.
3. Ekonometrika jamiyati va “Ekonometrika” jurnali qachon tashkil topgan?
4. Ekonometrika qanday fanlar bilan bogʻlangan?
5. Ekonometrikani paydo boʻlishi tarixi haqida nimalarni bilasiz?
6. Ekonometrik usullar qanday usullar asosida yuzaga kelgan va rivojlangan.
7. Ekonometrik usullarning xususiyatlari haqida nimalarni bilasiz?
8. Ekonometrik model oʻzaro bogʻlangan oʻzgaruvchilarning qaysi jihatlari va xususiyatlariga asoslanadi?
9. Ekonometrik tadqiqotlar qanday bosqichlardan iborat?
10. Ekonometrik tadqiqotlar qanday masalalarni oʻz ichiga oladi?

III BOB. EKONOMETRIK TADQIQOTLARDA JUFT REGRESSION - KORRELYATSION TAHLIL

3.1. Modellar va ularni tuzish usullari

Yuqorida aytib o'tilganidek, ekonometrikada statistika usullari keng qo'llaniladi. Ekonometrika iqtisodiy o'zgaruvchilar orasidagi o'zaro bog'lanishni miqdoriy jihatdan ifodalashni maqsad qilgan holda u avvalo regressiya va korrelyatsiya usullari bilan bog'langan.

Regressiya haqida tushuncha. O'rganiluvchi erkli parametrlar $x_1, x_2, \dots, x_n$, o'rganiluvchi erksiz parametr Y bo'lsin. Alohida hollarda Y ni $x_1, x_2, \dots, x_n$ parametrlarning funksiyasi deb qarash mumkin, ya'ni

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1)$$

Agar Y hosil hajmi bo'lsa, u sug'orishlar soniga, ishlatilgan mineral ozuqa hajmiga, havoning harorati va boshqalarga bog'liq. Bundan ko'rinadiki, hosildorlik tasodifiy jarayondir. Shuning uchun (3.1) munosabat tasodifiy o'zgaruvchilarni o'z ichiga oladi. Bunday o'zgaruvchilarni ε deb belgilasak (3.1)ni o'rniga ushbu

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, \varepsilon) \quad (3.2)$$

munosabatni yozish mumkin.

Bunday munosabat *korrelyatsion* bog'lanish deyiladi va bu bog'lanishda erkli parametr $x_1, x_2, \dots, x_n$, larning turli qiymatlariga Y ning o'rtacha qiymati mos keladi. Y va $x_1, x_2, \dots, x_n$, parametrlar orasidagi analitik munosabat esa *regressiya tenglamasi* deyiladi.

Regressiya tenglamasiga kiritilgan o'zgaruvchilarning soniga bog'liq ravishda juft va ko'p omilli regressiya bo'lishi mumkin. Y va x ikki o'zgaruvchi orasidagi regressiya *juft regressiya* deyiladi, ya'ni model

$$y = f(x)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

bu yerda: y – natijaviy belgi (erksiz o'zgaruvchi); x – omil belgi (erkli o'zgaruvchi).

Natijaviy belgining ikki va undan ortiq erkli o'zgaruvchilar bilan regressiyasi *ko'p omilli regressiya* deyiladi.

Har qanday ekonometrik tadqiqot o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlar nazariyasidan kelib chiqib modellarni shakllantirishdan boshlanadi. Avvalo natijaga ta'sir etuvchi omillar to'plamidan muhumlarini, ko'proq ta'sir etuvchilari ajratib olinadi. Agarda iqtisodiy jarayonni belgilovchi asosiy omil ma'lum bo'lsa, u holda jarayonni o'rganish uchun juft regressiyaning o'zi yetarli.

Masalan, mahsulotga bo'lgan talab (y) miqdori narxga nisbatan teskari bog'langan degan quyidagi gipoteza ilgari surilayotgan bo'lsa, ya'ni:

$$y = a - b \cdot x$$

Bunday hollarda yana qanday omillar ta'sir etishini, ularning qaysi biri o'zgarish bo'lishi mumkinligini bilish kerak, balki ularni kelajakda modelda e'tiborga olish va juft regressiyadan ko'p omilli regressiyaga o'tish kerakdir.

Juft regressiya tenglamasi kuzatuv natijalaridan olingan ma'lumotlarning o'rtacha qiymatini o'zgarish qonuniyatidan kelib chiqib ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'lanishni ifodalaydi. Agar talabning (y) narxga (x) bog'liqligi masalan, $y = 1000 - 2 \cdot x$ tenglama bilan ifodalansa, u holda bu tenglama narx 1 pul birligiga ortganda, talab o'rtacha 2 pul birligiga kamayishini ifodalaydi.

Regressiya tenglamasida ko'rsatkichlar orasidagi korrelyatsion bog'lanish mos matematik funksiyalar bilan ifodalangan funksional bog'lanish ko'rinishida tasavvur etiladi. Amalda har bir alohida holatda y kattalik quyidagicha ikkita qo'shiluvchidan tashkil topadi:

$$y_j = \hat{y}_{x_j} + \varepsilon_j$$

bu yerda: y_j – natijaviy ko'rsatkichning haqiqiy qiymati; $\hat{y}_{x_j}$ natijaviy ko'rsatkichning regressiya tenglamasidan topilgan nazariy qiymatlari; ε_j - regressiya tenglamasida aniqlangan natijaviy ko'rsatkichning haqiqiy qiymatini nazariy qiymatidan og'ishini ifodalovchi tasodifiy miqdorlar.

Tasodifiy miqdor ε – ta'siri modelda e'tiborga olinmagan omillarni, tasodifiy xatolarni va o'lchash xususiyatlarini o'z ichiga oladi.

Tasodifiy miqdorlarni modellarda e'tiborga olinishi quyidagi manbalar bilan bog'liq: modellarning tuzilishi; boshlang'ich ma'lumotlarni tanlab olish xususiyati hamda o'zgaruvchilarni o'lchash va ularni hisoblash xususiyatlari. Ushbulardan kelib chiqib, yuqorida keltirilgan y talabni x narxga bog'liqligi tenglamasi quydagicha yoziladi:

$$y = 1000 - 2 \cdot x + \varepsilon$$

Ko'rinib turibdiki, har doim ham tasodifiy holatlarni e'tiborga olish uchun imkoniyatlar mavjud.

Talabni narxga teskari bog'liqligini albatta chiziqli $\hat{y}_x = a - b \cdot x$ funksiya bilan tavsiflash shart emas. Bunday bog'lanishni tavsiflovchi boshqa munosabatlar ham mavjud, masalan:

$$\hat{y}_x = a \cdot x^{-b}; \quad \hat{y}_x = a + \frac{b}{x}; \quad \hat{y}_x = \frac{1}{a + b \cdot x};$$

Shuning uchun tasodifiy miqdorning – xatolikning katta-kichikligi tanlab olingan modelni qanchalik to'g'ri tuzilganligiga bog'liq. Tasodifiy miqdor qancha kichik bo'lsa, natijaviy ko'rsatkichning nazariy qiymati shunchalik uning haqiqiy qiymati bilan ustma-ust tushadi.

Xatoga yo'l qo'yilishiga nafaqat matematik funktsiyani noto'g'ri tanlash, balki regressiya tenglamasida muhim bo'lgan omilni hisobga olmaslikka ham bog'liq, ya'ni ko'p omilli regressiyaning o'rniga juft regressiyani qo'llash ham sabab bo'ladi. Masalan ma'lum bir mahsulotga bo'lgan talab nafaqat uning narxiga, balki jon boshiga to'g'ri keladigan daromadga ham bog'liq bo'lishi mumkin.

Xatolikka yo'l qo'yilishida ma'lumotlarni tanlashdagi xatolik ham sabab bo'lishi mumkin. Chunki tadqiqotchi ko'rsatkichlar orasidagi bog'lanish qonuniyatlarini aniqlashda tanlab olingan ma'lumotlar asosida ish ko'radi.

Tanlashdagi xatolik ko'pchilik holatlarda iqtisodiy jarayonlarni o'rganishda boshlang'ich statistik ma'lumotlar to'plamini bir jinsli bo'lmaganligi uchun ham yuzaga keladi. Agar ma'lumotlar zamon va makonda bir jinsli bo'lmasa regressiya tenglamasi hech qanday ma'noga ega bo'lmaydi. Bunday holatlarda natijani yaxshilash uchun

o'rganilayotgan statistik ko'rsatkichlarning anamal (haqiqatga to'g'ri kelmaydigan, tasodifiy) qiymatlarini to'plam birliklaridan chiqarib tashlanadi.

Regressiya usullarini amaliyotda qo'llashda ma'lumotlarni o'lchashdagi xatoliklar katta xavf tug'diradi.

Agar noto'g'ri qurilgan modellarni ularning shaklini o'zgartirib xatolikni kamaytirish mumkin bo'lsa, ma'lumotlarni tanlashdagi xatolikni ma'lumotlar hajmini, ya'ni statistik to'plamni kattalashtirish bilan kamaytirish mumkin.

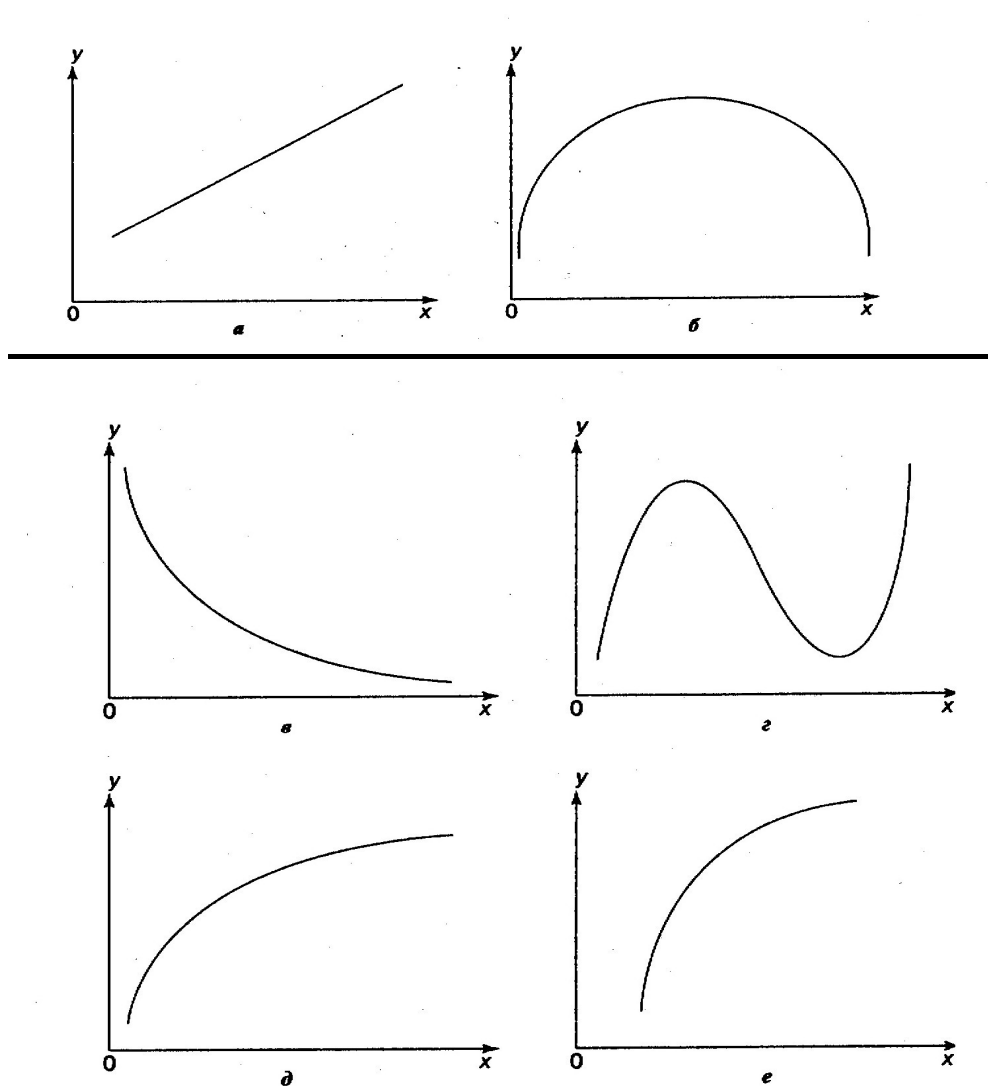
Ma'lumotlarni o'lchashdagi xatoliklar makrodarajadagi tadqiqotlarda katta ahamiyatga ega. Bozor iqtisodiyoti sharoitida talab va iste'molni tadqiq qilishda asosiy o'zgaruvchi sifatida "Aholi jon boshiga daromad" keng qo'llaniladi. Shu bilan birga daromad miqdorini statistik nuqtayi nazaridan aniqlashda qator qiyinchiliklarga duch kelinadi. Bu bo'yicha olinadigan ma'lumotlar xatodan holi emas, masalan, hisobga olinmagan, yashirilgan daromadlarni aytish mumkin.

Ekonometrik tadqiqotlarda ma'lumotlarni o'lchashdagi xatolarni minimal holatga keltirilgandan so'ng asosiy e'tibor modellarni qurishdagi xatoliklarga qaratiladi.

Juft regressiyada $\hat{y}_x = f(x, \varepsilon)$ matematik funksiyaning ko'rinishlarini tanlash uchta usul bilan amalga oshirilishi mumkin:

- grafik usuli;
- analitik usul, ya'ni o'zaro bog'lanishlarni o'rganish nazariyasidan kelib chiqib;
- eksperimental – tajriba usuli.

Ikki ko'rsatkich orasidagi bog'lanishlarni o'rganishda regressiya tenglamalarini grafik usulida tanlash ko'rgazmali chizmalar shaklida amalga oshiriladi. Bu usul korrelyatsiya maydoniga asoslanadi. Bog'lanishlarni miqdoriy jihatdan baholashda qo'llaniladigan egri chiziqlarning asosiy turlari quyidagi rasmlarda keltirilgan:



2.1-rasm. Ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'lanishni miqdoriy jihatdan baholashda qo'llaniladigan egri chiziqlarning asosiy turlari

a) $\hat{y}_x = a + b \cdot x;$

a) $\hat{y}_x = a + b/x;$

ä) $\hat{y}_x = a \cdot x^b;$

ä) $\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2;$

ã) $\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3$

ä) $\hat{y}_x = a \cdot b^x$

Regressiya tenglamasini tanlashning analitik usuli ko'proq amalda qo'llaniladi. Ushbu usul tahlil qilinayotgan ko'rsatkichlarning o'zaro bog'lanish tabiatini o'rganishga asoslanadi.

Masalan, korxonaning elektr energiyaga bo'lgan talabi (y) ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi (x)ga bog'liq holda o'rganilayotgan bo'lsin. Barcha iste'mol qilingan elektr energiya (y)ni ikki qismga bo'lish mumkin:

– a , ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lmagan;

– $b \cdot x$, ishlab chiqarish hajmi ko‘payishi bilan proporsional ravishda ortib boruvchi bevosita ishlab chiqarish hajmi bilan bog‘liq bo‘lgan qismlarga.

U holda elektr energiya iste’molining mahsulot hajmiga bog‘liqligini quyidagi regressiya tenglamasi orqali ifodalash mumkin:

$$\hat{y}_x = a + b \cdot x \quad (3.3)$$

Agar tenglamaning ikkala qismini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (x)ga bo‘lsak $\left(\hat{z}_x = \frac{y}{x}\right)$, u holda elektr energiyaning mahsulot birligiga solishtirma sarfini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (x)ga bog‘lanishini ifodalovchi quyidagi teng tomonli giperbola tenglamasini olamiz:

$$\hat{z}_x = b + \frac{a}{x}.$$

Xuddi shunday korxona xarajatlarini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmining o‘zgarishiga proporsional ravishda o‘zgaruvchi (material xarajatlari, mehnat haqi va boshq.) shartli o‘zgaruvchilarga va ishlab chiqarish hajmi o‘zgarishi bilan o‘zgarmaydigan (arenda haqi, boshqaruv xarajatlari va boshq.) shartli o‘zgarmas xarajatlarga ajratish mumkin. (3.3) funksiya diskret nuqtalarda (x – ko‘rsatkichning diskret qiymatlarida) yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan xatoliklarni e’tiborga olgan holda quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\hat{y}_x(x_i) = a + bx_i + \varepsilon \quad (3.4)$$

Regressiya tenglamasini tanlashni analitik usulining mohiyati oxirgi (3.4) tenglamada a , b – parametrlarning qiymatlarini aniqlash hamda ε – tasodifiy miqdorni baholashdan iborat.

ε – tasodifiy miqdorni baholashda qoldiq dispersiyadan foydalaniladi. Qoldiq dispersiya quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2 = \frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_x(x_i))^2 \quad (3.5)$$

Agarda qoldiq dispersiya $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}^2 = 0$ bo‘lsa, natjaviy belgining asl qiymatlari, ularning nazariy qiymatlari bilan ustma-ust tushadi.

Demak, qoldiq dispersiyaning qiymati qanchalik nolga yaqin bo'lsa, regressiya tenglamasida e'tiborga olinmagan ko'rsatkichlarni ta'siri shunchalik kamligini va regressiya tenglamasi ko'rsatkichlari orasidagi bog'lanishni to'g'ri ifodalanishini ko'rsatadi.

Tadqiqotlar natijasi shuni ko'rsatadiki, kuzatuvlar natijasida olinadigan ma'lumotlar soni o'zgaruvchi x oldidagi hisoblanayotgan parametrlar sonidan 7-8 marta ko'p bo'lishi kerak, ya'ni $y_x = a + bx$ chiziqli regressiya tenglamasi uchun ma'lumotlar soni 7 tadan kam bo'lmasligi, $y_x = a + bx + cx^2$ regressiya tenglamasi uchun esa 14 tadan kam bo'lmasligi kerak.

Ekonometrik modellar uzoq muddatli davrni o'z ichiga olgan (10, 20, 30 yil) dinamika qatorlari ma'lumotlari asosida tuzilishini e'tiborga olgan holda modellarni qurishda x oldidagi parametrlarni kamroq olish maqsadga muvofiq.

3.2. Chiziqli regressiya va uning parametrlarini baholash

Parametrlari aniq iqtisodiy ma'noga ega bo'lgan chiziqli regressiya ekonometrikada keng qo'llaniladi. Chiziqli regressiya (3.3) yoki (3.4) ko'rinishdagi tenglamalarni tuzishga olib keladi.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x$ tenglama x omil belgining qiymatilar to'plamida uning haqiqiy qiymatlarini tenglamaga qo'yib y natijaviy belgining nazariy qiymatlariga ega bo'lishni ta'minlaydi.

Chiziqli regressiyani tuzish uning a va b parametrlarini baholashga olib keladi. Chiziqli regressiyaning parametrlarini baholash turli usullar bilan amalga oshiriladi.

Chiziqli regressiyaning parametrlarini baholashning klassik usullaridan biri *eng kichik kvadratlar usuli*(EKKU) dir.

EKKU (3.3) tenglamasining a va b parametrlarini shunday qiymatlarini topish imkoniyatini beradiki, natijaviy y belgining haqiqiy qiymatlarini hisoblangan $\hat{y}_x$ nazariy qiymatlaridan og'ishi(farqi)ning kvadratlari yig'indisi minimum darajada bo'ladi va u quyidagicha ifodalanadi:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 \rightarrow \min \quad (3.6)$$

Agar nuqtalardagi ogʻishlarni $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_{x_i}$ deb belgilasak (3.6) quyidagi koʻrinishni oladi:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 \rightarrow \min$$

$\sum_{i=1}^n \varepsilon^2$ ni S bilan belgilab quyidagi ifodani yozamiz,

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{x_i})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - b \cdot x_i)^2; \quad (3.7)$$

(3.6) funksiyaning minimum qiymatini topish uchun (3.7) ifodada a va b parametrlar boʻyicha xususiy hosilalarni topib,

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2 \cdot n \cdot a + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i, \\ \frac{\partial S}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n y \cdot x + 2 \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i^2. \end{aligned}$$

hosilalarni nolga tenglab ikki nomaʼlumli ikkita tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} -2 \sum_{i=1}^n y_i + 2 \cdot n \cdot a + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i = 0, \\ -2 \sum_{i=1}^n y \cdot x + 2 \cdot a \sum_{i=1}^n x_i + 2 \cdot b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0. \end{cases}$$

Bundan quyidagi normal tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \cdot \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i. \end{cases} \quad (3.8)$$

Ushbu tenglamalar tizimdan a va b larni topish mumkin.

$$a = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i \cdot y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2},$$

$$b = \frac{n \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}.$$

Topilgan parametrlarning qiymatlarini mos ravishda a_o va b_o deb belgilaymiz. Shu a_o va b_o qiymatlarda $\sum_{i=1}^n \varepsilon^2 \rightarrow \min$ shart bajariladi.

Chiziqli regressiya tenglamasida b parametr *regressiya koeffitsiyenti* deyiladi. Uning qiymati ta'sir etuvchi omil bir birlikda o'zgarganda natijaning o'rtacha qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi. Masalan, ishlab chiqarish funksiyasi $\hat{y}_x = 3000 + 2 \cdot x$ bo'lsin (y -xarajat (mln.so'm), x - mahsulot birligi miqdori). Ishlab chiqarish funksiyasidan ko'rinadiki mahsulot hajmining bir birlikka o'zgarishi ishlab chiqarish xarajatlarini o'rtacha 2 mln. so'mga ortishini ko'rsatadi, ya'ni qo'shimcha 1-birlik ishlab chiqarish uchun xarajatlarni o'rtacha 2 mln. so'mga ko'paytirishni talab etadi.

Regressiya tenglamasida a parametr y ning $x = 0$ bo'lgandagi qiymati, x omilning nol qiymatida a hech qanday iqtisodiy ma'noga ega bo'lmaydi, ayniqsa $a < 0$ bo'lganda.

$a > 0$ bo'lganda natijaning nisbiy o'zgarishi x omilning o'zgarishiga nisbatan sekinroq bo'ladi. Boshqacha aytganda y natijaning variatsiyasi x omil variatsiyadan kichik, ya'ni x bo'yicha variatsiya koeffitsiyenti y natija bo'yicha variatsiya koeffitsiyentidan katta: $V_x > V_y$. Buni isbotlash uchun omil va natijaning nisbiy o'zgarishlarini taqqoslab ko'ramiz:

$$\frac{dy}{y} < \frac{dx}{x} \text{ yoki } \frac{dy}{dx} < \frac{y}{x}; \quad \frac{b \cdot dx}{dx} < \frac{a + b \cdot x}{x}; \quad b \cdot x < a + b \cdot x.$$

Bundan $a > 0$ ekanligi kelib chiqadi.

Misol. Faraz qilaylik, bir turdagi mahsulot ishlab chiqarish korxonalar guruhi bo'yicha berilgan ma'lumotlar asosida ishlab chiqarish funksiyasini tuzish va uni tahlil qilish talab etiladi.

Hisoblash jadvali

Korxona raqami	Ishlab chiqargan mahsulot hajmi ming dona (x)	Ishlab chiqarishga xarajatlar mln.so'm (y)	$x \cdot y$	x^2	y^2	$\hat{y}_x$
1	1	30	30	1	900	31,1
2	2	70	140	4	4900	67,9
3	4	150	600	16	22500	141,6
4	3	100	300	9	10000	104,7
5	5	170	850	25	28900	178,4
6	3	100	300	9	10000	104,7
7	4	150	600	16	22500	141,6
Jami	22	770	2820	80	99700	770,0

Ma'lumotlarni dastlabki tahliliga ko'ra ishlab chiqarish funksiyasi

$$y = a + bx + \varepsilon$$

ko'rinishiga ega bo'ladi.

Ushbu ishlab chiqarish funksiyasi uchun normal tenglamalar sistemasi (3.8) quyidagi ko'rishni oladi:

$$\begin{cases} 7 \cdot a + 22 \cdot b = 770, \\ 22 \cdot a + 80 \cdot b = 2820. \end{cases}$$

Sistemani yechib, quyidagini olamiz:

$$a = -5,79; \quad b = 36,84.$$

a va b parametrlarning qiymatlari berilgan chiziqli regressiya tenglamasiga qo'yib quyidagi regressiya tenglamasini yozamiz.

$$\hat{y}_x = -5,79 + 36,84 \cdot x.$$

Tenglamaga x ning qiymatlarini qo'yib y ning nazariy qiymatlarini topamiz (3.1-jadvalning oxirgi ustuniga qarang). Ushbu holatda a parametrning qiymati hech qanday iqtisodiy ma'noga ega emas.

Yuqoridagi misolda quyidagilarni ko'rish mumkin:

$$\bar{x} = 3,14; \quad \sigma_x = 1,25; \quad V_x = 39,8\%.$$

$$\bar{y} = 110; \quad \sigma_y = 49,14; \quad V_y = 42,14\%.$$

$a < 0$ bo'lishi, natijaning o'zgarishi omil belgining o'zgarishidan tezligini ko'rsatadi; ya'ni

$$V_y > V_x.$$

Chiziqli juft regressiya ekonometrikada ko'proq quyidagi iste'mol funksiyasini o'rganishda qo'llaniladi:

$$C = K \cdot y + L,$$

bu yerda: S – iste'mol;

y – daromad;

K va L – funksiyaning parametrlari.

Ushbu chiziqli regressiya tenglamasi odatda quyidagi balans munosabati bilan birgalikda qo'llaniladi.

$$y = C + I - r,$$

bu yerda: I – investitsiya hajmi;

r – jamg'arma.

Soddalik uchun faraz qilaylik, daromad iste'mol va investitsiya uchun sarflansin. Shundan kelib chiqib quyidagicha tenglamalar sistemasi o'rganiladi:

$$\begin{cases} C = K \cdot y + L, \\ y = C + I \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasida balans munosabatining mavjudligi regressiya koeffitsiyenti qiymatiga birdan katta bo'lmaslik shartini qo'yadi, ya'ni $K \leq 1$

Faraz qilaylik hisoblangan iste'mol funksiyasi quyidagicha bo'lsin:

$$\hat{C} = 1,9 + 0,65 \cdot y. \quad (3.9)$$

Ushbu funksiya har bir milliard so'm daromaddan iste'molga o'rtacha 650 mln. so'm, investitsiyaga 350 mln. so'm sarflanishini ko'rsatadi. Agar investitsiya miqdorining daromadga nisbatan regressiyasini hisoblasak, ya'ni $\hat{I} = a + b \cdot y$, u holda regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{I} = 1,9 + 0,35 \cdot y. \quad (3.10)$$

Oxirgi ikkita tenglamada regressiya koeffitsiyentlari $0,65 + 0,35 = 1$ tenglik bilan bog'langan.

Agar regressiya koeffitsiyenti 1 dan katta bo'lsa, u holda $y < (C + I)$ o'rinli bo'ladi, ya'ni iste'molga nafaqat daromad jarg'armaga ham sarflanadi.

Iste'mol funksiyasida regressiya koeffitsiyenti multiplikatorni hisoblash uchun ham foydalaniladi:

$$m = \frac{1}{1-b};$$

bu yerda: m – multiplikator; b – iste'mol funksiyasi regressiya koeffitsiyenti.

Bizning misolimizda $m = 1/(1-0,65) = 2,86$. Multiplikatorning bu qiymati qo'shimcha 1mln. so'mni uzoq muddatli jamg'armaga qo'yish bilan har qanday sharoitda ham qo'shimcha 2,86 mln. so'm daromad olinishini ko'rsatadi.

3.3. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash

Regressiya tenglamasi doimo o'zgaruvchilarining bog'lanish zichligi ko'rsatkichi bilan to'ldiriladi. Chiziqli regressiyadan foydalanishida bunday ko'rsatkich sifatida chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti ishlatiladi. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti turli shakllarda ifodalanadi. Ularning ayrimlarini keltiramiz.

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}},$$

yoki

$$r_{xy} = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{[n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati $[-1, 1]$ oralig'ida yotadi, ya'ni $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ tengsizlik o'rinli.

Agar regressiya koeffitsiyenti $b > 0$ bo'lsa, u holda $0 < r_{xy} \leq 1$ bo'ladi, ya'ni bog'lanish to'g'ri bog'lanish bo'ladi, aks holda $b < 0$ bo'lganda $-1 \leq r_{xy} < 0$ bo'lib, bog'lanish teskari bo'ladi.

O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish zichligi darajasi quyidagi Choddak jadvalidan foydalanib baholanadi:

O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish zichligi darajalari

r_{xy}	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9 va undan yuqori
Bog'lanish zichligi darajasi	bo'sh	o'rta miyona	sezilarli	yuqori	juda ham yuqori

r_{xy} ning mutloq qiymati 1 ga yaqinlashgan sari o'zgaruvchi belgi x bilan natijaviy belgi y orasidagi bog'lanish shunchalik zichlashib boradi.

3.1-jadvaldagi ma'lumotlar asosida hisoblangan chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti 1ga juda yaqin, ya'ni 0,93ga teng. Bu ishlab chiqarishga bo'lgan xarajat bilan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi orasidagi bog'lanish juda ham yuqori ekanligini bildiradi.

Shuni e'tiborga olish kerakki, chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati qaralayotgan belgilar orasidagi bog'lanishlar zichligini ularning bog'lanishlari chiziqli bo'lgan holatlarda baholaydi. Shuning uchun korrelyatsiya koeffitsiyentining mutloq qiymati nolga yaqin bo'lishi belgilar orasidagi bog'lanishlar mavjud emas degan ma'noni bildirmaydi. Belgilar orasidagi bog'lanish modeli boshqacha ko'rinishda bo'lganda bog'lanish yetarlicha zich bo'lishi mumkin.

3.4. Chiziqli regressiya tenglamasining ishonchliligi va uning parametrlarini muhimligini baholash

Tanlangan chiziqli funktsiyani yoki qurilgan modelni qanchalik to'g'ri tanlanganligini baholash uchun chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti kvadrati $R = r_{xy}^2$ -determinatsiya koeffitsiyenti hamda approksimatsiyaning o'rtacha xatoligidan foydalaniladi. *Determinatsiya koeffitsiyenti* [0.1] oralig'idagi qiymatlarni qabul qilib, tanlangan regressiya tenglamasida aniqlangan y natijaviy belgi dispersiyasini natijaviy belgining umumiy dispersiyadagi ulushini tavsiflaydi:

$$r_{yx}^2 = \frac{\sigma_y^2 \tan^2 \alpha}{\sigma_{y \cdot ymym}^2}$$

Mos ravishda $1 - r_{yx}^2$ kattalik modelda e'tiborga olinmagan omillarning ta'siri natijasida kelib chiqadigan natijaviy belgining dispersiyasi ulushi (ya'ni qoldiq dispersiya)ni tavsiflaydi. $r_{yx}^2 \cdot 100\%$ – x omil belgining variatsiyasi yordamida aniqlangan y natijaviy belgi foizini aniqlash imkonini beradi.

Yuqoridagi misolda $r_{xy}^2 = 0,87$. Bundan, tanlangan regressiya tenglamasida aniqlangan natijaviy belgi dispersiyasi 87% ni, e'tiborga olinmagan boshqa omillarning dispersiyasi 13%ni tashkil etishi kelib chiqadi.

Determinatsiya koeffitsiyentining qiymati tanlangan chiziqli model sifatini baholash kriteriyalaridan biri bo'lib hizmat qiladi. Tanlangan omillar bo'yicha variatsiyaning ulushi qanchalik katta bo'lsa, e'tiborga olinmagan boshqa omillarning roli shunchalik kam bo'ladi va qurilgan model berilgan ma'lumotlarni yaxshi approksimatsiya qiladi, uni natijaviy belgining qiymatini prognozlash uchun qo'llash mumkin. Agar korxonaning mahsulot ishlab chiqarish hajmi 6 ming dona bo'lsin desak, unda ishlab chiqarish xarajatlarining prognoz qiymati 215,25 mln. so'mni tashkil etish kerak.

Approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_{xi}}{y_i} \right| \cdot 100\%$$

yoki

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - a_0 - b_0 \cdot x_i}{y_i} \right| \cdot 100\%.$$

$\bar{A}$ ning mumkin bo'lgan qiymatlari 8-10% dan oshmasligi kerak.

Regressiya tenglamasining “ma'nodorligini” baholash uchun Fisherning F- kriteriyasidan foydalaniladi.

Fisherning F-kriteriyasi miqdori determinatsiya koeffitsiyenti bilan quyidagicha bog'langan:

$$F_{\text{haqiqiy}} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - 2), \quad n \geq 3.$$

Agar $\alpha = 0,05$ (besh foizli ma'nodorlik darajasi) va erkinlik darajasi $k_1 = 1$ va $k_2 = n - 2$ bo'lsa, tasodifiy miqdorlarning Fisher taqsimoti (ilovada keltirilgan jadvallardan) Fisherning F -kriteriyasi jadval qiymati – F_{jadv} topiladi. Agar ushbu $F_{\text{haqiqiy}} > F_{\text{jadv}}$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, regressiya tenglamasi statistik ma'nodor hisoblanadi.

Yuqoridagi misolimizda $r_{xy}^2 = 0,87$ edi. U holda Fisherning F – kriteriyasi miqdori

$$F_{\text{haqiqiy}} = \frac{0,87}{1 - 0,87} \cdot (7 - 2) = 33,5.$$

Fisherning F -kriteriyasi jadval qiymatlari α , k_1 va k_2 parametrlarning mos qiymatlarida $F_{\alpha=0,05} = 6,61$ ni tashkil etadi. Bundan $F_{\text{haqiqiy}} > F_{\text{jadv}}$ shart bajarilganligini ko'ramiz. Demak qurilgan regressiya tenglamasining ma'noga ega ekanligi haqida xulosa qilish mumkin.

Regressiya tenglamasini qurishdagi xatoliklarga tenglamadagi a va b parametrlarni hamda r_{xy} – korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblashdagi tasodifiy xatoliklar ham ta'sir etadi. Shuning uchun a va b parametrlarni hisoblashdagi standart xatoliklar m_a, m_b lar aniqlaniladi.

Regressiya koeffitsiyentining tasodifiy xatoligi quyidagi formula bilan aniqlaniladi:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2 / (n - 2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{\sigma_{\text{qol}}}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2}}.$$

Regressiya tenglamasining a parametri tasodifiy xatoligi esa quyidagi formula bilan aniqlaniladi:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - 2} \cdot \frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} = \sigma_{\text{qol}} \sqrt{\frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}}.$$

Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining tasodifiy xatoligi

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}},$$

formula asosida aniqlaniladi:

Regressiya tenglamasi parametrlarining statistik ma'nodorliligini baholash Styudent- t kriteriyasi yordamida amalga oshiriladi (erkinlik darajasi soni $n-2$ va $\alpha = 0,05$ bo'lganda t belgining jadval qiymatlari ilovada keltirilgan Styudent taqsimoti jadvalidan topiladi). Unda quydagilar hisoblanadi;

$$t_a = \frac{a}{m_a}, \quad t_b = \frac{b}{m_b}, \quad t_r = \frac{r_{xy}}{m_r}.$$

Agar t belgining topilgan asl qiymatlari uning jadval qiymatidan katta bo'lsa (ya'ni $t_a > t_{jadv}$, $t_b > t_{jadv}$, $t_{rxy} > t_{jadv}$) a va b parametrlar statistik ma'nodor hisoblanadi.

Misolimizda regressiya koeffitsiyentining tasodifiy xatoligi

$$m_b = \frac{7,28}{3,31} = 2,21$$

bo'lib t belgining asl qiymati,

$$t_b = \frac{36,84}{2,21} = 16,67 \quad \text{ga teng}$$

Styudent t – kriteriyasi jadvalida $t_{jadv} = 2,57$ ga teng. Demak $t_b > t_{jadv}$ ya'ni $16,67 > 2,57$ shart bajariladi. Bundan regressiya koeffitsiyenti statistik ma'nodor deb xulosa qilish mumkinligi kelib chiqadi.

a parametrlarning tasodifiy xatoligi ham xuddi shu tartibda baholanadi. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentining tasodifiy xatoligini baholashda $t_b^2 = t_r^2$ shartidan foydalanamiz.

Misolimiz ma'lumotlaridan foydalanib $t_r = 16,67$ qiymatni topamiz. Ushbu holatda ham $t_r > t_{jadv}$ sharti bajariladi, yani $16,67 > 2,57$.

Natijalar tuzilgan chiziqli regressiya tenglamasi va uning parametrlari ma'nodor ekanligini ko'rsatadi.

Regressiya tenglamasi parametrlarining topilgan qiymatlaridan foydalanib a va b parametrlarning ishonchlilik oraliklarini topish mumkin. Ular uchun ishonchlilik oralig'i quyidagicha aniqlaniladi:

$$\Delta_a = a \pm t_{jadv} \cdot m_a, \quad \Delta_b = b \pm t_{jadv} \cdot m_b.$$

Misolimizda b regressiya koeffitsiyenti uchun ishonchlilik oralig'i

$$36,84 \pm 2,57 \cdot 2,21 = 36,84 \pm 5,68,$$

$$31,16 \leq b \leq 42,52.$$

Regressiya tenglamasi asosida natijaviy belgi (y) ning prognoz qiymati va uning ishonchlilik oralig'ini aniqlash

Regressiya tenglamasida qatnashuvchi parametrlar va o'zgaruvchilarda tasodifiy xatoliklar mavjud bo'lganligi sababli natijaviy belgining prognoz qiymatida ham tasodifiy xatolar mavjud va prognoz qiymati ham ma'lum bir oraliqda o'zgaradi. Shuning uchun ekonometrik tadqiqotlarda natijaviy belgining tasodifiy xatoligi qiymatini va uning ishonchlilik intervalini hisoblab topish taqozo etiladi.

Regressiya tenglamasi asosida prognoz qilishda regressiya tenglamaga x o'zgaruvchining x_b prognoz qiymati qo'yilib u o'zgaruvchining $\hat{y}_b = \hat{y}_{x_b}$ prognoz qiymati topiladi. δ_b ni hisoblashdagi standart xatolik

$$m_{\hat{y}_b} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_b - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}},$$

ifoda orqali hisoblanadi, prognoz qiymatining ishonchlilik oralig'i esa

$$\Delta_y = \hat{y}_b \pm t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_b}$$

ifoda bilan aniqlaniladi.

bu yerda: $\sigma_{qol} = \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n - 2}$ – qoldiq dispersiya.

Yuqoridagi misol ma'lumotlari asosida erkli o'zgaruvchi x ning prognoz qiymati $x_b = 6$ bo'lganda prognozlashdagi standart xatolikni hisoblaymiz:

$$m_{\hat{y}_b} = 7,28 \cdot \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{(6 - 3,1)^2}{7 \cdot 1,25}} = 7,64.$$

$x_b = 6$ bo'lganda $\hat{y}_b$ prognoz qiymati quyidagiga teng:

$$\hat{y}_b = -5,79 + 36,84 \cdot 6 = 215,25.$$

Bundan, $\Delta_y = 215,25 \pm 2,75 \cdot 7,64 = 215,25 \pm 19,62$. olamiz va prognoz qiymatining ishonchlilik oralig'i

$$195,63 \leq \hat{y}_b \leq 234,87$$

ekanligi kelib chiqadi. Ammo natijaviy belgi u ning haqiqiy qiymatlari tuzilgan regressiya tenglamasi ($\hat{y}_x$)ning qiymatlaridan tasodifiy xato (ϵ) ga farq qilishi mumkinligi yuqorida aytib o'tilganligi ma'lum. Shuning uchun natijaviy belgining prognoz qiymatiga faqat standart xatolikning o'zini emas, balki tasodifiy xatolikni ham e'tiborga olish zarur. Bunday holatda prognozlashdagi o'rtacha xatolik quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$m_{\bar{y}_b} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_b - \bar{x})^2}{n \cdot \sigma_x^2}},$$

Yuqoridagi misol ma'lumotlari asosida erkli o'zgaruvchi x ning prognozlashdagi o'rtacha tasodifiy xatolikni hisoblaymiz:

$$m_{\bar{y}_b} = 7,28 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(6 - 3,1)^2}{7 \cdot 1,25}} = 10,55.$$

Natijaviy belgi u ning prognoz qiymatining ishonchlilik intervalini 0,95 ehtimollik bilan hisoblaymiz.

$$215,25 \pm 2,57 \cdot 10,55 = 215,25 \pm 29,01$$

Va bundan quyidagi ishonchlilik intervali kelib chiqadi:

$$186,24 \leq \hat{y}_b \leq 244,26$$

Demak prognozning limit xatoligi ishonchlilik intervalini 0,95 ehtimollik bilan hisoblaganda 29,01 dan oshmaydi va $\hat{y}_b$ ning prognoz qiymati 186,24 bilan 244,26 oralig'ida bo'ladi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. Regressiya. | 11. Teskari. |
| 2. Erkli. | 12. Analitik. |
| 3. Erksiz. | 13. Diskret. |
| 4. Parametr. | 14. Dispersiya. |
| 5. Funksiya. | 15. Chiziqli. |
| 6. Tasodifiy. | 16. Chiziqsiz. |
| 7. Tenglama. | 17. Hosila. |
| 8. Juft. | 18. Iste'mol. |
| 9. Omil. | 19. Daromad. |
| 10. To'g'ri. | 20. Multiplikator. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Regressiya haqida qanday tushunchaga ega bo'ldingiz?
2. Qanday bog'lanishlar korrelyatsion bog'lanish deyiladi?
3. Qanday regressiya juft regressiya deyiladi, juft regressiya tenglamasini yozing.
4. Regressiya tenglamasida tasodifiy miqdor nimani anglatadi va uni modelda e'tiborga olinishi nimalarga bog'liq?
5. Regressiya tenglamasini tuzishda yuzaga kelishi mumkin bo'lgan xatoliklar qanday xatoliklar?
6. Juft regressiyada matematik funksiyalarni tanlashning qanday usullari mavjud va analitik usulining mohiyati nimadan iborat?
7. EKKU nima maqsadda qo'llaniladi va ushbu usulda a_0 , b_0 koeffitsiyentlar qanday hisoblanadi?
8. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti qanday ko'rinishlarda ifodalanadi. Uning turli qiymatlaridagi bog'lanishlarni tavsiflab bering.
9. Tanlangan chiziqli regressiya tenglamasining ishonchlilik darajasi qanday baholanadi?
10. Regressiya tenglamasi parametrlarining statistik ma'nodorligi qanday baholanadi?
11. Regressiya tenglamasida a va b parametrlar qanday nomlanadi?
12. Keltirilgan misol ma'lumotlaridan foydalanib regressiya tenglamasidagi a parametrni statistik ma'nodorligini va ishonchlilik intervalini aniqlang.

13. Keltirilgan misol ma'lumotlaridan foydalanib korrelyatsiya koeffitsiyentining statistik ma'nodorlini aniqlang.

14. Qurilgan regressiya modelining ishonchlilik darajasini approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi formulasidan foydalanib baholang.

15. Qurilgan regression modelda y ning prognoz qiymatlari qanday hisoblanadi, ularga qanday xatoliklar ta'sir etadi va xatoliklar qanday hisoblanadi.

16. Qurilgan regression modelda x belgining prognoz qiymatlarida y ning prognoz qiymatini, prognoz qiymatining o'rtacha xatoligi va ishonchlilik intervalini aniqlang.

17. Qurilgan regression modelda olingan natijaviy belgining prognoz qiymatini tasodifiy xatoligi va ishonchlilik intervalini aniqlang.

18. Juft regressiyada e'tiborga olingan va olinmagan omil belgilarning salmog'i qanday aniqlanadi?

Mustaqil ishlash uchun masala

Mamlakatning 14 ta hududi bo'yicha sanoat mahsulotlari yillik hajmi va doimiy aholining o'rtacha yillik soni to'g'risida ma'lumotlar berilgan:

Hududlar raqami	Sanoat mahsulotlari hajmi, mlr.so'm(y)	Doimiy aholining yillik o'rtacha soni, ming kishi(x)
1	2387,6	1791,1
2	9744,6	2910,5
3	5148,9	1815,2
4	1474,5	1276,2
5	8721,9	3025,6
6	9286,9	927,9
7	2861,8	2603,4
8	6095,5	3583,9
9	1910,7	2411,5
10	2820,6	790,6
11	14401,0	2794,1
12	7170,2	3505,3
13	2616,0	1746,9
14	18986,1	2393,2

Hisoblang:

1. Erksiz parametr y ni erkli parametr x ga bog'lanishini tavsiflash uchun chiziqli funktsiya parametrlarini hisoblang:
2. Chiziqli modelni approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi $\bar{A}$ va Fisherning F- kriteriyasi orqali baholang.

IV BOB. CHIZIQSIZ REGRESSIYA

4.1. Chiziqsiz regressiya modellari

Agar iqtisodiy jarayonlar orasida chiziqsiz munosabatlar mavjud bo'lsa, u holda ular mos ravishda chiziqsiz funksiyalar orqali ifodalanadi: masalan, teng tomonli giperbola – $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$; ikkinchi tartibli parabola – $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$ va boshqalar.

Chiziqsiz regressiya ikki sinfga bo'linadi:

✓ tenglamaga kiritilgan o'zgaruvchilarga nisbatan chiziqsiz, lekin baholanuvchi parametrlar bo'yicha chiziqli regressiyalar;

✓ aniqlanuvchi parametrlar bo'yicha chiziqsiz regressiya.

Kiritilgan o'zgaruvchilarga nisbatan chiziqsiz regressiyaga quyidagi funksiyalar misol bo'la oladi:

✓ turlidarajali polinomlar – $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$, $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + \varepsilon$;

✓ teng tomonli giperbola – $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$.

Aniqlanuvchi parametrlar bo'yicha chiziqsiz regressiyaga:

✓ darajali – $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;

✓ ko'rsatkichli – $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$;

✓ eksponensial – $y = e^{a+bx} \cdot \varepsilon$ funksiyalar misol bo'la oladi.

Tenglamaga kiritilgan o'zgaruvchilar bo'yicha chiziqsiz regressiyaning parametrlarini baholash ko'p qiyinchiliklarni yuzaga keltirmaydi. Ular chiziqli regressiyadagi kabi eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) bilan aniqlanadi.

Ikkinchi darajali parabola tenglamasida

$$y = a_0 + a_1x + a_2 \cdot x^2 + \varepsilon,$$

o'zgaruvchilarni $x = x_1$, $x^2 = x_2$, deb almashtirib quyidagi ikki omilli chiziqli regressiya tenglamasini olamiz;

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \varepsilon.$$

Mos ravishda uchinchi, to'rtinchi va hokazo k – tartibli polinomlarda ushbu usulni qo'llab, uch, to'rt va hokazo k omilli chiziqli regressiya modellarini olish mumkin.

Misol uchun $y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_k \cdot x^k + \varepsilon$, k – tartibli polinomda $y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_k \cdot x_k + \varepsilon$, ko‘p omilli chiziqli regressiya modelini hosil qilamiz. Ushbu tenglamaning parametrlarni EKKU bilan hech qanday qiyinchiliksiz aniqlash mumkin.

Tajribalar shuni ko‘rsatadiki, chiziqsiz regressiyalar ichida ko‘proq ikkinchi tartibli parabola, ayrim hollarda uchinchi tartibli parabola ishlatiladi. Yuqori tartibli polinomlarni qo‘llashdagi chegaralanishlar o‘rganilayotgan to‘plamning bir jinsliliigi bilan bog‘liq, polinom darajasi qancha yuqori bo‘lsa egri chiziqdagi sinishlar shuncha ko‘p bo‘ladi va mos ravishda natijaviy belgi to‘plami ham bir jinsli bo‘lmaydi. Undan tashqari ma’lumotlarni to‘plashda va hisoblashlarda noaniqliklar keltirib chiqaradi.

Ikkinchi tartibli parabolaning omil belgi qiymatlarini ma’lum bir oraliqda qaralayotgan o‘zgaruvchining bog‘lanish xususiyatini o‘zgarishiga: ya’ni to‘g‘ri bog‘lanishni teskari bog‘lanishga, teskari bog‘lanishni to‘g‘ri bog‘lanishga olib keladigan holatlarda qo‘llash maqsadga muvofiq. Bunday holatlarda omil belgining natijaviy belgini ekstrimal (maksimal yoki minimal) qiymatga erishtiruvchi qiymati aniqlanadi.

Buning uchun ikkinchi darajali parabolaning hosilasi nolga tenglashtiriladi; ya’ni $\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2$ dan hosila olamiz va $b + 2 \cdot c \cdot x = 0$, bundan $x = -\frac{b}{2c}$ hosil bo‘ladi.

Agar berilgan ma’lumotlar bog‘lanish yo‘nalishini o‘zgarishini ta’minlay olmasa, u holda ikkinchi tartibli parabola parametrlarining ma’nosini tushinish qiyin bo‘ladi. Bunday holatda bog‘lanish shakli boshqa chiziqsiz model bilan almashtiriladi.

Ikkinchi darajali parabolaning a , b , c parametrlarining qiymatlarini topish, EKKUni qo‘llab quyidagi normal tenglamalar sistemasini matematikaning biror bir usulidan foydalanib yechishga olib keladi:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum x + c \cdot \sum x^2, \\ \sum y \cdot x = a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum x^3, \\ \sum y \cdot x^2 = a \cdot \sum x^2 + b \cdot \sum x^3 + c \cdot \sum x^4. \end{cases} \quad (4.1)$$

$b > 0$ va $c < 0$ bo'lganda egri chiziq eng yuqori nuqtaga, ya'ni egri chiziqning sinish, bog'lanish yo'nalishini o'zgartirish nuqtasiga nisbatan simmetrik bo'ladi, aynan o'sish pasayishga o'zgaradi. Bunday funksiyalarni iqtisodiyotda jismoniy mehnat bilan shug'ullanuvchi ishchilarning ish haqini ularning yoshiga bog'liqligini o'rganishda kuzatish mumkin. Ishchilarning yoshi kattalashib borgan sari ularning tajribasi ortishi bilan birga ularning malakasi ham yuqorilashib ish haqi ko'payib boradi. Lekin ma'lum bir yoshdan boshlab organizimni qarishi natijasida mehnat samaradorligini pasayishi ishchining ish haqqini pasayishiga olib kelishi mumkin.

Agar o'zaro bog'lanishning parabolik shakli natijaviy ko'rsatkichni avval o'sishini, so'ngra pasayishini namoyish etsa, u holda omil belgining natijani maksimumga erishtiradigan qiymati topiladi. Masalan, oilada A mahsulot (birligini) daromad darajasiga bog'liq holda iste'mol qilinishi $\hat{y}_x = 5 + 60 \cdot x - x^2$ tenglama bilan tavsiflansin. Tenglamaning birinchi tartibli hosilasini nolga tenglab $\hat{y}_x' = 60 - 2x = 0$, maksimal iste'mol miqdorini beruvchi daromad qiymatini topamiz, ya'ni $x = 30$ ming so'mda iste'mol maksimal darajaga yetadi.

$b < 0$ va $c > 0$ bo'lganda ikkinchi darajali parabola o'zining eng quyi nuqtasiga simmetrik bo'ladi. Bunday holat funksiyaning bog'lanish yo'nalishini (kamayishni o'sishga) o'zgartiruvchi eng kichik qiymatni topish imkonini beradi. Faraz qilaylik ishlab chiqarish xarajatlarini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga bog'liqligi quyidagi tenglama bilan tavsiflansin:

$$\hat{y}_x = 1200 - 60 \cdot x + 2 \cdot x^2,$$

bu holatda eng kam xarajatga $x = 15$ mahsulot birligi ishlab chiqarilganda erishiladi ($-60 + 2 \cdot 2 \cdot x = 0$).

Bunga quyidagi jadvaldagi x ning qiymatlarini tenglamaga qo'yib ko'rib ishonch hosil qilish mumkin:

x	10	11	12	13	14	15	16	17
y	800	782	768	758	752	750	752	758

Ikkinchi tartibli parabola egri chizig'i simmetrik bo'lganligi sababli u aniq tadqiqotlarda har doim ham qo'llanilavermaydi. Tadqiqotchi ko'pincha parabolaning to'liq shakli bilan emas balki, uning ayrim segmentidan foydalanib ish yuritadi. Parabolik bog'lanishning parametrlari har doim ham mantiqqa ega bo'lavermaydi. Shuning uchun bog'lanish grafigi ikkinchi tartibli parabolani aniq ifodalama, u boshqa chiziqsiz funksiyaga almashtiriladi, masalan darajali funksiyaga. Ikkinchi tartibli parabola ko'proq qishloq xo'jaligida hosildorlikni berilgan o'g'itlar miqdoriga bog'liqligini tavsiflash uchun qo'llaniladi. Bog'lanishning bu shakli quyidagicha asoslanadi, o'simlikka berilayotgan o'g'itning miqdori ortishi bilan hosildorlik, faqat berilayotgan o'g'itning miqdori optimal dozasiga yetgunga qadar oshib boradi, deyiladi. Dozaning keyingi ortishi o'simlik uchun zarar va hosildorlikni kamayishiga olib keladi. Shuning uchun amalda bunday bog'lanish ko'proq parabolaning segmenti ko'rinishida beriladi.

1-misol sifatida quyidagi jadvalda berilgan bug'doy hosildorligi va yerga berilgan o'g'it miqdori haqida ma'lumotlar asosida baholanishni ko'rib chiqamiz:

4.1-jadval

Bug'doy hosildorligi va beriladigan o'g'it miqdori

Berilgan mineral o'g'it miqdori, ts/ga, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	10	11	11	12
Hosildorlik, s/ga, y	6	9	10	12	13	13	13	13	12	12	11	10	10	9	8

Jadval ma'lumotlaridan ko'rinib turibdiki berilgan o'g'itning miqdori 5 ts/ga bo'lganda hosildorlik eng yuqori bo'lar ekan. Shuning uchun beshta kuzatuv natijalarining tahlili yetarli. Regressiya tenglamasini tuzish uchun normal tenglamalar sistemasini yechib parametrlarni aniqlaymiz. Buning uchun quyidagi ishchi jadvalni tuzamiz:

**Bug‘doy hosildorligi bilan o‘g‘it miqdori orasidagi bog‘lanishni
hisoblash ishchi jadvali**

Berilgan mineral o‘g‘it miqdori, ts/ga, x	Hosildor- lik, ts/ga, y	x^2	x^3	x^4	yx	$y \cdot x^2$	$\hat{y}_x$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6	1	1	1	6	6	6,2
2	9	4	8	16	18	36	8,5
3	10	9	27	81	30	90	10,4
4	12	16	64	256	48	192	11,9
5	13	25	125	625	65	325	13,0
$\sum 15$	50	55	225	979	167	649	50

4.2-jadval ma’lumotlar bo’yicha tuzilgan normal tenglamalar sistemasi quyidagicha:

$$\begin{cases} 5 \cdot a + 15 \cdot b + 55 \cdot c = 50, \\ 15 \cdot a + 55 \cdot b + 225 \cdot c = 167, \\ 55 \cdot a + 225 \cdot b + 979 \cdot c = 649. \end{cases}$$

Ushbu sistemani yechib ikkinchi tartibli parabolaning parametrlari qiymatlarini topamiz va quyidagi regressiya tenglamasini hosil qilamiz:

$$\hat{y}_x = 3,4 + 2,986 \cdot x - 0,214 \cdot x^2.$$

x ning qiymatlarini ketma-ket tenglamaga qo’yib, $\hat{y}_x$ ning nazariy qiymatlarini topamiz (4.2-jadvalning 8-ustuni). Jadvaldan 2-tartibli parabola o‘rganilayotgan bog‘lanishni yaxshi tasvirlashi ko‘rinib turibdi. Hisoblangan qiymatlarni nazariy qiymatlardan og‘ishi kvadratlari yig‘indisi 0,46ga teng ($\sum (y - \hat{y}_x)^2 = 0,46$).

Chiziqsiz funksiyalar sinfida parametrlarning qiymati hech qanday qiyinchiliksiz EKKU bilan aniqlanadigan funksiya sifatida, ekonometrikada ma’lum bo‘lgan, teng tomonli giperbola $\hat{y}_x = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$ ni ko‘rish mumkin. Bunga klassik misol sifatida ishsizlik me’yori(x) va ish

haqi(y)ning o'sish foizi orasidagi munosabatini tavsiflovchi Fillips egri chizig'i keltiriladi:

$$\hat{y} = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$$

Ingliz iqtisodchisi A.V.Fillips 100 yildan ko'proq davrdagi ma'lumotlarni tahlil qilib XX asrning 50-yillari oxirida ish haqini o'sib borishi darajasi, ishsizlik darajasiga nisbatan teskari bog'langanligini aniqlagan.

$y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$ ko'rinishidagi teng tomonli giperbolada $\frac{1}{x}$ ni z bilan almashtirib $y = a + b \cdot z + \varepsilon$ chiziqli regressiya tenglamasini olamiz. Uning parametrlarini EKKU bilan aniqlash mumkin.

Ushbu funksiya uchun normal tenglamalar sistemasi quydagidan iborat:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum \frac{1}{x}, \\ \sum \frac{y}{x} = a \cdot \sum \frac{1}{x} + b \cdot \sum \frac{1}{x^2} \end{cases}$$

$b > 0$ bo'lganda teskari bog'lanish bo'lib, $x \rightarrow \infty$ bo'lganda y a parametr bilan baholanadigan o'zining eng kichik qiymatiga erishadi.

$$\hat{y}_x = 0,00679 + 0,1842 \frac{1}{x}$$

funksiyasi bilan ifodalanuvchi Fillips egri chizig'ida a parametrning qiymati 0,00679ga teng, bu ishsizlik darajasining o'sishi bilan ish haqining qo'shimcha o'sish sur'ati nolga intilishini ko'rsatadi. $b < 0$ bo'lib x cheksizga intilganda ($x \rightarrow \infty$) yuqori asimptotaga ega bo'lgan sekin o'suvchi, ya'ni $\hat{y}_x = a + \frac{b}{x}$ tenglamada a parametr baho beradigan y ning maksimum qiymatini beruvchi funksiya ega bo'lamiz.

