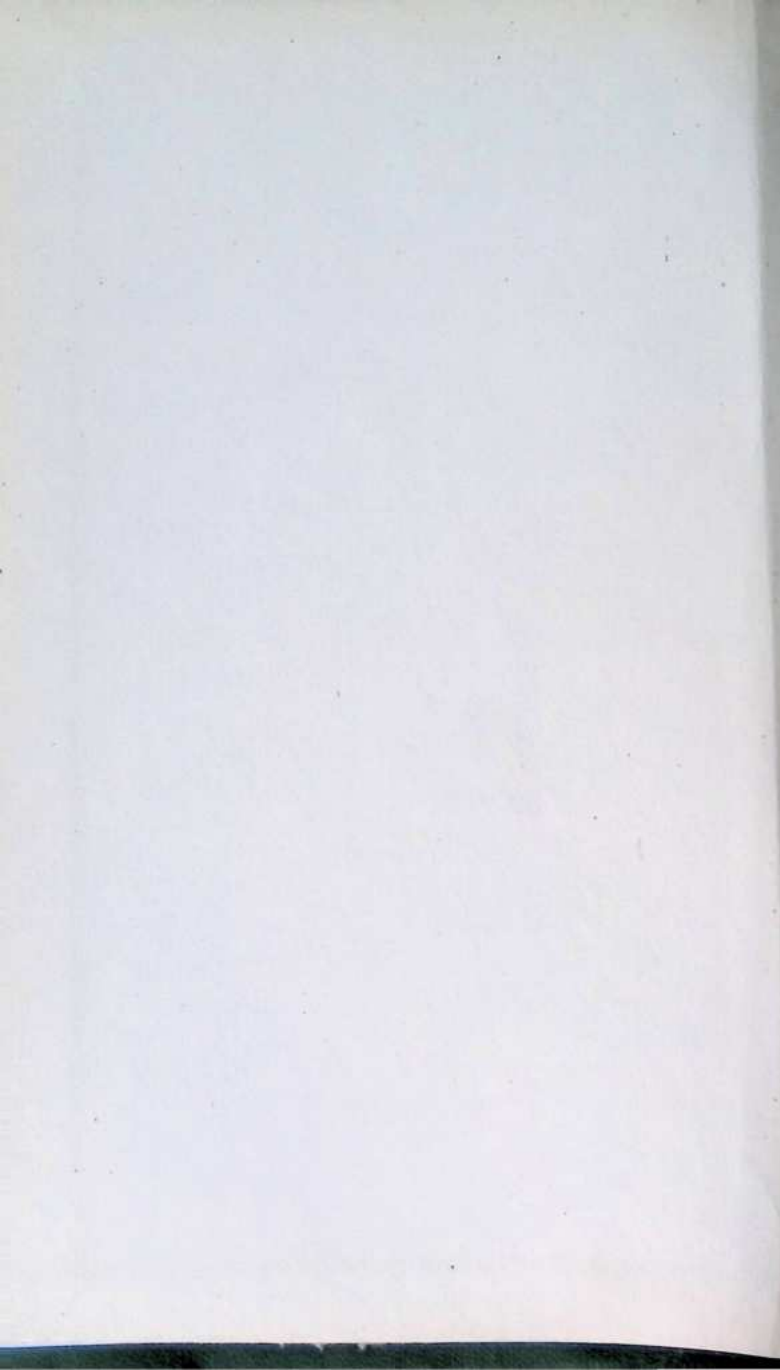




И. И. МАРТЫНЕНКО
В. И. ОАРКИОЯН

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА
В ИНЖЕНЕРНЫХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ
РАСЧЕТАХ**



УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШИХ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

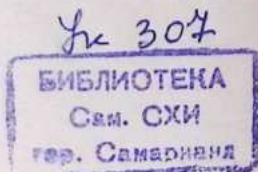
681.3
М-294

И. И. МАРТЫНЕНКО
В. И. САРКИСЯН

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА В ИНЖЕНЕРНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Главным управлением высшего и среднего сельскохозяйственного образования Министерства сельского хозяйства СССР в качестве учебного пособия для студентов высших сельскохозяйственных учебных заведений по специальностям 1509 — «Механизация сельского хозяйства», 1510 — «Электрификация сельского хозяйства», 1515 — «Автоматизация сельскохозяйственного производства».



МОСКВА «КОЛОС» 1980

ББК 40.7

М29

УДК 63 : 681.3(075.8)

Мартыненко И. И., Саркисян В. И.

М 29 Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Колос, 1980. — 287 с., ил. — (Учебники и учеб. пособия для высш. с.-х. учеб. заведений).

Учебное пособие предназначено для студентов факультетов электрификации, механизации сельского хозяйства и автоматизации сельскохозяйственного производства.

Особое внимание в книге уделено аналоговым и цифровым вычислительным машинам, а также методике подготовки и решения типовых инженерных задач на этих машинах.

М $\frac{40201-103}{035(01)-80}$ 20-80. 3802040000

ББК 40.7

631.3

© Издательство «Колос», 1975
© Издательство «Колос», 1980 с изменениями

ВВЕДЕНИЕ

Решениями ~~ЦК КПСС~~ намечено увеличение в десятой пятилетке среднегодового объема производства продукции сельского хозяйства по сравнению с предыдущим пятилетием на 14—17%. Предусматривается всемерное повышение эффективности земледелия и животноводства на основе технического перевооружения сельского хозяйства путем внедрения новой техники, поточно-индустриальных методов производства и прогрессивной технологии.

На июльском (1978 г.) Пленуме ЦК КПСС был поставлен ряд вопросов по ускорению роста энерговооруженности, повышению уровня комплексной механизации и автоматизации сельскохозяйственных работ. Существенно увеличивается потребление электроэнергии на селе, прежде всего для производственных нужд. Значительно возрастают поставки сельскому хозяйству тракторов, грузовых автомобилей, зерноуборочных комбайнов, средств механизации работ в производстве и другой сельскохозяйственной техники.

В связи с дальнейшим ростом технической вооруженности сельского хозяйства возникают все более сложные инженерные и технико-экономические задачи, решение которых немыслимо без широкого использования вычислительной техники и экономико-математических методов.

Современная вычислительная техника располагает различными техническими средствами и практически неограниченными возможностями при выполнении вычислений и логической обработке информации. Вычислительная техника помогает инженеру не только в решении трудоемких технических и экономических задач, но и в выборе оптимальных вариантов проектов, рациона-

нальной структуры устройств и систем, в разработке методов эффективного использования машинно-тракторного парка в колхозах и совхозах, комплексов машин для механизации и электрификации процессов сельскохозяйственного производства.

До появления и широкого внедрения в народное хозяйство разнообразной вычислительной техники всякого рода расчетные методы при проектировании, конструировании и эксплуатации техники в целях сокращения объемов вычислительных работ основывались на приближенных, упрощенных схемах и приемах. Вследствие этого результаты расчетов были пригодны лишь для ориентировочных предварительных оценок изучаемых объектов, процессов и систем. Окончательные результаты, приемлемые для использования при разработке новых систем и устройств, получались лишь путем длительного и дорогостоящего экспериментирования.

Современная быстродействующая вычислительная техника может достаточно полно учитывать большинство факторов, существенно влияющих на протекание исследуемых процессов. Это положение коренным образом изменяет возможности аналитических методов исследования. Точность результатов аналитических методов теперь в большей степени зависит от точности задания исходных данных.

Наряду с вычислительными функциями вычислительную технику и особенно электронные вычислительные машины непрерывного и дискретного действия широко используют при моделировании. Моделирование применяют при исследовании сложных технических систем и процессов, а также при решении многих технико-экономических задач. Оно становится наиболее общим методом научных исследований.

Сущность этого метода заключается в том, что рассматриваемая система или отдельные ее элементы заменяют моделью, которая в той или иной степени воспроизводит свойства изучаемой реальной системы (оригинала, натуры) или отдельных ее частей.

Различают физическое и математическое моделирование.

Физическое моделирование основывается на изучении явлений при помощи моделей, в той или иной степени сохраняющих физическую природу изучаемых явлений (замена элементов крупной энергоси-

стемы машинами и аппаратами малой мощности, замена линии электропередачи соответствующими электрическими сопротивлениями и т. п.). Достоинствами физического моделирования являются наглядность, возможность изучения физической сущности явления, возможность изучения явлений, трудно поддающихся аналитическим описаниям, и др.

Недостатки физического моделирования заключаются в необходимости каждый раз переделывать модель при исследовании влияния изменения параметров оригинала и в относительно высокой стоимости физических моделей сложных объектов.

Математическое моделирование основано на аналогичности (идентичности) уравнений, описывающих явления в реальной системе и в модели. Поэтому математические модели представляют собой устройства, воспроизводящие исследуемые процессы и явления на основе описывающих их математических зависимостей. В отличие от физических моделей математические модели могут быть иной физической природы с моделируемым объектом.

Возможность установления связи между разными физическими явлениями базируется на основных положениях диалектического материализма. В книге «Материализм и эмпириокритицизм» В. И. Ленин писал: «Единство природы обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений»*.

Аналогичность математического описания процессов, различных по своей физической природе, положена в основу методов математического моделирования.

Для примера рассмотрим поведение двух различных систем (механической и электрической), находящихся под воздействием внешних возмущений. В первом случае (рис. 1, а) на массу m , подвешенную на пружине с

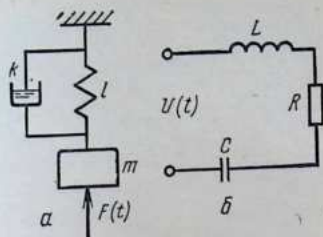


Рис. 1. Механическая (а) и электрическая (б) системы, описываемые одинаковыми по виду уравнениями.

* Ленин В. И. Полн. собр. соч. Изд. 5-е, т. 18, с. 306.

податливостью l , действует внешняя механическая сила $F(t)$.

Для гашения возникающих при этом колебаний служит демпфер с коэффициентом затухания k . Во втором случае (рис. 1, б) на входе электрической цепи, представляющей последовательный колебательный контур, действует напряжение источника э. д. с., изменяющееся во времени по закону $U(t)$.

Поведение этих систем описывается дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + \frac{1}{l} x = F(t),$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = U(t),$$

где x — смещение массы относительно положения равновесия;

q — электрический заряд конденсатора;

R — активное сопротивление цепи;

C — емкость конденсатора;

L — индуктивность катушки.

Из этого примера видно, что две системы различной физической природы описываются одинаковыми по виду математическими уравнениями. Следовательно, соответствующие физические величины обеих систем изменяются во времени по одному и тому же закону, который является результатом решения приведенных уравнений. Здесь механической силе $F(t)$ соответствует напряжение $U(t)$, изменению перемещения x — изменению заряда q на конденсаторе, скорости перемещения $\frac{dx}{dt}$ — сила тока

в цепи $I = \frac{dq}{dt}$. Из сопоставления постоянных коэффициентов обоих уравнений можно выяснить аналогию между массой и индуктивностью, затуханием и сопротивлением, упругостью пружины и емкостью конденсатора.

Таким образом, процесс изменения заряда на конденсаторе будет протекать во времени аналогично процессу движения массы в механической системе. Поэтому одну из рассмотренных систем можно использовать в качестве модели другой системы.

Метод математического моделирования более универсален, чем метод физического моделирования. Он позволяет при помощи одного моделирующего устройства решать целый класс задач, обеспечивает большую скорость решения и быстрый переход к новой задаче, дает возможность без особых затруднений вводить разного рода внешние воздействия на систему. Исходным материалом для такого моделирования служит математическое описание изучаемых процессов. В качестве моделирующих устройств в настоящее время применяют три категории математических машин: аналоговые вычислительные машины (АВМ), цифровые вычислительные машины (ЦВМ) и аналого-цифровые вычислительные комплексы (АЦВК).

Каждая категория математических машин имеет свои достоинства и недостатки, свою область целесообразного применения и круг задач, для решения которых она наиболее пригодна.

Аналоговые вычислительные машины целесообразно применять для изучения процессов, описываемых дифференциальными уравнениями. С помощью этих машин, например, успешно изучают сложные динамические процессы в механических, электрических, теплотехнических, гидравлических и других системах.

Большое применение АВМ находят при исследовании динамики систем автоматического регулирования на разных этапах их проектирования, они оказываются незаменимыми при изучении влияния изменения отдельных параметров автоматической системы на ее устойчивость, при поисках оптимальных параметров и режимов регулирования, при исследовании устойчивости нескольких регулируемых объектов и т. п.

АВМ обладают преимуществами перед электронными цифровыми вычислительными машинами. Они более просты в использовании и подготовке данных, работа на этих машинах доступна персоналу менее высокой квалификации, подготовка задачи на АВМ занимает меньше времени. Опыт показывает, что инженер или техник, знакомый с основами электроники и владеющий основами высшей математики, в короткий срок осваивает технику работы на АВМ.

Достоинством АВМ является также возможность их совместной работы с реальной аппаратурой в процессе

моделирования, высокое быстродействие, невысокая стоимость машин.

Однако точность результата моделирования на АВМ относительно невелика, поэтому их применяют при решении задач, допускающих погрешности порядка нескольких процентов. Это, например, имеет место при решении теплоэнергетических задач, задач по динамике сельскохозяйственных машин и агрегатов, при исследовании систем автоматического управления, когда исходные данные и параметры процессов задаются с погрешностью в 10—20%. В этих случаях погрешность АВМ, достигающая 1—5%, не может существенно отразиться на точности результатов исследования.

Цифровые вычислительные машины — устройства дискретного действия — представляют собой более универсальные по сравнению с АВМ математические моделирующие устройства, способные решать широкий круг инженерных и экономических задач. ЦВМ с огромной скоростью (сотни тысяч операций в секунду) осуществляют арифметические и логические действия над последовательностями чисел, представленными в решаемой задаче. Поэтому ЦВМ особенно эффективны при решении громоздких задач с большим объемом вычислений. Их широко применяют при моделировании и исследовании технико-экономических проблем: рационального размещения источников электроснабжения предприятий по ремонту сельскохозяйственной техники, рационального комплектования машинно-тракторного парка, обеспечения кормами животноводческих комплексов на промышленной основе, утилизации навоза и прочих отходов крупных животноводческих ферм и комплексов, других технологических и экономико-математических проблем.

ЦВМ принципиально имеют практически неограниченную точность, которая зависит от количества разрядов в счетчиках и регистрах машины.

Однако цифровые вычислительные машины значительно сложнее аналоговых, подготовка задачи для решения на ЦВМ — довольно трудоемкий и длительный процесс, требующий специального обучения. Недостатком цифровых машин является потеря контакта между исследователем и решаемой задачей в процессе решения, потеря физического смысла исследуемых явлений. Дифференциальные уравнения, которые успешно реша-

ют на АВМ, на ЦВМ решать не совсем удобно, так как для этого нужно дискретизировать задачу методами численного анализа. При этом теряются основные преимущества ЦВМ — быстродействие и высокая точность. И на решение подобных задач на ЦВМ затрачивается намного больше времени, чем при решении на АВМ, особенно с учетом времени, потребного для программирования задачи.

АЦВК состоят из устройств аналогового и дискретного действия. Они сочетают в себе достоинства как аналоговых, так и цифровых вычислительных машин, и поэтому их уже сейчас успешно применяют при решении многих задач.

Электронные вычислительные машины имеют еще одну очень важную сферу применения — в системах управления технологическими процессами производства и производством в целом при создании автоматизированных систем управления производством (АСУП) и автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП). Автоматизированные системы управления осуществляют сбор, хранение, передачу и переработку технической и экономической информации, отражающей состояние (режим работы) управляемых объектов. Информацию, выработанную системой, используют для оперативного воздействия на объект с целью получения нужного эффекта (стабилизации режима, оптимизации процессов и т. п.).

Данная книга является учебным пособием для студентов инженерных факультетов сельскохозяйственных вузов.

Последовательность изложения материала в учебном пособии согласуется с программой.

В первой главе изложены вопросы назначения АВМ и даны общие принципы их построения, а также описаны основные математические операции, выполняемые АВМ, включая типичные нелинейные зависимости.

Во второй и третьей главах описываются подготовительные операции и методы решения задач на АВМ.

В четвертой главе даны общие принципы работы ЭВМ, описываются математические и логические операции, выполняемые ЭВМ, основные устройства и принципы их работы.

Пятая глава знакомит читателя с основными принципами построения электронных клавишных вычисли-

тельных машин (ЭКВМ), наиболее распространенными в нашей стране ЭКВМ. В ней также рассмотрены примеры выполнения арифметических действий на этих машинах.

Основы программирования на ЭВМ изложены в шестой главе. В ней рассмотрены вопросы методики подготовки и решения задач на ЭВМ, даны способы описания алгоритмов решаемых задач. Кратко освещены вопросы программирования задач в символических процессах, использования стандартных подпрограмм (СП), а также вопросы автоматизации программирования. В седьмой главе описан один из наиболее рассматриваемых алгоритмических языков для решения инженерных задач — ФОРТРАН.

В восьмой главе изложены методы решения экономических и производственно-технических задач для ЭВМ, а также приведены экономико-математические модели наиболее распространенных задач сельскохозяйственного производства.

Курс «Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах» носит характер технико-теоретической дисциплины. Овладеть им можно только при условии одновременного выполнения лабораторных работ и знании некоторых разделов математики (линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления и т. д.).

Студентам инженерных специальностей сельскохозяйственных вузов данный курс поможет разобраться во многих задачах, связанных с автоматизацией производства, стоящих перед сельским хозяйством. Он также будет полезен для тех студентов, которые имеют склонность к научно-исследовательской работе.

Материал в учебном пособии представлен так, что может быть успешно усвоен при различном количестве часов, отводимых на изучение курса в учебных планах для разных сельскохозяйственных инженерных специальностей.

Авторы выражают признательность — д-ру техн. наук проф. В. Т. Сергованцеву, а также преподавателям Е. М. Шукайло, А. Е. Попову, М. З. Швиденко за большой труд по рецензированию рукописи и ценные советы по улучшению содержания и компоновки материала учебного пособия.

Раздел первый

АНАЛОГОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ (АВМ)

Глава I

УСТРОЙСТВО И НАЗНАЧЕНИЕ



§ 1. Назначение и блок-схема

Аналоговыми вычислительными машинами (АВМ) называют такие машины, которые оперируют величинами, являющимися аналогами величин, заданных в исследуемой задаче. Эти аналоговые величины в машине изменяются по тому же закону, что и исходные переменные величины, поэтому переменные исследуемой задачи можно заменить соответствующими значениями в машине, называемыми машинными переменными.

Принцип построения АВМ заключается в том, что из совокупности отдельных аналоговых вычислительных блоков, каждый из которых реализует отдельную математическую зависимость, набирают схему, переходные процессы в которой описываются уравнениями, аналогичными исследуемым уравнениям.

АВМ оперирует с непрерывно изменяющимися величинами. Машины используют для решения систем линейных дифференциальных уравнений, систем нелинейных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений.

Для решения этих уравнений нужно выполнить ряд простейших математических операций: алгебраическое суммирование, интегрирование, дифференцирование, умножение, деление, функциональные преобразования. Для реализации отдельной математической операции машина должна иметь элементарные вычислительные блоки, каждый из которых настроен на решение определенной простейшей математической операции. По виду операции, выполняемой отдельным вычислительным блоком, их подразделяют на линейные и нелинейные.

К линейным аналоговым вычислительным блокам относят: суммирующие, масштабные, интегрирующие.

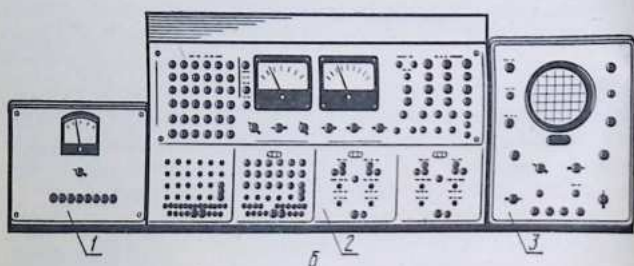
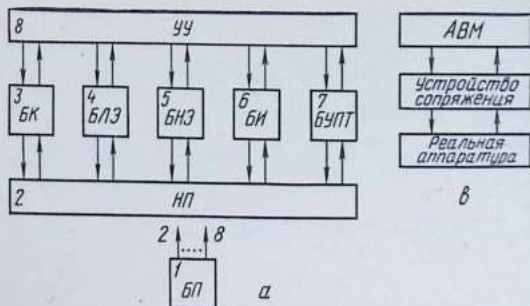


Рис. 2. АВМ МН-7:

а — блок-схема; б — внешний вид; 1 — блок питания; 2 — основной решающий блок; 3 — осциллограф; а — схема связи с реальной аппаратурой.

К нелинейным — блоки умножения, блоки деления и функциональные преобразователи.

Для решения исследуемой задачи АВМ должна иметь достаточное число элементарных вычислительных блоков.

Структурная схема АВМ состоит из следующих блоков (см. рис. 2, а): БП — блок питания; НП — наборное поле; БК — блок постоянных и переменных коэффициентов; БЛЭ — блок линейных элементов; БНЭ — блок нелинейных элементов; БИ — блок индикации; БУПТ — блок усилителей постоянного тока; УУ — устройство управления.

Элементарные блоки соединены на наборном поле (НП) машины при помощи шнуровой коммутации. На наборном поле выведены все входы и выходы элементарных блоков, и это позволяет без особых затруднений

вносить изменения в структурную схему задачи, набранной на АВМ.

Блок постоянных и переменных коэффициентов (БК) дает возможность набирать на АВМ члены уравнения, имеющие постоянные коэффициенты, а также переменные коэффициенты, зависящие от времени или произвольного аргумента.

Блок нелинейных элементов (БНЭ) используют для воспроизведения типовых нелинейных зависимостей или заданной нелинейной зависимости. Кроме того, они позволяют также воспроизводить операции умножения и деления, которые имеют сравнительно невысокую точность и считаются малоэффективными при решении задач на АВМ.

Усилители постоянного тока — основные элементы АВМ — сведены в блок усилителей постоянного тока (БУПТ). Этот блок совместно с блоком нелинейных элементов (БЛЭ) выполняет операции суммирования, интегрирования, дифференцирования, инвертирования и т. д.

Устройство управления (УУ) предназначено для синхронизации работы всех блоков АВМ в процессе решения задачи. Оно вырабатывает команды для управления работой АВМ в режимах ввода начальных условий интегрирования, фиксации решения, возврата машины в исходное положение, контроля работы АВМ. Блок индикации (БИ) используется для отображения и фиксации процесса решения. К регистрирующим устройствам АВМ относят стрелочные, цифровые и печатающие вольтметры, электронные и шлейфовые осциллографы, самопишущие приборы.

Блок питания (БП) служит для электропитания всех блоков АВМ. Внешний вид АВМ МН-7 приведен на рисунке 2, б.

В заключение следует сказать несколько слов о методе моделирования с использованием реальной аппаратуры (рис. 2, в), который позволяет сочетать достоинства математического и физического моделирования.

Метод моделирования с использованием реальной аппаратуры (РА) нашел применение при исследовании систем автоматического регулирования и управления, сложных механических систем и т. д.

При использовании данного метода модель объекта регулирования, набранная на АВМ, соединяется с

реальной аппаратурой при помощи устройства сопряжения (УС). Использование УС необходимо, так как переменные с реальной аппаратурой могут носить разный характер (перемещение, угол поворота, скорость перемещения, давление и т. д.), а АВМ решает задачу и выдает управляющие воздействия на реальную аппаратуру (РА) в напряжениях. Поэтому возникает проблема перевода переменных реальной аппаратуры в электрические сигналы, «понятные» АВМ, и наоборот, тем самым замыкая систему АВМ — РА. Применение метода с использованием РА позволяет приблизиться к реальным условиям больше, чем математическое моделирование на АВМ.

§ 2. Операционный усилитель

Известно, что элементарные линейные операции могут быть успешно реализованы при помощи пассивных электрических цепей.

Однако данные схемы имеют существенные недостатки, а именно: влияние нагрузки, трудности согласования схем друг с другом и т. д. Поэтому в современных АВМ используют не пассивные цепи, а усилители постоянного тока (УПТ) с большим коэффициентом усиления $k_y \approx 10^6$ и малым дрейфом выходной величины (рис. 3).

В настоящее время УПТ выпускают на электронных лампах, полупроводниковых приборах и интегральных микросхемах.

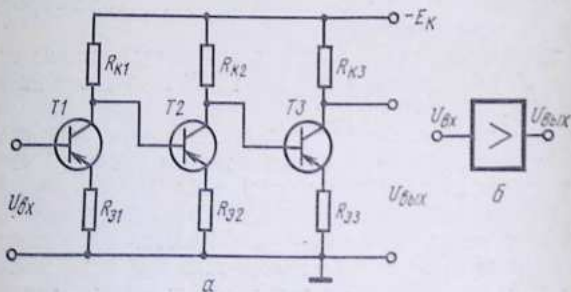


Рис. 3. Усилитель постоянного тока, выполненный на транзисторах:

α — упрощенная принципиальная схема; β — условное обозначение.

Связь между соседними каскадами схемы, приведенной на рисунке 3, осуществляется соединением коллектора предыдущего каскада с базой последующего.

Сопротивление резисторов на данной схеме выбирают из расчета равенства нулю напряжения на выходе схемы $U_{\text{вых}}=0$ при нулевом потенциале $U_q=0$ на базе первого триода.

Учитывая, что каждый каскад УПТ инвертирует знак входного сигнала, а каскадов обычно берется нечетное число (как правило, три), то для этой схемы можно записать:

$$U_{\text{вых}} = -k_y U_q; \quad (1)$$

$$U_q = -\frac{U_{\text{вых}}}{k_y}. \quad (2)$$

Ввиду того что коэффициенты усиления УПТ имеют величины от нескольких десятков тысяч до нескольких миллионов (в машине МН-7 на частоте 50 Гц $k_y \geq 50\,000$), можно принять, что потенциал точки q будет близок к нулю [см. формулу (2)].

Использовать схему (рис. 3) для выполнения арифметических операций невозможно из-за нестабильности коэффициента усиления УПТ [4]. Поэтому для стабилизации коэффициента усиления УПТ используют отрицательную обратную связь. Под обратной связью понимают передачу части выходного напряжения усилителя на его вход.

Если напряжения на входе и выходе усилителя имеют разные знаки, то такую обратную связь называют отрицательной. Поэтому для создания отрицательной обратной связи удобно использовать усилитель, имеющий нечетное число каскадов, отрицательная обратная связь в котором осуществляется путем подачи части $U_{\text{вых}}$ непосредственно на вход усилителя.

Для практического осуществления отрицательной обратной связи используют цепь, состоящую из сопротивлений, подключаемых к УПТ, как показано на рисунке 4. В общем случае величины Z_0 и Z_1 могут быть комплексными, как было указано выше, потенциал точки q имеет малую величину ($U_q \rightarrow 0$) при любом сочетании Z_0 и Z_1 и характер выходного напряжения будет полностью определяться отношением сопротивлений Z_0 и

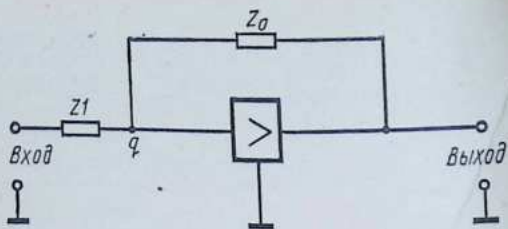


Рис. 4. Структурная схема операционного блока (ОБ).

Z_1 , включаемых в цепь обратной связи и во входную цепь.

УПТ с большим k_u , охваченный обратной отрицательной связью, обеспечивающей выполнение математических операций, называется операционным усилителем (ОУ) или операционным блоком (ОБ). Коэффициент усиления операционного усилителя (ОУ) называется передаточным коэффициентом или коэффициентом передачи.

Во всех решающих блоках, входящих в состав АВМ, важным вопросом является выбор напряжения питания. Обычно применяется либо постоянное, либо переменное напряжение.

В схемах на постоянном токе возникают погрешности, вызванные колебаниями напряжения источников питания.

В устройствах, работающих на переменном токе, погрешности выходных величин возникают из-за амплитуды, частоты источника питания. Кроме того, возникают фазовые погрешности (непостоянство угла между векторами напряжения и тока). Это довольно сложная техническая проблема. В настоящее время для выполнения операций суммирования, умножения скалярных величин и дифференцирования используют устройства, работающие на постоянном токе.

Для получения тригонометрических функций и выполнения операций над комплексными и векторными величинами используют устройства, работающие на переменном токе.

В зависимости от комбинаций Z_0 и Z_1 возможны следующие режимы работы ОБ.

А. Режим масштабирования (рис. 5, а)

$$Z_1 = R_1; \quad Z_0 = R_0.$$

При подаче напряжения на вход ОБ появляется ток i_1 во входной цепи и потенциал U_q изменяется на малую величину. На выходе ОБ благодаря большому k_y и нечетному числу каскадов ОБ появляется напряжение $U_{\text{вых}}$ обратного знака такой величины, при которой обеспечивается состояние равновесия, наступающее при равенстве токов, притекающих в точку q и вытекающих из нее (см. рис. 5, а). Величина базового тока мала, и ее можно не учитывать, т. е. для точки q , согласно первому закону Кирхгофа, можно написать

$$i_1 = i_0, \quad (3)$$

где i_1 — ток, протекающий по сопротивлению R_1 ;
 i_0 — ток, протекающий по сопротивлению R_0 .
 Согласно закону Кирхгофа, можно записать:

$$i_1 = \frac{U_{\text{вх}} - U_q}{R_1}; \quad i_0 = \frac{U_q - U_{\text{вых}}}{R_0}. \quad (4)$$

Учитывая, что $U_q \approx 0$, получим:

$$\frac{U_{\text{вх}}}{R_1} = - \frac{U_{\text{вых}}}{R_0} \quad (5)$$

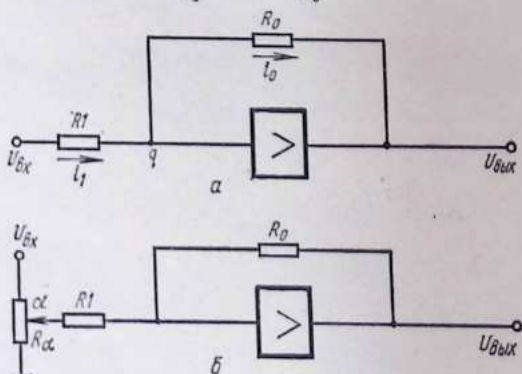


Рис. 5 Структурная схема ОБ в режиме инвертирования:

а — простая схема; б — с потенциометром на входе.

откуда

$$U_{\text{вых}} = -\frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх}} = -k_1 U_{\text{вх}}, \quad (6)$$

где $k_1 = \frac{R_0}{R_1}$ — передаточный коэффициент.

В этом случае операционный блок осуществляет операцию масштабного преобразования (в k_1 раз) входной величины и одновременно изменяет ее знак. Передаточная функция такого блока, т. е. зависимость, связывающая входное и выходное напряжение, в операторной форме запишется так:

$$W(P) = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)} = -\frac{R_0}{R_1} = -k_1 \quad (7)$$

или

$$U_{\text{вых}}(P) = -k_1 U_{\text{вх}}(P). \quad (8)$$

В том случае, когда входное напряжение на ОБ подается через потенциометр (рис. 5, б), выходное напряжение

$$U_{\text{вых}} = -\alpha \frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх}} = -\alpha k_1 U_{\text{вх}}, \quad (9)$$

где $0 \leq \alpha \leq 1$ — коэффициент передачи потенциометра, или в операторной форме

$$U_{\text{вых}}(P) = -\alpha k_1 U_{\text{вх}}(P). \quad (10)$$

При $R_1 = R_0$ из формулы (6) будем иметь:

$$U_{\text{вых}} = -U_{\text{вх}} \quad (11)$$

или в операторной форме

$$U_{\text{вых}}(P) = -U_{\text{вх}}(P), \quad (12)$$

т. е. осуществляется режим инвертирования входного сигнала.

Б. Режим алгебраического суммирования (рис. 6). Выполнение данной операции отличается от операции инвертирования только числом входов. Используя принципы суперпозиции и учитывая, что $U_{\text{вых}}$

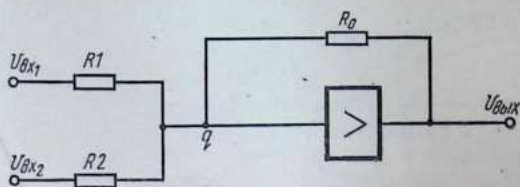


Рис. 6. Структурная схема ОБ в режиме суммирования.

суммирующего усилителя является линейным элементом для двух входов, можно записать:

$$U_{\text{вых}}(P) = -\frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх1}}(P) - \frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх2}}(P); \quad (13)$$

$$U_{\text{вых}}(P) = -[k_1 U_{\text{вх1}}(P) + k_2 U_{\text{вх2}}(P)] \quad (14)$$

или в общем виде

$$U_{\text{вых}}(P) = -\sum_{i=1}^n k_i U_{\text{вхi}}(P), \quad (15)$$

где k_i — коэффициент усиления операционного усилителя по i -му входу.

Число входных сигналов ограничивается величиной 10—12, но только при использовании высококачественных УПТ.

В. Режим интегрирования (рис. 7). Схема ОБ в режиме интегрирования получается из схемы, представленной на рисунке 4, если в качестве сопротивления обратной связи использовать емкость C , а в качестве входного сопротивления — резистор $R1$. Исходя из первого закона Кирхгофа, для точки q в предположе-

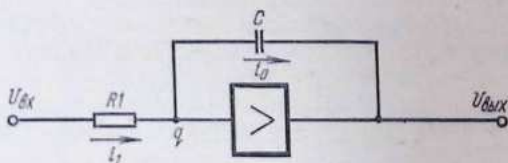


Рис. 7. Структурная схема ОБ в режиме интегрирования.

нии, что базовый ток первого триода близок к нулю, можно записать:

$$i_1 = i_0, \quad (16)$$

где i_1 — ток в сопротивлении RI ;

i_0 — ток в емкости C .

Найдем токи i_1 и i_0 :

$$i_1 = \frac{U_{вх} - U_q}{R_1}; \quad i_0 = C \frac{d(U_q - U_{вых})}{dt}. \quad (17)$$

Учитывая, что $U_q \approx 0$, из (16) и (17) получим:

$$\frac{U_{вх1}}{R_1} = -C \frac{dU_{вых}}{dt}; \quad U_{вых} = -\frac{1}{R_1 C} \int U_{вх} dt + U_{вых0} \quad (18)$$

или в операторной форме, принимая во внимание, что

$$Z_0 = \frac{1}{pC} \quad \text{и} \quad Z_1 = R_1,$$

получим передаточную функцию ОБ в режиме интегриро-
вания

$$W(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)} = -\frac{1}{pC R_1} = \frac{k_U}{p} \quad (19)$$

или

$$U_{вых}(p) = -\frac{1}{p} k_U U_{вх}(p), \quad (20)$$

где $k_U = \frac{1}{R_1 C}$.

В случае, когда $U_{вх} = \text{const} = U$, из (18) получим

$$U_{вых} = -\frac{U}{R_1 C} t + U_{вых0}. \quad (21)$$

Учитывая, что интегрирующий усилитель имеет погрешности, связанные с конечной величиной k_U , нестабильностью источников питания усилителя, время интегрирования обычно ограничивается величиной 400—1000 с, емкость конденсатора выбирают в пределах 0,1—1 мкФ, а сопротивление $R = 0,1—1$ МОм.

Операцию суммирования можно осуществлять одновременно с интегрированием входных величин (рис. 8):

$$U_{вых}(p) = -\frac{1}{p} [k_1 U_{вх1}(p) + k_2 U_{вх2}(p)] \quad (22)$$

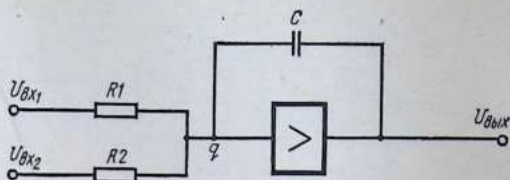


Рис. 8. Структурная схема ОБ в режиме суммирования с одновременным интегрированием входных величин.

или в области текущего времени

$$U_{\text{ВЫХ}}(t) = - \left[\frac{1}{R_1 C} \int U_{\text{ВХ1}} dt + \frac{1}{R_2 C} \int U_{\text{ВХ2}} dt \right] + U_{\text{ВЫХ0}}. \quad (23)$$

Г. Режим дифференцирования (рис. 9). Схема получается из общей схемы (рис. 4), если в качестве сопротивления обратной связи использовать R_0 , а в качестве входного сопротивления — конденсатор C .

Применяя первый закон Кирхгофа, можно написать:

$$i_1 = i_0$$

или

$$C \frac{d(U_{\text{ВХ}} - U_q)}{dt} = \frac{U_q - U_{\text{ВЫХ}}}{R_0}. \quad (24)$$

При $U_q \approx 0$ получим:

$$U_{\text{ВЫХ}} = -R_0 C \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dt} \quad (25)$$

или в операторной форме

$$U_{\text{ВЫХ}}(P) = -R_0 C P U_{\text{ВХ}}(P). \quad (26)$$

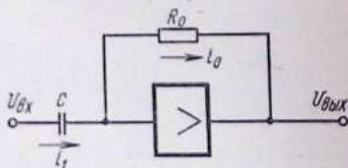


Рис. 9. Структурная схема ОБ в режиме дифференцирования.

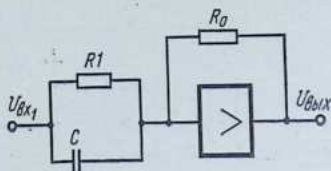


Рис. 10. Структурная схема выполнения операции умножения на постоянный коэффициент с одновременным дифференцированием.

Передаточная функция запишется так:

$$W(P) = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)} = -\frac{R_0}{\frac{1}{PC}} = -PR_0C; \quad (27)$$

$$U_{\text{вых}}(P) = -k_d P U_{\text{вх}}(P), \quad (28)$$

где $k_d = R_0C$.

В тех случаях, когда необходимо реализовать сложные операции, которые представляют линейные комбинации выше приведенных элементарных операций, и, учитывая, что решающий ОБ в режиме суммирования обладает принципом суперпозиции, выходное напряжение можно получить относительно просто.

Пример. Для схемы, приведенной на рисунке 10, напряжение на выходе

$$U_{\text{вых}} = -\left(U_{\text{вх}} \frac{R_0}{R_1} + R_0C \frac{dU_{\text{вх}}}{dt} \right) \quad (29)$$

или в операторной форме

$$U_{\text{вых}}(P) = -\frac{R_0}{R_1} (R_1CP + 1) U_{\text{вх}}(P). \quad (30)$$

Передаточная функция будет иметь вид:

$$W(P) = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)} = -\frac{R_0}{R_1} (R_1CP + 1). \quad (31)$$

Для схемы на рисунке 11 передаточная функция запишется так:

$$W(P) = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)} = \frac{Z_0(P)}{Z_1(P)}; \quad (32)$$

$$Z_0(P) = \frac{\frac{1}{PC} R_0}{\frac{1}{PC} + R_0} = \frac{R_0}{R_0 CP + 1}; \quad Z_1(P) = R_1, \quad (33)$$

где $Z_1(P)$, $Z_0(P)$ — входное сопротивление и сопротивление обратной связи в операторной форме.

После подстановки $Z_0(P)$ и $Z_1(P)$ в выражение (32) получим:

$$W(P) = - \frac{\frac{R_0}{R_1}}{R_0 CP + 1}, \quad (34)$$

что соответствует передаточной функции инерционного звена при

$$k = \frac{R_0}{R_1}; \quad T = R_0 C; \quad W(P) = - \frac{k}{TP + 1} = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)}. \quad (35)$$

Уравнение инерционного звена, согласно формуле (35), имеет вид:

$$TPU_{\text{вых}}(P) + U_{\text{вых}}(P) = -kU_{\text{вх}}(P) \quad (36)$$

или в области переменного t

$$T \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = -kU_{\text{вх}}. \quad (37)$$

Вариант схемы моделирования инерционного звена представлен на рисунке 12, и уравнение в операторной форме запишется так:

$$-\frac{1}{P} [k_{11}U_{\text{вх}}(P) + k_{12}U_{\text{вых}}(P)] = U_{\text{вых}}(P). \quad (38)$$

Преобразуя данное выражение, получим:

$$\frac{1}{k_{12}}PU_{\text{вых}}(P) + U_{\text{вых}}(P) = -\frac{k_{11}}{k_{12}}U_{\text{вх}}(P), \quad (39)$$

где $\frac{1}{k_{12}} = T; \quad \frac{k_{11}}{k_{12}} = k.$

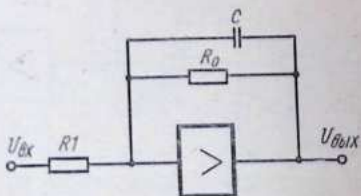


Рис. 11. Вариант схемы инерционного звена.

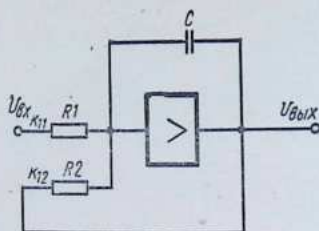


Рис. 12. Структурная схема моделирования на МН-7 инерционного звена.