Misol sifatida umumiy xarajatlar (yoki daromadlar) bilan uzoq muddatli tovarlarga xarajatlar ulushi orasidagi bog'lanishni ko'rish mumkin. Bunday bog'lanishning matematik yozuvi **Engel egri chizig'i** deb nom olgan. 1857-yilda nemis statistik olimi E. Engel oila

xarajatlarini o'rganish asosida daromadni ortishi bilan daromadning oziq-ovqatlarga sarf qilinadigan ulushi kamayib borish qonuniyatini aniqlagan. Mos ravishda daromadning ortib borishi bilan daromadning nooziq-ovqat mahsulotlariga sarf qilinadigan ulushi ortib boradi. Lekin bu o'sish chegarasiz bo'lmaydi, ya'ni birdan katta yoki 100%dan ko'p bo'lmaydi. Ayrim tovarlar uchun bu chegara $\hat{y}_x = a - \frac{b}{x}$ tenglamning a parametri bilan tavsiflanadi. Ushbu tenglamada:

y – nooziq-ovqat tovarlariga xarajatlar ulushi;

x – daromad.

Teng tomonli giperbolada a va b parametrlar quyidagicha hisoblanadi:

$$a = \frac{\sum \frac{1}{x^2} \sum y - \sum \frac{y}{x} \sum \frac{1}{x}}{\sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x} \right)^2}, \quad b = \frac{n \sum \frac{y}{x} - \sum y \sum \frac{1}{x}}{n \sum \frac{1}{x^2} - \left(\sum \frac{1}{x} \right)^2}.$$

Engel egri chizig'ining modelini yozish uchun $y = a + b \cdot \ln x + \varepsilon$ ko'rinishdagi yarim logarifmik funksiyalar ham qo'llaniladi (1943 y. Uorking va 1964 y. Lizer).

$\ln x$ ni z bilan almashtirsak yana $y = a + b \cdot z + \varepsilon$ ko'rinishidagi chiziqli tenglamani olamiz. Ushbu funksiya avvalgi funksiya kabi parametrlar bo'yicha chiziqli, asosiy x o'zgaruvchi bo'yicha esa chiziqli emas. a va b parametrlarni EKKU yordamida aniqlash mumkin. Bunda normal tenglamalar sistemasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum \ln x, \\ \sum y \cdot \ln x = a \cdot \sum \ln x + b \cdot \sum (\ln x)^2. \end{cases}$$

Yarim logarifmik funksiyaning oilaning daromadidagi umumiy xarajatlar bilan uzoq muddatli foydalaniladigan tovarlarga xarajatlar ulushi orasidagi bog'lanishni quyidagi jadval ma'lumotlari asosida ifodalashga qo'llab ko'ramiz.

**Uzoq muddatli foydalaniladigan tovarlarga xarajatlar
ulushining oilaning daromadiga bog‘liqligi**

Oilaning o‘rtacha oylik daromadi, mln. so‘m, x	1	2	3	4	5	6	7
Umumiy xarajatlarda uzoq muddatli foydalaniladigan tovarlarga xarajatlar ulushi (%), y	10,0	13,4	15,4	16,5	18,6	19,1	20,0

Jadval ma’lumotlariga asosida quyidagi normal tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} 7 \cdot a + 3,702 \cdot b = 113, \\ 3,702 \cdot a + 11,9 \cdot b = 66,073 \end{cases}$$

Ushbu normal tenglamalar sistemasini yechib $\hat{y}_x = 9,85 + 11,9 \cdot \ln x$ regressiya tenglamasini olamiz. Qurilgan regressiya tenglamasi oila daromadi va uzoq muddatli foydalaniladigan tovarlarga xarajatlar ulushi orasidagi munosabatning asl holatini to‘liq akslantiradi.

Aniqlanuvchi parametrlar bo‘yicha chiziqsiz regressiya bo‘lgan holatda chiziqsiz modellar sinfi ikki turga bo‘linadi: ular ichki chiziqli bo‘lgan chiziqsiz modellar va ichki chiziqli bo‘lmagan chiziqsiz modellar. Agar chiziqsiz modellar ichki chiziqli bo‘lsa, u holda ular mos almashtirishlar yordamida chiziqli funksiya ko‘rinishiga keltirilishi mumkin. Agar chiziqsiz model ichki chiziqli bo‘lmasa, u holda uni chiziqli funksiya ko‘rinishiga ketirilishi mumkin bo‘lmaydi. Masalan, ekonometrik tadqiqotlarda talab elastikligi (y) ni narxga (x) ga bog‘lanishini quyidagi ko‘rinishidagi darajali funksiya orqali ifodalanadi:

$$y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon,$$

Ushbu model, a va b parametrlar o‘zaro bog‘liq bo‘lmaganligi sababli, aniqlanadigan parametrlarga nisbatan chiziqli emas. Ammo uni ichki chiziqli deyish mumkin, chunki funksiyaning logarifmlash quyidagi chiziqli ko‘rinishga olib keladi,

$$\ln y = \ln a + b \cdot \ln x + \ln \varepsilon.$$

Qaralayotgan darajali funksiyada tasodifiy miqdor ε x omil belgi bilan bog‘liq deb qaraladi. Agar model $y = a \cdot x^b + \varepsilon$, ko‘rinishda

tasavvur qilinsa u ichki chiziqsiz holatga keladi, shu sababli modelni chiziqli ko‘rinishga keltirib bo‘lmaydi.

Chiziqli bo‘lmagan funksiyalar ichida iqtisodiy tadqiqotlarda eng ko‘p foydalanadigan funksiya, bu $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$ darajali funksiya. Bunga sabab, uni chiziqli ko‘rinishga keltirish mumkin va undagi “ b ” parametr aniq iqtisodiy ma’nogo ega bo‘lib, u *elastiklik koeffitsiyenti* deb ataladi. “ b ” koeffitsiyentning qiymati – omil belgi 1%ga o‘zgarganda, natijaviy belgi o‘rtacha necha foizga o‘zgarishini ko‘rsatadi. Masalan, talabni narxga bog‘liqligi $\hat{y}_x = 25,9 \cdot x^{-1,2}$ tenglama bilan ifodalangan bo‘lsin. Bu tenglama narx bir foizga ortganda talab 1,2%ga kamayishini bildiradi. $y = a \cdot x^b$ darajali funksiya uchun b parametrni bunday talqin qilinishining to‘g‘riligini elastiklik koeffitsiyentini hisoblab ko‘rsatish mumkin. Elastiklik koeffitsiyentini hisoblash formulasining umumiy ko‘rinishi quyidagicha,

$$E = f'(x) \frac{x}{y},$$

bu yerda $f'(x)$ –birinchi tartibli hosila.

Qaralayotgan darajali funksiya uchun $f'(x) = a \cdot b \cdot x^{b-1}$ bo‘lsa, elastiklik koeffitsiyenti

$$E = a \cdot b \cdot x^{b-1} \cdot \frac{x}{a \cdot x^b} = \frac{a \cdot b \cdot x^b}{a \cdot x^b} = b,$$

ekanligini ko‘rishimiz mumkin.

Elastiklik koeffitsiyentini boshqa shakldagi bog‘lanishlarda ham aniqlash mumkin. Darajali funksiya uchun elastiklik koeffitsiyenti o‘zgarmas son bo‘lib, u “ b ” parametrغا teng bo‘ladi. Boshqa funksiyalarda elastiklik koeffitsiyenti x omil belgining qiymatlariga bog‘liq bo‘ladi.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x$ chiziqli regressiya uchun elastiklik quyidagicha:

$$f'(x) = b; \quad E = b \frac{x}{a + b \cdot x}.$$

Chiziqli funksiya uchun elastiklik koeffitsiyenti x omil belgiga bog‘liq bo‘lgani uchun, u o‘zgarmas son bo‘la olmaydi. Shuning uchun

asosan elastiklikning o'rtacha qiymatidan foydalaniladi va bu ko'rsatkich quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\bar{E} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

Darajali funksiyalarda faqat talab elastikligi o'rganilmasdan taklif elastikligi ham o'rganiladi. Elastiklik koeffitsiyenti $b < 0$ bo'lsa u talab elastikligini, $b > 0$ bo'lsa taklif elastikligini ifodalaydi. Elastiklik koeffitsiyenti iqtisodiy ma'noga ega bo'lganligi sababli boshqa ko'rinishdagi regressiya tenglamalarida ham hisoblanadi.

4.2. Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya

Chiziqsiz regressiya tenglamasi chiziqli bog'lanish kabi korrelyatsiya ko'rsatkichlari, aynan quyidagi korrelyatsiya indeksi (R) bilan to'ldiriladi.

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}},$$

bu yerda: σ_y^2 – y natijaviy belgining umumiy dispersiyasi; σ_{qol}^2 – $\hat{y}_x = f(x)$ regressiya tenglamasidan kelib chiqib aniqlaniladigan qoldiq dispersiya.

Korrelyatsiya indeksini quyidagi ko'rinishda ham yozish mumkin:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Ushbu ko'rsatkichning qiymati $[0,1]$ orlig'ida yotadi, ya'ni $0 \leq R \leq 1$, ko'rsatkich qanchalik 1ga yaqin bo'lsa o'rganilayotgan belgilar orasidagi bog'lanish shunchalik kuchli bo'ladi va tuzilgan regressiya tenglamasi shunchalik haqiqatga yaqin bo'ladi.

4.2-jadval ma'lumotlari asosida tuzilgan $\hat{y}_x = 3,4 + 2,986 \cdot x - 0,214 \cdot x^2$ regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiya indeksi quyidagiga teng:

$$R = \sqrt{1 - \frac{0,46}{18}} = 0,9506$$

Bu natija o'rganilayotgan belgilar orasidagi bog'lanish yetarlicha kuchliligini ko'rsatadi.

2-misol. Kichik korxonalarning yillik tovar aylanmasi va muomala xarajatlarining nisbiy darajasi to'g'risida quyidagi ma'lumotlar keltirilgan:

Yillik tovar aylanmasi, mlrd. so'm	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
Muomala xarajatlarining nisbiy darajasi, %	25,0	23,0	22,0	22,5	22,2	22,0	21,4

Jadval ma'lumotlariga asosan tovar aylanmasi va muomala xarajatlari orasida teskari bog'lanish mavjud bo'lganligi sababli bog'lanish giperbola tenglamasi orqali aniqlanadi va unga mos normal tenglamalar sistemasi a va b koeffitsiyentlarining qiymatlarini topish hamda hosil bo'lgan regressiya tenglamasida hisoblashlarni amalga oshirish uchun quyidagi jadvalni tuzamiz:

Regressiya tenglamasida hisoblashlarni amalga oshirish

t/r	Yillik tovar aylanmasi, mlrd.so'm, (x)	Muomala xara-jatining nisbiy darajasi, %, (y)	$\frac{1}{x}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{1}{x^2}$	$\bar{y}_x = 17,4 + 38,2 \frac{1}{x}$
1	5.0	25.0	0.200	5.000	0.0400	$\bar{y}_x = 25,10$
2	6.0	23.0	0.167	3.841	0.0278	$\bar{y}_x = 23,81$
3	7.0	22.0	0.143	3.146	0.0204	$\bar{y}_x = 23,60$
4	8.0	22.5	0.125	2.813	0.0156	$\bar{y}_x = 22,20$
5	9.0	22.2	0.111	2.464	0.0123	$\bar{y}_x = 21,60$
6	10.0	22.0	0.100	2.200	0.0100	$\bar{y}_x = 21,30$
7	11.0	21,4	0,091	1,955	0,0080	$\bar{y}_x = 21,00$
Σ	-	158,1	0,937	21,419	0,1321	158,1

Jadval ma'lumotlari asosida normal tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} 7a + 0,937b = 158,1 \\ 0,937a + 0,132b = 21,41 \end{cases}$$

Tenglamalarni yechib $a = 17,4$ va $b = 38,2$ natijalarni olamiz. U holda, regressiya tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{y}_x = 17,4 + 38,2 \frac{1}{x}.$$

Hosil bo'lgan regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiya indeksi quyidagiga teng:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = 0,82.$$

Bu natija o'rganilayotgan belgilar orasidagi bog'lanish kuchi yuqori ekanligini ko'rsatadi.

Giperbola tenglamasidagi a - parametr tovar aylanmasining 1 mln. so'mga o'zgarishi muomala xarajatlarini qancha o'zgarishga olib kelishini ko'rsatadi. Buning uchun regressiya tenglamasidan birinchi tartibli hosila olinadi:

$$\bar{y}_x = \left(a + b \frac{1}{x} \right)' = -b \frac{1}{x^2}$$

$$\bar{y}_5 = -38,2 \frac{1}{25} = -1,53\% \quad \bar{y}_8 = -38,2 \frac{1}{64} = -0,60\%$$

$$\bar{y}_6 = -38,2 \frac{1}{36} = -1,06\% \quad \bar{y}_9 = -38,2 \frac{1}{81} = -0,47\%$$

$$\bar{y}_7 = -38,2 \frac{1}{49} = -0,78\% \quad \bar{y}_{10} = -38,2 \frac{1}{100} = -0,38\%$$

Tovar aylanmasining hajmi 5 mlrd so'mdan 6 mlrd so'mgacha ortganda, ya'ni 1mlrd so'mga farq qilganda, muomala xarajatlarining nisbiy darajasi 1,53 foizga kamayadi. Yuqori tovar aylanmasiga ega bo'lgan korxonalarda esa muomala xarajatlari 0,38 foizga pasayishiga olib keladi.

3-misol. Do'konlarning yillik tovar aylanmasi va tovar zaxiralari to'g'risida quyidagi ma'lumotlar berilgan:

Do'konlar	Tovar aylanmasi, mlrd so'm	Tovar zaxirasi, mlrd so'm
1	36	2,5
2	50	3,9
3	58	4,1
4	69	4,4
5	74	5,0
6	85	5,8
7	94	6,9
8	99	7,1
9	103	9,2
10	108	8,8
Jami	776	57,7

Jadval ma'lumotlariga asosan do'konlarning tovar aylanmasi va tovar zaxiralari o'rtasidagi bog'lanishni ikkinchi darajali parabola tenglamasida tasvirlang.

Yechish:

Ikkinchi darajali parabola tenglamasi:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$$

Bu tenglamaning parametrlari (a_0, a_1, a_2) quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechish bilan aniqlanadi:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

Normal tenglamalar sistemasida x^2 , x^3 , x^4 , xu , x^2u o'zgaruvchilarning qiymatlarini quyidagi jadval asosida aniqlaymiz:

Normal tenglamalar sistemasi o'zgaruvchilarining qiymatlarini hisoblash

Do'konlar	Tovar aylanmasi , mlrd so'm, x	Tovar zaxirasi , mlrd so'm, y	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
1	36	2.5	1296	46656	167916	90,0	3240,0

2	50	3.9	2500	125000	6250000	195,0	9750,0
3	58	4.1	3364	195112	11316496	237,8	13792,4
4	69	4.4	4761	328509	2266714	303,6	20948,4
5	74	5.0	5476	405224	29986576	370,0	27380,0
6	85	5.8	7225	614125	52200625	493,0	41905,0
7	94	6.9	8836	830584	78074896	648,6	60968,4
8	99	7.1	9801	970299	96059601	702,9	69587,1
9	103	9.2	10609	1092727	112550881	947,6	97602,8
10	108	8.8	11684	1259712	136048896	950,4	102643,2
Jami	776	57.7	65532	5867948	546834708	4938,9	447817,3

O'zgaruvchilarning qiymatlarini o'rniga qo'ysak quyidagi normal tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} 10a_0 + 776a_1 + 65532a_2 = 57,7 \\ 776a_0 + 65532a_1 + 586748a_2 = 4938,9 \\ 65532a_0 + 5867948a_1 + 546834708a_2 = 447817,3 \end{cases}$$

Har bir tenglamaning hadlarini mos ravishda a_0 oldidagi koeffitsiyentlarga bo'lamiz.

$$\begin{cases} a_0 + 77,6a_1 + 6553,2a_2 = 5,77 \\ a_0 + 84,4a_1 + 7561,8a_2 = 6,36 \\ a_0 + 89,5a_1 + 4987,4a_2 = 6,83 \end{cases}$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi, uchinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani ayirib, ikki noma'lumli tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} 6,8a_1 + 1008,6a_2 = 0,59 \\ 5,1a_1 - 2574,4a_2 = 0,47 \end{cases}$$

Har bir tenglamaning hadlarini mos ravishda a_1 oldidagi koeffitsiyentlarga bo'lamiz:

$$\begin{cases} a_1 + 148,32a_2 = 0,0868 \\ a_1 - 504,38a_2 = 0,0923 \end{cases}$$

Ikkinchi tenglamadan birinchi tenglamani ayiramiz:

$$-652,7000a_2 = 0,0055 \quad \text{bundan} \quad a_2 = -\frac{0,0055}{652,7000} = -0,000008$$

a_0 va a_1 parametrlarni o'rin almashtirish metodi bilan aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} a_1 - 148,32 \cdot 0,000008 &= 0,087 & a_0 + 77,6 \cdot 0,0882 - 6553,2 \cdot 0,000008 &= 5,77 \\ a_1 - 0,0012498 &= 0,087 & a_0 + 6,8482 - 0,0524 &= 5,77 \\ a_1 &= 0,087 + 0,0012498 = 0,0882 & a_0 &= 5,77 - 6,7958 = -1,0258 \end{aligned}$$

Demak, ikkinchi darajali parabola tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{y}_x = -1,0258 + 0,0882x + 0,000008x^2.$$

Hosil bo'lgan regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiya indeksi quyidagiga teng:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{3,13}{34,8}} = 0,903$$

Bu natija belgilar orasidagi bog'lanish kuchi yuqori ekanligini ko'rsatadi.

Tadqiqotlarda chiziqsiz bog'lanishlar uchun R^2 kattalik determinatsiya indeksi deyiladi. Determinatsiya indeksi chiziqsiz regressiya tenglamasining muhimligini Fisherning F -kriteriyasi bo'yicha tekshirishda foydalaniladi., ya'ni

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

bu yerda R^2 – determinatsiya indeksi;

n – kuzatuvlar soni;

m – x o'zgaruvchi oldidagi parametrlar soni.

m omil belgi kvadratlari yig'indisi, ya'ni $\sum (x - \bar{x})^2$ uchun erkinlik darajasi soni, $(n-m-1)$ esa qoldiq kvadratlari yig'indisi, ya'ni $\sum (y - \hat{y}_x)^2$ uchun erkinlik darajasi soni.

$\hat{y}_x = a \cdot x^b$ darajali funksiya uchun $m=1$, $F = \frac{R^2}{1-R^2} (n-2)$ ga teng.

$\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + \varepsilon$ ikkinchi darajali parabola uchun $m=2$, F -kriteriya esa

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-3}{2} \text{ ga teng.}$$

Chiziqli bo'lmagan funksiyaning o'rniga chiziqli funksiyaning qo'llash muammosini R_{yx}^2 determinatsiya indeksini r_{yx}^2 determinatsiya koeffitsiyenti bilan taqqoslash yo'li bilan hal etsa bo'ladi. Agar ular birbiriga yaqin bo'lsa, ya'ni $(R_{yx}^2 - r_{yx}^2)$ 0,1 dan katta bo'lmasa, u holda bog'lanish shaklini murakkablashtirmasdan chiziqli funksiyaning qo'llash mumkin. R_{yx}^2 va r_{yx}^2 lar orasidagi farqni baholash Student t-kriteriyasidan foydalanib amalga oshiriladi. Buning uchun Student t-kriteriyasining haqiqiy qiymati quyidagicha hisoblanadi:

$$t_{\text{haq}} = \frac{R_{yx}^2 - r_{yx}^2}{m_{[R-r]}}$$

bu yerda $m_{[R-r]}$ - R_{yx}^2 va r_{yx}^2 lar orasidagi farq bo'lib, u quyidagicha hisoblanadi:

$$m_{[R-r]} = 2 \cdot \sqrt{\frac{(R_{yx}^2 - r_{yx}^2) - (R_{yx}^2 - r_{yx}^2)^2 \cdot (2 - (R_{yx}^2 + r_{yx}^2))}{n}}$$

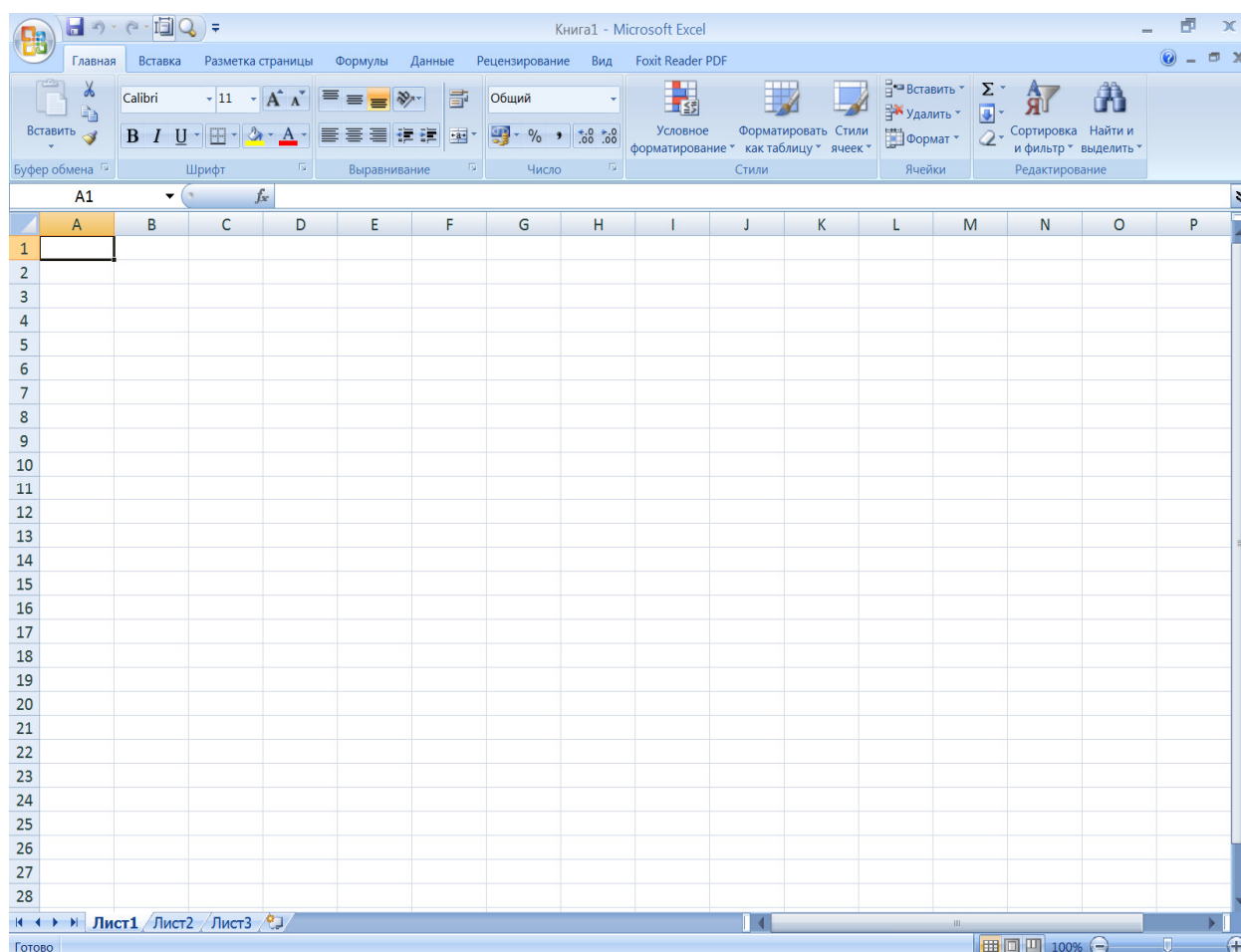
Agar $t_{\text{haq}} > t_{\text{jad}}$ bo'lsa, u holda korrelyatsiya ko'rsatkichlari orasidagi farq katta bo'lib, chiziqli bo'lmagan regressiya tenglamasini chiziqligiga almashtirib bo'lmaydi. Amalda agar $t < 2$ bo'lsa, R_{yx}^2 va r_{yx}^2 lar orasidagi farq katta bo'lmaydi va chiziqli bo'lmagan regressiya tenglamasini chiziqli regressiya tenglamasiga almashtirish mumkin.

4.3. Juft regression-korrelyatsion tahlilni kompyuterda amalga oshirish tartibi

Barcha ekonometrik masalalarni bir nechta kompyuter dasturlaridan foydalanib ishlash mumkin. Jumladan, **MS Excel**, **Stata**, **Minitab**, **R studio** kabi dasturlarda ekonometrik masalalarni yechish hamda

ularning yechimlarini grafiklarda tasvirlash imkoniyatlari mavjud. Ushbu qo‘llanmada **MS Excel** dasturida ekonometrik masalalarni ishlash va tahlil qilish yo‘llari ko‘rsatilib berilgan.

Buning uchun dastlab **MS Excel** dasturini ishga tushiramiz. So‘ngra **ПУСК – Программы- MS Office – MS Excel** buyruqlarini ketma-ket tanlab **MS Excel** dasturini ishga tushiriladi. Dastur ishga tushganda 4.1-rasmdagi ish oynasi ochiladi, ya’ni kompyuterning ish oynasida **Книга1** oynasi hosil bo‘ladi. Ishni davom ettirish uchun uni saqlash talab qilinadi. Buning uchun **F12** tugmasi bosiladi.

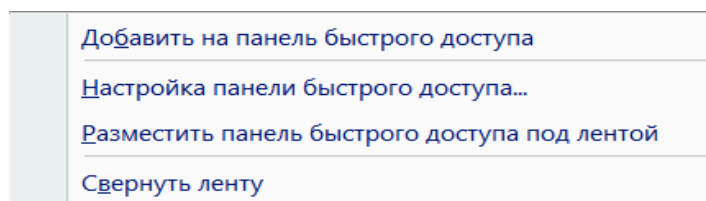


4.1-rasm. MS Excel dasturining ishchi oynasi

MS Excel dasturida ekonometrik masalalarni yechish uchun avvalo, mo‘ljallangan buyruqlar jamlanmasini hosil qilinadi.

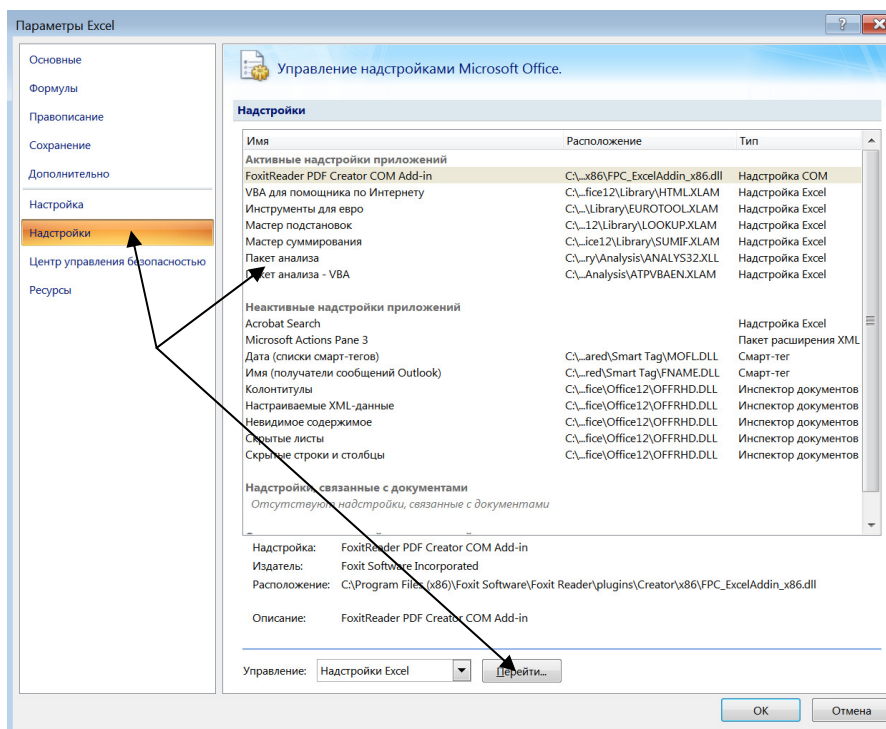
Quyidagi amallar ketma-ketligi bajarilsa zarur buyruqlar ishga tushadi.

1. Buyruqlarni ishga tushurish uchun sichqonchani menyular qatorining ixtiyoriy joyida qo'yib, uning o'ng tugmasi bosiladi natijada quyidagi darcha hosil bo'ladi (4.2-rasm).



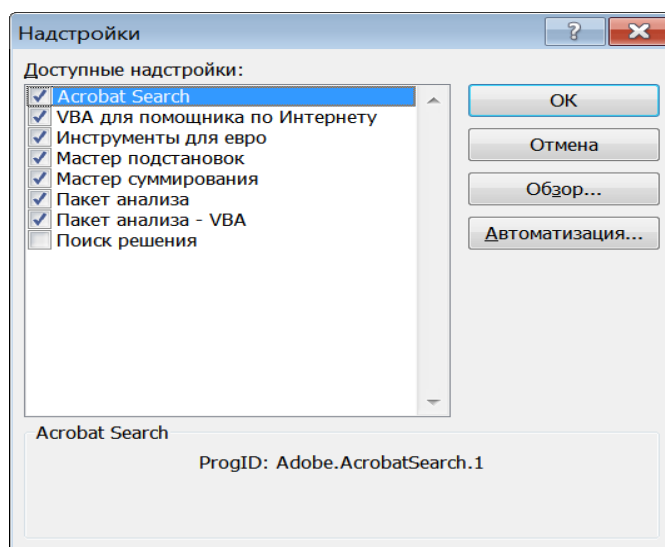
4.2-rasm. Buyruqlar to'plami

2. Hosil bo'lgan darchadan “Настройка панели быстрого доступа” buyrug'i tanlanadi va quyidagi darcha hosil bo'ladi (4.3-rasm).



4.3-rasm. “Настройка” oynasiga o'tish

3. Keyingi ketma-ketlikda hosil bo'lgan oynada (4.3-rasm) “Насторйка”, undan so'ng “Пакет анализа”ni va “Перейти” buyruqlari belgilanib “OK” tugmasi bosiladi. Natijada quyidagi darcha hosil bo'ladi (4.4-rasm).



4.4 rasm. “Настройка” oynasi

4. 4.4-rasmda ko‘rsatilgan darcha hosil bo‘lgandan so‘ng “**Пакет анализа**” buyrug‘i tanlab olinadi va “**OK**” tugmasi bosiladi. So‘ngra ekonometrik masalalarni yechish uchun mo‘ljallangan buyruqlar to‘plami ishga tushish jarayoni boshlanadi va biroz kutiladi. Agar yuqoridagi ishlar ketma-ketligi to‘g‘ri bajarilsa **MS Excel** menyular qatorining “**Данные**” menyusing buyruqlar qatorining eng oxirgi qismida “**Анализ данных**” buyrug‘i hosil bo‘ladi. “**Анализ данных**” buyrug‘i ichida masalalarni yechish uchun mo‘ljallangan buyruqlar to‘plami mavjud. Ushbu tugma bosilganda bir necha buyruqlar ketma-ketligi hosil bo‘ladi. Buyruqlardan foydalanib korrelyatsion-regression tahlilni amalga oshirish mumkin.

“**Анализ данных**” buyrug‘i faqat bir marta hosil qilinadi. Agar avval hosil qilingan bo‘lsa, uni qaytadan ishga tushirish shart emas.

Quyidagi misolni **MS Excel** dasturi yordamida yechishni ko‘rib chiqamiz.

Мисол. Mamlakatda yettita viloyat bo‘yicha ikkita ko‘rsatkich qiymatlari berilgan (4.4-jadval).

4.4-jadval

Viloyatlar raqamlari	Umumiy xarajatlarda oziq – ovqat mahsulotlarini sotib olish uchun xarajatlar,%, y	Bir ishchining o‘rtacha kunlik ish haqi, ming so‘m, x
1	68,8	45,1
2	61,2	59,0
3	59,9	57,2

4	56,7	61,8
5	55,0	58,8
6	54,3	47,2
7	49,3	55,2

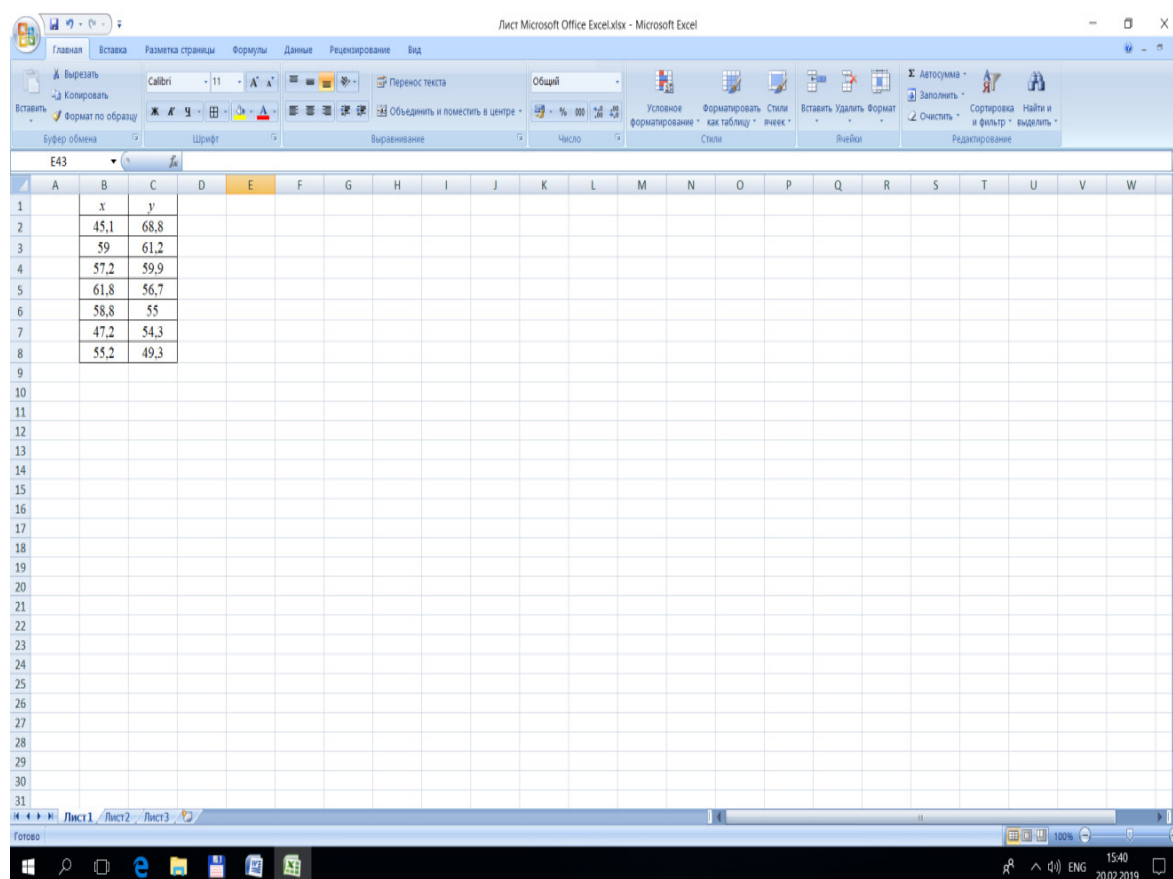
Topshiriq:

1. y bilan x orasidagi bog‘lanishni tavsiflash uchun quyidagi funksiyalar parametrlarini hisoblang:

a) chiziqli; b) darajali; v) ko‘rsatkichli; g) teng tomonli giperbola.

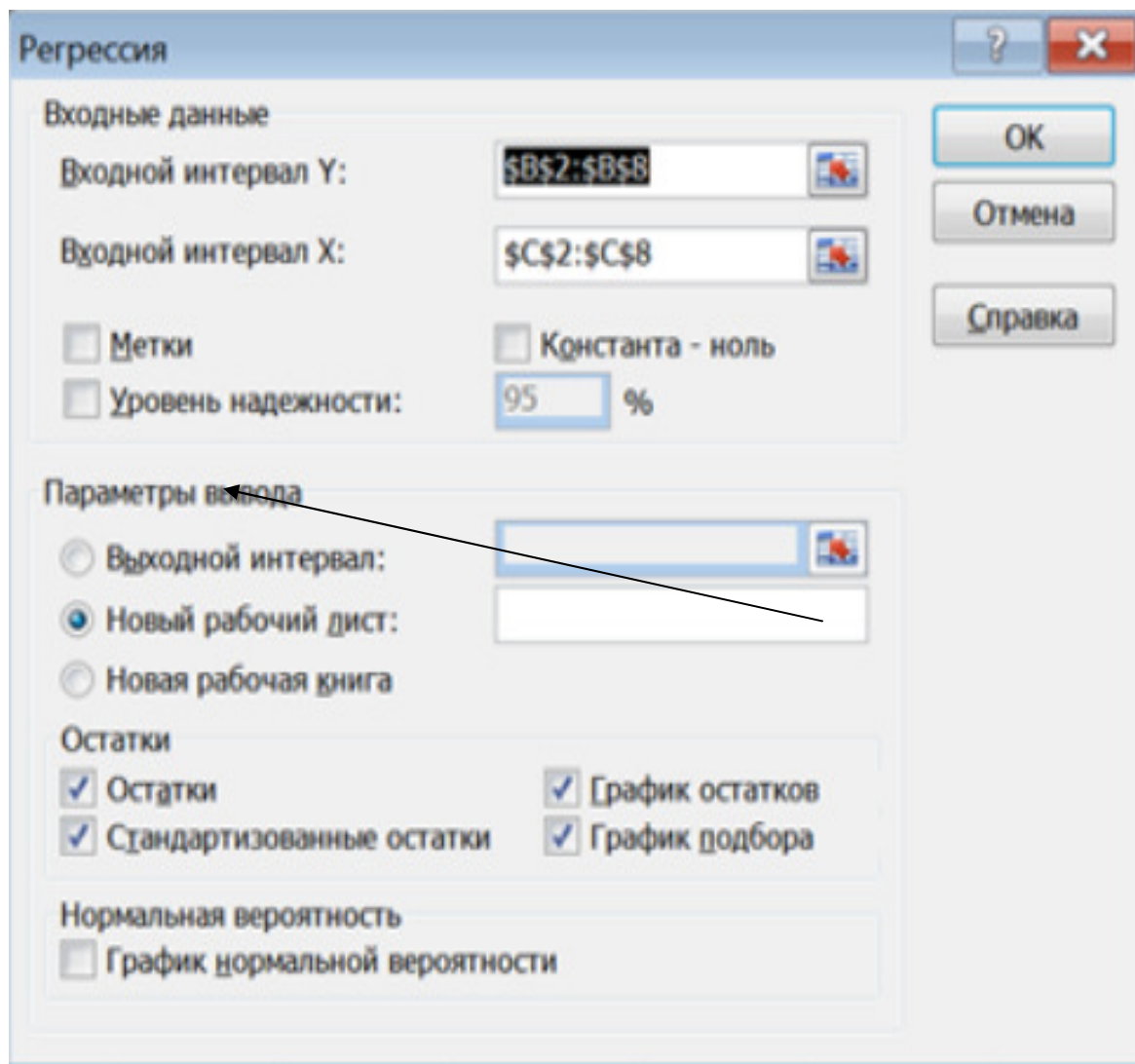
2. Har bir modelni Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang.

Buning uchun misoldagi ma’lumotlar **MS Excel** dasturiga kiritiladi. Natijaviy belgi, ya’ni u ma’lumotlarini **B** ustuniga **B2** qatoridan **B8** qatorigacha yozib chiqiladi. Omil belgi ma’lumotlarini **C** ustunga **C2** qatoridan **C8** qatorigacha yozib chiqiladi (4.5 - rasm).



4.5-rasm. Ma’lumotlarni kiritish

So‘ngra “**Анализ данных**” buyruqlari ichidan “**Регрессия**” buyrug‘i tanlanib unga sichqonchani qo‘yib tugmacha bosiladi va natijada quyidagi darcha hosil bo‘ladi (4.6-rasm).



4.6- rasm. “Регрессия” oynasi

4.6-rasmdagi ish oynasidan ko‘rinib turibdiki, natijaviy belgi ma’lumotlari yozilgan kataklar raqamlari **Входной интервал Y:** ro‘parasidagi oynachaga ko‘chiriladi. Buning uchun курсор ko‘chiriladigan ish oynasiga bosiladi va курсор bilan natijaviy belgi ma’lumotlari yozilgan **B2-B8** kataklar belgilanadi. Shundan so‘ng natijaviy belgi ma’lumotlari yozilgan kataklar raqami oynachada paydo bo‘ladi. Xuddi shu tartibda omil belgi ma’lumotlari yozilgan kataklar **Входной интервал X:** ro‘parasidagi oynachaga yoziladi. Ishonch oralig‘i (**Уровень надежности**) uchun 95% tanlanadi. **Остатки** qismidagi barcha buyruqlar belgilanadi. “**OK**” tugmasi bosilgandan so‘ng regression tahlilning natijalari yoritilgan quyidagi ko‘rinishidagi oyna hosil bo‘ladi (4.7-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,353257293					
5	R-квадрат	0,124790715					
6	Нормированный R-кве	-0,050251142					
7	Стандартная ошибка	6,351507436					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	28,76033785	28,76033785	0,712919283	0,436999565	
13	Остаток	5	201,7082336	40,34164671			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	76,87708484	22,62016613	3,398608321	0,019280151	18,73009669	135,0240,7
18	Переменная X 1	-0,345926604	0,409697942	-0,844345476	0,436999565	-1,399088692	0,707235484

4.7-rasm. Regressiya natijasi

Tahlil natijalariga diqqat bilan ahamiyat beradigan bo'lsak, natijalar uch qismdan tashkil topganini ko'rishimiz mumkun.

I qism Регрессионная статистика(regression statistika) deb nomlangan bo'lib, bu qismda **Множественный R** (korrelyatsiya ko'effitsiyenti), **R-квадрат** (determinatsiya ko'effitsiyenti), **Нормированный R-квадрат** (tuzatilgan determinatsiya ko'effitsiyenti), **Стандартная ошибка** (regressiya tenglamasining standart xatosi) va **Наблюдения** (kuzatishlar soni) haqida ma'lumotlar berilgan.

Ushbu ko'rsatkichlarni birin-ketin ko'rib chiqamiz.

1. Множественный R 0,353257.

Ushbu ko'rsatkich korrelyatsiya ko'effitsiyenti $r_{yx} = 0,353$ ekanligini bildiradi.

2. R -квадрат 0,124791.

Ushbu ko'rsatkich determinatsiya ko'effitsiyentini $r^2_{yx} = 0,125$ ekanligini anglatadi.

3. Нормированный R -квадрат -0,05025

Tuzatilgan determinatsiya ko'effitsiyentini $\tilde{R}^2 = -0,05$ ekanligini anglatadi.

4. Стандартная ошибка 6,351507

Regressiya tenglamasining standart xatosi $\bar{A}=6,35$ ga teng ekan.

5. Наблюдения 7

Kuzatishlar soni $n = 7$ ga tengligini ko'rsatadi.

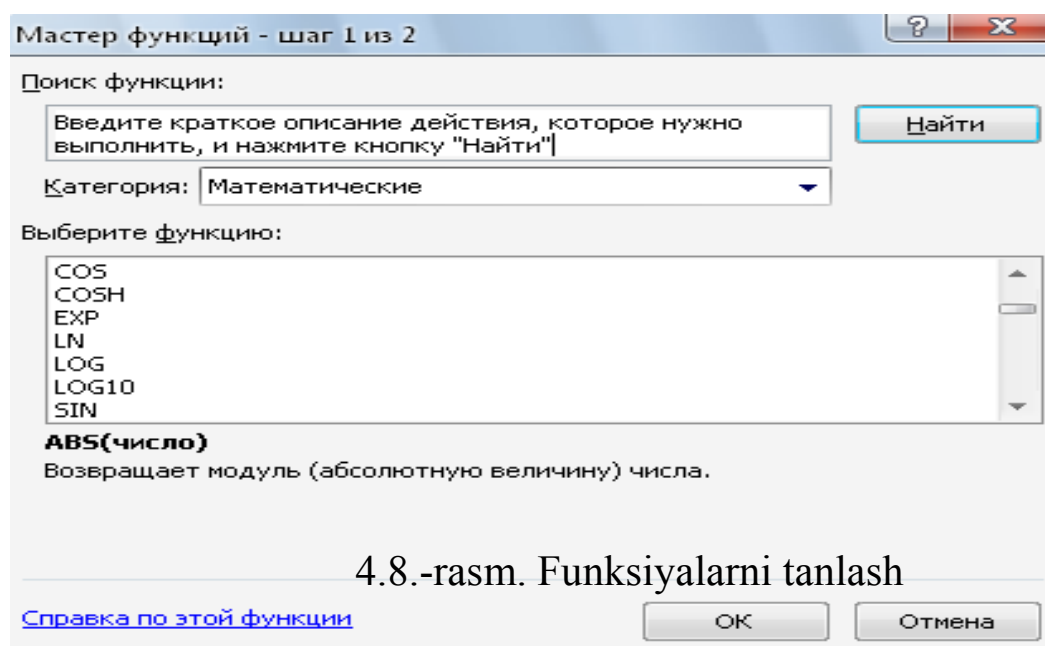
II qism Дисперсионный анализ deb nomlangan bo'lib, ushbu qismda regressiya tenglamasining dispersiyasi, qoldiq dispersiyasi, umumiy dispersiya, F-test ma'lumotlari berilgan.

Ushbu qismda «Регрессия»ning ro'parasidagi (df) **B12** katakdagi 1 soni regressiya tenglamasidagi omil belgi sonini anglatadi. «Остаток»ning ro'parasidagi **B13** katakdagi 5 ($n-m-1$) soni erkin o'zgaruvchilar sonini bildiradi. Bundan kuzatuvlar soni, m esa omillar sonini anglatadi. Bizni misolimizda $n=7$ va $m=1$. **B14** katakda esa **B12** va **B13** kataklardagi sonlarning yig'indisi. **C12,C13,C14** kataklardagi (**SS**) raqamlar mos ravishda natijaviy belgi (y) va omil belgilar (x_i)ning o'rtachalaridan og'ishlari va ularning yig'indisi. **D12, D13** kataklardagi (**MS**) raqamlar esa ularning o'rtachalari – dispersiyasi. **E12** katakdagi (**F**) raqam Fisherning **F** -kriteriyasini hisoblangan qiymati, **F12** katakdagi (**Значимость F**) raqam Fisherning **F** -kriteriyasining jadval qiymati.

III qismda regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari haqida ma'lumotlar berilgan. Har bir koeffitsiyentning qiymati, koeffitsiyentlarning standart xatosi, t -test qiymatlari, ishonch oraliqlari berilgan. **B17** katakdagi raqam regressiya tenglamasidagi “ a ” koeffitsiyentni qiymati. **B18** katakdagi raqam “ b ” koeffitsiyentning qiymati. **C17** va **C18** kataklardagi raqamlar mos ravishda “ a va b ” koeffitsiyentlarning standart xatolari. **D17** va **D18** kataklardagi raqamlar mos ravishda “ a va b ” koeffitsiyentlarning hisoblangan t -statistika qiymatlari, **E17** va **E18** kataklardagi raqamlar esa Student kriteriysi jadvalidagi t – test, ya'ni t ning jadval qiymatlari, **F16, G16** va **F17, G17** kataklardagi raqamlar koeffitsiyentlarning yuqori va quyi chegaralarining qiymatlari.

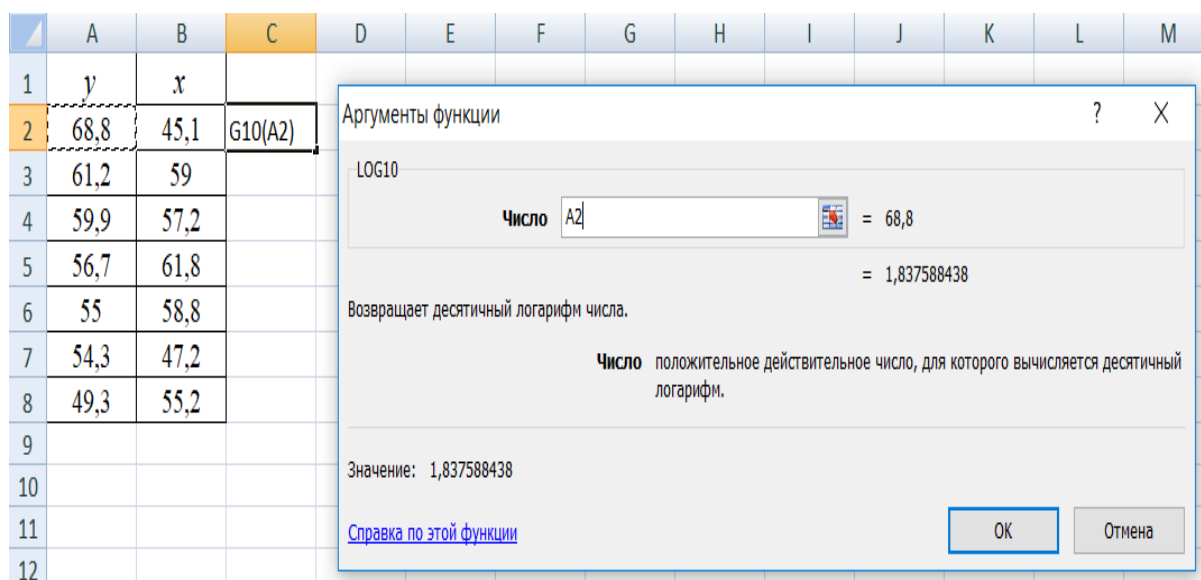
1 b. Berilgan misolni $y = a \cdot x^b$ ko'rishdagi modelini **MS Excel** dasturida tuzishni ko'rib chiqamiz. Buning uchun berilgan ma'lumotlarni **MS Excel** dasturiga kiritamiz (4.5-rasm). Kiritilgan

ma'lumotlar (x va y) ni logarifmlash uchun 4.5-rasmdagi oynada buyruqlar qatori tagida joylashgan qatorda f_x funksiyasini bosamiz, natijada **Мастер функций** (4.8-rasm) oynasi hosil bo'ladi.



4.8.-rasm. Funktsiyalarni tanlash

Ushbu oynadagi **Категория** darchasida **Математические** buyrug'i tanlanadi. So'nra **Выберите функцию** darchasidan **LOG10** funksiyasini topib, belgilab **ОК** tugmasi bosiladi, natijada **Аргументы функции** oynasi ochiladi (4.9-rasm). Ushbu oynaning **Число** darchasiga logarifmlash kerak bo'lgan o'zgaruvchining qiymatlari kiritiladi va **ОК** tugmasi bosiladi.



4.9-rasm. Logarifmlash oynasi

Hosil bo'ladigan natijani 4.9-rasmdagi oynada yangi katak ochib unga yoziladi va ketma-ket qolgan boshqa o'zgaruvchilar ham shu tartibda logarifmlanadi(4.10 - rasm).

	A	B	C	D	E
1	y	x	log y	log x	
2	68,8	45,1	1,83759	1,65418	
3	61,2	59	1,78675	1,77085	
4	59,9	57,2	1,77743	1,7574	
5	56,7	61,8	1,75358	1,79099	
6	55	58,8	1,74036	1,76938	
7	54,3	47,2	1,7348	1,67394	
8	49,3	55,2	1,69285	1,74194	
9					
10					
11					
12					

4.10-rasm. Logarifmlash natijalari

Logarifmlangan ma'lumotlar asosida korrelyatsion-regression tahlil amalga oshiriladi (4.11-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,34018966					
5	R-квадрат	0,115729005					
6	Нормированный R-квадрат	-0,061125194					
7	Стандартная ошибка	0,047222531					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	0,001459235	0,001459235	0,654375216	0,455305837	
13	Остаток	5	0,011149837	0,002229967			
14	Итого	6	0,012609072				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	2,278828547	0,64102796	3,554959672	0,016301475	0,631013717	3,926643377
18	Переменная X 1	-0,298424105	0,368910043	-0,808934618	0,455305837	-1,246737561	0,649889351

4.11-rasm. Regressiya natijalari

Rasmdagi natijalardan ko'rinib turibdiki a parametrning qiymati 2,278ga, b parametrning qiymati esa -0,298ga teng. Bu natija yuqoridagi hisoblashlarni to'g'ri bajarilganligini ko'rsatadi.

1v. $y = a \cdot b^x$ – ko‘rsatkichli egri chiziqli modelini tuzish.

Misolni MS Excel dasturida yechish uchun y ni logarifmlab olamiz (4.12-rasm).

	A	B	C	D
1	y	x	logy	x
2	68,8	45,1	1,837588	45,1
3	61,2	59	1,786751	59
4	59,9	57,2	1,777427	57,2
5	56,7	61,8	1,753583	61,8
6	55	58,8	1,740363	58,8
7	54,3	47,2	1,7348	47,2
8	49,3	55,2	1,692847	55,2

4.12- rasm. O‘zgaruvchilarni logarifmlash

Hosil bo‘lgan ma‘lumot asosida korrelyatsion-regression tahlilni amalga oshiramiz. Tahlil natijasi 4.13-rasmida berilgan. Rasmdan korrelyatsiya koeffitsiyenti $\rho_{xy} = 0,32$, $a = 1,887$ va $b = -0,003$ ga teng ekanini ko‘rishimiz mumkin.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,320033981					
5	R-квадрат	0,102421749					
6	Нормированный R-квадрат	-0,077093901					
7	Стандартная ошибка	0,047591685					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	0,001292266	0,001292266	0,570544959	0,484083813	
13	Остаток	5	0,011324842	0,002264968			
14	Итого	6	0,012617109				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	У-пересечение	1,887787745	0,169492333	11,13789463	0,00010174	1,452093832	2,323481657
18	Переменная X 1	-0,002318798	0,003069856	-0,755344265	0,484083813	-0,010210115	0,005572519

4.13-rasm. Korrelyatsion-regression tahlil natijalari

1g. $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$ teng tomonli giperbola tenglamasi modelini tuzish.

Ushbu misolni kompyuterda yechish uchun $1/x$ ni qiymatlari hisoblab olinadi (4.14-rasm).

	A	B	C	D
1	y	x	$z=1/x$	
2	68,8	45,1	0,022173	
3	61,2	59	0,016949	
4	59,9	57,2	0,017483	
5	56,7	61,8	0,016181	
6	55	58,8	0,017007	
7	54,3	47,2	0,021186	
8	49,3	55,2	0,018116	
9				

4.14-rasm. Hisoblash natijalari

Yechimning kompyuter varianti 4.15-rasmda keltirilgan.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,392245897					
5	R-квадрат	0,153856844					
6	Нормированный R-квадрат	-0,015371787					
7	Стандартная ошибка	6,245148588					
8	Наблюдения	7					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	35,45916701	35,45916701	0,909165563	0,384124191	
13	Остаток	5	195,0094044	39,00188088			
14	Итого	6	230,4685714				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	38,43533684	20,53500492	1,871698448	0,120151062	-14,35157379	91,22224747
18	Переменная X 1	1054,669864	1106,101669	0,953501737	0,384124191	-1788,654995	3897,994722

4.15-rasm. Regression tahlil natijalari

2-misol.

Hududlar bo'yicha aholining bir kunlik o'rtacha ish haqi va bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi haqida ma'lumotlar berilgan(4.6-jadval).

4.6-jadval

Hududlar raqami	Bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi, ming so'm, x	Bir kunlik o'rtacha ish haqi, ming so'm, y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Topshiriq:

1. y ni x ga juft regressiyasini chiziqli tenglamasini tuzing.
2. Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblang.
3. Regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsiyentining statistik ma'nodorligini baholang.

Quyida misolning **Ms Excel** dasturidagi yechimi keltirilgan (4.16-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественный R	0,721025214					
5	R-квадрат	0,519877359					
6	Нормированный R-квадрат	0,471865095					
7	Стандартная ошибка	12,5495908					
8	Наблюдения	12					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	1	1705,327706	1705,327706	10,82801173	0,008141843	
13	Остаток	10	1574,922294	157,4922294			
14	Итого	11	3280,25				
15							
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	У-пересечение	76,9764852	24,21156138	3,179327594	0,009830668	23,02976485	130,9232056
18	Переменная X 1	0,920430553	0,279715587	3,290594434	0,008141843	0,297185389	1,543675716

4.16-rasm. Regression tahlil natijalari

Kompyuterda **Ms Excel** dasturida amalga oshirilgan hisoblashlarning natijalari yuqorida olingan natijalar bilan aynan bir xil. Ya'ni, korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati (**B4**-katakda) $r_{xy}=0,72$ ga, a parametrning qiymati (**B17**-katakda) 76,98; u parametrning qiymati (**B18**-katakda) 0,92ga teng. a parametr qiymatining o'zgarish chegarasi **F17,G17**- kataklarda, b parametr qiymatining o'zgarish chegarasi **F18,G18**- kataklarda joylashgan. Demak, hisoblashlar to'g'ri bajarilgan.

3-misol.

Qandolat ishlab chiqaruvchi sexda bir ish kunida har bir sarflangan soat davomida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi kuzatilib quyidagi ma'lumotlar olingan:

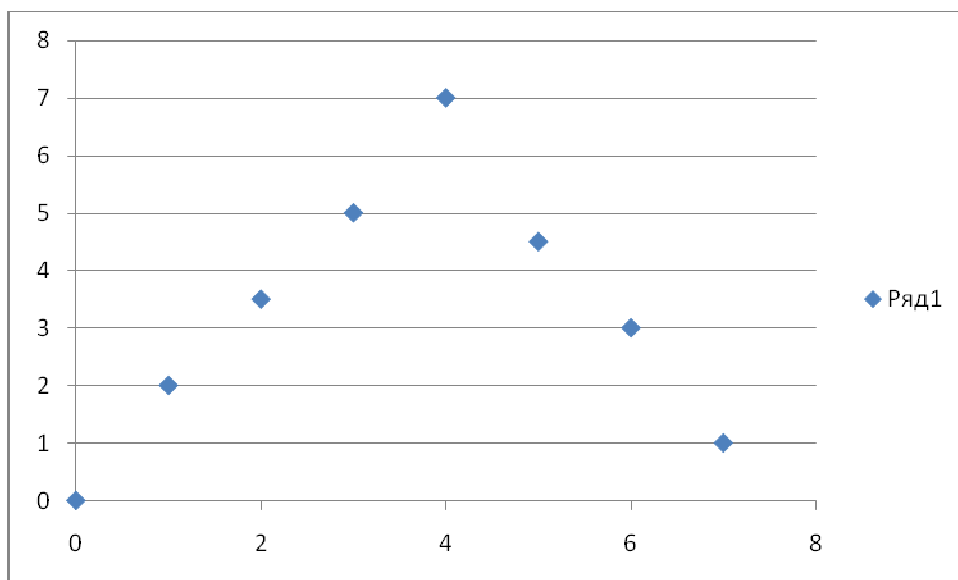
Sarflangan ish vaqti, soat (x)	0	1	2	3	4	5	6	7
Mahsulot hajmi, mln. so'm (y)	0	2	3,5	5	7	4,5	3	1

Topshiriq:

1. Olingan ma'lumotlarni grafikda tasvirlang va ko'rsatkichlarning bog'lanish shaklini aniqlang.
2. y ni x ga juft regressiyasining chiziqsiz tenglamasini tuzing.
3. Juft korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblang.
4. Tuzilgan regressiya tenglamasini va uning parametrlarini statistik ma'nodorligini baholang.

Yechish

1. Ma'lumotlarni grafikda tasvirlash uchun **MS Excel** dasturiga kirib **Вставка** menyusidan **Графики** burug'iga murojaat qilamiz va quyidagi 4.17-rasmda tasvirlangan chizmani olamiz.



4.17-rasm. Ma'lumotlarni grafikdagi tasviri

Grafikdan ko'rinib turibdiki, ma'lumotlar teng tomonli parabolani aks ettiradi, bu esa ikkinchi darajali parabola tenglamasi bilan ifodalanadi.

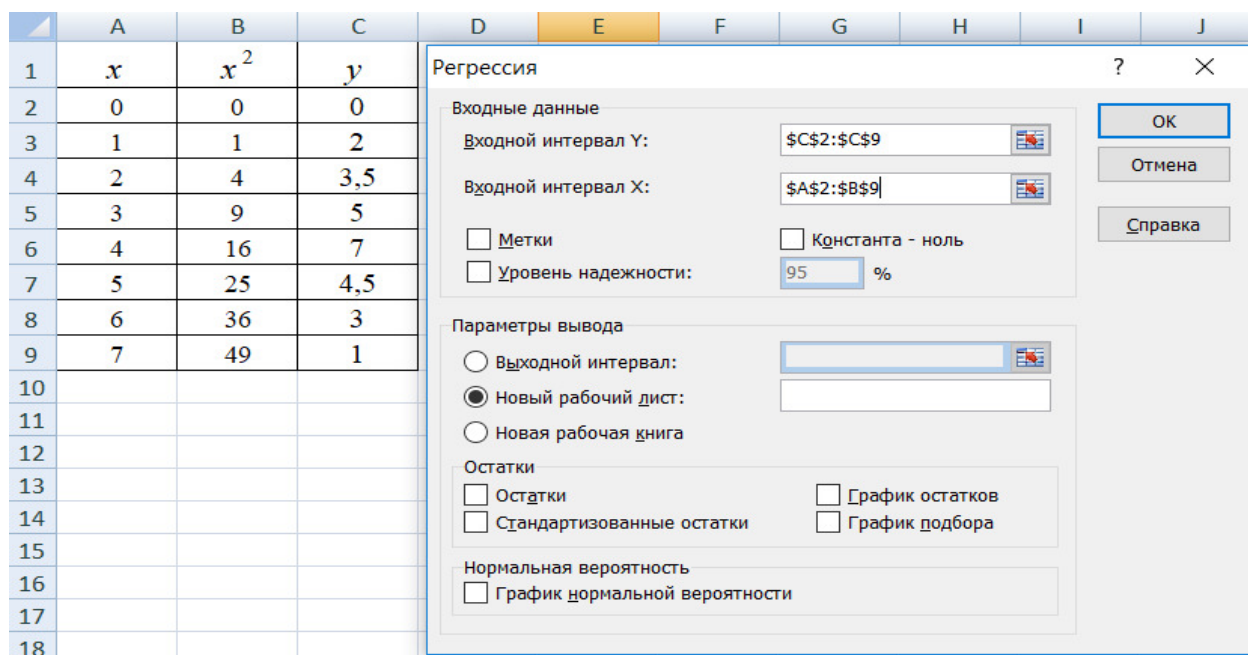
Ikkinchi darajali parabola tenglamasi:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \varepsilon,$$

bu tenglamaning parametrlari (a_0, a_1, a_2) quyidagi normal tenglamalar sistemasini yechib aniqlanadi:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases}$$

2. Parametrlar va korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymatlarini aniqlash hamda regressiya tenglamasini tuzish uchun **MS Excel** dasturiga murojaat qilamiz. Ma'lumotlarni kiritish **A** ustunga x omil belgining qiymatlari kiritishdan boshlanadi va **B** ustunda x^2 ning qiymatlari hisoblanib yoziladi hamda **C** ustunga y natijaviy belgining qiymatlari yoziladi (4.18-rasm). So'ngra **MS Excel** dasturining **Регрессия** buyrug'iga murojaat qilinadi (4.18-rasm).



4.18-*рasm*. Регрессия oynasi

Korrelyatsion-regression hisoblashlar asosida quyidagi jadval hosil bo‘ladi(4.19-*рasm*).

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	Регрессионная статистика						
4	Множественны	0,951276642					
5	R-квадрат	0,904927249					
6	Нормированны	0,866898148					
7	Стандартная ош	0,827359541					
8	Наблюдения	8					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		df	SS	MS	F	Значимость F	
12	Регрессия	2	32,57738095	16,28869048	23,79565217	0,00278702	
13	Остаток	5	3,422619048	0,68452381			
14	Итого	7	36				
15							
16	Коэффициенты		Стандартная оши	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
17	Y-пересечение	-0,458333333	0,696326814	-0,658215832	0,539494134	-2,248298392	1,331631725
18	Переменная X 1	3,202380952	0,464705244	6,891208985	0,000985181	2,007818094	4,396943811
19	Переменная X 2	-0,428571429	0,063832174	-6,714034619	0,001110021	-0,592657256	-0,264485601

4.19-*рasm*. Korrelyatsion-regression hisoblashlar natijalari

4.19-rasmdagi jadval ma'lumotlariga asosan: $a_0 = -0,46$; $a_1 = 3,20$; $a_2 = -0,43$ teng. Demak o'rganilayotgan jarayonning regression modeli quyidagicha:

$$\bar{y}_x = -0.4 + 3.2 \cdot x - 0.4 \cdot x^2$$

Rasmdagi jadvalning 12, 17, 18, 19-qatordagi ma'lumotlardan xulosa qilish mumkinki, Fisher mezoni bo'yicha H_0 gipoteza rad etiladi, Styudent mezoni bo'yicha regressiya tenglamasi parametrlari statistik ma'noga ega va ularning qiymatlarini o'zgarish chegaralari F va G ustunlarda keltirilgan.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-------------------|----------------------------|
| 1. Giperbola. | 7. Maksimal. |
| 2. Parabola. | 8. Simmetrik. |
| 3. Polinom. | 9. Normal. |
| 4. Ko'rsatkichli. | 10. Logarifmik. |
| 5. Eksponensial. | 11. Korrelyatsiya indeksi. |
| 6. Ekstremal. | 12. Dispersiya. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Agar belgilar orasidagi bog'lanish yo'nalishining o'zgarishi kuzatilmasa ikkinchi tartibli parabola qanday chiziqsiz funksiya bilan almashtirilishi mumkin?
2. Chiziqsiz regressiya qanday sinflarga bo'linadi? Ularni ko'rinishini yozing.
3. k – tartibli chiziqsiz tenglamalardan qanday qilib k omilli chiziqli regressiya modellarini olish mumkin?
4. Bog'lanishlarni ifodalashda ikkinchi tartibli parabolani qanday holatlarda qo'llash mumkin?
5. Ikkinchi tartibli parabolada b va s parametrlarning qiymatlari noldan katta va kichik bo'lishiga qarab egri chiziqni iqtisodiy nuqtayi nazardan tahlil qiling.
6. Nima uchun tadqiqotchi parabolaning to'liq shakli bilan emas, balki uning ayrim segmentidan foydalanib ish ko'radi?
7. Fillips egri chizig'i haqida nimani bilasiz va u qanday masalani yechishda qo'llanilgan?
8. Engel egri chizig'i qanday bog'lanishni ifodalaydi va u qaysi masalani yechishda qo'llanilgan?

9. Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati qanday hisoblanadi?

10. Chiziqsiz regressiyada EKKU qo'llashning o'ziga xos xususiyatlari nimalardan iborat?

11. 2 va 3 – misollarda regressiya tenglamalarini va ularning parametrlarini baholang.

Mustaqil ishlash uchun masala

Jadvalda hududlar bo'yicha aholining bir kunlik o'rtacha ish haqi va bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi haqida ma'lumotlar berilgan:

Hududlar raqami	Bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi, ming so'm, x	Bir kunlik o'rtacha ish haqi, ming so'm, y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173
13	110	178
14	109	181
15	102	180
16	105	184
17	108	186
18	100	188
19	106	185
20	104	190

Topshiriq:

1. y ni x ga juft regressiyasini chiziqli tenglamasini tuzing.
2. Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblang.
3. Regressiya tenglamasining parametrlari va korrelyatsiya koeffitsiyentini statistik ma'nodorligini baholang.
4. Yuqoridagi amallarni **MS Excel** dasturi yordamida kompyuterda ham bajaring va natijalarni taqqoslang.

V BOB. KO'P OMILLI EKONOMETRIK TAHLIL

5.1. Ko'p omilli ekonometrik modellar va ularni tuzish usullari

Modellashtirishda juft regressiya tadqiqot obyektiga ta'sir etuvchi asosiy omildan boshqa omillarni e'tiborga olmagan holatda yaxshi natija beradi. Masalan, u yoki bu mahsulot iste'molining daromadga bog'liqligini modellashtirishda tadqiqotchi daromaddan tashqari iste'molga bir xilda ta'sir etuvchi mahsulot bahosi, oilaning katta-kichikligi, oila tarkibi kabi omillarni ham ta'siri borligini e'tiborga oladi. Shu bilan birga tadqiqotchi bunday holatni har doim ham to'g'ri bo'lishiga ishonmasligi ham mumkin. Daromadni iste'molga ta'siri haqida to'g'ri tasavvurga ega bo'lish uchun, boshqa ta'sir etuvchi omillarni o'zgarmas deb qaragan holda, ularni korrelyatsiyasini o'rganishi zarur. Bunday masalani yechishning to'g'ri yo'llaridan biri, omillar to'plamidan daromaddan tashqari boshqa omillarni bir xilda ta'sir etuvchilarini tanlab olishdan iborat. Bu yo'l ximiya, fizika, biologiya tadqiqotlarida qo'llaniladigan tajribalarni rejalashtirish usuliga olib keladi. Iqtisodchida tabiiy jarayonlarni tajribadan o'tkazuvchi tadqiqotchi singari boshqa omillarni boshqarish imkoniyati mavjud emas. Alohida iqtisodiy o'zgaruvchilarning holatini nazorat qilish murakkab masala, ya'ni bitta o'rganilayotgan omilni ta'sirini baholash uchun barcha sharoitlarni birdek ta'minlab berish mumkin emas. Bunday holatlarda boshqa omillarni modelga kiritib ularning ta'sirini o'rganishga harakat qilinadi, ya'ni quyidagi ko'p omilli regressiya tenglamasi tuziladi:

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon.$$

Bu yerda b_j – koeffitsiyentlar mos x_j – omillar bo'yicha y – iste'molning xususiy hosilasi:

$$b_1 = \frac{dy}{dx_1}, \quad b_2 = \frac{dy}{dx_2}, \quad \dots, \quad b_p = \frac{dy}{dx_p},$$

Bu yerda qolgan barcha x_i lar o'zgarmas deb qabul qilinadi.

Bunday tenglamani masalan, iste'molni o'rganishda qo'llash mumkin.

XX asrning 30-yillarida Dj.M. Keyns o'zining iste'mol funksiyasi gipotezasini taklif etadi. Iste'mol funksiyasi quyidagi model ko'rinishida ifodalanadi.

$$C = f(y, P, M, Z),$$

bu yerda: C – iste'mol;

y – daromad;

P – baho, hayot qiymati indeksi;

M – iste'molchi ixtiyoridagi pul;

Z – xarajatlari.

Bunda $0 < \frac{dC}{dy} < 1$ shart bajarilishi talab etiladi.

Ko'p omilli regressiya aksiyalarning daromadliligi muammolarini yechishda, ishlab chiqarish xarajatlari funksiyalarini o'rganishda, makroiqtisodiy hisoblashlarda va ekonometrikaning qator boshqa muammolarini o'rganishda qo'llaniladi. Hozirgi sharoitda ko'p omilli regressiya-ekonometrikada eng ko'p qo'llaniladigan usullardan biri hisoblanadi.

Ko'p omilli regressiyaning asosiy maqsadi omillarning har birini modellashtiriluvchi ko'rsatkichga alohida hamda ularning umumiy birgalikdagi ta'sirlarini o'rganib ko'p o'lchovli modellarni qurishdan iborat.

Ko'p omilli regressiya tenglamalarini tuzish modellarni shakllantirish masalalarini yechishdan boshlanadi. Ular o'z ichiga ikki masalani oladi: -birinchisi, omillarni saralash bo'lsa, ikkinchisi, regressiya tenglamasi ko'rinishini tanlashdan iborat.

5.2. Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzishda omillarni saralash

Ko'p omilli regressiya tenglamasiga u yoki bu omillar to'plamini kiritish avvalo tadqiqotchining modellashtiruvchi ko'rsatkichni boshqa iqtisodiy jarayonlar bilan o'zaro bog'lanish tabiati haqidagi tasavvuriga

bog'liq. Ko'p omilli regressiyaga kiritiluvchi omillar quydagi talablarga javob berishi kerak:

1. Ular miqdoriy jihatdan o'lchanadigan bo'lishi kerak. Agar modelga miqdoriy jihatdan o'lchash imkoniyati bo'lmagan sifat ko'rsatkichlari kiritiladigan bo'lsa, ularni miqdor jihatdan aniqlashtirish zarur (masalan, hosildorlik modelida tuproqning sifati bal ko'rinishida, ko'chmas mulk obyektlari qiymati ranjirlangan rayonlarda joylashishiga qarab, mehnat resurslarini o'rganishda aholining kategorilariga qarab va h.k.).

2. Omillar o'zaro yuqori darajali korrelyatsiyada bo'lishi kerak emas va aniq funksional bog'lanishda ham bo'lishi kerak emas.

Modelga yuqori darajadagi korrelyatsiyada bo'lgan omillarning kiritilishi, $R_{yx_1} < R_{x_1x_2}$ bo'lganda $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \varepsilon$ bog'lanish uchun normal tenglamalar sistemasida regressiya koeffitsiyentlarini baholashda noaniqliklar vujudga keladi.

Agar omillar orasida o'ta yuqori bog'lanish mavjud bo'lsa, u holda ularning har birini natijaviy belgiga ta'sirini alohida aniqlab bo'lmaydi va regressiya tenglamasining parametrlari ma'noga ega bo'lmay qoladi. $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \varepsilon$ regressiya tenglamasida x_1 va x_2 omillar bir-biriga bog'liq bo'lmasa, ya'ni $r_{x_1x_2} = 0$ bo'lsa, u holda b_1 parametr x_1 omilni x_2 omilning qiymati o'zgarmagan holatda y natijaviy belgiga ta'sir kuchini o'lchaydi. Agar $r_{x_1x_2} = 1$ bo'lsa, u holda x_1 omilning qiymati o'zgarishi bilan x_2 omilning qiymati o'zgarmay qolmaydi. Bundan kelib chiqadiki b_1 va b_2 parametrlar x_1 va x_2 omillarning y natijaviy belgiga alohida – alohida ta'sirlarini to'g'ri tavsiflab bera olmaydi.

Misol. Mahsulot birligi tannarxini (y , so'm), ishchining ish haqiga (x , so'm) va uning mehnat unumdorligiga (z , so'm) regressiyasini ko'rib chiqaylik. U quydagicha ifodalangan bo'lsin:

$$y = 22600 - 5 \cdot x - 10 \cdot z + \varepsilon.$$

O'zgaruvchi z oldidagi regressiya koeffitsiyenti ish haqi darajasi o'zgarmagan holda ishlab chiqarish samaradorligi bir birlikka oshganda mahsulot birligining tannarxi o'rtacha 10 birlikka kamayishini ko'rsatadi. Shu bilan birga z o'zgaruvchi oldidagi parametrqa qarab ish haqining ko'payishi hisobiga tannarx pasayadi deb qarash kerak emas. Ushbu holatda x o'zgaruvchi oldidagi regressiya koeffitsiyentining

manfiy qiymat x va z o'zgaruvchilarning o'zaro korrelyatsiyasini yuqori ekanligini bildiradi ($z_{xy} = 0.95$). Shuning uchun mehnat unumdorligi o'zgarmagan holda ish haqi o'sishi mumkin emas.

Ko'p omilli regressiyaga kiritiluvchi omillar mustaqil o'zgaruvchilar variatsiyasini aniqlab berishi kerak. Agar p omilli model tuzilgan bo'lsa, natijaviy belgining p omillar regressiyasidagi aniqlangan variatsiyasi ulushini ifodalovchi R^2 determinatsiya koeffitsiyenti hisoblanadi. Modelda e'tiborga olinmagan omillarning ta'siri $1 - R^2$ ifoda bilan va unga mos qoldiq dispersiya (σ_{qql}^2) bilan baholanadi.

Regressiya tenglamasiga qo'shimcha $p+1$ omil kiritilganda determinatsiya koeffitsiyenti o'sishi, qoldiq dispersiya esa kamayishi kerak, ya'ni:

$$R_{p+1}^2 \geq R_p^2 \quad \text{va} \quad \sigma_{p+1}^2 \leq \sigma_p^2.$$

Agarda bu shart bajarilmasa va ko'rsatkichlarning qiymatlari bir-biridan kam farq qilsa, u holda modelga kiritilgan x_{p+1} -omil modelni yaxshilamaydi va ortiqcha omil bo'lib hisoblanadi.

Modelga ortiqcha omillarni kiritish har doim ham qoldiq dispersiya ko'rsatkichini kamayishiga va determinatsiya ko'rsatkichi qiymatini ortishiga olib kelmaydi, regressiya parametrlarini esa Styudent t -kriteriyasi bo'yicha baholaganda ularni statistik ma'nodorligini yo'qotishga olib keladi. Ortiqcha, takrorlanuvchi omillarni modeldan chiqarib tashlash esa omillarni o'zaro korrelyatsiyasini o'rganish orqali amalga oshiriladi. Buning uchun interkorrelyatsiya, ya'ni omillarni o'zaro korrelyatsiyasi koeffitsiyenti hisoblab chiqiladi. Agar omillar o'rtasidagi chiziqli bog'lanish $r_{x_i, x_j} \geq 0,7$ shartni qanoatlantirsa, ularni **aniq kolleniar** deyiladi.

Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzishning asosiy shartlaridan biri omillarni o'zaro bog'liq bo'lmasligini ta'minlash, ya'ni har bir omilni natijaviy belgiga alohida-alohida ta'sirini ta'minlashdan iborat. Omillarni kolleniarligi ularni bir-birlarini takrorlanishidan kelib chiqib, yuqoridagi shartni, ya'ni $R_{x_i, x_j} = 0$ bo'lishini buzilishiga olib keladi.

Shuning uchun x_i, x_j omillardan birini modeldan chiqarib tashlash kerak bo'ladi.

Bunday holatda natijaviy belgi bilan bog'lanish kuchi yetarlicha bo'lib, boshqa qolgan omillar bilan bog'lanishi kuchsiz bo'lgan omil qoldiriladi. Natijaviy belgi bilan bog'lanish kuchi kuchli, shu bilan birga qolgan omillar bilan ham kuchli bog'lanishga ega bo'lgan omil modeldan chiqariladi. Bu quyidagicha amalga oshiriladi.

Masalan, uchta omilni o'z ichiga oluvchi regressiya uchun determinatsiya koeffitsiyenti 0,857 bo'lsin, to'rtinchi omil kiritilgandan so'ng determinatsiya koeffitsiyenti 0,858 ga teng bo'lsa, u holda oxirgi omilni modelga kiritish maqsadga muvofiq emas.

Masalan, $y = f(x, z, v)$ funktsiya ko'rinishidagi bog'lanishni o'rganishda juft korrelyatsiya koeffitsiyenti matritsasi quydagicha bo'lsin;

	y	x	z	v
y	1			
x	0,8	1		
z	0,7	0,8	1	
v	0,6	0,5	0,2	1

Jadvaldan ko'rinib turibdiki x va z omillar bir-birini takrorlaydi, ya'ni ularning y belgi bilan korrelyatsiya darajalari juda yaqin. z omilning natija y bilan korrelyatsiyasi x omilning natija y bilan korrelyatsiyasiga nisbatan kuchsizroq ($r_{yz} < r_{y\hat{o}}$) hamda ularning v omil bilan korrelyatsiyasida z omilning korrelyatsiyasi kuchsiz. Demak ushbu holatda ko'p omilli regressiya tenglamasiga z va v omillarni kiritilishi maqsadga muvofiq.

Ko'p omilli regression modelni tuzishda omillar ikkitadan ko'p bo'lsa masala yanada murakkablashadi. Agar omillar bir-biri bilan o'zaro bog'lanishda bo'lsa u holda omillar **multikolleniar** deyiladi. Multikolleniarlik holatda omillar o'zaro bog'langanligi sababli ularni natijaviy belgiga alohida-alohida ta'sirlarini aniqlash mumkin bo'lmaydi. Agar multikolleniarlik darajasi yuqori bo'lsa regressiya tenglamasining parametrlarini EKKU bilan aniqlash yaxshi natija

bermaydi. Parametrlarda xatoliklar yuzaga kelib, ularning iqtisodiy ma'nosi buziladi.

Omillarning multikolleniarligini baholash uchun juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasidan foydalanish mumkin. Agar omillar o'zaro korrelyatsiyada bo'lmasa, u holda juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi birlik matritsadan iborat bo'lib, uning determinanti birga teng bo'ladi. Aksincha bo'lsa nolga tengligi kelib chiqadi.

Masalan, quyidagi uch omilli regressi tenglamasida

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon$$

multikolleniarlik bo'lmasa juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi determinanti birga teng bo'ladi, ya'ni

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} R_{x_1x_1} & R_{x_2x_1} & R_{x_3x_1} \\ R_{x_1x_2} & R_{x_2x_2} & R_{x_3x_2} \\ R_{x_1x_3} & R_{x_2x_3} & R_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Agar aksincha, multikolleniarlik mavjud bo'lsa juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari birga teng bo'lib, ularning matritsasi determinanti nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$\text{Det}|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Omillararo korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasining determinanti qanchalik nolga yaqin bo'lsa, omillarning multikolleniarlik darajasi shunchalik yuqori bo'ladi va ko'p omilli regressiyaning natijalari ishonchsiz bo'ladi. Aksincha omillararo korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasining determinanti qanchalik birga yaqin bo'lsa, omillarning multikolleniarlik darajasi shunchalik kichik bo'ladi.

Ko'p omilli regressiyada omillarni saralashga turlicha yondoshuvlar mavjud bo'lganligi sababli mos ravishda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzishga ham yondoshuvlar turlicha.

Amaliyotda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzishda quyidagi usullar keng qo'llaniladi:

- omillarni chiqarib tashlash usuli;
- omillarni kiritish usuli;

- qadamma-qadam regression tahlil usuli.

Bu usularning birinchisida omillar to‘plamidan muhim bo‘lmagan omillarni chiqarib tashlab, ikkinchisida modelga qo‘shimcha omil kiritib, uchinchisida avval kiritilgan omillardan keraksizlarini chiqarib tashlab bir-biriga yaqin bo‘lgan natijalarni olgan holda omillarni saralash masalasi yechiladi.

Yuqorida bayon qilingan juft korrelyatsiyalar matritsasi omillarni kiritish masalasini hal qilishda yordam beradi deb hisoblash mumkin. Ammo omillarning o‘zaro bog‘liqligida juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi u yoki bu omilni kiritish yoki chiqarib tashlash masalasini to‘liq yechib bera olmaydi. Ushbu masalani yechishda omil belgini natijaviy belgiga to‘g‘ridan to‘g‘ri ta’sirini ifodalovchi “*xususiy korrelyatsiya*” koeffitsiyenti yordam beradi. Omillarni saralashda modelga kiritiladigan omillar soni regressiya qilinadigan ma’lumotlar to‘plamidan 6–7 marta kam bo‘lishi ya’ni, modelga kiritiladigan har bir omil bo‘yicha kamida yettita ma’lumot bo‘lishi shart.

5.3. Ko‘p omilli regressiya tenglamalarini tahlil qilish

Juft regressiya kabi ko‘p omilli regressiyaning ham chiziqli va chiziqsiz turli tenglamalari bo‘lishi mumkin. Parametrlarini aniq tahlil qilish imkoniyati mavjud bo‘lgani uchun ko‘proq chiziqli va darajali funksiyalar qo‘llaniladi.

$\hat{y}_x = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p$ ko‘p omilli chiziqli regressiyada, x o‘zgaruvchi oldidagi parametrlar “toza” regressiya koeffitsiyentlar deb ataladi. Ular mos omil bir birlikka o‘zgarganda, qolgan omillar o‘zgarmagan holda natijaning o‘rtacha o‘zgarishini tavsiflaydi.

Misol. Faraz qilaylik oilada oziq-ovqat mahsulotlariga harajatlarning oila a’zolarining soni va daromadiga bog‘liqligi quyidagi tenglama bilan ifodalansin:

$$\hat{y}_x = 0,5 + 0,35 \cdot x_1 + 0,73 \cdot x_2,$$

bu yerda: $\hat{y}_x$ – oilaning oziq-ovqat mahsulotlari uchun bir oylik xarajatlari, mln. so‘m;

x_1 – oilaning bitta a'zosiga to'g'ri keladigan oylik daromadi, mln. so'm;

x_2 – oila a'zolarining soni, kishi.

Ushbu tenglamaning tahlili quyidagicha mulohaza yuritishga imkon beradi: oilaning bitta a'zosiga daromad bir mln. so'mga oshsa, oila a'zolarining soni o'zgarmagan holda oziq-ovqatga xarajat o'rtacha 350 ming so'mga ortadi. Boshqacha aytganda, oilaning qo'shimcha daromadidan 35 foizi oziq-ovqatga sarflanadi. Daromad o'zgarmaganda oila a'zolarining sonini ko'payishi oziq-ovqatga xarajatni qo'shimcha 730 ming so'mga o'sishiga olib keladi.

Istemol masalalarini o'rganganda regressiya koeffitsiyentlari iste'molga moyillik limitini tavsiflovchi ko'rsatkich deb qaraladi (ya'ni qancha miqdorda iste'mol bo'lishi mumkinligini ko'rsatadi).

Masalan, C_t – iste'mol funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$C_t = a + b_0 \cdot D_t + b_1 \cdot D_{t-1} + \varepsilon,$$

u holda t davrdagi iste'mol o'sha davrdagi D_t daromadga hamda undan oldingi davrdagi D_{t-1} daromadga bog'liq bo'ladi. Mos ravishda b_0 – koeffitsiyent D_t daromadning bir birlikka o'zgarishi samarasini tavsiflaydi. Odatda b_0 – koeffitsiyent qisqa davrdagi iste'molga bo'ladigan talabga moyillik deyiladi. Joriy va avvalgi davrdagi daromadlarning o'sishini umumiy samarasi iste'molni $b = b_0 + b_1$ ga ko'payishiga teng bo'ladi. Bu yerda b koeffitsiyent iste'molga uzoq muddatli moillik deb qaraladi. b_0 va $b_1 > 0$ bo'lgani uchun iste'molga uzoq muddatli moyillik qisqa muddatligidan katta bo'ladi.

Masalan, 1905–1951-yillari iqtisodchi M. Fridman AQSH uchun quyidagi iste'mol funksiyasini tuzgan:

$$C_t = 53 + 0,58 \cdot D_t + 0,32 \cdot D_{t-1},$$

bu funksiyada iste'molga qisqa muddatli moyillik 0,58ga teng bo'lsa, iste'molga uzoq muddatli moyillik 0,9ni tashkil etgan.

Iste'mol funksiyasi avvalgi davrlarda odatlangan iste'molga bog'liq holda ham qaralishi mumkin, ya'ni iste'molni avvalgi darajasi C_{t-1} ga bog'liq holda iste'mol funksiyasi quyidagicha:

$$C_t = a + b_0 \cdot D_t + b_1 \cdot C_{t-1} + \varepsilon.$$

Bu tenglamada ham b_0 parametr iste'molga qisqa muddatli moyillik limitini, ya'ni o'sha davrdagi D_t daromadning bir birlikka o'sishini iste'molga ta'sirini tavsiflaydi. Bunday holatlarda iste'molga bo'lgan uzoq muddatli moyillik limiti $b_0/(1-b_1)$ ifoda bilan o'lchanadi.

Agar regressiya tenglamasi quyidagicha bo'lsa,

$$C_t = 23,4 + 0,46 \cdot D_t + 0,20 \cdot C_{t-1} + \varepsilon,$$

bunda iste'molga qisqa muddatli moyillik 0,46ga teng, uzoq muddatlisi esa 0,575(0,46/0,8)ga teng.

$\hat{y}_x = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \dots x_p^{b_p}$ darajali funksiyada b_j koeffitsiyentlar elastiklik koeffitsiyentlari deb ataladi. Bu koeffitsiyent omillardan biri bir foizga o'zgarganda, qolganlari o'zgarmagan holda, natija o'rtacha necha foizga o'zgarishini bildiradi. Ushbu ko'rinishdagi regressiya tenglamasi talab va iste'molni o'rganishda ishlab chiqarish funksiyalari sifatida ko'proq qo'llaniladi.

Faraz qilaylik, go'shtga bo'lgan talabni o'rganishda quyidagi tenglama olingan bo'lsin:

$$\hat{y}_x = 0,82 \cdot x_1^{-2,63} \cdot x_2^{1,11} \quad \text{yoki} \quad \hat{y}_x = 0,82 \frac{x_2^{1,11}}{x_1^{2,63}},$$

bu yerda: y – talab qilinadigan go'sht miqdori; x_1 – narx; x_2 – daromad.

Mos ravishda, regressiya tenglamasi daromad o'zgarmaganda narxning bir foizga o'sishi, talabning 2,63 foizga kamayishiga sabab bo'lishini, daromadni bir foizga ko'payishi esa talabni 1,11 foizga o'sishiga olib kelishini ko'rsatadi.

Quyidagi ko'rinishdagi ishlab chiqarish funksiyasini tahlil qilib ko'raylik

$$Q = a \cdot Q_1^{b_1} \cdot Q_2^{b_2} \cdot \dots \cdot Q_m^{b_m} \cdot \varepsilon,$$

bu yerda Q – m ta ($Q_1, Q_2, \dots, Q_m$) omillar ta'sirida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi;

b_i – mahsulot hajmini mos ishlab chiqarish omillari soniga nisbatini elastikligini ifodalovchi koeffitsiyent.

Ushbu ishlab chiqarish funksiyasida nafaqat b_i koeffitsiyentlar iqtisodiy ma'noga ega, balki ularning yig'indisi, ya'ni elastikliklar yig'indisi $B = b_1 + b_2 + \dots + b_m$ ham iqtisodiy ma'noga ega va bu yig'indi ishlab chiqarishning elastikligini umumlashtirib ko'rsatuvchi kattalikdir.

Masalan,

$$Q = 2,4 \cdot Q_1^{0,2} \cdot Q_2^{0,3} \cdot Q_3^{0,5} \cdot \varepsilon,$$

ko'rinishga ega bo'lgan ishlab chiqarish funksiyasida:

Q – 3ta (Q_1, Q_2, Q_3) omillar ta'sirida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi;

Q_1 – asosiy ishlab chiqarish fondlari qiymati;

Q_2 – ishlangan kun, ish kuni;

Q_3 – ishlab chiqarishga xarajatlar.

Q_1 ning 1%ga ortishi bilan (Q_2, Q_3 omillar o'zgarmagan holda) alohida ishlab chiqarish omillari bo'yicha mahsulot hajmining elastikligi o'rtacha 0,2%ni tashkil etadi; Q_2 ni 1%ga ortish (Q_1, Q_3 omillar o'zgarmagan holda) 0,3%ni; Q_3 ni 1%ga ortish (Q_1, Q_2 omillar o'zgarmagan holda) 0,5%ni tashkil etadi. Yuqoridagi funksiya uchun $B = b_1 + b_2 + b_3 = 1$. Demak, ishlab chiqarishning har bir omilini 1%ga ishlab chiqarish hajmi elastikligi o'rtacha 1%ni tashkil etadi, ya'ni ishlab chiqarish 1%ga o'sadi.

Amalda har doim ham $\sum_{j=1}^m b_j = 1$ bo'lavermaydi. Bu yig'indi birdan katta ($V > 1$) ham, birdan kichik ($V < 1$) ham bo'lishi mumkin. Bunday holatda har bir ishlab chiqarish omilini 1%ga ortishi bilan mahsulot ishlab chiqarish hajmi elastikligi taxminan baholanadi.

Masalan, agar $Q = 2,4 \cdot Q_1^{0,3} \cdot Q_2^{0,4} \cdot Q_3^{0,5}$ bo'lsa har bir ishlab chiqarish omilini 1%ga ortishi mahsulot ishlab chiqarish hajmini taxminan 1,2% o'sishini bildiradi.

Ekonometrikada regression modellar ko'proq makro darajadagi iqtisodiy ko'rsatkichlar asosida quriladi. Modellashtirilayotgan ko'rsatkichlarga iqtisodiy jihatdan muhim omillarni ta'sirini baholash masalalari qo'yilganda ma'lumotlarning cheklanganligi turli

muammolar keltirib chiqaradi. Shuning uchun yuqori tartibli polinomlar iqtisodiyotda kam qo‘llaniladi.

5.4. Ko‘p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini baholash

Ko'p omilli regressiya tenglamasi parametrlari juft regressiyadagi kabi EKKU bilan aniqlaniladi. EKKU ni qo'llab normal tenglamalar sistemasi hosil qilinilishini ko'rib chiqdik. Normal tenglamalar sistemasining yechimi regressiya parametrlarini baholash imkonini beradi.

Ushbu

$$y = a + b_1 x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon \quad (5.1)$$

regressiya tenglamasi uchun normal tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishdan iborat:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma y = n \cdot a + b_1 \Sigma x_1 + b_2 \cdot \Sigma x_2 + \dots + b_p \cdot \Sigma x_p, \\ \Sigma y \cdot x_1 = a \cdot \Sigma x_1 + b_1 \cdot \Sigma x_1^2 + b_2 \cdot \Sigma x_1 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot \Sigma x_p \cdot x_1, \\ \dots\dots\dots \\ \Sigma y \cdot x_n = a \cdot \Sigma x_p + b_1 \cdot \Sigma x_1 \cdot x_p + b_2 \cdot \Sigma x_2 \cdot x_p + \dots + b_p \cdot \Sigma x_p^2 \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Sistemani determinantlar usuli bilan yechib uning parametrlarini quyidagicha topish mumkin:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}, b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \dots, b_p = \frac{\Delta b_p}{\Delta}$$

bu yerda:

$$\Delta = \left| \begin{array}{cccc} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \dots & \sum x_p \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_2 \cdot x_1 & \dots & \sum x_p x_1 \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 & \dots & \sum x_p x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum x_p & \sum x_1 x_p & \sum x_2 x_p & \dots & \sum x_p^2 \end{array} \right| \quad (5.3)$$

normal tenglamalar sistemasining determinanti;

$\Delta a, \Delta b_1, \dots, \Delta b_p$ – xususiy determinantlar, ular (5.3)ning mos ustunlariga (5.2) sistemaning chap tomonini almashtirish orqali hisoblanadi.

Natijaviy belgi y va omil $x_1, x_2, \dots, x_p$ belgilarning berilgan qiymatlari asosida $a, b_1, \dots, b_p$ parametrlarning qiymatlarini topib (5.1) regressiya tenglamasiga qo‘ysak, aniq iqtisodiy hodisaning ko‘p omilli regressiya tenglamasini olamiz.

Ko'p omilli regressiya parametrlarini aniqlashning boshqa usuli ham mavjud. Bu usulda juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi asosida standartlashgan masshtabda quyidagi regressiya tenglamasi tuziladi:

$$t_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2} + \dots + \beta_p \cdot t_{x_p} + \varepsilon \quad (5.4)$$

bu yerda, $t_{y_i}, t_{x_1}, \dots, t_{x_p}$ – standartlashgan o'zgaruvchilar, β_i – regressiyaning standartlashgan koeffitsiyentlari.

Ular quyidagicha aniqlaniladi:

$$t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}}$$

Ushbu parametrlarning oʻrtacha qiymatlari nolga teng ($\bar{t}_y = \bar{t}_{x_j} = 0$), oʻrtacha kvadratik chetlanish esa birga teng ($\sigma_{t_y} = \sigma_{t_{x_j}} = 1$).

Standartlashtirilgan masshtabdagi ko'p omilli regressiya tenglamasiga EKKUni qo'llab, mos o'zgartishlarni kiritgandan so'ng quyidagi ko'rinishdagi normal tenglamalar sistemasini olamiz:

[illegible]

Ushbu sistemani determinantlar usulida yechib regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsiyentlari β_i larni topamiz.

Standartlashtirilgan regressiya koeffitsiyenti – agar x_i omil boshqa omillarning oʻrtacha darajasi bir birlikka oʻzgarsa natija oʻrtacha qancha birlikka oʻzgarishini koʻrsatadi.

Barcha o'zgaruvchilar markazlashgan va normallashtirilgan holda berilganligi uchun regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsiyentlari – β_j larni taqqoslash mumkin. Ularni bir-biri bilan taqqoslab omillarni natijaga ta'sir kuchi bo'yicha ranjirlash mumkin. Standartlashtirilgan

regressiya koeffitsiyentlari bir-biri bilan taqqoslash imkoniyati bo'lmagan "toza" regressiyadan shunisi bilan afzallikka ega.

Misol. Ishlab chiqarish harajatlari funksiyasi y quyidagi tenglama bilan ifodalangan bo'lsin (mlrd. so'm):

$$y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon,$$

bu yerda: x_1 – asosiy ishlab chiqarish fondlari (mlrd.so'm);

x_2 – ishlab chiqarishda band bo'lganlar (kishi).

Tenglamani tahlil qilib, ishlab chiqarishda band bo'lganlar soni o'zgarmagan holda asosiy ishlab chiqarish fondlarining qiymati 1 mlrd. so'mga ortishi, xarajatlarni o'rtacha 1,2 mlrd. so'mga ko'payishiga, ishlab chiqarishda band bo'lganlarning soni bittaga ortishi, korxonaning texnik jihozlanganligi o'zgarmagan holda xarajatlarni o'rtacha 1,1 mlrd. so'mga o'sishiga olib kelishini ko'rish mumkin. Ammo bu, x_1 omil x_2 omilga nisbatan ishlab chiqarish xarajatlariga ko'proq ta'sir qilishini anglatmaydi. Faraz qilaylik shu masala uchun standartlashtirilgan regressiya tenglamasi quyidagicha bo'lsin:

$$t_y = 0,5 \cdot t_{x_1} + 0,8 \cdot t_{x_2}.$$

Bu tenglama x_1 omil bir birlikka o'zgarganda band bo'lganlar soni o'zgarmaganda mahsulotga xarajatlarni o'rtacha 0,5 birlikka o'zgarishini anglatadi. $\beta_1 < \beta_2 (0,5 < 0,8)$ munosabatni e'tiborga oladigan bo'lsak, oddiy regressiya tenglamasidagi kabi mahsulot ishlab chiqarishga x_1 omil emas ko'proq x_2 omil ta'sir etadi deb xulosa qilish mumkin.

Regressiya tenglamasining b_i regressiya koeffitsiyenti bilan standartlashtirilgan regressiya koeffitsiyenti orasida bog'liqlik mavjud bo'lib, u quyidagi ko'rinishga ega:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}, \quad (5.5)$$

bu yerda:
$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}; \quad \sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Ushbu (5.5) formula standartlashtirilgan masshtabdagi quyidagi regressiya tenglamasidan

$$\hat{t}_y = \beta_1 \cdot t_{x_1} + \beta_2 \cdot t_{x_2} + \dots + \beta_p \cdot t_{x_p}$$

o'zgaruvchilari natural masshtabdagi quyidagi regressiya tenglamasiga o'tish imkoniyatini beradi,

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p$$

Bundan a parametr quyidagicha aniqlaniladi:

$$a = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}_1 - b_2 \cdot \bar{x}_2 - \dots - b_p \cdot \bar{x}_p$$

Standartlashtirilgan regressiya koeffitsiyentining ma'nosi shundan iboratki u modeldan β_j ning qiymatlariga qarab eng ahamiyatsiz omillarni chiqarib tashlash imkoniyatini beradi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|--------------------|----------------------------|
| 1. Iste'mol. | 11. Toza regressiya. |
| 2. Daromad. | 12. Moyillik. |
| 3. Tajriba. | 13. Elastiklik. |
| 4. Hosila. | 14. Determinant. |
| 5. Gipoteza. | 15. Standartlashgan. |
| 6. Saralash. | 16. Markazlashgan. |
| 7. Tannarx. | 17. Interkorrelyatsiya. |
| 8. Variatsiya. | 18. Kolleniar. |
| 9. Determinatsiya. | 19. Multikolleniar. |
| 10. Matritsa. | 20. Xususiy korrelyatsiya. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Ko'p omilli regressiya modellarining xususiyatlari nimalardan iborat?
2. Ko'p omilli regressiyaning asosiy maqsadi nima?
3. Ko'p omilli regressiya tenglamalarini tuzishda qanday masalalar yechiladi?
4. Ko'p omilli regressiya modellariga kiritiluvchi omillar qanday talablarga javob berishi kerak?
5. Ko'p omilli regressiya modellarida e'tiborga olingan va olinmagan omillarning ta'siri qaysi ko'rsatkichlar orqali baholanadi?

6. Ko‘p omilli regressiya tenglamasida o‘zgaruvchilar oldidagi parametrlarni $y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon$, tenglama misolida tushuntirib bering.

7. “Toza” regressiya koeffitsiyentlari deb qaysi koeffitsiyentlarga aytiladi va ular nimani tavsiflaydi?

8. Iste’mol masalalarini o‘rganganda b , b_0 , b_1 koeffitsiyentlar qanday nomlanadi va ular qanday ma’noni anglatadi?

9. Darajali funksiyalarda elastiklik koeffitsiyentlari nimani anglatadi?

10. $\hat{y}_x = 0,38 \cdot x_1^{-3,31} \cdot x_2^{1,45}$ regressiya tenglamasini elastiklikka bog‘lab sharhlab bering.

11. Ko‘p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini baholashning qanday usullari mavjud?

12. Ko‘p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini baholashning determinantlar usulini aytib bering.

13. Ko‘p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini baholashning standartlashgan masshtabga o‘tish yo‘li bilan amalga oshirish usulini aytib bering.

14. Standartlashgan regressiya koeffitsiyentining ma’nosi nimadan iborat?

15. $y = 200 + 1,2 \cdot x_1 + 1,1 \cdot x_2 + \varepsilon$, ishlab chiqarish funksiyasini elastiklikka bog‘lab va shu funksiya uchun $t_y = 0,5 \cdot t_{x_1} + 0,8 \cdot t_{x_2}$ standartlashtirilgan regressiya tenglamasini tavsiflab, omillarning muhimlik darajasi haqida o‘z fikringizni ayting.

16. Interkorrelyatsiya, multikolleniarlik deganda nimani tushundingiz, ularni hisoblash nima uchun kerak?

Mustaqil ishlash uchun masala

Dunyoning 30ta mamlakatida aholining o‘rtacha umr ko‘rish darajasi (u , yosh)ni YAIMning sotib olish qobiliyati paritetidagi qiymati (x_1), aholi sonini avvalgi yilga nisbatan qo‘shimcha o‘sishi sur’ati (x_2 , %), ishchi kuchining qo‘shimcha o‘sish sur’ati (x_3 , %), yosh bolalar

o'limi koeffitsiyenti (x_4 , %) ga bog'liqligi quyidagi jadval ma'lumotlari asosida o'rganilgan:

Mamlakat	y	x_1	x_2	x_3	x_4
1	47	3,0	2,6	2,4	113
2	55	4,3	2,5	2,4	91
3	52	2,4	3,1	3,1	89
4	58	5,1	1,6	2,1	79
5	57	3,4	2,0	1,7	72
6	50	2,0	2,9	2,7	123
7	53	4,5	2,9	2,8	80
8	58	5,1	2,7	2,7	58
9	62	5,2	1,8	2,0	68
10	68	7,4	3,1	4,0	46
11	47	4,9	3,1	2,8	124
12	60	8,3	2,9	3,3	90
13	67	7,0	3,0	3,8	45
14	69	10,8	1,1	1,1	34
15	57	7,8	2,9	3,1	56
16	51	7,6	2,9	2,6	90
17	72	12,1	1,3	2,0	16
18	63	14,2	2,0	2,7	56
19	64	14,1	1,6	2,5	51
20	66	10,6	2,2	2,7	39
21	65	12,4	2,0	2,6	55
22	66	12,4	2,9	3,5	44
23	69	15,6	2,2	3,2	36
24	74	13,1	1,0	1,8	13
25	68	13,5	2,7	2,9	41
26	70	15,6	0,2	0,2	13
27	69	28,0	0,9	1,3	35
28	67	20,7	1,7	2,1	48
29	70	20,0	0,3	0,6	14
30	72	23,7	1,9	2,8	33

Topshiriq:

1. Ma'lumotlarni dispersion tahlilini amalga oshiring va ularni saralang.
2. Juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasini tuzing. Qaysi omillar kollinear ekanligini aniqlang.
3. Omillarni saralashga asoslagan holda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
4. Korrelyatsion-regression tahlilni kompyuterda ham amalga oshiring.

VI BOB. REGRESSIYANING XUSUSIY TENGLAMASI

6.1. Regressiyaning xususiy tenglamasining yozilishi va elastiklikning xususiy koeffitsiyentini aniqlash

$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon$ – ko‘p omilli regressiya chiziqli tenglamasi asosida regressiyaning xususiy tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = f(x_1), \\ y_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = f(x_2), \\ \dots \dots \dots \\ y_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = f(x_p). \end{cases}, \quad (6.1)$$

ya’ni ushbu tenglamalar sistemasi natijaviy belgini mos x omil belgi bilan, ko‘p omilli regressiyada e’tiborga olinuvchi qolgan belgilarini o‘rtacha qiymatida ushlab turgan holda, bog‘lanishini ifodalaydigan regressiya tenglamalaridan iborat.

Regressiyaning xususiy tenglamalari quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ y_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ \dots \dots \dots \\ y_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \end{cases} \quad (6.2)$$

Ushbu tenglamalarga mos omillarning o‘rtacha qiymatlarini qo‘yib chiqsak, ular juft chiziqli regressiya tenglamasining ko‘rinishini olib quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{cases} \hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_p} = A_1 + b_1 \cdot x_1, \\ \hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 \dots x_p} = A_2 + b_2 \cdot x_2, \\ \dots \dots \dots \\ \hat{y}_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{p-1}} = A_p + b_p \cdot x_p, \end{cases}$$

bu yerda,

$$\begin{cases} A_1 = a + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p \\ A_2 = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + \dots + b_p \cdot \bar{x}_p \\ \dots \dots \dots \\ A_p = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} \end{cases}$$

Juft regressiyadan regressiyaning xususiy tenglamasini farqi shundan iboratki, u omillarni natijaga alohida – alohida ta'sirini tavsiflaydi, chunki bir omilni ta'sirini o'rganilayotganda qolganlari o'zgarmas holda ushlab turiladi. Qolgan omillarni ta'sir darajasi ko'p omilli regressiya tenglamasining ozod hadida hisobga olinadi. Bunday holat regressiyaning xususiy tenglamasi asosida elastiklikning xususiy koeffitsiyentini aniqlash imkonini beradi, u quyidagicha ifodalanadi:

$$\dot{Y}_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{i-1} \cdot x_{i+1} \cdot x_p}}, \quad (6.3)$$

bu yerda: b_i – ko'p omilli regressiya tenglamasida x_i omil uchun regressiya koeffitsiyenti;

$\hat{y}_{x_i \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_{i-1} \cdot x_{i+1} \cdot x_p}$ – regressiyaning xususiy tenglamasi.

Misol. Respublikaning qator hududlarida ma'lum bir mahsulot importi hajmi(y)ni shu mahsulotning ishlab chiqarish hajmi(x_1), zaxiralari hajmining o'zgarishi(x_2) va ichki bozordagi iste'moli(x_3)ga nisbatan ko'p omilli regressiyasi quyidagi tenglama bilan ifodalanagan bo'lsin:

$$\hat{y} = -66,028 + 0,135 \cdot x_1 + 0,476 \cdot x_2 + 0,343 \cdot x_3$$

Omillarning o'rtacha qiymatlari quyidagicha bo'lsin:

$$\bar{y} = 31,5; \quad \bar{x}_1 = 245,7; \quad \bar{x}_2 = 3,7; \quad \bar{x}_3 = 182,5.$$

Berilgan ma'lumotlar asosida to'plam bo'yicha o'rtacha elastiklik ko'rsatkichini (6.3) dan foydalanib topish mumkin, ya'ni

$$\bar{\Theta}_{y_{x_i}} = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_{x_i}}.$$

Qaralanayotgan misoldagi birinchi ko'rsatkich uchun o'rtacha elastiklik koeffitsiyenti quyidagiga teng:

$$\bar{\Theta}_{y_{x_1}} = 0,135 \cdot \frac{245,7}{31,5} = 1,053\%,$$

ya'ni, mahalliy ishlab chiqarish hajmi 1%ga o'sganda, zaxira hajmi va iste'mol o'zgarmagan holda import hajmi hududlar to'plami bo'yicha 1,053%ga o'sadi.

Ikkinchi o'zgaruvchi uchun elastiklik koeffitsiyenti teng:

$$\bar{\vartheta}_{y_{x_2}} = 0,476 \cdot \frac{3,7}{31,5} = 0,056\%$$

ya'ni, zaxiraning o'zgarishi 1%ga o'sganda, ishlab chiqarish va ichki iste'mol o'zgarmaganda, import hajmi o'rtacha 0,056% ga ko'payadi.

Uchinchi o'zgaruvchi uchun esa elastiklik koeffitsiyenti quyidagiga teng:

$$\bar{\vartheta}_{y_{x_3}} = 0,343 \cdot \frac{182,5}{31,5} = 1,987\%$$

ya'ni, ichki iste'molni 1% ga o'sishi, ishlab chiqarish hajmi va zaxira miqdori o'zgarmagan holda, import hajmini 1,987% ga ortishini ko'rsatadi.

Elastiklikning o'rtacha ko'rsatkichlarini bir-birlari bilan taqqoslash mumkin va mos ravishda omillarni natijaga ta'sir kuchiga qarab tartib bilan joylashtirish(ranjirlash) mumkin. Misolimizda natijaga (import hajmiga) eng ko'p ta'sir etuvchi o'zgaruvchi, bu mahsulotni iste'mol hajmi – x_3 , eng kam ta'sir etuvchi omil esa zaxiralarning o'zgarishi – x_2 . Barcha hududlar bo'yicha elastiklikning o'rtacha ko'rsatkichi bilan bir qatorda regressiyaning xususiy tenglamasi asosida har bir region uchun xususiy elastiklik koeffitsiyentlarini hisoblash mumkin.

Bizning misolimiz uchun regressiyaning xususiy tenglamasi quyidagilardan iborat bo'ladi:

– birinchi omil uchun,

$$\hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3,$$

ya'ni $\hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = -66,028 + 0,135 \cdot x_1 + 0,476 \cdot 3,7 + 0,343 \cdot 182,5 = -1,669 + 0,135 \cdot x_1$;

– ikkinchi omil uchun,

$$\hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3,$$

ya'ni $\hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3} = -66,028 + 0,135 \cdot 245,7 + 0,476 \cdot x_2 + 0,343 \cdot 182,5 = 29,739 + 0,476 \cdot x_2$;

– uchinchi omil uchun,

$$\hat{y}_{x_3 \cdot x_1 \cdot x_2} = a + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 x_3,$$

ya'ni $\hat{y}_{x_3 \cdot x_1 \cdot x_2} = -66,028 + 0,135 \cdot 245,7 + 0,476 \cdot 3,7 + 0,343 \cdot x_3 = -31,097 + 0,343 \cdot x_3$

Ushbu tenglamalarga mos omillarning regionlar bo'yicha haqiqiy qiymatlarini qo'yib, bitta omilni berilgan qiymatida boshqa qolgan omillarning o'rtacha qiymatida modellashtiriluvchi $\hat{y}$ ko'rsatkichning qiymatini topamiz. Bu natijaviy belgining hisoblangan qiymati yuqoridagi keltirilgan formulalar bo'yicha elastiklikning xususiy koeffitsiyentlarini topish uchun qo'llaniladi.

Masalan, agar hududda $x_1 = 160,2$; $x_2 = 4,0$; $x_3 = 190,5$ bo'lsa, u holda elastiklikning xususiy koeffitsiyentlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{y_{x_1}} &= b_1 \cdot \frac{x_1}{\hat{y}_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}}, \quad \text{yoki} \quad \mathfrak{E}_{y_{x_1}} = 0,135 \cdot \frac{160,2}{-1,669 + 0,135 \cdot 160,2} = 1,084\%; \\ \dot{Y}_{y_{x_2}} &= b_2 \cdot \frac{x_2}{\hat{y}_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3}}, \quad \text{yoki} \quad \mathfrak{E}_{y_{x_2}} = 0,476 \cdot \frac{4,0}{29,739 + 0,476 \cdot 4,0} = 0,060\%; \\ \dot{Y}_{y_{x_3}} &= b_3 \cdot \frac{x_3}{\hat{y}_{x_3 \cdot x_1 \cdot x_2}}, \quad \text{yoki} \quad \mathfrak{E}_{y_{x_3}} = 0,343 \cdot \frac{190,5}{-31,097 + 0,343 \cdot 190,5} = 1,908\%. \end{aligned}$$

Ko'rinib turibdiki, hududlar uchun elastiklikning xususiy koeffitsiyentlari, hududlarning barchasi bo'yicha hisoblangan o'rtacha elastiklik ko'rsatkichlaridan farq qiladi. Ular alohida hududlarni rivojlantirish uchun qarorlar qabul qilishda foydalaniladi.

6.2. Ko'p omilli korrelyatsiya

Ko'p omilli regressiya tenglamasining amaliy ahamiyati ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti va uning kvadrati – determinatsiya koeffitsiyenti yordamida baholanadi.

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti qaralayotgan omillar to'plamini o'rganilayotgan belgiga bog'lanish darajasini tavsiflaydi, ya'ni omillarni birgalikda natijaviy belgiga ta'sir kuchini tavsiflab beradi.

Ko'p omilli korrelyatsiya ko'rsatkichi o'zaro bog'lanish shakllaridan qat'iy nazar ko'p omilli korrelyatsiya indeksi kabi aniqlanishi mumkin:

$$R_{yx_1x_2\ldots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (6.4)$$

bu erda: $\sigma_{qol}^2 - y = f(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ tenglama uchun qoldiq dispersiya,

$$\sigma_{qol}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_{x_1, x_2, \ldots, x_p})^2}{n};$$

σ_y^2 – natijaviy belgining umumiy dispersiyasi, $\sigma_y = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}$.

Ko‘p omilli korrelyatsiya indeksini tuzish metodikasi juft bog‘lanishnikiga o‘xshash. Uning o‘zgarish chegarasi ham 0 dan 1 gacha. U 1ga qanchalik yaqin bo‘lsa natijaviy belgining barcha omillar bilan bog‘lanish darajasi shunchalik yuqori bo‘ladi. Ko‘p omilli korrelyatsiya indeksining qiymati juft omilli korrelyatsiyalar indekslarining maksimal qiymatidan katta yoki unga teng bo‘lishi kerak, ya’ni,

$$R_{yx_1x_2\ldots x_p} \geq r_{y\bar{x}_i(\max)} (i = \overline{1, p}).$$

Bog‘lanish chiziqli bo‘lganda korrelyatsiya indeksi formulasini juft korrelyatsiya koeffitsiyenti orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$R_{yx_1x_2\ldots x_p} = \sqrt{\sum \beta_{x_i} \cdot r_{yx_i}}. \quad (6.5)$$

bu yerda: β_{x_i} -regressiyaning standartlashgan koeffitsiyenti;

r_{yx_i} – natijaning har bir omil bilan juft korrelyatsiya koeffitsiyenti.

Chiziqli regressiya uchun ko‘p omilli korrelyatsiya indeksi formulasi *ko‘p omilli chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti* yoki *korrelyatsiya koeffitsiyenti to‘plami* deb nomlanadi.

Chiziqsiz bog‘lanish uchun ham ko‘p omilli korrelyatsiya indeksi korrelyatsiya koeffitsiyenti to‘plamiga teng bo‘lishi mumkin. Firma uchun daromad modeli y quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lsa:

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \ln x_2 + b_3 \cdot \ln x_3 + b_4 \cdot \ln x_4 + \varepsilon,$$

bu yerda: x_1 – reklama uchun xarajatlar;

x_2 – firma kapitali;

x_3 – region bo‘yicha sotilgan ma’lum bir guruh tovarlarni firmaning umumiy mahsulotlaridagi ulushi;

x_4 – firmaning avvalgi yilga nisbatan sotilgan mahsulotlari hajmining ko‘payish foizi.

x_1 omil chiziqli, x_2, x_3, x_4 – omillar logarifmik shaklda berilgani bilan bog‘lanish kuchini baholash chiziqli ko‘p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti yordamida amalga oshirilishi mumkin. Agar qaralayotgan model standartlashtirilgan quyidagi ko‘rinishda bo‘lsa:

$$t_y = -0,4 \cdot t_{x_1} + 0,5 \cdot t_{x_2} + 0,4 \cdot t_{x_3} + 0,3 \cdot t_{x_4},$$

daromadni unga ta’sir etuvchi har bir omil bilan juft korrelyatsiyasi esa $r_{yx_1} = -0,6$; $r_{y \ln x_2} = 0,7$; $r_{y \ln x_3} = 0,6$; $r_{y \ln x_4} = 0,4$.

bo‘lsa, u holda ko‘p omilli determinatsiya koeffitsiyenti (6.5) quyidagiga teng bo‘ladi:

$$R^2_{yx_1x_2x_3x_4} = -0,4 \cdot (-0,6) + 0,5 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,95.$$

Xuddi shunday natijani natijaviy belgining qoldiq va umumiy dispersiyalari nisbati bo‘yicha aniqlangan ko‘p omilli determinatsiya indeksi orqali ham olish mumkin.