Пример. Исследовать схему, представленную на рисунке 13. На основании первого закона Кирхгофа запишем:

$$i_1(P) = i_0(P), \quad (40)$$

$$i_0(P) = -\frac{U_{\text{вых}}(P)}{R_0}.$$

Нужно найти $i_1(P)$. Предварительно определим сопротивления между точками $Z_{aq}(P)$, $Z_{6q}(P)$, $Z_{8q}(P)$ [4, 10]:

$$Z_{aq}(P) = \frac{1}{\frac{1}{C_2 P} + R_3} = \frac{R_3}{R_3 C_2 P + 1}; \quad (41)$$

$$Z_{6q}(P) = \frac{\frac{1}{C_1 P} [R_2 + Z_{aq}]}{\frac{1}{C_1 P} + [R_2 + Z_{aq}]}; \quad (42)$$

$$Z_{8q}(P) = R_1 + Z_{6q}(P); \quad (43)$$

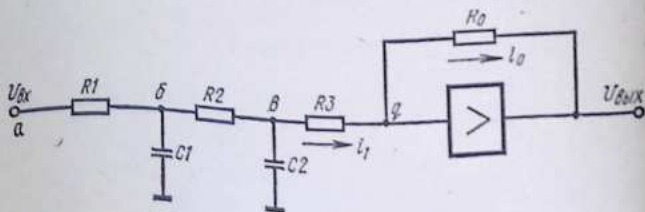


Рис. 13. Вариант схемы колебательного звена.

$$i_1(P) = \frac{U_{\text{вх}}(P)}{Z_{aq}(P)} \cdot \frac{Z_{\delta q}(P)}{R_2 + Z_{\delta q}(P)} \cdot \frac{Z_{aq}(P)}{R_3}. \quad (44)$$

Подставив значения $Z_{aq}(P)$, $Z_{\delta q}(P)$, $Z_{\delta q}(P)$ в выражение (44), получим:

$$i_1(P) = \frac{U_{\text{вх}}(P)}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 P^2 + (R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_2 R_3 C_2 + R_1 R_3 C_1) P + R_1 + R_2 + R_3} \quad (45)$$

Передаточная функция данной схемы запишется так:

$$W(P) = \frac{U_{\text{вых}}(P)}{U_{\text{вх}}(P)} = \frac{\frac{R_0}{R_1 + R_2 + R_3}}{\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} C_1 C_2 P^2 + \frac{R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_2 R_3 C_2}{R_1 + R_2 + R_3} P + 1} \quad (46)$$

или

$$W(P) = - \frac{k}{T_2^2 P^2 + T_1 P + 1}, \quad (47)$$

где $k = \frac{R_0}{R_1 + R_2 + R_3}$; $T_2 = \sqrt{\frac{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}{R_1 + R_2 + R_3}}$;

$$T_1 = \frac{R_1 R_2 C_1 + R_1 R_3 C_1 + R_1 R_3 C_2 + R_2 R_3 C_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Это передаточная функция колебательного звена.

Вариант схемы моделирования колебательного звена представлен на рисунке 14. Уравнение в операторной форме по методике решения предыдущего примера запишется так:

$$\frac{1}{k_{12} k_{21} k_{31}} P^2 U_{\text{вых}}(P) + \frac{k_{13}}{k_{12} k_{21} k_{31}} P U_{\text{вых}}(P) + U_{\text{вых}}(P) = - \frac{k_{11}}{k_{12} k_{31}} U_{\text{вх}}, \quad (48)$$

где $\frac{1}{\sqrt{k_{12} k_{21} k_{31}}} = T_2$; $\frac{k_{13}}{k_{12} k_{21} k_{31}} = T_1$; $\frac{k_{11}}{k_{12} k_{31}} = k$.

Д. Функциональные преобразователи. Они служат для формирования на выходе переменной величины, связанной с входным сигналом заданной

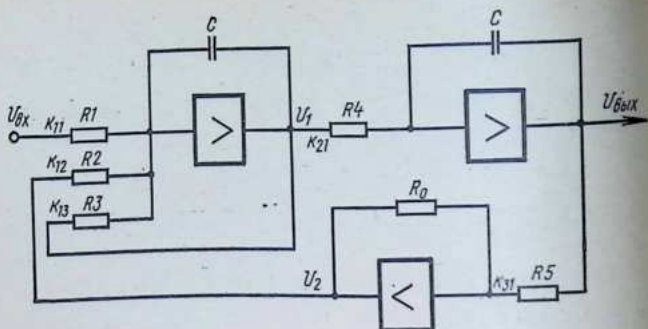


Рис. 14. Вариант схемы моделирования на МН-7 колебательного звена.

нелинейной зависимостью. Допустим, что нам необходимо воспроизвести некоторую нелинейную функцию $y = f(x)$. Например, $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$; $y = \sin x$; $y = \text{arctg } x$.

В этом случае величина x подается на вход функционального преобразователя в виде определенного напряжения $U_{вх}$, а с выхода снимается напряжение $U_{вых}$, которое в некотором масштабе должно соответствовать величине y , т. е.

$$U_{вых} = f(U_{вх}). \quad (49)$$

Вид функции может быть различным в зависимости от решаемой задачи. Эта функция может быть задана аналитически, таблично или графически. Для воспроизведения заданной нелинейной функции при помощи функционального преобразователя необходимо эту функцию представить графически и аппроксимировать ее линейными отрезками.

Данный метод получил название метода кусочно-линейной аппроксимации (рис. 15). Кусочно-линейную аппроксимацию функции $y = f(x)$ осуществляют, исходя из заданной точности. Величина δ может быть задана тремя методами.

1. Конгруэнтную кривую наносят на расстоянии, равном максимальной величине ошибки $\delta_{\max}$ и выше заданной функции y ; отрезки прямых проводят касательные к заданной функции, но в пределах расстояния между двумя параллельными кривыми (рис. 15, а).

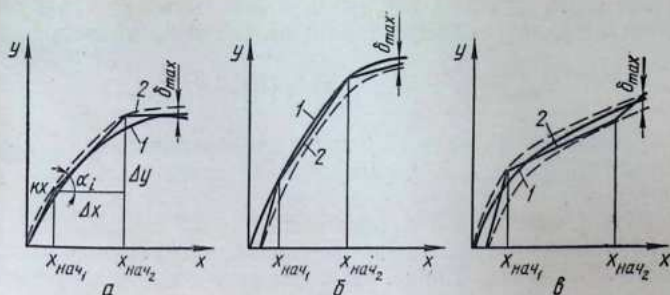


Рис. 15. Методы кусочно-линейной аппроксимации.

2. Конгруэнтную кривую наносят на расстоянии $\delta_{\max}$ ниже заданной функции (рис. 15, б).

3. Проводят две конгруэнтные кривые ниже и выше заданной функции на расстоянии, равном $0,5 \delta_{\max}$ (рис. 15, в).

Шаг аппроксимации Δx выбирают в зависимости от вида функции так, чтобы погрешность воспроизведения нелинейной функции (50) кусочно-линейными отрезками (51) была минимальна и число линейных отрезков, аппроксимирующих заданную функцию, было наименьшим.

Нелинейную функцию от одного аргумента $y=f(x)$ можно представить в виде

$$y = y_0 + kx + \sum_{i=1}^n b_i (x - x_{начi}), \quad (50)$$

где y_0 — начальное значение функции при $x=0$;

kx — отрезок, проходящий через начало координат;

$b_i(x - x_{начi})$ — линейный отрезок, сдвинутый относительно начала координат на величину $x_{начi}$ и имеющий угол наклона α :

$$\begin{cases} b_i = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha_i & \text{при } |x| \geq |x_{начi}|, \\ b_i = 0 & |x| < x_{начi}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (51)$$

В АВМ функция $y=f(x)$ должна быть представлена в виде зависимости выходного от входного напряжения

$$U_{\text{вых}} = U_0 + kU_{\text{вх}} + \sum_{i=1}^n b_i (U_{\text{вх}} - U_{\text{вх.нач}i}). \quad (52)$$

Диодные функциональные преобразования (ДФП) предназначены для формирования зависимости $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{вх}})$.

На рисунке 16, а рассмотрена работа типовой схемы нелинейного элемента для реализации ДФП произвольного аргумента. Нелинейный элемент состоит из потенциометров Π_1 и Π_2 и диода D .

На потенциометр Π_1 с одной стороны подается $U_{\text{вх}}$, а с другой — постоянная и обратная по знаку входному напряжению — $E_{\text{оп}}$.

В начальные моменты времени диод D закрыт, так как на его аноде потенциал U_a будет иметь отрицательный знак и ток через диод протекать не будет. Диод открывается, когда его анодное напряжение

$$\begin{aligned} U_a &= 0, \\ U_a &= U_{\text{вх}} R_2 - E_{\text{оп}} R_1 = 0 \end{aligned} \quad (53)$$

или

$$U_{\text{вх.нач}} = E_{\text{оп}} \frac{R_1}{R_2},$$

т. е. установку значения $U_{\text{вх.нач}}$ при котором открывается диод, можно получить изменением положения

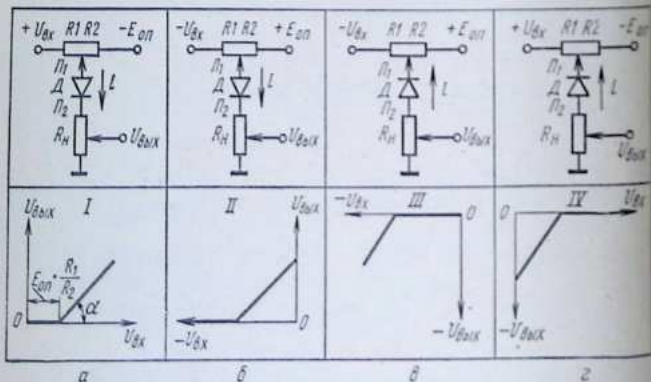


Рис. 16. Схема получения линейных отрезков, расположенных в разных квадрантах.

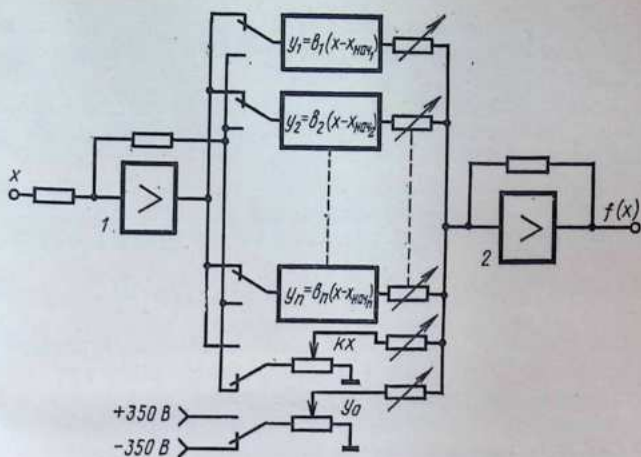


Рис. 17. Структурная схема блока переменных коэффициентов АВМ МН-7.

потенциометра P_1 , т. е. изменением отношения R_1 и R_2 при $E_{оп} = \text{const}$.

При $|U_{вх}| \geq |U_{вх \cdot нач}|$ через диод протекает ток, который на сопротивлении R_n создает падение напряжения. Величина $U_{вых}$ определяется положением движка потенциометра P_2 , величиной $U_{вх}$ и положением движка потенциометра P_1 .

Угол наклона характеристики α можно регулировать положением движков P_1 и P_2 . Рассмотренный на рисунке 16, а элемент позволяет получить линейный отрезок в первом квадранте. Меняя знак входного и опорного напряжения, а также полярность включения диода, можно получать характеристики в любом квадранте (рис. 16, б, в, г). Нелинейный элемент включается на вход ОБ, и поэтому нужно учитывать, что напряжение на выходе усилителя получается с обратным знаком. Уравнение (52) реализуется в АВМ при помощи нелинейного диодного функционального преобразователя, представленного на рисунке 17.

В АВМ применяют блоки перемножения (БП) двух величин. Используют их также и для выполнения операции деления.

По принципу действия БП подразделяются на два вида:

прямого действия, при котором операция умножения выполняется путем использования того или иного физического закона;

косвенного действия, при котором операция умножения осуществляется в результате выполнения математических операций.

Наибольшее распространение в АВМ получили БП косвенного действия, построенные на квадраторах и типовых ОБ (рис. 18). Умножают по следующей формуле:

$$U_{\text{вых}} = l \frac{1}{4} [(U_{\text{вх1}} + U_{\text{вх2}})^2 - (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}})^2] = l U_{\text{вх1}} U_{\text{вх2}}, \quad (54)$$

где $l=0,01$ — постоянный множитель, выбираемый с таким расчетом, чтобы значение полученного произведения находилось в допустимом диапазоне напряжений;

$U_{\text{вх1}}$ и $U_{\text{вх2}}$ — входные напряжения.

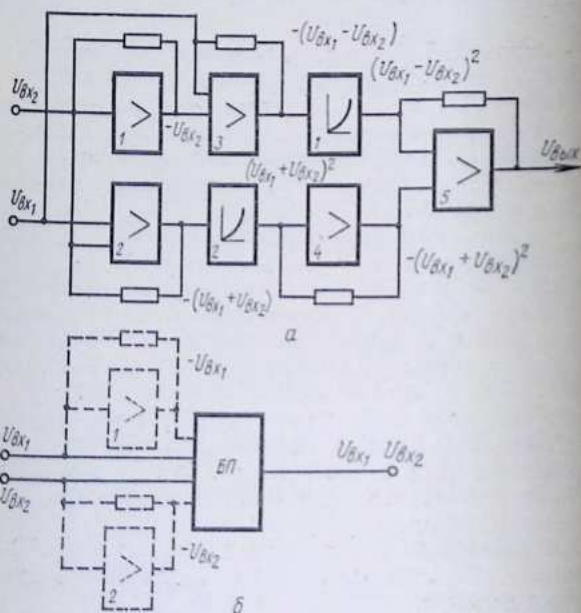


Рис. 18. Структурная схема реализации операции умножения на АВМ.

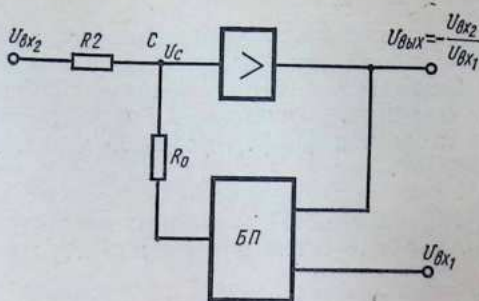


Рис. 19. Структурная схема реализации операции деления на АВМ.

Погрешность данного устройства не превышает 1%. В последнее время в АВМ третьего поколения применяют множительные устройства на интегральных схемах с использованием аналоговой и цифровой формы представления переменных. Например, умножающий цифро-аналоговый преобразователь. Погрешность его работы колеблется от 0,01 до 0,1%.

Операцию деления выполняют при помощи БП методом неявной функции. Для этого БП работает с большим коэффициентом усиления и включается в цепь обратной связи ОБ (рис. 19).

Используя для токов закон Кирхгофа и заменяя токи через напряжения по закону Ома, для точки С можно написать, учитывая, что $U_c \approx 0$:

$$\frac{U_{BX2}}{R_2} + \frac{U_{BX1}U_{ВЫХ}}{R_0} = 0. \quad (55)$$

Приняв $R_2 = R_0$ и решив уравнение (55) относительно $U_{ВЫХ}$, получим:

$$U_{ВЫХ} = -\frac{U_{BX2}}{U_{BX1}}. \quad (56)$$

§ 3. Типичные нелинейные характеристики

Исследование систем автоматического регулирования сопровождается необходимостью получения типичных нелинейных характеристик, которые могут быть реализованы за счет скачкообразного изменения передаточного коэффициента операционных УПТ.

В реальных системах автоматического регулирования к такому изменению передаточного коэффициента приводит наличие элементов, обладающих характеристиками типа: ограничения, зоны нечувствительности, зазоров в передачах (люфт), релейной характеристики, гистерезиса [4].

В АВМ данные характеристики реализуются при помощи операционных УПТ и диодных элементов, включенных во входных цепях или в цепях обратной связи УПТ.

А. Характеристика ограничения. При моделировании характеристики ограничения необходимо, чтобы $U_{\text{вых}}$ операционного блока не изменялось при достижении $U_{\text{вх}}$ некоторого значения. Для реализации характеристики ограничения в цепь обратной связи включают диодные элементы, как показано на рисунке 20.

Диоды $D1$ и $D2$ и делители напряжения $r_0 + r_E$ и $r'_0 + r'_E$ включены параллельно сопротивлению R_0 , причем

$$r_0 + r_E \ll R_0; \quad r'_0 + r'_E \ll R_0.$$

На делитель напряжения подается с одной стороны $+E_{\text{оп}}$ ($-E_{\text{оп}}$), с другой — выходное напряжение ОБ. При $U_{\text{вх}} = 0$ диоды $D1$ и $D2$ заперты. При изменении $U_{\text{вх}}$ выходное напряжение меняется, так как

$$U_{\text{вых}} = -\frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх}}, \quad (57)$$

где $\frac{R_0}{R_1} = \text{tg } \alpha$.

При достижении $U_{\text{вх}}$ величины $U_{\text{огр1}}$ ($U_{\text{огр2}}$) открывается диод $D1$ ($D2$), при этом параллельно R_0 вклю-

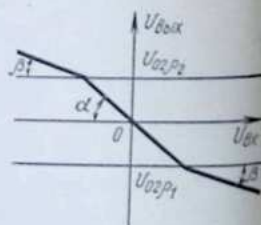
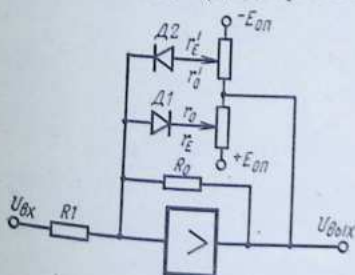


Рис. 20. Моделирование характеристики ограничения.

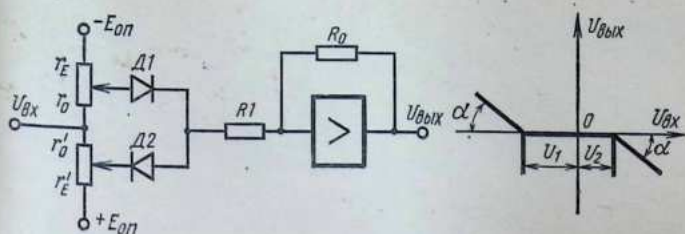


Рис. 21. Моделирование зоны нечувствительности.

чается малое сопротивление $r_0 + r_E$ или $r'_0 + r'_E$. Общее сопротивление в цепи обратной связи падает, и коэффициент передачи операционного усилителя становится равным $k = \operatorname{tg} \alpha \approx 0$.

Так как передаточный коэффициент близок к нулю, то напряжение $U_{\text{вых}}$ не изменяется по величине при изменении $U_{\text{вх}}$.

Б. Характеристика зоны нечувствительности. Для получения характеристики зоны нечувствительности может быть реализована схема, представленная на рисунке 21. Диоды в данной схеме работают аналогично схеме при моделировании ограничения. До тех пор, пока $U_{\text{вх}}$ не достигнет величины U_1 (U_2), диод $D1$ ($D2$) не откроется, и $U_{\text{вых}}$ будет равно нулю. Угол наклона ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_0}{R_1}$) каждой характеристики может от-

личаться, если последовательно с каждым диодом $D1$ ($D2$) включить свое сопротивление.

В. Характеристики зоны нечувствительности при одновременном ограничении $U_{\text{вых}}$. Вариант схемы и характеристика зоны нечувствительности при одновременном ограничении $U_{\text{вых}}$ представлены на рисунке 22.

Г. Характеристика люфта. При моделировании зависимости, характеризующей зазоры в механических передачах (люфт), в операционном блоке необходимо иметь диодные элементы, воспроизводящие зоны нечувствительности и элементы, позволяющие запомнить $U_{\text{вых}}$ при перемене знака $U_{\text{вх}}$.

Для реализации данной характеристики используют операционный блок с элементами запоминания (конденсаторами) $C1$ и $C2$ во входной цепи и цепи обратной

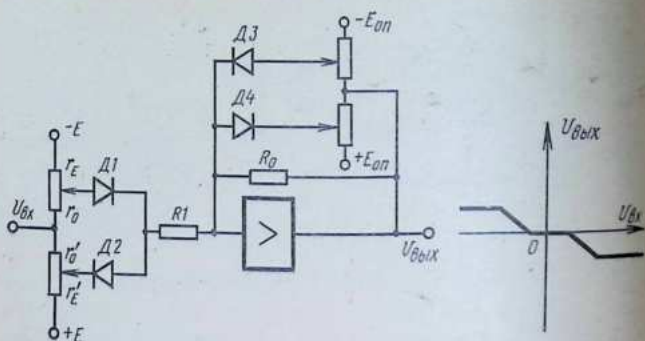


Рис. 22. Моделирование характеристики ограничения и зоны нечувствительности.

связи. Схема моделирования представлена на рисунке 23.

Допустим, что в начальный момент конденсаторы $C1$ и $C2$ разряжены и $U_{вх}$ меняется в положительной области от нуля до U_1 . При дальнейшем увеличении $U_{вх}$, $U_{вых}$ будет меняться линейно, причем передаточный коэффициент будет равен $\frac{C_1}{C_2}$. Затем при увеличении $U_{вх}$ выходное напряжение перестанет изменяться, так как диоды $D1$ и $D2$ окажутся запертыми. Это положение сохранится при уменьшении $U_{вх}$ до величины $U_{вх2}$. В этот момент откроется диод $D2$. При дальнейшем уменьшении $U_{вх}$ выходное напряжение будет меняться линейно. В этот момент будет происходить перезарядка конденсаторов $C1$ и $C2$.

Д. Характеристика гистерезиса. Для реализации характеристики гистерезиса может быть ис-

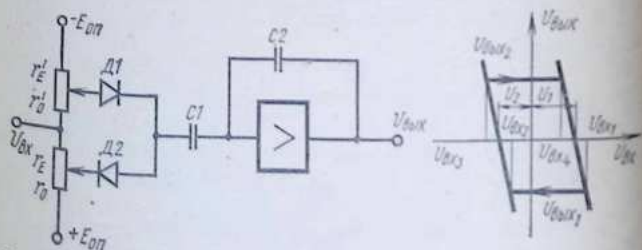


Рис. 23. Моделирование характеристики люфта.

пользована схема моделирования люфта, но при этом в цепь обратной связи УПТ должен быть включен ограничитель O .

При использовании ограничителя O в цепи обратной связи УПТ схема моделирования гистерезиса, построенная на основе схемы моделирования люфта, примет вид, показанный на рисунке 24.

Воспроизведение типичных нелинейных характеристик в АВМ, предназначенных для решения линейных уравнений, не предусматривается. Для воспроизведения таких характеристик используются внешние элементы (диоды, потенциометры, конденсаторы и т. д.). В машинах, предназначенных для решения нелинейных уравнений, имеются автономные диодные или триодные схемы ограничителей и потенциометры (например, МН-7, «Электрон», ЭМУ-10) либо специальные устройства, снабженные переключателями вида работы (характеристика люфта, сухого трения, релейная характеристика и т. д.) в машинах МНБ-1, МН-14, МН-17М.

§ 4. Основные эксплуатационные характеристики АВМ.

Точность решения задач

Аналоговые машины могут отличаться числом операционных блоков, числом и функциональным назначением различных устройств для воспроизведения нелинейных зависимостей и т. д. Основные эксплуатацион-

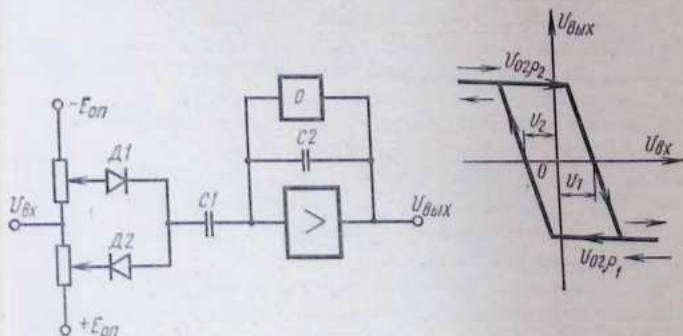


Рис. 24. Моделирование характеристики гистерезиса.

но-технические характеристики АВМ приведены в таблице 1.

Таблица 1

Техническая характеристика отечественных АВМ

Наименование машины	Число усилителей	Порядок нелинейных уравнений	Диапазон изменения переменной, В	Максимальное время интегрирования, с	Относительная погрешность, %	Потребление, кВА	Занимаемая площадь, м ² (габариты, м)	Масса, кг
Аналог-1	20	10	± 100	—	—	1	(0,5-0,5-1,24)	170
МН-7М	18	6	± 100	200	1	0,75	0,5	125
МН-10М	28	10	± 25	200	$\pm 1,5$	0,25	—	75
МН-17М	—	—	± 100	999,9	0,3	До 15	45	—
МН-18М	52	10	± 50	1 000	0,3	До 0,7	(1,09-0,53-1,71)	300
АВК-2(1)	68	20	± 100	10 000	0,2	До 4,5	(1,24-0,75-2,37)	862
«Ритм-2»	—	—	—	—	5	1,2	(0,8-0,75-1,6)	600
«Экстрема-1»	—	6	± 100	—	3	0,15	(0,9-0,45-0,4)	40
Электрон	205	55	± 100	—	0,3	30	120	6500
ЭМУ-10	48	24	± 100	—	1	3,5	3,5	1200
АЦЭМС-1М	100	—	± 50	1 000	0,5	7	35	2000

* Дана погрешность основных линейных операций.

К весьма важной оценке пригодности машины для решения тех или иных задач относятся данные о точности выполнения на АВМ вычислительных операций, связанных с решением, в основном, линейных и нелинейных дифференциальных уравнений.

АВМ имеет ограниченную точность работы, зависящую от точности выполнения операций отдельными функциональными элементами. Точность работы АВМ обычно находится в пределах точности большинства инженерно-технических задач (0,1—10%).

Основные источники погрешностей — ошибки элементов машины (резисторов, конденсаторов, блоков умножения и др.). Значительные ошибки создает нестабильность источников питания, применяемых для заданий возмущений, начальных условий, получения функциональных зависимостей.

Сравнительно большие ошибки вносят средства измерения полученных результатов (приборы регистрации величин напряжений и устройства для измерения времени). Эти виды ошибок относятся к конструктивным по-

грешностям, так как их появление не зависит от условий эксплуатации. В машине они практически не могут быть скомпенсированы. Эксплуатационные погрешности проявляются в процессе работы машины. Они возникают в элементах функциональных блоков вследствие нарушений условий эксплуатации машины (изменение метеорологических условий, неточность в установке исходных данных и т. д.).

Следующую группу ошибок составляют погрешности, возникающие в результате отступления от правильной схемы.

Наконец, последняя группа ошибок определяется видом решаемого уравнения. Чем сложнее уравнение, тем большее число функциональных блоков участвует в его реализации и тем большая погрешность будет в результате решения.

Чтобы уменьшить эксплуатационные ошибки, следует устранить причины, усложняющие обслуживание машины.

Наиболее острой является проблема контроля правильности установки передаточных коэффициентов, начальных условий и коммутации структурной схемы решаемой задачи.

Большое влияние на точность решения оказывает вид и характер исходного уравнения.

Для примера рассмотрим влияние ошибок в установке начальных условий на точность полученного результата.

Дано уравнение

$$\frac{dy}{dt} = y; \quad (58)$$

при начальных условиях $y(0) = y_0$.

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$y = y_0 e^t + c. \quad (59)$$

Если начальные условия установлены с погрешностью Δy_0 , то решение исходного уравнения

$$y_1 = (y_0 + \Delta y_0) e^t + c, \quad (60)$$

а абсолютная ошибка

$$\Delta y = y - y_1 = \Delta y_0 e^t. \quad (61)$$

Полученный результат показывает, что даже небольшая ошибка в задании начальных условий вызывает

неограниченный рост погрешности исходной переменной. Для сравнения рассмотрим уравнение вида

$$\frac{dy}{dt} = -y.$$

Общее решение этого уравнения при тех же начальных условиях имеет вид:

$$y = y_0 e^{-t} + c. \quad (62)$$

При той же величине ошибки Δy начальных условий абсолютная погрешность искомой переменной равна:

$$\Delta y = -\Delta y_0 e^{-t}, \quad (63)$$

т. е. с течением времени ошибки уменьшаются и в пределе будут равны нулю.

Автоматический контроль работы АВМ заключается также в решении специальных тестовых задач.

В некоторых случаях работу блока проверяют решением обратной задачи. Например, для проверки операции деления частное умножают на делитель и результат сравнивают с величиной делимого. Этот метод рекомендуется применять в том случае, когда структурная схема обратной задачи проще исследуемой.

Имеется ряд других методов как оценки набора задачи на машине, так и определения точности ее решения. Однако универсальных методов, пригодных для всех задач, и машин, не существует. В каждом отдельном случае нужно искать наиболее приемлемый вариант исходя из конкретной реальной схемы и для конкретной машины.

Глава II

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ НА АВМ



§ 1. Методика подготовки к решению задач

Решению задач на АВМ предшествует ряд этапов, представляющих собой операции перехода от физической системы уравнений к модели. Необходимо соблюдать следующую очередность действий.

1. Анализ исходной физической системы уравнений и приведение их к виду, удобному для моделирования (электрического).

2. Составление структурной схемы соединений.

3. Масштабирование исходных дифференциальных уравнений, т. е. переход к машинным уравнениям.

4. Расчет передаточных коэффициентов суммирующих и интегрирующих усилителей.

5. Аппроксимация графиков нелинейных зависимостей и составление таблицы для набора требуемых нелинейностей.

6. Установка рассчитанных передаточных коэффициентов на выбранных операционных блоках, настройка нелинейных зависимостей и заданных функций времени.

7. Соединения между блоками в соответствии с заданной структурной схемой решения задач.

8. Установка нулей усилителей, участвующих в решении задачи, и задание начальных условий.

9. Проверка правильности соединений между операционными усилителями и настройка блоков нелинейностей.

10. Пробное решение задачи и уточнение параметров машинных уравнений.

11. Пересчет масштабов машинных уравнений, если это необходимо.

12. Окончательный выбор параметров машинных уравнений и исследование системы методами электрического моделирования.

Представленный порядок решения задач на АВМ — общий для систем линейных и нелинейных дифференциальных уравнений.

При решении системы линейных дифференциальных уравнений достаточно иметь в составе машины следующие операционные блоки:

сумматоры, интеграторы, устройства для умножения на постоянную величину (как больше, так и меньше единицы), устройства для задания правых частей (функций времени) и переменных коэффициентов.

При решении нелинейных уравнений необходимы дополнительные блоки для образования нелинейных функций от входной величины и блоки перемножения.

Вместе с анализом исходной системы уравнений следует разобраться в физической сущности задачи и вы-

яснить некоторые данные о пределах изменения величин, скорости их нарастания, длительности процесса. Эти данные позволят при расчете масштабов принять правильное решение и облегчить исследование заданной задачи.

§ 2. Приведение заданной системы уравнений к виду, удобному для моделирования

При исследовании на АВМ в основном решают следующие задачи:

А. Задача анализа. Задано математическое описание физических свойств системы в виде дифференциальных уравнений с начальными условиями. Также известен закон внешних возмущений, действующих на исследуемую систему. Требуется определить переходный процесс в системе под действием внешних возмущений.

Б. Задача синтеза. Известна форма дифференциальных уравнений исходной физической системы. Заданы начальные условия и виды возмущающих сил. Требуется подобрать некоторые коэффициенты в исходных уравнениях таким образом, чтобы обеспечить заданные свойства исходной физической системы.

Большинство инженерно-технических задач описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, но несколько слов нужно сказать и о линейных дифференциальных уравнениях, так как приближенно они могут описывать движение нелинейной системы.

Система уравнений в общем (нормализованном, так называемом каноническом) виде:

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum_{j=1}^n Q_{ij}y_j + F_i(t), \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (64)$$

где y_i — неизвестная функция;

Q_{ij} — постоянные коэффициенты;

$F_i(t)$ — внешние возмущающие воздействия.

Решение данной системы уравнений сводится к интегрированию, и в общем виде оно выглядит так:

$$y_i(t) = \int_0^t \left[\sum_{j=1}^n Q_{ij}y_j + F_i(t) \right] dt + y_i(0), \quad (65)$$

где $y_i(0)$ — начальные условия.

Физический процесс может быть задан в форме од-ного уравнения n -й степени:

$$B_n \frac{d^ny}{dt^n} + \dots + B_2 \frac{d^2y}{dt^2} + B_1 \frac{dy}{dt} + B_0 y = \\ = A_m \frac{d^mx}{dt^m} + \dots + A_2 \frac{d^2x}{dt^2} + A_1 \frac{dx}{dt} + A_0 x, \quad (66)$$

где $x=F(t)$ — возмущающее воздействие;

y — выходная величина;

$B_n \dots B_0, A_m \dots A_0$ — постоянные коэффициенты.

Предварительный анализ линейной задачи на устой-чивость. При составлении исходной системы уравнений, описывающей реальный физический процесс, может возникнуть ситуация, когда полученные машинные уравнения будут иметь неустойчивое решение, т. е. при малых изменениях входных переменных происходит значительное изменение в решениях.

Может оказаться, что неустойчивость решения зада-чи на АВМ вызвана неустойчивостью самой реальной физической задачи при определенных условиях. Поэто-му перед решением на АВМ той или иной задачи нуж-но предварительно выяснить, устойчива ли исходная физическая система, т. е. не имеет ли в характери-стическом уравнении системы положительных или комплексных корней с положительной вещественной частью? Для линейных систем уравнений невысокого порядка эту задачу можно решить аналитически при помощи критериев устойчивости. Может быть и другая картина, когда исходный реальный физический процесс устойчив, а составленные математические уравнения имеют неустойчивое решение. Это вызвано тем, что при описании реального физического процесса приходится вносить элемент идеализации, а это может привести к тому, что неучтенные факторы могут оказаться важ-ными.

Возможна и другая причина неустойчивости, когда исходные уравнения имеют устойчивые решения, а ма-шинные уравнения неустойчивые. Это может быть вы-звано неудачным выбором метода преобразований ис-ходных уравнений (64). При предварительном анализе необходимо проверить замкнутость исходной системы уравнений и отсутствие линейно-зависимых уравнений. Использование линейно-зависимых уравнений приве-

дет к появлению замкнутых контуров с четным числом ОБ, что явится причиной самовозбуждения моделей. При предварительном анализе задачи важно также правильно оценить максимальное значение переменных и их производных.

Это позволит правильно выбрать масштабные коэффициенты таким образом, чтобы все переменные в процессе решения задачи не выходили за пределы рабочего диапазона напряжений (± 100 В) (см. § 4, глава II).

Известно [29, 27], что ошибка интегрирования растёт с течением времени и чем быстрее сходится процесс решения на машине, тем точнее решение. Если математическое описание процесса имеет неустойчивое решение, то ошибка может достичь большой величины. Бывают задачи, где неустойчивое решение встречается на отдельных отрезках времени. Для повышения точности решения задачи используют метод введения новой переменной. Допустим, имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{dy_j}{dt} = \sum_{k=1}^n A_{jk} y_k. \quad (67)$$

Введем новую переменную

$$y_j = e^{\lambda t} x_j, \quad (68)$$

где λ — положительное число.

Продифференцируем выражение (68)

$$y'_j = \lambda e^{\lambda t} x_j + x'_j e^{\lambda t} = e^{\lambda t} (\lambda x_j + x'_j)$$

и введем полученное выражение в (67)

$$(\lambda x_j + x'_j) = \sum_{k=1}^n A_{jk} x_k. \quad (69)$$

При достаточно большом λ получается устойчивое решение относительно новой переменной x_j . Нужно заметить, что начальные условия не изменяются $y_j(0) = x_j(0)$.

Структурная схема решения задачи на машине может самовозбудиться даже в том случае, когда процесс, который она описывает, имеет устойчивое решение. Главной причиной, приводящей к неустойчивой работе

схемы, являются паразитные RC — цепи, создающие при определенных частотах полезного сигнала изменение его фазы более чем на 180° , т.е. создается положительная обратная связь, приводящая к самовозбуждению схемы решения.

Возбуждение схемы происходит также за счет образования замкнутых контуров, состоящих из четного числа масштабных и суммирующих операционных блоков, если коэффициент контура равен или больше единицы, т.е. образуется положительная обратная связь. Для срыва колебаний либо преобразуют структурную схему с целью ликвидации контуров с положительной обратной связью, либо включают в контур интегрирующие усилители.

§ 3. Методы решения дифференциальных уравнений на электронных моделях

Известно, что при решении задач на АВМ независимо от применяемого метода используется принцип математического моделирования, заключающийся в том, что уравнения, описывающие процесс и модель, должны быть сходны по внешнему виду. К этому еще нужно добавить требование подобия физических констант и начальных условий в исследуемом процессе и в модели. Если эти условия выполнены, то процессы, происходящие в природе и в модели, подобны друг другу.

Под методами решения дифференциальных уравнений понимают тот или иной способ построения вычислительного устройства. Например, когда говорят о матричном методе решения дифференциальных уравнений, то имеют в виду модель, построенную в виде матрицы, и т.д.

Различают следующие методы решения дифференциальных уравнений на АВМ:

- метод повышения (понижения) порядка производной;

- матричный метод;

- структурный метод;

- метод приведения системы уравнений к канонической форме.

Рассмотрим те методы, которые получили распространение на практике.

Метод понижения порядков производной. Приведение системы уравнений к виду, удобному для моделирования, в основном заключается в выполнении операций понижения порядка производной заданной системы и разрешении уравнений относительно старшей производной (рис. 25).

Пусть дано уравнение

$$D \frac{d^3 y}{dt^3} + A \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + ky + L = 0 \quad (70)$$

с начальными условиями $y'(0) = y'_0$, $y(0) = y_0$.

Выделим старшую производную

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -\frac{A}{D} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{B}{D} \frac{dy}{dt} - \frac{k}{D} y - \frac{L}{D}. \quad (71)$$

Полагая, что все члены правой части уравнения (71) известны, подадим их на входы сумматора, предварительно установив передаточные коэффициенты согласно уравнению (71). Тогда получим на выходе первого ОБ третью производную $\frac{d^3 y}{dt^3}$ с обратным знаком.

Для получения второй производной $\frac{d^2 y}{dt^2}$ соединим выход первого ОБ с входом второго, работающего в режиме интегрирования. Затем выход второго ОБ соеди-

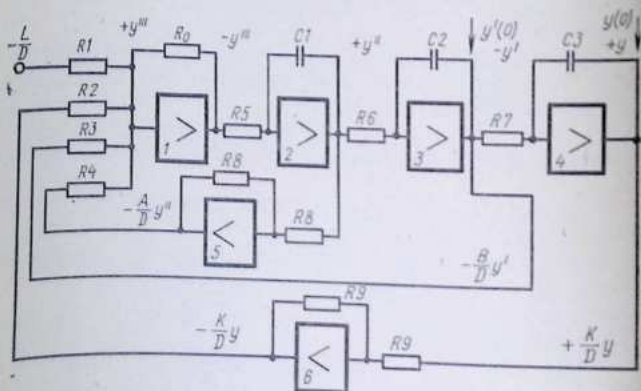


Рис. 25. Структурная схема реализации метода понижения порядка производной.

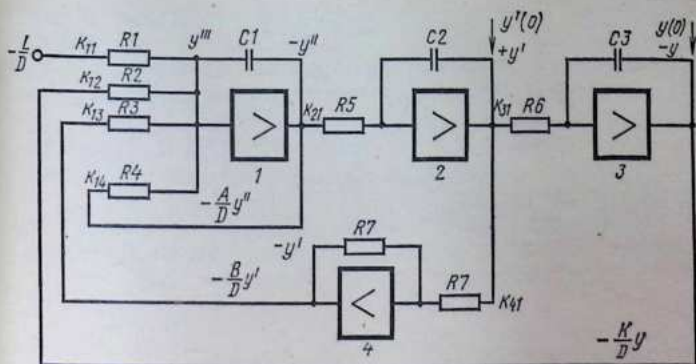


Рис. 26. Структурная схема реализации метода понижения порядка производной с уменьшенным количеством ОБ.

ним с входом следующего интегратора и т. д. Для завершения схемы необходимо замкнуть цепи обратной связи, т. е. сигналы, полученные со второго, третьего и четвертого ОБ, подать на вход первого ОБ, учитывая знаки, согласно уравнению (71). Упрощенный вариант схемы представлен на рисунке 26.

Данный метод получил в литературе название общего метода.

Структурный метод. Этот метод построения вычислительных устройств используют при исследовании линейных и нелинейных систем автоматического регулирования, когда отсутствует уравнение, описывающее всю систему. В этом случае для каждого звена исследуемой системы регулирования должна быть известна зависимость выходного сигнала от входного, или передаточная функция каждого звена системы. Моделирование каждого звена системы осуществляется блоком вычислительного устройства, обладающего аналогичной передаточной функцией. В принципе можно было бы перейти от передаточных функций к дифференциальным уравнениям и исследовать на АВМ полученную систему дифференциальных уравнений. Однако после записи передаточных функций в виде систем уравнений теряется наглядность и физический смысл параметров передаточных функций отдельных звеньев системы. Поэтому при построении вычислительного

устройства, которое описывалось бы таким же по виду уравнением, как и исследуемая система автоматического регулирования, необходимо подобрать блоки с такими же передаточными функциями и соединить их в том же порядке, как и в исследуемой системе.

Пусть требуется исследовать динамику системы автоматического управления, структурная схема которой приведена на рисунке 27.

Данная система является следящей и состоит из датчика рассогласования 1 с передаточной функцией k_1 , усилителя 2 с передаточной функцией

$$W_2(P) = \frac{k_2}{T_2 P + 1} \quad (72)$$

двигателя 3 с передаточной функцией

$$W_3(P) = \frac{k_3}{(T_3 P + 1) P} \quad (73)$$

редуктора 4 с передаточной функцией k_4 и жесткой отрицательной обратной связью ОС.

Для реализации передаточной функции k_1 датчика рассогласования можно использовать обычный суммирующий усилитель с коэффициентом передачи k_1 .

Передаточную функцию усилителя 2 можно реализовать с помощью схемы на рисунке 28:

$$W_2(P) = - \frac{\frac{R_{02}}{R_2}}{CR_{02}P + 1}, \quad (74)$$

где $-\frac{R_{02}}{R_2} = k_2$; $CR_{02} = T_2$.

Передаточную функцию двигателя 3 можно реализовать при помощи схемы (рис. 29) с последовательным включением инерционного и интегрирующего звена с передаточной функцией

$$W(P) = \frac{1}{R_4 C_0 P}; \quad (75)$$

$$W_3(P) = \frac{\frac{R_{03}}{R_3}}{CR_{03}P + 1} \cdot \frac{1}{R_4 C_0 P} = \frac{\frac{R_{03}}{R_3 R_4 C_0}}{(CR_{03}P + 1) P}. \quad (76)$$

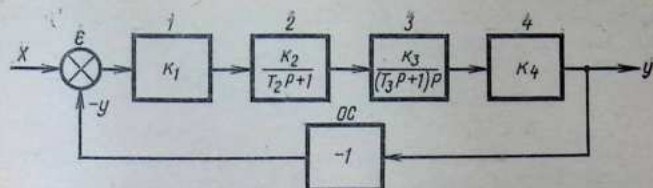


Рис. 27. Структурная схема системы автоматического управления.

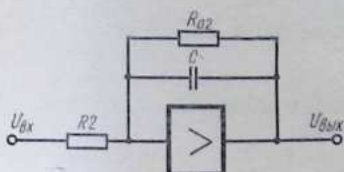


Рис. 28. Структурная схема реализации передаточной функции усилителя 2.

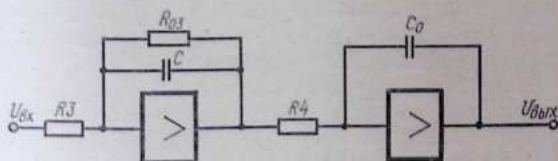


Рис. 29. Структурная схема реализации передаточной функции двигателя 3.

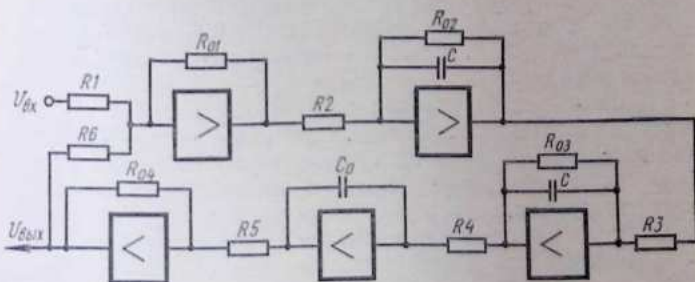


Рис. 30. Структурная схема АВМ для решения системы автоматического управления.

т. е. для реализации передаточной функции двигателя должно удовлетворяться условие

$$k_3 = \frac{R_{03}}{R_3 R_4 C_0}; \quad T_3 = R_{03} C.$$

Для реализации передаточной функции редуктора можно использовать обычный масштабный усилитель с коэффициентом k_4 .

Структурная схема АВМ, моделирующая систему автоматического управления, приведена на рисунке 30.

§ 4. Масштабные соотношения в машинах непрерывного действия

В АВМ все независимые и искомые переменные, промежуточные величины представляются машинными переменными. В электромоделирующих установках — это токи и напряжение, в электромеханических аналогах — угол поворота валов, линейные перемещения и т. д. Машинные переменные отображают физические величины исследуемого процесса (например, скорость, давление, момент и т. д.). Связь между физическими величинами и машинными переменными устанавливают при помощи масштабов. Масштабные соотношения выбирают исходя из двух противоречивых соображений. С одной стороны, масштабные соотношения должны иметь как можно меньшие значения, т. е. напряжения, соответствующие исходным переменным, должны быть велики. С другой стороны, машинные переменные не должны превышать ± 100 В, чтобы все элементы АВМ работали в пределах линейных участков характеристик. Поэтому при моделировании задач необходимо располагать данными о возможных пределах изменения искомых переменных.

В большинстве случаев исследователь знает максимальные значения переменных величин, но в этом случае выбор масштабов не вызывает особых сложностей. Гораздо сложнее, когда предельные значения переменных неизвестны.

Для уравнений с постоянными коэффициентами можно рекомендовать эмпирический метод

$$\frac{d^n y}{dt^n} + B_{n-1} \frac{dy^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + B_1 \frac{dy}{dt} + B_0 y = Ax(t), \quad (77)$$

где

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \text{const} & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Если начальные условия нулевые, то максимальные величины переменных определяют по формулам

$$\left| \frac{d^n y}{dt^n} \right|_{\max} = A, \quad \left| \frac{d^m y}{dt^m} \right| = \frac{A}{B_m}, \quad (78)$$

где $1 \leq m \leq n-1$

$$y_{\max} = \frac{2A}{B_0}. \quad (79)$$

Аналитических значений определения предельных значений в случае нелинейных задач не существует. Если нет данных, то максимальные значения берут произвольно. Рассчитывают масштабы и задачу решают на машине. Анализ полученного значения позволяет судить о том, какие масштабы и как их нужно изменить, чтобы получить решение.

В результате выбора масштабов меняются коэффициенты, внешние возмущения и начальные условия исследуемых уравнений. Это может привести к таким сложностям: хотя масштабы выбраны исходя из максимальных значений функций правильно, отношения их могут сильно увеличивать или уменьшать постоянные коэффициенты, участвующие в машинных уравнениях. Эти коэффициенты затем будут выставляться в виде передаточных коэффициентов операционных усилителей, а величины этих коэффициентов ограничены.

Например, передаточный коэффициент интегратора МН-7 изменяется от 0 до 10. Следует заметить, что при очень малых значениях получающихся коэффициентов их трудно установить на модели. Кроме того, точность работы усилителя в машине зависит от величины передаточного коэффициента. Наименьшая погрешность операционного усилителя получается при величине передаточного коэффициента, равного или близкого к 10.

Масштабы произведения и частного получаются расчетным путем по масштабам сомножителей и соответственно масштабам делимого и делителя.

А. Допустим, имеем операцию умножения

$$y(t) = ax_1(t)x_2(t), \quad (80)$$

и соответствующее машинное уравнение имеет вид:

$$U_{\text{вых}}(t) = c U_{\text{вх}_1}(t) U_{\text{вх}_2}(t), \quad (81)$$

где c — коэффициент пропорциональности. Для большинства АВМ $c = 0,01$.

Введем масштабы, связывающие машинные и физические переменные:

$$M_y = \frac{y(t)}{U_{\text{вых}}(t)}; \quad M_{x_1} = \frac{x_1(t)}{U_{\text{вх}_1}(t)}; \quad M_{x_2} = \frac{x_2(t)}{U_{\text{вх}_2}(t)}. \quad (82)$$

или, учитывая, что в АВМ $U \leq 100$ В, получим:

$$M_y \geq \frac{y(t)}{100\text{В}}; \quad M_{x_1} \geq \frac{x_1(t)}{100\text{В}}; \quad M_{x_2} \geq \frac{x_2(t)}{100\text{В}}. \quad (83)$$

Подставим в выражение (81) значения напряжений из (82)

$$y(t) = \frac{M_y}{M_{x_1} M_{x_2}} c x_1(t) x_2(t). \quad (84)$$

Приравняв коэффициенты уравнений (84) и (80), получим:

$$a = \frac{M_y}{M_{x_1} M_{x_2}} c, \quad (85)$$

откуда

$$M_y = \frac{a}{c} M_{x_1} M_{x_2}. \quad (86)$$

Б. Операция деления

$$y(t) = a \frac{x_1(t)}{x_2(t)}. \quad (87)$$

Машинная формула блока деления имеет вид:

$$U_{\text{вых}}(t) = c \frac{U_{\text{вх}_1}(t)}{U_{\text{вх}_2}(t)}. \quad (88)$$

Введем масштабы

$$M_y = \frac{y(t)}{U_{\text{вых}}(t)}; \quad M_{x_1} = \frac{x_1(t)}{U_{\text{вх}_1}(t)}; \quad M_{x_2} = \frac{x_2(t)}{U_{\text{вх}_2}(t)}. \quad (89)$$

Приравняв коэффициенты уравнений (88) и (87) и учитывая (89), получим:

$$y(t) = c \frac{M_{x_2} M_y}{M_{x_1}} \frac{x_1(t)}{x_2(t)}; \quad (90)$$

$$a = c \frac{M_{x_2} M_y}{M_{x_1}}, \quad (91)$$

откуда

$$M_y = \frac{\sigma}{c} \frac{M_{x_1}}{M_{x_2}}. \quad (92)$$

§ 5. Масштабирование по времени

Если процесс в исследуемой системе длится доли секунды, то без введения масштабирования по времени невозможно зафиксировать интересующие нас зависимости. Плохо также, когда процесс длится очень долго, так как из-за дрейфа нуля операционных усилителей ошибки будут накапливаться на интегрирующих усилителях. Время интегрирования на МН-7 не должно превышать 200 с.

Смысл введения масштаба по времени заключается в том, что путем преобразования исходного дифференциального уравнения, определяющего частоту переходного процесса в физической системе, на АВМ решается уравнение, в котором изменения напряжений остаются пропорциональными изменениям физических переменных, а скорости их изменений можно увеличить или уменьшить в зависимости от характера процесса.

Это приводит к тому, что решение исходного физического уравнения идет в ускоренном или замедленном темпе

$$t_m = \frac{t}{M_t}, \quad (93)$$

где t_m — время, относительно которого ведется решение машинной системы уравнений;

t — время реальное;

M_t — масштаб по времени: $M_t = 1$ решение идет в реальном масштабе по времени; при $M_t > 1$ — в ускоренном масштабе по времени; при $M_t < 1$ — в замедленном масштабе по времени.

$$\frac{dy_t}{dt} = M_{yt} \frac{dU_t}{dt}; \quad t = t_m; \quad (94)$$

при $M_t \neq 1$

$$\frac{dy_t}{dt} = \frac{M_{yt}}{M_t} \frac{dU_t}{dt_m}; \quad \frac{d^2 y_t}{dt^2} = \frac{M_{yt}}{M_t^2} \frac{d^2 U_t}{dt_m^2}. \quad (95)$$

Введение масштаба по времени приводит к большому разбросу коэффициентов, входящих в уравнение.

Практически наиболее удобен масштаб по t , при котором разброс коэффициентов будет минимальным.

Если АВМ работает с реальной аппаратурой, то $M_t=1$.

Глава III

РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ НА АВМ



§ 1. Настройка нулей в УПТ и индикация перегрузок

Большим недостатком УПТ является «дрейф нуля». Под дрейфом нуля понимают наличие изменяющегося напряжения на выходе усилителя при нулевом или постоянном значении входного напряжения.

Причинами дрейфа являются:

1. Изменение напряжения источников питания, которое за счет параметрической связи между каскадами усиления передается непосредственно на выход усилителя.

2. Изменение характеристик резисторов, конденсаторов, триодов в процессе работы вследствие старения.

3. В случае ламповых схем недостатком можно считать эмиссию катода, а также наличие сеточного тока (особенно первой лампы).

В связи с перечисленными выше недостатками применяют специальные меры уменьшения дрейфа, возникающие в первом каскаде усиления УПТ. Различают два основных типа УПТ в зависимости от способа уменьшения дрейфа нуля:

с параметрической компенсацией;

с автоматической стабилизацией нулевого уровня

В машине МН-7 для настройки нуля вход настраиваемого УПТ заземляют, а к выходу усилителя подключают вольтметр V_1 . При помощи потенциометра, соответствующего номеру настраиваемого УПТ, включенного в цепь между первым и вторым каскадами усиления и обозначенного на передней панели машины под заголовком «Установка нулей усилителей», добиваются установки $U_{\text{вых}}=0$ сначала по шкале вольтметра 100 В, затем 2,5 В и 0,1 В.

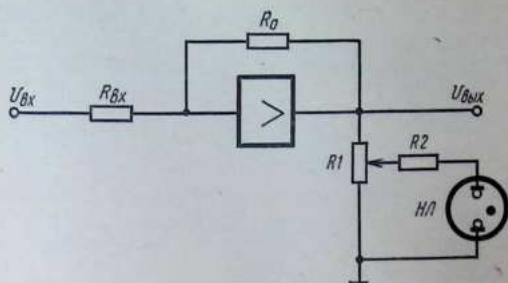


Рис. 31. Структурная схема ОБ в режиме сигнализации перегрузок.

При наличии большого числа УПТ настраивать нулевой уровень можно автоматически.

Амплитудная характеристика УПТ имеет линейный характер в пределах изменения $U_{\text{вых}} = \pm 100$ В. Выход УПТ за пределы линейности недопустим, так как в этом случае резко возрастает погрешность решения задачи.

Сигнализация о выходе усилителя за пределы линейности дается неоновыми лампочками (рис. 31).

Ползунок потенциометра устанавливают в такое положение, чтобы лампочка НЛ загоралась при $U_{\text{вых}} = \pm 105$ В. Иногда дополнительно в схему вводят реле, контакты которого включают звуковой сигнал и отключают машину.

§ 2. Установка и расчет передаточных коэффициентов

Значения рассчитанных передаточных коэффициентов, суммирующих и интегрирующих ОБ изменяются в зависимости от конкретной задачи.

На рисунке 32 дана схема ОБ, которую можно использовать в режиме суммирования и в режиме интегрирования.

К входу УПТ подключено переменное сопротивление $R1$, которое позволяет плавно изменять передаточный коэффициент. В цепь обратной связи УПТ введено несколько сопротивлений и конденсатор C . Для подключения любого из этих элементов используют штеккер L .

Если ОБ работает в режиме суммирования и передаточный коэффициент должен быть больше единицы, то в цепь обратной связи включают $R_0=1$ МОм, так как

$$U_{\text{вых}} = -\frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх}}. \quad (96)$$

Если, допустим, нужно установить передаточный коэффициент, равный четырем, то на вход подают $U_{\text{вх}}=10$ В и, плавно изменяя R_1 , добиваются напряжения на выходе, равного -40 В, т. е.

$$U_{\text{вых}} = -\frac{R_0}{R_1} U_{\text{вх}} = -4 \cdot 10 = -40 \text{ В}. \quad (97)$$

Коэффициенты исходных математических уравнений моделируются на АВМ коэффициентами передач функциональных блоков.

Для соблюдения критерия подобия при моделировании процесса в машине необходимо уметь правильно выбирать передаточные коэффициенты. Найдем выражение для расчета передаточных коэффициентов суммирующего ОБ:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n a_i x_i(t). \quad (98)$$

В суммирующем блоке данное уравнение запишется так:

$$U_{\text{вых}}(t) = -\sum_{i=1}^n k_i U_{\text{вх}i}(t). \quad (99)$$

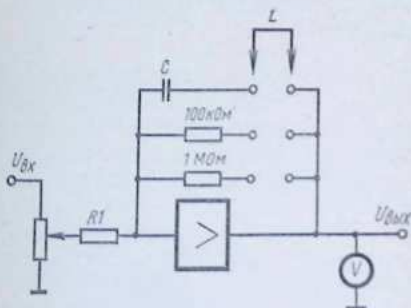


Рис. 32. Структурная схема ОБ в режиме установки передаточных коэффициентов.

Введем масштабы переменных:

$$M_y = \frac{y(t)}{U_{\text{вых}}(t)}; \quad M_{x_i} = \frac{x_i(t)}{U_{\text{вх}_i}(t)}. \quad (100)$$

Найдем величины $U_{\text{вых}}(t)$ и $U_{\text{вх}_i}(t)$ из выражений (100) и, подставив их в уравнение (99), получим:

$$y(t) = -M_y \sum_{i=1}^n k_i \frac{x_i(t)}{M_{x_i}}. \quad (101)$$

Приравняв коэффициенты уравнений (101) и (98), получим:

$$a_i = k_i \frac{M_y}{M_{x_i}}. \quad (102)$$

Знак минус не влияет на величину коэффициента, и поэтому его не учитывают.

Можно записать, что

$$k_i = a_i \frac{M_{\text{вх}_i}}{M_{\text{вых}}}, \quad (103)$$

т. е. коэффициент по i -му входу равен отношению масштабов входной величины к масштабу выходной величины, умноженному на коэффициент, стоящий перед переменной исходного уравнения.

Коэффициент передачи по i -му входу суммирующего блока

$$k_i = \alpha_i \frac{R_0}{R_i}, \quad (104)$$

где $0 \leq \alpha \leq 1$ — коэффициент, определяющий положение движка потенциометра.

Приравнявая (103) и (104), получим:

$$k_i = \alpha_i \frac{R_0}{R_i} = a_i \frac{M_{\text{вх}_i}}{M_{\text{вых}}}. \quad (105)$$

Для получения коэффициента передач интегрирующего блока воспользуемся выражением

$$y(t) = a \int_0^t x(t) dt. \quad (106)$$

Выберем масштабы

$$M_y = \frac{y(t)}{U_{\text{вых}}(t_M)}; \quad M_x = \frac{x(t)}{U_{\text{вх}}(t_M)}; \quad M_t = \frac{t}{t_M}. \quad (107)$$

Уравнение (106) трансформируется в АВМ в уравнение

$$U_{\text{вых}}(t_M) = -\frac{\alpha}{RC} \int_0^{t_M} U_{\text{вх}}(t_M) dt_M. \quad (108)$$

Подставляя масштабы в уравнение (108) и переходя к физическим переменным, получим:

$$y(t) = -\frac{\alpha}{RC} \cdot \frac{M_y}{M_x M_t} \int_0^t x(t) dt. \quad (109)$$

Приравнявая уравнения (109) и (106), получим:

$$a = \frac{\alpha}{RC} \cdot \frac{M_y}{M_x M_t}, \quad (110)$$

откуда

$$k = \frac{\alpha}{RC} = \frac{M_x M_t}{M_y} a. \quad (111)$$

Коэффициент передачи интегрирующего ОБ определяется отношением произведения масштаба переменной, действующей на входе, и масштаба времени, умноженного на коэффициент a исходного уравнения, к масштабу переменной на выходе УПТ.

В общем виде формула (111) имеет вид:

$$k_i = \frac{\alpha_i}{R_i C} = \frac{M_{\text{вх}i} M_t}{M_{\text{вых}}} a_i. \quad (112)$$

Если интегрирование ведется в натуральном масштабе времени, т. е. $M_t = 1$, то

$$k_i = \frac{M_{\text{вх}i}}{M_{\text{вых}}} a_i. \quad (113)$$

Из выражения (112) можно определить M_t , приняв $a_i = 1$:

$$M_t = \frac{M_{\text{вых}}}{R_i C a_i M_{\text{вх}i}}. \quad (114)$$

Масштабы $M_{\text{вых}}$ и $M_{\text{вх}i}$ рассчитывают по формулам:

$$M_{\text{вых}} = \frac{y(t)}{100}; \quad M_{\text{вх}i} = \frac{x_i}{100}. \quad (115)$$

Если величина a_i задана, то масштаб по времени определяют произведением $R_i C$, т. е. постоянной времени внешних цепей интегратора. Это позволяет изменять масштаб по времени в процессе решения задачи.

§ 3. Составление структурной схемы решения задачи на АВМ

Согласно требуемому уравнению, составляют структурную схему решения задачи. Структурная схема состоит из набора отдельных пассивных (резисторы, потенциометры, конденсаторы) и активных (УПТ) элементов.

Допустим, имеем неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с начальными условиями $y'(0)$ и $y(0)$

$$y'' + b_2 y' + b_1 y = dx(t). \quad (116)$$

Заданы максимальные значения переменных y''_{max} , y'_{max} , y_{max} , x_{max} . Решаем уравнение методом понижения порядка производной

$$y'' = dx(t) - b_2 y' - b_1 y. \quad (117)$$

Составляем структурную схему решения уравнения. Левая часть уравнения определяется алгебраической суммой правой части. Суммирование всех правых членов уравнения проведем на новом ОБ. Уравнение, реализуемое по структурной схеме, должно быть замкнуто, т. е. в точку, где по схеме находится y'' , должны быть поданы все члены уравнения, стоящие справа со своими знаками (см. рис. 33).

Начальные условия по схеме на рисунке 33 показаны стрелками на выходах интегрирующих усилителей. Знак начальных условий определяется знаком действующей на выходе переменной.

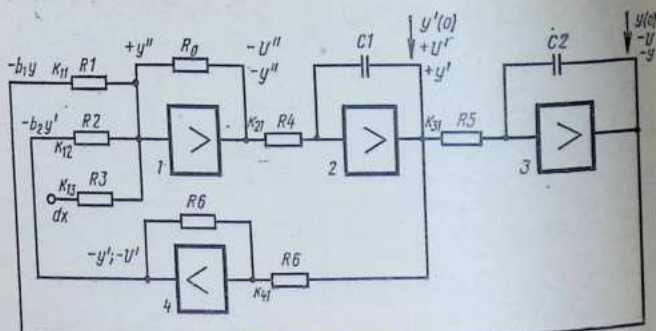


Рис. 33. Структурная схема решения линейного дифференциального уравнения второго порядка.

Выбираем масштабы согласно формулам (83) и (93):

$$M_y = \frac{y_{\max}}{100}; \quad M_{y'} = \frac{y'_{\max}}{100}; \quad M_{y''} = \frac{y''_{\max}}{100};$$

$$M_x = \frac{x_{\max}}{100}; \quad M_t = \frac{t}{t_m}. \quad (118)$$

Коэффициенты передач по каждому входу рассчитываем по формулам:

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= \frac{R_0}{R_1} = b_1 \frac{M_{y''}}{M_{y''}}; \\ k_{12} &= \frac{R_0}{R_2} = b_2 \frac{M_{y'}}{M_{y''}}; \\ k_{13} &= \frac{R_0}{R_3} = \frac{M_x}{M_{y''}} d. \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

Второй усилитель интегрирующий

$$k_{21} = \frac{1}{R_4 C_1} = \frac{M_{y''} M_t}{M_{y''}} a = \frac{M_{y''} M_t}{M_{y''}}. \quad (120)$$

здесь величина $a=1$, так как ОБ 2 интегрирует переменную y''

$$k_{31} = \frac{1}{R_5 C_2} = \frac{M_{y'} M_t}{M_{y'}}; \quad (121)$$

$k_{41}=1$, так как ОБ 4 — инвертирующий.

Выберем масштабы начальных условий:

$$U'(0) = \frac{y'(0)}{M_{y'}}; \quad U(0) = \frac{y(0)}{M_y}. \quad (122)$$

Передаточные коэффициенты можно рассчитать путем воспроизведения общего дифференциального уравнения.

Выбираем масштабы

$$M_{y''} = \frac{y''}{U''}; \quad M_{y'} = \frac{y'}{U'}; \quad M_t = \frac{t}{t_m};$$

$$M_x = \frac{x}{U_x}; \quad M_y = \frac{y}{U}. \quad (123)$$

Уравнение суммирующего ОБ запишется так:

$$U'' = -\frac{R_0}{R_1} U - \frac{R_0}{R_2} U' - \frac{R_0}{R_3} U_x. \quad (124)$$

Подставляя масштабы (123) в уравнение (124), получим:

$$y'' = -\frac{R_0}{R_1} \frac{M_{y''}}{M_y} y - \frac{R_0}{R_2} \frac{M_{y''}}{M_{y'}} y' - \frac{R_0}{R_3} \frac{M_{y''}}{M_x} x.$$

Это уравнение тождественно исходному в случае равенства коэффициентов при соответствующих переменных

$$\frac{R_0}{R_1} \frac{M_{y''}}{M_y} = b_1; \quad \frac{R_0}{R_2} \frac{M_{y''}}{M_{y'}} = b_2; \quad \frac{R_0}{R_3} \frac{M_{y''}}{M_x} = d, \quad (125)$$

откуда имеем:

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= \frac{R_0}{R_1} = \frac{M_y}{M_{y''}} b_1; \\ k_{12} &= \frac{R_0}{R_2} = \frac{M_{y'}}{M_{y''}} b_2; \\ k_{13} &= \frac{R_0}{R_3} = \frac{M_x}{M_{y''}} d. \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

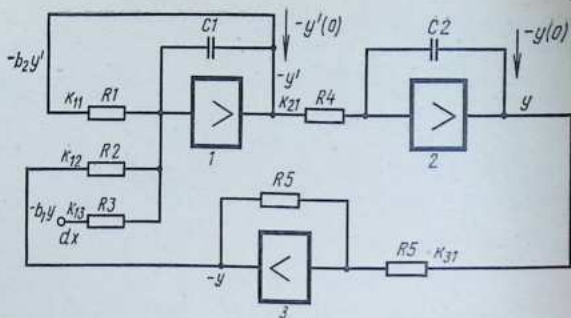


Рис. 34. Структурная схема решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с сокращенным числом операционных блоков.

Коэффициенты передачи интеграторов рассчитываем по формулам:

$$k_{21} = \frac{1}{R_4 C_1} = \frac{M_y M_t}{M_{y'}}; \quad k_{31} = \frac{1}{R_5 C_2} = \frac{M_y M_t}{M_y};$$

$$k_{41} = 1. \quad (127)$$

При составлении структурной схемы большое внимание уделяется уменьшению числа блоков. Поэтому первый ОБ можно сделать интегросуммирующим. Схема приведена на рисунке 34. В этом случае коэффициенты передач блоков запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} k_{11} &= \frac{1}{R_1 C_1} = \frac{M_y M_t}{M_{y'}}; & b_2 &= b_2 M_t; \\ k_{12} &= \frac{1}{R_2 C_1} = \frac{M_y M_t}{M_{y'}}; & & \\ k_{13} &= \frac{1}{R_3 C_1} = \frac{M_x M_t}{M_{y'}}; & & \\ k_{21} &= \frac{1}{R_4 C_2} = \frac{M_y M_t}{M_y}; & & \\ k_{31} &= 1. & & \end{aligned} \right\} \quad (128)$$

Если исследуемый процесс описывается линейным дифференциальным уравнением n -го порядка, то приемлемым методом составления структурной схемы яв-

ляется метод замкнутых контуров. Он заключается в определении старшей производной уравнения путем суммирования всех остальных членов с последующим интегрированием полученной суммы. Рассмотрим пример решения неоднородного дифференциального уравнения 3-го порядка

$$B_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + B_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + B_1 \frac{dy}{dt} + B_0 y = F(t). \quad (129)$$

Решим уравнение относительно старшей производной

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -\frac{B_2}{B_3} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{B_1}{B_3} \frac{dy}{dt} - \frac{B_0}{B_3} y + \frac{1}{B_3} F(t), \quad (130)$$

затем, используя метод понижения порядка производной, получим последовательно $\frac{d^2 y}{dt^2}$, $\frac{dy}{dt}$, y . При этом необходимо помнить, что блок интегрирования выполняет операцию $-\frac{1}{p}$ (рис. 35).

Суммируя полученные величины $\frac{d^2 y}{dt^2}$, $\frac{dy}{dt}$, y а также $F(t)$ во входных цепях первого интегратора, получим структурную схему решения данной задачи. Передаточные коэффициенты модели определяем в такой последовательности:

1. Нумеруем блоки цифрами 1, 2, 3..., n .
2. Нумеруем передаточные коэффициенты: номер блока = 1, 2, ..., n ; номер входа = 1, 2, ..., m .

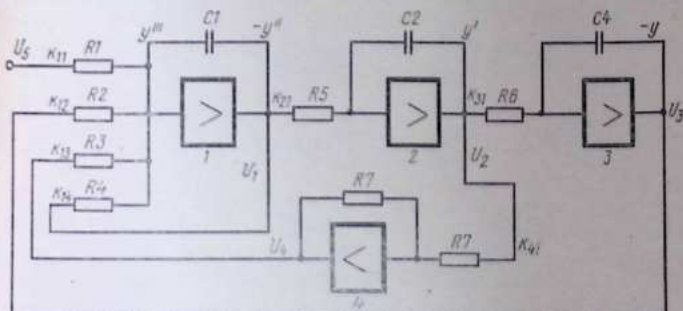


Рис. 35. Структурная схема решения уравнения методом понижения порядка производной.

3. Нумеруем напряжение на выходах блоков $U_1, U_2, \dots, U_n$, где n — номер соответствующего блока и напряжения внешних воздействий.

4. Составляем уравнения передаточных коэффициентов операционных блоков:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= -\frac{1}{P} (-k_{11}U_5 + k_{12}U_3 + k_{13}U_4 + k_{14}U_1); \\ U_2 &= -\frac{1}{P} k_{21}U_1; \\ U_3 &= \frac{1}{P} k_{31}U_2; \\ U_4 &= -k_{41}U_2. \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

5. Полученную систему уравнений решаем относительно напряжения U_3 (т. е. аналога искомой переменной y).

$$P^3 U_3 = k_{11}k_{21}k_{31}U_5 - k_{14}U_3 P^2 - k_{13}k_{21}k_{41}P U_3 - k_{12}k_{21}k_{31}U_3, \quad (132)$$

где U_5 — напряжение, соответствующее функции $F(t)$.

6. Вводя масштабные коэффициенты, связывающие машинные переменные с физическими:

$$U_3 = \frac{y}{M_y}; \quad t_m = \frac{t}{M_t}; \quad U_5 = \frac{F(t)}{M_F}, \quad (133)$$

а также учитывая, что машинная операция P соответствует

$$P = \frac{d}{dt_m} = M_t \frac{d}{dt}; \quad P^2 = M_t^2 \frac{d^2}{dt^2}; \quad P^3 = M_t^3 \frac{d^3}{dt^3}. \quad (134)$$

подставим в уравнение (132) напряжения U_3, U_5 и время t_m из (133) и значение P из (134), тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 y}{dt^3} &= -\frac{k_{14} d^2 y}{M_t dt^2} - \frac{k_{21} k_{13} k_{41}}{M_t^2} \frac{dy}{dt} - \\ &- \frac{k_{12} k_{21} k_{31}}{M_t^3} y + \frac{k_{11} k_{21} k_{31} M_y}{M_t^3 M_F} F(t). \end{aligned} \quad (135)$$

Сравнивая полученное уравнение с исходным (130), получим выражение, связывающее машинные коэффици-

центы передач со значениями физических коэффициентов исходного уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{k_{14}}{M_i} &= \frac{B_2}{B_3}; & \frac{k_{21}k_{31}k_{41}}{M_i^3} &= \frac{B_1}{B_3}; & \frac{k_{12}k_{21}k_{31}}{M_i^3} &= \frac{B_0}{B_3}; \\ \frac{k_{11}k_{21}k_{31}M_y}{M_i^3M_F} &= \frac{1}{B_3}. \end{aligned} \quad (136)$$

Из этих соотношений определяем коэффициенты передач блоков k_{ij} . Так как число неизвестных коэффициентов $k_{ij}=7$, а уравнений всего четыре, то для определения всех коэффициентов нужно иметь еще три уравнения:

$$k_{31} = -\frac{M_{y'}}{M_y} M_i; \quad k_{21} = -\frac{M_{y''}}{M_{y'}} M_i; \quad k_{41} = 1. \quad (137)$$

Значения масштабных коэффициентов M_y , $M_{y'}$, $M_{y''}$, M_F определяем из условия

$$M_y = \frac{y_{\max}}{U_{\max}} = \frac{y_{\max}}{100B}. \quad (138)$$

Максимальные значения переменных y можно определить ориентировочно исходя из физических особенностей моделируемого процесса.

§ 4. Задание начальных условий

Для решения математических уравнений, описывающих физические процессы, необходимо располагать значениями истинных переменных в начальный момент решения задачи. Это объясняется тем, что неопределенный интеграл всегда вычисляют с точностью до постоянной интегрирования. ОБ в режиме интегрирования реализует выражение

$$U_{\text{вых}} = \int_0^t U_{\text{вх}} dt + U_{\text{вх}0}, \quad (139)$$

т. е. в момент $t=0$ на выходе ОБ в режиме интегрирования задается некоторое напряжение — постоянная интегрирования. Эту операцию называют операцией задания начальных условий.

Например, исходный угол поворота шестерни равен 60° , какой-то аппарат имеет температуру 40°C , сумма

начального вклада равна 80 руб. и т. д. При моделировании процессов в соответствующие точки электрической схемы должны быть подведены напряжения в известном масштабе, изображающие упомянутые величины. Допустим, в нашем примере на модели получим 60, 40, 80 В при масштабе, численно равном единице. В общем виде, если значение истинной переменной в начальный момент $y_{нач0} = b$, а масштаб равен M_y , то

$$U_{вых0} = \frac{y_{нач0}}{M_y} = \frac{b}{M_y}. \quad (140)$$

После определения величины $U_{вых0}$ его следует установить в АВМ, т. е. установить данное выходное напряжение начальных условий на интегрирующем ОБ. В этом случае после начала решения задачи $U_{вых}$ будет изменяться не с нулевого значения, а с заданного $U_{вых0}$, которое определяет конкретное решение.

Начальные условия можно задавать несколькими способами, например путем добавления напряжения $U_{вых0}$ к выходному напряжению интегратора с помощью дополнительного суммирующего ОБ или путем предварительного заряда конденсатора обратной связи C_0 интегрирующего ОБ до напряжения, соответствующего начальному значению (рис. 36).

Схема задания начальных условий состоит из потенциометра $R4$ с заземленной средней точкой, резисторов $R2$ и $R3$ и контактов реле P . В режиме задания начальных условий реле включает контакты 1 и 3 и

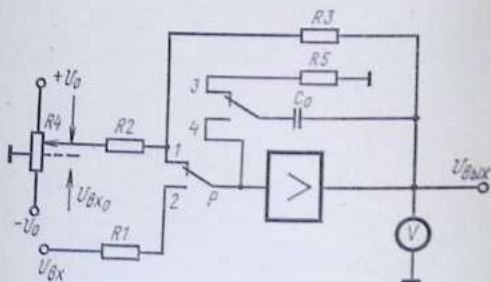


Рис. 36. Структурная схема задания начальных условий при помощи предварительного заряда конденсатора обратной связи.

усилитель работает в режиме масштабирования с резисторами R_2 и R_3 , конденсатор C_0 последовательно с резистором R_5 подключается к выходу усилителя. Вход усилителя подключается к потенциометру R_4 . Напряжение $U_{вх0}$ заряжает конденсатор C_0 до требуемого напряжения

$$U_{вх0} = - \left(\frac{R_3}{R_2} \right) U_{вх0}, \quad (141)$$

которое контролируется по вольтметру V . В момент решения задачи контакты реле P переключаются в положение 4 и 2.

§ 5. Моделирование возмущающих воздействий

Для моделирования возмущающих функций используют генераторы электрических сигналов разнообразной формы, например генераторы гармонических сигналов, генераторы импульсов, генераторы случайных функций.

При моделировании возмущающих функций сложной формы можно применить блоки переменного коэффициента или блоки нелинейности с линейной разверткой от интегрирующего усилителя.

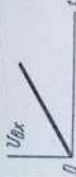
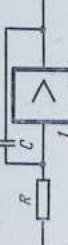
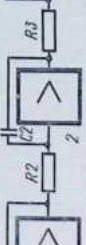
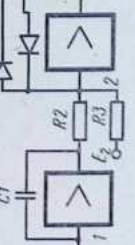
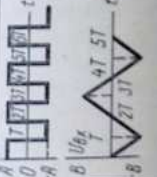
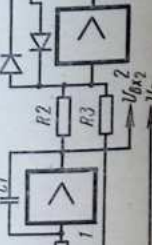
Довольно часто требуется исследовать реакцию системы на типовой сигнал. К типовым сигналам относятся (рис. 37): ступенчатое напряжение, синусоидальное напряжение, прямоугольный однополярный импульс напряжения, периодические прямоугольные двуполярные импульсы напряжения и периодические треугольные двуполярные импульсы напряжения.

На рисунке 37 даны схемы образования типовых возмущающих воздействий и указана связь параметров этих напряжений с параметрами операционных блоков.

При образовании возмущающих функций нужно обратить внимание на то, что при введении масштабов по времени при исследовании задач возмущающие функции следует тоже вводить в соответствующем масштабе времени.

Например, для моделирования функции вида (рис. 38)

$$y(t) = \begin{cases} \frac{F_0}{T_0} t & \text{при } t < T_0; \\ F_0 & \text{при } t \geq T_0 \end{cases} \quad (142)$$

Вид типового входного сигнала	Схема моделирования	Соотношения
Ступенчатое напряжение $U_{вх} = \begin{cases} A, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 		$A = E$
Линейно-изменяющееся напряжение $U_{вх} = \pm Kt$ 		$K = \pm \frac{E}{RC}$
Синусоидальное напряжение $U_{вх} = A \sin \omega t$ 		$A = U_{нуль}$ $\omega = \sqrt{\frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
Прямоугольный однополярный импульс $U_{вх} = \begin{cases} A, & t < 0 \\ 0, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t > T \end{cases}$ 		$A = E_3$ $T = \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{R_2}{R_3} \cdot R_1 C_1$
Периодические импульсы 		$A = E$ $B = E \frac{R_2}{R_3}$ $T = \frac{R_2}{R_3} R_1 C_1$

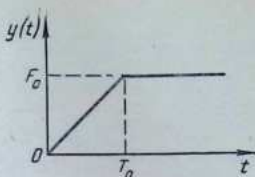


Рис. 38. График функции $y(t)$.

или для решения уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{F_0}{T_0} \quad \text{при } t < T_0; \\ \frac{dy}{dt} &= 0 \quad \text{при } t \geq T_0. \end{aligned} \quad (143)$$

применяют схему, приведенную на рисунке 39.

Как видно из схемы, переключение входного напряжения, аналогичное $\frac{dy}{dt}$, осуществляется реле $P1$, которое срабатывает, когда напряжение U_1 на выходе интегратора достигает значения U_0 (опорное напряжение). Так как это должно произойти в момент $t_1 = T_0$ и при этом $y(t) = F_0$, то на схему сравнения нужно подать опорное напряжение $U_0 = \frac{F_0}{M_y}$. Указанную схему рассчитывают согласно изложенной выше методике. В результате расчета получают следующие равенства:

$$\begin{aligned} \frac{F_0}{T_0} &= \frac{k_{11} M_y}{M_t} U_{\text{вх}}; \quad T_0 = \frac{F_0 M_t}{k_{11} M_y U_{\text{вх}}}; \\ U_{\text{вх}} &= \frac{M_t F_0}{k_{11} M_y T_0}. \end{aligned} \quad (144)$$

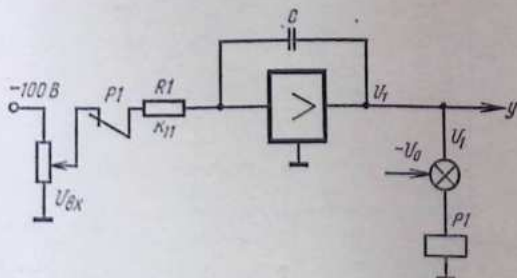


Рис. 39. Схема решения уравнений $y(t)$ на модели.

Следует помнить, что масштаб по времени M_t и масштаб функции M_y должны соответствовать выбранным масштабам этих переменных в решаемом уравнении.

§ 6. Пример решения задачи на АВМ

Задача. Исследование кинематики кривошипного механизма. Кинетическая схема механизма представлена на рисунке 40. Составим необходимые дифференциальные уравнения [15, 28]:

$$\left. \begin{aligned} y_c &= b \sin \psi; & y_c &= b \sin \psi = b\lambda \sin t; \\ A_K &= r \sin t; & y_c &= b\lambda \sin t; \\ A_K &= l \sin \psi; & x_c &= OK + KM = K_1C + OK; \\ r \sin t &= l \sin \psi; & KM &= K_1C = a \cos \psi; \\ \sin \psi &= \frac{r}{l} \sin t; & OK &= r \cos t; \\ \sin \psi &= \lambda \sin t; & x_c &= r \cos t + a \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 t};$$

Величину $\cos \psi$ приближенно можно представить следующим рядом:

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 t};$$

$$\cos \psi = A_0 + A_2 \cos 2t + A_4 \cos 4t + A_6 \cos 6t + \dots, \quad (146)$$

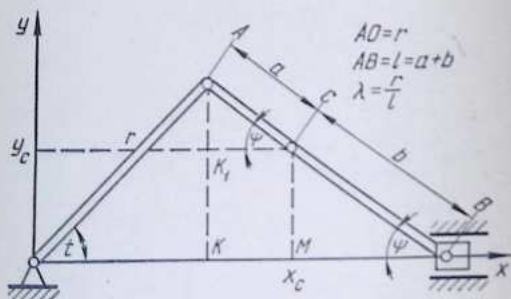


Рис. 40. Кинематическая схема кривошипного механизма.