6.3. Xususiy korrelyatsiya

Yuqorida ko‘rib o‘tilganidek, ko‘p omilli chiziqli regressiyada qatnashuvchi omillarni ranjirlash regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsiyentlari(β) orqali ham amalga oshirilishi mumkin. Bunga, chiziqli bog‘lanishlar uchun, xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari orqali ham erishish mumkin. O‘rganilayotgan belgilar chiziqli bog‘lanishlarda bo‘lmagan holatlarda esa bu vazifani xususiy determinatsiya koeffitsiyentlari bajaradi. Bundan tashqari, xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari omillarni saralash muammolarini echishda qo‘llaniladi, ya’ni u yoki bu omilni modelga kiritish masalasi xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari orqali isbotlab beriladi.

Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti(yoki indeksi) natija bilan regressiya tenglamasiga kiritilgan bitta omil orasidagi bog‘lanish kuchini, boshqa omillar ta’siri o‘zgarmagan holda, tavsiflaydi.

Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari tahlil uchun modelga kiritilgan yangi omil hisobiga kamaygan qoldiq dispersiyani yangi omil kiritilmasdan oldingi qoldiq dispersiyaga bo‘lgan nisbatiga teng.

Misol. Faraz qilaylik, mahsulot hajmi(y)ning mehnat xarajatlari(x_i)ga bog‘liqligi

$$\hat{y}_{x_1} = 27,5 + 3,5 \cdot x_1, \quad r_{yx_1} = 0,58$$

tenglama bilan ifodalansin.

Ushbu tenglamaga x_1 ning haqiqiy qiymatlarini qo‘yib, mahsulot hajmi $\hat{y}_{x_1}$ ning nazariy qiymati va unga mos keluvchi qoldiq dispersiya σ^2 qiymatini topamiz:

$$\sigma_{yx_1}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_{x_1})^2}{n}.$$

Regressiya tenglamasiga qo‘shimcha x_2 – ishlab chiqarishni texnik ta’minlanganlik darajasi omilini kiritib, quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y}_{x_1x_2} = 20,2 + 2,8 \cdot x_1 + 0,2 \cdot x_2 \quad . \quad (6.6)$$

Tabiiyki, bu tenglama uchun qoldiq dispersiya kamayadi. Faraz qilaylik avvalgi qoldiq dispersiya $\sigma_{yx_1}^2 = 6$ bo‘lgan bo‘lsa, ikkinchi omil kiritilgandan so‘ng $\sigma_{yx_1x_2}^2 = 3,7$ bo‘lgan. Demak, modelga qancha ko‘p omil kiritilsa qoldiq dispersiyaning qiymati shuncha kamayadi. x_2 qo‘shimcha omilning kiritilishi natijasida qoldiq dispersiyaning kamayishi $\sigma_{yx_1}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2 = 2,3$ ga teng bo‘ladi.

Qo‘shimcha omil kiritilishiga qadar bo‘lgan dispersiya – $\sigma_{yx_1}^2$ da bu kamayishning hisssasi qancha ko‘p bo‘lsa, y bilan x_2 orasidagi bog‘lanish, x_1 omilining ta’siri o‘zgarmas bo‘lganda, shuncha zich bo‘ladi. Bu miqdorni kvadrat ildiz ostidan chiqarsak, bizga y ni x_2 bilan bog‘lanish zichligini “toza” ko‘rinishda ifodalovchi xususiy korrelyatsiya indeksini beradi.

Demak, x_2 omilni y natijaga toza ta’sirini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$r_{yx_2x_1} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_1}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_1}^2}}.$$

x_1 omilning y natijaga xususiy ta’siri ham xuddi shu kabi aniqlaniladi:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_2}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}}.$$

Agar $\sigma_{yx_2}^2 = 5$ deb olsak, u holda (6.6) tenglama uchun xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari quyidagicha bo'ladi:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{5-3,7}{5}} = 0,51 \text{ va } r_{yx_2x_1} = \sqrt{\frac{6-3,7}{6}} = 0,619.$$

Olingan natijalarni taqqoslab ko'rsak, mahsulot hajmiga ko'proq korxonaning texnik ta'minoti ta'sir etishini ko'rishimiz mumkin.

Agar qoldiq dispersiyani $\sigma_{qol}^2 = \sigma_y^2(1-r)^2$ ko'rinishda determinatsiya koeffitsiyenti orqali ifodalasak, u holda xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$r_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_{yx_2}^2 - \sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{yx_1x_2}^2}{\sigma_{yx_2}^2}} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2}^2}{1 - R_{yx_2}^2}},$$

va mos ravishda x_2 uchun

$$r_{yx_2x_1} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1x_2}^2}{1 - R_{yx_1}^2}}.$$

Yuqoridagi xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari birinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari (indekslari) deb ataladi. Ular ikki o'zgaruvchining bog'lanish kuchini, omillardan biri o'zgarmas bo'lgan holda, aniqlash imkonini beradi.

Agar p dona omillardan iborat bo'lgan regressiyani ko'radigan bo'lsak, u holda birinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlaridan tashqari ikkinchi, uchinchi va h.k. $(p-1)$ -tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini aniqlash mumkin. Ya'ni, natijaviy belgiga x_1 omilning ta'sirini qolgan omillarni quyidagi turlicha bog'liq bo'lmagan holatlarida baholash mumkin:

$r_{yx_1 \cdot x_2} - x_2$ omilni o'zgarmagan holatdagi ta'sirida;

$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3} - x_2$ va x_3 omillar o'zgarmagan holatdagi ta'sirida;

$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3 \dots x_p} -$ regressiya tenglamasiga kiritilgan barcha omillarni o'zgarmagan holatdagi ta'sirida.

Umumiy ko‘rinishda p omilli $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_p \cdot x_p + \varepsilon$, tenglama uchun y ga x_i – omilni, boshqa omillar o‘zgarmagan holatda, ta’sir kuchini o‘lchovchi xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentini quyidagi formula bo‘yicha aniqlash mumkin:

$$r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_i \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}},$$

bu yerda: $R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2$ – p omillar to‘plamining natija bilan bog‘lanishini ko‘p omilli determinatsiya koeffitsiyenti;

$R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2$ – x_i omilni modelga kiritilmagan holatdagi determinatsiya koeffitsiyenti.

$i=1$ bo‘lganda xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$r_{yx_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_2 \dots x_p}^2}}.$$

Ushbu xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti y va x_1 ni bog‘lanish kuchini, regressiya tenglamasiga kiritilgan boshqa omillar o‘zgarmagan holda, aniqlash imkoniyatini beradi.

Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentining tartibi natijaviy belgiga ta’siri o‘zgarmas holatda ushlab turiladigan omillar soni bilan aniqlaniladi. Masalan, $r_{yx_1 x_2}$ – birinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti. Bundan kelib chiqqan holda juft korrelyatsiya koeffitsiyenti nolinchinchi tartibli deyiladi.

Yuqoriroq tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini quyi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari orqali quyidagi rekkurent formula yordamida aniqlash mumkin:

$$r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}} \cdot r_{x_i x_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2) \cdot (1 - r_{x_i x_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}.$$

Ikki omillida va $i=1$ bo‘lganda ushbu formula quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}}.$$

Mos ravishda $i=2$ va omil ikkita bo'lganda y ni x_2 omil bilan xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentini quyidagi formula bilan aniqlash mumkin:

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}}.$$

Uch omilli regressiya tenglamasi uchun ikkinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti birinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti asosida aniqlaniladi.

$$y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon,$$

tenglamada har biri rekkurent formula asosida aniqlanadigan uchta ikkinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentini aniqlash mumkin, ular:

$$r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3}; \quad r_{yx_2 \cdot x_1 \cdot x_3}; \quad r_{yx_3 \cdot x_1 \cdot x_2};$$

Masalan, $i=1$ bo'lganda $r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3}$ ni hisoblash uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$r_{yx_1 \cdot x_2 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_1 x_2} - r_{yx_3 x_2} \cdot r_{x_1 x_2 x_3}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3 x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2 x_3}^2)}}.$$

Misol. Faraz qilaylik, gazeta tiraji(y)ni gazetani sotishdan tushadigan daromad(x_1)ga, redaksiya xodimlari soni(x_2)ga, hududda tarqatiladigan boshqa gazetalar orasida gazetaning reytingi(x_3)ga bog'liqligi o'rganilayotgan bo'lsin. Bu holatda juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi quyidagicha bo'lgan bo'lsin:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ r_{yx_1} = 0,69 & 1 & & \\ r_{yx_2} = 0,58 & r_{x_1 x_2} = 0,46 & 1 & \\ r_{yx_3} = 0,55 & r_{x_1 x_3} = 0,50 & r_{x_2 x_3} = 0,41 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ushbu ma'lumotlardan kelib chiqqan holda birinchi va ikkinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini topamiz.

Natijaviy belgi(y)ning x_1 va x_2 ga bog'liqligining birinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblaymiz.

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}} = \frac{0,69 - 0,58 \cdot 0,46}{\sqrt{(1 - 0,58^2) \cdot (1 - 0,46^2)}} = 0,585,$$

bu natija x_2 omilni bir xil darajada ushlab turilganda y va x_1 larning korrelyatsiyasi ancha past (0,585 0,69ga nisbatan) ekanligini ko'rsatadi.

$$r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_2}^2)}} = \frac{0,58 - 0,69 \cdot 0,46}{\sqrt{(1 - 0,69^2) \cdot (1 - 0,46^2)}} = 0,409,$$

ya'ni, x_1 omilni bir xil darajada ushlab turilganda natijaviy belgi y ga x_2 omilning ta'siri uncha yuqori emas (0,409 0,58ga nisbatan).

$$r_{yx_1 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_3} \cdot r_{x_1 x_3}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_3}^2)}} = \frac{0,69 - 0,55 \cdot 0,50}{\sqrt{(1 - 0,55^2) \cdot (1 - 0,50^2)}} = 0,574,$$

bu natija x_3 omilni bir xil darajada ushlab turganda natijaviy belgi y ga x_1 omilning korrelyatsiyasi juft korrelyatsiyaga nisbatan x_1 va x_3 omillar orasida o'rtacha bo'lsada bog'liqlik borligi sababli ancha kamayganligini (0,574 0,69ga nisbatan) ko'rsatadi;

$$r_{yx_2 \cdot x_3} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_3} \cdot r_{x_2 x_3}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3}^2) \cdot (1 - r_{x_2 x_3}^2)}} = \frac{0,58 - 0,55 \cdot 0,41}{\sqrt{(1 - 0,55^2) \cdot (1 - 0,41^2)}} = 0,465,$$

ya'ni, x_3 omilni bir xil darajada ushlab turilganda natijaviy belgi y ga x_2 omilning ta'siri uncha yuqori emas (0,465 0,58ga nisbatan);

$$r_{yx_3 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_3} - r_{yx_1} \cdot r_{x_3 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_3 x_2}^2)}} = \frac{0,55 - 0,69 \cdot 0,50}{\sqrt{(1 - 0,69^2) \cdot (1 - 0,50^2)}} = 0,327,$$

bu natijadan x_1 omilni y ga ta'siri birdek bo'lib turganda, x_3 ning y bilan korrelyatsiyasi kamayganligini ko'rsatadi (0,327 0,55ga nisbatan);

$$r_{yx_3 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_3} - r_{yx_2} \cdot r_{x_3 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_3 x_2}^2)}} = \frac{0,55 - 0,58 \cdot 0,41}{\sqrt{(1 - 0,58^2) \cdot (1 - 0,41^2)}} = 0,420,$$

ya'ni, x_2 omilning ta'siri o'zgarmagan holda x_3 omilning y natijaviy belgini ta'siri uncha ahamiyatga ega emas (0,55 0,420ga nisbatan).

Ikkinchi tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblab chiqamiz.

$$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3} = \frac{r_{yx_1 x_2} - r_{yx_3 x_2} \cdot r_{x_1 x_3 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3 x_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1 x_3 x_2}^2)}} = \frac{0,585 - 0,420 \cdot 0,385}{\sqrt{(1 - 0,420^2) \cdot (1 - 0,385^2)}} = 0,505,$$

bu natija x_2 va x_3 omillar o'zgaras bo'lgan holda x_1 ning y bilan korrelyatsiyasi birinchi tartibli xususiy korrelyatsiyaga nisbatan(x_2 omil o'zgaras bo'lgan holda) yanada kamayganligini ko'rsatadi: 0,69; 0,585 va 0,505.

$$r_{y_{x_2} \cdot x_1 x_3} = \frac{r_{yx_2 x_1} - r_{yx_3 x_1} \cdot r_{x_2 x_3 x_1}}{\sqrt{(1 - r_{yx_3 x_1}^2) \cdot (1 - r_{x_2 x_3 x_1}^2)}} = \frac{0,409 - 0,327 \cdot 0,234}{\sqrt{(1 - 0,327^2) \cdot (1 - 0,234^2)}} = 0,362,$$

bu holatda avvalgi hisoblashlarga qaraganda x_1 omilni ta'siri o'zgaras bo'lganda x_2 bilan y ning korrelyatsiyasi 0,409 bo'lgan edi, x_1 va x_3 omillarning ta'sirlari o'zgaras bo'lgan holatda esa korrelyatsiya 0,362gacha kamayganini ko'rish mumkin.

$$r_{y_{x_3} \cdot x_1 x_2} = \frac{r_{yx_3 x_1} - r_{yx_2 x_1} \cdot r_{x_2 x_3 x_1}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2 x_1}^2) \cdot (1 - r_{x_2 x_3 x_1}^2)}} = \frac{0,327 - 0,409 \cdot 0,234}{\sqrt{(1 - 0,409^2) \cdot (1 - 0,234^2)}} = 0,261,$$

bu holatda esa x_1 omil o'zgaras bo'laganda x_3 bilan y ning juft korrelyatsiyasi 0,55dan 0,327ga kamaygan edi, x_1 va x_2 omillarning o'zgaragan holatida x_3 ning y bilan korrelyatsiyasi 0,261ga teng bo'ldi. Hisoblash natijalaridan y ning x_1 , x_2 va x_3 omillar bilan ikkinchi tartibli xususiy korrelyatsiyasi(0,505; 0,362 va 0,261) juft korrelyatsiyasiga nisbatan(0,69; 0,58 va 0,55) kamayganligini ko'rish mumkin.

Rekkurent formula bilan hisoblangan xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari -1 dan +1gacha bo'lgan oraliqda o'zgaradi, ko'p omilli determinatsiya koeffitsiyenti formulasida hisoblanganlari esa [0,1] oralig'ida o'zgaradi. Ularni bir-birlari bilan taqqoslash omillarini natija bilan bog'lanish kuchi bo'yicha ranjirlash(tartiblashtirish) imkonini beradi. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari standartlashtirilgan regressiya koeffitsiyentlari (β -koeffitsiyentlar) asosida, omillarni natijaga ta'siri bo'yicha ranjirlanganligini tasdiqlagan holda, ko'p omilli determinatsiya koeffitsiyentlaridan farqli ravishda har bir omilni natija bilan bog'lanish zichligini aniq o'lchamini toza holda beradi.

Agar $\hat{t}_y = \beta_{x_1} \cdot t_{x_1} + \beta_{x_2} \cdot t_{x_2} + \beta_{x_3} \cdot t_{x_3}$ standartlashtirilgan regressiya tenglamasidan $\beta_{x_1} > \beta_{x_2} > \beta_{x_3}$ ekanligi kelib chiqsa, ya'ni natijaga ta'sir kuchi bo'yicha omillarning tartibi x_1 , x_2 , x_3 bo'lsa, xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlari ham xuddi shu tartibda $r_{yx_1 \cdot x_2 x_3} > r_{yx_2 \cdot x_1 x_3} > r_{yx_3 \cdot x_1 x_2}$ bo'ladi.

Xususiyy korrelyatsiya va regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsiyentlarining o‘zaro muvofiqligi ikki omilli tahlilda ularning formulalarini taqqoslaganda yaqqol ko‘rinadi. Standartlashtirilgan masshtabdagi $\hat{t}_y = \beta_{x_1} \cdot t_{x_1} + \beta_{x_2} \cdot t_{x_2}$ regressiya tenglamasi uchun β -koeffitsiyentlar quyidagi normal tenglamalar sistemasining yechimidan kelib chiqib quyidagi formulalar yordamida aniqlanishi mumkin:

$$\begin{cases} \beta_{x_1} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}, \\ \beta_{x_2} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2} \end{cases}$$

Ularni r_{yx_2} va $r_{yx_2x_1}$ xususiyy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblashning rekkurent formulalari bilan taqqoslab, quyidagilarni olish mumkin:

$$r_{yx_2} = \beta_{x_1} \cdot \sqrt{\frac{1 - r_{x_1x_2}^2}{1 - r_{yx_2}^2}}, \quad r_{yx_2x_1} = \beta_{x_2} \cdot \sqrt{\frac{1 - r_{x_1x_2}^2}{1 - r_{yx_1}^2}}.$$

Boshqacha aytganda, ikki omilli tahlilda xususiyy korrelyatsiya koeffitsiyentlari regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsiyentlarini fiksirlangan omilning omil va natija bo‘yicha qoldiq dispersiyalari ulushlarining nisbatlarini kvadrat ildizdan chiqarilganiga ko‘paytirilganiga teng.

Ekonometrikada xususiyy korrelyatsiya koeffitsiyentlari odatda alohida o‘zi hech qanday ahamiyatga ega emas. Asosan ular modellarni shakllantirishda, xususan omillarni saralashda foydalaniladi. Ko‘p omilli modellarni qurishda, masalan, o‘zgaruvchilarni yo‘qotish usuli bilan qurishda, birinchi qadamda barcha omillarni e‘tiborga olgan regressiya tenglamasi tuziladi va xususiyy korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi hisoblanadi. Ikkinchi qadamda Styudent t-kriteriyasi bo‘yicha xususiyy korrelyatsiya ko‘rsatkichining qiymati eng kichik va ahamiyatsiz bo‘lgan omil saralanadi. Uni modeldan chiqarib tashlab yangi regressiya tenglamasi tuziladi. Bu amallarni bajarish barcha xususiyy korrelyatsiya koeffitsiyentlari nolga yaqinlashgunicha davom ettiriladi. Agar muhim bo‘lmagan omillar chiqarib tashlangan bo‘lsa, u holda ketma-ket ikki qadamda tuzilgan regressiya modelining ko‘p omilli determinatsiya

koeffitsiyentlari bir-biridan deyarli farq qilmaydi, ya'ni $R_{p+1}^2 \approx R_p^2$, bu yerda p -omillar soni.

Yuqoridagi xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti formulalaridan bu ko'rsatkichlarni korrelyatsiya koeffitsiyentlari bilan bog'liqligini ko'rish mumkin. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarini(ketma-ket birinchi, ikkinchi va yuqori tartiblarini) bilgan holda quyidagi formuladan foydalanib korrelyatsiya koeffitsiyentlari to'plamini aniqlash mumkin:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = (1 - (1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2 \cdot x_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_3 \cdot x_1x_2}^2) \dots (1 - r_{yx_p \cdot x_1x_2\dots x_{p-1}}^2))^{1/2}.$$

Natijaviy belgi o'rganilayotgan omillarga to'liq bog'liq bo'lganda ularni birgalikdagi ta'siri koeffitsiyenti birga teng bo'ladi. Tahlilga omillarni ketma-ket kiritilishi natijasida hosil bo'lgan natijaviy belgining qoldiq variatsiyasi ulushi birdan ayriladi $(1 - r^2)$. Natijada ildiz ostidan chiqarilgan ifoda barcha o'rganilayotgan omillarni birgalikdagi ta'sirini tavsiflaydi.

Yuqorida keltirilgan uch omilli misolda ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti qiymati 0,770ga teng,

$$R_{yx_1x_2x_3} = (1 - (1 - 0,69) \cdot (1 - 0,409) \cdot (1 - 0,261))^{1/2} = 0,770.$$

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti qiymati har doim xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymatidan katta(yoki teng) bo'ladi. Bizning misolimizda xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,505ga, ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,770ga teng.

6.4. Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya natijalarining ishonchliligini baholash

Ko'p omilli regressi tenglamasining muhimligi juft regressiya kabi Fisherning F – kriteriyasi:

$$F = \frac{D_{\text{haq}}}{D_{\text{qol}}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m},$$

yordamida baholanadi.

Bu yerda: D_{haq} – omilning bir erkinlik darajasi bo'yicha kvadratlar yig'indisi, $\sum(y_i - \bar{y})^2$;

D_{qol} – qoldiqning bir erkinlik darajasi bo'yicha kvadratlar yig'indisi, $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$;

R^2 – ko'p omilli determinatsiya koeffitsiyenti;

m – x o'zgaruvchi oldidagi parametrlar soni;

n – kuzatuvlar soni.

Misol. Faraz qilaylik, firmaning ishlab chiqarib realizatsiyaga bergan mahsuloti hajmi y (mlrd. so'm) firma ishchilarining soni x_1 (kishi kun) va reklama xarajatlari x_2 (mlrd.so'm)ga bog'liqligi quyidagi tenglama bilan ifodalangan bo'lsin:

$$y = -120 + 0,2 \cdot x_1 - 0,008 \cdot x_1^2 + 0,8 \cdot x_2 - 0,001 \cdot x_2^2 + \varepsilon.$$

Bunda $\sigma_y = 2$, $n = 30$, $R = 0,85$, $m = 4$.

Fisherning F – kriteriyasini hisoblaymiz

$$F_{\text{haq}} = \frac{0,85^2}{1 - 0,85^2} \cdot \frac{30 - 4 - 1}{4} = 16,27.$$

Fisherning F – kriteriyasi jadvalida $\alpha=0,05$ bo'lganda F ning jadval qiymati 2,26ga teng. Bundan $F_{\text{haq}} > F_{\text{jad}}$ shartni bajarilishi kelib chiqadi. Demak, regressiya tenglamasi statistik ma'noga ega.

Ko'p omilli regressiyada nafaqat regressiya tenglamasining statistik ma'nodorligi, balki regressiya modeliga kiritilgan har bir omilning muhimligi baholanadi.

Umumiy holda x_i omilning xususiy F -kriteriyasi aniqlaniladi,

$$F_{x_i} = \frac{R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2 - R_{yx_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_i \dots x_p}^2} \cdot \frac{n-m-1}{1}.$$

Ularning har biri jadvaldagi qiymatlari bilan taqqoslanib statistik ma'nodorligi baholanadi va har bir omilni modelga kiritish ketma-ketligi masalasi yechiladi.

Ko'p omilli regressiyada xususiy regressiya koeffitsiyentining muhimligini Student t – kriteriyasi bilan baholashda xuddi juft regressiya kabi har bir omil uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$t_{b_i} = \sqrt{F_{x_i}},$$

bu erda $F_{x_i} - x_i$ omilning xususiy F – kriteriyasi.

Agar t_{b_i} ning haqiqiy qiymati uning jadval qiymatidan katta bo'lsa, b_i omil statistik ma'nodor deyiladi va regressiya tenglamasi prognoz masalasini yechishga tavsiya etiladi.

6.5. Ko'p omilli regression – korrelyatsion tahlilni kompyuterda amalga oshirish tartibi

Quyidagi jadvalda berilgan ma'lumotlar asosida hududdagi 20ta korxona bo'yicha mahsulot ishlab chiqarishning bir ishchiga to'g'ri keladigan hajmini (y , mln. so'm) yangi kiritilgan asosiy fondlarga (x_1 , - yil oxiridagi fond qiymatidan, %) va ishchilarning umumiy sonidagi yuqori malakali ishchilarning salmog'iga (x_2 , %) bog'liqligi o'rganilgan.

Korxona raqami	y	x_1	x_2	Korxona raqami	y	x_1	x_2
1	7,0	3,9	10,0	11	9,0	6,0	21,0
2	7,0	3,9	14,0	12	11,0	6,4	22,0
3	7,0	3,7	15,0	13	9,0	6,8	22,0
4	7,0	4,0	16,0	14	11,0	7,2	25,0
5	7,0	3,8	17,0	15	12,0	8,0	28,0
6	7,0	4,8	19,0	16	12,0	8,2	29,0
7	8,0	5,4	19,0	17	12,0	8,1	30,0
8	8,0	4,4	20,0	18	12,0	8,5	31,0
9	8,0	5,3	20,0	19	14,0	9,6	32,0
10	10,0	6,8	20,0	20	14,0	9,0	36,0

Topshiriq.

Kompyuterda MS Exel dasturidan foydalanib:

1. Juft korrelyatsiya jadvalini tuzing va uni tahlilini amalga oshiring;
2. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffsientini aniqlang va uning tahlilini amalga oshiring;
3. Ko'p omilli regressiya tenglamasini yozing va uning tahlilini amalga oshiring;
4. Regressiya tenglamasining ahamiyatliligini Fisherning F-kriteriyasi va tenglama parametrlarining statistik ma'nodorligini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholang.

Masalani kompyuterda ishlash uchun avval berilgan ma'lumotlarni **MS Exel** dasturiga juft korrelyatsion tahlildagi kabi kiritiladi. Natijaviy belgi y ning qiymatlarini **A2** katakdan, omil belgilarning qiymatlari ketma-ket **B2, C2** kataklardan boshlab kiritiladi (6.1-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	y	x1	x2								
2	7	3,9	10								
3	7	3,9	14								
4	7	3,7	15								
5	7	4	16								
6	7	3,8	17								
7	7	4,8	19								
8	8	5,4	19								
9	8	4,4	20								
10	8	5,3	20								
11	10	6,8	20								
12	9	6	21								
13	11	6,4	22								
14	9	6,8	22								
15	11	7,2	25								
16	12	8	28								
17	12	8,2	29								
18	12	8,1	30								
19	12	8,5	31								
20	14	9,6	32								
21	14	9	36								

Корреляция

Входные данные
Входной интервал:

Группирование:
☒ по столбцам
☐ по строкам

☐ Метки в первой строке

Параметры вывода
☐ Выходной интервал:
☒ Новый рабочий лист:
☐ Новая рабочая книга

OK Отмена Справка

6.1-rasm. Ma'lumotlarni kiritish va korrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblash oynasi

Keyingi bosqichda natijaviy va omil belgilar orasidagi bog'lanishlarni aniqlash uchun juft korelyatsiya koeffitsiyentining matritsasi tuziladi. Buning uchun **Данные - Анализ данных - Корреляция** buyruqlarini bajarib 6.1-rasmdagi oynani hosil qilamiz va undagi **Входной интервал** oynasiga berilgan ma'lumotlar joylashgan kataklarning raqamlarini kiritib **OK** tugmasi bosiladi natijada 6.2-rasmda tasvirlangan juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasini olamiz:

	A	B	C	D
1		y	x1	x2
2	y	1		
3	x1	0,969881436	1	
4	x2	0,940800036	0,942838898	1
5				

6.2-rasm. Korrelyatsion jadval

Jadvaldagi ma'lumotlarga ko'ra korrelyatsiya koeffitsiyentlarining quyidagi qiymatlarini olamiz: $r_{yx_1} = 0,9699$; $r_{yx_2} = 0,9408$; $r_{x_1x_2} = 0,9428$.

Regression tahlilni amalga oshirish uchun **Данные - Анализ данных - Регрессия** buyruqlarini bajarib quyidagi darchani hosil qilamiz (6.3-rasm).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	y	x1	x2								
2	7	3,9	10								
3	7	3,9	14								
4	7	3,7	15								
5	7	4	16								
6	7	3,8	17								
7	7	4,8	19								
8	8	5,4	19								
9	8	4,4	20								
10	8	5,3	20								
11	10	6,8	20								
12	9	6	21								
13	11	6,4	22								
14	9	6,8	22								
15	11	7,2	25								
16	12	8	28								
17	12	8,2	29								
18	12	8,1	30								
19	12	8,5	31								
20	14	9,6	32								
21	14	9	36								

Регрессия

Входные данные

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

☐ Метки ☐ Константа - ноль

☐ Уровень надежности: %

Параметры вывода

☐ Выходной интервал:

☒ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Остатки

☐ Остатки ☐ График остатков

☐ Стандартизованные остатки ☐ График подбора

Нормальная вероятность

☐ График нормальной вероятности

OK Отмена Справка

6.3-rasm. Ma'lumotlarni kiritish va regressiyani amalga oshirish oynasi

Ushbu darchadagi **Входной интервал Y** oynasiga natijaviy belgi y ning qiymatlari yozilgan kataklarning raqamlari, **Входной интервал X** oynasiga omil belgilarning qiymatlari yozilgan kataklarning raqamlari kiritilib, **OK** tugmasi bosiladi, natijada quyidagi darcha hosil bo'ladi (6.4-rasm):

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,973101182					
5	R-квадрат	0,94692591					
6	Нормированный R-квадрат	0,9406819					
7	Стандартная ошибка	0,598670364					
8	Наблюдения	20					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	2	108,7070945	54,35354726	151,6534774	1,45045E-11	
13	Остаток	17	6,092905478	0,358406205			
14	Итого	19	114,8				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	1,83530694	0,471064997	3,896080054	0,001161531	0,84144668	2,8291672
18	Переменная X 1	0,945947723	0,212576487	4,449917001	0,00035148	0,497450544	1,394444902
19	Переменная X 2	0,085617787	0,060483309	1,415560577	0,174963664	-0,041990838	0,213226413

6.4-рasm. Korrelyatsion regression hisoblarning natijalari

Rasmdagi jadvaldan regressiya tenglamasining a_0 , a_1 , a_2 regressiya koeffitsiyentlarining qiymatlarini olamiz, ular mos ravishda **B17**, **B18**, **B19**- kataklarda joylashgan. Shunday qilib o'rganilayotgan jarayonni ifodalovchi quyidagi regressiya tenglamasi hosil bo'ladi:

$$\hat{y} = 1,8353 + 0,9459x_1 + 0,0856x_2.$$

Ko'p omilli korrelyatsiyaning koeffitsiyenti $R = 0,9731$, determinatsiya koeffitsiyenti $R^2 = 0,9469$, korrektirovkalangan determinatsiyaning koeffitsiyenti $\bar{R}^2 = 0,9407$ ga teng. Ular 6.4-rasmda **B4**, **B5**, **B6** kataklarda joylashgan.

Fisher F -kriteriyasining haqiqiy darajasi (**E12**-katakda) $F = 151,653$ ga jadval qiymati esa 1.45 ga teng (**F12**-katakda) va regressiya parametrlarining Student t -kriteriyasi bo'icha haqiqiy darajalari (**D18**, **D19**-kataklarda) $t_{b_1} = 4,45$, $t_{b_2} = 1,42$ ga teng, t -ning jadval qiymatlari **E18**, **E19** kataklarda berilgan. Bulardan ko'rinib turibdiki, tenglamaning parametrlari statistik ma'noga ega. Ushbu raqamlar H_0 gipotezani inkor etishga asos bo'ladi.

Regressiya parametrlarining ishonchlilik oraliqlari (**H18**, **J18**; **H19**, **J19** kataklardagi ma'lumotlarga asosan) quyidagicha:

$$0,4974 \leq b_1^* \leq 1,3944, \quad -0,042 \leq b_2^* \leq 0,2132.$$

Olingan natijalar regression model va uning parametrlarini statistik ma'nodorligiga kafolat beradi, uni bashorat masalalarida qo'llash mumkin.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. Xususiy. | 8. Firma. |
| 2. Import. | 9. Zichlik. |
| 3. Ranjirlash. | 10. Rekkurent. |
| 4. Region. | 11. Masshtab. |
| 5. Kvadrat. | 12. St'yudent. |
| 6. Reklama. | 13. Fisher. |
| 7. Gipoteza. | 14. Kriteriya. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Regressiyaning xususiy tenglamasi qanday yoziladi?
2. Juft regressiya tenglamasidan regressiyaning xususiy tenglamasining farqi nimadan iborat?
3. Elastiklikning xususiy koeffitsiyenti nimani anglatadi va u qanday aniqlaniladi?
4. Regressiyaning xususiy tenglamasida o'rtacha elastiklik va omillar uchun elastikliklar qanday hisoblanadi?
5. Ko'p omilli regressiya tenglamasining ahamiyatliligi qanday baholanadi?
6. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyenti nimalarni tavsiflaydi va u qanday aniqlaniladi?
7. Ko'p omilli korrelyatsiya indeksi juft omilli korrelyatsiya indeksiga nisbatan qanday munosabatda bo'lishi kerak va u juft korrelyatsiya koeffitsiyenti orqali qanday aniqlaniladi?
8. Korrelyatsiya koeffitsiyentlari to'plami deganda nimani tushunasiz?
9. Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsiyenti deganda nimani tushunasiz va u qanday maqsadlarda qo'llaniladi?
10. Omillar orasidagi bog'lanish chiziqsiz bo'lgan holda uning bog'lanish kuchi qaysi koeffitsiyent orqali topiladi?

11. Ikki omilli regressiyada har bir omilning natijaga ta'sir kuchini aniqlash formulalarini yozing.

12. Yuqori tartibli xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti qanday va qaysi formula bilan aniqlaniladi?

13. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentining tartibi oshishi bilan uning qiymati kamayadimi yoki ortadimi?

14. Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya natijalarining ishonchliligi qanday baholanadi?

Mustaqil ishlash uchun masala

Quyidagi jadvalda respublikaning 30 ta hududi bo'yicha ma'lumotlar berilgan.

Ko'rsatkichlar	O'rtacha qiymat	O'rtacha kvadratik chetlanish	Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsiyenti
Jon boshiga o'rtacha daromad, ming so'm, y	86,8	11,44	-
Bir ishchining kunlik o'rtacha ish haqi, ming so'm, x_1	54,9	5,86	$r_{yx_1} = 0,84$
Ishsizlarning o'rtacha yoshi, x_2	33,5	0,58	$r_{yx_2} = -0,21$ $r_{x_1x_2} = -0,12$

Topshiriq.

1. Standartlashgan va keltirilgan shakldagi ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing; xususiy elastiklik koeffitsiyentini hisoblang hamda β_1 va β_2 larni hisoblab, ular orasidagi farqni tushuntiring.

2. Chiziqli xususiy va ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblang hamda ularni chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari bilan taqqoslang.

3. Fisherning umumiy va xususiy F – kriteriyasini hisoblang.

VII BOB. TENGLAMALAR SISTEMASI KO'RINISHIDAGI EKONOMETRIK MODELLAR

7.1. Ekonometrikada qo'llaniladigan tenglamalar sistemasi haqida tushuncha

Ijtimoiy fanlarda statistik o'rganish obyekti bo'lib murakkab tizimlar hisoblanadi. Bunday murakkab tizimlarni yozish(tasvirlash), ularni harakat mexanizimlarini tushuntirish uchun o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish kuchini aniqlash, alohida regressiya tenglamalarini tuzish yetarli emas.

Alohida regressiya tenglamalaridan foydalanishda, masalan iqtisodiy hisob-kitoblarda ko'pchilik holatlarda omillarni bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda o'zgartirish mumkin deb faraz qilinadi. Ammo bunday faraz qilish noto'g'ri, amalda bir o'zgaruvchi boshqa o'zgaruvchilar mutlaqo o'zgarmagan holatida o'zgarishi mumkin emas.

Bir o'zgaruvchining o'zgarishi butun sistemadagi o'zaro bog'langan belgilarni o'zgarishiga olib keladi. Bundan kelib chiqadiki, alohida olingan ko'p omilli regressiya tenglamasi alohida ko'rsatkichlarni natijaviy o'zgaruvchining o'zgarishiga ta'sirini tavsiflay olmaydi.

Aynan shuning uchun keyingi yillarda iqtisodiy va ijtimoiy tadqiqotlarda o'zgaruvchilar orasidagi o'zaro bog'lanish tarkibini "Bir vaqtning o'zida ifodalovchi tenglamalar" deb ataluvchi sistema bilan tasvirlash muammosi muhim o'rinni egalladi. O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni bir vaqtning o'zida ifodalovchi tenglamalar "tuzilmaviy (standart) tenglamalar" deb ham ataladi.

Agar narxning iste'mol qilinayotgan mahsulot miqdoriga munosabatini ifodalovchi talab modeli o'rganilayotgan bo'lsa, u holda talabni prognozlash uchun bir paytning o'zida, taklif etilayotgan mahsulot va ne'matlarning narxi bilan miqdori orasidagi bog'lanishni ifodalovchi taklif modeli ham kerak bo'ladi.

Bu esa talab va taklifni tenglashtirishga olib keladi.

O‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tenglamalar sistemasida har bir tenglama mustaqil tenglama sifatida qaraladi. Aslida tenglamalarning har biri regressiya tenglamalari bo‘lib, ularning parametrlarini aniqlash uchun EKKU qo‘llaniladi.

Uchta natijaviy va to'rtta omil belgilardan iborat o'zaro bog'liq bo'lmagan tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega:

Agar bir tenglamaning natijaviy o'zgaruvchisi (y) boshqa tenglamada (x) omil singari qatnashsa, u holda rekursiv tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi quydagi modelni tuzish mumkin:

Ushbu sistemada har bir tenglamadagi natijaviy belgi (y)lar o'zidan keyingi tenglamalarda (x) omil belgilar singari omil belgi sifatida

qatnashadilar. Bunday sistema uchun quyidagi mehnat unumdorligi va fond qiymati modeli misol bo‘la oladi:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

bu yerda: y_1 – mehnat unumdorligi; y_2 – fond qiymati;

x_1 – menatni fond bilan qurollanganligi;

x_2 – mehnatni energiya bilan qurolanganligi;

x_3 – ishchilarning malakasi.

Avvalgi sistema kabi, har bir tenglama alohida qaralishi mumkin va ularning parametrlari EKKU bilan aniqlaniladi.

Ekonometrik tadqiqotlarda ko‘proq o‘zaro bog‘liq tenglamalar sistemasi qo‘llaniladi. Bunday tenglamalar sistemasida bitta natijaviy belgi bir tenglamaning chap qismida boshqa tenglamaning o‘ng qismida qatnashadi, ya’ni:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1n}y_n + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2n}y_n + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Ushbu o‘zaro bog‘langan tenglamalar sistemasi “Birgalikdagi, birpaytli tenglamalar” sistemasi deb ataladi. Shuni ta’kidlash kerakki tizimda y o‘zgaruvchi bir paytning o‘zida bitta tenglamada bog‘liq o‘zgaruvchi sifatida va boshqasida bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchi sifatida qatnashadi. Ekonometrikada bunday tenglamalar sistemasi modelning “tuzilmaviy” shakli deb ataladi.

Birgalikdagi, birpaytli tenglamalar sistemasining avvalgi tizimdan farqi shundan iboratki bu tizimda har bir tenglamani alohida – alohida mustaqil ravishda qarashning iloji yo‘q va tenglamalar parametrlarining qiymatlarini aniqlash uchun EKKUni qo‘llab bo‘lmaydi. Shuning sababli tenglamaning parametrlarini hisoblash uchun maxsus usullardan foydalaniladi.

Birgalikdagi tenglamalar sistemasiga quyidagi ko‘rinishdagi “Baho va ish haqi dinamikasi” misol bo‘lishi mumkin:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

bu yerda y_1 – oylik ish haqining o‘zgarish sur’ati;

y_2 – bahoning o‘zgarish sur’ati;

x_1 – ishsizlik darajasi;

x_2 – doimiy kapitalning o‘zgarish sur’ati;

x_3 – import mahsulotlari bahosining o‘zgarish sur’ati.

7.2. Modellarning tuzilmaviy va keltirilgan shakllari

Birgalikdagi, birpaytli tenglamalar sistemasi (yoki modellarning standart shakli) odatda endogen va ekzogen o‘zgaruvchilarni o‘z ichiga oladi.

Endogen o‘zgaruvchilar avval keltirilgan birgalikdagi birpaytli tenglamalarda y sifatida belgilangan. Ular sistemadagi tenglamalar soniga teng bo‘lgan bog‘liq o‘zgaruvchilardan iborat.

Ekzogen o‘zgaruvchilar, odatda x sifatida belgilanadi. Ular avvaldan aniqlangan, endogen o‘zgaruvchilarga ta’sir etuvchi, lekin ularga bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilardir.

Modelning oddiy tuzilmaviy shakli quyidagicha ko‘rinishga ega:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (7.5)$$

bu yerda: y – endogen o‘zgaruvchilar;

x – ekzogen o‘zgaruvchilar.

Iqtisodiy o‘zgaruvchilar bir modelda endogen boshqalarida ekzogen o‘zgaruvchilar sifatida qatnashishi mumkin. Iqtisodiy bo‘lmagan o‘zgaruvchilar (masalan, ob–havo sharoiti) sistemaga ekzogen o‘zgaruvchi sifatida kiradi. Endogen o‘zgaruvchilarining o‘tgan davrdagi qiymatlari ham ekzogen o‘zgaruvchi sifatida qaralishi mumkin. Masalan, joriy yildagi iste’mol (y_i) faqat qator iqtisodiy omillarga bog‘liq bo‘lmasdan o‘tgan yildagi iste’mol darajasi (y_{i-1})ga ham bog‘liq bo‘lishi mumkin.

Modelning tuzilmaviy shaklida o'ng qismidagi endogen va ekzogen o'zgaruvchilar oldida qatnashuvchi b_i va a_i (bu yerda b_i – endogen o'zgaruvchilari oldidagi ko'effitsiyent, a_i ekzogen o'zgaruvchilar oldidagi ko'effitsiyent) ko'effitsiyentlar modelning “tuzilmaviy ko'effitsiyentlari” deb ataladi. Modeldagi barcha o'zgaruvchilar o'rtacha darajasidan chetlanish sifatida ifodalanadi, ya'ni x sifatida $x - \bar{x}_i$, y sifatida $y - \bar{y}$ tasavvur qilinadi. Shuning uchun sistemadagi tenglamalarda ozod had qatnashmaydi.

Modelning keltirilgan shakli endogen o'zgaruvchilar ekzogen o'zgaruvchilarning chiziqli funksiyalari sistemasi sifatida ifodalanadi.

bu yerda δ_{ij} – modelning keltirilgan shakli ko'effitsiyentlari.

117

Modellarning keltirilgan shakllari ko'effitsiyentlari modellarning tuzilmaviy shakllari ko'effitsiyentlarining chiziqsiz funksiyasi sifatida ifodalanadi.

Bunday holatni modelning keltirilgan shakli ko'effitsiyenti δ_{ij} ni modelning tuzilmaviy ko'effitsiyentlari (a_j va b_i) orqali ifodalanadi. Buni soddalashtirilgan tuzilmaviy model misolida ko'rib chiqamiz. Soddalashtirish uchun modelga tasodifiy o'zgaruvchilarni kiritmaymiz.

Quyidagi qo'rinishdagi tuzilmaviy model uchun

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases} \quad (7.7)$$

modelning keltirilgan shakli quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 \end{cases} \quad (7.8)$$

(7.7) tuzilmaviy modeldagi birinchi tenglamada y_2 ni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}}.$$

Bundan birgalikdagi tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}} \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 \end{cases}$$

Bulardan quyidagi tenglikka ega bo'lamiz.

$$\frac{y_1 - a_{11} \cdot x_1}{b_{12}} = b_{21}y_1 + a_{22} \cdot x_2$$

yoki

$$y_1 - a_{11} \cdot x_1 = b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2.$$

Buni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$y_1 - b_{12} \cdot b_{21} \cdot y_1 = a_{11} \cdot x_1 + b_{12} \cdot a_{22} \cdot x_2$$

yoki

$$y_1 = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_1 + \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}} \cdot x_2.$$

Shunday qilib, modelning tuzilmaviy shaklini birinchi tenglamasini modelning keltirilgan shakli tenglamasi ko‘rinishida quyidagicha ifodaladik:

$$y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2$$

Tenglamadan keltirilgan shakldagi modelni koeffitsiyentlari tuzilmaviy shakldagi modellarni koeffitsiyentlari bilan chiziqsiz nisbatda ekanligi kelib chiqadi, ya’ni

$$\delta_{11} = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}, \quad \delta_{12} = \frac{a_{22} \cdot b_{12}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}$$

Xuddi shuningdek, modelning tuzilmaviy shaklidagi ikkinchi tenglamani y_1 ga nisbatan yozib, modelning keltirilgan shaklidagi δ_{21} va δ_{22} larni topish mumkin va u quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\delta_{21} = \frac{a_{11}b_{21}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}, \quad \delta_{22} = \frac{a_{22}}{1 - b_{12} \cdot b_{21}}.$$

Ekonometrik modellar odatda sistemaga nafaqat alohida o‘zgaruvchilar orasidagi o‘zaro bog‘lanishlarni tasvirlovchi tenglamalarni balki, xodisalarni rivojlanish tendensiyalarini hamda turli xildagi birxilliklarni ham kiritadi.

1947-yilda T.Xavelmo iste’mol(S)ni daromad(y)ga chiziqli bog‘lanishini o‘rganayotganda bir paytning o‘zida daromadlarning bir xilligini ham e’tiborga olishni tavsiya etadi. Ushbu holatda model quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi;

$$\begin{cases} C = a + by \\ y = C + x \end{cases}, \quad (7.9)$$

bu yerda: x – asosiy kapitalga eksport va importga investitsiya;
 a va b – C ni y ga chiziqli bog‘lanishini ifodalovchi parametrlar.

Ushbu parametrlar oddiy chiziqli regressiya parametrlaridan farq qilib, ularni baholashda daromadlar birxilligi tengligini e’tiborga olinadi.

Bu modelda ikkita endogen o‘zgaruvchilar C va y hamda bitta ekzogen parametr x qatnashadi. Keltirilgan tenglamalar sistemasi quyidagidan iborat bo‘ladi:

$$\begin{cases} C = A_0 + A_1x \\ y = B_0 + B_1x \end{cases} \quad (7.10)$$

Bu tenglama x o'zgaruvchi orqali C – endogen o'zgaruvchining qiymatini aniqlash imkoniyatini beradi. Modelning keltirilgan shakli koefitsientlari (A_0, A_1, V_0, V_1) ni hisoblab, (7.10)ning ikkinchi tenglamasini (y ni), (7.9)ning birinchi tenglamasidagi y ning o'rniga qo'yib tuzilmaviy modelning a va b parametrlarini aniqlash mumkin.

7.3. Tenglamalar sistemasida identifikatsiyalash masalalari

Modelni keltirilgan shaklidan tuzilmaviy shakliga o'tkazilayotganda identifikatsiya (o'xshatishlik, bir xillikka keltirish) muammosi yuzaga keladi.

Identifikatsiya deganda, modellarni keltirilgan va tuzilmaviy shakllari orasidagi moslikni yagonaligi tushuniladi. Identifikatsiyalash esa modellarni keltirilgan va tuzilmaviy shakllari orasida moslik o'rnatish demakdir.

Ikkita endogen o'zgaruvchi bo'lgan holat uchun identifikatsiya muammosini ko'rib chiqaylik. Tuzilmaviy model quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m, \\ \hat{y}_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m, \end{cases}$$

bu yerda y_1 va y_2 – birgalikdagi bog'liq o'zgaruvchilar.

Ikkinchi tenglamada y_1 ni quyidagi formula bilan ifodalash mumkin:

$$y_1 = \frac{y_2}{b_{21}} - \frac{a_{21}}{b_{21}} \cdot x_1 - \frac{a_{22}}{b_{21}} \cdot x_2 - \dots - \frac{a_{2m}}{b_{21}} \cdot x_m.$$

Natijada, sistemada oldidagi koeffitsiyentlari har xil bo'lgan bir xil endogen o'zgaruvchi y_1 uchun ikkita tenglamaga ega bo'lgan quyidagi sistema hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m, \\ \hat{y}_1 = \frac{y_2}{b_{21}} - \frac{a_{21}}{b_{21}} \cdot x_1 - \frac{a_{22}}{b_{21}} \cdot x_2 - \dots - \frac{a_{2m}}{b_{21}} \cdot x_m. \end{cases}$$

Bir modelning o'zida tuzilmaviy koeffitsiyentlarni hisoblash uchun ikki variantning mavjudligi ularni to'liq identifikatsiyalanmaganligi bilan bog'liq.

Har bir tenglamasi n ta endogen va m ta ekzogen o'zgaruvchilar sistemasidan tashkil topgan tuzilmaviy model to'lig'icha $n \cdot (n-1+m)$ ta parametrga ega. $n=2$ va $m=3$ bo'lganda tuzilmaviy modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3. \end{cases} \quad (7.11)$$

Ko'rinib turibdiki model sakkizta tuzilmaviy koeffitsiyentga ega, bu $n \cdot (n-1+m)$ ifodaga mos keladi.

Modelning keltirilgan shakli umumiy ko'rinishda $n \cdot m$ parametrni o'z ichiga oladi. Demak yuqoridagi misolda ko'rilgan modelning keltirilgan shaklida oltita koeffitsiyent bor. Buni modelning quyidagi keltirilgan shaklidan bilish mumkin:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3, \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3. \end{cases}$$

Haqiqatda ushbu model o'z ichiga oltita δ_{ij} koeffitsiyentlarini oladi.

Modelning keltirilgan shaklidagi oltita koeffitsiyent orqali o'rganilayotgan tuzilmaviy modelning sakkizta tuzilmaviy koeffitsiyentlarini aniqlash talab etiladi, lekin bu talab yagona yechimga olib kelmaydi. Modelning tuzilmaviy shaklining to'liq ko'rinishida modelning keltirilgan shakli parametrlarining sondan ko'p parametrlarga ega bo'ladi. Bunday holatda tuzilmaviy modelning $n \cdot (n-1+m)$ ta parametrini keltirilgan shakldagi modelning $n \cdot m$ ta parametri orqali aniqlab bo'lmaydi.

Modelning tuzilmaviy shakli uchun yagona yechimni olish uchun modelning ayrim tuzilmaviy koeffitsiyentlarini omillarni sistemaning chap tomonidagi endogen o'zgaruvchilar bilan o'zaro bog'liqligining kuchsizligi sababli nolga teng deb faraz qilish kerak. Bu bilan modelning tuzilmaviy koeffitsiyentlari sonini kamaytirish mumkin. Agar yuqoridagi tuzilmaviy modelda $a_{13} = 0$ va $a_{21} = 0$ deb faraz qilsak, bu holatda u model quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3. \end{cases} \quad (7.12)$$

Ushbu modelda tuzilmaviy koeffitsiyentlarning soni 6ta bo'lib, ular modelning keltirilgan shakli koeffitsiyentlari sonidan ko'p emas.

Identifikatsiyalanishi nuqtayi-nazaridan tuzilmaviy modellar uchta ko'rinishga ajratiladi:

- identifikatsiyalanadigan;
- identifikatsiyalanmaydigan;
- yuqori darajada (o'ta) identifikatsiyalanadigan.

Agar tuzilmaviy model koeffitsiyentlarining barchasi modelning keltirilgan shakli koeffitsiyentlari orqali aniqlansa, ya'ni tuzilmaviy model koeffitsiyentlari soni modelning keltirilgan shakli koeffitsiyentlari soniga teng bo'lsa **model identifikatsiyalanadigan** deyiladi.

Agar modelning keltirilgan shakli koeffitsiyentlarining soni tuzilmaviy model koeffitsiyentlari sonidan kam bo'lsa va natijada tuzilmaviy koeffitsiyentlarni modelning keltirilgan shakli koeffitsiyentlari orqali baholash mumkin bo'lmasa **model identifikatsiyalanmaydigan** deyiladi.

Har bir tenglamasi n ta endogen va m ta ekzogen o'rganuvchilari bo'lgan sistemaning tuzilmaviy modeli har doim identifikatsiyalanmaydigan bo'ladi.

Agar keltirilgan model koeffitsiyentlari soni tuzilmaviy koeffitsiyentlar sonidan ko'p bo'lsa, model **o'ta identifikatsiyalanadigan** deyiladi. Bunday holatda keltirilgan shakldagi koeffitsiyentlar asosida tuzilmaviy koeffitsiyentlarning ikki va undan ortiq qiymatlarini olish mumkin. O'ta identifikatsiyalanadigan modellarda tuzilmaviy koeffitsientlar soni keltirilgan koeffitsiyentlar sonidan kam bo'ladi.

Agar to'liq ko'rinishdagi keltirilgan model(7.11)da (7.12) dagidek faqat a_{13} va a_{21} koeffitsiyentlarni emas, a_{22} ni ham nolga teng deb faraz qilsak, natijada tenglamalar tizimi o'ta identifikatsiyalanadiganga aylanadi, ya'ni:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{23}x_3. \end{cases} \quad (7.13)$$

Bu tizimdagi beshta tuzilmaviy koeffitsiyentlarni modelning keltirilgan shaklidagi oltita koeffitsiyentdan aniqlash mumkin emas. Bunday o'ta identifikatsiyalanadigan modellarni yechish uchun maxsus usullardan foydalaniladi.

Tuzilmaviy model doimo har biri identifikatsiyalashga tekshirishni talab etadigan birgalikdagi tenglamalar sistemasidan tashkil topadi. Model identifikatsiyalanadigan deyiladi, qachonki sistemadagi har bir tenglama identifikatsiyalanadigan bo'lsa. Agar sistemadagi birorta tenglama identifikatsiyalanmaydigan bo'lsa, model ham identifikatsiyalanmaydigan deb hisoblanadi. Modelning identifikatsiyalanish shartining bajarilishi sistemaning har bir tenglamasi uchun tekshiriladi. Tenglama identifikatsiyalanadigan bo'lishi uchun tenglamada qatnashmayotgan, lekin tizimda mavjud, avvaldan aniqlangan ekzogen o'zgaruvchilar soni tenglamadagi endogen o'zgaruvchilar sonidan bitta kamiga teng bo'lishi kerak.

Agar j -tenglamada endogen o'zgaruvchilar sonini H bilan, sistemada bor, lekin tenglamada qatnashmayotgan ekzogen o'zgaruvchilar sonini D bilan belgilasak, unda modelni identifikatsiyalanuvchanlik shartini quyidagi hisob qoida asosida tekshirish mumkin:

$D+1=H$ – tenglama identifikatsiyalanuvchi;

$D+1<H$ – tenglama identifikatsiyalanmaydigan;

$D+1>H$ – tenglama o'ta identifikatsiyalanuvchi.

Faraz qilaylik, quyidagi birpaytli tenglamalar sistemasi o'rganilayotgan bo'lsin:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4. \end{cases} \quad (7.14)$$

Birinchi tenglamada uchta y_1, y_2, y_3 endogen o'zgaruvchi, ya'ni $H=3$ va ikita x_1 va x_2 ekzogen o'zgaruvchi, qatnashmayotgan o'zgaruvchilar soni ikkita x_3 va x_4 , ya'ni $D=2$. Bulardan quyidagilar kelib chiqadi: $2+1=3$; $D+1=H$ shart bajariladi. Demak, tenglama identifikatsiyalanuvchi ekan. Sistemaning ikkinchi tenglamasida $H=2$ (y_1, y_2) va $D=1$ (x_4). $1+1=2$, demak, $D+1=H$ tenglik o'rinli, ya'ni ikkinchi

tenglama ham identifikatsiyalanuvchi. Sistemaning uchinchi tenglamasida $H=3$ (y_1, y_2, y_3), $D=2$ (x_1, x_2) bo'lgani uchun hisoblash qoidasiga asosan $D+1=H$ shart bajariladi. Demak, uchinchi tenglama ham identifikatsiyalanuvchi ekan. Spunday qilib (7.14) sistema to'liq identifikatsiyalanuvchi ekanligi kelib chiqadi.

Faraz qilaylik, o'rganilayotgan modelda $a_{21}=0$ va $a_{33}=0$ bo'lsin. Bu holatda sistema quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{34}x_4. \end{cases} \quad (7.15)$$

Sistemada birinchi tenglama o'zgarmagan. Sistema avvalgidek uchta endogen va ikkita ekzogen o'zgaruvchilarga ega bo'lgani uchun $D=2$ va $H=3$. Tenglama avvalgi sistemadagi kabi identifikatsiyalanuvchi. Ikkinchi tenglamada $H=2$ va $D=2$ bo'lgani uchun $2+1 > 2$ kelib chiqadi. Bu esa tenglamani o'ta identifikatsiyalanuvchanligini bildiradi. Uchinchi tenglama ham $H=3$ (y_1, y_2, y_3), $D=3$ (x_1, x_2, x_3), $D+1 > H$ ($3+1 > 3$) bo'lgani uchun o'ta identifikatsiyalanuvchi. Umuman olganda model o'ta identifikatsiyalanuvchi ekanligi kelib chiqadi.

Faraz qilaylik, (7.15) sistemaning oxirgi tenglamasi uchta endogen o'zgaruvchilarga ega bo'lsin, ya'ni

$$y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{34}x_4.$$

Bu holatda $H=3$, $D=1$ (x_3 qatnashmayotgani uchun), $D+1 < H$, $1+1 < 3$ bo'lganligi sababli tenglama identifikatsiyalanmaydigan ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, birinchi tenglama identifikatsiyalanuvchi, ikkinchi tenglama o'ta identifikatsiyalanuvchi bo'lishiga qaramasdan o'rganilayotgan model identifikatsiyalanmaydigan hisoblanadi va u statistik yechimga ega emas.

Keltirilgan modelning parametrlarini baholash uchun sistema identifikatsiyalanuvchi yoki o'ta identifikatsiyalanuvchi bo'lishi shart.