где

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= 1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4 - \frac{5}{256} \lambda^6 - \dots \\ A_2 &= \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{4}{64} \lambda^4 + \frac{15}{512} \lambda^6 + \dots \\ A_4 &= \frac{1}{64} \lambda^4 + \frac{3}{256} \lambda^6 + \dots \\ A_6 &= \frac{1}{512} \lambda^6 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (147)$$

При $\lambda < 1$ ряд сходится. Ограничимся точностью до члена 4-го порядка. Тогда

$$x_c = r \cos t + a \cos \psi; \quad (148)$$

$$x_c = r \cos t + a [A_0 + A_2 \cos 2t - A_4 \cos 4t]. \quad (149)$$

Примем

$$z = a A_4 \cos 4t. \quad (150)$$

Последовательным дифференцированием x_c , y_c и z получим систему дифференциальных уравнений с начальными условиями, описывающих кинематику механизма:

$$x'_c = -r \sin t + a [-2A_2 \sin 2t + 4A_4 \sin 4t]; \quad (151)$$

$$x''_c = -r \cos t + a [-4A_2 \cos 2t + 16A_4 \cos 4t]. \quad (152)$$

Обратимся к первоначальному уравнению x_c [формула (149)] и умножим его на величину (-4) , тогда

$$-4x_c = -4r \cos t - 4a [A_0 + A_2 \cos 2t - A_4 \cos 4t]; \quad (153)$$

$$-4x_c = -4r \cos t - 4aA_0 - 4aA_2 \cos 2t + 4aA_4 \cos 4t. \quad (154)$$

Сравним уравнения x''_c и $-4x_c$:

$$x''_c = -r \cos t + a [-4A_2 \cos 2t + 16A_4 \cos 4t]; \quad (155)$$

$$-4x_c = -4r \cos t - 4A_0a - 4aA_2 \cos 2t + 4aA_4 \cos 4t. \quad (156)$$

Отсюда имеем:

$$x''_c = -4x_c + 4A_0a + 3r \cos t + 12z, \quad (157)$$

$$\text{где } z = aA_4 \cos 4t. \quad (158)$$

Значение $12z = 12aA_4 \cos 4t$ очень мало, и мы им пренебрегаем. Тогда из выражения (157) с учетом (158) получим:

$$x''_c = -4x_c + 4aA_0 + 3r \cos t. \quad (159)$$

Продифференцировав выражение y_c из (145), получим:

$$y'_c = \lambda b \cos t; \quad y''_c = -\lambda b \sin t; \quad (160)$$

$$y'_c = \frac{br}{l} \cos t; \quad 3y'_c = \frac{3br}{l} \cos t; \quad (161)$$

$$3 \frac{l}{b} y'_c = 3 \frac{brl}{bl} \cos t = 3r \cos t. \quad (162)$$

Тогда, сравнивая (159) и (162), получим:

$$x''_c = -4x_c + 3 \frac{l}{b} y'_c + 4aA_0. \quad (163)$$

Сравнивая выражения y''_c из (160) и y_c из (145), получим:

$$y''_c = -y_c. \quad (164)$$

Определим начальные условия

$$\begin{aligned} x_c(0) &= r + a; & y_c(0) &= 0; & x'_c(0) &= 0; \\ y'_c(0) &= \lambda b; & \lambda b &= \frac{2}{3} 100 = \frac{200}{3} = 66,6. \end{aligned}$$

Составим структурную схему для решения дифференциальных уравнений (рис. 41):

$$\begin{cases} x''_c = -4x_c + 3 \frac{l}{b} y'_c + 4aA_0; \\ y''_c = -y_c. \end{cases} \quad (165)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= -(k_{11}U_3 + k_{12}U_0 + k_{13}U_4); \\ U_2 &= -\frac{1}{p} k_{21}U_1; \\ U_3 &= -\frac{1}{p} k_{31}U_2; \\ U_4 &= -\frac{1}{p} k_{41}U_0; \\ U_5 &= -\frac{1}{p} k_{51}U_4; \\ U_6 &= -k_{61}U_5. \end{aligned} \right\} \quad (166)$$

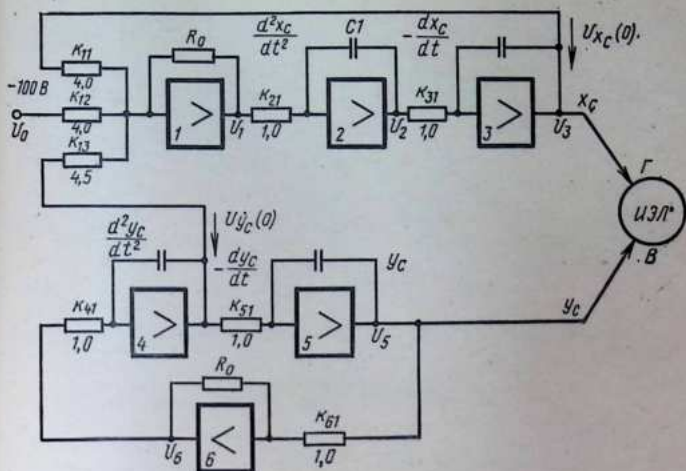


Рис. 41. Схема моделирования кривошипного механизма на АВМ.

Решим систему уравнений относительно U_3 и U_5 :

$$-\frac{PU_2}{k_{21}} = -\left(k_{11}U_3 + k_{12}U_0 - \frac{k_{13}PU_5}{k_{51}}\right); \quad (167)$$

$$-\frac{P^2U_3}{k_{21}k_{31}} = k_{11}U_3 + k_{12}U_0 - \frac{k_{13}PU_5}{k_{51}}; \quad (168)$$

$$P^2U_3 = -k_{11}k_{21}k_{31}U_3 + \frac{k_{13}k_{21}k_{31}}{k_{51}}U_5 - k_{12}k_{21}k_{31}U_0. \quad (169)$$

Масштабы:

$$M_t = \frac{t}{t_m}; \quad P^2 = M_t^2 \frac{d}{dt^2}; \quad U_3 = \frac{x_c}{M_{x_c}}; \\ U_5 = \frac{y_c}{M_{y_c}}; \quad U_0 = \frac{aA_0}{M_0}; \quad (170)$$

$$\frac{M_t^2}{M_{x_c}} \frac{dx_c}{dt^2} = -\frac{k_{11}k_{21}k_{31}x_c}{M_{x_c}} + \frac{k_{13}k_{21}k_{31}M_t dy_c}{k_{51}M_{y_c} dt} - \\ - \frac{k_{12}k_{21}k_{31}}{M_0} aA_0. \quad (171)$$

Сравним уравнения (171) и (165) и определим неизвестные коэффициенты:

$$\frac{d^2x_c}{dt^2} = -\frac{k_{11}k_{21}k_{31}}{M_t^2} + \frac{k_{13}k_{21}k_{31}M_{x_c}}{k_{51}M_tM_{y_c}} \frac{dy}{dt} -$$

$$-\frac{k_{12}k_{21}k_{31}M_{xc}}{M_t^2M_0} aA_0; \quad \frac{d^2x_c}{dt^2} = -4x_c + 3\frac{l}{b} \frac{dy_c}{dt} + 4aA_0;$$

$$\frac{k_{11}k_{21}k_{31}}{M_t^3} = 4; \quad \frac{k_{12}k_{21}k_{31}M_{xc}}{M_t^2M_0} = 4; \quad \frac{k_{13}k_{21}k_{31}M_{xc}}{M_tM_{yc}k_{51}} = 3\frac{l}{b}; \quad (172)$$

$$-\frac{PU_5}{k_{51}} = -\frac{1}{P} k_{41}(-k_{61}U_5);$$

$$\frac{P^2U_5}{k_{51}} = -k_{41}k_{61}U_5; \quad (173)$$

$$\frac{M_t^2}{M_{yc}} \frac{d^2y_c}{dt^2} = -\frac{k_{41}k_{51}k_{61}}{M_{yc}} y_c. \quad (174)$$

Сравним уравнения (174) и (165) и определим передаточные коэффициенты:

$$\frac{d^2y_c}{dt^2} = -\frac{k_{41}k_{51}k_{61}}{M_t^2} y_c;$$

$$\frac{d^2y_c}{dt^2} = -y_c.$$

В итоге имеем:

$$\frac{k_{11}k_{21}k_{31}}{M_t^2} = 4; \quad \frac{k_{12}k_{21}k_{31}M_{xc}}{M_t^2M_0} = 1;$$

$$\frac{k_{13}k_{21}k_{31}M_{xc}}{M_t^2M_{yc}} = 3\frac{l}{b}; \quad \frac{k_{41}k_{51}k_{61}}{M_t^2} = 1. \quad (175)$$

Дано:

$$AO = r = 1,0 \text{ м}; \quad \lambda = \frac{r}{l} = \frac{1,0}{1,5} = \frac{2}{3};$$

$$AB = l = 1,5 \text{ м};$$

$$AC = a = 0,5 \text{ м}; \quad \frac{l}{b} = \frac{1,5}{1,0} = 1,5$$

$$BC = b = 1,0 \text{ м};$$

Для вышеприведенных данных рассчитаем масштабы:

$$x_c = 1,5 \text{ м}, \quad y_c = 1,0 \text{ м}.$$

Округлим эти значения:

$$x_c = 2,0 \text{ м}; \quad y_c = 1,0 \text{ м}; \quad x_c'' = 2,0;$$

$$x_c' = 2,0 \text{ м}; \quad y_c' = 1,0 \text{ м}; \quad y_c'' = 1,0.$$

Принимаем:

$$M_{xc} = \frac{x_c}{U_s} \approx \frac{2,0}{100} = 0,02 \text{ м/В}; \quad M_t = 1,0;$$

$$M_{yc} = \frac{y_c}{U_s} = \frac{1,0}{100} = 0,01 \text{ м/В}; \quad M_0 = \frac{aA_0}{U} = \frac{aA_0}{10},$$

где

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{3}{64} \lambda^4 = 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{3}{64} \left(\frac{2}{3} \right)^4 = \frac{8}{9};$$

$$aA_0 = 0,5 \frac{8}{9} = 0,45 \text{ м}; \quad M_0 = \frac{0,45}{10} \approx 0,05 \text{ м/В}.$$

Определим начальные условия:

$$U_3(0) = U_{x_c}(0) = \frac{x_c(0)}{M_{x_c}} = \frac{1,5}{0,02} = 75 \text{ В};$$

$$U_4(0) = U_{y'_c}(0) = \frac{y'_c(0)}{M_{y'_c}} = \frac{\frac{2}{3}}{0,01} \approx 66 \text{ В}.$$

Согласно (175), имеем:

$$k_{11}k_{21}k_{31} = 4; \quad k_{21}k_{12}k_{31} = 10; \quad k_{13}k_{21}k_{31} = 2,25; \quad k_{41}k_{51}k_{61} = 1.$$

Результаты расчета передаточных коэффициентов сведем в таблицу

Коэффициенты	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{21}	k_{31}	k_{41}	k_{51}	k_{61}
Числовые значения	4	10	2,25	1	1	1	1	1

Раздел второй

ЦИФРОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ (ЦВМ)

Глава I

ЦИФРОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ



За последние двадцать пять лет вычислительные машины прошли путь в несколько поколений (смена поколений происходит через 5—8 лет). Основными вопросами при разработке ЦВМ являлись производительность, сокращение размеров, уменьшение стоимости, повышение надежности, упрощение взаимодействия человека с машиной.

К первому поколению ЭВМ относятся ламповые машины 50-х годов. При их создании использовали электронные лампы, трансформаторы, конденсаторы, резисторы, ферриты. Первая советская ЦВМ была создана в 1951 г. в Институте точной механики и математики АН СССР под руководством С. А. Лебедева и называлась МЭСМ (малая электронная счетная машина). К первому поколению машин можно отнести следующие ЭВМ: «Стрела», БЭСМ-1, «Урал-4», «Минск-1», М-20. Однако использование ламповых схем, обладающих сравнительно невысоким быстродействием, сдерживало развитие ЦВМ.

В конце 50-х годов появляется второе поколение, в качестве экспериментальной базы которого был использован транзистор. В результате увеличилась надежность, снизилось потребление мощности, уменьшились габариты ЦВМ. Был применен печатный монтаж, при помощи которого нужную электрическую схему соединений вытравили на тонкой медной фольге, нанесенной на поверхность изоляционного материала. Характерной особенностью ЦВМ второго поколения явилась дифференциация по применению. Были созданы машины для расчетов, для решения экономических задач, для управления производственными процессами.

Машины второго поколения отличались многоступенчатым (иерархическим) построением систем памяти; появились алгоритмические языки, которые резко упростили программирование, системы передач цифровой информации по линиям связи; мультипрограммные вычислительные машины; машины, работающие в режиме автоматического распределения машинного времени. К машинам второго поколения можно отнести машины: М-220, БЭСМ-6, «Мир», «Минск-22», «Урал-14», «Раздан-3», «Днепр-21».

Таким образом, если первое поколение машин заложило основы построения ЦВМ, то второе поколение привело к созданию разнообразных сложных ЦВМ и систем, позволивших перейти к созданию автоматизированных систем управления предприятиями на основе электронных систем обработки данных. ЦВМ второго поколения насчитывали сотни тысяч транзисторов, до миллиона конденсаторов и резисторов. Естественно, что обслуживать такие сложные машины было трудно. Выход был найден при переходе к третьему поколению ЦВМ.

В машинах третьего поколения большинство транзисторов и дискретных деталей заменено интегральными схемами. Каждая такая схема представляет прибор в корпусе, по размерам равный транзистору, содержащий несколько десятков компонентов. Эти компоненты (т. е. транзисторы, конденсаторы, диоды, резисторы) интегрально (неразборно) соединены между собой и представляют законченный функциональный блок. В машинах третьего поколения широкое распространение получил четырехслойный печатный монтаж, при котором внутри плоского изоляционного листа располагается слой земляных шин, слой шин питания, а снаружи — два слоя сигнальных проводников.

Стоимость интегральных схем при массовом производстве оказывается ниже стоимости соответствующих схем на дискретных компонентах. В устройствах управления ЦВМ третьего поколения, построенных по микропрограммному принципу, широко применяют постоянную память, развитую систему диагностики неисправностей. Набор периферийных устройств на ЦВМ третьего поколения существенно увеличивается, но процесс развития периферийных устройств более медленный, чем электронного оборудования. Большинство перифе-

рийных устройств ЦВМ третьего поколения представляет собой усовершенствованные периферийные устройства второго поколения. В ЦВМ третьего поколения широко используют устройства отображения информации на экране электронно-лучевой трубки.

Эти устройства имеют цифровую клавиатуру и световое табло и позволяют вводить в ЦВМ информацию в алфавитно-цифровой и графической форме. Широкое внедрение получила автоматизация проектирования при разработке монтажной документации ЦВМ. К третьему поколению можно отнести единую систему электронно-вычислительных машин (ЕС ЭВМ), агрегатную систему вычислительной техники (АСВТ).

Одной из особенностей машин третьего поколения был переход к серии программно и не полностью аппаратно-совместимых ЦВМ модульной конструкции [23, 26, 12]. В состав такой серии входит несколько процессоров с единой системой команд и различной производительностью; ОЗУ на ферритовых сердечниках блочной конструкции, позволяющей наращивать объем памяти в больших пределах, разнообразное внешнее оборудование, обеспечивающее приспособляемость ЦВМ к конкретным задачам, логически независимые от процессора устройства управления вводом (выводом) информации (см. § 9 этой главы). Такой подход дает возможность:

оптимизировать структуру конкретной системы с учетом решаемых задач;

изменять мощность вычислительной системы, изменять ее состав, не меняя структуру самих устройств, сохранять накопленный набор отлаженных программ в процессе развития вычислительной системы.

В начале 70-х годов появилось четвертое поколение ЦВМ. Элементарной основой четвертого поколения принято считать большие интегральные схемы (БИС), которые пришли на смену интегральным схемам (ИС) малой степени интеграции. Помимо БИС и средних интегральных схем (СИС), современная вычислительная техника характеризуется проектированием серий программно-совместимых ЦВМ, увеличенным набором команд, мультипрограммной обработкой данных, разнообразием внешнего оборудования, наличием полупроводниковой памяти. Широкое распространение получает дистанционный доступ к централизованным

вычислительным комплексам и организация сетей ЦВМ коллективного пользования, развивается режим диалога между пользователем и ЦВМ, повышается эффективность ЦВМ за счет аппаратного решения трансляции с алгоритмических языков, управления вводом (выводом) информации. Каждое новое поколение ЦВМ меняет характер решаемых задач. Если первое поколение использовалось для решения отдельных вычислительных задач, для ускорения научных расчетов, то четвертое поколение решает задачу обслуживания массового потребителя, создание сетей ЦВМ, работающих в режиме диалога с пользователем. По мере развития внешних устройств, систем связи, программ, операционных систем, изменения и усложнения ЦВМ границы между поколениями становятся все менее отчетливыми. Появление новых методов организации ЦВМ, вычислительных машин, систем коллективного пользования объясняется стремлением проектировщиков повысить производительность и наиболее полно удовлетворить потребности пользователя. Производительность можно повысить как увеличением быстродействия элементов машин, так и повышением параллелизма выполнения операций. Первое определяется технологической базой, второе достигается выбором структуры машин и структуры объединения машин в систему (архитектурой).

Архитектуру ЦВМ желательно рассматривать по классам мощности: супер-ЦВМ; ЦВМ широкого назначения; мини-ЦВМ.

Задача супер-ЦВМ, используемых для решения сложных вопросов, — получить максимальную производительность. Задача ЦВМ широкого назначения — получение высокой производительности с наивысшей надежностью.

Мини-ЦВМ являются важным элементом структуры вычислительной системы, выполняющим функции обмена, концентратора данных.

Под супер-ЦВМ понимается машина, быстродействие которой составляет десятки и сотни миллионов операций в секунду. В настоящее время создается и внедряется несколько проектов по созданию ЦВМ данного класса, что вызвано наличием задач, которые нельзя решить другими средствами (например, аэродинамические задачи, задачи расчетов прогнозов погоды

и т. д.). Структура таких машин определяется в основном алгоритмами задач и организацией данных. Представителем супер-ЦВМ можно назвать американскую машину «Иллиак-IV».

В настоящее время распространение получили ЦВМ широкого назначения. Проектирование таких машин всегда основывается на компромиссе: «Новая машина и в то же время по возможности старая». С одной стороны, желание потребителей иметь как можно более новую машину, с другой — иметь как можно больше в машине старого (в основном программ). Поэтому в разработках машин третьего поколения появилась тенденция создания серии аппаратно и программно совместимых ЦВМ.

Архитектурные решения универсальных ЦВМ третьего поколения не потеряли своего значения и сейчас. При этом смена поколений связывалась с переходом на новую технологическую базу — БИС. Каждая такая схема должна была представлять собой законченный узел или блок ЦВМ (например, сумматор, регистр, дешифратор). Существовало мнение, что если БИС будут иметь регулярную структуру, то незначительное введение избыточности в схему дало бы возможность на одних и тех же схемах выполнять различные функции. Однако многие надежды сбылись не полностью. Тем не менее даже незначительные изменения в технологической базе оказали влияние на архитектуру ЦВМ. Если раньше срок существования поколений равнялся 8—10 лет, то теперь он продлится до 20 лет. А поскольку каждое новое поколение появляется через 8 лет, то существует некоторое «перекрытие» текущего поколения с последующим. О современных ЦВМ четвертого поколения можно сказать, что сейчас смена поколений носит не революционный характер (как было с предыдущими поколениями), а эволюционный.

§ 1. Структурная схема ЦВМ

Современный уровень развития науки и техники требует решения разнообразнейших сложных задач, возникающих в народном хозяйстве. Их нельзя было бы решить без быстродействующих вычислительных устройств, позволяющих выполнять как арифметические, так и логические задачи.

Современные ЦВМ уже работают со скоростью миллион коротких операций в секунду, например ЦВМ БЭСМ-6, единая система электронных вычислительных машин (ЕС ЭВМ) или РЯД и т. д.

Под короткой операцией понимается операция арифметического сложения.

Современные ЦВМ — сложный комплекс устройств, связанных между собой по определенным законам. И поэтому, несмотря на многообразие существующих ЦВМ, можно выделить основные блоки, которые входят в состав каждой машины и выполняют вполне определенные функции: арифметическое устройство (АУ), запоминающее устройство (ЗУ), устройство управления (УУ), устройство ввода и вывода информации и пульт управления (ПУ).

Блок-схема ЦВМ представлена на рисунке 42.

Арифметическое устройство (АУ) выполняет операции сложения, вычитания, умножения, деления, а также логическое умножение, логическое сложение, поразрядное сложение по модулю 2 (сравнение), сдвиги числа вправо и влево. Числа, которыми оперирует АУ, называются операндами. На рисунке 43 приведена схема АУ. Рассмотрим работу данной схемы.

Из оперативной памяти ЦВМ числа по кодовым шинам поступают на регистры 1 и 2, в которых происхо-

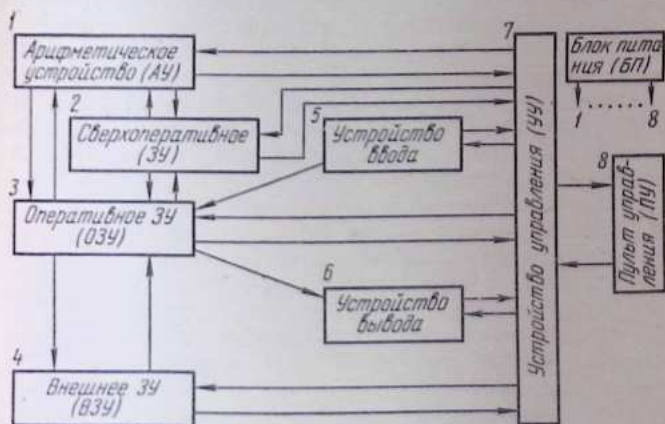


Рис. 42. Структурная схема ЦВМ.

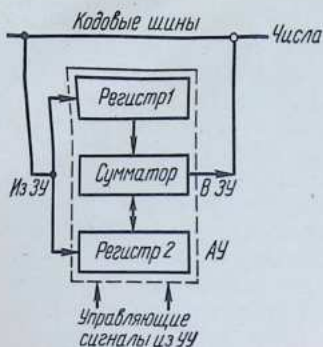


Рис. 43. Структурная схема АУ.

дит запоминание чисел. Затем по управляющему сигналу из ЦУ происходит требуемая операция в устройстве, называемом сумматором. Результаты операции по кодовым шинам из сумматора поступают в оперативную память.

АУ бывают параллельные и последовательные. В АУ параллельного действия операции осуществляются сразу над

всеми разрядами числа, например передача числа с первого регистра на второй. Число разрядов в АУ параллельного действия равно или больше числа разрядов операнда.

Применяют АУ параллельного действия в универсальных ЦВМ типа «Минск», БЭСМ, ЕС ЭВМ.

В АУ последовательного действия операции над разрядами слова (числа) проводятся последовательно по времени, сложение двух чисел начинается с младших разрядов этих чисел. Длительность операции пропорциональна количеству разрядов в числе, и поэтому такие АУ не обладают быстроедействием АУ параллельного действия. Однако количество оборудования в АУ последовательного действия не зависит от числа разрядов в слове, и поэтому его значительно меньше, чем в АУ параллельного действия. АУ последовательного действия экономны, и их используют в управляющих вычислительных машинах. В настоящее время принято считать АУ, ЦУ, а иногда и СОЗУ (сверхоперативное запоминающее устройство) центральным процессором.

Для ускорения процесса вычисления применяют блочные АУ, отличающиеся развитой, но сложной структурой. Ввиду того что каждая операция выполняется отдельным функциональным блоком, многие действия можно выполнять параллельно, что ускоряет общее быстроедействие.

В настоящее время широкое распространение получили АУ комбинированного типа. Основу такого АУ составляет многоразрядный сумматор накапливающие-

го типа с параллельным вводом и выводом чисел и два регистра — входной и выходной.

Управляет работой такого АУ блок местного управления, который получает указание на выполнение операции из центрального устройства управления.

Например, в ЦВМ IBM-360 используется АУ комбинированного типа без явно выраженного сумматора, который состоит из нескольких регистров, и программист сам решает, как ему использовать данную технику — в качестве сумматора или регистра.

Запоминающее устройство (ЗУ) — одно из основных устройств ЦВМ — предназначено для приема, хранения, выдачи команд, чисел, промежуточных и конечных результатов.

Основные характеристики ЗУ:

емкость — количество единиц информации, которое может храниться одновременно в памяти машины. В качестве единицы информации может быть команда, число, бит — двоичный разряд числа, байт — восьмиразрядное число, полуслово — два байта, слово — четыре байта, двойное слово — восемь байтов;

быстродействие — скорость считывания и записи информации, — которое характеризуется следующими величинами: временем выборки числа или команды из ЗУ, т. е. от посылки адреса нужной ячейки до появления считанного кода на выходных кодовых шинах; циклом записи, который включает не только время выборки, но и время, затрачиваемое на запись кода или на восстановление записи, если она разрушается при считывании. К основным характеристикам относятся также надежность ЗУ, длительность хранения информации без искажения, габаритно-весовые характеристики, потребляемая энергия. По техническим причинам еще не создано ЗУ, удовлетворяющее основным требованиям большой емкости и высокого быстродействия, поэтому ЗУ строят по иерархическому принципу, и они состоят из следующих групп: сверхоперативное ЗУ (СОЗУ), оперативное ЗУ (ОЗУ), постоянное ЗУ (ПЗУ), внешнее ЗУ (ВЗУ).

К сверхоперативному относится ЗУ, время выборки которого сравнимо со временем выполнения операций. Обычно это полупроводниковая память, она имеет меньшие габариты, чем память на ферритовых сердечниках, но дороже последней и меньшей емкости.

Как правило, емкость СОЗУ составляет сотни машинных слов с циклом, равным десяткам наносекунд (нс). Появление полупроводникового буфера (СОЗУ) между процессором и оперативной памятью увеличило быстродействие оперативного ЗУ и привело к ликвидации диспропорции между быстродействием процессора и оперативной памяти. Обычно СОЗУ входит в состав процессора, и эффективность его зависит от того, как сгруппирована информация.

Когда информация выбирается из какой-то области ОЗУ, то вероятно, что последующая выборка будет из смежных областей. Основная память машин последнего поколения, как правило, имеет два иерархических уровня — оперативную ферритовую память ОЗУ с емкостью миллионов байт и СОЗУ с емкостью десятков тысяч байт. При любом обращении процессора к памяти сначала проверяется наличие информации в СОЗУ. Если она отсутствует в СОЗУ, то она выбирается из оперативной памяти. При этом запрос процессора поступает во все блоки памяти и информация из смежных ячеек переписывается в СОЗУ, так что при следующем обращении процессора к памяти возрастает вероятность того, что она находится в СОЗУ. При такой организации большое число запросов процессора ($\approx 85\%$) попадает в СОЗУ. Таким образом, получается, что эффективный объем памяти стал равен суммарному объему всех ферритовых блоков, а эффективное быстродействие близким к быстродействию СОЗУ.

Оперативное ЗУ используют для хранения данных, участвующих в вычислении, служебных и рабочих программ. Оно обладает большим быстродействием, но меньшим быстродействием процессора и, к сожалению, ограниченной емкостью.

Емкость ЕС ЭВМ составляет от 64 до 2048 Кбайт ($K=1024$ байта) и т. д.

Постоянные ЗУ хранят постоянную информацию и работают только на считывание информации. В ПЗУ хранятся стандартные программы типа e^x , $\ln x$, $\sin x$, $\arcsin x$, $\operatorname{tg} x$ и т. д.) и часто применяемые константы. В ЦВМ, у которых используются микропрограммы, принцип управления ПЗУ используется для хранения микропрограмм.

Внешние ЗУ (ВЗУ) предназначены для хранения служебных и рабочих программ, нормативно-спра-

вочных массивов, исходных данных и т. д. Характерным для ВЗУ является больший, чем в ОЗУ, объем хранимой информации (10^9 — 10^{10} бит) и сравнительно большое время выборки. Носителями информации являются магнитные ленты (МЛ), магнитные диски (МД) и магнитные барабаны (МБ).

ВЗУ существуют двух типов: с адресной выборкой информации; с ассоциативной выборкой информации.

Адресная выборка характерна тем, что запись и считывание информации осуществляются по указанному в команде адресу ячейки. Время выборки информации зависит от адреса, т. е. от положения, которое занимает число на носителе информации, от десятков микросекунд в МД, МБ до секунд и больше в МЛ.

Ассоциативная выборка характеризуется тем, что поиск нужной информации проводится по признаку, хранимому в машинном коде. При этом происходит последовательный перебор слов, хранимых в памяти ЦВМ, выделение признака и сравнение его с заданным признаком и в случае совпадения признаков извлечение машинных кодов. Этот принцип используется при сортировке хранимой в ЗУ информации, при работе информационных поисковых систем (ИПС). Ассоциативный метод выборки информации найдет широкое применение в оптикоэлектронных ЦВМ будущего.

Адресные ЗУ разделяют на разные группы с точки зрения доступа к информации:

А. Последовательный доступ. Идея данного метода заключается в последовательном просмотре адресов ячеек до нахождения нужного адреса. Примером ВЗУ с последовательным доступом является МЛ.

Основное направление развития МЛ—это улучшение конструкции лентопротяжных механизмов, параметров МЛ, качества головок записи, считывания, а также создание кассетного МЛ. Кассетные МЛ отличаются от некассетных большей надежностью, защитой от внешних воздействий, уменьшением числа подвижных частей.

Кассетные ЗУ большой емкости будут использоваться в архивах для хранения библиографических данных, банковских счетов и т. д.

Б. Циклический доступ. В данном случае поверхность МБ или МД совершает вращательное движение относительно неподвижной (в некоторых реали-

зациях подвижной) магнитной головки. Информация, записанная на кольцевой дорожке, периодически проходит мимо неподвижного блока головок и считывается (записывается) начиная с момента совпадения адреса ячейки на МБ или МД и адреса на регистре адреса.

По конструкции вращающиеся ЗУ делят на устройства со стационарным носителем (подвижная или неподвижная головка) и со сменным носителем (подвижная головка). В МБ и МД с фиксированными головками и несменным носителем время доступа минимальное, так как оно не тратится на перемещение головки с дорожки на дорожку.

Однако в устройствах с подвижными головками и сменным носителем увеличивается емкость памяти, и это приводит к увеличению эффективности в системах большой емкости. Кроме того, такие системы в три раза дешевле ЗУ со стационарным носителем.

В первых разработках МД в пакете находилось шесть дисков (10 рабочих поверхностей), затем появились пакеты по 11—12 дисков (20 рабочих поверхностей). В настоящее время снова вернулись к пакетам по шесть дисков, но увеличили плотность записи. Накопитель на сменных дисках широко используется в системах ЦВМ большой емкости, в мини-ЦВМ диски используются как концентраторы данных.

Уже сейчас начинают внедрять диски кассетного типа. Их основное преимущество заключается в том, что носитель закрыт и защищен от внешних воздействий, что повышает надежность в работе. Кассетные диски используют в тех же областях, что и кассетные ленты. Среднее время доступа МД с неподвижными головками равно ≈ 16 мс, в МД с подвижными головками ≈ 50 мс.

МБ — это вращающийся металлический цилиндр с магнитным покрытием по боковой поверхности. Среднее время доступа 10 мс. Основной недостаток МБ — это несменность носителя, и поэтому его используют в основном для хранения постоянной информации. Как быстродействующую память МБ используют в больших, средних и малых системах ЦВМ. Большие МБ будут выполнять роль ЗУ сверхбольшой емкости, а небольшие — концентраторов данных для ЭВМ малой мощности.

Для всех ВЗУ характерна низкая частота сигналов за счет зазоров в головке записи. Поэтому уже сейчас ведут разработки по созданию ЗУ на основе оптических методов. Примером может служить машина «Иллиак-IV». Запись осуществляется следующим образом. Луч лазера прожигает микроскопические отверстия на специальной пленке, которая располагается на вращающемся барабане.

Оптические методы надежнее, чем магнитные, и процесс считывания ускоряется в 1000 раз. В современных опытных образцах оптических ЗУ используют два метода хранения информации: запоминание информации в виде светового пятна на носителе и голографический способ.

Голограммы — это запись интерференционной картины, которая получается при наложении двух когерентных лучей. Один луч проходит через информационную маску, которая соответствует странице данных, второй луч используется для получения интерференционной картины. Основная проблема при разработке оптических ЗУ заключается в выборе носителя, при использовании которого возможны запись и стирание информации.

В лабораторных условиях проходят проверку новые типы ЗУ: память на магнитных доменах, приборы с зарядной связью. Несмотря на перспективность использования данных элементов при создании ЗУ, маловероятно, что в ближайшие пять лет данные новинки составят конкуренцию магнитным вращающимся ЗУ.

В. Прямой произвольный доступ. В ЗУ с прямым доступом время, затрачиваемое на запись или считывание информации, не зависит от местонахождения ячейки, а зависит только от срабатывания электронных схем. Примером ЗУ с прямым (произвольным) доступом является память, построенная на ферритовых сердечниках.

Несколько слов нужно сказать об организации виртуальной памяти [17, 26, 29]. Она так же, как и СОЗУ—ОЗУ, имеет двухуровневую организацию, только в данном случае ОЗУ является буфером для внешней памяти (ВЗУ). Если СОЗУ увеличивает быстродействие ОЗУ, то виртуальная организация — емкость ОЗУ. Так же, как из ОЗУ в СОЗУ передаются блоки информации, так большие сегменты (страницы) ин-

формации из ВЗУ передаются в ОЗУ. Для управления виртуальной памятью используется специальная операционная система. Виртуальная организация памяти позволяет эффективно использовать ресурсы машин. Даже если объем программ превышает объем оперативной памяти, виртуальная организация позволяет выполнять их одновременно.

Устройство управления (УУ) предназначено для обмена информацией между отдельными блоками ЦВМ, для управления процессом вычислений по заданной программе, контроля автоматической работы устройств машин, организации ввода и вывода информации и т. д.

Для организации автоматической работы ЦВМ УУ в течение рабочего цикла должно выполнять следующие действия:

- формировать, согласно программе, адрес следующей команды;

- вызывать следующую команду из ОЗУ;

- преобразовывать предварительный вид команды в исполнительный;

- хранить в регистре команд до окончания цикла команду, подлежащую выполнению;

- расшифровывать код операции и ориентировать систему управления для выполнения данной команды;

- передавать в ОЗУ адреса для выборки и пересылки в АУ операндов;

- полученный результат запоминать в ОЗУ или оставлять в АУ для продолжения вычислений.

Выше говорилось, что порядок действия ЦВМ определяется заранее заданной программой.

Программа — это совокупность команд, описывающая данный вычислительный процесс. Команда — часть программы, содержащая наименование операций и адресов, по которым нужно обратиться в ЗУ для выбора операндов, и специальные признаки, помогающие формировать адрес. Обычно команда записывается в отдельную ячейку ЗУ. Номер ячейки ЗУ, в которой находится команда, называется адресом команды.

Программа решения задачи вместе с исходными данными вводится в ЗУ ЦВМ перед решением. В большинстве случаев порядок расположения команд в ЗУ совпадает с порядком их выполнения программой. Адрес следующей команды образуется путем добавления единицы в счетчик команд к адресу предыдущей

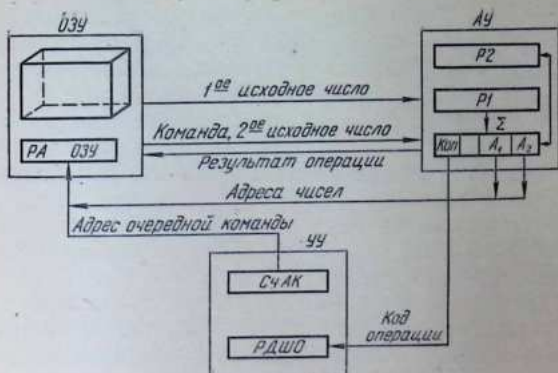


Рис. 44. Упрощенная схема рабочего цикла ЦВМ.

команды. Счетчиком команд называется устройство, производящее подсчет выполненных команд в ЦВМ. В каждый конкретный момент времени в счетчике команд находится адрес команды, находящейся в стадии выполнения. Вычислительные машины со счетчиком команд называют машинами с естественным порядком исполнения команд. Если потребуется нарушить естественный порядок следования команд, то обращаются к специальной команде перехода. Команда перехода заносит в счетчик адрес, по которому следует обратиться в ОЗУ за следующей командой.

В ЦВМ команда машины выполняется за один рабочий цикл. В качестве примера приведем рабочий цикл машины, состоящий из пяти тактов.

В первом такте результат предыдущей операции из сумматора пересылается в P_2 , затем код очередной команды, адрес которой установлен на счетчике адресов команд ($СЧАК$), выбирается из ОЗУ в сумматор. Код операции поступает одновременно в сумматор и регистр дешифрации операции ($РДШО$). $РДШО$ служит для распознавания кода выполняемой команды. В соответствии с кодом операции в $РДШО$ происходит настройка всех устройств машины на выполнение данной операции. После выполнения первого такта содержимое $СЧАК$ увеличивается на единицу (см. рис. 44).

Если код индексной ячейки равен нулю (под кодом индексной ячейки понимается адрес ячейки ОЗУ, в ко-

торой хранится величина, на которую нужно изменить начальный вид команды для получения исполнительного вида команды), то в *PI* выбирается содержимое индексной ячейки, которое затем складывается с адресной частью сумматора и засылается в сумматор, т. е. в сумматоре образуется код команды, адресная часть которого изменена на величину, записанную в индексной ячейке.

Во втором такте первый адрес команды поступает в регистр адресов ОЗУ (*РА ОЗУ*) и первое число из ОЗУ выбирается в регистр *PI*.

В третьем такте второй адрес из сумматора поступает в регистр адресов ОЗУ и исходное число, хранящееся в ячейке с таким адресом, передается из ОЗУ в сумматор.

В четвертом такте в *АУ* выполняется операция над числами, размещенными в сумматоре и *PI*. Результат остается в сумматоре.

В пятом такте второй адрес команды, хранящийся в *РА ОЗУ*, обеспечивает запись результата в соответствующую ячейку памяти, затем цикл повторяется.

Управление выполнением команды заключается в том, что в определенной временной последовательности в *АУ* и *ЗУ* подаются сигналы. Очевидно, каждая команда будет иметь свою последовательность управляющих импульсов. В зависимости от принципов выработки этих сигналов УУ подразделяют на синхронные, асинхронные и смешанные.

Синхронный принцип управления заключается в том, что все операции разбивают на равное число шагов или тактов. Число тактов в рабочем цикле машины постоянно и соответствует самой длинной операции. В подобных операциях некоторые такты не используются. Схема синхронного управления очень экономична с точки зрения оборудования, однако она заметно снижает быстродействие машины.

Асинхронный принцип управления заключается в том, что для выполнения каждой операции расходуется столько тактов, сколько требуется. Каждая последующая операция начинается по сигналу окончания предыдущей. Для каждой операции строится отдельная схема управления, в простейшем случае состоящая из линии задержки с числом отводов, равным числу тактов, необходимых для выполнения дан-

ной операции. Асинхронный принцип позволяет строить быстродействующие ЦВМ, но затраты оборудования в этом случае больше, чем при синхронном. Асинхронный принцип применен в ЦВМ «Раздан».

Смешанный принцип, используемый в настоящее время, заключается в том, что длительность полного цикла выбирается компромиссной между длинными и короткими операциями.

Для выполнения коротких операций выбирают синхронный принцип, а для длинных — асинхронный.

Смешанный принцип управления применяется в ЦВМ типа «Минск-32», ЕС-1050 и т. д. Любая операция ЦВМ (арифметическая, логическая и т. д.) может быть разделена на микрооперации.

Например, при выполнении операции сложения двух чисел нужно выполнить следующие микрооперации: вызов первого числа из ОЗУ в АУ; вызов второго числа из ОЗУ в АУ; поразрядное сложение кодов; организация переносов единиц из младших разрядов в старшие; передача результатов сложения в ОЗУ.

Каждая микрооперация выполняется при помощи устройства управления, которое вырабатывает импульсный или потенциальный сигнал и посылает его в нужное время на соответствующую управляющую шину. Время, затрачиваемое на выполнение микрооперации, называется тактом. Так как каждая операция машины имеет свой набор микроопераций, то датчик импульсов УУ для каждой операции вырабатывает свою совокупность импульсов и в требуемой временной последовательности направляет их на управляющие шины машины.

В основе микропрограммного управления лежит метод последовательного выполнения микроопераций по микрокомандам, которые хранятся в ПЗУ. При проектировании микропрограммного управления важным вопросом является формат микрокоманды, т. е. перечень признаков, включаемых в микрокоманду, и способ их кодирования. В простейшем случае микрокоманда представляет многоразрядную строку, каждый разряд которой соответствует своему номеру управляющей шины, и в каждом разряде может находиться единица или ноль (единица соответствует выполнению действия по данной управляющей шине, а ноль — нет).

Преимущества микропрограммного управления в его гибкости, т. е. в возможности изменения микрокоманд за счет изменения объема и состава информации в ПЗУ, без изменения сложных электрических схем. Данный метод управления нашел применение в ЦВМ «Мир», ЕС-1020, ЕС-1040 и т. д.

Перспективы развития процессоров современных ЦВМ непосредственно связывают с появлением полупроводниковых постоянных запоминающих устройств (ПЗУ), что привело к оживлению интереса к микропрограммному управлению. Так как быстродействие ферритовых ПЗУ было невелико, то микропрограммное управление использовалось в малых ЦВМ, теперь же за счет появления быстродействующих ПЗУ микропрограммный принцип будет применяться и в мощных высокопроизводительных ЦВМ.

Устройство ввода и вывода информации является тем звеном, при помощи которого осуществляется связь человека и машины. Устройства ввода позволяют вводить в машину программу и данные, а также оперативно исправлять программы и исходные данные в процессе решения задачи на ЦВМ. Так, большинство устройств ввода и вывода содержит механические узлы, скорость их работы значительно ниже скорости работы электронных устройств машины, и поэтому большие ЦВМ обычно имеют несколько устройств ввода и вывода информации. Благодаря этому увеличивается производительность системы в целом.

Устройства ввода информации по принципу работы делят на три вида: ручного ввода; с промежуточного носителя; непосредственного ввода.

Для ручного ввода информации используют телетайпы, электрифицированные пишущие машинки. Скорость работы данных устройств невысока — не более двух десятков знаков в секунду. Однако их широко используют в ЦВМ, которая содержит несколько таких установок. Очередность опроса данных устройств определяется автоматически по программе из ЦВМ. Информация, вводимая в ЦВМ, одновременно печатается на бумаге. Это позволяет оператору визуально следить за вводом информации в машину. Такие устройства очень нужны в управляющих системах. На любой запрос, вводимый оператором в машину, машина дает ответ. Запрос и ответ печатаются на бумаге.

По телеграфным или телефонным линиям связи информацию можно передать на телетайп, удаленный на большое расстояние.

К устройствам ввода с промежуточного носителя информации относят устройства считывания с перфокарт, перфолент и магнитных лент.

Почти все ЦВМ имеют устройства ввода с перфокарт и перфолент. Это объясняется тем, что они очень просты и имеют сравнительно высокие скорости ввода. Недостатком является то, что они требуют предварительной подготовки данных — перфорированных карт и перфолент.

Трудно отдать предпочтение тому или иному виду носителя информации. Перфокарты долговечны, позволяют легко сменить часть информации путем замены карты, удобны при хранении. Перфокарточное оборудование громоздко, сложно в эксплуатации и дороже, чем перфоленточное. Перфолента часто изнашивается, при замене части информации приходится перебивать всю перфоленту, но она значительно дешевле перфокарт. Перфоленты широко используют при передаче данных по линии связи в оборудовании, работающем в комплексе с ЦВМ.

В настоящее время распространены устройства ввода с шаговыми магнитными лентами. Предварительно на ленту наносится информация, например, с помощью клавиатуры. При этом лента перемещается относительно головки записи шагами — по одному шагу на каждый записываемый символ. Лента вводится в машину с большой скоростью, что обеспечивает высокую скорость ввода информации.

Устройства непосредственного ввода информации считывают информацию со специальных бланков, с печатного текста и с графиков. Хотя подобные устройства очень сложны, они имеют большое будущее, так как исключают перфорацию, занимающую очень много времени. В настоящее время уже имеются экспериментальные образцы устройства ввода информации с голоса.

Создание текстов, обеспечивающих общение человека с ЦВМ с использованием голоса, заключается в создании периферийного речевого оборудования для ЦВМ. Связь человека с ЦВМ обеспечивают анализаторы речи (ввод информации), а обратную связь чело-

века с ЦВМ — синтезаторы речи (вывод информации). Принцип работы устройства распознавания речи заключается в преобразовании акустических колебаний в электрические соответствующей частоты. Усиленный электрический сигнал поступает на анализатор частот. Речь распознается по группе фонем, составляющих слог путем сравнения с эталонами произношений этих слогов, которые хранятся в соответствующих ЗУ.

Оптимальным входным устройством является такое, которое воспринимает аналоговые речевые сигналы и превращает их в двоичный код. Проблемы, связанные с анализатором речи, более сложны, нежели проблемы синтеза речи. Дело не столько в устройствах ввода слов, сколько в логической связи значений этих слов для вычислительной машины. В качестве примера можно привести американскую систему VIP-100, которую применяют на авиалиниях США. Речевые системы ввода — вывода информации станут рентабельными не ранее 1980 г.

Выводные устройства бывают двух видов: устройства, фиксирующие результаты обработки в машинных кодах, — устройства вывода на промежуточный носитель информации и устройства, фиксирующие поступающую информацию в знаковой форме, — устройства знаковой регистрации информации на бумаге или на экране электронно-лучевой трубки (ЭЛТ).

В первую группу выводных устройств входят перфораторы для перфокарт и перфолент, а также устройства для вывода информации на магнитные ленты. В этом случае информация автоматически выводится из ЦВМ на носитель и может многократно использоваться для ввода в ЦВМ. Однако в таком виде оператору трудно прочесть результаты решения задачи.

Во вторую группу входят устройства, фиксирующие информацию в буквенной, цифровой и знаковой форме на бумаге и (или) на экране ЭЛТ. Они бывают механические и немеханические.

К механическим относятся электрифицированные пишущие машинки, телетайпы, печатающие устройства штангового и стержневого типа, устройства барабанного, цепочного, циклоидного типов.

Немеханические устройства предназначены для существенного увеличения скорости вывода данных. Используются различные физические методы регистрации

данных звуковой информации — электромеханический, термический, искровой и т. д. К этой же группе относятся устройства вывода знаковой информации на экраны пульта, представляющие собой устройства для оперативного обмена информацией в системе человек — машина.

Устройства отображения информации на экране позволяют не только просмотреть информацию из ОЗУ, но также внести изменения в текст, находящийся на экране, выводить новые данные с клавиатуры и запомнить в ОЗУ исправленный текст. Выносные пульта ввода — вывода данных, называемые также терминалами, находят широкое применение в автоматизированных системах управления производством. Выносной пульт ввода — вывода, имеющий экран для визуального наблюдения, называют также дисплеем [6, 8].

Перспектива развития устройства ввода — вывода информации (УВВ) показана на рисунке 45.

В современных ЦВМ, как правило, используют два пульта управления (ПУ): пульт управления инженера и пульт управления оператора.

Пульт управления инженера служит для проверки технического состояния машины, позволяет следить за состоянием машины в процессе ее работы, а также позволяет проводить диагностику неисправностей и анализ сбойных ситуаций при работе машины в тестовом режиме, т. е. в режиме решения контрольных задач с наперед известными результатами.

Пульт управления оператора используют для ввода в машину с пишущей машинкой (ПМ) необходимых директив. Из ЦВМ на ПМ выдается информация о состоянии машины и выполняемых программах.

Для организации работы оператора с ЦВМ служит специальная программа, входящая в состав операционной системы машины (операционная система — это часть математического обеспечения ЦВМ, которая ведает разделением ресурса машин).

Блок питания машины обеспечивает необходимыми напряжениями питания цепи и устройства ЦВМ.

Для питания элементов ЦВМ обычно требуется несколько источников напряжения постоянного тока с различными полярностями, мощностями и напряжениями. Стабильность выходных напряжений этих источни-

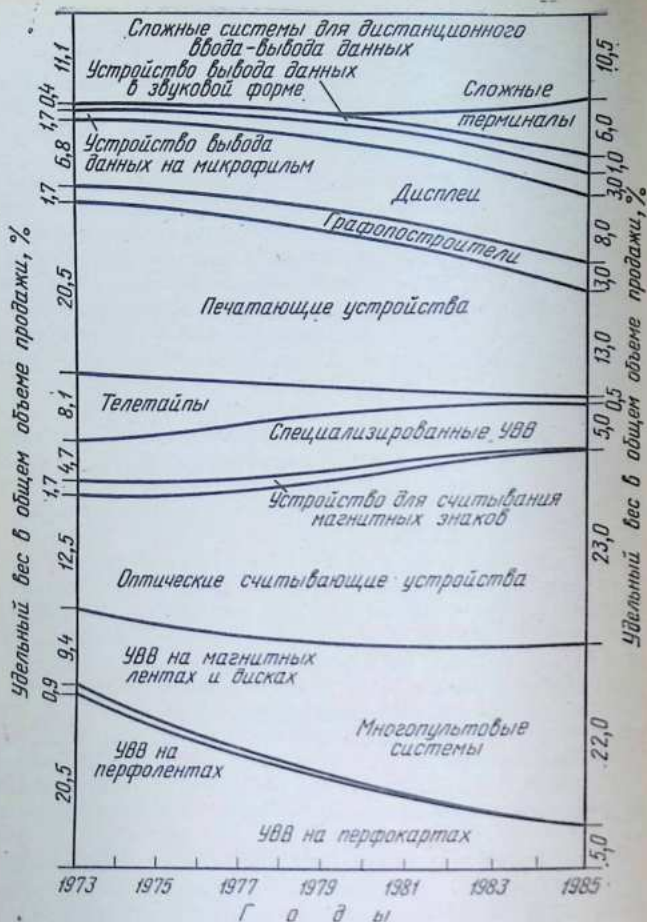


Рис. 45. Перспективы развития устройств ввода-вывода.

ков должна поддерживаться с требуемой точностью как при медленном, так и при скачкообразном изменении тока нагрузки и заданном изменении напряжения сети.

§ 2. Математические основы ЦВМ.

Понятие о системе счисления

Под *системой счисления* понимают совокупность правил и знаков, употребляемых для представления чисел. Различают позиционные и непозиционные системы счисления.

В позиционной системе счисления значение цифры зависит от позиции, которую данная цифра занимает в числе. Допустим, в числе 555 в зависимости от того, где стоит пятерка (считаем справа налево), различают единицы, десятки, сотни.

В непозиционной системе счисления положение цифры не определяет ее значения. Например, римская система счисления. В числе XXX цифра X определяет число десять независимо от положения.

В вычислительной технике наиболее распространена двоичная система счисления, в которой для изображения чисел используют всего две цифры 0 и 1. Это определяется тем, что для представления цифр в двоичной системе счисления необходимо иметь элемент с двумя устойчивыми состояниями, в то время как в десятичной необходимо было бы иметь элемент с десятью устойчивыми состояниями. В технике имеется много элементов, имеющих два устойчивых состояния. Например, реле: контакты замкнуты «1», разомкнуты «0», электрическая лампа: проводит ток «1», не проводит ток «0», ферритовый сердечник, одно устойчивое состояние которого принято за «1», другое за «0». Петля гистерезиса сердечника приведена на рисунке 46. На его основе строится оперативная память машины.

Любое число в двоичной системе счисления можно записать в виде

$$V_{(2)} = V_n 2^n + V_{n-1} 2^{n-1} + \dots + V_0 2^0 + V_{-1} 2^{-1} + \dots, \quad (176)$$

где

V — целое положительное число (0 или 1);

2 — основание системы счисления;

n — номер разряда.

Число, показывающее, во сколько раз единица данного разряда больше единицы предыдущего разряда, называется *основанием системы счисления*.

В вычислительной технике распространена двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная, двоично-десятичная

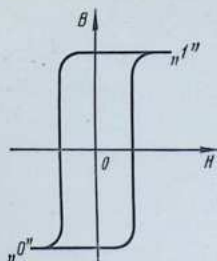


Рис. 46. Петля гистерезиса:

B — магнитная индукция;
 H — напряженность магнитного поля.

системы счисления. В восьмеричной системе счисления используют цифры 0, 1, 2, ..., 7. Она служит вспомогательной, так как запись чисел в ней в три раза короче, чем в двоичной системе (табл. 2).

При переходе от десятичной к двоично-десятичной системе счисления на каждый десятичный разряд отводится четыре двоичных разряда, так как числа 8 и 9 в двоичном исполнении изображаются четырьмя двоичными разрядами (см. табл. 2).

При решении задачи весь числовой материал автоматически переводится в ту систему счисления, которая заложена в машине. При выдаче результатов происходит обратный процесс.

При переводе целого числа из одной системы счисления q в другую d число в системе q нужно разделить на основание системы счисления d . Полученный остаток

Таблица 2

Представление чисел в различных системах счисления

Десятичная		Двоичная				Восьмеричная		Двоично-десятичная											
								десятики				единицы							
10	1	8	4	2	1	8	1	8	4	2	1	8	4	2	1	8	4	2	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	2	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	3	0	0	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	4	0	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	5	0	1	0	1	0	5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	6	0	1	1	0	0	6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	7	0	1	1	1	0	7	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	9	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	2	1	1	0	0	1	4	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	3	1	1	0	1	1	5	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	4	1	1	1	0	1	6	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	5	1	1	1	1	1	7	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

§ 3. Понятие о прямом, дополнительном и обратном кодах, применяемых в ЦВМ

В ЦВМ трудно осуществляется операция вычитания, поэтому ее стараются заменить сложением, используя три способа кодирования чисел: прямой, обратный и дополнительный.

Прямой код чисел обозначим $[V]_{\text{пр}}$ и будем считать, что V — правильная дробь, $V = 0, b_1, b_2, \dots, b_n$, где $b_1 \dots b_n$ — двоичные числа, 0 и 1, n — количество разрядов в числе.

Если $V = -0, b_1, b_2, \dots, b_n$, то

$$[V]_{\text{пр}} = 1 - [-0, b_1, b_2, \dots, b_n] = 1 - V. \quad (177)$$

Таким образом,

$$[V]_{\text{пр}} = \begin{cases} V & V \geq 0 \\ 1 - V & V < 0. \end{cases} \quad (178)$$

Дополнительный код отрицательного числа получается так: в знаковый разряд числа записывается единица, во всех остальных разрядах нули замещаются единицами, а единицы нулями и к младшему разряду прибавляется единица.

Пример.

$$V = -0,011011;$$

$$[V]_{\text{доп}} = 1,00100 + 0,00001 = 1,00101; \quad (179)$$

$$[V]_{\text{доп}} = \begin{cases} V & V \geq 0 \\ 10 + V & V < 0. \end{cases}$$

Дополнительный код положительного числа совпадает с самим числом.

Обратный код числа обозначим $[V]_{\text{обр}}$. Обратный код отрицательного числа получается так: в знаковый разряд числа записывается единица, и все единицы заменяются нулями, а нули — единицами.

Пример.

$$V = -0,010011;$$

$$[V]_{\text{обр}} = 1,101100;$$

$$[V]_{\text{обр}} = \begin{cases} V & V \geq 0 \\ 10 - 1 \cdot 10^2 + V & V < 0. \end{cases} \quad (180)$$

Обратный код положительного числа совпадает с самим числом. Модифицированный обратный и дополнительный коды отличаются от обычных наличием двух знаковых разрядов.

Для положительных чисел в знаковых разрядах находятся два нуля, для отрицательных чисел — две единицы.

Пример.

$$\begin{aligned} B &= 00,100111 & B > 0 \\ B &= -0,010011 \\ B_{\text{доп}} &= 11,101101 & B < 0 \\ B_{\text{обр}} &= 11,101100 \end{aligned}$$

§ 4. Выполнение арифметических действий над числами в ЦВМ

Арифметические действия над двоичными числами (сложение, вычитание, умножение, деление) в ЦВМ выполняются аналогично соответствующим операциям над десятичными числами.

Покажем несколько примеров выполнения арифметических действий над двоичными числами. Для сравнения рядом будем выполнять действия над их десятичными эквивалентами.

Пример.

Сложение	
111,1	← перенос
111,01	7,25
1,11	1,75
1001,00	9,00

Таблица сложения двоичных чисел в каждом разряде выглядит следующим образом:

- 1) $0 + 0 = 0$;
- 2) $0 + 1 = 1$;
- 3) $1 + 0 = 1$;
- 4) $1 + 1 = 10$.

В случае (4) возникает единица переноса, которая передается в следующий, старший разряд. При сложении чисел больше двух может возникнуть более одной цифры переноса. Эти единицы можно сложить в следующем разряде или перенести в более старшие разряды.

Сложение положительных чисел в прямом, обратном и дополнительном кодах совпадает.

Пример.

$$\begin{array}{lll} [a]_{\text{пр}} = 0,11010 & [a]_{\text{доп}} = 0,11010 & [a]_{\text{обр}} = 0,11010 \\ [b]_{\text{пр}} = 0,00011 & [b]_{\text{доп}} = 0,00011 & [b]_{\text{обр}} = 0,00011 \\ [a+b]_{\text{пр}} = 0,11101 & [a+b]_{\text{доп}} = 0,11101 & [a+b]_{\text{обр}} = 0,11101 \end{array}$$

Вычитание. Таблица вычитания двоичных чисел:

- 1) $0 - 0 = 0$;
- 2) $1 - 0 = 1$;
- 3) $1 - 1 = 0$;
- 4) $10 - 1 = 1$.

В случае (4) при вычитании единицы из нуля необходимо занять единицу в старшем разряде, т. е. вычитать из числа 10.

Пример.

1	1	занимаемые единицы	1
1001, 10	уменьшаемое		9,5
10, 01	вычитаемое		2,25
111, 01	разность		7,25

Пример.

$$\begin{array}{lll} [a]_{\text{пр}} = 0,001101 & [a]_{\text{доп}} = 0,001101 & [a]_{\text{обр}} = 0,001101 \\ [b]_{\text{пр}} = 1,010101 & [b]_{\text{доп}} = 1,010101 & [b]_{\text{обр}} = 1,010101 \\ [a-b]_{\text{пр}} = 1,001000 & [a+b]_{\text{доп}} = 1,111000 & [a+b]_{\text{обр}} = 1,110111 \end{array}$$

При сложении чисел в дополнительном коде единицу переноса из старшего знакового разряда отбрасывают. При сложении чисел в обратном коде единица переноса из старшего знакового разряда складывается с младшим разрядом суммы.

Пример. Выполнить операции сложения в прямом, модифицированном, обратном и дополнительном коде.

$$\begin{array}{lll} [a]_{\text{пр}} = 0,110110 & [a]_{\text{доп}}^{\text{м}} = 00,110110 & [a]_{\text{обр}}^{\text{м}} = 00,110110 \\ [b]_{\text{пр}} = 0,011101 & [b]_{\text{доп}}^{\text{м}} = 00,011101 & [b]_{\text{обр}}^{\text{м}} = 00,011101 \\ [a+b]_{\text{пр}} = 1,010011 & [a+b]_{\text{доп}}^{\text{м}} = 01,010011 & [a+b]_{\text{обр}}^{\text{м}} = 01,010011 \end{array}$$

В прямом коде получился неверный результат, так как складывались два положительных числа, а ответ получился отрицательный. В модифицированном обратном и дополнительном коде в знаковых разрядах получились запрещенные комбинации (01) может быть и (10) — признак неправильного результата.

Умножение. Умножают два двоичных числа так же, как два десятичных числа, т. е. множимое последовательно умножают на каждую цифру множителя, начиная с младшей (либо со старшей), и сдвигают вправо, если умножают, начиная со старшего разряда множителя, на такое число разрядов, на какое соответствующий разряд множителя сдвинут относительно старшего разряда. Полученные в результате умножения и сдвига частичные произведения после суммирования дают полное произведение.

Умножение двоичных чисел отличается от умножения десятичных тем, что частичное произведение может быть только нулем (если соответствующая цифра множителя равна 0) или сдвинутым на соответствующее число разрядов множимым (если соответствующая цифра множителя равна 1).

Таблица умножения двоичных чисел:

$$0 \times 0 = 0;$$

$$1 \times 0 = 0;$$

$$0 \times 1 = 0;$$

$$1 \times 1 = 1.$$

Пример. Умножение с младших разрядов

$\times 11,01$	множимое	$\times 3,25$
$\times 1,011$	множитель	$\times 1,375$
<u>1101</u>		<u>1625</u>
$+ 1101$	частичные	$+ 975$
$+ 0000$	произведения	$+ 325$
<u>1101</u>		<u>4,46875</u>
<u>100,01111</u>	полные	
	произведения	

Пример. Умножение со старших разрядов

$\times 11,01$		$\times 3,25$
$\times 1,011$		$\times 1,375$
<u>1101</u>		<u>325</u>
$+ 0000$		$+ 975$
$+ 1101$		$+ 2275$
<u>1101</u>		<u>1625</u>
<u>100,01111</u>		<u>4,46875</u>

Если множитель или множимое, или же оба вместе имеют дробную часть, то запятые во множимом или во множителе зачеркивают, перемножают два целых числа и от полученного произведения справа отделяют запятой $(m+n)$ разрядов, где m — число дробных разрядов множимого, n — число дробных разрядов множителя.

Деление. Деление двух двоичных чисел аналогично делению десятичных чисел. Рассмотрим деление целого делимого на целый делитель, так как случай, когда делимое и делитель содержат дробные члены, можно легко свести к делению целых чисел, умножив делимое и делитель на одно и то же число.

Деление начинают с того, что от делимого слева отделяют минимально возможную группу разрядов, численно превышающую делитель или равную ему.

Если можно выделить такую группу, то в старший разряд частного записывают 1, в противном случае 0. Если выяснилось, что частное содержит целую часть, то образуется новая группа путем вычитания из выделенной группы делителя и приписывания к разности очередной цифры делимого. Если в результате получилось число, превышающее делитель, то в частное записывают следующую цифру, равную 1, в противном случае — 0. Вычисление дробных членов частного отличается от вычисления целых членов тем, что вместо очередных цифр делимого к старшим группам приписывают нули.

Таблица деления двоичных чисел:

$$1 : 1 = 1;$$

$$0 : 1 = 0.$$

Пример

Делимое	Делитель	Делимое	Делитель
11010111	10110	215	22
— 10110		— 198	
100111	1001, 1100	170	9,77
— 10110	частное	— 154	частное
100010		160	
— 10110		— 154	
011000		Остаток 6	
— 10110			
Остаток 0001000			

Возведение в степень и извлечение корня аналогичны этим операциям в десятичной системе.

В ЦВМ, как указывалось выше, наиболее просто выполняется операция сложения, поэтому все остальные операции сводятся к операциям сложения: операция вычитания — как операция сложения уменьшаемого с вычитаемым, представленным в обратном или дополнительном кодах; операция умножения — как операция последовательного поразрядного суммирования множимого; операция деления — как операция сложения делимого с обратным или дополнительным кодом делителя.

§ 5. Форма представления чисел в ЦВМ

Существует две формы представления чисел в ЦВМ: нормальная — представление чисел с плавающей запятой и естественная — представление чисел с фиксированной запятой.

Любое число в нормальной форме можно представить как

$$V = \alpha q^\beta, \quad (181)$$

где α — дробное число (мантисса числа);

q — основание системы счисления;

β — целое число (порядок числа).

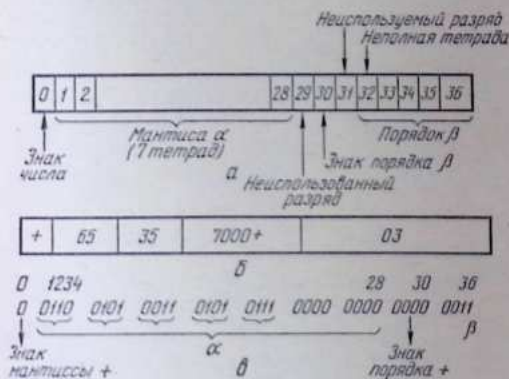


Рис. 47. Представление числа в ЦВМ с плавающей запятой (серия «Минск»).

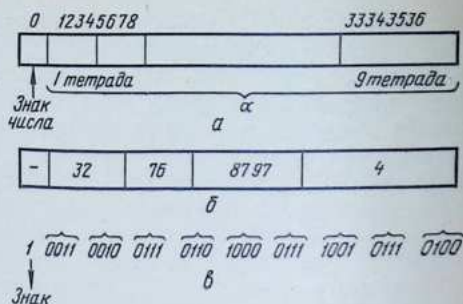


Рис. 48. Представление числа в ЦВМ с фиксированной запятой (серия «Минск»):

α — распределение двоичных разрядов ячейки в форме с плавающей запятой; β — число на бланке; γ — число в ячейке памяти.

В ЦВМ числа представляют в нормализованной форме, т. е.

$$\frac{1}{q} \leq |\alpha| < 1. \quad (182)$$

Так как положение запятой числа зависит от порядка, то машины с таким представлением чисел называют машинами с плавающей запятой.

Например, десятичное число $0,65357 \cdot 10^{+3}$ с плавающей запятой в машине «Минск-22» запишется так, как показано на рисунке 47.

Необходимо учитывать, что каждая десятичная цифра представляется тетрадой, т. е. в двоично-десятичной форме. При естественной форме представления чисел запятая фиксируется жестко, обычно после разряда знака. Все числа при таком представлении должны быть меньше единицы, поэтому при решении задачи

$$V = \pm \alpha. \quad (183)$$

с фиксированной запятой необходимо масштабирование.

Пример записи десятичного числа — $0,327687974$ с фиксированной запятой в машине «Минск-22» запишется так (см. рис. 48). Кроме того, нужно учитывать, что знак плюс в машине соответствует нулю, а знак минус — единице.

§ 6. Элементы математической логики

В результате выполнения любой арифметической операции над двоичными числами получается новое двоичное число. Устройство, реализующее арифметические действия над двоичными числами, можно представить как функциональный преобразователь, на вход которого поступают исходные двоичные числа, и с выхода снимается результат арифметической операции. Это в равной степени можно распространить на отдельный разряд двоичного числа, на вход которого поступает одно из двух возможных значений — 0 или 1, а с выхода снимается один двоичный разряд. В этом случае и исходные данные, и результат вычисления могут принимать одно из двух значений — 0 или 1 и носят название логических или булевых переменных и функций по имени английского математика XIX века Буля.

Исследованием свойств логических функций занимается математическая логика. С появлением ЦВМ алгебра Буля, имевшая до этого чисто теоретический смысл, приобрела прикладное значение. Все логические операции в машине выполняются по законам алгебры Буля.

Введем некоторые понятия математической логики.

Высказывание — это утверждение, которое может быть истинно или ложно. Например, 2 — четное число, молекула неделима, мир материален. Из примера видно, что первое и третье утверждения истинны, а второе — ложно. Высказывание не может быть одновременно истинно и ложно. Обычно высказывания обозначают латинскими буквами.

Примем, что если высказывание истинно, то его значение равно 1, а если ложно, то равно нулю. Запись $A=1$ говорит о том, что высказывание A истинно, а запись $B=0$ свидетельствует о том, что высказывание B ложно. Два высказывания считаются эквивалентными, если значения истинности у них совпадают. Запись $A=B$ говорит о том, что высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

Таким образом, высказывание может принимать лишь одно из двух значений — 0 или 1. Переменная величина, которая может принимать значение 0 или 1, носит название *логической* или *двоичной переменной*. ЦВМ работают в основном в двоичной системе счисле-

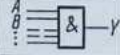
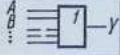
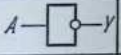
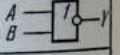
Логические элементы и функции	И (схема совпадения) — конъюнкция	ИЛИ (собирающая схема) — дизъюнкция	НЕ (инвертор) — отрицание	ИЛИ-НЕ
Условные обозначения				
Логическая зависимость	$Y = A \wedge B \wedge \dots$	$Y = A \vee B \vee \dots$	$Y = \bar{A}$	$Y = \overline{A \vee B}$

Рис. 49. Условные обозначения основных логических элементов.

ния, которая характеризуется наличием только двух символов — 0 или 1. Для реализации двоичной логики в ЦВМ следует применять двухпозиционные элементы, одно из состояний которых обозначается единицей, а другое нулем. При проектировании ЦВМ с помощью математической логики решают следующие задачи.

Задача анализа. По существующей электронной схеме составляется ее логическая функция. Используя аппарат логических преобразований, стараются упростить логическую функцию схемы, а значит соответственно и электронную схему.

В результате повышаются экономичность и надежность аппаратуры.

Задача синтеза. По существующей логической функции, описывающей некоторый процесс, определяют число электронных схем, необходимых для реализации вышеуказанной функции. Правда, исходное логическое выражение стараются предварительно упростить, чтобы получить более простую электронную схему.

Сложные высказывания можно образовать из нескольких высказываний, принимаемых за простые. Для объединения простых высказываний в сложные применяют знаки логических связей.

Логическое отрицание или отрицание высказывания A . Обозначается как $\bar{A}$ и читается не A .

Отрицание высказывания A есть сложное высказывание $\bar{A}$, которое истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно. Условное обозначение логического элемента НЕ (инвертора) приведено на рисунке 49.

Составим таблицу истинности (табл. 3) из соображений, что истинно, значит, равно 1, а ложно — равно 0. Нетрудно убедиться, что $A = \overline{\bar{A}}$. Логическое про-

Таблица 3

Таблица истинности

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Таблица 4

Логика работы схемы совпадения

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

изведение или конъюнкция двух высказываний обозначается $A \wedge B$, читается A и B.

Конъюнкция двух высказываний — это такое сложное высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания, и ложно во всех остальных случаях.

Условное обозначение логического элемента (схемы совпадения) приведено на рисунке 49. Логика работы схемы совпадения приведена в таблице 4.

Легко можно убедиться в справедливости следующих соотношений:

$$A \wedge 0 = 0; \quad A \wedge A = A; \quad (184)$$

$$A \wedge 1 = A; \quad A \wedge \bar{A} = 0.$$

В заключение скажем, что логическое произведение подчиняется переместительному и сочетательному законам:

$$A \wedge B = B \wedge A; \quad (185)$$

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C. \quad (186)$$

Логическое сложение или дизъюнкция двух высказываний обозначается $A \vee B$ и читается A или B.

Условное обозначение логического элемента ИЛИ (собирающая схема) приведено на рисунке 49. Логика работы схемы ИЛИ представлена в таблице 5.

Дизъюнкцией называется сложное высказывание, которое истинно всегда, если истинно хотя бы одно из простых высказываний, и ложно, когда ложны оба высказывания. Дизъюнкция, как и конъюнкция, подчиняется переместительному и сочетательному законам.

Таблица 5

Логика работы схемы ИЛИ

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблица 6

Таблица истинности

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Легко заметить справедливость соотношений:

$$A \vee B = B \vee A; \quad (187)$$

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C; \quad (188)$$

$$A \vee 0 = A; \quad A \vee A = A; \quad (189)$$

$$A \vee 1 = 1; \quad A \vee \bar{A} = 1.$$

Равнозначность двух высказываний обозначается $A \sim B$, читается A равнозначно B.

Равнозначностью называется сложное высказывание, которое истинно тогда, когда истинны или ложны оба высказывания, и ложно в противном случае.

Составим таблицу истинности (табл. 6).

Из таблицы легко получить следующие соотношения:

$$A \sim 1 = A; \quad A \sim 0 = \bar{A}, \quad (190)$$

обозначается $\overline{A \sim B}$ или специальным знаком $\approx$ и читается A неравнозначно B.

Отрицание равнозначности двух высказываний есть сложное высказывание: ложное, когда значения истинности обоих высказываний одинаковы, и истинное в противном случае.

Составим таблицу истинности (табл. 7)

Импликация двух высказываний обозначается $A \rightarrow B$ и читается так, если A, то B. Импликацией двух высказываний A и B называется такое сложное высказывание, которое ложно в том и только в том случае, когда A истинно, а B ложно.

Составим таблицу истинности (табл. 8).

Таблица 7

Таблица истинности

A	B	$A \approx B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Таблица 8

Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Несовместимость двух высказываний (связь Шеффера). Обозначается A/B , читается A несовместимо с B .

Связь Шеффера — сложное высказывание, которое ложно в том и только в том случае, когда оба составляющих высказывания истинны.

Без доказательства приведем закон инверсии или правило де Моргана

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}; \quad (191)$$

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}. \quad (192)$$

Импликацию, или связь, «если — то» можно заменить выражением

$$A \rightarrow B = \overline{A \wedge \overline{B}}. \quad (193)$$

Убедиться в правильности данного выражения можно, составив таблицы истинности. Преобразовав (193), согласно выражению (191), получим:

$$A \rightarrow B = \overline{A \wedge \overline{B}} = \overline{A} \vee B.$$

Таким же способом, составляя таблицу истинности, можно показать, что

$$A \sim B = (A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B}); \quad (194)$$

$$A \sim B = (\overline{A} \vee B) \wedge (\overline{B} \vee A). \quad (195)$$

Наконец, также руководствуясь таблицей истинности, можно представить связь Шеффера следующим образом:

$$A/B = \overline{A \wedge B}. \quad (196)$$

До сих пор мы считали, что высказывания $A, B, C...$ являются простыми, но в общем случае эти высказывания могут быть сложными.

Например:

$$B = B/C \wedge A \vee (A \rightarrow C), \quad (197)$$

где A, B, C — простые высказывания, принимающие значения 0 или 1.

Составим таблицу истинности связи Шеффера (табл. 9).

Таблица 9

Таблица истинности

A	B	A/B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Рассмотрим примеры преобразований логических функций. В сложных выражениях с использованием символов ($\vee, \wedge, \text{НЕ}$) сначала выполняют операции НЕ (инверсия), затем операцию $\wedge$ (конъюнкция), в последнюю очередь операцию $\vee$ (дизъюнкция). Если необходимо изменить

данную последовательность выполнения операций, то в исследуемое выражение нужно вводить скобки.

Перечисленные элементарные логические операции могут выражаться друг через друга [12].

Непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что операции логического сложения и логического умножения подчиняются распределительному закону по отношению друг к другу:

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C); \quad (198)$$

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C). \quad (199)$$

Распределительный закон умножения по отношению к сложению имеет такой же вид, как в обычной алгебре (см. формулу (198)).

Распределительный закон сложения по отношению к умножению (см. формулу (199)) не имеет аналога в обычной алгебре. Тогда при конкретных значениях $A=1, B=0, C=1$ мы будем определять функцию $Z(1, 0, 1)$, где $(1, 0, 1)$ — аргументы или логический вектор функции Z ; $Z(1, 0, 1)$ — логическая функция.

Приведем несколько примеров преобразования логических выражений. Пусть задана функция

$$Z = (A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}). \quad (200)$$

Реализация выражения (200) неэкономична, поэтому выражение (200) следует предварительно упростить. Используя формулу (198), получим:

$$Z = (A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A \wedge (B \vee \bar{B}), \quad (201)$$

$$\text{но } B \vee \bar{B} = 1, \text{ значит, } Z = A. \quad (202)$$

§ 7. Элементы и узлы цифровых вычислительных машин

Для построения ЦВМ требуется набор типов элементов, удовлетворяющих следующим требованиям:

достаточный набор типов элементов, позволяющий построить любое устройство ЦВМ;

достаточная нагрузочная способность по входу и выходу всех типов элементов;

возможность соединения элементов между собой в различных сочетаниях без добавления согласующих деталей;

одинаковые номиналы напряжений для всех типов элементов;

одинаковые для всех типов элементов допуски по отклонению питающих напряжений;

единство конструкторского оформления для всех типов элементов, позволяющее компоновать их в любых сочетаниях в более сложные конструктивные блоки.

Данные требования удовлетворяют понятию «система элементов».

Элементы любой системы функционально подразделяют на логические и вспомогательные.

Все операции в ЦВМ, связанные с процессом вычисления и управления, можно представить в виде совокупности логических функций. Элементы, выполняющие эти функции, называются логическими.

Вспомогательные элементы выполняют функции усиления, ограничения, формирования и генерирования сигналов.

Логические элементы могут быть представлены при помощи основных логических функций (И, ИЛИ, НЕ).

Так как любая сложная логическая функция может быть выражена при помощи логических функций (И, ИЛИ, НЕ), то система функций (И, ИЛИ, НЕ) называется *функционально полной системой логических элементов*. В настоящее время в ЦВМ получили распространение элементы, реализующие логические связи (И—НЕ, ИЛИ—НЕ, ИЛИ—ИЛИ, И—ИЛИ—НЕ).

Основным элементом ЦВМ считают устройство, имеющее два устойчивых состояния, его называют триггером. Одно из устойчивых состояний условно принимают за единицу (1), другое — за нуль (0). В одном из двух состояний устройство находится до тех пор, пока на него не воздействует внешний сигнал. Логические уравнения триггера имеют вид

$$\overline{A \vee Y_1} = Y_0; \quad \overline{B \vee Y_0} = Y_1, \quad (203)$$

где A, B — входы;
 Y_1, Y_0 — выходы.

При поступлении внешнего сигнала триггер скачком переходит из одного устойчивого состояния в другое и будет находиться в нем до поступления следующего внешнего сигнала.

На рисунке 50 показано условное обозначение триггера в схемах, где *Установка в «0»* означает, что при поступлении сигнала по этому входу триггер устанавливается в нулевое положение, т. е. высокий потенциал имеется на *Выход «0»*.

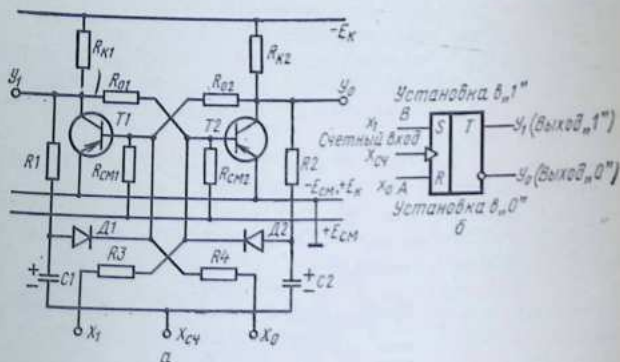


Рис. 50. Счетный триггер на транзисторах:

а — электрическая схема; б — условные обозначения.

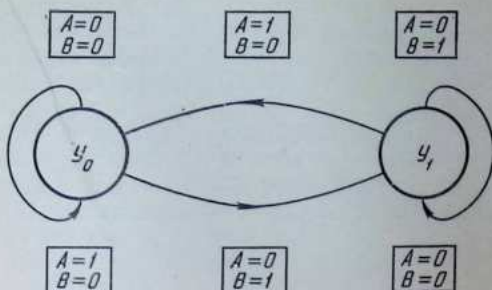


Рис. 51. Схема функционирования триггера, представленная графически.

Установка в «1» означает, что при поступлении сигнала по этому входу триггер всегда устанавливается в единичное положение, т. е. высокий потенциал имеется на Выход «1».

Счетный вход $X_{сч}$ означает, что при поступлении сигнала по этому входу триггер будет переходить из одного устойчивого состояния в другое. Допустим, если он находился в состоянии Y_1 , то после поступления сигнала по счетному входу триггер перейдет в состояние Y_0 .

Функционирование триггера можно описать в виде таблицы 10 или представить графически (рис. 50).

Исходное состояние триггера $Y_0=0, Y_1=1$, т. е. высокий потенциал имеется на Выход «1». Когда на входы поступает комбинация сигналов ($A=1, B=0$), то

Таблица 10

Работа триггера

Входные сигналы		Выходные сигналы	
A	B	Y_0	Y_1
Исходное состояние		0	1
0	0	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	Неопределенность	

триггер из состояния Y_1 переходит в состояние Y_0 — высокий потенциал на *Выход* «0» (верхняя дуга на рис. 51). Если затем поступает комбинация сигналов ($A=0, B=0$) или ($A=1, B=0$) триггер не меняет своего состояния.

При поступлении комбинации сигналов ($A=0, B=1$) триггер переходит из состояния Y_0 в состояние Y_1 — высокий потенциал на *Выход* «1» (нижняя дуга).

При последующей комбинации сигналов ($A=0, B=0$) или ($A=0, B=1$) триггер не изменяет своего состояния.

§ 8. Элементы ЦВМ в микроминиатюрном исполнении

Основная тенденция развития логических элементов ЦВМ в настоящее время — их микроминиатюризация, т. е. стремление минимально снизить их объем, массу, потребляемую мощность и стоимость при одновременном повышении надежности и быстродействия. Для решения этой проблемы широко используют достижения в технологии микроэлектроники.

Технологические процессы изготовления интегральных элементов обеспечивают получение компонентов схемы в виде отдельных областей в полупроводниковых материалах. Интегральная схема представляет собой пластинку кремния площадью $1,5 \text{ мм}^2$, в теле которой образованы десятки компонентов — транзисторов, диодов, резисторов. Плотность монтажа $100\,000$ компонентов на 1 см^2 . При небольшой массе и размерах интегральные схемы обладают высокой надежностью.

При конструировании ЦВМ используют: микромодули, т. е. совокупность радиодеталей (диодов, резисторов, транзисторов и т. д.), размещенных на изолирующих пластинках с большой плотностью монтажа;

тонкопленочные логические элементы, которые изготавливают путем нанесения на изолирующую подложку тонких проводящих и диэлектрических пленок;

гибридные элементы, получаемые с использованием интегральных и тонкопленочных технологических методов;

интегральные элементы, содержащие активные и пассивные компоненты, нераздельно (интегрально),

выполненные на полупроводниковом кристалле, и интегральные схемы.

На рисунке 52 приведено три вида наиболее распространенных в ЦВМ логических схем, реализующих логические функции И—НЕ и ИЛИ—НЕ.

Можно выделить основные, наиболее употребляемые типы интегральных элементов:

интегральные элементы резисторно-транзисторной логики (РТЛ);

потенциальные элементы резисторно-транзисторной логики (ДТЛ);

потенциальные элементы резисторно-конденсаторной транзисторной логики (РКТЛ);

интегральные элементы транзисторной логики с эмиттерными связями (ТЛЭС);

интегральные элементы транзисторной логики на переключаемых токах.

При этом чем сложнее логическая схема, сформированная в интегральном элементе, изготовленном на монокристаллической кремниевой пластине, тем выше надежность ЦВМ. Это объясняется резким снижением числа паяных, сварных, разъемных соединений, наличие которых значительно понижает общую надежность ЦВМ.

Узлом ЦВМ называется функциональная часть машины, выполняющая определенную операцию над информацией, поступающей на вход данного узла. Наиболее распространенные узлы ЦВМ: регистры, счетчики, дешифраторы.