Ko'rib chiqilgan identifikatsiyalanuvchanlik shartini hisoblash qoidasi identifikatsiyalashning zaruriy shartini ifodalaydi xolos, yetarli shartini emas. Agar keltirilgan model parametrlari matritsasi

koeffitsiyentlariga chegara qo'yilsa identifikatsiyalash sharti yanada aniqroq bo'ladi.

Agar tenglamada qatnashmayotgan (endogen va ekzogen) o'zgaruvchilarning sistemaning boshqa tenglamalarida ularning oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan, determinanti nolga teng bo'lmagan matritsa tuzish mumkin bo'lsa va matritsaning rangi sistemadagi endogen o'zgaruvchilar sonining bitta kamidan kichik bo'lmasa tenglama identifikatsiyalanuvchi bo'ladi.

Modelni identifikatsiyalanish shartini tekshirishni qaralayotgan tenglamada qatnashmayotgan, lekin sistemaning boshqa tenglamalarida qatnashayotgan shu o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentlardan tuzilgan matritsaning determinanti orqali amalga oshirish maqsadga muvofiq. Chunki sistemaning har bir tenglamasini identifikatsiyalanishini yuqoridagi hisoblash qoidasi asosida baholaganda u identifikatsiyalanuvchi bo'lishi mumkin, ammo lekin tuzilgan matritsaning determinanti nolga teng bo'lib qolishi ham mumkin. Bunday holatda identifikatsiyalashning faqat zaruriy sharti bajarilib, yetarli sharti bajarilmay qoladi.

Quyidagi modelni ko'rib chiqaylik:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2. \end{cases} \quad (7.16)$$

Sistemaning har bir tenglamasida identifikatsiyalashning zaruriy va yetarli shartlarini bajarilishini tekshirib ko'raylik. Birinchi tenglama uchun $H=3(y_1, y_2, y_3)$ va $D=2(x_3, x_4 \text{ qatnashmayapti})$, ya'ni $D+1=H$, zaruriy shart bajariladi. Demak tenglama identifikatsiyalanadi. Identifikatsiyalashni yetarli shartini tekshirish uchun birinchi tenglamada qatnashmayotgan o'zgaruvchilar koeffitsiyentlari jadvalini to'ldiramiz.

Tenglamalar raqami	O'zgaruvchilar	
	x_3	x_4
2	a_{23}	a_{24}
3	0	0

Jadvaldan ko‘rish mumkinki koeffitsiyentlar matritsasi determinanti nolga teng. Shu sababli identifikatsiyalash sharti bajarilmaydi va birinchi tenglamani identifikatsiyalanadi deb bo‘lmaydi. Ikkinchi tenglama uchun $H=2(y_1, y_2)$, va $D=1(x_1 \text{ qatnashmagan})$. Hisoblash qoidasiga asosan ($D+1=H$) tenglama identifikatsiyalangan, yetarli shart bajariladi.

Ikkinchi tenglamada qatnashmagan o‘zgaruvchiga nisbatan tuzilgan matritsa quyidagicha:

Tenglamalar raqami	O‘zgaruvchilar	
	y_3	x_1
1	b_{31}	a_{11}
3	-1	a_{31}

Jadvaldagi ma’lumotlarga asosan matritsaning determinanti nolga teng emas. Matritsaning rangi 2ga teng, bu esa endogen o‘zgaruvchilarning bittaga kam sonidan kichik emas. Demak, ikkinchi tenglama identifikatsiyalanadi.

Sistemaning uchinchi tenglamasida $H=3(y_1, y_2, y_3)$ $D=2(x_3, x_4)$, bundan $D+1=H$. Demak uchinchi tenglamaga nisbatan hisob qoidasiga binoan identifikatsiyalashning zaruriy sharti bajariladi. Yetarlilik shartini bajarilishini tekshirish uchun uchinchi tenglamada qatnashmayotgan va boshqa tenglamalarda qatnashayotgan o‘zgaruvchilar oldidagi koeffitsiyentlardan quyidagi matritsani tuzamiz:

Tenglamalar raqami	O‘zgaruvchilar	
	x_3	x_4
1	0	0
2	a_{23}	a_{24}

Jadvaldan ko‘rinib turibdiki, matritsa determinanti nolga teng, bu esa tenglamani identifikatsiyalanmasligini ko‘rsatadi.

Demak, keltirilgan model hisoblash qoidasiga asosan identifikatsiyalanadi, ammo lekin, identifikatsiyalashning yetarli sharti bo‘yicha identifikatsiyalanadi deb bo‘lmaydi.

7.4. Tuzilmaviy model parametrlarini baholash

Bir paytli tenglamalar sistemasining ko‘rinishiga qarab tuzilmaviy model koeffitsiyentlari turli usullar bilan baholanishi mumkin.

Ularga:

- eng kichik kvadratlar egri usuli;
- eng kichik kvadratlarning ikki qadamli usuli;
- eng kichik kvadratlarning uch qadamli va boshqa usullar kiradi.

Eng kichik kvadratlar egri usulini ko‘rib chiqamiz. Bu usul bir necha bosqichda amalga oshiriladi.

1. Tuzilmaviy model keltirilgan shakldagi modelga aylantiriladi;

2. Keltirilgan shakldagi modelning har bir tenglamasiga oddiy EKKUni qo‘llanib keltirilgan δ_{ij} koeffitsiyentlar baholanadi;

3. Keltirilgan shakldagi model koeffitsiyentlari tuzilmaviy shakldagi model koeffitsiyentlariga o‘tkaziladi.

Eng kichik kvadratlar egri usuli (EKKEU)ni ikkita endogen va ikkita ekzogen o‘zgaruvchili quyidagi ekonometrik modelga qo‘llanishini ko‘rib chiqamiz:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Ushbu modelni tuzish uchun 5ta hudud bo‘yicha quyidagi ma’lumotlar berilgan bo‘lsin:

Hudud	y_1	y_2	x_1	x_2
1	2	5	1	3
2	3	6	2	1
3	4	7	3	2
4	5	8	2	5
5	6	5	4	6
O‘rtachasi	4	6,2	2,4	3,4

Modelning keltirilgan shakli:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + u_1 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + u_2 \end{cases},$$

bu yrda, u_1 va u_2 – modelning keltirilgan shakli tasodifiy xatoligi.

Modelni keltirilgan shaklining har bir tenglamasiga oddiy EKKUni qo‘llab δ_{ij} koeffitsiyentlarni aniqlaymiz.

Hisoblashlarni soddalashtirish uchun o‘zgaruvchilarning o‘rtacha darajalaridan chetlanishlaridan foydalanish mumkin, ya’ni $y = y - \bar{y}$ va $x = x - \bar{x}$. U holda modelning keltirilgan shaklidagi birinchi tenglamasi uchun normal tenglamalar sistemasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} \sum y_1 x_1 = \delta_{11} \sum x_1^2 + \delta_{12} \sum x_1 x_2 \\ \sum y_1 x_2 = \delta_{11} \sum x_1 x_2 + \delta_{12} \sum x_2^2. \end{cases}$$

Yuqoridagi misol ma’lumotlarida o‘rtacha darajadan chetlanishlardan foydalanib quyidagi tenglamalar sistemasini yozish mumkin.

$$\begin{cases} 6 = 5,2 \cdot \delta_{11} + 4,2 \cdot \delta_{12} \\ 10 = 4,2 \delta_{11} + 17,2 \delta_{12}. \end{cases}$$

Hosil bo‘lgan tenglamalar sistemasini yechib modelning keltirilgan shaklining birinchi tenglamasini olamiz.

$$y_1 = 0,82 x_1 + 0,373 x_2 + u_1.$$

Xuddi shunday tartibda modelning keltirilgan shaklining ikkinchi tenglamasiga EKKUni qo‘llab quyidagi normal tenglamalar sistemasini olamiz.

$$\begin{cases} \sum y_2 \cdot x_1 = \delta_{21} \sum x_1^2 + \delta_{22} \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_2 \cdot x_2 = \delta_{21} \sum x_1 x_2 + \delta_{22} \sum x_2^2. \end{cases}$$

Yuqoridagi misol ma’lumotlari asosida quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$\begin{cases} -0,4 = 5,2 \cdot \delta_{21} + 4,2 \cdot \delta_{22} \\ -0,4 = 4,2 \cdot \delta_{21} + 17,2 \cdot \delta_{22}. \end{cases}$$

Bundan modelning keltirilgan shakldagi ikkinchi tenglamasini olamiz:

$$y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2.$$

Shunday qilib modelning keltirilgan shakli

$$\begin{cases} y_1 = 0,852 \cdot x_1 + 0,373 \cdot x_2 + u_1 \\ y_2 = -0,072 \cdot x_1 - 0,00557 \cdot x_2 + u_2 \end{cases}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Modelning keltirilgan shaklidan tuzilmaviy shakliga o‘tamiz: ya’ni quyidagi tenglamalar sistemasiga:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

Buning uchun modelning keltirilgan shaklidagi ikkinchi tenglamadan x_2 ni quyidagicha ifodalab:

$$x_2 = \frac{-0,072x_1 - y_2}{0,00557}.$$

uni birinchi tenglamaga qo‘yib x_2 ni chiqarib tashlaymiz. Natijada quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$\hat{y}_1 = 0,852x_1 + 0,373 \left(\frac{-0,072x_1 - y_2}{0,00557} \right).$$

Bundan modelning tuzilmaviy shaklini birinchi tenglamasi xosil bo‘ladi.

$$\hat{y}_1 = -66,966y_2 - 3,970x_1.$$

Tuzilmaviy modelni ikkinchi tenglamasini topish uchun yana modelning keltirilgan shakliga murojaat qilamiz.

Buning uchun modelning keltirilgan shaklidagi birinchi tenglamadan x_1 ni quyidagicha ifodalab:

$$x_1 = \frac{y_1 - 0,373x_2}{0,852}.$$

uni ikkinchi tenglamaga qo‘yib x_1 ni chiqarib tashlaymiz. Natijada quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$\hat{y}_2 = -0,072 \left(\frac{y_1 - 0,373x_2}{0,852} \right) - 0,00557x_2;$$

Bundan modelning tuzilmaviy shaklini birinchi tenglamasi xosil bo‘ladi.

$$\hat{y}_2 = -0,085y_1 - 0,026x_2$$

Shunday qilib modelning tuzilmaviy shaklini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} y_1 = -66,966y_2 - 3,970x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = -0,085y_1 + 0,026x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Bu sistemaga ozod hadni kirib yozish mumkin, buning uchun o‘zgaruvchilarni ularning o‘rtachalaridan chetlanishidan avvalgi berilgan x va y o‘zgaruvchilar holatiga o‘tiladi.

Tenglamalarni ozod hadlarini quyidagi formulalar yordamida topamiz:

$$\begin{aligned} A_{01} &= \bar{y}_1 - b_{12}\bar{y}_2 - a_{11} = 428,717, \\ A_{02} &= \bar{y}_2 - b_{21}\bar{y}_1 - a_{22} = 6,451. \end{aligned}$$

Ozod hadlarning topilgan qiymatlarini o‘rniga qo‘yib modelning quyidagi to‘liq tuzilmaviy shaklini olamiz:

$$\begin{cases} y_1 = 428,717 - 66,966y_2 - 3,970x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = 6,451 - 0,085y_1 + 0,026x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. Tizim. | 7. Rekursiv. |
| 2. Tuzilmaviy. | 8. Keltirilgan. |
| 3. Talab. | 9. Endogen. |
| 4. Taklif. | 10. Ekzogen. |
| 5. Makrodaraja. | 11. Tarkibiy. |
| 6. Mikrodaraja. | 12. Sistema. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Nima uchun iqtisodiyotda tenglamalar sistemasini qo‘llash zaruriyati vujudga keladi?
2. Qanday tenglamalar “tuzilmaviy tenglamalar” deb ataladi?
3. Miliy iqtisodiyot modeli qanday funksiyalardan tashkil topgan tenglamalarni o‘z ichiga oladi?

4. Bog'liq bo'lmagan tenglamalar sistemasini yozib ko'ring-chi.
5. Rekursiv tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi modelni qanday tuzish mumkin?
6. O'zaro bog'liq bo'lgan tenglamalar sistemasini yozib ko'ring-chi va u qanday nomlanadi?
7. Endogen va ekzogen o'zgaruvchilar qanday xususiyatlarga ega?
8. Modelning tuzilmaviy shakli qanday xususiyatlarga ega?
9. Modelning keltirilgan shakli qanday holatlarda yuzaga keladi?
10. Tuzilmaviy va keltirilgan shakldagi modellar parametrlari qanday aniqlaniladi?
11. Qanday qilib modelning tuzilmaviy shakli keltirilgan shaklda ifodalanishi mumkin?
12. Identifikatsiyalash deganda nimani tushunasiz?

Mustaqil ishlash uchun masala

Quyidagi tenglamalarni modelning keltirilgan shaklidan kelib chiqib

$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 \\ y_2 = 3x_1 - 6x_2 + 2x_3 \\ y_3 = -5x_1 + 8x_2 + 5x_3 \end{cases}$$

modelning tuzilmaviy koeffitsiyentlarini aniqlang va modelning tuzilmaviy shaklini keltirib chiqaring.

VIII BOB. VAQTLI QATORLARDA EKONOMETRIK MODELLASHTIRISH

8.1. Bir o'lchovli vaqtli qatorlarni modellashtirish

8.1.1. *Vaqtli qatorlarning asosiy unsurlari*

Ekonometrik modellarni ikki turdagi ma'lumotlar asosida qurish mumkin:

1) turli obyektlar to'plamining ma'lum bir vaqtdagi holatini tavsiflovchi ma'lumotlar;

2) bitta obyektning holatini qator ketma-ket kelgan vaqtda tavsiflovchi ma'lumotlar.

Birinchi turdagi ma'lumotlar asosida tuzilgan modellar fazoviy modellar deb, ikkinchi turdagi ma'lumotlar asosida tuzilgan modellar esa vaqtli qatorlar modellari deb ataladi.

Vaqtli qator – bu ma'lum bir ko'rsatkichning bir nechta ketma-ket kelgan momentlar yoki davrlardagi qiymatlar to'plamidir. Vaqtli qatorlarning har bir darajasi bir qancha omillarning ta'siri natijasida yuzaga keladi va bu omillarni shartli ravishda uchta guruhga bo'lish mumkin:

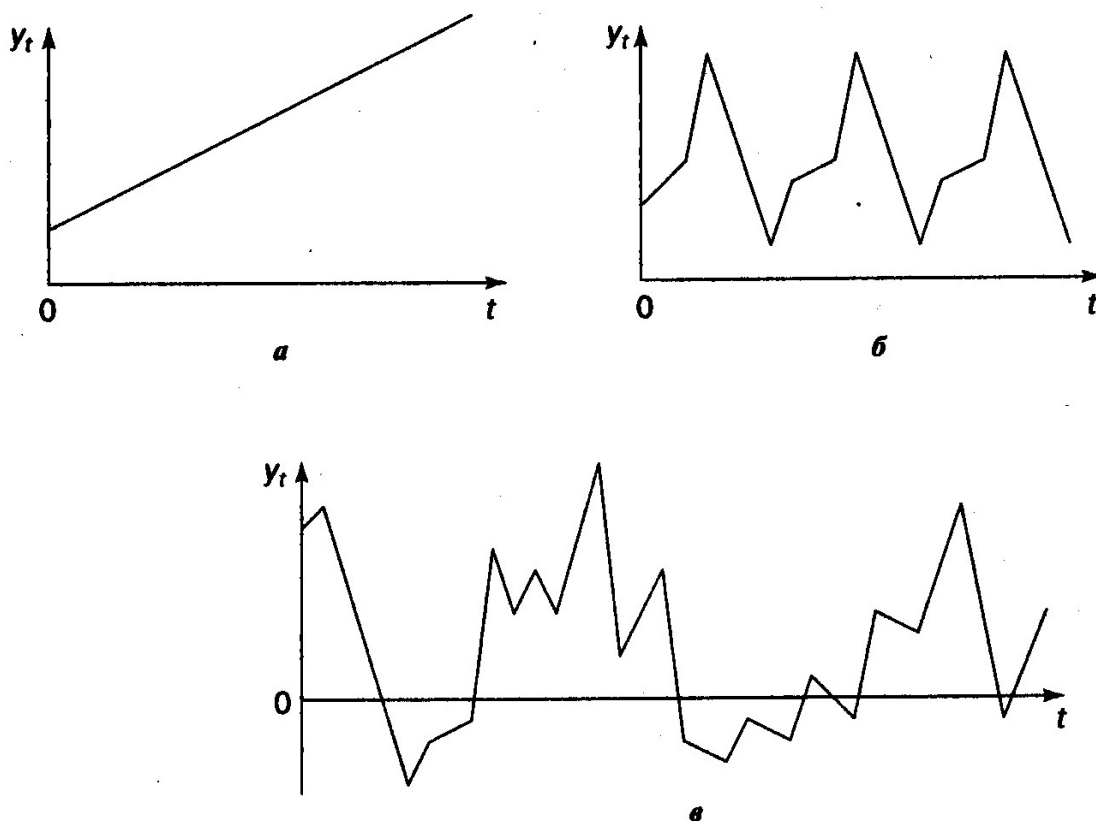
1) qatorning tendensiyasini shakllantiruvchi omillar;

2) qatorning siklik yoki davriy tebranishini shakllantiruvchi omillar;

3) tasodifiy omillar.

O'rganilayotgan hodisa va jarayonlarda omillar turli ko'rinishlarda namoyon bo'lganda qator darajalarining vaqtga bog'liqligi turli shakllarda bo'lishi mumkin.

Birinchiidan, ko'pchilik iqtisodiy ko'rsatkichlar vaqtli qatorlar omillar to'plami o'rganilayotgan ko'rsatkichlar dinamikasiga uzoq muddat ta'sir etishini tavsiflovchi tendensiyaga ega bo'ladi. Haqiqatda, alohida olingan omillar o'rganilayotgan ko'rsatkichga turli yo'nalishlarda ta'sir etishi mumkin. Ammo, ular birgalikda o'suvchi yoki kamayuvchi tendensiyalarni tashkil etadi. 8.1_a-rasmda o'suvchi tendensiyaga ega bo'lgan gipotetik vaqtli qator ko'rsatilgan.



8.1-rasm. Vaqtli qatorning asosiy komponentalari

a – o‘svuchi tendensiya; b – mavsumiy komponenta; c – tasodifiy komponenta

Ikkinchidan, o‘rganilayotgan ko‘rsatkich siklik tebranishga ega bo‘lishi mumkin. Bu tebranishlar mavsumiy xarakterga ega bo‘ladi, chunki ko‘pchilik iqtisodiy tarmoqlarning iqtisodiyoti yilning davrlariga bog‘liq (masalan, yozgi davrda qishloq xo‘jaligi mahsulotining bahosi qishki davrdagiga nisbatan arzonroq bo‘ladi, kurort shaharlarida qish faslida ishsizlik darajasi yozgi faslga nisbatan yuqori bo‘ladi). Uzoq vaqt oralig‘i uchun ma’lumotlarning katta to‘plami mavjud bo‘lganda bozor kon yunkturasining umumiy dinamikasi hamda mamlakat iqtisodiy holati bilan bog‘liq bo‘lgan siklik tebranishlarni aniqlash mumkin. 8.1_b)-rasmda faqat mavsumiy komponentaga ega bo‘lgan gipotetik vaqtli qator keltirilgan.

Ayrim vaqtli qatorlar hech qanday tendensiyaga va vaqtli komponentalarga ega bo‘lmaydi, ularning har bir keyingi darajasi qatorning o‘rtacha darajalari yig‘indisi va ayrim (manfiy yoki musbat) tasodifiy komponentalardan tashkil topadi. 8.1_v)-rasmda faqat tasodifiy

komponentalarga ega bo'lgan qator keltirilgan. Albatta, yuqorida keltirilgan modellarning hech biridan to'lig'icha haqiqiy ma'lumotlar kelib chiqmaydi. Asosan, modellar uchchala komponentalarni o'z ichiga oladi. Qatorning har bir darajasi tendensiya, dinamik tebranishlar va tasodifiy komponentalar ta'sirida shakllanadi.

Ko'p holatlarda vaqtli qatorlarning haqiqiy darajasini trend, siklik (davriy) va tasodifiy komponentalarning yig'indisi yoki ko'paytmasi shaklida tasavvur qilish mumkin. Uchchala komponentalarning yig'indisidan tuzilgan model *vaqtli qatorning additiv modeli* deyiladi. Uchchala komponentalarning ko'paytmasidan tuzilgan model *vaqtli qatorning multiplikativ modeli* deyiladi.

Alohida vaqtli qatorlarni ekonometrik tadqiq qilish – yuqorida olingan ma'lumotlarni qatorning kelajakdagi qiymatlarini prognozlash uchun yoki ikki va undan ko'p vaqtli qatorlarning o'zaro bog'langan modellarini tuzishda qo'llash uchun komponentalarning har birini miqdoriy ifodalash va qiymatlarini aniqlash iborat.

8.1.2. Vaqtli qatorlar darajalarining avtokorrelyatsiyasi va uning tarkibini aniqlash

Tendensiya va siklik tebranishlar mavjud bo'lgan vaqtli qatorlarda qatorning har bir keyingi darajasi o'zidan oldingisiga bog'liq. Vaqtli qatorlarning ketma-ket darajalari orasidagi korrelyatsion bog'lanish *qator darajalari avtokorrelyatsiyasi* deyiladi. *Avtokorrelyatsiyani* berilgan chiziqli vaqtli qator darajasi bilan shu qatorning vaqt bo'yicha bir nechta qadamga orqaga surilgan darajasi orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti yordamida miqdoriy jihatdan o'lchash mumkin.

8.1-misol. Yakuniy iste'molga xarajatlar vaqtli qator darajalari uchun avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarini hisoblash.

Yakuniy iste'molga o'rtacha xarajatlar haqidagi 8 yillik ma'lumotlar

(y_t , sh.p.b.da) berilgan bo'lsin (8.1.1-jadval).

Yakuniy iste'molga xarajatlar vaqti qatori uchun birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash, sh.p.b.da

t	y_t	y_{t-1}	$y_t - \bar{y}_1$	$y_{t-1} - \bar{y}_2$	$(y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)$	$(y_t - \bar{y}_1)^2$	$(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2$
1	7	-	-	-	-	-	-
2	8	7	-3,29	-3	9,87	10,8241	9
3	8	8	-3,29	-2	6,58	10,8241	4
4	10	8	-1,29	-2	2,58	1,6641	4
5	11	10	-0,29	0	0,00	0,0841	0
6	12	11	0,71	1	0,71	0,5041	1
7	14	12	2,71	2	5,42	7,3441	4
8	16	14	4,71	4	18,84	22,1841	16
Σ	86	70	-0,03	0	44,0	53,4287	38

y_t va y_{t-1} qatorlari orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyentlarini aniqlaymiz va joriy hamda o'tgan yilgi yakuniy iste'molga xarajatlar orasidagi bog'lanish zichligini topamiz.

Biz avvalgi boblardan bilamizki korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash uchun asosan quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$r_{x,y} = \frac{\sum (x_j - \bar{x}) \cdot \sum (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_j - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_j - \bar{y})^2}}$$

Ushbu formulada x o'zgaruvchi sifatida $y_2, y_3, \dots, y_8$ qatorni; y o'zgaruvchi sifatida $y_1, y_2, \dots, y_7$ qatorni qabul qilamiz. U holda yuqorida keltirilgan formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}}, \quad (8.1.1)$$

bu yerda:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}; \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1}. \quad (8.1.2)$$

Ushbu ifodani qator darajalarining birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti deyiladi, u qatorning yonma-yon turgan t va $t-1$ vaqtlardagi darajalari orasidagi bog‘lanishni o‘lchaydi.

8.2-misol. ma’lumotlari uchun (8.1.2) munosabatni hisoblaymiz:

$$\bar{y}_1 = \frac{8+8+10+11+12+14+16}{7} = \frac{79}{7} = 11,29;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{7+8+8+10+11+12+14}{7} = \frac{70}{7} = 10.$$

(8.1.1) formuladan foydalanib birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini aniqlaymiz:

$$r_1 = \frac{44}{\sqrt{53,42 \cdot 38}} = 0,976.$$

Olingan natija joriy va oldingi yildagi yakuniy iste’molga xarajatlar o‘rtasida o‘ta yuqori darajadagi bog‘liqlik mavjudligini va yakuniy iste’molga xarajatlar vaqtli qatorda kuchli chiziqli tendensiya borligini ko‘rsatadi.

Xuddi shunday ikkinchi va undan yuqori tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlash mumkin. Ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya y_t va y_{t-2} darajalar orasidagi bog‘lanish kuchini tavsiflaydi va u quyidagicha aniqlanadi:

$$r_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}} \quad (8.1.3)$$

bu erda:

$$\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}; \quad \bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t-2}}{n-2}. \quad (8.1.4)$$

Yuqoridagi misol ma’lumotlari asosida 8.1.1-jadvaldagi qatorda ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiyani hisoblash uchun quyidagi jadvalni tuzamiz.

Yakuniy iste'molga xarajatlar vaqtli qatori uchun ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash

t	y_t	y_{t-2}	$y_t - \bar{y}_3$	$y_{t-2} - \bar{y}_4$	$(y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)$	$(y_t - \bar{y}_3)^2$	$(y_{t-2} - \bar{y}_4)^2$
1	7	-	-	-	-	-	-
2	8	-	-	-	-	-	-
3	8	7	-3,83	-2,33	8,9239	14,6689	5,4289
4	10	8	-1,83	-1,33	2,4339	3,3489	1,7689
5	11	8	-0,83	-1,33	1,1039	0,6889	1,7689
6	12	10	0,17	0,67	0,1139	0,0289	0,4489
7	14	11	2,17	1,67	3,6239	4,7089	2,7889
8	16	12	4,17	2,67	11,1339	17,3889	7,1289
Jami	86	56	0,02	0,02	27,3334	40,8334	19,3334

Jadvalda hosil bo'lgan qiymatlarni (8.1.4) formulaga qo'yib $\bar{y}_3, \bar{y}_4$ larni topamiz.

$$\bar{y}_3 = \frac{8+10+11+12+14+16}{6} = \frac{71}{6} = 11,83,$$

$$\bar{y}_4 = \frac{7+8+8+10+11+12}{6} = \frac{56}{6} = 9,33.$$

Hisoblangan qiymatlarni (8.1.3)ga qo'yib, quyidagi ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini topamiz:

$$r_2 = \frac{27,3334}{\sqrt{40,8334 \cdot 19,3334}} = 0,973.$$

Olingan natijalar yana bir marotaba yakuniy iste'molga xarajatlar qatori chiziqli tendensiyaga ega ekanligini tasdiqlaydi.

Avtokorrelyatsiya hisoblangan davrlar soni *lag* (orqada qolgan davr) deb ataladi. Orqada qolgan davr-*lag*ning ortib borishi bilan avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti hisoblanayotgan juft qiymatlar soni kamayib boradi. Avtokorrelyatsiya koeffitsiyentining statistik aniqligini ta'minlash uchun *lag*ning maksimal qiymati $n/4$ dan katta bo'lmasligi kerak deb hisoblanadi.

Avtokorrelyatsiyaning muhim xususiyatlari:

Birinchidan, avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti kabi hisoblanadi va qatorning faqat joriy hamda oldingi darajalarining chiziqli bog‘lanishlarining kuchini tavsiflaydi. Shuning uchun avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qiymatiga asoslanib chiziqli tendensiya bor-yo‘qligini aytish mumkin. Kuchli chiziqsiz tendensiyaga ega bo‘lgan ayrim dinamik qatorlar uchun berilgan qator darajalarining avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti nolga yaqinlashib borishi mumkin.

Ikkinchidan, avtokorrelyatsiya koeffitsiyentining ishorasiga qarab qator darajalarida o‘svuvchi yoki kamayuvchi tendensiya haqida xulosa qilish kerak emas. Ko‘pchilik iqtisodiy ma’lumotlar vaqtli qatorlar darajalarining avtokorrelyatsiyasi musbat bo‘lishi mumkin, lekin kamayuvchi tendensiyaga ega bo‘ladi.

Darajalarning birinchi, ikkinchi va h.k. tartibdagi avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarining ketma-ketligi *dinamik qatorlar avtokorrelyatsiya funksiyasi* deb ataladi. Avtokorrelyatsiya funksiyasi qiymatini lag (avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti tartibi) kattaligiga bog‘lanish grafigi *korrelogramma* deb ataladi.

Avtokorrelyatsiya funksiyasi va korrelogrammani tahlil qilish avtokorrelyatsiya yuqori bo‘lgan lagni va shu bilan birga qatorning joriy va o‘tgan davr darajalarining bog‘lanish zichligi yuqori bo‘lgan lagni aniqlash imkonini beradi, ya’ni avtokorrelyatsiya funksiyasi va korrelogrammani tahlil qilish natijasida qatorning strukturasi aniqlash mumkin.

Agar birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti o‘ta yuqori bo‘lsa, u holda o‘rganilayotgan qator faqat tendensiyaga ega bo‘ladi. Agar τ -tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti o‘ta yuqori bo‘lsa, qator τ davrli siklik tebranishga ega bo‘ladi. Agar avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarining birortasi ham yuqori qiymatga ega bo‘lmasa, u holda qator tendensiyaga ham siklik tebranishga ham ega bo‘lmaydi, ya’ni 8.18) rasmdagi holatni ifodalaydi yoki o‘ta chiziqsiz tendensiyaga ega bo‘lishi mumkin. Buni aniqlash uchun qo‘shimcha tadqiqotlar o‘tkazish talab etiladi. Shuning uchun qator darajalarining avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti va avtokorrelyatsiya funksiyasini vaqtli qatorlarda trend komponentalari (T) va davriy(siklik) komponentalar(S)

ni mavjud yoki mavjud emasligini aniqlashda foydalanish maqsadga muvofiq.

8.1-misol ma'lumotlaridan tuzilgan yakuniy iste'molga xarajatlar vaqtli qator darajalarining avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti yuqori bo'lganligi uchun qator faqat tendensiyaga ega.

8.2-misol. Avtokorrelyatsiya va qator strukturasini aniqlash.

Hudud aholisining 16 chorakda iste'mol qilgan elektr energiyasining hajmi to'g'risidagi ma'lumotlar berilgan bo'lsin (8.1.3-jadval).

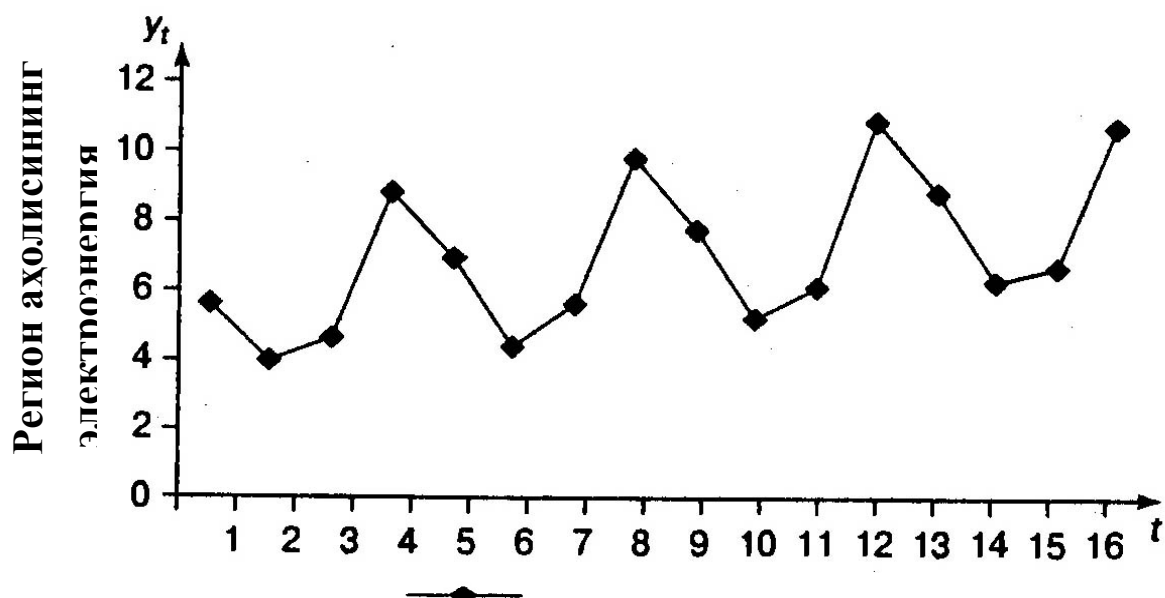
8.1.3-jadval.

Hudud aholisining elektr energiyasini iste'moli

t	y_t	y_{t-1}	y_{t-2}	y_{t-3}	y_{t-4}
1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	6,0	-	-	-
3	5,0	4,4	6,0	-	-
4	9,0	5,0	4,4	6,0	-
5	7,2	9,0	5,0	4,4	6,0
6	4,8	7,2	9,0	5,0	4,4
7	6,0	4,8	7,2	9,0	5,0
8	10,0	6,0	4,8	7,2	9,0
9	8,0	10,0	6,0	4,8	7,2
10	5,6	8,0	10,0	6,0	4,8
11	6,4	5,6	8,0	10,0	6,0
12	11,0	6,4	5,6	8,0	10,0
13	9,0	11,0	6,4	5,6	8,0
14	6,6	9,0	11,0	6,4	5,6
15	7,0	6,6	9,0	11,0	6,4
16	10,0	7,0	6,6	9,0	11,0

Jadval ma'lumotlarini grafikda tasvirlaymiz (8.2-rasm). Birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblaymiz (jadvalga y_{t-1} ni kiritamiz va chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash formulasidan foydalanamiz). Korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_1 = 0,165$ ga teng. Aytish kerakki bu hisoblash 16 juft kuzatuv ma'lumotlari asosida emas, 15 juft kuzatuv ma'lumotlari bo'yicha amalga oshirilgan.

Korrelyatsiya koeffitsiyentining bu qiymati qator darajalarini o'zidan oldingi darajalar bilan bog'lanishi kuchsizligini ko'rsatadi. Ammo grafikdan ko'rinib turibdiki har bir keyingi y_t daraja y_{t-1} darajaga nisbatan y_{t-4} va y_{t-2} darajalarga ko'proq bog'liq. Jadvalga y_{t-2} qatorni kiritamiz.



Vaqt, choraklarda Qatorning haqiqiy darajalari

8.2-rasm. Region aholisining elektr energiyasini iste'moli

Ikkinchi tartibli r_2 avtokorrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblab, y_t, y_{t-2} - qatorlarning korrelyatsion bog'lanish kuchini topamiz, u $r_2 = 0,567$ ga teng. Shu tartibda hisoblashlarni amalga oshirib berilgan qatorning avtokorrelyatsiya funksiyasini topamiz. Avtokorrelyatsiya funksiyasining qiymatlari va korrelogramma 8.1.4-jadvalda keltirilgan.

Avtokorrelyatsiya funksiyasining qiymatlari tahlili o'rganilayotgan vaqtli qator bo'yicha *birinchidan*, chiziqli tendensiya, *ikkinchidan*, davri to'rt kvartalga teng bo'lgan siklik tebranish mavjudligi haqida xulosa qilish imkonini beradi. Ushbu xulosa qatorning tuzilmasini grafik ko'rinishdagi tahlili ham tasdiqlaydi.

Elektr energiya iste'moli vaqtli qatorining korrelogrammasi

Lag	Darajalar avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti	Korrelogramma
1	0,165154	**
2	0,566873	*****
3	0,113558	*
4	0,983025	*****
5	0,118711	*
6	0,722046	*****
7	0,003367	
8	0,973848	*****

8.1.3. Vaqtli qatorlar tendensiyasini modellashtirish

Vaqtli qatorlar tendensiyasini modellashtirishning keng tarqalgan usullaridan biri qator darajalarini vaqtga bog'liqligini yoki trendni tavsiflovchi analitik funksiyalarni tuzishdan iborat. Bu usul *vaqtli qatorlarni analitik tekkislash* deb ataladi.

Vaqt bo'yicha bog'lanishlar turli shakllarda bo'lishi mumkin, ularni aniq bir shaklga keltirish uchun turli ko'rinishdagi funksiyalardan foydalaniladi. Trendlarni tuzish uchun ko'proq quyidagi funksiyalar qo'llaniladi:

- chiziqli trend: $\hat{y}_t = a + b \cdot t$;
- giperbolik trend: $\hat{y}_t = a + b/t$;
- eksponensial trend: $\hat{y}_t = e^{a+b \cdot t}$;
- ko'rsatkichli funksiya shaklidagi trend: $\hat{y}_t = a \cdot t^b$;
- ikkinchi va undan yuqori tartibli parabola:
 $\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k$.

Yuqorida keltirilgan trendlarning har birining parametrlarini oddiy EKKU bilan aniqlash mumkin. Bunda bog'liq bo'lmagan erkli o'zgaruvchi sifatida $t=1,2,\dots,n$ vaqt, bog'liq o'zgaruvchi sifatida y_t vaqtli qatorning haqiqiy darajalari olinadi. Chiziqsiz trendlar uchun avval ularni chiziqli holatga keltiruvchi standart amallar bajariladi.

Tendensiya turlarini aniqlashning bir qancha usullari mavjud. Eng ko‘p tarqalgan usullar qatoriga: o‘rganilayotgan jarayonni sifat jihatidan tahlil qilish, qator darajalarini vaqtga bog‘liqligi grafigini qurish va uni tahlil qilish, dinamikaning ayrim asosiy ko‘rsatkichlarini hisoblash usullarini kiritish mumkin. Tendensiya turlarini aniqlashda qator darajalarining avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarini qo‘llash mumkin. Tendensiya turi berilgan va qayta tuzilgan qatorlar darajalari bo‘yicha hisoblangan birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarini solishtirish yo‘li bilan aniqlanadi. Agar vaqtli qator chiziqli tendensiyaga ega bo‘lsa, yonma-yon darajalar - y_t va y_{t-1} larning korrelyatsiyasi yuqori bo‘ladi. Bunday holatda berilgan vaqtli qatorning birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti yuqori bo‘lishi kerak. Agar vaqtli qator chiziqsiz tendensiyaga ega bo‘lsa, masalan, eksponensial shaklda bo‘lsa, u holda berilgan qator darajalarining logarifmlari bo‘yicha birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qator darajalari bo‘yicha hisoblangan mos koeffitsiyentlardan yuqori bo‘ladi. Vaqtli qatorda chiziqsiz tendensiya qanchalik kuchli bo‘lsa, olingan koeffitsiyentlar shunchalik yuqori darajada farqlanadi.

Agar qator chiziqsiz tendensiyaga ega bo‘lsa, eng yaxshi tenglamani trendni asosiy shakllarini saralash, har bir tenglama uchun tuzatilgan determinatsiya koeffitsiyenti ($\bar{R}^2$)ni hisoblash va maksimum qiymatga ega bo‘lgan determinatsiya koeffitsiyentli tenglamani aniqlash yo‘llari bilan tanlab olish mumkin.

8.3-misol. Trend parametrlarini hisoblash.

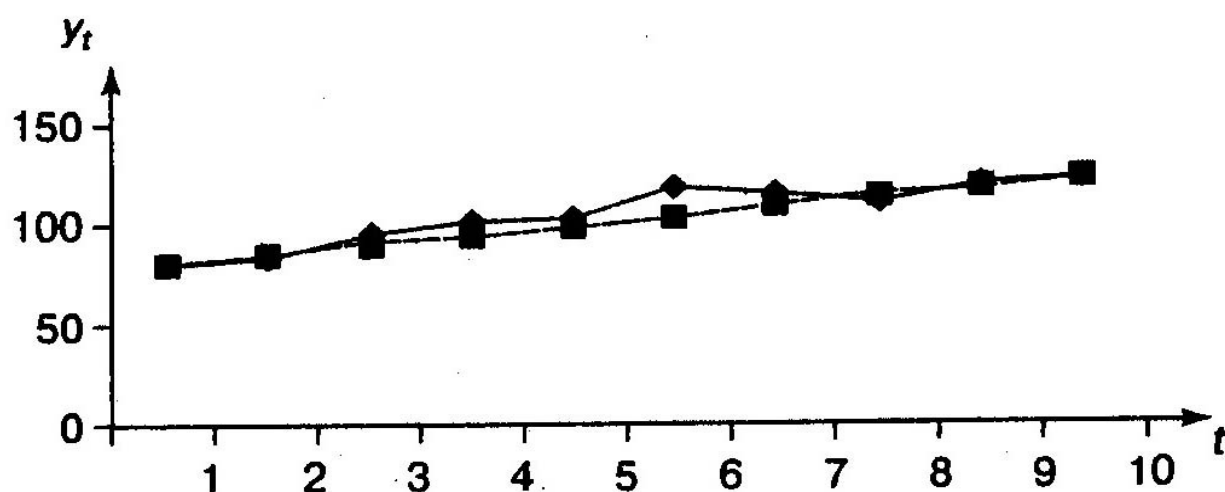
Joriy yilning 10 oyi bo‘yicha nominal oylik ish haqining oylar bo‘yicha o‘tgan yilning dekabr oyidagi darajasiga nisbatan foiz hisobida o‘rish sur‘ati haqidagi ma’lumotlar berilgan (8.1.5-jadval).

**Joriy yilning 10 oyi davomida nominal oylik ish haqining oylar
bo'yicha o'tgan yilning dekabr oyidagi darajasiga nisbatan foiz
hisobida o'sish sur'ati**

Oylar	Nominal oylik ish haqining o'sish sur'ati	Oylar	Nominal oylik ish haqining o'sish sur'ati
Yanvar	82,9	Iyun	121,6
Fevral	87,3	Iyul	118,6
Mart	99,4	Avgust	114,1
Aprel	104,8	Sentabr	123,0
May	107,2	Oktabr	127,3



Berilgan vaqtli qatorni grafigini tuzamiz (8.1.3-rasm).



**Vaqt, oylarda qatorning haqiqiy darajalari
qatorning chiziqli trend bo'yicha hisoblangan darajalari**

**8.1.3-rasm. Joriy yilning 10 oyi davomida nominal ish haqining
o'sish sur'ati dinamikasi**

8.1.3-rasmdagi grafikdan o'suvchi trend borligini ko'rish mumkin. Bu chiziqli trend ham bo'lishi mumkin.

Keyingi tahlillar uchun qatorning darajalari va ularning logarifmlari bo'yicha avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarini aniqlaymiz (8.1.6-jadval).

Joriy yilning 10 oyi davomida nominal ish haqining o'tgan yilning dekabr oyi darajasiga nisbatan foiz hisobida o'sish sur'ati vaqtli qatorining avtokorrelyatsiya funksiyasi

Lag	Avtokorrelyatsiya funksiyasi	
	Qator darajalari bo'yicha	Qator darajalari logarifmlari bo'yicha
1	0.901	0,914
2	0,805	0,832
3	0,805	0,896

Jadvalda keltirilgan birinchi, ikkinchi va uchunchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlari qiymatlarining yuqoriligi qator trendga ega ekanligidan dalolat beradi. Bu qatorning darajalari va darajalarning logarifmlari bo'yicha avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlari qiymatlarining taxminan teng bo'lishi quyidagi xulosani keltirib chiqaradi: agar qator chiziqsiz tendensiyaga ega bo'lsa, demak u aniq bo'lmagan shaklda ifodalangan. Shuning uchun qatorning tendensiyasini modellashtirish uchun ham chiziqli, ham chiziqsiz funksiyalardan foydalanish mumkin, masalan darajali yoki eksponensial trendlardan.

Eng yaxshi trend tenglamasini keltirib chiqarish uchun trendlarning asosiy turlari parametrlarini aniqlaymiz. Ushbu hisob-kitoblarning natijalari 8.1.7-jadvalda keltirilgan. Jadvaldagi natijalarga asosan eng yaxshi trend, darajali shakldagi trend, uning uchun tuzilgan determinatsiya koeffitsiyenti boshqalarga qaraganda yuqori. Darajali trend tenglamasidan chiziqli shaklda ham, berilgan darajali shaklda ham foydalanish mumkin. Asl holda bu tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y}_t = e^{4,39} \cdot t^{0,193}$$

yoki

$$\hat{y}_t = 80,32 \cdot t^{0,193}$$

8.1.7-jadval

Joriy yilning 10 oyi nominal ish haqining o'tgan yilning dekabr oyi darajasiga nisbatan foiz hisobida o'sish sur'ati dinamik qatori uchun trendlar tenglamalari

Trend turi	Tenglama	R^2	$\bar{R}^2$
Chiziqli	$\hat{y}_t = 82,66 + 4,72 \cdot t$ (0,595)*	0,887	0,873
Ikkinchi tartibli parabola	$\hat{y}_t = 72,9 + 9,599 \cdot t - 0,444 \cdot t^2$ (2,11)*(0,187)*	0,937	0,920
Darajali	$\ln y_t = 4,39 + 0,193 \ln t$ (0,017)*	0,939**	0,931**
Eksponensial	$\ln y_t = 4,43 + 0,045t$ (0,006)*	0,872**	0,856**
Giperbola ko'rinishida	$\hat{y}_t = 1,22,57 - 47,63/t$ (8,291)*	0,758	0,728
* Qavs ichida regressiya koeffitsiyentining standart xatoliklari ko'rsatilgan			
** Determinatsiya koeffitsiyentlari chiziqli holga keltirilgan regressiya tenglamalari asosida hisoblangan			

Chiziqli va eksponensial trendlarning parametrlari iqtisodiy jihatdan juda sodda holda ifodalanadi.

Chiziqli trendning parametrlarini quyidagicha tushunish mumkin:

a – vaqt $t = 0$ bo'lganda vaqtli qatorning boshlang'ich darajasi;

b – qaralayotgan davrda qator darajalarining o'rtacha mutloq o'zgarishi. Jadvalda keltirilgan chiziqli trend tenglamasidan shunday xulosa qilish mumkin: Joriy yilning 10 oyi davomida nominal oylik ish haqi 82,66 foizga o'zgargan, o'rtacha oylik mutloq o'sish esa 4,72 foizga teng bo'lgan. Vaqtli qator darajalarining chiziqli trend bo'yicha hisoblangan qiymatlari ikki usul bilan aniqlaniladi. *Birinchidan*, topilgan trend tenglamasiga kema-ket $t = 1, 2, \dots, n$ qiymatlar qo'yib boriladi, ya'ni

$$\hat{y}_1 = 82,66 + 4,72 \cdot 1 = 87,38;$$

$$\hat{y}_2 = 82,66 + 4,72 \cdot 2 = 92,10.$$

Ikkinchidan, chiziqli trendning parametrlari xususiyatlaridan kelib chiqqan holda qatorning har bir keyingi darajasi oldingi daraja bilan oʻrtacha mutloq zanjirsimon oʻsish yigʻindisidan iboratligini eʼtiborga oladigan boʻlsak quyidagini yozish mumkin:

$$\begin{aligned}\hat{y}_2^{\pm\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} &= \hat{y}_1^{\pm\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} + b = 87,38 + 4,72 = 92,10; \\ \hat{y}_3^{\pm\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} &= \hat{y}_2^{\pm\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}} + b = 92,10 + 4,72 = 96,82 \approx \tilde{y}_3\end{aligned}$$

Chiziqli trend grafigi 8.1.3-rasmda keltirilgan. Shu tariqa vaqtli qatorlar tendensiyasini modellashtirish mumkin.

8.1.4. Mavsumiy va tsiklik tebranishlarni modellashtirish

Vaqtli qatorning additiv va multiplikativ modeli. Mavsumiy yoki tsiklik tebranishga ega boʻlgan vaqtli qatorlar strukturasini tahlil qilishga bir qancha yondoshuvlar mavjud.

Eng sodda yondoshuv – bu mavsumiy komponentalar qiymatini sirgʻanchiq oʻrtacha usuli bilan hisoblash va vaqtli qatorning additiv yoki multiplikativ modelini tuzishdan iborat.

Additiv model quyidagi umumiy koʻrinishga ega:

$$Y = T + S + E . \quad (8.1.5)$$

Bu modelda vaqtli qatorning har bir darajasi trend(T), mavsumiy(S) va tasodifiy(E) komponentalar yigʻindisidan tashkil topadi deb qaraladi.

Multiplikativ model quyidagi umumiy koʻrinishga ega:

$$Y = T \cdot S \cdot E . \quad (8.1.6)$$

Bu model vaqtli qatorning har bir darajasi trend(T), mavsumiy(S) va tasodifiy(E) komponentalar koʻpaytmasidan iborat deb qaraladi. Ikkala modeldan birini tanlash mavsumiy tebranishning strukturasini tahlil qilish asosida amalga oshiriladi. Agar tebranish amplitudasi taxminan oʻzgarmas boʻlsa, turli sikllar uchun mavsumiy komponentalar qiymatlari oʻzgarmas boʻlgan vaqtli qatorning additiv modeli tuziladi. Agar

masumiy tebranish amplitudasi o'sib yoki kamayib borsa, vaqtli qatorning darajasi mavsumiy komponentani qiymatiga bog'liq bo'lgan vaqtli qatorning multiplikativ modeli tuziladi.

Additiv va multiplikativ modellarni tuzish vaqtli qatorning har bir darajasi uchun T , S va E komponentalarning qiymatlarini hisoblashga olib keladi.

Modelni tuzish jarayoni bir necha bosqichdan iborat:

- 1) berilgan qatorni sirg'anchiq o'rtacha usul bilan tekslash;
- 2) S – mavsumiy komponentaning qiymatini hisoblash;
- 3) qator tenglamasidan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlash va additiv modelda $(T+E)$ yoki multiplikativ modelda $(T \cdot E)$ tekkislangan qiymatlarni topish;
- 4) $(T+E)$ yoki $(T \cdot E)$ darajalarni analitik tekkislash va hosil bo'lgan trend tenglamasini qo'llab T ning qiymatlarini hisoblash;
- 5) hosil bo'lgan modelda $(T+E)$ yoki $(T \cdot E)$ ning qiymatlarini hisoblash;
- 6) mutloq va nisbiy xatoliklarni hisoblash.

8.4-misol. Vaqtli qatorning additiv modelini tuzish.

8.1.3-jadvalda keltirilgan tuman aholisining so'ngi to'rt yilda iste'mol qilgan elektr energiyasi hajmi haqidagi ma'lumotlardan foydalanib additiv model tuzishni ko'rib chiqamiz.

8.2-misolda Vaqtli qator davriyligi 4ga teng bo'lgan mavsumiy tebranishga ega ekanligini ko'rgan edik. Elektr energiya iste'moli hajmi kuzgi-qishki davrda (I va IV choraklar) bahorgi-yozgi(II va III choraklar) davrga nisbatan yuqori. Qatorning grafigidan (8.2-rasm) tebranish amplitudasi taxminan bir hilda ekanini aniqlash mumkin. Bu holat qatorda additiv model borligidan dalolat beradi. Qatorning komponentalarini hisoblaymiz (8.1.8-jadval).

1-qadam. Sirg'anchiq o'rtacha usuli bilan qatorni tekshiraymiz.
Buning uchun:

a) qatorning har to'rt chorakdagi darajalari yig'indisini bir davrga surgan holda hisoblaymiz va shartli yillik elektr energiya iste'moli hajmini topamiz (jadvalning uchinchi ustuniga bir chorak pastga yozamiz);

b) yig'indini 4ga bo'lib sirg'anchiq o'rtachani topamiz (jadvalda to'rtinchi ustun). Shuni ta'kidlash kerakki, hosil bo'lgan tekksizlangan qiymatlar mavsumiy komponentaga ega bo'lmaydi;

v) ketma-ket kelgan ikkita sirg'anchiq o'rtachalardan o'rtachasi (markazlashtirilgan o'rtacha)ni topib haqiqiy vaqtga mos keltiramiz (jadvalning beshinchi ustuni).

2-qadam. Qatorning haqiqiy darajalari bilan markazlashtirilgan o'rtacha orasidagi farqni hisoblab mavsumiy komponentalarni baholaymiz (jadvalda 6-ustun). Ulardan mavsumiy komponenta(S)larning qiymatlarini hisoblashda foydalanamiz. Buning uchun yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy baho(S_i)larni 8.1.8-jadvaldan olib 8.1.9-jadvalga joylashtiramiz.

Odatda mavsumiy komponentali (additiv) modellarda choraklar bo'yicha mavsumiy komponentalarning yig'indisi nolga teng bo'lsin deb olinadi. Agarda bu shart bajarilmasa tuzatish koeffitsiyentini aniqlab mavsumiy komponentalarga tuzatishlar kiritiladi. Ushbu model uchun mavsumiy komponentalar o'rtacha baholarining yig'indisi quyidagiga teng(jadvalda 3-qator):

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Yig'indi nolga teng bo'lmaganligi sababli tuzatish koeffitsiyentini hisoblaymiz:

$$k = 0,075 / 4 = 0,01875.$$

Additiv modelda mavsumiy komponentalarni baholash hisob-kitobi

Chorak raqami. t	Elektr energiya iste'moli, y_t	To'rt chorak bo'yicha jami	To'rt chorak bo'yicha sirg'anchiq o'rtacha	Markazlash-tirilgan sirg'anchiq o'rtacha	Mavsumiy komponentani baholash
1	2	3	4	5	6
1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	24,4	6,10	-	-
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250
4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0	-	-	-	-
16	10,8	-	-	-	-

Yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy baholar

Ko'rsatkichlar	Yil	Chorak raqami, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875
	4	0,675	-1,775	-	-
i -chorak bo'yicha jami (barcha yillar uchun)		1,800	-5,875	-3,825	8.125
i -chorak uchun masumiy komponentalarni o'rtacha bahosi($\bar{S}_i$)		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Tuzatilgan mavsumiy komponenta, S_i		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Mavsumiy komponentalarning choraklar bo'yicha tuzatilgan qiymatlarini o'rtacha baho bilan tuzatish koeffitsiyenti(k) orasidagi farqni hisoblab topamiz, ya'ni, $S_i = \bar{S}_i - k$, formula yordamida topamiz, bu yerda, $i= 1, 2, 3, 4$.

Topilgan qiymatlarni jadvalga qo'yib, mavsumiy komponentalarning qiymatlari yig'indisi nolga teng bo'lish shartini tekshirib ko'ramiz:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Shunday qilib, quyidagi mavsumiy komponentalar qiymatlarini olamiz:

I – chorak: $S_1 = 0,581$;

II – chorak: $S_2 = -1,979$;

III – chorak: $S_3 = -1,294$;

IV – chorak: $S_4 = 2,690$.

3-qadam. Berilgan vaqtli qatorning har bir darajasidan masumiy komponentalarning ta'sirini chiqarib tashlab, $T+E = Y - S$ qiymatlarini topamiz (8.1.10-jadvalning 4- ustuni). Ushbu qiymatlar har bir davr uchun hisoblanib, ular faqat tendensiya va tasodifiy komponentalardan iborat bo'ladi.

8.1.10-jadval

T ning tekslangan qiymatlarini va additiv modelda E xatolikni hisoblash

t	y_t	S_t	$T+E=$ $= y_t - S_t$	T	$T+S$	$E=y_t -$ $-(T+S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,0	0,581	0,419	5,902	6,483	-0,483	0,2333
2	4,4	-1,977	6,337	6,088	4,111	0,289	0,0835
3	5,0	-1,294	6,294	6,275	4,981	0,019	0,0004
4	9,0	2,690	6,310	6,461	9,151	-0,151	0,0228
5	7,2	0,581	6,619	6,648	7,229	-0,029	0,0008
6	4,8	-1,977	6,777	6,834	4,857	-0,057	0,0032
7	6,0	-1,294	7,294	7,020	5,727	0,273	0,0745
8	10,0	2,690	7,310	7,207	9,896	0,104	0,0108

9	8,0	0,581	7,419	7,393	7,974	0,026	0,0007
10	5,6	-1,977	7,577	7,580	5,603	-0,030	0,0009
11	6,4	-1,294	7,694	7,766	6,472	-0,072	0,0052
12	11,0	2,690	8,310	7,952	10,642	0,358	0,1282
13	9,0	0,581	8,419	8,139	8,720	0,280	0,0784
14	6,6	-1,977	8,577	8,325	6,348	0,252	0,0635
15	7,0	-1,294	8,294	8,519	7,218	-0,218	0,0475
16	10,8	2,690	8,110	8,698	11,388	-0,588	0,3457

4- qadam. Modelning T komponentasini aniqlaymiz. Buning uchun $(T+E)$ qatorni chiziqli trend yordamida analitik tekkislaymiz. Analitik tekshlashning natijalari quyidagilardan iborat.

Trend tenglamasining ozod hadi. 5,715416

Regressiya koeffitsiyenti. 0,186421

Regressiya koeffitsiyentining standart hatosi. 0,015188

R kvadrat. 0,914971

Kuzatuvlar soni. 16

Erkinlik darajasi soni. 14

Olingan natijalardan kelib chiqib, quyidagi chiziqli trendga ega bo‘lamiz:

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t .$$

Ushbu tenglamaga $t = 1, 2, \dots, 16$ qiymatlarni qo‘yib, har bir vaqt uchun T ning darajalari topiladi (8.1.10-jadvalda 5-ustun). Trend tenglamasi grafigi 8.1.4-rasmda keltirilgan.

5-qadam. Qatorning additiv modelda olingan qiymatlarini topamiz. Buning uchun T ning darajalariga mos choraklar uchun mavsumiy komponentalarni qo‘shib chiqamiz ($T+S$ ning qiymatlari 8.1.10-jadvalnig 6-ustunida va 8.1.4-rasmda keltirilgan).

6-qadam. Additiv modelni qurish usuliga asosan modelning xatolarini hisoblash

$$E = Y - (T + S) \quad (8.1.8)$$

formula asosida amalga oshiriladi. Bu mutloq xatolik bo‘lib, uning qiymati 8.1.10-jadvalning 7-ustunida keltirilgan.