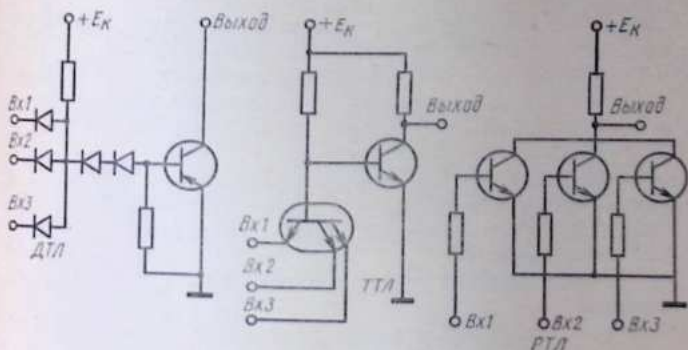


Рис. 52 Логические схемы, реализующие функции И—НЕ, ИЛИ—НЕ.



Рис. 53. Счетчик импульсов:
 а — схема; б — временная диаграмма работы.

Регистр — устройство, предназначенное для приема, хранения, выдачи кода и чисел и для выполнения над кодом логических преобразований, таких, как сдвиг кода вправо или влево на требуемое число разрядов; преобразование последовательного кода в параллельный и наоборот; прямого в обратный и наоборот; выполнение операций логического сложения, логического умножения, поразрядного сложения. Обычно регистр представляет собой совокупность триггеров, работающих по установочному входу, число которых равно числу разрядов в коде. Из регистра в регистр код можно передавать последовательно, т. е. разряд передается за разрядом последовательно. При параллельной передаче все разряды передаются одновременно, каждый по своей цепи.

Счетчики предназначены для подсчета поступающих на его вход импульсов. Их используют для формирования адресов ячеек запоминающих устройств, для фиксации получаемого или преобразуемого кода, для деления частоты импульсов. В зависимости от системы счисления, применяемой в ЦВМ, различают двоичные счетчики, так как в большинстве ЦВМ применяется двоичная система счисления. Счетчик состоит из последовательно соединенных триггеров, работающих по счетному входу.

Счетчики бывают суммирующие, вычитающие и реверсивные.

На рисунке 53 дана схема счетчика с последовательным переносом.

Счетный вход каждого триггера соединен с выходом Y_1 (выход «1») предыдущего. До начала работы все триггеры устанавливаются в нулевое положение от импульса, поданного в цепь, — установка в «0». Счетный вход триггера T_1 является младшим разрядом счетчика. При подаче первого импульса на счетный вход T_1 триггер T_1 переходит в состояние $Y_1=1$ от заднего фронта первого импульса. На выходе счетчика получается число 001. От второго импульса триггер T_1 возвращается в состояние $Y_0=1$, а образованный импульс переноса по цепи выход «1» T_1 счетный вход T_2 установит триггер T_2 в состояние 1. На счетчике станет число 010 и т. д. [27].

Дешифратор — избирательная схема, которая при данной комбинации входных сигналов обеспечивает выдачу сигнала только на одном выходе. В общем случае дешифратор, имеющий на своих входах n -разрядный двоичный код, должен иметь 2^n выходов, так как n -разрядный код имеет 2^n различных значений и каждому из этих значений должен соответствовать сигнал 1 на одном из выходов дешифратора.

В ЦВМ дешифратор выполняет расшифровку кодов команд, адресов ячеек памяти и т. д.

На рисунке 54 приведена схема простейшего дешифратора на два входа.

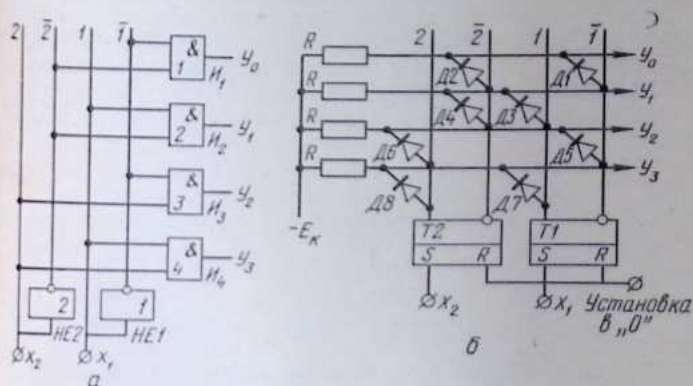


Рис. 54. Схема прямоугольного дешифратора на два входа:
а — из логических элементов И и НЕ; б — в виде диодной матрицы.

Логика работы дешифратора представлена в таблице 11.

Таблица 11

Состояние дешифратора на два входа

Входы		Выходы			
X_1	X_2	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

Если $X_1=1$ и $X_2=0$, то высокий потенциал (единица) будет на вертикальных линиях 1 и 2. К этим линиям присоединены входы схемы И₂ (диоды Д3 и Д4), которая срабатывает только при комбинациях ($X_1=1$ и $X_2=0$), и на выходе Y_1 появится единица ($Y_1=1$). Все остальные схемы И будут закрыты.

§ 9. Единая система электронных вычислительных машин (ЕС ЭВМ)

ЕС ЭВМ относится к системе машин третьего поколения и разработана странами, входящими в состав Совета Экономической Взаимопомощи. Первый вариант системы машин состоял из следующих ЭВМ:

ЕС-1010 — (Венгерская Народная Республика);

ЕС-1020 — (СССР и Народная Республика Болгария);

ЕС-1030 — (СССР и Польская Народная Республика);

ЕС-1040 — (Германская Демократическая Республика);

ЕС-1050 — (СССР);

ЕС-1060 — (СССР).

ЭЦВМ ЕС-1021 разработана в Чехословацкой Социалистической Республике.

Данная система машин может служить основой для создания автоматизированной системы управления (АСУ) на разных уровнях управления народным хозяйством (предприятие, отрасль, республика).



---- Возможности расширения
 УВУ Управление внешним устройством

Рис. 55. Структурная схема ЭВМ третьего поколения.

Использование ЕС ЭВМ для управления народным хозяйством обеспечивается за счет большой емкости ОЗУ, быстродействия процессоров, развитой системы периферийных устройств, программной совместимости всех моделей системы.

Технические характеристики моделей ЕС ЭВМ первого этапа создания приведены в таблице 12. Модель ЕС ЭВМ ЕС-1010 относится к классу малых машин, и в таблице она не рассмотрена.

Модели ЕС ЭВМ имеют модульную структуру построения и состоят из следующих устройств (рис. 55):

центральный процессор;

основная память;

мультиплексный канал, обеспечивающий связь центрального процессора с медленнодействующими внешними устройствами;

селекторный канал, обеспечивающий связь центрального процессора с быстродействующими внешними устройствами;

внешние устройства (устройства ввода — вывода, печать, внешние запоминающие устройства типа магнитных лент, дисков, барабанов), основная память ЕС ЭВМ колеблется от 64 до 2048 Кбайт в разных моделях.

Технические характеристики моделей ЕС ЭВМ

Наименование	Модели ЕС ЭВМ				
	ЕС-1020	ЕС-1030	ЕС-1040	ЕС 1050	ЕС-1060
Процессор производи- тельностью, тыс. оп/с	20	100	300	500	1500
Разрядность, бит	8	32	64	64	64
Принцип управления: микропрограммный жесткий	+	+	+	+	+
Оперативная память, ем- кость, Кбайт	64—256	128— 512	128— 1024	256— 1024	512— 2048
Разрядность, бит	16	32	64	64	64
Цикл обращения, мкс	2,00	1,25	1,0	1,25	2,0
Число логических бло- ков	1	1	2—4	2—4	2—4
Модуль расширения, Кбайт	64	128	256	512	1024
Селекторные каналы: число	1—2	2—3	3—6	3—6	8—10
скорость передачи, Кбайт/с	800	800	1300	1300	3000
число подключаемых ВНУ на канал	256	256	256	256	256
Мультиплексный канал: скорость передачи Кбайт/с:	100	300	670	670	300
монопольный режим	16	40	110	110	150
Мультиплексный режим	128	128	192	192	192
Число разделенных под- каналов	16	21	80	40	50
Потребляемая мощность, кВ·А	50	110	200	250	300
Занимаемая площадь, м ²	DOC ЕС	ОС ЕС	ОС ЕС	ОС ЕС	ОС ЕС
Операционная система					

Структурная схема ЦВМ третьего поколения приве-
дена на рисунке 55. Обмен данными между ВНУ и
ОЗУ осуществляется при помощи каналов. В моделях
ЕС-1010 и ЕС-1020 мультиплексный и селекторный ка-
налы входят непосредственно в состав центрального
процессора, в остальных моделях ряда они выделены
в самостоятельные блоки и связаны с ВНУ при помо-
щи интерфейсов (стандартных сопряжений). По коман-
дам процессора каналы подключают требуемые ВНУ и

вырабатывают сигналы приостановки процессора на время, необходимое для обмена между собственной памятью канала и ОЗУ.

Все ЦВМ единой системы состоят из набора устройств, выполненных в виде блоков, поэтому конфигурация машин может меняться в широких пределах. В связи с обновлением устаревших образцов устройств на смену системе Ряд-1 проектируется и внедряется система Ряд-2. Основные технические данные системы Ряд-2 приведены в таблице 13.

Таблица 13

Основные технические характеристики системы Ряд-2

Шифр	Производительность, тыс.оп/с	Объем памяти
ЕС-1025	30—40	128—256 Кбайт
ЕС-1035	100—140	256—512 Кбайт
ЕС-1045	400—500	256(512) Кбайт—3 Мбайт
ЕС-1055	750—900	256 Кбайт—4 Мбайт
ЕС-1065	4000—5000	7—16 Мбайт

Система математического обеспечения ЕС ЭВМ. Под системой математического обеспечения подразумевается совокупность программ, используемых для обработки данных, отладки программ пользователей, контроля правильности выполнения программ, коррекции ошибок, устранения случайных сбоев и диагностики неисправностей.

Математическое обеспечение делят на две части: внутреннее и внешнее.

Внутреннее математическое обеспечение состоит из операционных систем и комплекса программ для технического обслуживания ЦВМ. Общая структура СМО ЕС ЭВМ приведена на рисунке 56.

В ЕС ЭВМ нашли применение четыре операционные системы:

операционная система ОС 10ЕС для машины ЕС-1010;

малая операционная система МОС ЕС для машины ЕС-1021;

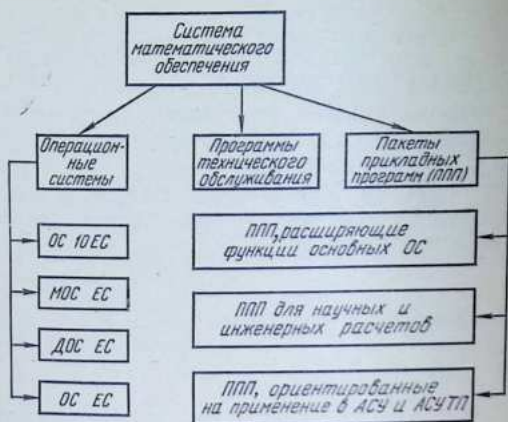


Рис. 56. Общая структура СМО ЕС ЭВМ.

дисковая операционная система ДОС ЕС с памятью 64-128 Кбайт;

операционная система ОС ЕС с памятью 128—256 Кбайт.

Основными являются операционные системы ДОС и ОС ЕС ЭВМ, и используются они во всех моделях Ряда, кроме ЕС-1010 и ЕС-1021.

ДОС ЕС предназначена в основном для обработки экономической информации, и она менее сложна, чем универсальная ОС ЕС.

В состав ДОС и ОС входят программы, обеспечивающие разные режимы работы ЦВМ: однопрограммный, мультипрограммный, параллельной обработки данных, разделения времени; мультипроцессорный режим.

Однопрограммный режим работы. При данном режиме процессор выполняет программу или пакет программ пользователя. При данном режиме пользователь сам работает за пультом, вводит свою программу, следит за решением задачи и выводит результаты решения на печать. Время реакции пользователя намного больше времени реакции машины, и потому производительность работы в данном режиме невелика. При пакетной обработке доступ к ЦВМ осуществляет управляющая программа, которая обеспечивает переход от зада-

чи к задаче и контроль за их выполнением, поэтому производительность ЦВМ возрастает, но исключается возможность диалога человек — машина.

При пакетном режиме обеспечивается последовательная обработка задач, в каждый данный момент времени обрабатывается одна задача, и переход к другой возможен после полного выполнения той задачи, которая в настоящий момент обрабатывается.

Мультипрограммный режим. Данный режим работы ЦВМ является одним из режимов многопрограммной работы ЦВМ, при котором несколько программ пользователей находится в ЦВМ, и поэтому остро ставится задача защиты памяти. Данная задача возникает потому, что каждый пользователь пишет программу в расчете на единоличное пользование ЕС ЭВМ, что вызывает опасность взаимного влияния программ пользователей друг на друга. Задачу распределения ресурсов ЕС ЦВМ решает программа СУПЕРВИЗОР.

При мультипрограммном режиме переход от программы к программе обеспечивается за счет использования совмещения работы нескольких устройств ЕС ЭВМ. Основной целью мультипрограммирования является обеспечение полной загрузки всех блоков системы.

При мультипрограммировании качество обслуживания пользователей изменяется мало, так как этот режим есть один из видов пакетной обработки, т. е. все пользователи получают решение задач одновременно, но все же время обработки при мультипрограммировании получается меньше, чем при пакетной обработке, за счет лучшей загрузки оборудования системы. Кроме того, необходимо учесть, что в мультипрограммном режиме важным вопросом является вопрос формирования пакета, так как может возникнуть такая ситуация, когда все программы ожидают освобождения устройства ввода — вывода, а центральный процессор простаивает.

Режим параллельной обработки данных. Основной задачей этого режима является улучшение обслуживания пользователей за счет того, что у пользователей создается впечатление, что решение их задач не прерывается на длительный срок. Действительно, при параллельной обработке данных переход от программы к программе происходит через короткие промежутки времени, сравнимые со скоростью работы машины [3]. Однако нужно учесть, что время решения задач при дан-

ном режиме не оптимально, так как выбор обслуживания задач происходит не по приоритетам, а последовательно, согласно очереди, и поэтому время выполнения пакета задач при параллельной обработке превышает время их выполнения при одиночном использовании ЕС ЭВМ. Тем не менее пользователь может получить решение задачи, не ожидая конца обслуживания пакета задач.

Режим разделения времени. В данном случае режим мультипрограммирования и непосредственный доступ к системе совмещаются, и работа происходит в реальном времени.

Программы выполняются поочередно в течение определенного кванта времени, после окончания которого программа прерывается. Длительность квантов не является фиксированной, и выбор программы, которой будет передано управление, осуществляется специальной планирующей программой. Если задача не решается в отведенный ей квант времени, то она прерывается и перемещается в конец очереди заявок. При одной очереди заявок с одинаковой приоритетностью данный процесс называется *циклическим планированием*.

Усовершенствование данного метода планирования можно назвать методом *многоприоритетного планирования*, при котором новые заявки на решение задач поступают в очередь высшего приоритета, а задачи, которые не были решены в выделенный им квант времени, поступают в конец очереди низшего приоритета.

Приведем несколько форм эксплуатации режима с разделением времени: режим пакетной обработки; режим запрос — ответ; разговорный режим; универсальный режим.

Режим пакетной обработки. Как и в режиме последовательной пакетной обработки осуществляется ввод пакета программ на магнитную ленту МЛ, с которой затем информация переписывается на магнитный диск (МД₁), а затем выполняется в мультипрограммном режиме. Результаты решения выводятся на МД₂ или МЛ₂ с последующим выводом на перфокарты, перфоленты, магнитные ленты. Возможен также режим пакетной обработки с привилегированным режимом включения нескольких удаленных терминалов.

В отличие от вышеизложенного режима в данном случае удаленный пользователь получает результаты

решения задачи сразу же после окончания программы. Программы, записанные на МД₁ выполняются так же, как и при мультипрограммировании. Однако ввиду того, что все выполняемые программы в ОЗУ не помещаются за недостатком объема памяти, необходимо часть программ прерывать и перезаписывать из ОЗУ на МЛ. На обмены требуется много времени, и поэтому стараются увеличивать квант времени для решаемых программ или уменьшать обмен в ВЗУ за счет хранения части программ в ОЗУ в состоянии ожидания.

Режим запрос—ответ. В данном режиме предусматривается наличие информационно-поисковой системы для ответа на вопросы. В свободное от вопросов время система решает фоновую работу. Эта работа имеет низший приоритет по сравнению с запросами.

Разговорный режим. Все ресурсы системы в этом режиме делятся между ограниченным числом пользователей, которые имеют прямой доступ в систему через терминалы. Пользователи работают на одном языке, который имеет пошаговую трансляцию, и могут получить содержимое требуемых ячеек памяти в любой отрезок времени.

Универсальный режим. При работе пользователя в данном режиме он имеет прямой доступ в систему через терминалы, а также при помощи средств общего доступа. Программы или часть программ, не поместившиеся в ОЗУ, хранятся в буферной памяти типа МД или МБ.

Мультипроцессорный режим. При работе системы в данном режиме имеется возможность параллельно выполнять несколько независимых программ или несколько независимых ветвей одной программы.

Вычислительные системы имеют как минимум два процессора и следующие основные тенденции развития:

- 1) модульный принцип построения;
- 2) параллельное выполнение независимых ветвей одной программы или независимых программ.

Основную часть управляющих программ, как уже было показано выше, составляет программа СУПЕРВИЗОР. Она выполняет обработку прерываний, передачу управления отдельным блокам задачи и т. д. Кроме того, в ОС входят сервисные программы:

редактор связей;

программа сортировки;
программы-утилиты, обеспечивающие пересылку данных из одного внешнего устройства в другое, распечатку программ, данных и т. д.

Другую часть внутреннего математического обеспечения составляют программы технического обслуживания ЦВМ, обеспечивающие анализ случайных сбоев всех устройств ЦВМ, а также диагностику неисправностей по предварительно разработанным тест-программам. Тесты выполняют под руководством программы-монитор.

Внешнее математическое обеспечение. В состав внешнего математического обеспечения входят трансляторы, пакеты прикладных (стандартных) программ для решения типовых математических, инженерных, экономических задач. Основное назначение внешнего математического обеспечения — облегчение условий пользователям при постановке, подготовке и решении задач на ЦВМ.

Глава II

КЛАВИШНЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ



§ 1. Основные принципы устройства и развития клавишных машин

Клавишные вычислительные машины (КВМ) — это машины с ручным вводом исходных данных и ручным управлением.

По эксплуатационным данным КВМ можно разделить на три группы: суммирующие, табличные и вычислительные.

Суммирующие машины предназначены главным образом для сложения и вычитания чисел; их можно использовать и для других арифметических операций, но с меньшей производительностью. Используют две группы суммирующих клавишных машин: незаписывающие машины, на которых можно получить алгебраические суммы чисел, и записывающие, на которых одновременно с получением сумм можно записывать как отдельные числа, так и их суммы на бумажной ленте.

Записывающие суммирующие машины (модели СДВ-107, СДК-133, «Аскота-110» и др.), кроме устройства ввода и арифметического устройства, имеют печатающие устройства.

На вычислительных табличных машинах можно записывать не только числа, но и буквенный текст. Эти машины имеют довольно сложные устройства, приспособленные для составления различных ведомостей и получения итогов как по строкам, так и по столбцам ведомости. Устройство ввода — вывода у них выполнено на основе электрических пишущих машинок, арифметическое устройство имеет несколько счетчиков, машины умножают и устанавливают запятую.

Табличные машины «Аскота-170», фактурная ВА-345М, ВА-345П, «Искра-2301» и другие предназначены для учета бухгалтерских работ.

Для инженерных и экономических расчетов чаще всего пользуются клавишными вычислительными машинами: электромеханическими, релейными и электронными.

Электромеханические машины бывают полуавтоматические и автоматические.

В полуавтоматических машинах (например, ВМП-2) передвигают каретку из разряда в разряд и управляют ходами машины вручную.

Автоматическими клавишными машинами называются машины, автоматически выполняющие умножение и деление чисел.

Более автоматизирован процесс в релейных клавишных машинах «Вятка», «Вильнюс» и др. Они отличаются от электромеханических машин не только конструкцией, но и своими эксплуатационными данными.

В настоящее время у нас и в других странах стали выпускать электронные клавишные вычислительные машины (ЭКВМ), которые обладают высокой надежностью и бесшумно за доли секунд выполняют математические и некоторые логические операции.

Широкое применение при инженерных и экономических расчетах нашли ЭКВМ «Электроника», «Искра», «Элка» и др.

В последнее время стали выпускать ЭКВМ на интегральных схемах. Это позволило уменьшить их общую массу (до 0,3 кг) и размеры машин ($1,5 \times 0,8 \times 0,36$ см) и увеличить их надежность в работе.

К таким машинам можно отнести ЭКВМ «Электроника БЗ-09М», «Электроника БЗ-14М» и др.

По сфере применения ЭКВМ можно разделить на три группы: для простейших расчетов; для деловых расчетов; для научных расчетов.

При простейших расчетах выполняют элементарные арифметические операции типа сложение, вычитание, умножение, деление и операции с константой.

При решении деловых задач выполняют учетно-статистические бухгалтерские, планово-экономические расчеты. Данный класс ЭКВМ, кроме элементарных арифметических операций, выполняет операции с процентами, операции накопления в регистрах памяти итогов и т. д. Этот класс ЭКВМ — наиболее распространен. Сюда можно отнести машины «Искра-111», «Искра-112», «Искра-114», «Электроника-ДД», «Элка-25».

При решении научных задач выполняют математические, инженерно-технические и статистические расчеты. ЭКВМ в данном случае, кроме элементарных арифметических операций, выполняют прямые и обратные тригонометрические преобразования, вычисляют гиперболические и логарифмические функции. Кроме того, машины данного класса, как правило, являются машинами с программным управлением, т. е. в них обеспечивается ввод программы, просмотр программы для исправления ошибок ввода, счет по программе («Искра-123», «Искра-124», «Искра-125»), а также имеется возможность подключения широкого набора агрегатируемых вводно-выводных устройств.

По типу вывода информации ЭКВМ подразделяют на три вида: с выводом на индикацию; с выводом на печать; с выводом на индикацию и на печать.

ЭКВМ с выводом на индикацию имеют цифровые и алфавитно-цифровые индикаторные устройства на светодиодных, люминесцентных лампах, жидких кристаллах и т. д. Примером таких ЭКВМ можно назвать «Искра-111», «Электроника-ДД», «Искра-122», «Искра-123»; «Искра-124», «Рось», «Элка-25» и т. д.

В ЭКВМ с выводом на печать («Искра-1121») информация печатается на бумаге. Такой тип вывода информации позволяет использовать отпечатанную ленту как готовый отчетный документ.

В последнее время начинают появляться модели ЭКВМ, имеющие одновременный вывод информации

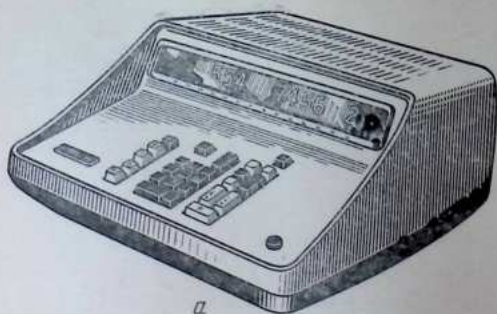
на индикаторное устройство и на печать, что дает возможность оператору самому выбирать выводное устройство в зависимости от решаемой задачи. Приведем примеры некоторых ЭКВМ, распространенных в нашей стране и дадим им краткую характеристику (рис. 57).

§ 2. ЭКВМ «Электроника-ДД»

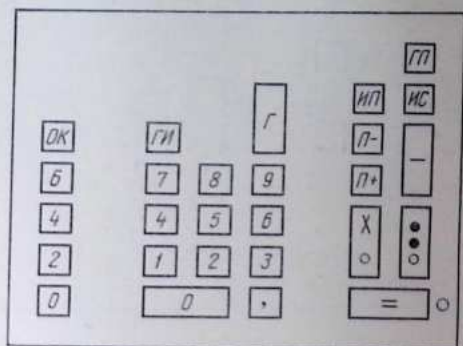
Настольная электронная десятиклавишная машина «Электроника-ДД» предназначена для инженерных, статистических и бухгалтерских расчетов (рис. 58).

Клавиатура ЭКВМ «Электроника-ДД»:

- ... — клавиши ввода чисел;
- клавиша установки запятой при вводе дробных чисел;
- клавиша округления результата;
- , , , — клавиши, определяющие количество знаков после запятой в числе;
- клавиша гашения индикатора;
- клавиша гашения АУ;
- клавиша гашения регистра памяти;
- клавиша индикации закрепленного числа;
- клавиша вычитания;
- клавиша сложения индицируемого числа с содержимым памяти;
- клавиша вычитания индицируемого числа из содержимого памяти;
- клавиша умножения;
- клавиша деления;
- клавиша сложения и результата.



а



б

Рис. 58. ЭКВМ «Электроника-ДД»:

а — внешний вид; б — клавиатура.

ЭКВМ «Электроника-ДД» выполняет следующие операции автоматически: сложение, вычитание, умножение, деление, полуавтоматически — возведение в степень, комплексные вычисления, умножение на постоянный множитель, алгебраическое суммирование промежуточных результатов вычисления.

Машина «Электроника-ДД» сконструирована на полупроводниковых элементах и имеет следующие основные устройства:

1. Устройство ввода информации состоит из клавиатуры ввода в машину исходной информации и люминесцентного индикатора, на котором оператор видит вводимые числа. К клавиатуре ввода относятся клавиши:

Пример выполнения операций

Таблица 14

Примеры	ППЗ	Порядок набора	Индикация
Сложение — вычитание $156,3 + 12,384 - 95,751$	4	$\boxed{r} \boxed{156,3} = \boxed{12,384} = \boxed{95,751} -$	72,9310
Умножение $3,455 \times 7,031$	6	$\boxed{r} \boxed{3,455} \times \boxed{7,031} =$	24,292105
Деление $40 : 6$	6	$\boxed{r} \boxed{08} \boxed{40} : \boxed{6} =$	6,666667
Умножение на константу $12 \times 0,15$	2	$\boxed{r} \boxed{08} \boxed{12} \times \boxed{0,15} =$	1,80
$38 \times 0,15$		$\boxed{38} =$	5,70
$48 \times 0,15$		$\boxed{48} =$	7,20
Деление на константу $125 : 2,8$	2	$\boxed{r} \boxed{08} \boxed{125} : \boxed{2,8} =$	44,64
$203 : 2,8$		$\boxed{203} =$	72,50
$348 : 2,8$		$\boxed{348} =$	124,28

Возведение в степень
3³

0

$$\boxed{r} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{rc} \boxed{=}$$

27

Вычисление процента от числа
12% от 543

2

$$\boxed{r} \boxed{543} \boxed{\times} \boxed{12} \boxed{=} \boxed{:} \boxed{100} \boxed{=}$$

65,16

Вычисление процентного отношения
 $\frac{17}{827} \cdot 100\%$

2

$$\boxed{r} \boxed{0K} \boxed{17} \boxed{\times} \boxed{100} \boxed{=} \boxed{:} \boxed{827} \boxed{=}$$

20,06

Накопление итогов
 $87,28 : 2,36 + 4,83 \times 62,35 - 34,2 \times$
 $\times 12,51$

2

$$\begin{aligned} \boxed{r} \boxed{rп} \boxed{0K} \boxed{87,28} \boxed{:} \boxed{2,35} \boxed{=} \\ \boxed{п^+} \boxed{4,83} \boxed{\times} \boxed{62,35} \boxed{=} \boxed{п^+} \boxed{34,2} \\ \boxed{\times} \boxed{12,51} \boxed{=} \boxed{п^-} \boxed{пп} \boxed{-} \end{aligned}$$

-89,71

Сложные вычисления
(5,22 - 7,8 + 12,35) × (30,6 + 48,27)

2

$$\begin{aligned} \boxed{r} \boxed{rп} \boxed{0K} \boxed{5,22} \boxed{=} \boxed{7,8} \boxed{-} \boxed{12,35} \boxed{=} \\ \boxed{п^+} \boxed{r} \boxed{30,6} \boxed{=} \boxed{48,27} \boxed{=} \boxed{\times} \boxed{пп} \boxed{=} \end{aligned}$$

770,56

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и запятая, остальные клавиши принадлежат устройству внешнего управления.

2. Арифметическое устройство состоит из трех регистров, в которых осуществляются все арифметические операции.

3. Запоминающее устройство состоит из одного регистра, в котором запоминаются промежуточные результаты.

4. Устройство управления состоит из двух частей: внешней и внутренней. К внутренней части относится тактирующее устройство, которое создает последовательность сигналов для управления операциями сложения, вычитания, умножения, деления и т. д. Внешняя часть устройства объединяет клавиши управления, лампочки сигнализации, кнопки включения.

5. Устройство вывода информации состоит из электролюминесцентного индикатора, на котором высвечиваются данные вычислений.

Порядок подготовки машины «Электроника-ДД» к работе: включить шнур питания в сеть; нажать кнопку включения питания, при этом загорятся все разряды индикатора; нажать клавиши Г и ГП — машина будет приведена в исходное состояние. Примеры выполнения операций даны в таблице 14.

§ 3. ЭКВМ «Искра-111»

ЭКВМ «Искра-111» предназначена для планово-экономических, учетно-статистических и инженерных расчетов.

Автоматически машина выполняет следующие операции: сложение, вычитание, умножение, деление, обратное деление, получение итога, накопление, вычисление процента от числа, деление чисел с накоплением частных, засылку и вызов чисел из регистра памяти и т. д. Полуавтоматически выполняет возведение в целую степень, извлечение квадратного или кубического корня, вычисление элементарных функций.

Оперировать можно как с целыми, так и с дробными числами. Возможно два режима работы: с округлением и без округления. ЭКВМ «Искра-111» (рис. 59) работает в режиме с фиксированной запятой. При наборе дробных чисел с количеством разрядов после за-

0	C	7	8	9	-	÷	÷÷
1	СК	4	5	6			%
2	A	1	2	3	+	×	/%
3	⊕		,	0	=	/-	
6							
10							
5/4							

Рис. 59. Клавиатура ЭКВМ «Искра-111».

пятой, равных указанному переключателем положения запятой (ППЗ), число нормализуется.

Клавиатура ЭКВМ «Искра-111»:

- 0 ... 9 — цифровые клавиши для ввода чисел;
- . — клавиша установки запятой для ввода дробных чисел;
- — клавиша операции вычитания;
- : — клавиша операции деления;
- ÷ — клавиша операции обратного деления (делимое и делитель меняются местами);
- × — клавиша операции умножения;
- + — клавиша операции сложения;
- % — клавиша операции вычисления процента от числа;
- /% — клавиша операции вычисления процентного отношения двух чисел;
- = — клавиша «Равно»;
- /- — клавиша изменения знака вводимых чисел или результата вычислений;
- C — клавиша общего сброса содержимого регистров и установки ЭКВМ в исходное состояние;
- СК — клавиша гашения неправильно набранного на клавиатуре числа;

Пример выполнения операций

Таблица 15

Группы	ППЗ	Режим работы	Порядок набора	Индикация
Сложение $127,33 + 78,5$	3	Без окр.	$\boxed{C} \boxed{127,33} \boxed{+} \boxed{78,5} \boxed{=}$	203,133
Вычитание $0,76 - 75,8$	2	Без окр.	$\boxed{C} \boxed{0,76} \boxed{-} \boxed{75,8} \boxed{=}$	-75,04
Умножение $121,32 \times 2,1$	3	Окр.	$\boxed{C} \boxed{121,32} \boxed{\times} \boxed{2,1} \boxed{=}$	254,772
Деление $21,3 : (-1,57)$	6	Окр.	$\boxed{C} \boxed{21,3} \boxed{:} \boxed{1,57} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{=}$	-13,566879
$14,51 \times 6,084$ $\underline{2,25 + 7,3}$	3	Окр.	$\boxed{C} \boxed{2,25} \boxed{+} \boxed{7,3} \boxed{\div} \boxed{14,51}$ $\boxed{\times} \boxed{6,084} \boxed{+} \boxed{0,6} \boxed{=}$	9,844

Вычисление процента от числа
18,8% от 42

3

Окр.

$$\boxed{c} \quad \boxed{18,8} \quad \boxed{\%} \quad \boxed{42} \quad \boxed{=}$$

7,896

Вычисление процентного отношения
двух чисел
53 от 36

3

Окр.

$$\boxed{c} \quad \boxed{53} \quad \boxed{\%} \quad \boxed{36} \quad \boxed{=}$$

1 47,222

Деление на константу
(3,5 : 2,7) + (5,8 : 2,7) + (6,3 : 2,7) =
= 1,296 + 2,148 + 2,333

3

Окр.

$$\boxed{c} \quad \boxed{3,5} \quad \boxed{:} \quad \boxed{2,7} \quad \boxed{=} \quad \boxed{A} \quad \boxed{5,8} \quad \boxed{=} \\ \boxed{\textcircled{1}} \quad \boxed{6,3} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\textcircled{1}} \quad \boxed{A}$$

5,777

Возведение в степень
2,2⁹

6

Окр.

$$\boxed{c} \quad \boxed{2,2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \\ \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{=}$$

1207,269219

Сложные вычисления
 $\frac{1,21 \times 1,45}{5,27 - 0,33}$

2

Окр.

$$\boxed{c} \quad \boxed{5,27} \quad \boxed{-} \quad \boxed{0,33} \quad \boxed{\div} \quad \boxed{1,21} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{1,45} \quad \boxed{=}$$

0,38

Получение суммы произведений (частных)
2,1 × 3,65 + 200 : 4,2 - 54,3 × 9,78

2

Окр.

$$\boxed{2,1} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3,65} \quad \boxed{=} \quad \boxed{A} \quad \boxed{200} \quad \boxed{:} \\ \boxed{4,2} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\textcircled{1}} \quad \boxed{54,3} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{9,78} \quad \boxed{=} \\ \boxed{A} \quad \boxed{-} \quad \boxed{\textcircled{1}} \quad \boxed{A}$$

475,78

- A — клавиша пересылки информации в регистр памяти после набора числа или получения итога ≡; для вызова информации из регистра памяти после нажатия клавиш $+$, $\times$, $:$, $\%$, $1/\%$, C ;
- ① — клавиша накопления в регистре памяти;
- 0, 1, 2, 3, — клавиши, определяющие точность результата;
- 6, 10
- $\frac{5}{4}$ — клавиша округления.

При подготовке машины к работе нужно включить вилку шнура питания ЭКВМ в сеть переменного тока 220 В, установить переключатель питания в положение «Включено». Нажать клавишу C.

Примеры выполнения операций на ЭКВМ «Искра-111» приведены в таблице 15.

§ 4. ЭКВМ «Искра-122»

Настольная электронная десятиклавишная машина «Искра-122» предназначена для планово-экономических, математических, инженерных и учетно-статистических расчетов.

Автоматически машина выполняет следующие операции: сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение квадратного корня, выделение целой части числа, возведение в степень, умножение на постоянный множитель, действия с процентами. Полуавтоматически машина выполняет операции: вычисление тригонометрических функций, логарифмов, многочленов, извлечение кубического корня, решение квадратных уравнений, вычисление площадей треугольников, математического ожидания, среднеквадратического отклонения.

При подготовке «Искры-122» к работе необходимо: включить вилку шнура питания в сеть переменного тока 220 В, 50 Гц; установить тумблер включения — выключения в положение «Включено»; нажать клавишу СК. Высвечивание нуля в старшем разряде индикатора указывает на готовность машины к работе. Уста-

новить переключатель положения запятой в положение, обеспечивающее требуемую точность вычислений.

Клавиатура ЭКВМ «Искра-122»:

- $\square 0$... $\square 9$ — клавиши ввода чисел;
- $\square ,$ — клавиша установки запятой при вводе дробных чисел;
- $\square -$ — клавиша операции вычитания;
- $\square \div$ — клавиша операции деления;
- $\square \div 1$ — клавиша операции обратного деления;
- $\square +$ — клавиша операции сложения;
- $\square \times$ — клавиша операции умножения;
- $\square \sqrt{}$ — клавиша операции извлечения квадратного корня;
- $\square \uparrow$ — клавиша операции возведения в целую степень;
- $\square =$ — клавиша окончательного итога «Равно»;
- $\square \neg$ — клавиша изменения знака вводимого числа или результата вычислений;
- $\square \diamond$ — клавиша вывода информации на внешний агрегат (печать);
- $\square /$ — клавиша выделения целой части числа;
- $\square)$ — клавиша закрывающей скобки;
- $\square A1, \square A2, \square A3, \square A4, \square A5$ — клавиши регистров печати A1, A2, A3, A4, A5;
- $\square ($ — клавиша открывающей скобки;
- $\square \textcircled{2}$ — клавиша накопления в регистре A2;

 — клавиша накопления в регистре А3;

 — клавиша очистки регистра клавиатуры;

 ,  ,  ,  , — клавиши переключателя точности (В — выключено).
 ,  , 

Цифры указывают на количество значащих десятичных разрядов результата, не считая нулей, которые высвечиваются для указания порядка индицируемого числа. В положении  результат индицируется полностью без округления.

Клавиатура ЭКВМ «Искра-122» представлена на рисунке 60.

Примеры выполнения операций приведены в таблице 16.

Примечание. Для обращения к регистрам памяти А1, А2, А3, А4, А5, следует нажать данные клавиши. При этом:

а) происходит засылка чисел в соответствующий регистр памяти, если перед этим следовали операции: ввод числа, $\uparrow$, $\sqrt{}$, $/$, Н, =,);



Рис. 60. Клавиатура ЭКВМ «Искра-112».

Пример выполнения операций

Примеры	Положение ППЗ	Порядок набора	Индикация
Сложение $11,6913 + 0,65437$	5	$11,6913 \quad + \quad 0,65437 \quad =$	12,346
Вычитание $0,389 - 271,028$	5	$0,389 \quad - \quad 271,028 \quad =$	-270,640
Умножение $7,93 \times 24,1$	5	$7,93 \quad \times \quad 24,1 \quad =$	191,11
Деление $0,0864 : 24$	5	$0,0864 \quad : \quad 24 \quad =$	0,0036
Извлечение корня $\sqrt[4]{632,0196}$	5	$632,0196 \quad \sqrt[4]{} \quad$	25,14
Возведение в степень $6,18^4$	5	$6,18 \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$	1458,7
Выделение целой части числа $236,06$	5	$236,06 \quad \downarrow \quad$	-236

Примеры	Положение ППЗ	Порядок набора	Индикация
Целное умножение $3 \times (-5) \times (-2)$	5	3 $\times$ 5 $\boxed{-}$ $\times$ 2 $\boxed{-}$ $\boxed{=}$	60
Целное деление $60 : 5 : 3 : 2$	5	60 $:$ 5 $:$ 3 $:$ 2 $\boxed{=}$	2
$2^2 + 3^2 - 4^3 - 5^5$	5	2 $\uparrow$ + 3 $\uparrow$ - 4 $\uparrow$ - $\boxed{=}$ 5 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$ $\boxed{=}$	-3176
$\sqrt[3]{15:3 \times 12 \times 5}$	5	15 $:$ 3 $\times$ 12 $\times$ 5 $:$ 3 $\boxed{=}$ $\boxed{\sqrt{}}$	10
$2 \times 3 - 4 \times 2 + 5 \times 6$	5	2 $\times$ 3 - 4 $\times$ 2 - 5 $\times$ 6 $\boxed{=}$	28
Вычисление объема шара $V = \frac{4}{3} \pi R^3$	5	4 $:$ 3 $\times$ π $\times$ R $\uparrow$ $\uparrow$ $\boxed{=}$	V
$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	5	a $\uparrow$ $\uparrow$ + b $\uparrow$ $\uparrow$ - c $\uparrow$ $\uparrow$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $:$ 2 $:$ $:$ $\boxed{=}$ $\boxed{A2}$ $\boxed{=}$	$\cos C$
$P = 1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} =$ $= \left(\left(\left(\frac{2}{4} + 1 \right) + \frac{2}{3} + 1 \right) \times \frac{2}{2} + 1 \right) \times 2 + 1$	5	2 $\uparrow$ $:$ 4 $+$ 1 $)$ $\times$ $:$ 3 $+$ 1 $)$ $\times$ $:$ 2 $+$ 1 $)$ $+$ $+$ 1 $\boxed{=}$	7,0

Технические характеристики ЭКВМ

Модель машины	Число регистров	Разрядность, вводимых и выводимых чисел	Время выполнения отдельных операций, с				Потребляемая мощность, Вт	Масса, кг
			$\pm$	$\times$	:	$\sqrt{}$		
«Электроника-ДД»	3	14	0,03	0,3	0,4	—	45	15
«Электроника 4-71»	2	8	0,01	0,11	0,23	—	6	1,5
«Электроника 4-71В»	2	8	0,01	0,11	0,23	—	6	1,5
«Электроника БЗ-05»	2	16	0,5	0,5	0,5	Полуав.	10	1,8
«Электроника» БЗ-09М»	2	8	1,0	1,0	1,0	»	А-316 квант	0,3
«Электроника БЗ-14М»	2	8	1,0	1,0	1,0	1,0	То же	0,3
«Вега»	3	20	0,06	0,60	1,0	5,0	30	25
«Элка-22»	3	12	0,1	0,5	0,5	—	30	8
«Элка-25»	3	12	0,1	0,3	0,5	—	45	15
ЭДВМ	4	16	0,05	0,60	1,0	3	50	25
ПКВМ-3	3	12	0,15	1	1	3	100	17
«Орбита»	4	15	0,07	0,2	0,2	—	40	13
«Зоемтрон-220»	6	15	0,005	0,5	0,5	—	60	13
«Искра-11»	4	15	0,1	0,3	0,3	—	60	22
«Искра-12»	6	16	0,03	0,5	0,5	1,5	60	25
«Искра-13»	5	16	0,6	1,0	1,0	2,0	90	25
«Искра-22»	6	27	0,03	0,5	0,7	—	100	30
«Искра-111»	3	12	0,05	0,2	0,3	—	20	8
«Искра-12М»	6	16	0,05	0,5	0,5	0,5	45	15
«Искра-110»	3	8	0,03	0,25	0,25	—	20	3,5
«Искра-122»	11	16	0,03	0,3	0,3	0,5	50	15
«Искра-108»	2	12	0,03	0,35	0,35	Полуав.	50	8
«Искра-114»	6	15	0,03	0,35	0,35	0,45	22	7
«Искра-124»	10	16	0,03	0,3	0,3	1,0	40	15
«Искра-125»	225	—	0,05	0,05	0,05	0,5	125	40
«Искра-210»	2	12	0,03	0,35	0,35	Полуав.	8	2
«Искра-1121»	6	15	0,03	0,35	0,35	0,45	50	12

б) происходит выборка числа из соответствующего регистра памяти, если перед этим следовали операции

$+$, $-$, $\times$, $:$, $\div$, $\odot$, $\ominus$, СК, А1, А2, А3, А4, А5, $\diamond$.