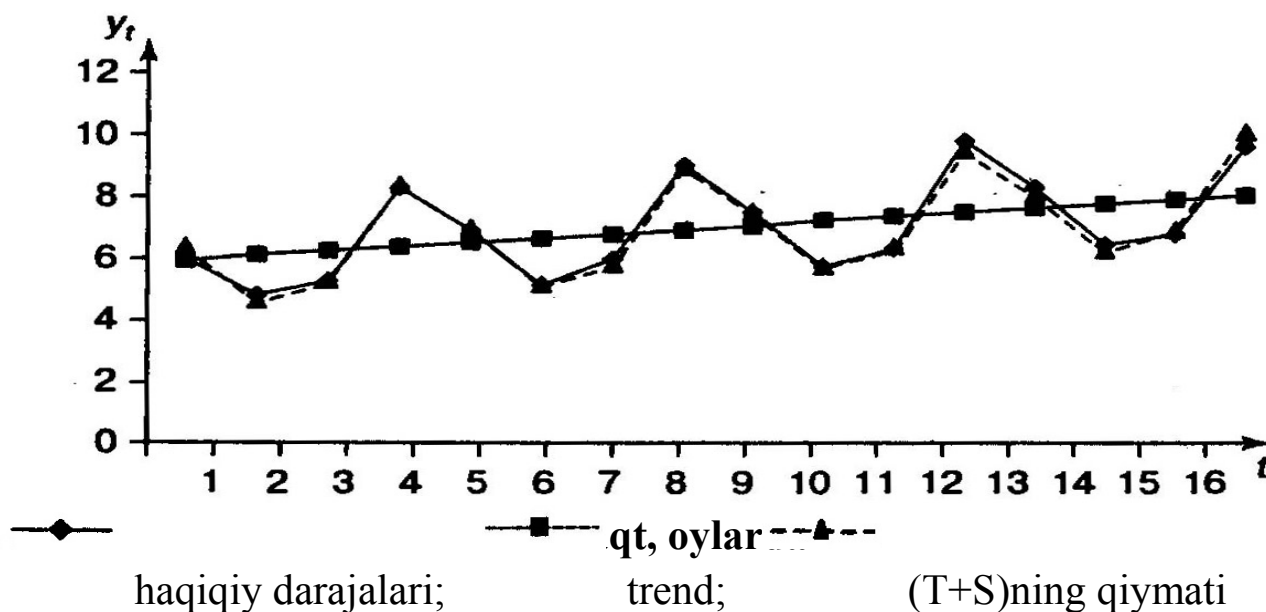
Regressiya modeli kabi, tanlangan modelning sifatini baholash uchun olingan mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisidan foydalanish mumkin. Ushbu additiv model uchun mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisi 1,10ga teng. Uni qator darajalarining o'rtacha darajasidan chetlanishi kvadratlarining yig'indisi(71,59)ga nisbati 1,5 foizdan ko'proqni tashkil etadi, ya'ni:

$$(1 - 1,10 / 71,59) \cdot 100 = 1,536\%.$$

Shunday qilib, aytish mumkinki, additiv model oxirgi IVI chorakda elektr energiya iste'moli jarayonini ifodalovchi vaqtli qator darajalarining o'zgarishini 98,5 foiz aniqlik bilan ifodalab beradi.

6-misol. Additiv model bo'yicha prognozlash.

Faraz qilaylik, 8.4-misol ma'lumotlari asosida tuman aholisining keyingi birinchi yarim yillikdagi elektr energiyasini iste'moli miqdorini prognozlash talab qilinadi.



8.1.4-rasm. Tuman aholisining elektr energiyasi iste'moli (qator darajalarining, haqiqiy, tekslangan va additiv modelda olingan qiymatlari)

Yechish.

(8.1.5) munosabatga asosan additiv modelda vaqtli qator darajalarining F_k prognoz qiymatlari trend va mavsumiy

komponentalarning yig'indisidan iborat. Tuman aholisining beshinchi yilning birinchi yarim yillikdagi elektr energiyasini iste'moli hajmi beshinchi yilning I va II choraklardagi iste'mol qilingan elektr energiyasi hajmlari(F_{17} va F_{18})ning mos ravishda yig'indisidan iborat.

Trend komponentalarini aniqlash uchun trend tenglamasidan foydalanamiz:

$$T = 5,715 + 0,186 \cdot t.$$

Prognoz qilinayotgan oylar uchun trend quyidagilardan iborat:

$$T_{17} = 5,715 + 0,186 \cdot 17 = 8,877;$$

$$T_{18} = 5,715 + 0,186 \cdot 18 = 9,063.$$

Mavsumiy komponentalarning qiymatlari: $S_1 = 0,581$ (I chorak);

$S_2 = -1,977$ (II chorak) edi.

Shunday qilib,

$$F_{17} = T_{17} + S_1 = 8,877 + 0,581 = 9,458;$$

$$F_{18} = T_{18} + S_2 = 9,063 - 1,977 = 7,086.$$

Elektr energiyani kelasi(beshinchi chorak) yilning birinchi yarim yilligida iste'mol qilinadigan hajmining prognoz qiymati

$$(9,458 + 7,086) = 16,544 \text{ mln. kv.t. soatga teng ekan.}$$

Vaqtli qatorlar multiplikativ modelini tuzish va yuqorida keltirilgan barcha bosqichlarni bajarish talabalarga olgan bilimlarini mustahkamlash uchun mustaqil ish sifatida havola etiladi.

8.2. Vaqtli qatorlarning o'zaro bog'lanishlarini baholashning o'ziga xos xususiyatlari

Vaqtli qatorlar shaklida berilgan o'zgaruvchilarning bog'lanishlarini sabab va oqibatlarini o'rganish ekonometrik modellashtirishda eng murakkab masalalardan hisoblanadi. Bu masalalarda an'anaviy korrelyatsion-regression tahlil usullarini qo'llash ekonometrik modellarni tuzish va ularni tahlil qilish bosqichlarida muhim bo'lgan qator muammolarni keltirib chiqaradi. Bu muammolar birinchi navbatda ekonometrik modellashtirishda ma'lumotlar manbasi bo'lgan vaqtli qatorlarning xususiyati bilan bog'liq. Ushbu bobning avvalgi

paragraflaridan ma'lumki vaqtli qatorlarning har bir darajasi uchta asosiy komponentalar: tendensiya, siklik (mavsumiy) va tasodifiy komponentalardan iborat. Ushbu komponentalarning mavjud bo'lishi vaqtli qatorlarning korrelyatsion-regression tahlili natijalariga qanday ta'sir etishini ko'rib chiqamiz.

Bunday tahlilning dastlabki bosqichi o'rganilayotgan vaqtli qatorlarning tuzilishini aniqlashdan iborat. Agar bu bosqichda vaqtli qatorlar mavsumiy yoki siklik tebranishlarga ega bo'lsa, u holda o'zaro bog'lanishlarni o'rganish bo'yicha keyingi tadqiqotlarni olib borishdan oldin vaqtli qatorlar darajalaridan mavsumiy va siklik komponentalarni chiqarib tashlash kerak. Chunki, ularning vaqtli qatorlarda mavjud bo'lishi, agar ikkala qator birdek takrorlanuvchi siklik tebranishga ega bo'lsa qatorlarning bog'lanish kuchi haqiqiy ko'rsatkichlarining qiymatlarini ko'tarilishiga olib keladi, agar mavsumiy yoki siklik tebranishlar faqat qatorlardan birida bo'lsa yoki qatorlarda tebranishlar o'zgaruvchanligi turlicha bo'lsa, ko'rsatkichlarning qiymatlarini kamayishiga olib keladi.

Vaqtli qatorlar darajalaridan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlashni *additiv va multiplikativ modellar* qurish usullaridan foydalangan holda amalga oshirish mumkin. Soddalik uchun bog'lanishlarni tahlil qilish usullarini yoritishda o'rganilayotgan vaqtli qatorlarda davriy tebranishlar mavjud emas deb qaraymiz. Faraz qilaylik, X va Y qatorlari orasidagi bog'lanish o'rganilayotgan bo'lsin. Bog'lanishni miqdoriy jihatdan tavsiflash uchun chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentidan foydalanamiz. Agar vaqtli qatorlar tendensiyaga ega bo'lsa korrelyatsiya koeffitsiyentining mutloq qiymati yuqori bo'ladi (X va Y qatorlarning tendensiyalari ustma-ust tushsa korrelyatsiya koeffitsiyenti musbat, qarama-qarshi yo'nalishda bo'lsa manfiy bo'ladi). Lekin bundan x ning o'zgarishi sababli y ham o'zgarayapti (yoki teskarisi) degan xulosaga kelish kerak emas.

Korrelyatsiya koeffitsiyentining yuqori bo'lishi bu x va y larning vaqtga bog'liqligi yoki tendensiya mavjudligining natijasidir. Shu bilan birga sabab-oqibat orqali bir-biri bilan umuman bog'lanmagan qatorlar bir xil yoki qarama-qarshi tendensiyaga ega bo'lishlari ham mumkin.

Masalan, oliy o'quv yurti bitiruvchilari soni bilan dam olish maskanlari soni o'rtasidagi bog'lanishning korrelyatsiya koeffitsiyenti ma'lum bir davr uchun 0,8 bo'lgan bo'lsin. Tabiiyki bu holat dam olish maskanlarining sonini ko'payishi oliy o'quv yurti bitiruvchilarning sonini ortishini yoki bitiruvchilarning sonini ortishi dam olish maskanlariga talabning ortishiga olib kelmaydi, albatta.

O'rganilayotgan qatorlar o'rtasidagi sabab-oqibat bog'liqligini tavsiflovchi korrelyatsiya koeffitsiyentini olish uchun, har bir qatorda tendensiya mavjudligidan kelib chiqadigan "Yolg'on korrelyatsiya"dan qutilish kerak. Buning uchun tendensiyalarni yo'qotish usullarining biridan foydalaniladi. Faraz qilaylik, ikkita x_t va y_t vaqtli qatorlar uchun quyidagi ko'rinishdagi juft regressiya tenglamasi tuzilgan bo'lsin:

$$y_t = a + b \cdot x_t + \varepsilon_t \quad (8.2.1)$$

Ushbu har bir vaqtli qatorda tendensiyaning borligi modelning bog'liq bo'lgan y_t o'zgaruvchi va bog'liq bo'lmagan x_t o'zgaruvchilarga modelda bevosita e'tiborga olinmagan vaqt omili ta'sir etayotganligini bildiradi. Vaqt omilining ta'siri joriy va o'tgan vaqt mobaynidagi ε_t qoldiqlar qiymatlari orasidagi korrelyatsion bog'lanishda ifodalanadi. Bunday bog'lanishlar "Qoldiqlardagi avtokorrelyatsiya" deyiladi.

Qoldiqdagi avtokorrelyatsiya bu EKKUning asosiy shartlaridan biri bo'lgan, regressiya tenglamasida hosil bo'ladigan qoldiqning tasodifiyligi shartining buzilishidir. Bu muammoni yechish yo'llaridan biri model parametrlarini baholashda umumlashgan EKKUni qo'llashdan iborat.

8.2.1. Tendensiyaning yo'qotish usullari

Tendensiyalarni yo'qotishning barcha usullarining mohiyati – vaqt omilini qator darajalariga ta'sirini yo'qotish yoki uni belgilab qo'yishdan iborat.

Tendensiyalarni yo'qotish usullarini ikki guruhga bo'lish mumkin:

– berilgan qator darajalarini tendensiyaga ega bo‘lmagan yangi o‘zgaruvchilarga o‘zgartirish usullari. O‘zgartirilgan o‘zgaruvchilar o‘rganilayotgan vaqtli qatorlarda o‘zaro bog‘lanishlarni tahlil qilishda foydalaniladi. Bu usullar yordamida har bir vaqtli qatorda T trend komponentalari bevosita yo‘qotiladi. Ushbu guruhga ikki usul: ketma-ket ayirmalar va trenddan chetlanish kiradi;

– vaqt omilini modelning bog‘liq va bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilariga ta’sirini ajratgan holda berilgan qatorlarning o‘zaro bog‘lanishini o‘rganishga asoslangan usullar. O‘z navbatida bu usul vaqtli qatorlarning regressiya modeliga vaqt omilini kiritish usuli ham deyiladi.

Yuqorida keltirilgan usullarni qo‘llashning afzalliklari va kamchiliklarini ko‘rib chiqamiz.

Trenddan chetlanish usuli

Ikki x_t va y_t vaqtli qatorlarda T – trend va ε – tasodifiy komponentalar bor bo‘lsin. Ushbu qatorlarning har birida analitik tekkiqlashni amalga oshirish trend tenglamalarining mos parametrlarini va trend bo‘yicha hisoblangan $\hat{x}_t$ va $\hat{y}_t$ larning darajalarini aniqlash imkonini beradi. Bu hisoblash natijalarini har bir qatorning T – trend komponentalarini baholash uchun qabul qilsa bo‘ladi. Shuning uchun tendensiya ta’sirini darajalarning berilgan qiymatlaridan hisoblangan qiymatlarini ayirish yo‘li bilan yo‘qotish mumkin. Ushbu amallar modelning har bir vaqtli qator uchun bajariladi. Qatorlarning o‘zaro bog‘liqligining keyingi tahlili berilgan darajalarni qo‘llab emas, balki $x_t - \hat{x}_t$ va $y_t - \hat{y}_t$ trenddan og‘ishlarni qo‘llagan (hosil bo‘lgan qatorlarda trend bo‘lmagan) holda amalga oshiriladi.

8.7-misol. Yakuniy iste’molga xarajatlar bilan jami daromadning o‘zaro bog‘lanishini aniqlash.

Yakuniy iste’molga xarajatlardan tashqari jami daromad haqidagi 8 yillik ma’lumotlar (shartli pul birligida) berilgan bo‘lsin (8.2.1-jadval). Jami daromad – x_t va yakuniy iste’molga xarajatlar – y_t vaqtli qatorlari orasidagi bog‘lanish zichligi va kuchini tavsiflash talab etiladi.

Yakuniy iste'molga xarajatlar va jami daromad(shartli p. b.)

Yillar	1	2	3	4	5	6	7	8
Yakuniy iste'molga xarajatlar, y_t	7	8	8	10	11	12	14	16
Jami daromad, x_t	10	12	11	12	14	15	17	20

Berilgan ma'lumotlar asosida amalga oshirilgan korrelyatsion-regression tahlil natijasida quyidagilarni olamiz:

- regressiya tenglamasi $\hat{y}_t = -2,05 + 0,92 \cdot x_t$,
- korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_{xy} = 0,982$,
- kovariatsiya koeffitsiyenti $r_{xy}^2 = 0,965$.

8.7-misolda yakuniy iste'molga xarajatlar qatori bo'yicha birinchi tartibli avtokorrelyatsiya $r_1^y = 0,976$ edi. Xuddi shunday jami daromad vaqtli qatori bo'yicha birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani hisoblasak $r_1^x = 0,880$ ni olamiz. Ko'rinib turibdiki natija aynan bir xil emas. Bundan kelib chiqib, har bir qatorda chiziqli yoki chiziqliga yaqin bo'lgan trend borligini e'tiborga olib, olingan natijada soxta korrelyatsiya mavjud deb taxmin qilish mumkin. Uni olib tashlash uchun trenddan chetlanish bo'yicha tendensiyaning yo'qotish usulini qo'llaymiz. Har bir qator bo'yicha chiziqli trendlarni hisoblash natijalari 8.2.2-jadvalda keltirilgan.

Yakuniy iste'molga xarajatlar va jami daromadlar chiziqli trendlarining parametrlari hisoblash natijalari

Ko'rsatkichlar	Yakuniy iste'molga xarajatlar	Jami daromad
Ozod had(konstanta)	5,071428	8,035714
Regressiya koeffitsiyenti	1,261904	1,297619
Regressiya koeffitsiyentining standart xatoligi	0.101946	0,179889
R-kvadrat	0,962315	0,896611
Kuzatuvlar soni	8	8
Erkinlik darajasi soni	6	6

$\hat{y}_t = 5,07 + 1,26 \cdot t$ va $\hat{x}_t = 8,04 + 1,3 \cdot t$ trendlardan $\hat{y}_t$ va $\hat{x}_t$ larning hisoblangan qiymatlarini hamda $y_t - \hat{y}_t$ va $x_t - \hat{x}_t$ trendlardan chetlanishlarni aniqlaymiz (8.2.3-jadval).

8.2.3-jadval

Yakuniy iste'molga xarajatlar va jami daromad dinamik qatorlari uchun trend komponentalari va xatolar

t , vaqt	y_t	x_t	$\hat{y}_t$	$\hat{x}_t$	$y_t - \hat{y}_t$	$x_t - \hat{x}_t$
1	7	10	6,33	9,34	0,67	0,66
2	8	12	7,59	10,64	0,41	1,36
3	8	11	8,85	11,94	-0,85	-0,94
4	10	12	10,11	13,24	-0,11	-1,24
5	11	14	11,37	14,54	-0,37	-0,54
6	12	15	12,63	15,84	-0,63	-0,84
7	14	17	13,89	17,14	0,11	-0,14
8	16	20	15,15	18,44	0,85	1,56

Hisoblangan, trenddan chetlanishlarni avtokorrelyatsiya bo'yicha tekshirib ko'ramiz. Trenddan chetlanish bo'yicha birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlari quyidagilarga teng:

$$r_1^{\Delta x_t} = 0,254, \quad r_1^{\Delta y_t} = 0,129$$

Demak, hosil bo'lgan trenddan chetlanish vaqtli qatorlarini berilgan yakuniy iste'molga xarajatlar va jami daromad vaqtli qatorlarining bog'lanish kuchini miqdoriy jihatdan tavsiflash uchun qo'llash mumkin. Trenddan chetlanish bo'yicha korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_{\Delta x \Delta y} = 0,860$ ga teng (bu qiymatni berilgan qator darajalari bo'yicha korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_{xy} = 0,982$ bilan taqqoslang). Bu esa yakuniy iste'molga xarajatlar bilan jami daromad o'rtasidagi bog'lanish to'g'ri va yuqori darajada ekanligini ko'rsatadi.

Trenddan chetlanish regression modelini qurish natijalari quyidagilardan iborat:

Ozod had(konstanta) 0,017313

Regressiya koeffitsiyenti	0,487553
Regressiya koeffitsiyentining standart xatoligi	0,117946
R-kvadrat	0,740116
Kuzatuvlar soni	8
Erkinlik darajasi soni	6

Ushbu modelni prognozlash masalasi uchun qo'llash mumkin. Buning uchun $\hat{x}_t$ omil belgining trend qiymatlari aniqlaniladi va berilgan qiymatlarni biror usul bilan trenddan taxmin qilinayotgan chetlanish qiymati baholanadi. O'z navbatida trend tenglamasidan natijaviy belgi uchun $\hat{x}_t$ ning trend qiymatlari aniqlaniladi, trenddan chetlanish regressiya tenglamasidan $y_t - \hat{y}_t$ chetlanish qiymati aniqlaniladi. So'ngra quyidagi

$$y_t = \hat{y}_t + (y_t - \hat{y}_t)$$

formuladan y_t ning nuqtadagi haqiqiy qiymati aniqlaniladi.

Ketma-ket ayirmalar usuli

Ko'p hollarda tendensiyalarni yo'qotish maqsadida vaqtli qatorlarni analitik tekislash o'rniga soddaroq bo'lgan usul – ketma-ket ayirmalar usuli qo'llaniladi.

Agar vaqtli qator aniq ifodalangan chiziqli tendensiyaga ega bo'lsa, u holda berilgan qator darajalarini zanjirsimon mutloq qo'shimcha o'sish (birinchi tartibli ayirma) bilan almashtirib tendensiyaning yo'qotish mumkin.

$$y_t = \hat{y}_t + \varepsilon_t \quad (8.2.2)$$

bo'lsin, bu erda ε_t - tasodifiy xatolik.

$$\hat{y}_t = a + b \cdot t \quad (8.2.3)$$

U holda

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = a + b \cdot t + \varepsilon_t - (a + b \cdot (t-1) + \varepsilon_{t-1}) = b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \quad (8.2.4)$$

Bu yerda b – vaqtga bog'liq bo'lmagan koeffitsiyent. Kuchli tendensiya mavjud bo'lganda ε_t -qoldiq yetarlicha kichik bo'lib u tasodifiy xususiyatga ega. Shuning uchun qator darajalarining birinchi

tartibli ayirmasi Δ_t o'zgaruvchi vaqtga bog'liq emas, ulardan keyingi tahlillarda foydalanish mumkin.

Agar vaqtli qator ikkinchi tartibli parabola shaklidagi tendensiyaga ega bo'lsa, u holda uni yo'qotish uchun qatorning berilgan darajalarini ikkinchi tartibli ayirmaga almashtirish mumkin.

(8.2.2) munosabat o'rinli bo'lib,

$$\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 \quad (8.2.5)$$

bo'lsin. U holda

$$\begin{aligned} \Delta_t = y_t - y_{t-1} &= a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \varepsilon_t - (a + b_1 \cdot (t-1) + b_2 \cdot (t-1)^2 + \varepsilon_{t-1}) = \\ &= b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}). \end{aligned} \quad (8.2.6)$$

Ushbu munosabatdan ko'rinib turibdiki birinchi tartibli ayirma Δ_t vaqt omili(t)ga bevosita bog'liq va u tendensiyaga ega.

Ikkinchi tartibli ayirmaning aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \Delta_t^2 &= \Delta_t - \Delta_{t-1} = b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot t + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \\ &- (b_1 - b_2 + 2 \cdot b_2 \cdot (t-1) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)) = \\ &= 2 \cdot b_1 + (\varepsilon_t - 2 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}) \end{aligned} \quad (8.2.7)$$

Ko'rinib turibdiki, Δ_t^2 ikkinchi ayirma tendensiyaga ega emas, shuning uchun berilgan darajalarda ikkinchi tartibli trendning mavjud bo'lganda ularni kelgusi tahlillarda qo'llash mumkin. Agar vaqtli qator tendensiyasi eksponensial yoki darajali trendga mos kelsa, ketma-ket ayirmalar usulini qatorning berilgan darajalariga emas balki ularning logarifmlariga qo'llash ma'qul.

8.8-misol. Yakuniy iste'molga xarajatlarni jami daromadga bog'liqligini birinchi ayirma bo'yicha o'rganish.

8.2.1-jadvalda keltirilgan yakuniy iste'molga xarajatlar (y_t) va jami daromad (x_t) bo'yicha ma'lumotlariga murojaat qilamiz. Ushbu qatorlar orasidagi bog'lanishni birinchi ayirma bo'yicha tahlil qilib ko'ramiz (8.2.4-jadval).

8.2.4-jadval

t	y_t	x_t	$\Delta_t y$	$\Delta_t x$
1	7	10	-	-
2	8	12	1	2
3	8	11	0	-1
4	10	12	2	1
5	11	14	1	2
6	12	15	1	1
7	14	17	2	2
8	16	20	2	3
Birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti -0,156				-0,109

Vaqtli qatorlar birinchi tartibli ayirmalarining avtokorrelyatsiyasini tekshirish natijalari 8.2.4-jadvalning oxirgi qatorida keltirilgan. Hosil bo'lgan qatorlarda avtokorrelyatsiya bo'lmaganligi sababli ularni berilgan ma'lumotlar o'rniga yakuniy iste'molga xarajatlar bilan jami daromad orasidagi bog'lanishni o'rganish uchun qo'llaymiz. Qatorlarning birinchi tartibli ayirma bo'yicha korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_{\Delta_t x \Delta_t y} = 0,717$ ga teng. Bu esa 8.7-misolda berilgan yakuniy iste'molga xarajatlar bilan jami daromad orasida to'la to'g'ri bog'lanish mavjud degan xulosani tasdiqlaydi.

Yakuniy iste'molga xarajatlarni jami daromadga bog'lanishini birinchi tartibli ayirma bo'yicha tuzilgan regressiya tenglamasi quyidagi natijalarga olib keldi:

Ozod had(konstanta)	0,676471
Regressiya koeffitsiyenti	0,426471
Regressiya koeffitsiyenti standart xatoligi	0,184967
R- kvadrat	0,5152219
Kuzatuvlar soni	7
Erkinlik darajasi	5

Shunday qilib, regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{\Delta}_t y = 0,68 + 0,43 \cdot \Delta_t x; \quad R^2 = 0,515.$$

Bu regressiya tenglamasi quyidagicha izohlanadi: daromadning qo‘shimcha o‘sishi 1 pul birligiga o‘zgarganda iste’molni qo‘shimcha o‘sishi o‘rtacha shu tomonga qarab 0,43 pul birligiga o‘zgaradi.

Ketma-ket ayirmalar usuli oddiy usul bo‘lishi bilan birga ikkita kamchilikka ega. *Birinchidan*, ushbu usulni qo‘llashda regressiya tenglamasini tuzish uchun asos bo‘ladigan kuzatuvlar soni ikkitaga kamayadi va o‘z navbatida erkinlik darajasida ham yo‘qotish yuz beradi. *Ikkinchidan*, vaqtli qatorlarning berilgan darajalari o‘rniga ularning qo‘shimcha o‘zgarishlarini qo‘llanilishi berilgan ma’lumotlarni yo‘qotilishiga olib keladi.

Regressiya modeliga vaqt omilini kiritish

Korrelyatsion-regression tahlilda qandaydir omilni natijaga va modelga kiritilgan boshqa omillarga ta’sirini hisobga olish imkoniyati bo‘lsa, uning ta’sirini yo‘qotish mumkin. Bu usul, vaqt omilini bog‘liq bo‘lmagan omil sifatida modelga kiritish orqali tendensiyaning hisobga olish mumkin bo‘lgan hollarda vaqtli qatorlarni tahlil qilishda keng qo‘llaniladi.

Vaqt omili kiritilgan ushbu

$$y_t = a + b_1 \cdot x_t + b_2 \cdot t + \varepsilon_t \quad (8.2.8)$$

model shunday modellar guruhiga tegishli. Bunday modellarda bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilar soni bittadan ko‘p bo‘lishi mumkin. Bundan tashqari, bular bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarning nafaqat joriy qiymatlari, balki o‘tgan davrdagi qiymatlari hamda natijaviy o‘zgaruvchining ham o‘tgan davrdagi qiymatlari bo‘lishi mumkin.

Bunday modellarning “Trenddan chetlanish” va “ketma-ket ayirmalar” usullariga nisbatan afzalliklari shundan iboratki, ular berilgan ma’lumotlarni barchasini hisobga olish imkonini beradi, chunki y_t va x_t larning qiymatlari berilgan vaqtli qatorlar darajalarini tashkil etadi. Bundan tashqari model kuzatuvlar sonini kamayishiga olib keluvchi “Ketma-ket ayirmalar” usuli bilan tuzilgan modeldan farq qilib, u o‘rganilayotgan davrdagi barcha ma’lumotlar bo‘yicha tuziladi. Vaqt

omili kiritilgan modelning a va b parametrlari EKKU bilan aniqlaniladi. Parametrlarni hisoblash va tahlil qilishni quyidagi misolda ko‘rib chiqamiz.

8.9-misol. Vaqt omilini kiritish yo‘li bilan regressiya modelini tuzish.

8.2.1-jadval ma’lumotlari asosida yakuniy iste’molga xarajatlarni jami daromad x_t va vaqt omiliga bog‘lanishini ifodalovchi regressiya tenglamasini tuzamiz.

(8.2.8) regressiya tenglamasi parametrlarining qiymatlarini hisoblash uchun oddiy EKKUdan foydalanamiz.

Normal tenglamalar sistemasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\begin{cases} n \cdot a + b_1 \cdot \sum x_t + b_2 \cdot \sum t = \sum y_t, \\ a \cdot \sum x_t + b_1 \cdot \sum x_t^2 + b_2 \cdot \sum t \cdot x_t = \sum x_t \cdot y_t, \\ a \cdot \sum t + b_1 \cdot \sum t \cdot x_t + b_2 \cdot \sum x_t^2 = \sum t \cdot y_t \end{cases} \quad (8.2.9)$$

Berilgan ma’lumotlar asosida kerakli qiymatlarni hisoblab (8.2.9)ga qo‘ysak quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} 8 \cdot a + 111 \cdot b_1 + 36 \cdot b_2 = 86, \\ 111 a + 1619 \cdot b_1 + 554 \cdot b_2 = 1266, \\ 36 \cdot a + 554 \cdot b_1 + 204 \cdot b_2 = 440 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasini a , b_1 , b_2 larga nisbatan yechib, $a = 1,15$; $b_1 = 0,49$; $b_2 = 0,63$ larni olamiz. Yuqoridagilardan kelib chiqib, regressiya tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$y_t = 1,15 + 0,49 \cdot x_t + 0,63 \cdot t + \varepsilon_t.$$

Tenglamaning parametrlari quyidagicha tahlil qilinadi. $b_1 = 0,49$ parametr jami daromad 1 pul birligiga ortganda yakuniy iste’molga xarajatlar, o‘zgarmas tendensiya mavjud bo‘lganda, o‘rtacha 0,49 pul birligiga ortishini tavsiflaydi. $b_2 = 0,63$ parametr, jami daromaddan tashqari, barcha omillarni yakuniy iste’mol uchun qilingan xarajatlarga ta’siri uni o‘rtacha yillik mutloq o‘sishini 0,63 pul birligiga teng bo‘lishini bildiradi.

8.3. Vaqtli qatorlarni kompyuter dasturlari yordamida modellashtirish

4-misol. Oxirgi besh yilning choraklari bo'yicha mamlakatga turistlar oqimi haqidagi ma'lumotlari berilgan.

Yillar	1-chorak	2-chorak	3-chorak	4-chorak
2014	385837	475343	527363	473418
2015	403996	494878	532033	486807
2016	459803	490901	551753	524578
2017	504970	620804	762304	801996
2018	972264	1349369	1593844	1430742

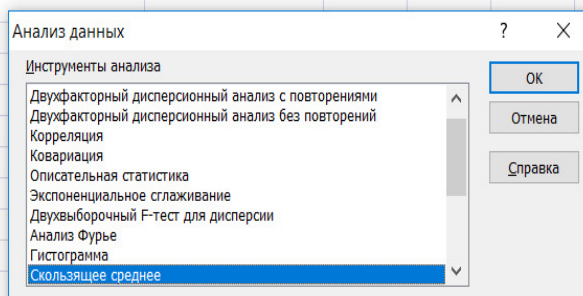
Topshiriq: kompyuterda **MS Exel** dasturiy maxsulidan foydalanib:

- 1) Sirg'anchiq o'rtacha bilan qatorni tekislang.
- 2) Mavsumiy komponentalarni baholang.
- 3) Berilgan vaqtli qatordan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlab trend tenglamasi – additiv modelni tuzing va modelning xatoligini baholang.
- 4) Berilgan vaqtli qatorni haqiqiy darajalari, tekislangan darajalari, additiv modeldan olingan darajalarini grafikda tasvirlang.
- 5) Additiv model asosida kelasi yilning choraklari, birinchi va ikkinchi yarim yilliklari hamda yil bo'yicha turistlar oqimining sonini prognozlang.

Yechish.

1) **Sirg'anchiq o'rtacha bilan qatorni tekislash** uchun **MS Exel** dasturiga kirib ma'lumotlarni kiritish uchun ishchi OYNA ochiladi va ma'lumotlar kiritiladi (jadvalni ko'rgazmali bo'lishi uchun ma'lumotlarni **A5** katakdan boshlab yozish maqsadga muvofiq, 8.1-rasm). So'ngra **ДАННЫЕ** va **АНАЛИЗ ДАННЫХ** buyruqlaridan foydalanib **Инструменты анализа** darchasi ochiladi va unda **Скользящее среднее** instrumenti belgilanib **ОК** tugmasi bosiladi (8.1-rasm). Natijada 8.2-rasmdagi oyna hosil bo'ladi.

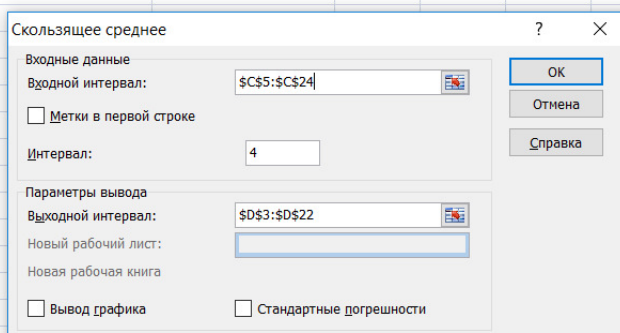
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача				
2									
3									
4									
5	2014	I	385837						
6		II	475343						
7		III	527363						
8		IV	473418						
9	2015	I	403996						
10		II	494878						
11		III	532033						
12		IV	486807						
13	2016	I	459803						
14		II	490901						
15		III	551753						
16		IV	524578						
17	2017	I	504970						
18		II	620804						
19		III	762304						
20		IV	801996						
21	2018	I	972264						
22		II	1349369						
23		III	1593844						
24		IV	1430742						



8.1-рasm. *Сирғончиқ о‘rtacha buyrug‘ini ishga tushirish oynasi*

Скользящее среднее oynasida ma’lumotlarni kiritishning yuqoridagi tartibiga asosan **Входной интервал** oynachasiga berilgan ma’lumotlar joylashgan kataklar raqamlari yoziladi. **Интервал** oynachasiga o‘rtalashtirilayotgan choraklar soni (bizning misolda u to‘rtga teng) yoziladi.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Йиллар	Чораклар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача				
2									
3									
4									
5	2014	I	385837						
6		II	475343						
7		III	527363						
8		IV	473418						
9	2015	I	403996						
10		II	494878						
11		III	532033						
12		IV	486807						
13	2016	I	459803						
14		II	490901						
15		III	551753						
16		IV	524578						
17	2017	I	504970						
18		II	620804						
19		III	762304						
20		IV	801996						
21	2018	I	972264						
22		II	1349369						
23		III	1593844						
24		IV	1430742						



8.2-рasm. *Сирғончиқ о‘rtachani hisoblash oynasi*

Выходной интервал oynachasiga sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlari kiritiladi (jadval ko'rgazmali bo'lishi uchun sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlarini berilgan ma'lumotlar joylashgan katakdan ikkita katak yuqoridan yozish maqsadga muvofiq) **OK** tugmasi bosiladi, natijada **D** ustunda sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari hosil bo'ladi (8.3-rasm). So'ngra markazlashgan o'rtachani hisoblash uchun yana xuddi shu tartibda **Скользящее среднее** oynasiga kiriladi (8.4-rasm) va **Входной интервал** oynachasiga sirg'onchiq o'rtachaning qiymatlari joylashgan kataklarning raqamlari yoziladi. **Интервал** oynachasiga markazlashgan o'rtachani hisoblash uchun choraklar soni (bizning misolda u ikkiga teng) yoziladi. **Выходной интервал** oynachasiga markazlashgan o'rtachaning qiymatlari joylashadigan kataklar raqamlari kiritiladi va **OK** tugmasi bosiladi, natijada **E** ustunda markazlashgan o'rtachaning qiymatlari hosil bo'ladi va natijada berilgan qator tekislangan shaklga keladi (8.3-rasm).

	A	B	C	D
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача
2				
3				
4				
5	2014	I	385837	
6		II	475343	465490,25
7		III	527363	470030
8		IV	473418	474913,75
9	2015	I	403996	476081,25
10		II	494878	479428,5
11		III	532033	493380,25
12		IV	486807	492386
13	2016	I	459803	497316
14		II	490901	506758,75
15		III	551753	518050,5
16		IV	524578	550526,25
17	2017	I	504970	603164
18		II	620804	672518,5
19		III	762304	789342
20		IV	801996	971483,25
21	2018	I	972264	1179368,25
22		II	1349369	1336554,75
23		III	1593844	
24		IV	1430742	

	A	B	C	D	E
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сиргончик ўртача	Марказлашган ўртача
2					
3					
4					
5	2014	I	385837		
6		II	475343	465490,25	
7		III	527363	470030	467760,125
8		IV	473418	474913,75	472471,875
9	2015	I	403996	476081,25	475497,5
10		II	494878	479428,5	477754,875
11		III	532033	493380,25	486404,375
12		IV	486807	492386	492883,125
13	2016	I	459803	497316	494851
14		II	490901	506758,75	502037,375
15		III	551753	518050,5	512404,625
16		IV	524578	550526,25	534288,375
17	2017	I	504970	603164	576845,125
18		II	620804	672518,5	637841,25
19		III	762304	789342	730930,25
20		IV	801996	971483,25	880412,625
21	2018	I	972264	1179368,25	1075425,75
22		II	1349369	1336554,75	1257961,5
23		III	1593844		
24		IV	1430742		

8.3-rasm. Sirg'onchiq o'rtacha.

8.3-rasm. Markazlashgan o'rtacha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача						
2											
3											
4											
5	2014	I	385837								
6		II	475343	465490,25							
7		III	527363	470030							
8		IV	473418	474913,75							
9	2015	I	403996	476081,25							
10		II	494878	479428,5							
11		III	532033	493380,25							
12		IV	486807	492386							
13	2016	I	459803	497316							
14		II	490901	506758,75							
15		III	551753	518050,5							
16		IV	524578	550526,25							
17	2017	I	504970	603164							
18		II	620804	672518,5							
19		III	762304	789342							
20		IV	801996	971483,25							
21	2018	I	972264	1179368,25							
22		II	1349369	1336554,75							
23		III	1593844								
24		IV	1430742								

Скользящее среднее

Входные данные

Входной интервал:

☐ Метки в первой строке

Интервал:

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

☐ Вывод графика ☐ Стандартные догрешности

ОК Отмена Справка

8.4-rasm. Markazlashgan o'rtachani hisoblash oynasi

2) **Mavsumiy komponentalar baholash uchun** turistlar soni(C ustun) bilan markazlashtirilgan o'rtacha (E ustun) orasidagi farq hisoblanadi (8.5-rasm F ustun).

	A	B	C	D	E	F
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони	Сирғончик ўртача	Марказлашган ўртача	Мавсумий компоненталар
2						
3						
4						
5	2014	I	385837			
6		II	475343	465490,25		
7		III	527363	470030	467760,125	59602,875
8		IV	473418	474913,75	472471,875	946,125
9	2015	I	403996	476081,25	475497,5	-71501,5
10		II	494878	479428,5	477754,875	17123,125
11		III	532033	493380,25	486404,375	45628,625
12		IV	486807	492386	492883,125	-6076,125
13	2016	I	459803	497316	494851	-35048
14		II	490901	506758,75	502037,375	-11136,375
15		III	551753	518050,5	512404,625	39348,375
16		IV	524578	550526,25	534288,375	-9710,375
17	2017	I	504970	603164	576845,125	-71875,125
18		II	620804	672518,5	637841,25	-17037,25
19		III	762304	789342	730930,25	31373,75
20		IV	801996	971483,25	880412,625	-78416,625
21	2018	I	972264	1179368,25	1075425,75	-103161,75
22		II	1349369	1336554,75	1257961,5	91407,5
23		III	1593844			
24		IV	1430742			

8.5-rasm. Mavsumiy komponentalar

Ulardan mavsumiy komponenta(S)larning qiymatlarini hisoblashda foydalaniladi. Buning uchun yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy komponenta qiymatlari (S_i)larni (8.5-rasm. F ustun) 8.4-jadvalga joylashtiriladi.

8.4-jadval

**Yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy
turistlar oqimi**

Ko'rsatkichlar	Yil	Chorak raqami, i			
		I	II	III	IV
	2014			59602,87	946,12
	2015	-71501,50	17123,12	45628,62	-6076,12
	2016	-35048,00	-11136,37	39348,37	-9710,37
	2017	-71875,125	-17037,25	31373,75	-78416,62
	2018	-103161,75	91407,50		
i -chorak bo'yicha jami (barcha yillar uchun)		-281586,37	80357,00	175953,62	-93257,00
i -chorak uchun mavsumiy komponentalarni o'rtacha qiymati ($\bar{S}_i$)		-70396,59	20089,25	43988,40	-23314,25
Tuzatilgan mavsumiy komponenta, S_i		-62988,29	27497,54	51396,70	-15905,95

Choraklar bo'yicha mavsumiy komponentalar o'rtachalarining yig'indisini nolga teng va teng emasligi tekshiriladi (8.4-jadvalning ko'rsatkichlar ustunida 3-qator):

$$(-70396,59)+20089,25+43988,40+(-23314,25) = -29633,2.$$

Yig'indi nolga teng bo'lmaganligi sababli tuzatish koeffitsiyenti hisoblanadi:

$$k = -29633,2 / 4 = -7408,3.$$

Mavsumiy komponentalarning choraklar bo'yicha tuzatilgan qiymatlari o'rtacha turistlar soni bilan tuzatish koeffitsiyenti(k) orasidagi farqi $S_i = \bar{S}_i - k$, formula yordamida topiladi, bu yerda, $i= 1, 2, 3, 4$.

Topilgan qiymatlarni jadvalga qo'yib (8.6-jadvalning ko'rsatkichlar ustunida 4-qator) mavsumiy komponentalarning qiymatlari yig'indisi nolga teng bo'lish shartini takroran tekshirib ko'ramiz:

$$-62988,29+ 27497,54+ 51396,70+(-15905,95) = 0.$$

Nolga teng bo'lish sharti bajarildi, shunday qilib, turistlar oqimining mavsumiy komponentalari qiymatlari quyidagicha:

I chorak: $S_1 = -62988,29$;
 II chorak: $S_2 = 27497,54$;
 III chorak: $S_3 = 51396,70$;
 IV chorak: $S_4 = -15905,95$.

3) Berilgan vaqtli qatordan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlab trend tenglamasi additiv modelni tuzish va modelning xatoligini baholash (8.8-rasm).

1. Berilgan qatorning darajalari (**C** ustun)dan mavsumiy komponentalarning qiymatlarini (**D** ustun) ayiriladi va **E** ustunda har bir davr uchun faqat tendensiya va tasodifiy komponentalardan iborat qator hosil bo‘ladi.

2. Trend tenglamasi – additiv modelni tuzish uchun ($T+E$) qatorni chiziqli trend yordamida analitik tekislanadi. Buning uchun **MS Exel** dasturining “**Регрессия**” buyrug‘idan foydalanib trendning analitik ifodasini parametrlari qiymatlari aniqlaniladi. Buning uchun 8.6-rasmdagi amallar bajariladi. Natija 8.7-rasmdagi oynada hosil bo‘ladi. Regression tahlilning natijasiga asosan qator darajalarining vaqtga bog‘lanish zichligi $r_{yt} = 0,81$; tenglama parametrlari: $a_0=692150,15$; $a_1=24289$ ga teng. Shunday qilib, trendning analitik ko‘rinishi quyidagicha:

$$T = 692150,15 + 24289 \cdot t$$

Ushbu tenglamaga $t = 1,2,\dots,20$ qiymatlarni qo‘yib, har bir vaqt uchun T ning vaqt bo‘yicha qiymatlari topiladi (8.8-rasm. **F** ustun).

3. Berilgan vaqtli qatorning har bir darajasidan (8.8-rasm. **C** ustun) mavsumiy komponentalarning ta’sirini (8.8-rasm. **D** ustun) chiqarib tashlab, $T+E = Y - S$ qiymatlarini topamiz(8.8-rasm. **G** ustun). Natijada faqat tendensiya va tasodifiy komponentalardan iborat bo‘lgan qator hosil bo‘ladi.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	T+S	t							
2	448825,3	-19							
3	447845,5	-17							
4	475966,3	-15							
5	489324	-13							
6	466984,3	-11							
7	467380,5	-9							
8	480636,3	-7							
9	502713	-5							
10	522791,3	-3							
11	463403,5	-1							
12	500356,3	1							
13	540484	3							
14	567958,3	5							
15	593306,5	7							
16	710907,3	9							
17	817902	11							
18	1035252	13							
19	1321871	15							
20	1542447	17							
21	1446648	19							

Регрессия

Входные данные

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

☐ Метки

☒ Уровень надежности: %

☐ Константа - ноль

Параметры вывода

☐ Выходной интервал:

☒ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

Остатки

☐ Остатки

☐ Стандартизованные остатки

☐ График остатков

☐ График подбора

Нормальная вероятность

☐ График нормальной вероятности

OK Отмена Справка

8.6-rasm. Trendni aniqlash uchun ma'lumotlarni kiritish

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	Регрессионная статистика					
4	Множественный R	0,812478099				
5	R-квадрат	0,660120661				
6	Нормированный R-ква	0,641238476				
7	Стандартная ошибка	211869,5924				
8	Наблюдения	20				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		df	SS	MS	F	Значимость F
12	Регрессия	1	1,56931E+12	1,56931E+12	34,95997123	1,34831E-05
13	Остаток	18	8,07997E+11	44888724174		
14	Итого	19	2,37731E+12			
15						
16		Коэффициент	стандартная ошибка	статистика	P-Значение	Нижние 95%
17	Y-пересечение	692150,15	47375,48109	14,60988119	2,00172E-11	592617,9578
18	Переменная X 1	24289,20756	4107,975197	5,912695767	1,34831E-05	15658,67194

8.7-rasm. Regressiyaning natijalari

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Йиллар	Чорак-лар	Туристлар сони, ут	S_t	$T+E = Y_t - S_t$	T	T+S	$E=y_t - (T+S)$
2	2014	1	385837	-62988,29	448825,29	224757,1	161768,8	224068,2
3		2	475343	27497,54	447845,46	273956,4	301453,9	173889,1
4		3	527363	51396,7	475966,3	323155,7	374552,4	152810,6
5		4	473418	-15905,95	489323,95	372354,9	356449	116969
6	2015	5	403996	-62988,29	466984,29	421554,2	358565,9	45430,1
7		6	494878	27497,54	467380,46	470753,5	498251	-3373
8		7	532033	51396,7	480636,3	519952,7	571349,4	-39316,4
9		8	486807	-15905,95	502712,95	569152	553246	-66439
10	2016	9	459803	-62988,29	522791,29	618351,3	555363	-95560
11		10	490901	27497,54	463403,46	667550,5	695048,1	-204147,1
12		11	551753	51396,7	500356,3	716749,8	768146,5	-216393,5
13		12	524578	-15905,95	540483,95	765949	750043,1	-225465,1
14	2017	13	504970	-62988,29	567958,29	815148,3	752160	-247190
15		14	620804	27497,54	593306,46	864347,6	891845,1	-271041,1
16		15	762304	51396,7	710907,3	913546,8	964943,5	-202639,5
17		16	801996	-15905,95	817901,95	962746,1	946840,2	-144844,2
18	2018	17	972264	-62988,29	1035252,29	1011945,4	948957,1	23306,9
19		18	1349369	27497,54	1321871,46	1061144,6	1088642	260726,8
20		19	1593844	51396,7	1542447,3	1110343,9	1161741	432103,4
21		20	1430742	-15905,95	1446647,95	1159543,2	1143637	287104,8

8.8-rasm. Additiv modelni tuzish uchun ishchi jadval

Additiv modelni qurish usuliga asosan modelning xatoligini hisoblash $E = Y - (T + S)$ formula asosida amalga oshiriladi. Bu mutloq xatolik bo'lib, uning qiymati 8.8-rasmning **H** ustunida keltirilgan.

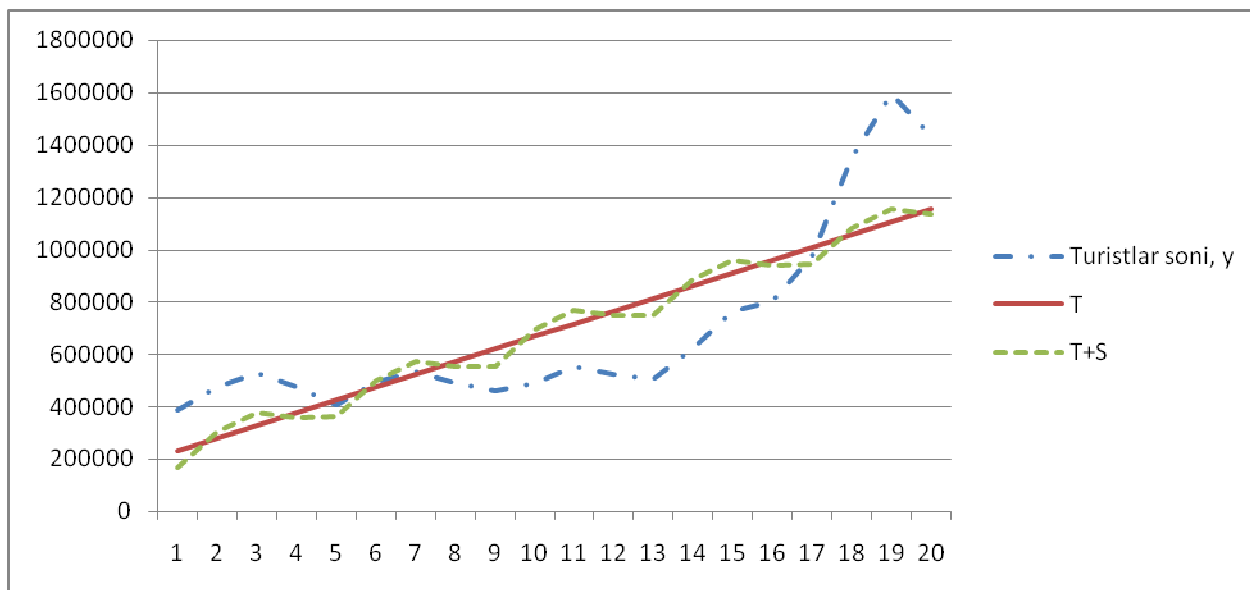
Tanlangan modelning sifatini baholash uchun olingan mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisidan foydalanish mumkin. Ushbu additiv model uchun mutloq xatoliklar kvadratlari yig'indisi 8,08 ga teng. Uni qator darajalarining o'rtacha darajasidan chetlanishi kvadratlarining yig'indisi(169,5)ga nisbati 4,18 foizni tashkil etadi, ya'ni:

$$(1 - 8,08/169,5) \times 100 = -4,18.$$

Shunday qilib, aytish mumkinki, additiv model oxirgi XX chorakda turistlar tashrifi jarayonini ifodalovchi dinamik qator darajalarining o'zgarishini 95,82 foiz aniqlik bilan ifodalab beradi.

4) Berilgan vaqtli qatorni haqiqiy darajalari, tekislangan darajalari, additiv modelda olingan darajalarini grafikdagi tasviri.

Olingan natijalarni grafikda tasvirlash uchun **MS Exel** dasturini **ВСТАВКА** menyusining **ГРАФИК** buyrug‘idan foydalanamiz



8.9-rasm. O‘zbekiston Respublikasiga tashrif buyurgan turistlar oqimining dinamikasi

5) Additiv model asosida kelasi yilning choraklari, birinchi va ikkinchi yarim yilliklari hamda yil bo‘yicha turistlar oqimi sonining prognozi.

Prognoz qilinayotgan davrlarga mos trend komponentalarini aniqlash uchun trend tenglamasidan foydalanamiz:

$$T = 175557,86 + 49199,265 \cdot t .$$

Prognoz qilinayotgan choraklar uchun trend quyidagilardan iborat:

$$T_{21} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 21 = 1208742,43;$$

$$T_{22} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 22 = 1257941,70;$$

$$T_{23} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 23 = 1307140,97;$$

$$T_{24} = 175557,86 + 49199,265 \cdot 24 = 1356340,23;$$

Mavsumiy komponentalarning qiymatlari:

I chorak: $S_1 = -62988,29$; II chorak: $S_2 = 27497,54$;

III chorak: $S_3 = 51396,70$; IV chorak: $S_4 = -15905,95$ edi.

Turistlar tashrifining 2019-yilning I va II choraklarida mos ravishda prognoz soni:

$$Y_{21} = T_{21} + S_1 = 1\,208\,742,43 - 62\,988,29 = 1\,145\,754 \text{ kishi};$$

$$Y_{22} = T_{22} + S_2 = 1\,257\,941,70 + 27\,497,54 = 1\,285\,439 \text{ kishi}.$$

Turistlar tashrifining 2019-yilning birinchi yarim yilligida prognoz soni,

$$1\,145\,754 + 1\,285\,439 = 2\,431\,193 \text{ kishiga teng.}$$

Turistlar tashrifining 2019-yilning III va IV choraklarida prognoz soni mos ravishda:

$$Y_{23} = T_{23} + S_3 = 1\,307\,140,97 + 51\,396,70 = 1\,358\,538 \text{ kishi};$$

$$Y_{24} = T_{24} + S_4 = 1\,356\,340,22 - 15\,905,95 = 1\,340\,434 \text{ kishi.}$$

Turistlar tashrifining 2019-yilning ikkinchi yarim yilligida prognoz soni,

$$1\,358\,538 + 1\,340\,434 = 2\,698\,972 \text{ kishiga teng.}$$

Turistlar tashrifining 2019-yil bo'yicha prognoz soni,

$$2\,431\,193 + 2\,698\,972 = 5\,130\,165 \text{ kishini tashkil etadi.}$$

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1. Fazoviy model. | 10. Lag. |
| 2. Vaqtli. | 11. Kamayuvchi. |
| 3. Tendensiya. | 12. Korrelogramma. |
| 4. Gipotetik. | 13. Analitik. |
| 5. Siklik. | 14. Tekislash. |
| 6. Mavsumiy. | 15. Eksponensial. |
| 7. Additiv. | 16. Trend. |
| 8. Mul'tiplikativ. | 17. Sirg'anchiq. |
| 9. Avtokorrelyatsiya. | 18. Prognoz. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Ekonometrik modellar qanday turdagi ma'lumotlar asosida quriladi?
2. Vaqtli qatorlar avtokorrelyatsiyasi nimani anglatadi?
3. Avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qaysi formula yordamida hisoblanadi va uni qanday xususiyatlari bor?
4. Vaqtli qator avtokorrelyatsiya funksiyasi va korrelogrammasiga ta'rif bering.
5. Tendensiyaning asosiy turlarini aytib bering.
6. Additiv va multiplikativ modellarga ta'rif bering va ularni umumiy ko'rinishlarini yozing.
7. 8.3-misol ma'lumotlari asosida eksponensial trend tenglamasini yozing va uning darajalarini hisoblab, parametrlarini tavsiflab bering.
8. Additiv modellarni qurish qanday bosqichlarda amalga oshiiladi? Misoldagi ma'lumotlar asosida tushuntirib bering.
9. Vaqtli qatorlarda sirg'anchiq o'rtachalar qanday hisoblanadi?
10. Mavsumiy komponentalarni o'rtacha bahosini korrektirovka qilish koeffitsiyenti nima uchun kerak?
11. 8.10-jadvaldagi ($T + E$) qatorni analitik tekislang va chiziqli trend koeffitsiyentlarni hisoblang.
12. 4-misol ma'lumotlari asosida tuman aholisini 5-yilning ikkinchi yarim yillikdagi elektr energiyasi iste'moli miqdorini prognozlang.
13. Vaqtli qatorlar komponentalarining korrelyatsion-regression tahlil natijalariga ta'siri qanday o'rganiladi?
14. Vaqtli qatorlarda mavsumiy va siklik komponentalarni mavjud bo'lishi qatorlarning bog'lanish kuchi va zichligiga qanday ta'sir ko'rsatadi?
15. Vaqtli qator darajalaridan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlashning qanday usullari mavjud?
16. Agar vaqtli qatorlar tendensiya ega bo'lsa korrelyatsiya koeffitsiyenti qanday qiymatlarga ega bo'ladi?
17. «Yolg'on korrelyatsiya» nima, u qanday yo'qotiladi?
18. «Qoldiqdagi avtokorrelyatsiya» tushunchasini tavsiflab bering.

19. «Tendensiyani yo‘qotish» usulini tavsiflab bering.
20. «Trenddan chetlanish» usulini tavsiflab bering.
21. «Ketma-ket ayirmalar» usulini tavsiflang, u qanday kamchiliklarga ega.
22. Regressiya modeliga vaqt omili qanday kiritiladi?

Mustaqil ishlash uchun masala

1. Kompaniyaning oxirgi to‘rt yildagi choraklar bo‘yicha tushumi haqida quyidag ma’lumotlar berilgan:

Kompaniya tushumlari, mln. AQSH dollarida

Chorak yil	I	II	III	IV
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30

Vaqtli qator tuzing va uning multiplikativ modelini quring. Qurilgan model yordamida yaqin kelasi yilning birinchi yarim yilligi uchun tushum hajmini prognozlang.

2. Oilaning bitta a‘zosiga to‘g‘ri keladigan daromad va go‘sht mahsulotiga bo‘lgan xarajat to‘g‘risidagi ma’lumotlar berilgan:

Ko‘rsatkichlar	Yillar							
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Go‘sht mahsulotiga xarajat, ming so‘m	20	22	25	28	30	32	35	40
Bir odamga to‘g‘ri keladigan daromad, % 2010-yilga nisbatan	100	102	105	108	110	112	115	118

1) Daromad va xarajatlarning yillik mutloq o‘rishini aniqlang. Har bir qatorning rivojlanish tendensiyasi haqida xulosa qiling.

2) Go'sht mahsulotlarga bo'lgan talabning daromadga bog'liqlik modelini tuzish uchun tendensiyaning yo'qotishning asosiy yo'llarini ko'rsating.

3) Berilgan vaqtli qator darajalarining birinchi ayirmalaridan foydalanib talabning chiziqli modelini tuzing.

4) Regressiya koeffitsiyentining iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.

5) Vaqt omilini kiritgan holda go'sht mahsulotlariga talabning chiziqli modelini tuzing. Aniqlangan parametrlarni tavsiflab bering.

IX BOB. AMALIY EKONOMETRIK MODELLAR

9.1. Iqtisodiyotda chiziqli modellar

9.1.1. Ko'ptarmoqli iqtisodiyotda balans munosabatlari

Matritsalar algebrasining elementlaridan foydalanish ko'p iqtisodiy masalalarni yechishning asosiy usullaridan biridir. Bu masala ma'lumotlar bazalarini yaratish va ulardan foydalanishda juda dolzarb bo'lib qolmoqda, ular bilan ishlashda deyarli barcha axborot matritsa ko'rinishida saqlanadi va qayta ishlanadi.

Ko'ptarmoqli xo'jalik faoliyatining makroiqtisodiyoti alohida tarmoqlar orasidagi balansni talab qiladi. Har bir tarmoq, bir tomondan, ishlab chiqaruvchi bo'lib, ikkinchi tomondan esa boshqa tarmoqlar ishlab chiqargan mahsulotni iste'molchisi bo'ladi. Bunday hollarda tarmoqlar orasidagi bog'lanishlarni har xil turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish va iste'mol qilish orqali hisoblashning ancha murakkab masalasi paydo bo'ladi. Birinchi marta bu muammo matematik model ko'rinishida 1936-yilda AQSHdagi 1929–1932-yillar iqtisodiy depressiyasining sabablarini tahlil qilib ko'rishga uringan mashhur amerikalik iqtisodchi V.Leontevning asarlarida bayon etildi. Bu model matritsalar algebrasiga asoslanib, matritsalar tahlili usullaridan foydalanadi.

Soddalik uchun xo'jalikning ishlab chiqarish sohasi har biri o'zining bir jinsli mahsulotini ishlab chiqaruvchi p ta tarmoqdan iborat deb hisoblaymiz. Har bir tarmoq o'zining ishlab chiqarishini ta'minlash uchun boshqa tarmoqlarning mahsulotiga muhtoj (ishlab chiqarish iste'moli). Odatda ishlab chiqarish jarayoni ma'lum bir vaqt davrida qaraladi, ko'p hollarda bunday birlik sifatida bir yil olinadi.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

x_i – i nchi tarmoq jami mahsulotining hajmi (uning yalpi ishlab chiqarishi);

x_{ij} – i nchi tarmoq mahsulotining j nchi tarmoqda x_j hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarflanadigan hajmi;

y_i – i nchi tarmoq mahsulotining noishlab chiqarish sohasida o‘zlashtirish (iste’mol) uchun mo‘ljallangan hajmi, yoki yakuniy iste’mol mahsuloti. Unga fuqarolarning shaxsiy iste’moli, ijtimoiy ehtiyojlarni qondirish, davlat institutlarini ta’minlash va hokazolar kiradi.

Turli sanoat tarmoqlari bog‘liqligining balans tamoyili shundan iboratki, i nchi tarmoq yalpi ishlab chiqarishi ishlab chiqarish va noishlab chiqarish sohalaridagi iste’mol hajmlarining yig‘indisiga teng bo‘lishi kerak. Eng sodda holda balans munosabatlari

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9.1.1)$$

ko‘rinishga ega.

(9.1.1) tenglamalar *balans munosabatlari* deb ataladi. Har xil tarmoqlar mahsuloti har xil o‘lchovga ega bo‘lgani uchun bundan keyin qiymat balansini nazarda tutamiz.

9.1.2. Ko‘ptarmoqli iqtisodiyot chiziqli modeli – Leontev modeli

V.Leontev tomonidan ikkinchi jahon urushidan oldingi davrdagi AQSH iqtisodiyotini tahlil qilish asosida quyidagi muhim dalil aniqlandi: uzoq vaqt davomida $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ kattaliklar juda kam o‘zgaradi va o‘zgarmas sonlar sifatida qaralishi mumkin. Bu hodisani shunday tushunish kerakki, ishlab chiqarish texnologiyasi ancha uzoq vaqt davomida bir xil darajada turadi va demak, j nchi tarmoqda x_j hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun i nchi tarmoq mahsulotining iste’mol qilinadigan hajmi texnologik konstanta (o‘zgarmas son)dan iborat bo‘ladi.

Bunda a_{ij} sonlar *bevosita (to‘g‘ri) xarajatlar koeffitsiyentlari* deb ataladi. Ko‘rsatilib o‘tilgan dalilga asosan

$$a_{ij} = x_{ij}/x_j, \quad x_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (9.1.2)$$

ga ega bo‘lamiz. U holda (9.1.1) tenglamalarni ushbu

(9.1.3)

Ishlab chiqarilgan mahsulot hajmlarining ustun-vektori – (yalpi ishlab chiqarish vektori), yakuniy iste'mol mahsuloti hajmlarining ustun-vektori – (yakuniy iste'mol vektori) va bevosita xarajatlar koeffitsiyentlari matritsasi – A larni kiritamiz:

(9.1.4)

$$\overline{X} = A\overline{X} + \overline{Y} \quad (9.1.5)$$

Odatda bu munosabat *chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasi* deb ataladi. Bu tenglama (9.1.4) matritsa ko‘rinishdagi ifodalanishning tavsifi bilan birga *Leontev modeli* deb nomlanadi.

Shu bilan birga (9.1.5) sistema berilgan masalaning amaliy tabiatidan kelib chiqadigan qator xususiyatlarga ega, eng avvalo A

matritsa hamda $\bar{X}$ va $\bar{Y}$ vektorlarning barcha elementlari nomanfiy bo'lishi kerak.

9.1.3. Leontev modelining samaradorligi

Agar nomanfiy komponentali ixtiyoriy $\bar{Y}$ vektor uchun (9.1.5) tenglamaning yechimi – barcha elementlari nomanfiy bo'lgan $\bar{X}$ vektor mavjud bo'lsa, u holda hamma elementlari nomanfiy bo'lgan A matritsa *samarador* deb ataladi. Bu holda Leontev modeli ham samarador deb ataladi.

(9.1.5) sistemani E birlik matritsadan foydalanib,

$$(E - A)\bar{X} = \bar{Y}$$

ko'rinishda qayta yozamiz.

Agar $(E - A)^{-1}$ teskari matritsa mavjud bo'lsa, u holda (9.1.5) tenglamaning

$$\bar{X} = (E - A)^{-1}\bar{Y}$$

yagona yechimi ham mavjud bo'ladi. $(E - A)^{-1}$ matritsa *to'la xarajatlar matritsasi* deb ataladi.

A matritsa samaradorligining bir nechta mezoni mavjud. Ulardan ikkitasini keltiramiz.

1. $(E - A)^{-1}$ matritsa mavjud bo'lib, uning elementlari nomanfiy bo'lganda va faqat shundagina A matritsa samarador bo'ladi.

2. Agar elementlari nomanfiy bo'lgan A matritsaning ixtiyoriy ustuni (satri) bo'yicha elementlari yig'indisi birdan oshmasa:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1 \text{ yoki } \sum_{j=1}^n a_{ij} \leq 1,$$

hamda hech bo'lmaganda bitta ustun (satr) uchun bu yig'indi birdan qat'iy kichik bo'lsa, u holda bunday matritsa samarador bo'ladi.

9.1.4. Xarajatlar koeffitsiyentlarini hisoblash

Leontev modelining qo'llanilishini murakkab bo'lmagan misollarda ko'rib chiqaylik.

9.1-misol. 9.1.1-jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari keltirilgan. Yakuniy iste'mol vektori, yalpi ishlab chiqarish vektori va bevosita xarajatlar koeffitsiyentlari matritsasi topilsin hamda bu matritsa yuqorida keltirilgan mezonlarga muvofiq samarador ekanligi aniqlansin.

9.1.1-jadval

Sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari

T/r	Tarmoq	Iste'mol					Yakuniy mahsulot	Yalpi ishlab chiqarish, pul bir.
		1	2	3	4	5		
1	Stanoksozlik	15	12	24	23	16	10	100
2	Energetika	10	3	35	15	7	30	100
3	Mashinasozlik	10	5	10	10	10	5	50
4	Avtomobil sanoati	10	5	10	5	5	15	50
5	Paxta etishtirish va qayta ishlash	7	15	15	10	3	50	100

Yechish. 9.1.1-jadvalda balansning tarkibiy qismlari (9.1.4) munosabatlarga muvofiq keltirilgan: x_{ij} — birinchi beshta ustun, y_i — oltinchi ustun, x_i — yettinchi ustun ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5$). (9.1.2) va (9.1.4) formulalarga asosan

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

ga ega bo'lamiz.

A matritsaning barcha elementlari musbat, biroq ularning uchinchi va to'rtinchi ustunlardagi yig'indilari birdan katta ekanligini ko'rish qiyin emas. Binobarin, samaradorlik ikkinchi mezonining shartlari bajarilmagan va A matritsa samarador emas. Bu samarador emaslikning iqtisodiy sababi 3- va 4-tarmoqlarning ichki iste'moli ularning yalpi ishlab chiqarishiga nisbatan haddan tashqari katta ekanligidadir.

9.2-misol. 9.1.2-jadval ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning uchta tarmog'i balansining ma'lumotlarini o'z ichiga oladi. Agar tarmoqlar bo'yicha yakuniy iste'mol mos ravishda 60, 70 va 30 shartli

pul birligigacha ko‘paytirilsa, har bir mahsulot turi bo‘yicha yalpi ishlab chiqarish hajmini topish talab qilinadi.

9.1.2- jadval

№	Tarmoq	Iste‘mol			Yakuniy mahsulot	Yalpi ishlab chiqarish
		1	2	3		
1	Paxta yetishtirish va qayta ishlash	5	35	20	40	100
2	Energetika	10	10	20	60	100
3	Mashinasozlik	20	10	10	10	50

Yechish. Yalpi ishlab chiqarish va yakuniy iste‘mol vektorlarini hamda bevosita xarajatlar koeffitsiyentlari matritsasini yozaylik. (9.1.2) va (9.1.4) formulalarga asosan

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

ga ega bo‘lamiz.

A matritsa samaradorlikning ikkala mezonini qanoatlantiradi. Yakuniy iste‘molning berilgan hajmda ko‘payishida yakuniy iste‘molning yangi vektori

$$\bar{Y}_* = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix} \quad (9.1.6)$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Balans munosabatlarini qanoatlantiruvchi yangi yalpi ishlab chiqarish vektori $\bar{X}_*$ ni A matritsa o‘zgarmaydi degan taxminda topish talab qilinadi. Bu holda noma’lum $\bar{X}_*$ vektorning x_1 , x_2 , x_3 komponentalari matritsa shaklida

$$\bar{X}_* = A\bar{X}_* + \bar{Y}_* \quad \text{yoki} \quad (E - A)\bar{X}_* = \bar{Y}_* \quad (9.1.7)$$

ko‘rinishda bo‘lgan tenglamalar sistemasidan topiladi.

Bu sistemaning matritsasi

$$E - A = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}$$

ko‘rinishga ega.

(9.1.7) chiziqli tenglamalar sistemasining o'ng tomonining berilgan (9.1.6) vektorida (masalan, Gauss usuli bilan) yechish yangi $\bar{X}^*$ vektorni, tarmoqlararo balans tenglamalarining yechimini beradi:

$$\bar{X}^* = \begin{pmatrix} 152,1 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}$$

Shunday qilib, yakuniy iste'mol vektori komponentalarining berilgan hajmda ko'payishini ta'minlash uchun mos yalpi ishlab chiqarishni oshirish zarur: 9.1.2-jadvalda ko'rsatilgan dastlabki ma'lumotlarga nisbatan paxta etishtirish va qayta ishlashni 52,1 % ga, energetika darajasini 35,8 % ga va mashinasozlik ishlab chiqarishini 41,5 % ga oshirish zarur.

9.2. Iste'mol tanlovi modellari

9.2.1. Foydalilik funksiyasi va uning xossalari

Iste'molchi tovarlar (mahsulotlar)ni sotib olishga butunlay sarflaydigan

I hajmdagi daromadga ega bo'lsin, ya'ni I kattalik ushbu iste'molchining daromadi emas, balki xarajatidir. Narxlar tuzilmasi, daromadi va shaxsiy manfaatlarini hisobga olgan holda iste'molchi ma'lum miqdordagi tovarlarni sotib oladi, uning bunday xatti-harakatlarining matematik modeli *iste'mol tanlovi modeli* deb ataladi.

Ikkita tovardan iborat iste'mol to'plamlarini ko'rib chiqaylik. *Iste'mol to'plami* (qisqacha *to'plam*) — x_1 koordinatasi birinchi tovar miqdoriga, x_2 koordinatasi esa ikkinchi tovar miqdoriga teng bo'lgan (x_1, x_2) vektor.

Iste'molchining *tanlovi* afzallik munosabati bilan tavsiflanadi, uning mohiyati quyidagicha. Iste'molchi har bir 2ta to'plam haqida yo ularning biri ikkinchisiga nisbatan kerakroq, yo ularning ikkalasi ham iste'molchi uchun baribir ekanligini aytishi mumkin deb hisoblanadi. Afzallik munosabati tranzitivdir, ya'ni agar $A = (a_1, a_2)$ to'plam $B = (b_1, b_2)$ to'plamga nisbatan, B to'plam esa $C = (c_1, c_2)$ to'plamga nisbatan

afzalroq bo'lsa, u holda A to'plam C to'plamga nisbatan afzalroq bo'ladi.

Iste'molchining foydalilik funksiyasi deb (x_1, x_2) iste'mol to'plamlari majmuasida aniqlangan shunday $u(x_1, x_2)$ funksiyaga aytiladiki, uning (x_1, x_2) iste'mol to'plamidagi $u(x_1, x_2)$ qiymati iste'molchining bu to'plam uchun iste'mol bahosiga teng bo'ladi. (x_1, x_2) to'plamning $u(x_1, x_2)$ iste'mol bahosini iste'molchi ushbu (x_1, x_2) to'plamni sotib olgan yoki iste'mol qilgandagi iste'molchi ehtiyojlarini qondirish *darajasi* deb atash qabul qilingan. Har bir iste'molchi, umuman olganda, o'zining foydalilik funksiyasiga ega bo'ladi. Agar A to'plam B to'plamdan afzalroq bo'lsa, u holda $u(A) > u(B)$ bo'ladi.

Iste'molchining tovarlarga bo'lgan talabini aniqlovchi foydalilik funksiyasida X -vektorning koordinatalari manfiy bo'lmagan qiymatlarni qabul qilsin va $u(x)$ funksiya o'suvchi yoki hech bo'lmaganda tovarlar soni o'sishi bilan, kamayuvchi bo'lmasin: ya'ni $x_i \leq x_{i+1}$ bo'lganda

$$u(x_i) \leq u(x_{i+1})$$

bo'lsin. Agar $u(x)$ differensiallanuvchi bo'lsa, bu shartni quyidagicha yozish mumkin:

$$u_i(x) = u'_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu ifodaga asosan

$$u(x) = c$$

shartni qanoatlantiruvchi x -vektorlar to'plamini befarqlik sirti deyiladi. Befarqlik sirti – bu iste'molchi uchun bir xil foydalilikka ega bo'lgan iste'mol rejasi vektorlaridan tashkil topgan to'plamdir.

Foydalilik funksiyasi differensiallanuvchi bo'lib, argumentlarning kichik o'zgarishlari bo'yicha afzallik funksiyasining o'zgarishi to'la differensial orqali ifodalanadi:

$$du(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i} dx_i = \sum_{i=1}^n u_i dx_i$$

Befarqlik sirtida yotuvchi nuqtalarda yuqoridagi ifoda nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sum_{i=1}^n u_i dx_i = 0$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Agar i va j – mahsulotlardan boshqasi o'zgarmasa, u holda yuqoridagidan $u_i dx_i + u_j dx_j = 0$ kelib chiqadi. Bundan esa

$$\frac{dx_i}{dx_j} = -\frac{u_j(x)}{u_i(x)}$$

o'rinli bo'ladi. $-\frac{u_j(x)}{u_i(x)}$ miqdorni i va j – mahsulotlarni *ekvivalent almashtirish koeffitsiyenti* deyiladi va bu koeffitsiyent manfiy bo'ladi.

Foydalilik funksiyasi quyidagi xossalarga ega:

1. Mahsulotlardan birining iste'moli ikkinchisining iste'moli o'zgarmas bo'lganda ortishi iste'mol bahosining o'sishiga olib keladi, ya'ni

a) agar $x_1^2 > x_1^1$ bo'lsa, u holda $u(x_1^2, x_2) > u(x_1^1, x_2)$ bo'ladi yoki, boshqacha aytganda, $\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} = u'_1 > 0$ o'rinli;

b) agar $x_2^2 > x_2^1$ bo'lsa, u holda $u(x_1, x_2^2) > u(x_1, x_2^1)$ bo'ladi yoki, boshqacha aytganda, $\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} = u'_2 > 0$ o'rinli.

Birinchi tartibli xususiy hosilalar mahsulotlarning *limit foydaliliklarini* beradi: u'_1 birinchi mahsulotning limit foydaliligi, u'_2 esa ikkinchi mahsulotning limit foydaliligi.

2. Har bir mahsulotning limit foydaliligi uni iste'mol qilish hajmi o'sganda kamayadi (limit foydalilikning bu xossasi *limit foydalilikning kamayish qonuni* deb ataladi), ya'ni

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = u''_{11} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = u''_{22} < 0.$$

3. Har bir mahsulotning limit foydaliligi boshqa mahsulot miqdori o'sganda ortadi, ya'ni

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = u''_{12} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = u''_{21} > 0.$$

Bu holda miqdori chegaralangan mahsulot nisbatan kamyob bo'lib qoladi. Shuning uchun uning qo'shimcha miqdori ko'proq ahamiyatga ega bo'ladi va samaraliroq iste'mol qilinishi mumkin. Bu xossa barcha tovarlar uchun ham o'rinli bo'lavermaydi: agar tovarlar iste'molda to'la-to'kis bir-birining o'rnini bosishi mumkin bo'lsa, 3-xossa bajarilmaydi.

Birinchi mahsulotni dx_1 ga kamaytirilsa, foydalilik oldingi darajaga chiqishi uchun ikkinchi mahsulotni dx_2 ga orttirish kerak. Shu tariqa, birinchi mahsulot ikkinchisiga almashtiriladi.

$u = const$, bo'lganda $-\frac{dx_2}{dx_1} = m$ ifoda *almashtirishning limit normasi* deyiladi.

$\frac{dx_2}{dx_1}$ taqriban $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ ga tengligi ma'lum. $-\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ bo'linmani birinchi mahsulotni ikkinchi mahsulotga almashtirish normasi deyiladi. Bu birinchi mahsulot iste'moli bir birlikka o'zgarsa (kamaysa yoki ko'paysa), ikkinchi mahsulot iste'moli qanchaga o'zgarish kerakligini ko'rsatadi. Bunda iste'molning umumiy foydaliligining o'zgarmasligi talab qilinadi.

Agar $u(x_1, x_2)$ iste'mol funksiyasida x_1 va x_2 mahsulotlarning iste'moli mos ravishda dx_1 va dx_2 larga o'zgarsa va bitta befarqlik chizig'ida yotsa, u holda

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

o'rinli bo'ladi. Bundan almashtirishning limit normasi uchun quyidagi formulani olamiz

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} / \frac{\partial u}{\partial x_2} = m.$$

Ushbu ifoda almashtirishning limit normasi limit foydaliliklarning nisbati bilan aniqlanishini ko'rsatadi.

Foydalilik funksiyasiga misol sifatida

$$u(x_1, x_2) = a_1 \ln(x_1 - x_1^*) + a_2 \ln(x_2 - x_2^*)$$

funksiya xizmat qiladi, bu yerda $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $x_1 > x_1^* \geq 0$, $x_2 > x_2^* \geq 0$.

Haqiqatan,

$$u'_1 = \frac{a_1}{x_1 - x_1^*} > 0, \quad u'_2 = \frac{a_2}{x_2 - x_2^*} > 0,$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{a_1}{(x_1 - x_1^*)^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -\frac{a_2}{(x_2 - x_2^*)^2} < 0$$

ga ega bo'lamiz, ya'ni foydalilik funksiyasining 1va 2-xossalari bajariladi. 3-xossa bajarilmaydi, chunki $u(x_1, x_2)$ funksiyaning ikkinchi tartibli xususiy hosilalari nolga teng.

9.2.2. *Iste'mol tanlovi masalasi, uning yechimi va xossalari*

Iste'mol tanlovi masalasi (iste'molchining bozordagi ratsional xatti-harakati masalasi) iste'molchining foydalilik funksiyasiga berilgan budjet cheklovida maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) iste'mol to'plamini tanlashdan iborat.

Budjet cheklovi mahsulotlarga pul xarajatlari pul daromadidan oshmasligini, ya'ni $p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I$ ekanligini anglatadi, bu yerda p_1 va p_2 — mos ravishda birinchi va ikkinchi mahsulotlar bir birligining bozor narxlari, I esa —iste'molchining birinchi va ikkinchi mahsulotlarni sotib olish uchun sarflashga tayyor bo'lgan daromadi. p_1 , p_2 va I kattaliklar berilgan bo'ladi.

Formal ravishda iste'mol tanlovi masalasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

shartlarda

$$u(x_1, x_2) \text{ (max).}$$

Iste'mol tanlovi masalasining yechimi bo'luvchi (x_1^0, x_2^0) to'plamni iste'molchi uchun *optimal yechim* yoki iste'molchining *lokal bozor muvozanati* deb atash qabul qilingan.

Ushbu qo'yilishda iste'mol tanlovi masalasini yechish chiziqsiz programmalash masalasiga olib keladi. Biroq, agar biror-bir (x_1, x_2) iste'mol to'plamida $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$ budget cheklovi qat'iy tengsizlik ko'rinishda bajarilsa, u holda biz mahsulotlardan birining iste'molini va shu tariqa foydalilik funksiyasini ko'paytirishimiz mumkin. Demak, foydalilik funksiyasiga maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) to'plam budget cheklovini tenglikka aylantirishi, ya'ni $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$ bo'lishi kerak.

Biz, shuningdek, (x_1^0, x_2^0) optimal nuqtada $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ shartlar $u(x_1, x_2)$ funksiyaning xossalaridan kelib chiqib o'z-o'zidan bajariladi deb hisoblaymiz. Odatda, bu haqiqatan ham shunday. Ayni bir paytda, agar o'zgaruvchilarning nomanfiyligi shartlari masala shartiga oshkor holda qo'shilmasa, u holda ushbu masala matematik jihatdan ancha sodda holga keladi.

Demak, iste'mol tanlovi masalasini

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

shartda

$$u(x_1, x_2) \text{ (max)}$$

ko'rinishdagi shartli ekstremumni topish masalasi bilan almashtirish mumkin (chunki bu ikki masalaning (x_1^0, x_2^0) yechimi bir xil).

Bu shartli ekstremumni topish masalasini yechish uchun Lagranj usulidan foydalanamiz.

$$L(x_1, x_2, \lambda) = u(x_1, x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - I)$$

Lagranj funksiyasini yozib, uning x_1, x_2, λ o'zgaruvchilar bo'yicha birinchi tartibli xususiy hosilalarini topamiz va ularni nolga tenglaymiz:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = u'_1 - \lambda \cdot p_1 = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = u'_2 - \lambda \cdot p_2 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - I = 0.$$

Hosil qilingan uch noma'lumli uchta tenglamalar sistemasidan λ noma'lumli yo'qotib, ikki x_1, x_2 noma'lumli

$$\frac{u'_1}{u'_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I,$$

ikkita tenglamalar sistemasini hosil qilamiz va undan iste'mol tanlovi masalasining (x_1^0, x_2^0) yechimini topamiz.

Iste'mol tanlovi masalasi (x_1^0, x_2^0) yechimining x_1^0 va x_2^0 koordinatalari p_1, p_2 va I parametrlarning funksiyalaridir:

$$x_1^0 = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0 = x_2^0(p_1, p_2, I).$$

Hosil qilingan funksiyalar birinchi va ikkinchi mahsulotga *talab funksiyalari* deb ataladi. Talab funksiyalarining muhim xossasi narxlar va daromadga nisbatan ularning nolinci darajadagi bir jinsliligidir, ya'ni talab funksiyalarining qiymatlari narxlar va daromadning proporsional o'zgarishiga nisbatan invariantdir: ixtiyoriy $\alpha > 0$ son uchun

$$x_1^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_1^0(p_1, p_2, I),$$

$$x_2^0(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha I) = x_2^0(p_1, p_2, I)$$

o'rinlidir. Bu barcha narxlar va daromad aynan bir xil birlikka (martaga) o'zgarsa ham, (birinchisi yoki ikkinchisi — farqi yo'q) mahsulotga talab kattaligi o'zgarishini anglatadi.

Ikkita tovarli bitta sodda iste'mol tanlovi masalasini yechaylik. Tovarlarning noma'lum miqdorlari x_1 va x_2 ga, ularning bozor narxlari esa mos ravishda p_1 va p_2 ga teng bo'lsin. Qaralayotgan masala

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \text{ (max)} \quad (9.2.1)$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq I, \quad (9.2.2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (9.2.3)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Biz aniqlaganimizdek, optimal nuqtada budget cheklovi tenglik ko'rinishida bajarilishi kerak, binobarin, ikkala tovar o'ta zarur bo'lgani

uchun (agar ulardan biri yo‘q bo‘lsa, foydalilik nolga teng bo‘ladi) o‘zgaruvchilarning nomanfiyligi shartlari o‘z-o‘zidan bajariladi. Demak, yechilayotgan matematik programmalash masalasi shartli ekstremumni topishning klassik masalasiga aylanadi. Ekstremumning zaruriy shartlarini yozib (ularga asosan tovarlar limit foydaliliklarining nisbatlari ularning bozor narxlari nisbatlariga teng bo‘lishi kerak, budget cheklovi esa tenglik ko‘rinishida bajariladi),

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Bundagi birinchi shart qaralayotgan masalada ikkala tovarga sarflanadigan pul miqdorlari bir xil, ya’ni $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$ bo‘lishi kerakligini anglatadi. Bu foydalilik funksiyasida x_1 va x_2 o‘zgaruvchilarning «vaznlari» yoki daraja ko‘rsatkichlari tengligidan kelib chiqadi. Demak, $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2}$ va talab funksiyalari

$$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2} \quad (9.2.4)$$

ko‘rinishni oladi.

Shunday qilib, har bir tovarga sarf-xarajat iste’molchi umumiy daromadining yarmini tashkil etadi va har bir tovarning zaruriy miqdorini topish uchun shu tovarga sarflanadigan mablag‘ni uning narxiga bo‘lish lozim.

9.2.3. Tovarlar bir-birining o‘rnini bosishi.

Kompensatsiya samaralari

Agar talab funksiyasi $x_i = \frac{I}{np_i}$ ko‘rinishda bo‘lsa, u holda i -nchi

tovarga talab ixtiyoriy j -nchi tovar narxiga bog‘liq emas. Umuman olganda, narxlarning kesishuvchi talab funksiyalari tovarlarning bir-birining o‘rnini bosish va bir-birini to‘ldirish kabi xossalarini tavsiflaydi. Agar i -nchi tovarning narxi oshib, unga talab kamayganda j -nchi tovarga

talab oshsa, bu tovarlar bir-birining o'rnini bosadi. Aksincha, agar j -nchi tovarga talab ham kamaysa, ular bir-birini to'ldiradi.

Ta'kidlash joizki, haqiqatdagi bir-birining o'rnini bosish i -nchi tovarning narxi o'sganda farovonlikning umumiy pasayishi tufayli buzilishi mumkin: iste'molda j -nchi tovar i -nchi tovarning o'rnini bosishi mumkin, lekin unga talab oshmasligi mumkin, chunki iste'molchining umumiy farovonligi pasaygan. Bu buzilishni yo'qotish uchun *narxning kompensatsiyalangan o'zgarishi*, ya'ni iste'molchiga farovonligining avvalgi darajasini ushlab turishga imkon beruvchi daromadining oshishini taqozo qiluvchi o'zgarishi tushunchasidan foydalaniladi.

Kompensatsiya samaralarini formal ravishda tahlil qilish uchun ikkita masalani ko'rib chiqaylik.

Avval (9.2.1) – (9.2.3) masalani tovarlarning $p_1 = 10$, $p_2 = 2$ narxlari va iste'molchining $I = 60$ daromadi bilan yechamiz. U holda (9.2.4) formulaga asosan, $x_1 = \frac{60}{2 \cdot 10} = 3$, $x_2 = \frac{60}{2 \cdot 2} = 15$ va $u(x_1, x_2) = 45$ bo'ladi.

Endi p_2 2 pul birligidan 7 pul birligiga o'zgarsin. Kompensatsiyaning zaruriy miqdori qanday? Iste'molchiga avvalgi optimal to'plamni xarid qilish uchun qo'shimcha $(7-2) \cdot 15 = 75$ pul birligi zarur. Biroq iste'molning avvalgi tarkibi yangi narxlarda optimal bo'lmaydi, chunki bu holda:

$$x_1 = \frac{60 + 75}{2 \cdot 10} = 6,75, \quad x_2 = \frac{60 + 75}{2 \cdot 7} \approx 9,64 \text{ va } u(x_1, x_2) \approx 65 \text{ bo'ladi.}$$

Iste'molchining farovonligini avvalgi darajasini ushlab turishi uchun unga qo'shimcha M pul birligi berilsin. U holda yangi narxlarda uning birinchi va ikkinchi tovarga bo'lgan talabi mos ravishda

$$x_1 = \frac{60 + M}{2 \cdot 10} \text{ va } x_2 = \frac{60 + M}{2 \cdot 7} \text{ ga teng bo'ladi. } x_1 \cdot x_2 \text{ maqsad funksiyasi } \frac{(60 + M)^2}{10 \cdot 7 \cdot 4} \text{ ga teng bo'lib, bu ifoda boshlang'ich } u(x_1, x_2) = 45$$

qiymatga teng bo'lishi kerak. Bu yerdan $M \approx 52,25$ kelib chiqadi, bu esa 75 dan ancha kam.

9.3. Ishlab chiqarish modellari

9.3.1. *Ishlab chiqarish funksiyasi haqida tushuncha*

Har qanday iqtisodiy ishlab chiqarish jarayonini hamda butun iqtisodiyot, moddiy ishlab chiqarish sohasi, iqtisodiy hudud, ishlab chiqarish birlashmasi yoki alohida korxona bo'lishidan qat'i nazar har qanday ishlab chiqarish birligining ishlab chiqarish texnologiyasini modellashtirish moddiy ishlab chiqarish qonuniyatlari, taqsimoti va iste'moli asosida amalga oshiriladi. Bu maqsadga erishishda ishlab chiqarish funksiyalari muhim rol o'ynaydi.

Ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish faoliyati natijalarining ularni taqozo etgan ko'rsatkich-omillarga bog'liqligining iqtisodiy-matematik ifodasidir. Iqtisodiy sharoitlarda ishlab chiqarish jarayoni natijasi ko'p sonli turli, ya'ni iqtisodiy, ijtimoiy, texnik, tabiiy omillarning ta'siri bilan aniqlanadi. Bu omillarning hammasini ham ishlab chiqarish funksiyasida hisobga olish mumkin emas, chunki omillarning ba'zilar miqdoriy jihatdan ifodalanmaydi, boshqalarining ta'siri esa amalda juda kichik. Shuning uchun ishlab chiqarish funksiyasi o'rganilayotgan ko'rsatkichga hal qiluvchi ta'sir ko'rsatadigan omillarni o'z ichiga oladi.

Ishlab chiqarish funksiyasi deb $x_1, \dots, x_n$ erkli o'zgaruvchilari sarflanadigan yoki foydalaniladigan resurslar (ishlab chiqarish omillari) hajmlarining qiymatlarini qabul qiladigan (o'zgaruvchilar soni n resurslar soniga teng), funksiyaning qiymati esa ishlab chiqarish hajmlari kattaligini anglatadigan

$$y = f(\bar{X}, \bar{a}) = f(x_1, \dots, x_n, \bar{a})$$

funksiyaga aytiladi. Bu yerda $\bar{a}$ — ishlab chiqarish funksiyasi (ICHF) parametrlarining vektori.

9.3-misol. f ICHFni $f(x, a, b) = ax^b$ ko'rinishda olaylik, bu yerda x – sarflanayotgan resurs (masalan, ish vaqti) miqdori, $f(x, a, b)$ – ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi (masalan, jo'natilishga tayyor bo'lgan muzlatgichlar soni). $a > 0$ va $0 < b \leq 1$ kattaliklar – f

ICHFning parametrlari, parametrlar vektori ikki o'lchovli (a, b) vektor bo'ladi.

$y = ax^b$ funksiyaning xossaligidan sarflanayotgan resurs miqdori x o'sganda ishlab chiqarish hajmi y ning o'sishi, biroq bunda resursning har bir qo'shimcha birligi ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi y ning tobora kamroq o'sishiga olib keladi. Ushbu holat (x miqdor o'sganda y hajmning o'sishi va y hajmning qo'shimcha o'sishining kamayishi) iqtisodiyot nazariyasining *kamayuvchi samaradorlik qonuni* deb ataluvchi asosiy qoidasini aks ettiradi. $y = ax^b$ ICHF bir faktorli ishlab chiqarish funksiyalari keng sinfining tipik vakili.

ICHFlar turli sohalarda qo'llanilishi mumkin. «Xarajatlar – ishlab chiqarish» tamoyili ham mikro-, ham makroiqtisodiy darajada amalga oshirilishi mumkin.

Alohida korxona (firma), tarmoq, tarmoqlararo ishlab chiqarish majmuasi mikroiktisodiy darajada ishlab chiqarish sistemasi sifatida qatnashishi mumkin. Bu holda ishlab chiqarish funksiyalari asosan tahlil va rejalashtirish masalalarini, shuningdek, prognozlash masalalarini yechish uchun quriladi va ishlatiladi.

Makroiqtisodiy darajada esa ishlab chiqarish sistemasi sifatida hudud yoki butun mamlakat (aniqrog'i, hudud yoki mamlakatning xo'jalik sistemasi) qatnashadi. Bu holda ishlab chiqarish funksiyalari uchchala ko'rinishdagi (tahlil, rejalashtirish va prognozlash) masalalarni yechish uchun quriladi va faol ishlatiladi.

Ishlab chiqarish funksiyalari statik va dinamik ishlab chiqarish funksiyalariga bo'linadi. *Statik ishlab chiqarish funksiyalarida* vaqt o'rganilayotgan bog'lanishning asosiy tavsiflarini o'zgartiradigan omil sifatida hisobga olinmaydi. *Dinamik ishlab chiqarish funksiyalari* vaqt omilini o'z ichiga oladi: ularda vaqt natijaga ta'sir qiluvchi mustaqil o'zgaruvchi sifatida qaralishi mumkin; parametrlar va omillar vaqtning funksiyalari sifatida qaralishi mumkin.

9.4-misol. Alohida hudud yoki butun mamlakat miqyosida ishlab chiqarishni modellashtirish uchun (ya'ni makroiqtisodiy, shuningdek,

mikroiqtisodiy darajadagi masalalarni yechish uchun) $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ko‘rinishdagi ICHF ko‘p ishlatiladi, bu erda a_0, a_1, a_2 – ICHF parametrlari. Bular musbat o‘zgarimas sonlardir (ko‘pincha a_1 va a_2 lar $a_1 + a_2 = 1$ shartni qanoatlantiradi). Yuqorida keltirilgan ko‘rinishdagi ICHFni 1929-yilda iqtisodiyotda qo‘llashni taklif etgan ikki amerikalik iqtisodchilar nomlari bilan *Kobb-Duglasning ishlab chiqarish funksiyasi* (KDICHF) deb ataladi.

P.Duglas va D.Kobb statistik ma’lumotlar asosida qayta ishlash sanoatidagi ishlab chiqarilgan mahsulot va unga ta’sir etuvchi kapital va mehnat xarajatlarining bog‘lanishini aks ettiruvchi matematik modelni qurishga muvofiq bo‘lishgan. KDICHF o‘zining sodda tuzilishi tufayli turli-tuman nazariy va amaliy masalalarni yechish uchun ko‘p ishlatiladi. Adabiyotlarda ko‘pincha KDICHFning tatbiqlarida $x_1 = K$ – ishlatilayotgan asosiy kapital hajmiga, $x_2 = L$ – esa mehnat xarajatlariga teng bo‘lganda quyidagi ko‘rinishdagi KDICHF ishlatiladi,

$$Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2},$$

bu yerda $a_0 > 0, a_1, a_2 \geq 0, a_1 + a_2 = 1$.

AQSHning 1899–1922-yillardagi iqtisodiy holati bo‘yicha statistik ma’lumotlari asosida a_0, a_1, a_2 parametrlarning son qiymatlari topilib, KDICHF $Y = 1,01 K^{0,25} L^{0,75}$ ekanligi aniqlangan.

1960–1985-yillar davridagi sobiq SSSR iqtisodiyoti bo‘yicha ma’lumotlar asosida a_0, a_1, a_2 parametrlarning son qiymatlari hisoblangan va KDICHF $Y = 1,022 K^{0,5382} L^{0,4618}$ ko‘rinishga ega bo‘lgan.

Yuqoridagi parametrlar vaqt bo‘yicha qatorlar (resurslar va ishlab chiqarish hajmining yillar davomida o‘zgarishi) asosida aniqlanganligi uchun KDICHF dinamik xarakterga ega bo‘lib, uning yordamida makroiqtisodiyotni prognozlash masalasini yechish mumkin. Agar KDICHFning parametrlari T_0 vaqt davomidagi ma’lumotlar bo‘yicha baholangan bo‘lsa, prognozlash davrini $T_0 / 3$ davrgacha olish tavsiya etiladi.

9.3.2. Ishlab chiqarish funksiyalarining ko‘rinishlari va xossalari

Ishlab chiqarish funksiyalari qator xossalarga ega, bu xossalarning ba’zilar ICHFlarning hammasi uchun ham bajarilavermaydi. Bu xossalarni ikki faktorli ICHF uchun ko‘rib chiqamiz. $f(x) = f(x_1, x_2)$ ICHF $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ uchun aniqlangan.

1-xossa. Resurslarning kamida bittasi yo‘q bo‘lsa, ishlab chiqarish bo‘lmaydi:

$$f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0.$$

Masalan, ishlab chiqarishga jalb etilgan mehnat resurslarisiz mahsulot yetishtirib bo‘lmaydi.

2-xossa. Resurslardan kamida bittasining sarfi ko‘paysa, ishlab chiqarish hajmi o‘sadi:

$$x_1 \leq z_1, x_2 \leq z_2 \Rightarrow f(x_1, x_2) \leq f(z_1, z_2).$$

Mehnat resurslaridan birortasining sarfini ko‘paytirilsa mahsulot ishlab chiqarish hajmi ko‘payadi. Bunday ishlab chiqarish jarayoniga mos keluvchi ishlab chiqarish funksiyasi $f(x_1, x_2) \geq 0$ $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0, i = \overline{1, n}$ shartni qanoatlantiradi.

3-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ikkinchi resurs miqdori o‘zgaras bo‘lganda ko‘paysa, ishlab chiqarish hajmi o‘sadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0.$$

4-xossa. Resurslardan bitta (*i*-chi)sining sarfi ikkinchi resurs miqdori o‘zgaras bo‘lganda ko‘paysa, *i*-chi resursning har bir qo‘shimcha birligiga mos keluvchi ishlab chiqarish hajmi oshishining kattaligi o‘smaydi (*kamayuvchi samaradorlik qonuni*):

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \leq 0.$$

5-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ko‘payganda ikkinchi resursning limit samaradorligi oshadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0$$

6-xossa. ICHF $p > 0$ darajali bir jinsli funksiyadir:

$$f(tx_1, tx_2) = t^p \cdot f(x_1, x_2)$$

$p > 1$ da ishlab chiqarish salmog‘i $t > 1$ marta o‘sganda ishlab chiqarish hajmi t^p ($> t$) marta oshadi, ya’ni ishlab chiqarish salmog‘ining o‘sishidan uning samaradorligi ortishiga ega bo‘lamiz. $p < 1$ da ishlab chiqarish salmog‘ining o‘sishidan uning samaradorligi kamayishiga ega bo‘lamiz. $p = 1$ da ishlab chiqarishning salmog‘i o‘sganda uning samaradorligi o‘zgarmas bo‘lishiga ega bo‘lamiz.

9.3.3. Ishlab chiqarish funksiyasining o‘rtacha va limit qiymatlari

$$A_i = \frac{f(x)}{x_i}, \quad (i=1,2) \quad i\text{- resursning o‘rtacha samaradorligini}$$

anglatadi va u resurslardan foydalanish samaradorligini aniqlashda qo‘llaniladi.

Uchinchi xossadan kelib chiqqan holda $\frac{\partial f}{\partial x_i} = M_i$ ifodani yozish mumkin, ushbu miqdor i - resursning limit samaradorligi deyiladi. Limit samaradorlik x_i – resurs miqdorining o‘zgarishi boshqa resurslarning hajmi o‘zgarmaganda mahsulot ishlab chiqarish hajmining qanchaga o‘zgarishini ko‘rsatadi.

$$R_{i,j} = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\partial f(x)/\partial x_i}{\partial f(x)/\partial x_j} \quad (i=1,2),$$

ifoda resurslarni *almashtirish limit normasi* deyiladi. Bu norma ishlab chiqarish o‘zgarmagan holda i – resursni j – resurs bilan *almashtirishning limit normasini* ifodalaydi.

Masala.

$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ KDICHF uchun resurslarning o'rtacha A_1 , A_2 , va limit M_1 va M_2 samaradorliklarini toping.

Masalaning yechimi.

$$A_1 = \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = a_0 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2}; \quad A_2 = \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1};$$

$$M_1 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1 \cdot A_1; \quad M_2 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2 \cdot A_2;$$

$$\frac{M_1}{A_1} = a_1 \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; \quad \frac{M_2}{A_2} = a_2 \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2.$$

Bundan ko'rinadiki i – resursning limit samaradorligi o'rtacha samaradorligidan farq qilib, odatda

$$M_i \leq A_i, \quad (i=1,2)$$

tengsizlik barcha ishlab chiqarish funksiyalari uchun bajariladi.

I – resursning limit samaradorligini uning o'rtacha samaradorligiga nisbati ishlab chiqarish hajmini i – resurs xarajatlari bo'yicha elastikligi deyiladi va u quyidagicha yoziladi:

$$E_i = \frac{M_i}{A_i} = \frac{x_i}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \quad (i=1,2).$$

Bunda E_i i – resurs xarajatlari 1 foizga o'zgarganda (qolgan resurslar o'zgarmay qolganda) ishlab chiqarish hajmi u qancha foizga o'zgarishini ko'rsatadi.

$E_1 + E_2 = E_x$ yig'indi *ishlab chiqarish elastikligi* deyiladi.

Misol sifatida Kobb – Duglas funksiyasi uchun har bir resurs bo'yicha mehnat unumdorligini va resurslarni almashtirish limit normasini hisoblaymiz. Kobb-Duglas funsiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$y = x_1^{0,75} \cdot x_2^{0,25}.$$

Bu funksiya uchun mehnatning limit unumdorligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 0,75x_1^{-0,25}x_2^{0,25},$$

kapitalning limit unumdorligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 0,25x_1^{0,75}x_2^{-0,75}$$

bo‘ladi.

Resurslarni almashtirish limit normasi

$$\frac{\partial y / \partial x_1}{\partial y / \partial x_2} = (0,75x_1^{-0,25} \cdot x_2^{0,25}) / (0,25x_1^{0,75} \cdot x_2^{-0,75}) = 3x_1^{-1}x_2^{-1} = 3x_2 / x_1.$$

9.4. Iqtisodiyot dinamikasi modellari

9.4.1. Iqtisodiy modellar turlari

Iqtisodiyot fani va amaliyotida yechiladigan masalalar vaqt omiliga bog‘liq ravishda statik va dinamik masalalarga bo‘linadi. Statika iqtisodiy obyektlarning ma’lum bir sanaga yoki davrga tegishli bo‘lgan holatlarini ularni ifodalovchi ko‘rsatkichlarning o‘zgarishini vaqtga bog‘lamagan holda o‘rganadi.

Dinamik masalalarda o‘zgaruvchilarning vaqtga bog‘liqligidan tashqari ularning o‘zaro vaqt bo‘yicha bog‘liqliklari aks ettiriladi. Masalan, investitsiya dinamikasi ishlab chiqarish hajmining o‘zgarishini muhim omili bo‘lgan asosiy kapital hajmining dinamikasini aniqlaydi.

Iqtisodiyot dinamikasida vaqt uzluksiz yoki diskret deb qaralishi mumkin. Vaqtning uzluksiz holda olinishi modellashtirish uchun qulay, chunki unda differensial hisobi apparati va differensial tenglamalar qo‘llanadi. Vaqtning diskret holda olinishi amalda tatbiq etish uchun qulay, chunki statistik ma’lumotlar doimo diskret holda bo‘ladi va aniq vaqt birligiga tegishli bo‘ladi.

Diskret vaqt uchun chekli ayirmali tenglamalar apparati qo‘llanishi mumkin. Aytish joizki ma’lum iqtisodiyot dinamikasining ko‘p modellari uzluksiz va diskret variantlarda bo‘ladi. Ikkala holatlarda ham

o'xshash natijalar olinishi mumkin va modellarning murakkablik darajasi taxminan bir xilda bo'ladi.

9.4.2. Iqtisodiyotda dinamik muvozanat

Iqtisodiyot nazariyasida muvozanat tushunchasi muhim hisoblanadi, ya'ni obyektning shunday holatiki tashqi ta'sir bo'lmaganda uni saqlanishi tushuniladi. Iqtisodiyot dinamikasi masalasi xuddi jarayonlarni muvozanat holatiga qaytishi kabi, tashqi kuch ta'sirida o'sha holatning o'zgarish jarayonlarini tavsiflashni o'z ichiga oladi. Oddiy iqtisodiy tizimning muvozanat holatini ko'rib chiqaylik va bunday tizimning uzluksiz va diskret holatlaridagi harakatini tasvirlaymiz. Birinchi holda tizimning dinamikasi differensial tenglamalar yordamida, ikkinchi holatda esa chekli ayirmali tenglama bilan yoziladi. Differensial tenglama ko'rsatkichning (qaralayotgan tizim bitta $x(t)$ ko'rsatkich yoki shunchaki x bilan ifodalansin) o'zgarishini uning harakat tezligi x'_t yoki $\dot{x}$ bilan bog'laydi. x ko'rsatkichining o'zgarish tezligini uning muvozanat qiymati x_e dan og'ish kattaligiga proporsional deb olaylik. Boshqacha aytganda, ko'rsatkich muvozanat qiymatidan qanchalik uzoqlikka og'ishsa, u shunchalik tez unga qaytishga harakat qiladi.

Agar tenglamada x ning vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilasi ishtirok etsa va bog'lanish esa chiziqli bo'lsa, u holda bu chiziqli differensial tenglama bo'ladi.

Masalan, u quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$\frac{dx}{dt} = k(x - x_e) \quad (9.4.1)$$

bu yerda k – koefitsient.

Bu tenglamada kx_e – ozod had; ozod hadsiz $\frac{dx}{dt} = kx$ tenglama bir jinsli deyiladi va uning umumiy yechimi $x = ce^{kt}$ dan iborat.

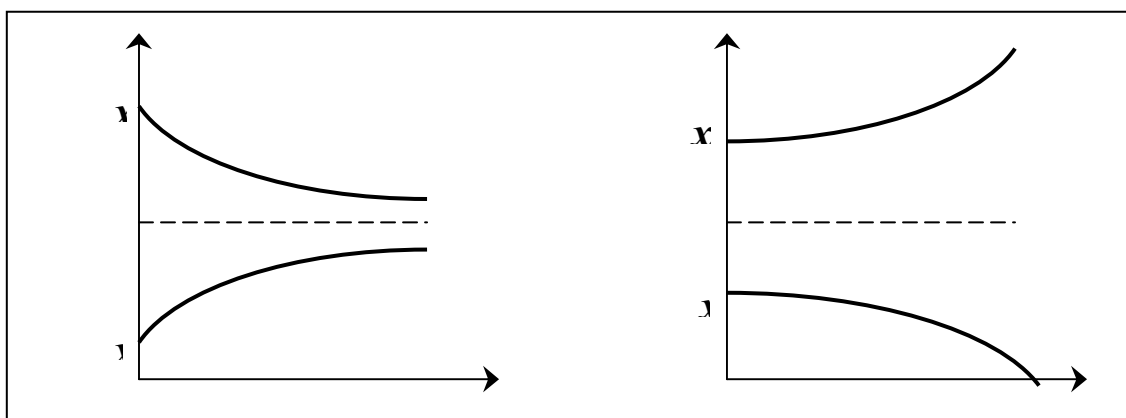
Berilgan bir jinsli bo'lmagan tenglama $x = x_e$ xususiy yechimga ega, (agar x kattalik muvozanat holatda bo'lsa) uning umumiy yechimi

ixtiyoriy xususiy yechim bilan bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi yig'indisidan iborat, ya'ni

$$x = x_e + ce^{kt} \quad (9.4.2)$$

$t = 0$ da x ning qiymati $x(0)$ bo'lishini hisobga olsak, $c = x(0) - x_e$ va $x(t) = x_e + (x(0) - x_e)e^{kt}$ hosil bo'ladi. Bu yechim berilgan (9.4.1) tenglamaning yechimini qonoatlantirishini tekshirib ko'rish mumkin.

Agar $k < 0$ bo'lsa, u holda $e^{kt} \rightarrow 0$ munosabat o'rinli va muvozanat turg'un holatda, ya'ni $x(t)$ kattalikning qiymati x_e qiymatidan og'ishganda, u yana shu qiymatni olishga intiladi. $k > 0$ bo'lganda esa $e^{kt} \rightarrow \infty$ va mos ravishda $x(t) \rightarrow \infty$ (agar boshlang'ich holat muvozanat holat bilan ustma-ust tushmasa). Tizim 9.4-a rasmda ko'rsatilganidek x_e holatga qaytadi. Uning $k > 0$ bo'lgandagi holati 9.4-b rasmda ko'rsatilgan va k koeffitsiyent $-2 < k < 0$ bo'lganda muvozanat turg'un bo'lgan holat, va $k > 0$ yoki $k < -2$ bo'lganda turg'un bo'lmagan holat yuz beradi.

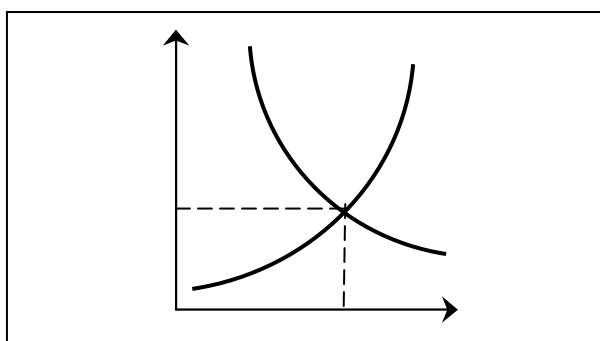


9.4.3. Muvozanatning oddiy modeli

Diskret yondashuv asosida amalga oshiriladigan makroiqtisodiyot dinamikasi modeli misolini ko'rib chiqaylik. Bunday holatda model o'ta umumlashgan bo'lib, abstrakt xarakterga ega bo'ladi. Shu bilan birga

uning yechimi aniq ko‘rinishda topilishi mumkin, ammo bundan uning parametrlari nisbatlarining xususiy holatlari uchun muhim bo‘lgan xususiyatlari kelib chiqadi. Bu modelda diskret va uzluksiz dinamik modellashtirishning sodda apparatini namoyish etish, makroiqtisodiyot dinamikasining muhim kategoriya va muammolarini tasvirlash qulay.

O‘rgimchak to‘risimon model. Bu model odatdagi talab va taklif egri chiziqlari bilan ifodalanuvchi bozordagi baho va mahsulotlarning miqdorlari turg‘unligini vaqt bo‘yicha kechikish mavjud bo‘lganda tadqiq qilish imkonini beradi. Bunday holatning tasviri 9.5-rasmda keltirilgan.



9.5-rasm. Talab va taklif egri chizig‘i

Ishlab chiqaruvchi (fermer) joriy davrda mahsulotga bo‘ladigan taklifni o‘tgan davrdagi mahsulot bahosiga asosan aniqlagan bo‘lsin, ya’ni $Q^s(t) = S_t(p_{t-1})$ taklif funksiyasida bir vaqt birligi davriga teng bo‘lgan kechikkan davr kirib keladi. Haqiqatda, ishlab chiqarish hajmi haqidagi qaror joriy bahoni hisobga olgan holda qabul qilinadi va bozorda bu qarorga mos keluvchi taklif ishlab chiqarish sikli tugagandan so‘ng yuzaga keladi.

Talab egri chizig‘i mahsulot hajmiga bo‘lgan talabni aynan shu davrdagi tovar narxiga bog‘liqligini tavsiflaydi, ya’ni $Q^D(t) = D_t(p_t)$. Shunday qilib baho dinamikasini quyidagi tenglamalar sistemasi orqali ifodalash mumkin:

$$\{Q_t^s = S_t(p_{t-1}), \quad Q_t^D = D_t(p_t), \quad Q_t^D = Q_t^s\} \quad (9.4.3)$$

yoki bitta tenglama bilan quyidagicha ifodalash mumkin:

$$D_t(p_t) = S_t(p_{t-1}). \quad (9.4.4)$$

Ushbu tenglamadan joriy davrdagi baho qiymati p_t -ni avvalgi vaqt holatida ma'lum bo'lgan p_{t-1} ning qiymati bo'yicha aniqlash mumkin.

Xususiyl hol sifatida talab va taklif funksiyalari chiziqli bo'lgan o'rgimchaksimon modelni ko'rib chiqamiz.

$$D(p) = A - Bp_t, \quad S(p) = C + Ep_{t-1}, \quad D(p) = S(p) \quad (9.4.5)$$

Bu yerda taklif funksiyasi o'suvchi bo'lgani uchun $E \geq 0$; talab funksiyasi kamayuvchi bo'lgani uchun esa $B \geq 0$; $A > C > 0$, ya'ni $D(0) > S(0) > 0$ (bahoning nol qiymatida talab taklifdan yuqori bo'ladi). Bunday tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$D(p_i) = S(p_i) \quad \text{yoki} \quad A - Bp_i = C + Ep_{i-1}$$

Avval muvozanat baho p^* va muvozanat ishlab chiqarish hajmi Q^* ni topamiz. Ular quyidagi tenglamalarni qanoatlantirishlari kerak:

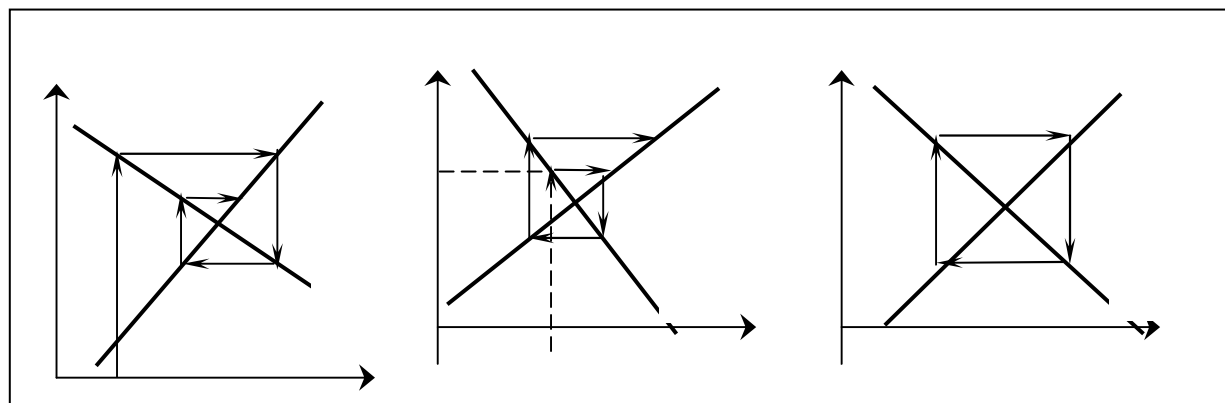
$$Q^* = A - Bp^* = C + Ep^*,$$

bundan

$$p^* = (A - C)/(B + E) \quad \text{va} \quad Q^* = (AE - BC)/(B + E) \quad (9.4.6)$$

kelib chiqadi.

Boshlang'ich nuqta muvozanat nuqta bilan ustma-ust tushmagan holatda baho va ishlab chiqarish hajmi munosabatlarini ko'rib chiqaylik. Ushbu masalani «o'rgimchak to'ri» deb nomlangan grafik usulida yechish mumkin. Avvalo muvozanat nuqtasi bilan ustma-ust tushmaydigan boshlang'ich tovar hajmi va bahosini berib, ketma-ket mos ravishda talab va taklif chiziqlarini gorizontaal va vertikal to'g'ri chiziqlar bilan birlashtirib boramiz.



Rasmdagi birinchi chizmadan ko‘rinadiki, agar taklif chizig‘i (D) talab chizig‘i (S)ga nisbatan ko‘proq og‘ishgan bo‘lsa u holda bozorda muvozanat turg‘un bo‘ladi (9.6-a rasm). Agar talab chizig‘i (S) taklif chizig‘i (D)ga nisbatan ko‘proq og‘ishgan bo‘lsa u holda bozorda muvozanat turg‘un bo‘lamaydi (9.6-b rasm). Va nihoyat talab va taklif chiziqlarining og‘ishliklari bir xil bo‘lganda bozorda baho o‘zgarmas ampletudada doimiy ravishda tebranib turadi (9.6-v rasm).

Endi modelni tahlil qilib ko‘ramiz. p_t ni p_{t-1} orqali ifodalab quyidagi rekkurent munosabatini olamiz.

$$p_t = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} p_{t-1}$$

Ushbu munosabatni ketma-ket qo‘llab quyidagilarni topamiz:

$$p_1 = \frac{A-C}{B} - \frac{E}{B} \cdot p_0; p_2 = \frac{A-C}{B} - \frac{E}{B} \cdot \left(\frac{A-C}{B} - \frac{E}{B} \right) p_0$$

Umumiy holda:

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \left(1 - \frac{E}{B} + \left(\frac{E}{B} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{E}{B} \right)^{t-1} \right) + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \cdot p_0 \quad (9.4.7)$$

Qavs ichidagi ifodalar geometrik progressiya yig‘indisini beradi.

Agar $|q| < 1$, bo‘lsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-q}$ bo‘ladi. O‘rgimchak

to‘risimon model uchun $q = -\frac{E}{B}$, $a_1 = \frac{A-C}{B}$.

Bundan ixtiyoriy t vaqtda P_t uchun quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \cdot p_0 \quad (9.4.8)$$

Ma'lumki $\frac{E}{B} < 1$, $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow 0$ va $p_t \rightarrow \frac{A-C}{E+B} = p^*$ bo'lganda, ya'ni taklif chizig'i talab chizig'iga nisbatan ko'proq og'ishgan bo'lsa, muvozanat turg'un bo'ladi. Agar $\frac{E}{B} > 1$ bo'lsa, ya'ni talab chizig'i o'ta og'ishgan bo'lsa, u holda $\left(\frac{E}{B}\right)^t \rightarrow \infty$ va jarayon muvozanat nuqtasidan uzoqlashadi (muvozanat turg'un bo'lmaydi). $\frac{E}{B}=1$ bo'lganda, ya'ni $B=E$ holatda p_t qiymati muvozanat qiymati atrofida ketma-ket takrorlanadi.