Для сокращения общего числа нажатий на клавиши в ЭКВМ предусмотрена автоматическая выборка одного из регистров памяти. В ЭКВМ «Искра-122» — это регистр А1. Автоматической выборка называется потому, что она проводится без нажатия клавиши обращения к памяти.

Правило автоматической выборки можно сформулировать так: если после нажатия одной из клавиш «+», «—», «X», «:» следует нажатие любой из этих клавиш или клавиш «=», «/», «)», «↑», то на место пропущенного операнда выбирается содержимое регистра А1. Сброс регистров (кроме регистров памяти) осуществляется последовательным нажатием клавиш «=», «СК».

Некоторые характеристики ЭКВМ, наиболее распространенных в нашей стране, даны в таблице 17.

Питание ЭКВМ от сети переменного тока напряжением $220\text{ В} \pm 10\%$, за исключением машин БЗ-09М и БЗ-14М, питание которых осуществляется от элемента А-316.

Раздел третий

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ В ИНЖЕНЕРНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Глава I

ПОДГОТОВКА ЗАДАЧ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

НА ЦИФРОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ



§ 1. Методика подготовки и решения задач на ЦВМ

Составление программы для решения задачи на ЦВМ можно разделить на ряд этапов: математическая постановка задачи; составление алгоритма решения задачи и выбор численного метода; составление программы; отладка программы на ЦВМ; подготовка и запись исходных данных.

Математическая постановка задачи. Постановка задачи должна быть формализованной, чтобы ее можно было истолковать единственным образом без искажения физики описываемых явлений. Кроме того, на этом этапе необходимо указать количество и характер величин, используемых в задаче в качестве исходных данных.

Составление алгоритма решения и выбор численного метода. *Алгоритмом* называют систему формальных правил, однозначно приводящую к решению данной задачи [8, 6]. С точки зрения ЦВМ алгоритм есть последовательность арифметических и логических преобразований над числами и переменными.

Алгоритм обязан обладать: детерминированностью, т. е. применение алгоритма к одним и тем же исходным данным должно давать один и тот же конечный результат; массовостью, т. е. алгоритм применим для различных исходных данных и приводит к получению результата; результативностью, т. е. применение алгоритма заканчивается либо получением результата, либо сигналом о том, что данный алгоритм неприменим к имеющимся данным. Для составления алгоритма решения задачи математическая постановка задачи должна быть сведена в последовательность арифметических и логиче-

ских действий, т. е. необходимо выбрать метод решения. Допустим, нужно вычислить определенный интеграл

$$y = \int_0^3 (x^2 + e^x) dx. \quad (204)$$

Величину y можно вычислить по формуле:

$$y = \left(\frac{x^3}{3} + e^x \right) \Big|_0^3 = \frac{27}{3} + e^3 - 1 \approx 28,35. \quad (205)$$

Приведенная формула есть способ решения задачи с использованием последовательности арифметических действий.

Современные ЦВМ выполняют ограниченное число элементарных арифметических (сложение, вычитание, умножение, деление) и логических (сравнение, выделение целой части числа) операций. В реальных задачах встречаются сложные математические выражения, которые при помощи численных методов хорошо представить в последовательность простых, понятных ЦВМ операций.

Составление программы. Программу решения задачи составляют на основе разработанного алгоритма и выбранного численного метода. Программу на алгоритмическом языке, переводят на машинный язык при помощи специальной программы транслятора и затем при наличии исходных данных приступают к решению задачи.

Отладка программы. При написании программы встречаются ошибки, которые нужно предварительно выявить, а затем устранить. Ошибки в программе устраняют при решении контрольного примера. Только после устранения всех ошибок можно переходить к автоматическому решению задачи.

Подготовка и запись исходных данных заключается в сборе, систематизации и записи их на бумаге согласно требованиям решаемой программы. Затем исходные данные должны быть перенесены на машинный носитель информации на устройстве подготовки данных на перфокарте (УПДК) или устройстве подготовки данных на перфоленте (УПДЛ).

Решает задачу на ЦВМ оператор-специалист, обученный управлять машиной, т. е. умеющий вести диалог с машиной в процессе решения конкретной задачи по заданной программе. Результат решения задачи в виде табуляграммы выдают поставщику задачи.

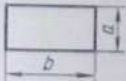
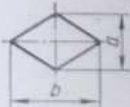
§ 2. Способы описания алгоритмов

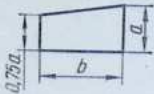
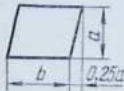
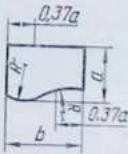
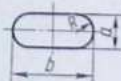
При выборе алгоритма решения задачи необходимо выделять этапы процесса переработки данных, устанавливать связи между ними и порядок их следования. Реальные задачи очень сложны, поэтому разработать алгоритм решения задачи за один прием довольно трудно, так как необходимо поэтапное уточнение структуры алгоритма и внесение многих изменений. При выполнении данной работы нецелесообразно подробно описывать этапы, и в то же время необходимо фиксировать все изменения, вносимые в структуру программы. Выходом из этого положения является использование блок-схемы программы. Блок-схема — графическое изображение структуры программы, т. е. отдельных ее участков, и взаимосвязи между ними.

Участки (блоки) программы имеют сквозную нумерацию. Внутри блоков указывают функции (словесно или при помощи формул), которые выполняют блоки (см. табл. 18).

Таблица 18

Состав, наименование, обозначение символов и отображаемые ими функции

Наименование	Обозначение	Функции
Процесс		Выполнение операции или группы операций, в результате которых изменяется значение, форма представления или расположение данных
Решение		Выбор направления выполнения алгоритма или программы в зависимости от некоторых переменных условий
Модификация		Выполнение операций, меняющих команды или группу команд, изменяющих программу

Наименование	Обозначение	Функции
Ручной ввод		Ввод данных оператором в процессе обработки при помощи устройств, непосредственно сопряженных с вычислительной машиной
Ввод — вывод вод		Преобразование данных в форму, пригодную для обработки (ввод) или регистрации результатов обработки (вывод)
Документ		Ввод — вывод данных, носителем которых служит бумага
Соединитель		Указание связи между прерываемыми линиями потока, связывающими символы
Пуск-останов		Начало, конец, прерывание процесса обработки данных или выполнения программы
Комментарий		Связь между элементом схемы и пояснением

Линейный вычислительный процесс — это такой процесс, команды программы которого выполняются последовательно одна за другой. Блок-схема такого процесса состоит из участков вычисления формул, которые называются также арифметическими операторами. Также указываются участки ввода информации, пе-

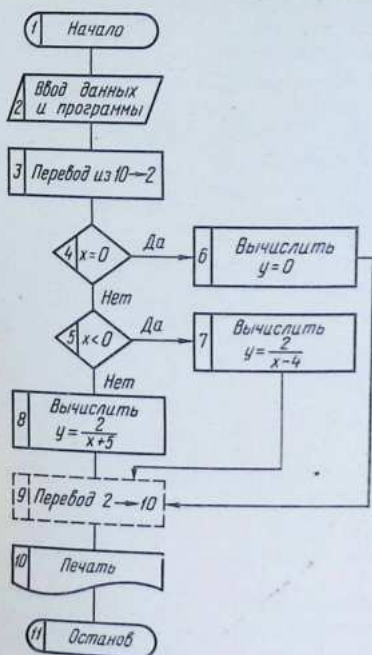


Рис. 62. Структурная схема разветвляющегося вычислительного процесса.

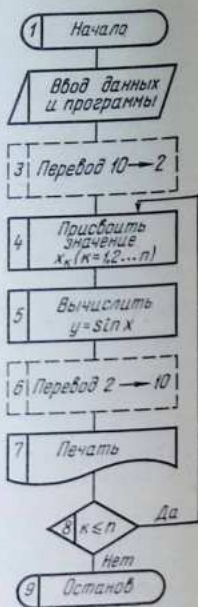


Рис. 63. Структурная схема циклического вычислительного процесса.

ветвление программы на 6 или 5 блок. Второй, условный оператор 5 проверяет условие $x < 0$, и в зависимости от выполнения или невыполнения данного условия происходит переход на 8 или 7 блок программы.

Циклический вычислительный процесс. На практике часто возникает процесс многократного повторения некоторых участков программ при различных значениях входящих в них величин по одним и тем же математическим зависимостям. Многократно повторяющиеся участки вычислительного процесса называют **циклами**.

Пример. Составить блок-схему циклического процесса

$$y = \sin x = 1 - x + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots \quad (208)$$

для значения $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_n$.

Структурная схема циклического вычислительного процесса приведена на рисунке 63.

Для вычисления всех значений функции $\sin x$ необходимо каждый раз изменять величину x_k на единицу. Цикл кончается, когда k принимает значение больше n , в противном случае происходит вычисление функции $\sin x$ по одной и той же математической формуле. Блок 4 в блок-схеме задает начальную величину и подготавливает цикл для очередного выполнения.

Циклические процессы бывают следующих видов: циклические процессы с заданным числом повторений; циклические процессы с переадресацией; сложные циклы; циклические процессы с неизвестным числом повторений.

§ 3. Программирование в символических и условных адресах

При составлении программы для ЦВМ необходимо заранее распределить память машины, т. е. указать номера ячеек для записи в ОЗУ программы, исходных данных, констант и др. Однако это трудно сделать во многих случаях, так как точно неизвестно число команд и промежуточных результатов в программе. Кроме того, при внесении изменений в программу, что бывает довольно часто, программу, записываемую в исполнительных адресах, приходится переписывать заново. Поэтому задачу распределения памяти отделяют от задачи составления программы в командах машины при помощи символических и условных адресов.

Символическое кодирование заключается в том, что вместо исполнительных адресов вводят некоторые символы, условно представляющие адреса. Например, в ячейках некоторого массива Φ_i памяти ОЗУ расположены исходные данные, имеющие буквенно-числовое обозначение ячеек $V_i+1, V_i+2, \dots, V_i+m$. Программа расположена в массиве Φ_j памяти ОЗУ, начиная с ячеек $W_j, W_j+1, \dots, W_j+n$, константы и промежуточные величины расположены в массиве Φ_n памяти ОЗУ, начиная с ячеек A_n, A_n+1, A_n+k .

После составления программы в символических адресах и уточнения массивов величины V_i, W_j и A_n заменяют соответствующими исполнительными адресами.

Программа вычисления функций $I = \frac{ax+h}{bx+c}$

Команды	Операция	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	35	00	$a+2$	$a+5$	$bx \rightarrow \Sigma$ (сумматор)
$k+2$	16	00	$a+3$	$r+1$	$bx+c \rightarrow r+1$
$k+3$	35	00	$a+1$	$a+5$	$ax \rightarrow \Sigma$
$k+4$	17	00	$a+4$	0000	$ax+h \rightarrow \Sigma$
$k+5$	46	00	$r+1$	$d+1$	$\frac{ax+h}{bx+c} \rightarrow d+1$
$k+6$	-60	00	0400	$d+1$	Печать содержимого $d+1$
$k+7$	-00	00	0000	0000	Останов

Таблица 20

Программа вычисления функции y (211) по схеме Горнера

Команды	Операции	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	35	00	$a+1$	$a+6$	$ax \rightarrow \Sigma$
$k+2$	17	00	$a+2$	0000	$ax+b \rightarrow \Sigma$
$k+3$	37	00	$a+6$	0000	$(ax+b)x \rightarrow \Sigma$
$k+4$	17	00	$a+3$	0000	$(ax+b)x+c \rightarrow \Sigma$
$k+5$	37	00	$a+6$	0000	$((ax+b)x+c)x \rightarrow \Sigma$
$k+6$	17	00	$a+4$	0000	$((ax+b)x+c)x+d \rightarrow \Sigma$
$k+7$	37	00	$a+6$	0000	$((ax+b)x+c)x+d)x \rightarrow \Sigma$
$k+10$	16	00	$a+5$	$d+1$	$((ax+b)x+c)x+d)x+l \rightarrow d+1$
$k+11$	-60	00	0400	$d+1$	Печать $d+1$
$k+12$	-00	00	0000	0000	Останов

$a+6$, команды программы в ячейках $k+1, \dots, k+n$; результат операции поместить в ячейку $d+1$.

Программа в символических адресах представлена в таблице 20.

В общем виде для вычисления полинома n -ой степени

$$y = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \dots + a_n x + a_{n+1} \quad (212)$$

Программа разветвляющегося процесса

Команды	Операции	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	-10	00	$a+4$	0000	$x \longrightarrow \Sigma$
$k+2$	-34	00	$k+3$	$k+12$	Переход по нулю при $x=0$ к $k+12$; $x \neq 0$ к $k+3$
$k+3$	-32	00	$k+6$	$k+4$	Переход по знаку x при $x \geq 0$ к $k+6$, $x < 0$ к $k+4$
$k+4$	25	00	$a+2$	$a+4$	$(x-4) \longrightarrow \Sigma$
$k+5$	-30	00	$k+10$	$r+0$	$(x-4) \longrightarrow r+0$
$k+6$	15	00	$a+4$	$a+3$	$(x+5) \longrightarrow \Sigma$
$k+7$	-30	00	$k+10$	$r+0$	$x+5 \longrightarrow r+0$ переход к $k+10$
$k+10$	45	00	$r+0$	$a+1$	$\frac{2}{x-4} \longrightarrow \Sigma$; $\frac{2}{x+5} \longrightarrow \Sigma$
$k+11$	-30	00	$k+13$	$d+1$	$y \longrightarrow d+1$, передача к $k+13$
$k+12$	-10	00	0000	$d+1$	$0 \longrightarrow d+1$
$k+13$	-60	00	0400	$d+1$	Печать $d+1$
$k+14$	-00	00	0000	0000	Останов

с точностью

$$|y_{n+1} - y_n| < \varepsilon.$$

Для решения задачи формулу (215) преобразуют в более удобную

$$\delta_{n+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{y_n} - y_n \right); \quad (216)$$

$$y_{n+1} = y_n + \delta_{n+1}.$$

Данная программа относится к циклическим программам с неизвестным числом повторений циклов. При решении этой задачи используют метод итераций или последовательных приближений.

Циклические программы, в каждом цикле которых, кроме исходных данных, не изменяющихся от цикла к циклу, используются неко-

Программа нахождения максимального по модулю числа

Команды	Операции	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	-10	00	$c+0$	0002	Константа записывается в индексную ячейку 0002
$k+2$	-10	00	$a+0$	$r+0$	$a+0 \rightarrow r+0$
$k+3$	-55	02	$a+1^*$	$r+0$	Вычитание модели содержимого $a+1$ из $r+0$
$k+4$	-32	00	$k+6$	$k+5$	Переход по знаку при $РГД < 0$ $k+5$; $РГД > 0$ $k+6$
$k+5$	-10	02	$a+1^*$	$r+0$	$a+1^* \rightarrow r+0$
$k+6$	-20	02	$k+3$	$c+0$	Организация цикла
$k+7$	-10	00	$r+0$	$d+1$	$r+0 \rightarrow d+1$
$k+10$	-60	00	0400	$d+1$	Печать $d+1$
$k+11$	-00	00	0000	0000	Останов

* Означает модификацию адресов на константу, находящуюся в ячейке $c+0$.

которые величины, вычисленные в предыдущем цикле, называются итерационными.

Блок-схема программы приведена на рисунке 66.

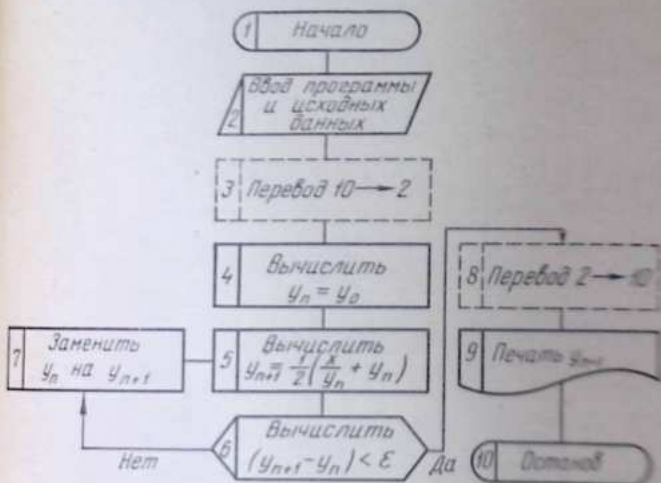


Рис. 66. Структурная схема вычисления квадратного корня по итерационной формуле Ньютона.

Перед началом решения задачи задают нулевое приближение искомого корня y_0 , намечают ячейки исходных данных $a+1, a+2, \dots$ команд программы $k+1, k+2, \dots$, рабочие ячейки $r+0, r+1, \dots$ ячейки результата $d+0, d+1, \dots$

Пусть исходные данные находятся в ячейках.

$a+1$	$a+2$	$a+3$	$a+4$
$1/2$	x	ε	y_0

Программа решения данной задачи в символических адресах имеет вид (см. табл. 23).

Таблица 23

Программа вычисления квадратного корня

Команды	Операции	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	-10	00	$a+4$	$r+0$	$y_0 \rightarrow r+0$
$k+2$	45	00	$r+0$	$a+2$	$\frac{x}{y_0} \rightarrow \Sigma$
$k+3$	27	00	$r+0$	0000	$\frac{x}{y_0} - y_0 \rightarrow \Sigma$
$k+4$	36	00	$a+1$	$r+1$	$1/2 \left(\frac{x}{y_0} - y_0 \right) \rightarrow r+1$
$k+5$	57	00	$a+3$	0000	$1/2 \left(\frac{x}{y_0} - y_0 \right) -$ $- y_0 \rightarrow \Sigma$
$k+6$	-32	00	$k+7$	$k+11$	РПД > 0 $k+7$ РПД < 0 $k+11$
$k+7$	15	00	$r+1$	$r+0$	$1/2 \left(\frac{x}{y_0} + y_0 \right) \rightarrow \Sigma$
$k+10$	-30	00	$k+2$	$d+1$	$1/2 \left(\frac{x}{y_0} + y_0 \right) \rightarrow d+1$
$k+11$	-60	00	0400	$d+1$	Печать $d+1$
$k+12$	00	00	0000	0000	Останов

§ 4. Стандартные подпрограммы

Программирование — трудоемкий процесс, поэтому появилось стремление при написании новых использовать хотя бы часть составленных ранее программ. Это возможно, так как в программах встречаются участки, которые могут быть общими для различных программ. В качестве примера можно назвать следующие программы: $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\ln x$, $\sqrt{x}$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arcsin} x$, $\operatorname{sh} x$, программы перевода из одной системы счисления в другую, умножения и обращения матриц, вычисления определителя интеграла, интерполирования, интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решения систем алгебраических уравнений и т. д. Очевидно, что в этом случае нецелесообразно составлять программы, реализующие эти функциональные зависимости всякий раз, как только они встречаются. Целесообразно составить эти программы один раз и обращаться к ним по мере надобности. Анализ вычислительных процессов позволяет определить наиболее часто встречающиеся участки вычислений и назвать их стандартными. Соответственно программы стандартных участков получили название *стандартных программ (СП)*.

К СП можно обращаться из любого места основной программы. СП имеют следующую структуру.

1. В программе должен иметься один вход и один выход, которые задаются своими адресами.

2. Исходные данные должны храниться в одних и тех же ячейках памяти.

3. Результат вычислений по СП должен засылаться в стандартные ячейки. При использовании СП нужно знать: адрес первой команды СП; адреса ячеек, хранящие начальные данные, а также результаты вычислений по СП; адрес команды безусловного перехода (БП), которая осуществляет переход к соответствующей команде основной программы (выход из СП). Команда БП должна формироваться заранее, перед обращением к СП, и содержать адрес той команды основной программы, которой должно передаваться управление. Различают СП элементарных функций и СП общего назначения.

Для первого типа СП начальный адрес и длина СП носят переменный характер, а выход, стандартные ячейки аргумента и результата должны быть постоянными.

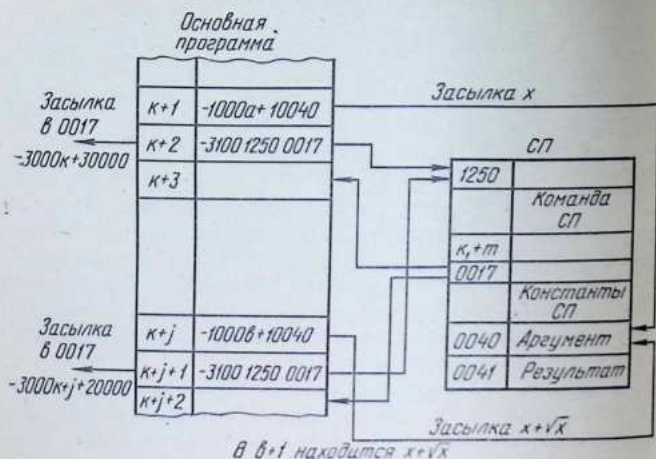


Рис. 67. Структурная схема обращения к СП.

Для СП общего назначения исходными данными и результатами являются массивы чисел, элементы матриц и т. д.

Для такого типа СП постоянными являются выход и начальные адреса исходных данных и результата.

Задача. Составить программу для вычисления функции

$$y = \sqrt{x + \sqrt{x}},$$

если СП $\sqrt{x}$ имеет начальный адрес 1250, а x расположена в ячейке $a+1$. Схема обращения к СП приведена на рисунке 67.

Обращение к стандартной программе возможно из различных мест основной программы. Однако перед обращением к СП нужно засылать аргумент в стандартную ячейку (в данном примере ячейка 0040), а затем передавать управление начальной команде программы (1250). Полученное значение функции после окончания работы СП содержится в определенной ячейке результата (ячейка с адресом 0041). Кроме того, должна быть сформирована команда возврата в основную программу (ячейка с адресом 0017).

Программа обращения к СП

Команды	Операции	Индекс-адрес	I адрес	II адрес	Примечание
$k+1$	-10	00	$a+1$	0040	$x \rightarrow 0040$
$k+2$	-31	00	1250	0017	Переход $\rightarrow$ 1250
$k+3$	16	00	$a+1$	0041	$x + \sqrt{x} \rightarrow \Sigma$
$k+4$	-30	00	$k+5$	0040	$x + \sqrt{x} \rightarrow 0040$
$k+5$	-31	00	1250	0017	Переход $\rightarrow$ 1250
$k+6$	-10	00	0041	$d+1$	$\sqrt{x + \sqrt{x}} \rightarrow d+1$
$k+7$	-60	00	0040	$d+1$	Печать $d+1$
$k+8$	-00	00	0000	0000	Останов

Программа обращения к СП представлена в таблице 24.

Набор стандартных программ образует библиотеку стандартных программ (БСП). Важное место занимает вопрос объединения стандартных программ, так как при решении многих задач требуется объединять автономные части программы, которые можно рассматривать как стандартные, хотя они и не входят в состав библиотеки. Одной из главных трудностей при использовании СП является распределение памяти для ее хранения. Для объединения программ в настоящее время используют специальные программы, известные под названием стандартных составляющих программ (ССП).

§ 5. Автоматизация программирования

Одной из важных проблем является облегчение труда программистов. Поэтому и возникла идея использования ЦВМ для составления программы с целью сокращения ручного труда. В настоящее время могут быть автоматизированы не только отдельные участки ручного программирования, но и весь процесс составления программы.

Под автоматизацией программирования понимается автоматизация процесса получения программы в соответствии с заданным описанием алгоритма решения задачи. Принята следующая классификация систем программи-

рования [3]: машинные системы; процедурные системы; проблемные системы и вспомогательные системы.

Машинные системы ориентированы только на определенную машину или класс машин и не могут быть использованы для другого класса машин. Примером такой системы программирования являются автокоды, система символического кодирования и т. д.

Система символического кодирования одна из первых систем для автоматизации программирования, в которой одной символической конструкции соответствует одна машинная команда. Смысл данной системы заключается в том, что происходит автоматическое распределение памяти и символические адреса заменяются исполнительными.

Система символического кодирования является базой для создания совершенных систем программирования, потому что, во-первых, язык высокого уровня транслируется в символический, а машинная программа получается в результате трансляции с языка символического кодирования; во-вторых, если в ЦВМ есть устройства, которые не могут быть учтены в программе языка высокого уровня, то желательно перейти к символическому языку для использования этих особенностей машин; в-третьих, язык символического кодирования находит широкое применение в малых ЦВМ, так как для них сложно создать транслятор с языка высокого уровня из-за ограниченных возможностей ЦВМ.

Язык символического кодирования является машинно-ориентированным языком и состоит из следующих частей:

- входного языка символического кодирования;
- транслятора, т. е. программы для перехода исходной программы в машинную;
- библиотеки стандартных подпрограмм;
- описания языка и инструкций по пользованию.

Следующим этапом машинно-ориентированных языков является использование автокодов. Основу автокодирового языка составляют макрокоманды и одной макрокоманде соответствует несколько машинных команд. Макрокоманды переводятся в машинные команды либо подстановкой, либо генерированием.

Преимущества автокодов по сравнению с символическим кодированием:

- ускорение процесса трансляции;

наличие макрокоманд вывода на большинство внешних устройств с возможностью последующего ввода; сокращение времени на перфорацию программы и получение рабочей программы.

Недостатком является то, что макроязык ориентирован на определенный тип машин и поэтому лишен универсальности.

В отличие от машинно-ориентированных языков существуют алгоритмические языки, не зависящие от конкретной ЦВМ. Они бывают следующих видов: процедурно-ориентированные и проблемно-ориентированные языки.

Процедурно-ориентированные языки используют для описания алгоритмов решения задач. Так как алгоритмы решения задач разных классов различны, то процедурно-ориентированные языки разрабатывали применительно к отдельным классам задач. Например, для обработки научно-технических и инженерных задач используют языки АЛГОЛ, ФОРТРАН, для описания экономических задач КОБОЛ, АЛГЭМ, АЛГЭК; для обработки символьной информации ЛИСП, ЭПСИ-ЛОН; для моделирования СИМУЛА, СИМСКРИПТ.

Использование процедурно-ориентированных алгоритмических языков резко сокращает время от момента постановки до машинной реализации, однако время счета по программам, полученным в результате трансляции, превышает время счета по программам, полученным с использованием систем символического кодирования.

При использовании проблемно-ориентированных языков не требуется подробная запись алгоритма решения задачи. Можно указать формулировку задачи либо последовательность задач из ранее известного списка, указать форму выдачи результатов и ввести исходные данные.

Специальная программа-генератор обрабатывает данную информацию для получения рабочей программы.

В последнее время наметилась тенденция развития специализированных языков с проблемной ориентацией. Языки данного типа имеют командную макроструктуру, записываются в терминах проблемы и реализуют отдельные процедуры вычислительного процесса. Благодаря высокой степени универсальности этих языков одну и ту же задачу можно решить разными методами и это



Рис. 68. Классификация языков программирования.

зависит в первую очередь от опыта в данной специальности, а не от программирования.

Другими примерами данных систем являются генераторы отчетов, табличные языки, генераторы сортировок и т. д.

Генераторы программ отчетов имеют свой язык РПГ, использующийся для составления программ, результатом работы которых является получение всевозможных отчетов от простой ведомости до полного отчета, напечатанного по требуемой форме. Стремление эффективнее использовать современные ЦВМ

привело к созданию серии машин, совместимых на программном уровне (ЕС ЭВМ, IBM-360, IBM-370, АСВТ), и универсальных языков программирования. Имеется два направления разработок: универсальные машинно-ориентированные языки и универсальные проблемно-ориентированные языки.

Универсальный машинно-ориентированный язык — это язык абстрактной машины, объединяющей черты многих машин. Язык используется для создания универсальной системы программирования, в которую входят трансляторы и вспомогательные программы.

Примером такого языка является АЛМО, разработанный в СССР в Институте прикладной математики АН СССР. Универсальные языки программирования — это будущее программирования, однако уже сейчас можно назвать некоторые универсальные языки типа ПЛ/1, ЕС ЭВМ и т. д., которые хорошо зарекомендовали себя.

Классификация языков программирования приведена на рисунке 68.

В нашей стране наибольшее распространение получили алгоритмические языки АЛГОЛ, ФОРТРАН, КОБОЛ и в большей мере ПЛ/1.

Глава II

АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ЯЗЫК ФОРТРАН

Алгоритмический язык ФОРТРАН (Formula Translation — перевод формул) — наиболее распространенный язык программирования в мире. Язык ФОРТРАН был создан в 1957 г. и в течение времени подвергался изменениям и дополнениям, поэтому существует несколько версий языка. Широкое распространение получила версия языка — ФОРТРАН IV. Алгоритмический язык ФОРТРАН используют при решении задач научно-технического, инженерного и экономического характера на различных электронно-вычислительных машинах («Минск-32, серии ЕС ЭВМ и др.).

§ 1. Алфавит языка и типы данных

В программе на алгоритмическом языке ФОРТРАН могут быть использованы следующие символы:

а) 26 заглавных букв латинского алфавита — A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z*;

б) арабские цифры от 0 до 9;

в) служебные символы:

+ означает плюс;

— „ минус;

/ „ знак деления;

* „ знак умножения;

** „ знак возведения в степень;

= „ знак присваивания;

(„ открывающая скобка;

) „ закрывающая скобка;

, „ запятая;

. „ точка.

В языке ФОРТРАН применяют шесть типов данных.

Данные целого типа — это целые числа, положительные, отрицательные и нуль, образование из арабских цифр и не содержащих десятичной точки.

Данные вещественного типа — это приближенное значение вещественного числа, которое может

* В некоторых модификациях языка ФОРТРАН IV используют 19 букв русского алфавита: Б, Г, Д, Ж, З, И, Л, П, Ф, Ц, Ч, Ш, Щ, Ы, Ъ, Э, Ю, Я.

быть отрицательным, положительным или принимать значение нуля, образованные последовательной записью из арабских цифр с обязательной десятичной точкой.

Данные вещественного типа удвоенной длины — это приближенное значение вещественного числа. Степень приближения его значительно выше, чем степень приближения для обычного вещественного числа.

Данные комплексного типа — это приближенные числа комплексного типа и представленные в форме двух упорядоченных чисел, где первое число представляет действительную, а второе — мнимую часть числа.

Данные логического типа — могут принимать только логическое значение — «истина» или «ложь».

Данные текстового типа — представляют собой последовательность букв латинского алфавита.

§ 2. Первичные структуры языка

К первичным структурам языка ФОРТРАН можно отнести: константы; идентификаторы; выражения.

Константы — это величины, значения которых в процессе вычисления всегда определены и не изменяются.

При программировании могут быть использованы шесть типов констант.

Целые константы — представляют собой целые десятичные числа. Для записи используются арабские цифры от 0 до 9.

Примеры записи:

-45;	-168 125;
10;	125;
-0;	+0.

Вещественные константы — могут быть представлены в двух формах: без экспоненты и с экспонентой.

А. Вещественная константа без экспоненты — называется либо целая константа, за которой поставлена десятичная точка, либо правильная дробь, либо строка, составленная из целой константы и следующей за ней правильной дроби. Эта константа может принимать положительное, отрицательное значение или нуль.

Примеры записи:

251.;	.37;
-251.00;	-117.25;
+0,35;	-840.01.
-0.00;	

Б. Вещественная константа с экспонентой — называется строка, образованная из вещественной константы без экспоненты и следующего за ним десятичного порядка. Данное вещественное число должно быть умножено на 10, возведенное в степень, указанную целым числом, написанным вслед за символом E.

Примеры записи:

0.01E+3; 0.00E+0; 0.01E-6; 0.16E2
41.3E-0,4; -.27E2; 7.E11.

Вещественная константа удвоенной длины — эта константа задается в виде константы с десятичным порядком. К основной вещественной константе присоединяют символ D и десятичный порядок в виде целого числа со знаком или без знака.

Примеры записи:

6.81D+3; 0.01D-3; 0.0D0; 5.1D-03;
17.87D3; 0.16D-10; 4.7D5; 0.D+2.

Комплексная константа — это пара вещественных чисел, следующих в строке непосредственно друг за другом, разделенных между собой запятой и заключенных в круглые скобки;

Примеры записи:

$(5.0, -4.0) = 5.0 - i4.0$; $(7.5, 4.2E-3) = 7.5 + 4.2 \cdot 10^{-3} i$
 $(4.3, +1.0) = 4.3 + i$; $(1.6 - 0.7E5) = 1.6 - 0.1 \cdot 10^5 i$.

Логическая константа — записывается в следующем виде:

.TRUE. — истина;

.FALSE. — ложь.

Значения логических констант .TRUE. и .FALSE. представляют в виде знакового разряда ячейки — нуль в этом разряде соответствует значению .TRUE., а единица — .FALSE.

Текстовая константа записывается в виде:

$$nHt_1, t_2, \dots, t_n,$$

где n — целая положительная константа, значения которой больше нуля;

H — буква, определяющая константу текстового типа.

$t_1, t_2, \dots, t_n$ — символы, составляющие текстовую константу.

Примеры записи:

7HFORTRAN; 8H+Y-X_A_B

1H5;

2HX=;

Идентификаторы. Переменные. Массивы. Указатели функций. Идентификаторы предназначены для обозначения переменных, массивов, функций и процедур.

Идентификатором называется любая строка букв и цифр, начинающаяся с буквы и содержащая не более шести символов.

Примеры записи:

A1; X25; EQ25A; BETA; ALPHA.

Переменные могут быть двух типов: простая переменная и переменная с индексом.

Простая переменная представляет собой величину, принимающую числовое или логическое значение, и обозначается идентификатором.

Простыми переменными являются:

J; SUMMA; A21; AMPER.

Переменная с индексом — это элемент некоторого массива величин.

Массивом называется конечная упорядоченная последовательность совокупности величин, обозначенных одним и тем же идентификатором. Общий идентификатор всех величин, входящих в состав массива, называется *идентификатором массива*.

Массив обозначается записью, состоящей из идентификатора массива и следующего за ним, заключенного в скобки, списка индексов, число которых не должно превышать трех,

— например, рассмотрим массив, названный RUSS, содержащий два элемента, текущие значения которых соответственно 213; 38:

RUSS (1) — определяет значение 213;

RUSS (2) » » 38.

Рассмотрим массив с именем COCR, который имеет два индекса: первый индекс меняется от одного до двух, второй — от одного до трех.

Первый индекс	Второй индекс		
	1	2	3
1	15	45	78
2	25	4	16

Для того чтобы прочесть из памяти ЭВМ число, находящееся на пересечении второй строки и третьего столбца, нужно написать COCR (2, 3).

Примеры записи:

B (5,7,8); A3 (1,5,6);
 A (N—6); X (5*Z—7);
 A (4,6); W (6*J+7.0*I),

Указатели функции записываются в виде идентификаторов, за которыми следует заключенный в круглые скобки список фактических параметров, разделенных запятыми.

За некоторыми часто встречающимися функциями в языке ФОРТРАН закреплены следующие стандартные обозначения:

SQRT(A) — квадратный корень из значения A;
 SIN(A); COS(A) — тригонометрические функции $\sin A$, $\cos A$;
 ATAN(A) — значение обратной тригонометрической функции $\arctg A$;
 EXP(A) — функция e^A ;
 ALOG(A) — функция $\ln A$;
 ALOG10(A) — функция $\log_{10} A$;
 ABS — абсолютное значение A;
 TANH(A) — гиперболический тангенс $\th(A)$.

АН существует три ви-
логическое, выражение

же н и е — образуется
наков арифметических

выражений являются
массивов и функций.

Арифметических выражений опера-
торов, а также в скобках, вычисляют в

ан; функ; вычислить выражение на-
ан;е.

Арифметическое выражение
ФОРТРАНа

$$(A + B) / (C - D / (A - B))$$

$$\text{EXP}(X) - \text{SIN}(X^{**}2)$$
$$17.5 * \text{SQRT}(\text{ALOG10}(X))$$

Логическое выражение образуется из опе-
рациями логического выражения и логических операций.
Логические константы; логические выражений могут быть:
Логические массивов.
Логические выражения имеют вид:
OR. — логическое сложение — ИЛИ;
AND. — логическое умножение — И;
NOT. — логическое отрицание — НЕТ.

Примеры записи:

Логическое выражение	Запись в ФОРТРАНе
$(a \wedge b) \vee c$	A.AND.B.OR.C
$(a \vee b) \wedge (c \vee d)$	(A.OR.B).AND.(C.OR.D)

Выражение отношений состоит из двух арифметических выражений, соединенных операцией отношений, которые представлены в таблице 25.

Таблица 25

Операция отношений

Знак операции	Математическое обозначение	Смысл операции
.LT.	$<$	Меньше
.LE.	$\leq$	Меньше или равно
.EQ.	$=$	Равно
.NE.	$\neq$	Не равно
.GT.	$>$	Больше
.GE.	$\geq$	Больше или равно

.LT. — less then; .LE. — less then or equal to;
 .EQ. — equal to; .NE. — not equal to;
 .GT. — greater then; .GE. greater then or equal to.

Примеры записи:

Выражение отношения	Запись в ФОРТРАНе
$2x < 2.35$	X*2LT.2.35
$x \vee (\neg a) \wedge z$	X.OR.NOT.A.AND.Z

Установлен следующий порядок старшинства операций:

- I — вычисление арифметических выражений;
- II — вычисление выражения отношений;
- III — вычисление отрицаний;
- IV — логическое умножение;
- V — логическое сложение.

§ 3. Операторы

Основными структурными элементами языка ФОРТ-РАН, при помощи которых задаются алгоритмы в программах, являются операторы.

Операторы подразделяют на выполняемые и невыполняемые.

Выполняемые операторы используют в программе для указаний действий и порядка выполнения этих действий.

Невыполняемые операторы используют для описания свойств величин, для описания форм представления данных на внешних носителях, для указаний о распределении памяти машин и т. д.

К выполняемым операторам относят:

- а) операторы присваивания;
- б) операторы управления;
- в) операторы ввода—вывода;
- г) операторы сегментирования программ.

А. Операторы присваивания. Различают два вида операторов присваивания: арифметический и логический.

Арифметический оператор присваивания имеет следующий вид:

$$X=A,$$

где X — переменная (левая часть оператора присваивания);

A — арифметическое выражение.

Знак « $=$ » называется знаком присваивания. Он означает, что значение выражения, записанного в правой части оператора присваивания, нужно присвоить величине, написанной слева от него.

Примеры записи:

$$\text{SUM}=0.0; \quad A=B**2+\text{ALOG10}(X);$$

$$Y=\text{SQRT}(X**3); \quad B=B+2.0.$$

Логический оператор присваивания имеет следующий вид:

$$X=L,$$

где X — переменное;

L — логическое выражение.

Примеры записи:

$A = X1.OR.NOT.Y2$

$BETA = A.LT.C.AND.X.LT.S$

$BIZ = .NOT.B.AND..NOT.A.OR.K$

Б. Операторы управления. К операторам управления относятся: оператор перехода GO TO; оператор IE; операторы управления программой STOP, PAUSE, CALL, RETURN, DO, CONTINUE.

Оператор перехода GO TO имеет три разновидности.

Оператор безусловного перехода имеет вид:

$GO TO n,$

где n — метка оператора, которому надо передать управление.

Пример записи: GO TO 100 — это означает, что управление всегда передается оператору, имеющему метку 100.

Оператор перехода по предписанию имеет вид:

$GO TO X, (n_1, n_2, \dots, n_n),$

где X — простая переменная целого типа;

$n_1, n_2, \dots, n_n$ — метки операторов.

Пример записи:

$GO TO A3B, (10, 51, 37, 02).$

К моменту выполнения оператора перехода по предписанию переменной A3B должно быть присвоено значение метки, которое должно совпадать с одной из меток (10, 51, 37, 02). В этом случае оператор перехода по предписанию обеспечивает передачу управления оператору, метка которого совпадает со значением переменной A3B.

Оператор перехода по вычислению имеет вид:

$GO TO (n_1, n_2, \dots, n_n) X,$

где $n_1, n_2, \dots, n_n$ — метки операторов;

X — простая переменная целого типа.