Demak, tizimning muvozanat holatda bo'lishida asosan bahoning uncha katta bo'lmagan o'zgarishga ta'sir etuvchi o'tgan davrdagi omillar muhim rol o'ynaydi.

Quyidagi masalalarning yechimlarini toping.

1-masala.

Faraz qilaylik, vaqt bo'yicha kechikish taklif funksiyasida emas talab funksiyasida qatnashsin:

$$D_t = A - Bp_t; S_t = C + Ep_{t-1}; D_t = S_t$$

Muvozanat nuqtaga intilish sharti qanday bo'ladi? Ushbu jarayonni grafik ko'rinishda tasvirlang.

2-masala.

Talab va taklif funksiyalari $D(t) = 4 - 4p(t)$, $S(t) = 8 - 4p(t-1)$ ko'rinishda bo'lsin. $p(t)$ narx uchun formulani va boshlang'ich narx $p_0 = 4$ bo'lganda ixtiyoriy t uchun talab va taklif miqdorini toping.

Yechish. Muvozanat nuqtada talab va taklifning tengligi shartidan foydalanib $4 - 4p(t) = 8 - 4p(t-1)$ tenglikni yozish mumkin. Bundan $p(t) = -1 - p(t-1)$ rekkurent tenglama kelib chiqadi. Muvozanat nuqtada

$$(9.4.6)\text{ga asosan} \quad p^* = \frac{A-C}{B+E} = \frac{4-8}{4+4} = -0,5,$$

va (9.4.8)ga asosan

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t \cdot p_0 =$$

$$= \frac{4-8}{4} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t}{1 + \frac{4}{4}} + (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t \cdot 4 = -0,5 + 4,5(-1)^t$$

rekurrent formula hosil bo‘ladi. Bundan ko‘rinadiki vaqt o‘tishi bilan narxning tebranishi muvozanat qiymatdan 4,5 birlikka teng bo‘lgan chastota bilan yuz beradi. Talab uchun formula quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$D(t) = 4 - 4p(t) = 4 - 4(-0,5 + 4,5(-1)^t) = 6 - 18(-1)^t.$$

Taklif uchun esa formula quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$S(t) = 8 - 4p(t-1) = 8 - 4(-0,5 + 4,5(-1)^{t-1}) = 6 + 18(-1)^{t-1}.$$

9.4.4. Baho muvozanatining EVANS modeli

Modelda bitta tovar bozori qaralib, vaqt omili uzluksiz deb hisoblanadi. $D(t)$, $S(t)$, $p(t)$ – mos ravishda t vaqtda tovarga talab, taklif va shu tovarning narxi bo‘lsin. Talab ham taklif ham bahoning chiziqli funksiyasi hisoblansin, ya’ni $D(p) = A - Bp$, $A, B > 0$ – talab bahoning ko‘tarilishi bilan kamayadi, $S(p) = C + Ep$, $C, E > 0$ – taklif esa bahoning ko‘tarilishi bilan ko‘payadi. Tabiiyki $A > C$, ya’ni bahoning nol qiymatida talab taklifdan yuqori bo‘ladi.

Asosiy mushohoda shundan iboratki, baho talab bilan taklifning o‘zaro nisbatlariga bog‘liq ravishda o‘zgaradi deb qaraladi:

$$\Delta p = \gamma (D - S) \Delta t,$$

bunda $\gamma > 0$, ya'ni bahoning ko'tarilishi talabning taklifga nisbatan yuqori bo'lishiga va shu jarayonning davom etish davriga proporsional. Shunday qilib quyidagi differensial tenglamani olamiz:

$$dp/dt = \gamma(D - S).$$

Bu tenglamaga talab va taklifni narxga chiziqli bog'liqligini qo'yib $p(0) = p_0$ boshlang'ich shart bilan

$$dp/dt = -\gamma((B + E)p - A + C) \quad (9.4.9)$$

chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamani hosil qilamiz.

Ushbu tenglama $p^* = (A - C)/(B + E) > 0$ (statsionar) turg'un nuqtaga ega. Ko'rinib turibdiki $p^* > p$ bo'lganda $dp/dt > 0$ va $p^* < p$ bo'lganda, $dp/dt < 0$. Bundan kelib chiqadiki

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = p^*.$$

$p_0 < p^*$ bo'lganda narx ko'tarilib p^* ga intiladi, $p_0 > p^*$ bo'lganda mahsulot bahosi pasayib p^* ga intiladi. p^* muvozanat baho bo'lganda talab va taklif teng bo'ladi:

$$D(p) = S(p) \rightarrow A - Bp = C + Ep \rightarrow p^* = (A - C)/(B + E).$$

Bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamalarni yechishning umumiy qoidasiga asosan (9.4.9) tenglamaning yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(B+E)t} + (A - C)/(B + E) \left[1 - e^{-\gamma(B+E)t} \right].$$

Bundan yana ko'rish mumkinki vaqt o'tishi bilan tovar bahosi p^* ga intiladi, ya'ni $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = p^*$ bo'ladi.

9.4.5. Iqtisodiy o'sishning bir sektorli SOLOU modeli

Iqtisodiyot doimo bir butunlikda qaralib, unda ham ishlab chiqarish, ham noishlab chiqarish sohalarida iste'mol qilinadigan yagona universal mahsulot ishlab chiqariladi.

SOLOU modelida iqtisodiyotning holati 5 ta o'zgaruvchi orqali ifodalanadi, ya'ni: Y - yakuniy mahsulot, L - mehnat resurslari hajmi, K - ishlab chiqarish fondlari, I - investitsiya, C - noishlab chiqarishdagi

iste'mol hajmi. Barcha o'zgaruvchilar o'zaro bog'liq bo'lib vaqt bo'yicha o'zgarib boradi, ya'ni ular t – vaqtning funksiyalaridir.

Vaqt uzluksiz deb faraz qilinib, K va L – ko'rsatkichlar mos ravishda ishlab chiqarish fondi va mehnat resurslarining yillik o'rtacha qiymatlari deb qaraladi. Y, C, I kattaliklarning qiymatlarini ularning yil davomida jamlangan hajmlari deb olish mumkin. Resurslari esa (ishlab chiqarish va mehnat resurslari) to'liq ishlatiladi deb faraz qilinadi.

Yillik yakuniy mahsulot har bir vaqt birligida o'rtacha yillik fondlar va mehnatning funksiyasidan iborat, ya'ni $Y = F(K, L)$. Shunday qilib $F(K, L)$ – butun iqtisodiyotning ishlab chiqarish funksiyasini ifodalaydi.

Yakuniy mahsulot noishlab chiqarishdagi iste'molga va investitsiyaga sarflansin, ya'ni $Y = C + I$. Yakuniy mahsulotning investitsiyaga sarflanadigan ulushi (ρ)ni jamg'arish me'yori deb ataladi, u holda $I = \rho Y$, $S = (1 - \rho)Y$. Jamg'arish me'yorini o'zgarmas deb qabul qilamiz:

$$\rho = \text{const}, 0 < \rho < 1.$$

Investitsiya ishga yaroqsiz holga kelgan fondlarni tiklash va ularni ko'paytirish maqsadida ishlatilsin deb olaylik. Agar fondlarni yaroqsiz holatga kelishi o'zgarmas koeffitsiyent μ ($0 < \mu < 1$) bo'yicha yuz bersa, u holda

$$K = K(t + \Delta t) - K(t) = \rho Y \Delta t - \mu K \Delta t$$

bo'ladi, shuning uchun

$$dK / dt = \rho Y - \mu K.$$

Agar mehnat resurslarining o'sishi mavjud mehnat resurslariga proporsional deb hisoblasak, ya'ni $\Delta L = \nu L \cdot \Delta t$ bo'lsa, u holda $dL / dt = \nu L$ differensial tenglama hosil bo'ladi va uni yechish natijasida $L = L_0 e^{\nu t}$ ifodani olamiz, bu yerda $L_0 = L(0)$ $t=0$ bo'lganda kuzatuv boshidagi mehnat resurslari.

Shunday qilib SOLOU modeli quyidagi tenglamalar sistemasi orqali yoziladi:

$$\left. \begin{array}{l} C = (1 - \rho)Y; \\ Y = F(K, L); \end{array} \right\} \quad (9.4.10)$$

$$L = L_0 e^{\nu \cdot t}$$

$$dK / dt = \rho Y - \mu K, K(0) = K_0.$$

$F(K, L)$ funksiyasi ishlab chiqarish funksiyasiga qo'yilgan talablarni qanoatlantiradi va chiziqli bir jinsli deb hisoblanadi, ya'ni

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L).$$

Funksiyani bir jinsligidan foydalanib va o'rtacha mehnat unumdorligini $y = Y / L$ va o'rtacha fondlar bilan qurollanganligini $k = K / L$ bilan belgilasak $y = Y / L = F(K, L) / L = F(K, L / L) = F(k, 1)$ ni hosil qilamiz.

Oxirgi funksiyani $f(k)$ deb hisoblasak $y = f(k)$ ni olamiz.

Endi k dan t bo'yicha hosilani topamiz:

$$\begin{aligned} dk / dt &= d(K / L) / dt = (K' L - K L') / L^2 = K' / L - K (L' / L^2) = \\ &= (\rho Y - \mu K) / L - K \nu / L = \rho y - (\mu + \nu) k. \end{aligned}$$

Demak:

$$dk / dt = \rho f(k) - (\mu + \nu) k, \quad k(0) = k_0 = K_0 / L_0. \quad (9.4.11)$$

(9.4.10) modelni makroko'rsatkichlari to'lig'icha (9.4.11) tenglama va $L = L_0 e^{\nu \cdot t}$ mehnat resurslari dinamikasi yordamida aniqlanadi.

(9.4.11) – tenglama boshlang'ich shartga ega bo'lgan, o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama, shuning uchun u yagona yechimga ega.

9.4.6. Bozor munosabatlarini modellashtirishning ikki sektorli modeli

Faraz qilaylik, iqtisodiyotda ikki tarmoq o'z mahsulotlarini ichki va tashqi bozor uchun ishlab chiqarish jarayonida o'zaro tovar ayriboshlash orqali munosabatda bo'lsin. Ya'ni har bir tarmoq o'z mahsulotini ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning mahsulotidan foydalanadi. Masalan, mashinasozlik va energetika sanoatlari va boshqalar. Iqtisodiyotda yuz beradigan bunday holatlarda har bir tarmoq qancha

hajmda mahsulot ishlab chiqarsa ham ichki, ham tashqi bozor talabini qondira oladi, degan masala dolzarb masala sifatida qaraladi.

Iqtisodiyotda bunday masalalarni hal etish uchun quyidagi tenglamalar sistemasidan iborat modellar qo'llaniladi:

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases} \quad (9.4.12)$$

bu yerda x_1, x_2 – mahsulotlarni ishlab chiqarish rejasi, a_{12}, a_{21}, b_1, b_2 – manfiy bo'lmagan parametrlar. a_{12} - 1 mln. so'mlik ikkinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun birinchi mahsulotning sarfi, a_{21} - 1 mln. so'mlik birinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun ikkinchi mahsulotning sarfi, b_1, b_2 - birinchi va ikkinchi mahsulotlarning tashqi bozorga chiqariladigan qismi.

(9.4.12) tenglamalar sistemasi *ikki tarmoqli ishlab chiqarish modeli* deb ataladi va u quyidagi yechimga ega:

$$x_1 = \frac{b_1 + a_{12} \cdot b_2}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}, \quad x_2 = \frac{b_2 + a_{21} \cdot b_1}{1 - a_{12} \cdot a_{21}} \quad (9.4.13)$$

Ushbu yechim modelning parametrlari $a_{12} \cdot a_{21} \neq 1$, $a_{12} < 1$, $a_{21} < 1$ shartlarni qanoatlantirgan hollarda yagona bo'ladi.

Masala. O'zaro hamkorlikda faoliyat ko'rsatuvchi ikki tarmoqda mahsulot ishlab chiqarish va ularning mahsulotlarini ichki iste'mol va tashqi bozorga taqsimlanishi masalasini ko'rib chiqaylik. Birinchi tarmoqda 1 mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning 0,3 mlrd. so'mlik mahsuloti sarflansin, ikkinchi tarmoqda 1 mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarish uchun esa birinchi tarmoqning 0,5 mlrd. so'mlik mahsuloti sarflansin. Shu bilan birga birinchi tarmoq 3 mlrd. so'mlik mahsulot, ikkinchi tarmoq esa 5 mlrd. so'mlik mahsulotni tashqi bozor uchun ishlab chiqarish rejalashtirilgan bo'lsin. Bunday rejani bajarish uchun har bir tarmoq qanchadan mahsulot ishlab chiqarishi kerak?

Masalaning yechimi.

Masalaning shartiga ko'ra $b_1=3$ mlrd. so'm, $b_2=5$ mlrd. so'm va $a_{12} = 0,5$; $a_{21} = 0,3$; $a_{12} \cdot a_{21} = 0,5 \cdot 0,3 \neq 1$. Berilgan ma'lumotlarni (9.4.12) sistemaga qo'yib, quyidagi ko'rinishdagi ikki tarmoqli ishlab chiqarish modeliga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} x_1 = 0,5x_2 + 3000000000 \\ x_2 = 0,3x_1 + 5000000000 \end{cases}$$

Ushbu model parametrlari yechimning yagonalik shartlarini qanoatlantiradi. Yagona yechim quyidagidan iborat bo'ladi:

$$x_1 = \frac{3000000000 + 0,5 \cdot 5000000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,471 \text{ mlrd.so'm ,}$$
$$x_2 = \frac{5000000000 + 0,3 \cdot 3000000000}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,941 \text{ mlrd.so'm.}$$

Demak birinchi tarmoq korxonasi 6,471 mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib, 3 mlrd. so'mlik mahsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 3,471 mlrd. so'mlik mahsulotni ichki iste'molga sarflaydi. Ikkinchi tarmoq korxonasi 6,941 mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib, 5 mlrd. so'mlik mahsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 1,941 mlrd. so'mlik mahsulotni ichki iste'mol uchun sarflaydi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-------------------|-----------------------------|
| 1. Ko'p tarmoqli. | 11.Ekvivalent. |
| 2. Balans. | 12.Limit. |
| 3. Matritsa. | 13.Kompensatsiya. |
| 4. Depressiya. | 14.Kamayuvchi samaradorlik. |
| 5. Sanoat. | 15.Kobb-Duglas. |
| 6. Tarmoqlararo. | 16.Dinamika. |
| 7. Samarador. | 17.Muvozanat. |
| 8. Vektor. | 18.O'rgimchak. |
| 9. Tanlov. | 19.Evans. |
| 10.Foydalilik. | 20.SOLOU. |

Takrorlash uchun savol va topshiriqlar

1. Har xil turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish va iste'mol qilish orqali tarmoqlar orasidagi bog'lanishlarni hisoblash masalasining qo'yilishi qanday hamda balans munosabatlari nima?

2. Tarmoqlararo balansning matematik modeli kim tomonidan va qachon bayon etilgan?

3. Tarmoqlararo balans modelini tuzishda matematikaning qanday qismlaridan foydalanilgan?

4. Tarmoqlararo balans munosabatlarining matematik ifodasi qanday ko'rinishda ifodalaniladi?

5. Bevosita(to'g'ri) xarajatlar koeffitsiyentlari qanday ifodalanadi va uning iqtisodiy ma'nosi nimadan iborat?

6. Chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasi qanday ifodalanadi?

7. Leontev modeli qanday ko'rinishda ifodalanadi?

8. Qanday matritsa samarador deb ataladi?

9. To'la xarajatlar matritsasi nima va matritsa samaradorligining qanday mezonlarini bilasiz?

10. Balans munosabatlariga kiruvchi komponentalarning hajmini oshirish uchun yalpi ishlab chiqarishlarni oshirish zarur. Buning uchun qanday hisob-kitob ishlari amalga oshiriladi?

11. Iste'mol tanlovi modeli deb nimaga aytiladi va iste'mol to'plami nima?

12. Iste'molchi tanlovining mohiyati nimada, iste'molchining foydalilik funksiyasi deb nimaga aytiladi va iste'molchi ehtiyojlarini qondirish darajasi nima?

13. Foydalilik funksiyasi qanday xossalarga ega, mahsulotning limit foydaliligi deb nimaga aytiladi?

14. Iste'mol tanlovi masalasi, budjet cheklovi, iste'molchining lokal bozor muvozanati nima?

15. Iste'mol tanlovi masalasini qaysi masala bilan almashtirish mumkin va nima uchun?

16. Iste'mol tanlovi masalasini yechish uchun Lagranj usuli qanday qo'llaniladi, talab funksiyasi deganda nima tushuniladi?

17. Tovarlar soni ixtiyoriy va maqsad funksiyasi umumiy ko'rinishda

bo'lgan iste'mol tanlovi masalasining xossalari to'g'risida nimalarni bilasiz?

18. Narxning kompensatsiyalangan o'zgarishi nima va u qaysi maqsad uchun ishlatiladi?

19. Kompensatsiya samaralari haqida nima bilasiz, qaysi shartlarda tovarlar bir-birining o'rnini bosuvchi, qaysilarida esa bir-birini to'ldiruvchi bo'ladi?

20. Iste'molchi farovonligining avvalgi darajasini ushlab turishi uchun qo'shimcha pul birligi miqdori qanday aniqlaniladi?

21. Ishlab chiqarish funksiyasi nima va undan qanday maqsadda foydalaniladi?

22. Ishlab chiqarish funksiyalarining qo'llanilish sohalari haqida nima bilasiz, statik va dinamik ishlab chiqarish funksiyalari nimani anglatadi?

23. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi haqida nima bilasiz?

24. Ishlab chiqarish funksiyalari qanday xossalarga ega?

25. O'rtacha samaradorlik deganda nimani tushunasiz va u qanday aniqlaniladi?

26. Resurslarning limit samaradorligi nima va u qanday aniqlaniladi?

27. Almashtirishning limit normasi nima va u qanday aniqlaniladi?

28. Iqtisodiyotda yechiladigan masalalar vaqt omiliga bog'liq ravishda qanday turkumlanadi?

29. Iqtisodiyotda muvozanat deganda nima tushuniladi?

30. Iqtisodiy tizimning uzluksiz holatlardagi harakati qanday tenglama bilan tasvirlanadi va uning yechimi qanday ko'rinishga ega bo'ladi hamda ularni grafik ko'rinishda tasvirlang?

31. O'rgimchak to'risimon model deganda qanday model tushuniladi va unda baho dinamikasi qanday tenglamalar sistemasi bilan ifodalanadi?

32. O'rgimchak to'risimon modelda muvozanat narx va muvozanat ishlab chiqarish hajmi qanday topiladi?

33. O'rgimchak to'risimon modelni grafik usulda tasvirlab bering?

34. Baho muvozanatining Evans modeli vaqtga nisbatan qanday xususiyatga ega?

35. SOLOU modelida iqtisodiyotning holati nechta ko'rsatkich orqali ifodalanadi va ularga qanday shartlar qo'yiladi?

36. Bozor munosabatlarini modellashtirishning ikki sektorli modeli iqtisodiyotning qanday masalalarini hal etishga qaratilgan va u qanday ifodalanadi?

37. Bozor munosabatlarini modellashtirishning ikki sektorli modelining yechimi va uning parametrlari haqida nima deya olasiz?

Mustaqil ishlash uchun masalalar

1. Jadvalda bir yil uchun sanoatning to'rtta tarmog'i orasidagi balans munosabatlari shartli pul birligida keltirilgan.

№	Tarmoqlar	Iste'mol				Yakuniy mahsulot	Yalpi ishlab chiqarish
		1	2	3	4		
1	Metallurgiya	10	12	11	13	54	100
2	Energetika	12	10	22	20	56	100
3	Mashinasozlik	15	20	10	15	20	80
4	Qishloq xo'jaligi	6	7	20	12	5	50

1) Yakuniy iste'mol, yalpi ishlab chiqarish vektorlari va xarajatlar koeffitsiyentlari matritsasi topilsin.

2) Yakuniy iste'mol mos ravishda 60, 40, 30, 30 shartli pul birligigacha ko'paytirilsa har bir sanoat mahsuloti bo'yicha yalpi ishlab chiqarish hajmi topilsin.

2. $u = 4 \ln x_1 + 10 \ln x_2$ foydalilik funksiyasi berilgan bo'lsin. Almashtirishning limit normasini toping.

3. Oilaning bir oylik budjeti 4 mln.so'm bo'lsin va bu budjetning 50 foizi gaz va elektr energiyasi to'loviga taqsimlangan. Gazning narxi 1 m³ hajm uchun 250 so'm, elektr energiyaning narxi esa 1 kvt uchun 200 so'm bo'lsin. Iste'molchi to'lov uchun ajratilgan pulni qancha hajmdagi gazga va elektr energiyasiga to'lashi mumkin?

3. $y = 2x_1^a \cdot x_2^b$ KDICHF uchun har bir resurs bo'yicha nisbatlar

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{2}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{4}; \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{2}; \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

bo'lganda mehnatning limit unumdorligi va kapitalning limit unumdorligi hamda resurslarni almashtirish limit normasini hisoblang.

4. Talab va taklif funksiyalari $D(t)=2-6 \cdot p(t)$, $S(t)=3-4 \cdot p(t)$ ko'rinishda bo'lsin. Talab va taklif funksiyalarining muvozanat nuqtalarini toping.

5. Talab va taklif funksiyalari $D(t)=5-5 \cdot p(t)$, $S(t)=6-2 \cdot p(t-1)$ ko'rinishda bo'lsin. $p(t)$ narx uchun formulani keltirib chiqaring va boshlang'ich narx $p_0=5$ bo'lganda ixtiyoriy t uchun talab va taklif miqdorini toping.

X BOB. IQTISODIY JARAYONLARNI PROGNOZLASH

10.1. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash, iqtisodiy prognozlarni tasniflanishi

Bozor iqtisodiyoti sharoitida xo‘jalik yurituvchi subyekt bo‘ladimi yoki jismoniy shaxs bo‘ladimi unda o‘zining tadbirkorlik faoliyatini prognozlash zaruriyati tug‘iladi.

Menejerlar qisqa muddatli va uzoq muddatli rejalarni tuzishda ishlab chiqarish hajmi, sotish uchun chiqariladigan mahsulot hajmi, foiz stavkalari kabi muhim ko‘rsatkichlarning qiymatlarini prognoz qilishga majburlar.

Prognoz deganda tizimni kelajakda bo‘lishi mumkin bo‘lgan holatini va shu holatni egallash uchun ketgan muddatni ilmiy asoslangan holda tasvirlash tushuniladi.

Prognozlashning maqsadi tizimning o‘tmishdagi va hozirgi holatini, o‘zgarish qonuniyatlarini o‘rganish va tahlil qilish asosida uning kelgusidagi rivojlanishini ilmiy asoslangan holda belgilab chiqish, sodir bo‘ladigan vaziyatning xarakteri va mazmunini ochib berishdan iborat.

Prognozlash hodisalar va jarayonlarning kelajakdagi mumkin bo‘lgan rivojlanish yo‘lini va natijasini belgilab beradi, ozmi-ko‘pmi uzoqroq istiqbol uchun bu hodisa va jarayonlarni xarakterlovchi ko‘rsatkichlarga baho beradi.

Prognozlar prognoz qilinayotgan obyektlarga qarab ilmiy-texnikaviy, iqtisodiy, ijtimoiy va boshqalarga bo‘linadi. Prognozlash obyektining miqyosiga qarab iqtisodiy prognozlar alohida korxona va tashkilotlar (mikrodarajada) prognozidan to mamlakat miqyosida (makrodaraja) tarmoqlar rivojlanishining prognoziga bo‘lgan yoki dunyo miqyosidagi qonuniyatlarni (global daraja) barcha darajalarini qamrab oladi.

Prognozlash davri muddatiga qarab quyidagi guruhlariga bo‘linadi:

- tezkor prognozlar – bir oygacha;
- qisqa muddatli prognozlar – bir yilgacha;
- o‘rta muddatli prognozlar – besh yilgacha;

- uzoq muddatli prognozlar – o‘n besh yildan yuqori.

Bozor iqtisodiyoti sharoitida ko‘proq tezkor va qisqa muddatli prognozlar muhim ahamiyatga ega.

Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi:

- masalaning qo‘yilishi va prognozlash uchun zarur ma’lumotlarni yig‘ish;

- yig‘ilgan ma’lumotlarni birlamchi tahlil qilish;

- prognozlashning mumkin bo‘lgan modellarni aniqlash;

- ko‘rilayotgan model parametrlarini baholash;

- tanlangan modelni o‘xshashligi(addekvatligi)ni tekshirish;

- model ko‘rsatkichlarini baholash;

- olingan prognoz natijalarini tahlil qilish.

10.2. Dinamik qatorlar va iqtisodiy ma’lumotlarga qo‘yiladigan talablar

Biz yuqorida VIII bobda vaqtli qatorlarni ekonometrik modellashtirish masalalarini o‘rganib chiqqan edik. Unda quyidagi ta’rif berilgan “Vaqtli qator – bu ma’lum bir ko‘rsatkichning bir nechta ketma-ket kelgan momentlar yoki davrlardagi qiymatlar to‘plamidir”. Ko‘rsatkichning ketma-ket kelgan momentlardagi qiymatlari bir-biridan farq qilib o‘zgarib borishi mumkin yoki o‘zgarmasdan bir xil qiymatga ega bo‘lishi mumkin. Ikkinchi holat hodisaning vaqt davomida o‘zgarmagan holatini ya’ni, statik holatda ekanligini anglatadi. Birinchi holatda, ko‘rsatkich qiymatlarini qatorda o‘zgarib borishi o‘rganilayotgan hodisaning dinamikasi haqidagi ma’lumotni beradi. Biror bir ko‘rsatkichni kuzatish natijasida olingan qiymatlarini o‘sib borish yoki kamayib borish tartibida joylashuvidan hosil bo‘lgan qatorlar dinamika qatorlari deyilishi bizga ma’lum.

Dinamik qatorlar iqtisodiy tizimda yuz beradigan jarayonlar ma’lum bir ko‘rsatkichlarining vaqtga bog‘liq holda o‘zgaruvchi qiymatlarini ketma-ket joylashuvidan hosil bo‘lgan qator shaklida namoyon bo‘ladi

Bunday qatorlarni modellashtrish yuqoridagi boblarda ko‘rilgan bo‘lsada, ushbu bobda prognozlash masalalarini yechishda qo‘llaniladigan uning asosiy tushunchalari va ko‘rsatkichlari hamda ma’lumotlarga qo‘yiladigan talablar bilan tanishamiz.

Iqtisodiy ma’lumotlarga qo‘yiladigan talablar. Prognozlashda qatorlarning yonma-yon kelgan darajalari oraliqlarini tanlash muhim ahamiyatga ega. Vaqt bo‘yicha oraliqlar o‘ta yiriklashtirib olinganda ko‘rsatkichlar dinamikasining ayrim qonuniyatlarini soddalashtirishlarga olib kelishi mumkin. O‘ta maydalashtirilganda esa hisoblash hajmi ko‘payadi, jarayon dinamikasida muhim bo‘lmagan qismlari paydo bo‘ladi. Qator darajalari o‘rtasidagi vaqt bo‘yicha oraliq har bir jarayon uchun aniq tanlanishi zarur, ammo darajalar teng oraliqlarda olinishi maqsadga muvofiq hisoblanadi.

Haqiqatda rivojlanish jarayonini dinamik qatorlar orqali ifodalashning muhim shartlaridan biri qator darajalarini taqqoslamaligini ta’minlashdan iborat. Buning uchun qator darajalari bir xil o‘lchov birliklariga keltirilishi, davrlar miqiyosida olinganda esa aynan shu davrga tegishli bo‘lishi kerak. Taqqoslamalik sharti ko‘proq narx ko‘rsatkichlari va narxlarning o‘zgarishi, hududlarning almashinishi, korxona va tashkilotlarni yiriklashtirilishi yoki butunlay yo‘q bo‘lib ketishi natijasida buzilishi mumkin.

Iqtisodiy jarayonlar dinamikasini mukammal o‘rganish uchun kuzatuv obyektlari darajasidagi ma’lumotlar to‘liq bo‘lishi, dinamik qator yetarlicha uzunlikka ega bo‘lishi, kuzatuv natijalari tushib qolmagan bo‘lishi kerak.

Dinamik qatorlar darajalarida anamal (mavhum) qiymatlar uchrashi mumkin. Bunday qiymatlar ma’lumotlarni yig‘ish, yozib olish yoki uzatishda yo‘l quyiladigan xatolar natijasida paydo bo‘lishi mumkin. Ular texnik xatolar yoki birinchi turdagi xatolar bo‘lib, ularni bartaraf etish zarur. Lekin anamal qiymatlar ham haqiqiy jarayonni ifodalashi mumkin, masalan, bozorda dollar kursining tebranishi yoki qimmatli qog‘ozlar kursining tushib ketishi va boshqalar. Bunday anamal qiymatlar ikkinchi turdagi xatoliklar bo‘lib, bartaraf etilmasdan, balki ulardan haqiqiy holatni baholashda foydalaniladi. Dinamik qatorlarda

anomal darajalarni aniqlash uchun maxsus usullardan foydalaniladi(masalan Irvin usuli)².

10.3. Iqtisodiy jarayonlar dinamikasining asosiy ko'rsatkichlari va ular yordamida prognozlash

Iqtisodiy jarayonlar dinamikasini miqdoriy baholashda mutloq qo'shimcha o'sish (kamayish), o'sish (kamayish) sur'ati va qo'shimcha o'sish (kamayish) sur'ati kabi statistik ko'rsatkichlardan foydalaniladi. Ular bazisli, zanjirli va o'rtacha ko'rsatkichlarga bo'linadi.

Bazisli, zanjirli va o'rtacha mutloq qo'shimcha o'sish, o'sish sur'ati va qo'shimcha o'sish sur'atlarini hisoblash formulalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

Ko'rsatkich nomlari	Mutloq qo'shimcha o'sish	O'sish sur'ati	Qo'shimcha o'sish sur'ati
Bazisli	$\Delta Y_t^{\delta} = Y_t - Y_{\delta}$	$T_t^{\delta} = Y_t / Y_{\delta} \cdot 100\%$	$K_t^{\delta} = T_t^{\delta} - 100\%$
Zanjirli	$\Delta Y_t^z = Y_t - Y_{t-1}$	$T_t^z = Y_t / Y_{t-1} \cdot 100\%$	$K_t^z = T_t^z - 100\%$
O'rtacha	$\Delta \bar{Y}_t = (Y_n - Y_1) / (n - 1)$	$\bar{T}_t = \sqrt[n-1]{Y_n / Y_1} \cdot 100\%$	$\bar{K} = \bar{T}_t - 100\%$

Formulalarda $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ dinamik qatorlar darajalari; n – qator uzunligi; Y_{δ} – dinamika qatorida taqqoslash bazasi sifatida olingan daraja.

Qator dinamikasini o'rtacha qo'shimcha o'sish orqali tasvirlash ikki chetki nuqtalarni birlashtiruvchi to'g'ri chiziqqa mos keladi. Bir qadam oldinga prognoz qiymatni topish uchun dinamik qatorning oxirgi darajasiga o'rtacha mutloq qiymatni qo'shimcha o'sishini qo'shish kifoya:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n + \Delta \bar{Y}_t \quad (10.3.1)$$

² М.С. Красс, Б.П. Чупринов. Математика для экономистов. Питер. Москва, 2005. 405-407 бетлар.

bu yerda Y_n – dinamik qator ko‘rsatkichining n nuqtasidagi qiymati; Y_{n+1} – ko‘rsatkichning $n+1$ – nuqtadagi prognozlangan qiymati; $\Delta \bar{Y}$ – dinamik qatorning o‘rtacha qo‘shimcha o‘sish qiymati.

Qator o‘zgarishi dinamikasini o‘rtacha qo‘shimcha o‘sish sur‘atini qo‘llab tasvirlash uning ikki chetki nuqtalaridan o‘tkazilgan va o‘zgarish dinamikasi doimiy o‘sish sur‘atiga ega jarayonlar uchun xos bo‘lgan ko‘rsatkichli yoki eksponensial egri chiziq ko‘rinishida ifodalashga mos keladi.

i – qadam oldinga prognoz qiymatini aniqlash quyidagi formula orqali amalga oshiriladi:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n \cdot \bar{O} \quad (10.3.2)$$

bu yerda $\hat{Y}_{n+1}$ – ko‘rsatkichning $n+1$ nuqtadagi prognoz qiymati, $\bar{O}$ – nisbiy qiymatlarda ifodalangan o‘rtacha o‘sish sur‘ati.

1-misol.

Quyidagi jadvalda firma xizmatchilarining oylar bo‘yicha ish haqi fondi pul birligida berilgan.

t	1	2	3	4	5
Y_t	252,0	253,0	254,2	255,3	256,5

Ish haqi fondining 6 - oyga prognoz qiymatini aniqlash uchun o‘rtacha mutloq qo‘shimcha o‘sishni qo‘llash o‘rinli ekanligini asoslang.

Yechimi:

Zanjirli mutloq qo‘shimcha o‘sish qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\Delta Y_2 = Y_2 - Y_1 = 253 - 252 = 1$$

$$\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2 = 254,2 - 253,0 = 1,2$$

$$\Delta Y_4 = Y_4 - Y_3 = 255,3 - 254,2 = 1,1$$

$$\Delta Y_5 = Y_5 - Y_4 = 256,5 - 255,3 = 1,2$$

Zanjirli mutloq qo‘shimcha o‘sish 1 dan 1,2 gacha o‘zgaradi, ularning o‘zgarishi bir xilda. Bu o‘zgarish firma ish haqi fondining oylar bo‘yicha dinamikasi chiziqli o‘zgarishga ega ekanligini ko‘rsatadi.

Shuning uchun Y_6 ning prognoz qiymatini o'rtacha mutloq qo'shima o'sish ($\Delta \hat{Y}$)ni qo'llab aniqlash o'rinli.

$$\Delta \bar{Y} = (Y_5 - Y_1) / (n - 1) = (256,5 - 252) / (5 - 1) = 1,125,$$

$$\hat{Y}_6 = Y_5 + \Delta \bar{Y} = 256,5 + 1,125 = 257,625.$$

2-misol.

Firma xodimlarining oylar bo'yicha ish haqi fondi dinamikasi 5 oy davomida taxminan o'zgarmas o'sish sur'atlarida o'zgarib borgan. 1-oyda ish haqi fondi 252,0 pul birligini, 5 – oyda esa – 256,5 pul birligini tashkil etgan. Firma xodimlarining 6-oy ish haqi fondini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlang.

Yechimi:

Misol shartiga asosan 5 oy davomida ish haqi fondi o'zgarmas o'sish sur'ati bilan o'zgarib borgan. Shuning uchun 6 – oy ish haqi fondining prognoz qiymatini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlash mumkin.

O'rtacha o'sish sur'ati quyidagidan iborat:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%,$$

$$\bar{T} = (y_5 / y_1)^{1/4} \cdot 100\% = (256,5 / 252,0)^{1/4} \cdot 100\% = 100,44\%.$$

Shunday qilib, firma xodimlarining ish haqi fondining prognoz qiymati:

$$\hat{y}_6 = y_5 \cdot \bar{T} = 256,5 \cdot 100,44\% = 257,6 \text{ pul birligiga teng.}$$

Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashda tuziladigan dinamik qatorlarida iqtisodiy ko'rsatkichlarning anamal qiymatlarini uchrashi, ko'rsatkichlarni prognoz qiymatlarining aniqligiga ta'sir ko'rsatadi. Shuning uchun dinamik qatorlar dastlabki tahlildan o'tkaziladi.

Iqtisodiy ko'rsatkichlar dinamik qatorlarini dastlabki tahlili, qator darajalarida qaralayotgan iqtisodiy tizimning haqiqiy imkoniyatlariga mos kelmaydigan anamal qiymatlarni namoyon etish hamda trend mavjudligini aniqlashdan iborat.

Dinamik qatorlarni dastlabki tahlildan o'tkazish uchun «Statistikaning umumiy nazariyasi» fanidan tanish bo'lgan usullar

qo'llaniladi, jumladan qatorlarni tekislash, sirg'aniq o'rtachalar, eksponensial tekislash va boshqalar.

10.4. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashda o'sish egri chizig'i modelini qo'llanishi

O'sish egri chizig'i modeli tavsifi. Dinamik qatorlarni tekislashning kompleks analitik usullari aniq o'sish egri chiziqlarini tanlash va ularning parametrlarini aniqlashga olib keladi. O'sish egri chizig'i deganda berilgan dinamik qatorni approksimatsiya qiluvchi (ifodalovchi) ma'lum bir funksiya tushuniladi.

O'sish egri chiziqlarini qo'llab prognozlash quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi:

- shakli dinamik qator o'zgarishiga mos keluvchi bir yoki bir nechta egri chiziqlarni tanlash;
- tanlangan egri chiziq parametrlarini baholash;
- tanlangan egri chiziqni prognoz qilinayotgan jarayonga aynan o'xshashligini tekshirish va egri chiziqni uzil-kesil tanlash;
- nuqtaviy va oraliq prognoz qiymatlarni hisoblash.

O'sish egri chiziqlari odatda uchta sinf funksiyalaridan tanlab olinadi.

Birinchi sinfga o'sishning monoton xususiyatga ega bo'lgan va o'sish chegarasi bo'lmagan jarayonlarni ifodalash uchun qo'llaniladigan egri chiziqlar kiradi.

Ikkinchi sinfga o'rganilayotgan davrda o'sish chegarasi bo'lgan egri chiziqlar kiradi. Bunday egri chiziqlar to'yingan (yoki to'lg'azilgan) deb ataladi.

Agar to'lg'azilgan egri chiziqlar egilish nuqtasiga ega bo'lsa u holda ular uchinchi sinfga tegishli bo'ladi. Ular S – shakldagi egri chiziqlar deb ataladi. Birinchi turdagi o'sish egri chiziqlariga quyidagi sinf polinomlarini keltirish mumkin:

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots \quad (10.4.1)$$

Ushbu polinomda $t = 0$ da a_0 qatorning boshlang'ich darajasi, a_1 – chiziqli qo'shimcha o'sish, a_2 – o'sish tezligi, a_3 – o'sish tezligining o'zgarishi deb ataladi.

Iqtisodiy tadqiqotlarda ko'p hollarda uchinchi tartibdan katta bo'lmagan polinomlar qo'llaniladi.

Birinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t$ grafikda to'g'ri chiziq ko'rinishida tasvirlanadi va vaqt bo'yicha bir tekisda rivojlanuvchi jarayonlarni ifodalashda foydalaniladi.

Ikkinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ grafikda parabola ko'rinishida tasvirlanadi va jarayon rivojlanishi tekis tezlanuvchan bo'lgan hollarda foydalaniladi.

Uchinchi darajali $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ polinomda qo'shimcha o'sish ishorasi bir yoki ikki marta o'zgarishi mumkin.

Polinomlar parametrlarini aniqlash eng kichik kvadratlar usulida amalga oshiriladi. To'g'ri chiziq koeffitsiyentlarini aniqlash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasi yechiladi:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 n + a_1 \sum t \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasining koeffitsiyentlari a_0 va a_1 larni Kramer formulasi bo'yicha hisoblanadi.

Koordinata boshini dinamika qatorining o'rtasiga ko'chirish yo'li bilan normal tenglamalar sistemasini soddalashtirish va ko'rsatkichlar mutloq qiymatlarini kamaytirish mumkin. Agar koordinata boshini ko'chirmasdan avval $t = 1, 2, 3, \dots$ bo'lgan bo'lsa, u holda ko'chirgandan so'ng:

- qator elementlari soni juft bo'lgan holda, $t = \dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots$
 - qator elementlari soni toq bo'lgan holda, $t = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$
- qiymatlarni olamiz.

Ushbu holatda to'g'ri chiziqning koeffitsiyentlari quyidagi ifodadan topiladi:

$$a_0 = \sum y_t / n; \quad a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum t^2. \quad (10.4.2)$$

Xuddi shu usulda ikkinchi tartibli polinom koeffitsiyentlari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum y_t / n - \sum t^2 / n \{ (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \} \\ a_1 &= \sum y_t \cdot t / \sum t^2; \\ a_2 &= (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \cdot \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \end{aligned} \quad (10.4.3)$$

3-misol.

Firmaning ishlab chiqarish bo'yicha 8 oylik ma'lumotlari asosida:

- $y_t = a_0 + a_1 t \dots$ chiziqli trendning a_0 va a_1 koeffitsiyentlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichini;

- $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ parabolik trendning a_0, a_1, a_2 koeffitsiyentlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichilarini hisoblang.

Yechimi.

Chiziqli va parabolik trendlarning koeffitsiyentlarini hisoblash uchun normal tenglamalar sistemasidan olingan ifodalardan foydalanamiz.

Kordinata boshi (t')ni ko'chiramiz va zarur bo'lgan hisoblashlarni amalga oshirib berilgan va hisoblangan ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz.

1. Chiziqli trend

N_0	t'	y_t	$(t')^2$	$y_t \cdot t'$
1	-7	3423	49	-23961
2	-5	3321	25	-16605
3	-3	3210	9	-9630
4	-1	3122	1	-3122
5	1	3034	1	3034
6	3	2940	9	8820
7	5	2845	25	14225
8	7	2739	49	19173
jami	0	24634	168	-8066

Chiziqli trend koeffitsiyentlari qiymatini (10.4.2) formulani qo‘llab hisoblaymiz.

$$\begin{cases} a_0 = \sum y_i / n = 24634 / 8 = 3079,25; \\ a_1 = \sum y_i \cdot t' / \sum (t')^2 = -8066 / 168 = -48,01. \end{cases}$$

Shunday qilib, $t=0$ da qator darajasining o‘rtacha qiymati 3079,25 ni tashkil etadi, mahsulot ishlab chiqarishning o‘rtacha oylik o‘zgarishi – 48,01 ni tashkil etadi, ya’ni o‘rtacha oylik ishlab chiqarish 48,01 ga kamayadi.

Hisoblangan koeffitsiyentlarni chiziqli trendga qo‘yib quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$\hat{y}_t = 3079,25 - 48,01 \cdot t'$$

Hosil bo‘lgan tenglamaga ko‘ra 9 – oy uchun ko‘rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\hat{y}_9 = 3079,25 - 48,01 \cdot 9 = 2647,16$$

2. Parabolik trend

t	t'	y_i	$(t')^2$	$y_i t'$	$(t')^3$	$(t')^4$	$(y_i (t'))^2$
1	-7	3423	49	-23961	-343	2401	167727
2	-5	3321	25	-16605	-125	625	83025
3	-3	3210	9	-9630	-27	81	28890
4	-1	3122	1	-3122	-1	1	3122
5	1	3034	1	3034	1	1	3034
6	3	2940	9	8820	27	81	26460
7	5	2845	25	14225	125	625	71125
8	7	2739	49	19173	343	2401	134211
Jami	0	24634	168	-8066	0	6216	517594

Parabolik trend koeffitsiyentlarini (10.4.3) formula bilan hisoblaymiz.

$$a_0 = 3077,05; \quad a_1 = -48,01; \quad a_2 = 0,105.$$

Natijada parabolik trend tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\hat{y}_t = 3077,05 - 48,01 \cdot t' + 0,105 (t')^2.$$

9-oy uchun ko‘rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng:

$$\hat{y}_t = 3077,05 - 48,01 \cdot 9 + 0,105 \cdot 9^2 = 2653,47.$$

Modellar aniqlik darajasini tavsifi. Modellar aniqligi darajasini prognozlash xatoligining qiymati bo'yicha aniqlaniladi.

Prognozning mutloq xatoligi quyidagi formula yordamida aniqlaniladi:

$$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t, \quad (10.4.4)$$

bu yerda $\hat{y}_t$ – ko'rsatkichning prognoz qiymati, y_t – haqiqiy qiymati.

Amaliyotda ko'proq prognozning nisbiy xatoligi qo'llaniladi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$\delta_t = 100 (\hat{y}_t - y_t) / y_t. \quad (10.4.5)$$

Modul bo'yicha o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklar quyidagicha aniqlaniladi:

$$|\bar{\Delta}_t| = (\sum |\hat{y}_t - y_t|) / n; \quad |\bar{\delta}_t| = (100 \sum |(\hat{y}_t - y_t) / y_t|) / n. \quad (10.4.6)$$

Agar mutloq va nisbiy xatoliklar noldan katta bo'lsa, bunday holat prognoz qiymatining oshib ketganligidan, agar u noldan kichik bo'lsa kamayib ketganligidan dalolat beradi.

4-misol.

Jadvalda yuk tashish hajmi va uning prognoz qiymati berilgan.

t	1	2	3	4	5	6	7
y_t	267	267	258	262	253	257	263
1-model bo'yicha prognoz	275	253	250	269	253	248	250
2-model bo'yicha prognoz	260	275	253	278	263	251	269

Ikki modelda hisoblangan prognoz qiymatlar uchun modul bo'yicha nisbiy xatolik va o'rtacha mutloq xatolikni toping.

Yechimi.

(10.4.4) – (10.4.6) formulalar asosida hisoblangan modul bo'yicha nisbiy xatolik va modul bo'yicha o'rtacha mutloq xatolik natijalarini jadval ko'rinishda ifodalaymiz.

t	y _t	Prognoz		Modul bo'yicha mutloq xatolik		Modul bo'yicha nisbiy xatolik	
		1-model	2-model	1-model	2-model	1-model	2-model
1	267	275	260	8	7	2,996	2,545
2	267	253	275	14	8	5,243	3,162
3	258	250	253	8	5	3,101	2,000
4	262	269	278	7	16	2,672	5,948
5	253	253	263	0	10	0,000	3,953
6	257	248	251	9	6	3,502	2,419
7	263	250	269	13	6	4,943	2,400
O'rtacha xatolik				8,43	8,29	3,208	3,204

Prognoz natijasining xatoligi o'rtacha mutloq va o'rtacha nisbiy xatolik qiymatlari bo'yicha ikkinchi modelda kichikroq bo'lgani uchun shu model haqiqatni to'la aks ettiradi deb hisoblanadi.

Asosiy tayanch iboralar

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1. Prognozlash. | 7. Anamal. |
| 2. Menejer. | 8. Mutloq o'sish. |
| 3. Tezkor. | 9. O'sish sur'ati. |
| 4. Dinamik. | 10. Bazisli. |
| 5. Mavsumiy. | 11. Zanjirli. |
| 6. Taqqoslamalik. | 12. Polinom. |

Takrorlash uchun savollar va topshiriqlar

1. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash deganda nima tushiniladi?
2. Prognozlar qanday tasniflanadi?
3. Prognozlash nechta bosqichda amalga oshiriladi?

4. Dinamik qatorlar deganda nima tushiniladi va iqtisodiy ma'lumotlarga qanday talablar qo'yiladi?

5. Iqtisodiy jarayonlar dinamikasini o'rganishda qanday ko'rsatkichlardan foydalaniladi?

6. Iqtisodiy jarayonlar dinamikasi ko'rsatkichlari yordamida prognozlash mumkinmi, mumkin bo'lsa u qanday yo'llar bilan amalga oshiriladi? Misollar keltiring.

7. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashning qanday usullarni bilasiz?

8. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashdagi o'sish egri chizig'i deganda nimani tushiniladi va nechta sinfga bo'linadi?

9. Modellarning aniqlik darajasi qanday aniqlaniladi?

10. Prognoz qiymatlarini xatoliklari qanday aniqlaniladi?

Mustaqil ishlash uchun masalalar

1. Jadvalda tuman tijorat bankida oylar bo'yicha sotilgan AQSH valutasini miqdori berilgan. (ming dollar hisobida)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	250,0	252,7	255,3	258,7	260,3	262,2	265,3	269,5	270,0	?	?	?

Jadvaldagi ma'lumotidan foydalanib, bankda 10, 11, 12 oylarda sotilishi mumkin bo'lgan dollar miqdorini aniqlang va uni hisoblash usulini asoslab bering.

2. Mamlakat hududida ishlab chiqarish hajmi 6 oy davomida o'tgan yilning o'rtacha ishlab chiqarish hajmiga nisbatan o'zgarish o'sish sur'atlarida oshib borgan. 1-oyda ishlab chiqarish hajmi 200 mlrd.so'mni, 6-oyda 275 mlrd.so'mni tashkil etgan. Hududning 3-choragining birinchi oyida ishlab chiqarish hajmining o'rtacha o'sish sur'atini aniqlang.

3. O'zingiz tanlagan firmaning ishlab chiqarish bo'yicha 10 oylik ma'lumotlari asosida $y_t = a_0 + a_1 t$ – chiziqli trendning va $y_t = a_0 + a_1/t$ – giperbolik trendning a_0 va a_1 koeffitsiyentlarini hisoblab, 11 va 12-oylar uchun prognoz ko'rsatkichini aniqlang.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
2. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.
3. Абдуллаев О.М., Ходиев Б.Ю., Ишназаров А.И. Эконометрика. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2007. – 612 с.
4. Шодиев Т.Ш. ва бошқалар. Эконометрика. –Т.: ТДИУ, 2007. – 270 б.
5. Абдуллаев О.М., Жамалов М.С. Эконометрическое моделирование. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2010. – 612 с.
6. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011.–1232 p.
7. Валентинов В.А. Эконометрика: Учебник. –М.: ИТК «Дашков и К°», 2009. – 367 с.
8. Мангус Я.Р. и др. Эконометрика. Начальный курс. –М.: Дело, 1997. -247с.
9. Кремер Н.Ш. Эконометрика: Учебник.–М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. –562с.
10. Эконометрика: Учебник/ Под редакцией И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.
11. Елисеева И.И. Эконометрика. Учебник для бакалавриата и магистратуры . Санкт-Петербург. 2017, 449 с.
12. Nasritdinov G. Ekonometrika. O'quv qo'llanma. Toshkent: "IQTISOD-MOLIYA", 2008. 252 b.
13. Habibullayev I. Iqtisodiy matematik usullar va modellar: o'quv qo'llanma / O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. -Toshkent: "Tafakkur-Bo'stoni", 2012. 112 b.
14. Xodiyev B.Yu., Shodiyev T.Sh., Berkinov B.B. Ekonometrika: O'quv qo'llanma. –Т.: IQTISODIYOT, 2018. -178 b.
15. Habibullaev I., Utanov B. Ekonometrika asoslari: O'quv qo'llanma. –Т.: IQTISOD-MOLIYA. 2018. -192 b.

ILOVALAR

STATISTIK – MATEMATIK JADVALLAR

1. Muhimlilik darajasi $\alpha = 0,05$ bo'lganda Fisher F-kriteriyasi qiymatlari jadvali

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

k_2 k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

**2. $\alpha = 0,10, 0,05, 0,01$ (ikki tomonlama) bo'lganda St'yudent
t-kriteriyasi qiymatlari**

Erkinlik darajasi soni d.f.	α			Erkinlik darajasi soni d.f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	1,9600	2,5758

3. Muhimlilik darajasi $\alpha=0,05$ va $0,01$ uchun korrelyatsiya qiymati

d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	d.f.	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4227	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,2319	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

**4. Muhimlik darajasi 5% bo'lganda Darbin-Uotson statistikasida
 d_L, d_U larning qiymatlari**

n	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0,61	1,40	-	-	-	-				
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-				
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29				
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13				
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02				
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93				
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86				
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82				
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78				
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

MUNDARIJA

KIRISH	3
I BOB. EKONOMETRIKAGA KIRISH	6
1.1. Iqtisodiyotda modellashtirish asoslari	6
1.2. Iqtisodiyotda modellar tasnifi	7
1.3. Iqtisodiyotda modellashtirish bosqichlari	10
II BOB. EKONOMETRIKA FANINING PREDMETI, VAZIFASI VA USULLARI	14
2.1. Ekonometrika fanining predmeti	14
2.2. Ekonometrik usullarning xususiyatlari	16
III BOB. EKONOMETRIK TADQIQOTLARDA JUFT REGRESSION-KORRELYATSION TAHLIL.....	20
3.1. Modellar va ularni tuzish usullari	20
3.2. Chiziqli regressiya va uning parametrlarini baholash	26
3.3. Chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblash	31
3.4. Chiziqli regressiya tenglamasining ishonchliligi va uning parametrlarini muhimligini baholash.....	32
IV BOB. CHIZIQSIZ REGRESSIYA	41
4.1. Chiziqsiz regressiya modellari	41
4.2. Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya	50
4.3. Juft regression-korrelyatsion tahlilni kompyuterda amalga oshirish tartibi.....	56
V BOB. KO‘P OMILLI EKONOMETRIK TAHLIL	74
5.1. Ko‘p omilli ekonometrik modellar va ularni tuzish usullari.....	74
5.2. Ko‘p omilli regressiya tenglamasini tuzishda omillarni saralash	75
5.3. Ko‘p omilli regressiya tenglamalarini tahlil qilish.....	80
5.4. Ko‘p omilli regressiya tenglamasining parametrlarini baholash	84
VI BOB. REGRESSIYANING XUSUSIY TENGLAMASI.....	91
6.1. Regressiyaning xususiyl tenglamasining yozilishi va elastiklikning xususiyl koeffitsiyentini aniqlash.....	91
6.2. Ko‘p omilli korrelyatsiya.....	94

6.3. Xususiy korrelyatsiya	96
6.4. Ko‘p omilli regressiya va korrelyatsiya natijalarining ishonchliligini baholash	104
6.5. Ko‘p omilli regression – korrelyatsion tahlilni kompyuterda amalga oshirish tartibi	106
VII BOB. TENGLAMALAR SISTEMASI KO‘RINISHIDAGI EKONOMETRIK MODELLAR	112
7.1. Ekonometrikada qo‘llaniladigan tenglamalar sistemasi haqida tushuncha.....	112
7.2. Modellarning tuzilmaviy va keltirilgan shakllari	116
7.3. Tenglamalar sistemasida identifikatsiyalash masalalari	120
7.4. Tuzilmaviy model parametrlarini baholash.....	127
VIII BOB. VAQTLI QATORLARDA EKONOMETRIK MODELLASHTIRISH.....	132
8.1. Bir o‘lchovli vaqtlı qatorlarnı modellashtırısh	132
8.1.1. <i>Vaqtlı qatorlarning asosiy unsurlari</i>	132
8.1.2. <i>Vaqtlı qatorlar darajalarining avtokorrelyatsiyasi va uning tarkibini aniqlash</i>	134
8.1.3. <i>Vaqtlı qatorlar tendensiyasini modellashtırısh</i>	141
8.1.4. <i>Mavsumiy va tsiklik tebranishlarni modellashtırısh</i>	146
8.2. Vaqtlı qatorlarning o‘zaro bog‘lanishlarini baholashning o‘ziga xos xususiyatlari.....	153
8.2.1. <i>Tendensiyani yo‘qotish usullari</i>	155
8.3. Vaqtlı qatorlarni kompyuter dasturlari yordamida modellashtırısh	164
IX BOB. AMALIY EKONOMETRIK MODELLAR	177
9.1. Iqtisodiyotda chiziqli modellar.....	177
9.1.1. <i>Ko‘ptarmoqli iqtisodiyotda balans munosabatlari</i>	177
9.1.2. <i>Ko‘ptarmoqli iqtisodiyot chiziqli modeli – Leontev modeli</i> ..	178
9.1.3. <i>Leontev modelining samaradorligi</i>	180
9.1.4. <i>Xarajatlar koeffitsiyentlarini hisoblash</i>	180
9.2. Iste‘mol tanlovi modellari	183
9.2.1. <i>Foydalilik funksiyasi va uning xossalari</i>	183
9.2.2. <i>Iste‘mol tanlovi masalasi, uning yechimi va xossalari</i>	187

9.2.3. <i>Tovarlarni bir-birining o'rnini bosishi.</i>	
<i>Kompensatsiya samaralari</i>	190
9.3. Ishlab chiqarish modellari	192
9.3.1. <i>Ishlab chiqarish funksiyasi haqida tushuncha</i>	192
9.3.2. <i>Ishlab chiqarish funksiyalarining ko'rinishlari va xossalari</i>	195
9.3.3. <i>Ishlab chiqarish funksiyasining o'rtacha va limit</i>	
<i>qiymatlari</i>	196
9.4. Iqtisodiyot dinamikasi modellari	198
9.4.1. <i>Iqtisodiy modellar turlari</i>	198
9.4.2. <i>Iqtisodiyotda dinamik muvozanat</i>	199
9.4.3. <i>Muvozanatning oddiy modeli</i>	200
9.4.4. <i>Baho muvozanatining EVANS modeli</i>	205
9.4.5. <i>Iqtisodiy o'sishning bir sektorli SOLOU modeli</i>	206
9.4.6. <i>Bozor munosabatlarini modellashtirishning</i>	
<i>ikki sektorli modeli</i>	208
X BOB. IQTISODIY JARAYONLARNI PROGNOZLASH.....	215
10.1. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash, iqtisodiy prognozlarni	
tasniflanishi	215
10.2. Dinamik qatorlar va iqtisodiy ma'lumotlarga qo'yiladigan	
talablar	216
10.3. Iqtisodiy jarayonlar dinamikasining asosiy ko'rsatkichlari va	
ular yordamida prognozlash	218
10.4. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashda o'sish egri chizig'i	
modelini qo'llanishi	221
Adabiyotlar ro'yxati	227
Ilovalar	228

QAYDLAR UCHUN

QAYDLAR UCHUN

Ibrohim Habibullayev

EKONOMETRIKA

Darslik

Muharrir **N. Rustamova**

Badiiy muharrir **K. Boyxo‘jayev**

Kompyuterda sahifalovchi **B. Muxtorov**

Nashr list. AI¹ 305. Bosishga ruxsat etildi 24.12.2020.
Qog‘oz bichimi 60x84 ¹/₁₆. Shartli bosma tabog‘i 13,8.
Hisob-nashr tabog‘i 14,4. Adadi 100.
13-buyurtma.

„IQTISOD-MOLIYA“ nashriyotida tayyorlandi.
100000, Toshkent, Amir Temur ko‘chasi, 60^A.

„HUMOYUNBEK ISTIQLOL MO‘JIZASI“ MChJ
bosmaxonasida chop etildi.
100000, Toshkent, Amir Temur ko‘chasi, 60^A.