Пример записи:

$GO TO(6, 18, 35), X.$

При $X=1$ управление передается на оператор с меткой 6;
при $X=2$ — на оператор с меткой 18;
при $X=3$ — на оператор с меткой 35.

Оператор 1F имеет две разновидности: арифметический оператор 1F и логический оператор 1F. Арифметический оператор 1F имеет вид:

$$1F(A)p_1, p_2, p_3,$$

где A — арифметическое выражение;
 p_1, p_2, p_3 — метки выполняемых операторов.

При выполнении оператора 1F управление передается на оператор с меткой p_1 , если значение арифметического выражения A меньше нуля, на оператор с меткой p_2 , если значение A равно нулю, и на оператор с меткой p_3 , если значение $A > 0$.

Пример записи:

$$1F(B^{**}3 + K^{**}2) 3, 10, 10$$

Управление передается оператору с меткой 3, если выражение $B^3 + K^2 < 0$ и оператору с меткой 10, если выражение $B^3 + K^2 \geq 0$. Логический оператор 1F имеет следующий вид:

$$1F(L) S,$$

где L — логическое выражение;

S — любой выполняемый оператор (кроме оператора DO или IF).

Пример записи:

$$1F(Y.LT. - 1.0) A = K + \text{SQRT}(B).$$

Если $Y < -1.0$, то выполняется оператор $A = K + \sqrt{B}$ и управление передается на выполнение оператора, следующего за оператором 1F.

Если $Y \geq -1.0$, то сразу выполняется следующий оператор.

Операторы останова. Различают два вида операторов останова: оператор, имеющий вид: PAUSE n и оператор, имеющий вид: STOP n , где n — либо пусто, либо целое число без знака, либо текстовая константа, определяющая текст, который будет напечатан на пультовой пишущей машинке (ПМ).

Операторы останова осуществляют останов при выполнении программы и выдают на пульт управления значение числа или текста.

Примеры записи:

	Вывод на пульт управления
PAUSE	00000
PAUSE 37	00037
PAUSE (19H ВЫПОЛНЕНО_ УСЛОВИЕ _1)	
ВЫПОЛНЕНО УСЛОВИЕ 1	
STOP 15	00015

Оператор DO — это оператор вычислительного цикла. Имеет вид:

$$DO\,n\,j = m_1, m_2, m_3,$$

где n — метка последнего, выполняемого в цикле оператора;

$j = m_1, m_2, m_3$ — заголовок цикла, в котором

j — простая переменная целого типа (параметр цикла);

m_1 — начальное значение параметра цикла;

m_2 — конечное значение параметра цикла;

m_3 — приращение параметра цикла.

Если m_3 величина постоянная и равна единице, то оператором цикла в этом случае может быть:

$$DO\,n\,j = m_1, m_2$$

значение $j = m_1, m_2, m_3$ называется заголовком цикла.

Оператор с меткой n должен всегда располагаться в программе после оператора DO. Конечный оператор цикла не может быть оператором: GO TO, IF, RETURN, STOP, PAUSE, DO.

При написании в программе вычислительного цикла необходимо придерживаться следующих правил:

1) значения величин, входящих в $j = m_1, m_2, m_3$, не должны изменяться операторами, входящими в цикл, т. е. значения параметров цикла должны быть определены до входа в цикл;

2) вход извне цикла к некоторому оператору цикла возможен только в том случае, если ему предшествовал выход из цикла и обеспечена сохранность значений величин, входящих в заголовок цикла: $j = m_1, m_2, m_3$;

3) цикл может содержать операторы процедур, посредством которых осуществляется обращение к подпрограммам;

4) цикл может содержать внутри себя другой цикл, но не допускается пересечение циклов, т. е. область действия внутреннего цикла полностью находится в области действий внешнего.

Группа операторов, непосредственно следующих за оператором цикла до оператора с меткой p включительно, составляет область действия оператора цикла. В области действия оператора цикла допускаются любые вычисления, за исключением тех, которые могли бы изменить значение параметра j или переменные m_1, m_2, m_3 . Если область действия оператора цикла должна заканчиваться запрещенным оператором (IF или GOTO), то в качестве последнего следует употребить специальный фиктивный пустой оператор CONTINUE (продолжать), который имеет вид: p CONTINUE, где p — метка оператора.

В программе этот оператор не порождает никаких команд и употребляется в основном для ограничения области действия оператора цикла.

Если CONTINUE употребляется где-либо в другом месте, он действует как пустой оператор, и управление переходит к следующему оператору программы.

Пример записи: Найти сумму кубов целых чисел от 1 до 100.

```
N=0.0
S=0.0
DO15j=1,100
N=N+1
15 S=S+N**3
```

Оператор CALL имеет следующий вид:

```
CALLS
CALLS ( $m_1, m_2, \dots, m_k$ ),
```

где S — имя подпрограммы;
 $m_1, m_2, \dots, m_k$ — список фактических параметров.

В качестве фактических параметров могут употребляться: переменные, массивы, элементы массивов, выражения, текстовые константы.

Оператор CALL используется для обращения к подпрограмме. Он передает управление подпрограмме и после выполнения подпрограммы управления передается

оператору, следующему за оператором CALL. Оператор CALL устанавливает соответствие между значениями фактических параметров и формальными параметрами.

Оператор RETURN имеет следующий вид: RETURN и служит для выполнения операции выхода из подпрограммы и возврат в программу, из которой было произведено обращение. Использование оператора RETURN в основной программе равносильно оператору STOP.

В. Операторы ввода—вывода. Ввод информации с внешних устройств в память машины осуществляется при помощи оператора READ, а вывод информации из оперативной памяти машины на внешние устройства — при помощи операторов WRITE, PRINT.

Эти операторы имеют вид:

READ (к, n); READ n, S;
WRITE (к, n) S; PRINT n, S,

где к — номер внешнего устройства, с которого будет осуществлен ввод — вывод;

п — метка оператора FORMAT;

S — список переменных, соответствующих вводимым и выводимым данным.

Оператор FORMAT сопутствует каждому из операторов READ, WRITE и имеет следующий вид:

n FORMAT (A, B, C...),

где п — метка оператора;

A, B, C — спецификации полей ввода — вывода для каждой переменной из списка в операторах READ и WRITE.

Совокупность спецификации полей ввода — вывода представляет собой последовательность отдельных описателей, разделенных запятыми или косыми линиями. Каждая спецификация поля содержит указание о том, как расположена информация на внешнем носителе и каким образом она должна быть преобразована при вводе — выводе.

Спецификация полей ввода — вывода имеет следующий вид:

FW.d, EW.d, GW.d, DW.d, IW, AW, WH, WX,

где буквы F, E, G, D, I, A, H, X указывают тип объекта ввода — вывода;

параметр *w* — ширина поля на внешнем носителе, который задается целой положительной константой без знака;

параметр *d* — определяет количество цифр в дробной части числа и задается целой положительной константой или 0.

Значение параметра *w* должно быть больше значения *d*. Одним оператором **FORMAT** описывается одна или несколько записей — единиц ввода — вывода.

Ниже приведены назначения каждого типа преобразования.

F — преобразование величины вещественного типа.

При выводе информации двоичное число с плавающей запятой преобразуется в число с точкой, разделяющей целую и дробную части числа.

E — преобразование величины вещественного типа.

При выводе информации двоичное число с плавающей запятой преобразуется в форму, содержащую мантиссу и порядок числа.

G — преобразование величины вещественного типа.

При выводе информации двоичное число с плавающей запятой в зависимости от величины числа представляется в форме преобразования с кодом **F** или **E**.

Код преобразования используется тогда, когда порядок числа меньше нуля или больше *d*.

Код преобразования **E** используется тогда, когда порядок числа больше или равен нулю и меньше или равен *d*.

D — преобразование величины удвоенной длины.

I — преобразование величины целого типа.

L — преобразование величины логического типа.

A — передача текстовой информации.

Преобразование **A** используется для задания текстовых значений объектам списка ввода — вывода.

H — передача текстовой информации.

Преобразование **H** вызывает чтение или запись текстовой информации, содержащейся в тексте оператора **FORMAT**.

X — передача пробелов.

Пример. Дана простая задача — прочесть с перфокарты три действительных числа, затем сложить их и напечатать результат.

Программа решения задачи на **ФОРТРАНе**:

```
READ (BK1, 20) A, B, C  
20 FORMAT (F52, I3, F10.2)
```



```

WRITE (П 41,25)
25 FORMAT (50X, 22H (СУММА_ТРЕХ_ЧИСЕЛ_РАВНА)
SUM = A + B + C
WRITE (П 41,30) SUM
30 FORMAT (50X, E10.2)
STOP
END

```

Программа состоит из девяти строк. Каждая строка пробивается на одной перфокарте. Операторы данной программы обрабатываются машиной в том порядке, в котором они расположены в программе.

I карта READ — первый оператор, по которому информация с входного перфокарточного устройства считывается в память машины. Символическое обозначение этого устройства ВК1. За ним следует цифра 20 (можно использовать любое число, состоящее из пяти символов). Цифра 20 означает следующее: «Читать с форматом, указанным меткой 20». Названия А, В и С выбраны для трех действительных чисел и удовлетворяют правилу выбора названия действительной переменной, а именно:

они не начинаются с I, J, K, L, M, N или цифры;

они не содержат специальных символов, таких, как запятая или точка;

не занимают более шести позиций.

II карта FORMAT — цифра 20 — это метка, и она всегда ставится перед оператором FORMAT, к которому происходит обращение в программе. Оператор FORMAT указывает, какой вид имеют переменные А, В, С, пробитые на карте.

Значения спецификации F 5.2, I3, F10.2 определяют вид (форму) вводимых данных соответственно А, В и С. Согласно спецификации, можно сказать, что значение А является числом вещественного типа и будет пробито в первых пяти колонках перфокарты. Десятичная точка, стоящая после цифры 5, сообщает машине, что число, которое следует после нее (в нашем случае 2), дает количество десятичных знаков после запятой.

Значение переменных В — числа целого типа, а С — числа вещественного типа.

Например, если значения А, В и С соответствуют числам 8,08, 341 и 215,41, то они отперфорируются на перфокарте следующим образом:

А					В					С									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	8	.	0	8	0	0	3	4	1	0	0	0	0	2	1	5	.	4	1

III карта WRITE. Этот оператор следует читать: «печатать с форматом, обозначенным меткой 25». Символ ПЧ1 — условное обозначение выходного печатающего устройства АЦПУ—128, а цифра 25 — метка оператора FORMAT.

IV карта 25 FORMAT. Этот оператор имеет метку 25 и имеет формат, с которым будет печататься информация.

Значение спецификации 50X указывает, что перед печатающей информацией будет 50 пробелов. Значение спецификации 22H говорит о том, что будет напечатана текстовая информация, которая имеет 22 символа вместе с пробелами.

V карта — оператор присваивания. После того как числа A, B и C с заданным форматом введены в машину, их необходимо сложить. Для этого нужно дать название результату, которое можно записать словом SUM. Тогда

$$SUM = A + B + C$$

следует читать: «Переменная SUM равна результату A+B+C».

VI карта WRITE. После окончания вычисления необходимо напечатать результат, что и осуществляется при помощи оператора WRITE. В скобках стоит значение ПЧ1 — это выходное цифropечатающее устройство типа АЦПУ — 128. Цифра 30 — метка формата, определяющая значение выходной величины SUM.

VII карта 30 FORMAT. Оператор FORMAT имеет метку 30 и указывает формат для записи результата вычисления SUM.

Значение спецификации 50X указывает на 50 пробелов.

Значение спецификации E 10.2 говорит о том, что выходное значение SUM будет печататься в виде вещественного числа, представленного мантиссой и порядком со степенью 2.

VIII карта STOP. Этот оператор используется в том случае, когда все вычисления выполнены и программа закончена.

IX карта END — в конце каждой исходной программы на языке ФОРТРАН последующим оператором является оператор END (конец).

Г. Операторы сегментирования программ. Они позволяют разбить программу на части — сегменты, которые выполняются поочередно на одном и том же участке позиции. Эти части — сегменты будут вызываться в память в процессе выполнения программы, заменяя друг друга на одном и том же месте оперативной памяти. Сегмент, с выполнения которого начинается работа всей программы, называется головным. Если позволяет объем памяти, то, кроме головного сегмента, в памяти может находиться еще несколько сегментов.

Вызов сегмента не означает его выполнения. Для того чтобы выполнить сегмент, надо к нему обратиться с помощью оператора CALL, который записывается следующим образом:

CALL СПЕЦ (ЗГР, ААААА, п),

где ЗГР — загрузить;

ААААА — имя загружаемого сегмента;

п — номер или символическое обозначение устройства ввода,

Для загрузки сегмента могут быть использованы магнитные ленты, устройства ввода с перфокарт и перфолент.

Оператор освобождения памяти сегмента записывается в таком виде:

CALL СПЕЦ (ОСВПС).

В результате выполнения этого оператора память, занятая последним загруженным сегментом, освобождается.

Если имеется несколько сегментов в памяти, то для освобождения памяти необходимо столько же операторов освобождения.

§ 4. Невыполняемые операторы

К невыполняемым операторам относятся:

операторы формата;

операторы спецификаций;

операторы начальных данных;

операторы определения функции и подпрограмм.

Операторы формата — всегда используют с операторами ввода — вывода для необходимых преобразований и редактирования информации; они были рассмотрены выше.

Операторы спецификации — служат для описания свойств переменных, массивов, функций и подпрограмм; описывают типы данных и содержат информацию для распределения данных в памяти. Сюда входят пять операторов.

Оператор DIMENSION — содержит информацию, необходимую для распределения памяти массивам.

Форма записи оператора

DIMENSION $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$,

где W_n — описание массива.

Примеры записи:

DIMENSION (A 100), B (5,4).

Здесь указаны: одномерный массив с именем А, размер этого массива равен 100 элементам, а также двумерный массив с именем В., размер массива равен $5 \times 4 = 20$ элементам.

```

S = 4.0*A + B/5.18
WRITE (П 41,15) S
15 FORMAT (F 10.3)
STOP
END

```

Оператор COMMON — используют для определения общих областей и указания имен переменных и массивов, располагаемых в этих областях.

Общая форма оператора:

COMMON (n) A₁, A₂, ..., A_n,

где n — идентификатор, задающий метку общей области;

A₁, ... A_n — списки переменных, массивов и описаний массивов.

Оператор COMMON часто используется для установления взаимно однозначного соответствия между переменными в основной программе и в одной или нескольких подпрограммах. В этом случае в самой программе и в подпрограммах ставятся одинаковые операторы COMMON.

Оператор EQUIVALENCE — предусматривает общие ячейки для переменных одной и той же программы или подпрограммы. Форма записи этого оператора:

EQUIVALENCE (A₁, A₂, ..., A_n), (B₁, B₂, ..., B_n),

где A₁, ... A_n; B₁, ... B_n — группа из двух или более простых переменных или элементов массивов, которые располагаются в одних и тех же ячейках памяти машины.

Например, если в программе имеется запись: EQUIVALENCE (x, y, z), то это означает, что переменным x, y, z в памяти машины будет отведена одна ячейка, т. е. x, y, z должны обозначать одну переменную или те различные переменные, которые не бывают нужны одновременно.

Операторы начальных данных DATA. Оператор DATA используется для задания начальных значений переменных, элементам массивов или массивам, для задания исходных данных, а также для задания наборов данных при отладке программы.

Оператор DATA имеет вид:

DATA $A_1, A_2, \dots, A_n / B_1, B_2, \dots, B_m /$, и т. д.

где $A_1, A_2, \dots, A_n$ — списки, содержащие переменные,
элементы массивов;

$B_1, B_2, \dots, B_m$ — списки констант.

Операторы списка разделены запятыми.

Пример записи:

DIMENSIONS (5)

DATAS (1., 2., 3., 4., 5.)

Перед выполнением программы последовательным
элементам массива S будут даны начальные значения
1.; 2.; 3.; 4.; 5.

§ 5. Процедуры языка ФОРТРАН

В языке ФОРТРАН имеется четыре типа процедур:
операторные функции;
встроенные функции;
внешние функции;
подпрограммы.

Процедуры ФОРТРАНа могут быть определены как
внутри программы, так и вне ее.

Операторные функции описываются внутри данной
программы. Встроенные функции имеются в транслято-
ре и используются в программе при обращении к встро-
енной функции. Внешние функции и подпрограммы оп-
ределяются вне программ и называются внешними про-
цедурами.

Операторная функция. Иногда простую последова-
тельность вычислений приходится повторять много раз.
В этом случае такую последовательность желательно
выделить в качестве особой функции, которая получила
название операторной. Она определяется одним опера-
тором, подобным по форме арифметическому оператору
присваивания. В одной программе может быть несколь-
ко операторных функций. Все описания операторной
функции должны предшествовать первому выполняемо-
му оператору, но следовать за операторами специфика-
ции.

ФОРМАТ $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = E$,

где F — идентификатор операторной функции;

E — выражение;

$a_1, \dots, a_n$ — идентификаторы переменных (формальные параметры функции).

Для обращения к операторной функции необходимо в арифметическом или логическом выражении указать идентификатор функции и конкретные значения формальных параметров.

Пример. Имеем операторную функцию

$$\text{FUN}(Z, W) = Z * W - D * (Z * 3 - W),$$

где FUN — имя функции;

Z, W — формальные параметры.

Допустим, нужно вычислить функцию

$$\text{FAN} = \text{FUN}(B - 3, C(2, 3)) - V,$$

где $z = B - 3$; $W = C(2, 3)$.

Получим:

$$\text{FAN} = (B - 3) * C(2, 3) - D * ((B - 3) * 3 - C(2, 3)) - V.$$

Встроенная функция. Идентификаторы встроенных функций заранее определены и имеют специальный смысл [32]. Обращение к встроенной функции осуществляется путем использования идентификатора функции заключенного в круглые скобки списка фактических параметров.

Внешняя функция. В библиотеке программ ЭВМ содержатся основные внешние функции (см. § 2 этой главы). Обращение к основной внешней функции осуществляется так же, как и к встроенной при помощи указателя функции.

Подпрограмма, предназначенная для вычисления внешней функции, должна начинаться с оператора FUNCTION.

Формат t FUNCTION $S(r)$

или FUNCTION $S(r)$

где S — идентификатор функции;

r — список формальных параметров;

t — один из спецификаторов типа REAL, INTEGER, LOGICAL, COMPLEX, DOUBLE PRECISION.

Формальными параметрами могут быть идентификаторы переменных, массивов, внешних процедур.

Предпоследним оператором в подпрограмме функции является оператор RETURN (возвратиться). Он позво-

ляет вернуться в основную программу. Последним оператором в подпрограмме является END.

Пример. Вычислить $n!$ Составим подпрограмму-функцию и дадим имя функции MACC. При этом, если $n < 0$, функция $MACC=0$, если $n=0$, то функция $MACC=1$.

```
FUNCTION MACC (N)
  IF (N) 4,5,6
4  MACC = 0.0
  STOP
5  MACC = 1.0
  GO TO 7
6  Z = 1
  DO 8A = 2,N
8  Z = Z*A
  MACC = Z
7  RETURN
  END
```

Подпрограмма. Первым оператором подпрограммы на ФОРТРАНе должен быть оператор SUBROUTINE, формат которого следующий:

SUBROUTINE S(B) или SUBROUTINE S,

где S — идентификатор подпрограммы;

B — список формальных параметров данной подпрограммы, которые могут быть переменными, массивами, функциями.

Как и в подпрограмме-функции, подпрограмма SUBROUTINE оканчивается операторами RETURN, END.

Для вызова подпрограммы должен использоваться специальный оператор CALL, список параметров которого должен быть согласован по количеству и типу со списком параметров SUBROUTINE.

§ 6. Технологический процесс обработки информации на ЭВМ на алгоритмическом языке ФОРТРАН

Технологический процесс обработки информации на ЭВМ состоит из следующих этапов:

1. Подготовка исходной программы и данных на языке ФОРТРАН на бланках и перенесение программы и данных с бланков на машинный носитель (ПК, ПЛ).

2. Разметка магнитных лент (программы РАЗМА, ЫНКМЛ, ВИИ).

3. Запись исходной программы на размеченную ленту при помощи программ (ВКАРТ, ФКАРТ, ВРАСП).

4. Трансляция исходной программы при помощи программы (ТФЗ2) в рабочую программу (РП) с использованием заказа на трансляцию и без него.

5. Получение протокола трансляции и устранение ошибок.

6. Сборка результирующей программы при помощи программы «СБРЦК».

7. Вызов результирующей программы. Ввод исходных данных и решение задачи.

1. Программа составления на алгоритмическом языке ФОРТРАН предварительно должна быть представлена на стандартных бланках для записи программ (см. табл. 26). Исходные данные должны быть представлены на бланках для записи данных (см. табл. 27). Каждый из бланков разделен на строки, которые разбиты на позиции. Позиции в строке нумеруются последовательно слева направо.

В шапке бланка для записи программ указывается название программы, фамилия программиста, дата написания. Каждый оператор записывается в одной или в нескольких строках. Метка записывается в позициях с номерами 1—5 первой строки оператора.

Первая позиция строки может содержать символ С (comment), следовательно в данной строке записан комментарий. В качестве комментария может быть любая информация. Данная строка не оказывает влияния на объективную программу.

Операторы записываются по одному в позициях 7—72.

Пробелы можно использовать произвольно. Если для записи оператора недостаточно одной строки, ее можно продолжить на следующих строках (не больше 19), называемых в данном случае строками продолжения. В каждой строке продолжения в 6-й позиции необходимо поставить любой отличный от нуля или пробела символ. В 6-й позиции первой строки операнда должен находиться нуль или пробел. Содержание позиции с номерами 73—80 не влияет на объективную программу. В этих позициях можно помещать имя программы (идентификатор) или номера строк бланка программирования.

При использовании для записи программы бланка для записи исходных текстов нужно иметь в виду, что первые 11 позиций отводятся для записи идентификатора программы и номера следования строки. Строка на бланке для записи исходных текстов представляет последовательность 69 символов, расположенных в позициях 12—80.

В позициях 12—16 записывается метка оператора. В позиции 17 задается признак строки продолжения.

Символ «С» записывается в 12 позиции. Оператор записывается в 18-й позиции. С бланков программа на ФОРТРАНе переносится на внешние носители машины.

Перфорация с бланков для записи программ на ФОРТРАНе выполняется только на ПК. Перфорация с бланков для записи исходных текстов выполняется как на карты, так и на ленту.

Программа на ФОРТРАНе оформляется на внешнем носителе отдельным массивом. Массив должен быть организован в соответствии с правилами организации массивов в системе программирования ЭВМ «Минск-32».

2. Разметка магнитных лент (МЛ) сводится к присвоению МЛ соответствующего имени.

Остановимся на работе программы ВИН.

Необходимое оборудование для выполнения данной программы: один накопитель на МЛ и 5 листов ОЗУ. (1 лист равен 512 ячейкам ОЗУ).

Перед началом выполнения данной программы на пульте управления необходимо:

включить ключи — 1, 3.

Сервисная программа ВИН является многорежимной (многофункциональной) программой, т. е. данная программа может функционировать в различных режимах работы, каждый из которых выполняет стандартную операцию, необходимую пользователю.

Программа ВИН может работать в следующих режимах:

1. ВРА — ввод информации с перфокарт, запись ее на МЛ и одновременно получение распечатки вводимой информации на АЦПУ.
2. ВВО — ввод информации с перфокарт и запись ее на МЛ.
3. РАС — распечатка на АЦПУ программы, находящейся на МЛ, с указанием имени этой программы.

4. РАМЛ — распечатка на АЦПУ всей информации, находящейся на МЛ.
5. РПК — распечатка на АЦПУ информации, находящейся на ПК.
6. РАЗ — разметка магнитных лент.
7. РАП — разметка МЛ с затиранием.
8. КОП — копирование с одной МЛ на другую МЛ.
9. КОЗ — копирование МЛ с заменой имен программы.
10. СПР — взятие справки с МЛ, т. е. на АЦПУ распечатывается вся информация о программах, находящихся на данной МЛ.
11. УПДК — вывод информации с МЛ на ПК.
12. И — взятие справки с имени МЛ.
13. С — разгрузка МЛ на НМЛ.

Для работы с многорежимной программой ВИП необходимо с пультовой пишущей машинки (ПМ) оператора набрать директиву (или паспорт программы):

ВЫ—ННННН; ПМ◇

*ННННН*ВИП__00010ЛС00502◇,

где ННННН — наименование работы для поставки в очередь;

ПМ — указание на то, что задание будет вводиться с пультовой пишущей машинки.

Собственно задание:

ННННН — идентификатор задания;

ВИП — наименование программы;

00010 — время работы программы;

ЛС — указание на то, что программа ВИП находится на ленте системы (т. е. МЛ, где находится программа ВИП, должна быть скоммутирована по нулевому каналу);

005 — отведенное число листов МОЗУ для работы программы (5 листов);

02 — количество НМЛ, используемых при работе с программой (2НМЛ);

◇ — служебный символ «Конец ввода с ПМ».

Если после ввода задания имеется свободный уровень, а также удовлетворяются требования в отношении необходимого объема оперативной памяти, то оператору выдается сообщение о начале выполнения задания

*ННННН НАЧАЛО

Поиск программы ВИЙ осуществляется на МЛ (ЛС), которая в данном случае должна быть скоммутирована по нулевому каналу.

Если программа найдена на МЛ, то она загружается в оперативную память.

Если программа не будет найдена, то на ПМ выдается сообщение:

*N.NNNNN ВИЙ ЛС 000—000

ЗГР : УСТАНОВИТЬ ВИЙ

По этому сообщению необходимо установить МЛ с программой ВИЙ на НМЛ, скоммутировать его с нулевым каналом и ответить директивой:

*N◇

Если программа загрузилась неправильно, т. е. при загрузке были сбои, то на ПМ следует сообщение:

*NNNNN ВИЙ ЛС 000—000

ЗГР : КОД

В этом случае работа исключается из очереди. После загрузки программы в МОЗУ следует сообщение об указании режима работы:

*N.NNNNN ВИЙ МЛ 001—002

РЕЖИМЫ

Для распечатки на ПМ всех режимов работы (в случае если было забыто название режима) набирается директива:

*N—Д◇

После этого на ПМ выдается сообщение о названиях режимов:

*N.NNNNN ВИЙ МЛ 001—002

ВРА ВВО РАС РАМЛ РПК РАЗ РАП КОП

КОЗ СПР УПДК И С

РЕЖИМЫ

Ниже будут приведены протоколы с ПМ работы программы ВИЙ в режимах ВРА и РАЗ.

Режим ВРА.

*N—ВРА◇

Режим РАЗ.

Для разметки магн.
тановить МЛ на НМ.
каналу и ответить дире

где РАЗ — название реж.

Следующее сообще

*N.НННН

ИМЯ МЛ

Оператор должен о

или

где РАБ2 — имя, присво

АРХИВ — имя МЛ.

После этого проис

ваются рядом блоки

содержится в начальн

ном блоке катушки

Аналогично размеча

ленты. Чтобы закончить

с ПМ директиву:

*N — *****

Программа ВИП выйдет

работы. Повторный отказ

начает отказ) повлечет

за собой конец

НННН ВИП: КОНЕЦ T=00.

3. Ввод исходных текстов

и запись их на

стеме программирования

«Минск-32» принята

ная организация исходных

текстов программ

программы на языке

ФОРТРАН IV записывае

специальных бланках

определенным образом

табл. 26). С бланков текст

переносится (перфорируе

на машинный носитель

(в подавляющем большинс

случаев им является перфокарта)

при помощи спец

альных устройств — УПДК, УПДЛ.

Такие программы

на ПК для ввода оформляют

следующим образом.

Каждый исходный текст содержит начальный контрольный блок (НБ) и конечный контрольный блок (КБ). Карта начального контрольного блока имеет следующую структуру:

СИМВОЛЫ 1—5 являются признаком НБ и представляют сочетание символов «***НБ»;

СИМВОЛЫ 6—10 являются идентификатором массива и могут быть сочетанием любых символов, кроме «00000», «↑↑↑↑↑», «*****»;

СИМВОЛЫ 11—12 свободные и содержат нули;

СИМВОЛЫ 13—20 фиксируют срок годности массива: год (4 символа), месяц (2 символа), день (2 символа);

СИМВОЛЫ 21—28 фиксируют дату образования массива: год (4 символа), месяц (2 символа), день (2 символа).

Если наименование программы на ФОРТРАНЕ содержит менее пяти символов, то оно дополняется пробелами. После карты начального контрольного блока перфорируется сама программа. Перфорацию каждой строки следует начинать с первой позиции строки бланка. Порядок следования полученных после перфорации карт должен соответствовать порядку следования строк на бланках. После последней карты программы перфорируется карта контрольного блока, содержащая следующую информацию:

СИМВОЛЫ 1—5 являются шифром конечного блока и представляют собой сочетание символов «***КБ»;

СИМВОЛЫ 6—10 являются идентификатором массива (наименование программы);

СИМВОЛЫ 11—18 являются нулевыми символами.

Перфорация карт с бланка для записи исходных текстов выполняется так же, как и с бланка программирования на ФОРТРАНе, только перфорация каждой строки начинается идентификатором программы, номером листа и номером строки. Далее перфорируется информация строки бланка.

В библиотеке сервисных программ существует ряд программ, осуществляющих ввод информации и запись ее на МЛ. В зависимости от выбранного вида бланков отперфорированные программы вводятся и записываются на МЛ программами ФКАРТ, если программа отпер-

форирована на картах с бланков для записи программ на ФОРТРАНе или ВКАРТ, ВРАСП, ВИИ (режимы ВРА, ВВО), если программа отперфорирована на картах с бланков для записи исходных текстов.

Рассмотрим более подробно работу программы ФКАРТ.

Программа ФКАРТ. Для работы программы требуется следующее оборудование:

одно устройство ввода с ПК;

одно устройство вывода на печать (АЦПУ-128) и 10 листов памяти ОЗУ.

Для выполнения программы на пульте управления машины необходимо включить ключи 1, 3.

Протокол с ПМ работы программы ФКАРТ приводится ниже

ВЫ—ЧЧЧЧ ПМ ◇ *ЧЧЧЧЧ*ФКАРТ

12345ЛС02301 ◇

ЧЧЧЧЧ НАЧАЛО

*ЧЧЧЧЧ—F ≤ RV

GR:ФКАРТ 36142; 7

*3. ЧЧЧЧЧ ФКАРТ МЛ 001—002

УСТАНОВИТЬ МЛ

*3—↑ РАБ I ◇

*3. ЧЧЧЧЧ ФКАРТ ВК 1—041

УСТАНОВИТЬ ТЕКСТ

*3 ◇

*3. ЧЧЧЧЧ ФКАРТ ВК 1—041

НЕТ НБ

*3 ◇

3. ЧЧЧЧЧ ФКАРТ ВК 1—041

УСТАНОВИТЬ ТЕКСТ

ИС—ЧЧЧЧЧ ◇

ЧЧЧЧЧ ИСКЛЮЧЕНО

При выдаче сообщения об установке магнитной ленты оператор должен установить на один из НМЛ размеченную МЛ, на которую должны записываться тек-

программы просмотров либо загружаются организующей программой поочередно на один и тот же участок памяти, либо постоянно находятся в МОЗУ.

Программа ФЭТ1 выполняет следующие функции:
программа на ФОРТРАНе переводится во внутренний вид;

составляет словари, переменные массивы, константы, метки;

осуществляет синтаксический контроль программы.

Программа ФЭТ2 выполняет следующие функции:

распределяет память между отдельными величинами;

формирует и выводит на МЛ РП на языке загрузки;

выводит на печать результаты трансляции.

Исходной информацией для транслятора служит: заказ на трансляцию и программа на ФОРТРАНе, помещенная на МЛ.

Заказ на трансляцию программы на ФОРТРАНе содержит сведения о транслируемой программе и задает режим вывода результатов трансляции.

В заказе на трансляцию указывается:

имя исходного текста программы на ФОРТРАНе (ключевое слово ИМИТ);

имя магнитной ленты с исходным текстом (ключевое слово ИМЛИТ);

имя магнитной ленты для записи результирующей программы (ключевое слово (ИМЛРП));

ИМИТ, ИМЛИТ, ИМЛРП являются обязательной информацией заказа на трансляцию.

Стандартный режим вывода результатов трансляции включает в себя:

распечатку исходной программы на ФОРТРАНе, в которой помечены операторы с ошибкой (указателем ошибки является символ — «↑»);

распечатку распределения памяти объектов программы на ФОРТРАНе;

РП на языке загрузки со словарем обозначений.

При стандартном режиме трансляции РП записывается на МЛ только в том случае, если в исходной программе на ФОРТРАНе не было обнаружено ошибок.

Стандартный режим вывода результатов трансляции можно изменить. С этой целью введены следующие единицы заказа:

исключить печать исходного текста (ИСПИТ);

исключить печать распределения памяти (ИСПРП);

Строка											
9	11	12	15	20							
0,1,0		И	М	И	Т	В	В	В	В	В	
0,2,0		И	М	Л	И	Т	↑	Р	А	Б	1
0,3,0		И	М	Р	П	Ш	А	К	А	Л	
0,4,0		И	М	Л	Р	П	↑	Р	А	Б	2
0,5,0											
0,6,0											

Рис. 69. Пример записи заказа на бланке.

исключить построение словаря обозначений (ИС-ЛОБ);

исключить в РП печать по слоям (ИСПСБ);

формировать РП, несмотря на ошибки в программе на ФОРТРАНе (ФРП);

имя результирующей программы (ИМРП).

Информация заказа записывается на бланках для записи исходных текстов. Каждая единица заказа занимает отдельную строку бланка. Позиции 12—16 отводятся для ключевого слова единицы заказа, в позициях 17—22 располагается значение, которое присваивается единице заказа.

Пример записи заказа на бланке приведен на рисунке 69. Заказ подготавливается на перфокартах. Информация заказа перфорируется по правилам перфорации исходных текстов. Каждая единица заказа занимает отдельную перфокарту. Порядок следования единиц в заказе безразличен. Заказ на трансляцию оформляется в виде массива, ограниченного контрольными блоками (НБ и КБ).

Пример подготовки заказа на ПК имеет вид:

***НБ ЗАКАЗ 000 000000000000000000000000

ЗАКАЗ 010010 ИМИТ_ВВВВВ

ЗАКАЗ 010020 ИМЛИТ ↑ РАБ 1

ЗАКАЗ 010030 ИМРП_ШАКАЛ

ЗАКАЗ 010040 ИМЛРП ↑ РАБ 2

***КБ ЗАКАЗ 000 000 00

Для осуществления процесса трансляции оператор должен вести задание на выполнение программы ТФ1.

Для работы программы требуется:

одно устройство ввода с ПК;

одно устройство вывода на печать;

2—3 наполнителя на магнитной ленте;

30 листов памяти ОЗУ.

Для выполнения программы на пульте управления машины необходимо включить ключи 1, 3.

Протокол с ПМ работы программы приведен ниже.

ВЫ—11111; ПМ◇*11111*ТФ 1 _ _ 12345.ТСО3603◇

*11111 НАЧАЛО

*1. 11111 ТФ1 ВК001—041

ЗАКАЗ

*1◇

*1. 11111 ТФ1 МЛ 001—002

УСТАН. МЛ ↑ РАБ 1

*1◇

*1. 11111 ТФ1 МЛ 001—003

УСТАН. МЛ ↑ РАБ 2

*1◇

*1. 11111 ТФ1 ВК 001—041

ЗАКАЗ

*1—*****◇

*11111 ТФ1 КОНЕЦ Т=00.0

После загрузки программы в МОЗУ на ПМ выдается сообщение о заказе. Оператор должен установить на карточный ввод заказ и набрать директиву

*1◇.

При сообщении об установке магнитных лент необходимо скоммутировать по соответствующему каналу (МЛ ↑ РАБ 1 по 2-му каналу, МЛ ↑ РАБ 2 по 3-му) НМЛ, где находятся МЛ с указанными именами.

После трансляции текста на ПМ выдается повторное сообщение о заказе. В этом случае можно продолжить работу по трансляции текстов программ на ФОРТРАНЕ (при условии, если они записаны на МЛ) или же отказаться от работы с программой ТФ1.

Затем последует сообщение:

*1. 11111 ТФ1 МЛ 001—002

УСТАН. МЛ

Канал № 2 нужно скоммутировать с НМЛ, где находится магнитная лента (размеченная как нерабочая), куда будут записываться тексты программы на ФОРТРАНе.

После подтверждения (*1◇) будет вводиться и транслироваться первый текст, затем второй, третий и т. д. После ввода и трансляции последнего текста выдается сообщение на нулевом уровне:

*0. 11111 ПОДГОТОВИТЬ ВК 001—041

Нужно установить на ВК исходный текст программы на ФОРТРАНе или же исключить данную работу из очереди на выполнение.

6. Сборка программы. После прохождения трансляции и получения результирующей программы (РП) следует этап сборки. Под сборкой программы понимается объединение самой программы с ее внутренними подпрограммами. Во время сборки к основной программе присоединяются ее внутренние подпрограммы, в том числе подпрограммы вычисления стандартных функций и программа организации обмена с внешними устройствами, находящимися на ленте системы (ЛС), либо на магнитной ленте (МЛ) с личной библиотекой пользователя. При сборке происходит распределение памяти между областями собираемых программ, корректируется заголовков программы.

Среди собираемых программ могут быть программы, написанные на любом из исходных языков, входящих в систему математического обеспечения ЭВМ «Минск-32» (КОБОЛ, ЯСК, ФОРТРАН, РПГ и др.) и протранслированные соответствующим транслятором.

Собранную программу можно использовать для выполнения, рассматривать как часть другой программы или даже считать ее внутренней программой. Собранная программа может получить имя собираемой программы или любое имя, указанное программистом в заказе на сборку.

Заказ на сборку результирующей программы оформляется стандартным образом, принятым в СМО ЭВМ

«Минск-32» и содержит сведения о собираемой программе.

Каждая единица информации заказа на сборку характеризуется ключевым словом, определяющим смысл данной информации.

В заказе на сборку указывают следующие сведения о собираемой программе:

Имя собираемой программы (ключевое слово ИМП □ □);

Имя магнитной ленты с собираемой программой (ключевое слово ИМЛП □);

Имя собранной программы (ключевое слово ИМСП □);

Имя магнитной ленты для записи собранной программы (ключевое слово ИМЛСП).

Имя собираемой программы и имена магнитных лент являются обязательной информацией заказа на сборку программы.

Пример заказа на сборку программы (ШАКАЛ):

***НБ ЗАКАЗ	00000000000000000000000000000000
ЗАКАЗ 010010	ИМП_ _ШАКАЛ
ЗАКАЗ 010020	ИМЛП_↑ РАБ 2
ЗАКАЗ 010030	ИМСП_ ВЕСНА
ЗАКАЗ 010040	ИМЛСП ↑ РАБ 2
***КБ ЗАКАЗ	000000000

Информация заказа записывается на бланках для записей исходных текстов. Структура и порядок записей на бланках заказа на сборку аналогичен записи заказа на трансляцию. Заказ подготавливается на перфокартах и перфорируется по правилам перфорации исходных текстов.

Программа, к которой присоединяются внутренние программы, называется головной или собираемой.

Результат сборки — это программа на языке загрузки с присоединенными внутренними программами.

Программа сборки (имя программы СБРЩК) отыскивает внутренние программы в библиотеке программ, записанной на магнитной ленте. Для поиска внутренних программ сборщиком используются описания этих программ в собираемой программе. При этом учитываются описания, имеющиеся не только в головной программе,

но и в уже найденных внутренних программах. При этом программа сначала ищется в личной библиотеке пользователя, а затем в библиотеке на ленте системы.

Если внутренние программы расположены на нескольких магнитных лентах, то в заказе можно указать их наименование и очередность использования их при поиске. Таких лент может быть не более трех (ключевое слово ИМЛД1, ИМЛД2, ИМЛД3). В заказе задается также разрешение на неполную сборку (ключевое слово НЕПЛ).

При сборке уже отлаженных программ можно в собранной программе исключить словарь обозначений (ключевое слово ИСЛОБ).

Сборщик печатает протокол сборки. Этот протокол содержит следующую информацию:

- заказ на сборку;
- список программ магнитной ленты, на которую была помещена собираемая программа;
- длины рабочего, основного и индексного полей;
- наименования и длины общих областей в собранной программе.

Для каждой программы печатаются начальные адреса основного, рабочего и индексного полей, наименования МЛ, с которой вызвана программа, наименования общих областей и списки внутренних программ.

7. Для собранной программы сообщаются длины основного, рабочего и индексного полей. Суммируя их, можно получить объем памяти занимаемой программой.

Протокол работы оператора за пультом ПМ:

ВЫ—11111; ПМ◇*11111*СБРЩК 12345ЛС050000◇

*11111 НАЧАЛО

*3. 11111 СБРЩК МЛ 002—003

УСТАНОВИТ РАБОЧЮЮ МЛ

НОСИТЕЛ ЗАКАЗА

*3 ПК◇

*3. 11111 СБРЩК ВК 001—041

ЗАКАЗ

*3◇

*3. 11111 СБРЩК МЛ 001—002

РП—ШАКАЛ

УСТАНОВИТ МЛ_↑_РАБ 2

*3◇

*3. 11111 СБРЩК ВК 001—041

СП—ВЕСНА

ЗАКАЗ

*3—*****◇

*3. 11111 СБРЩК

НОСИТЕЛ ЗАКАЗА

*3—*****◇

*11111 СБРЩК ПЧ 001—045

СНЯТ РЕЗУЛЬТАТ

*11111 СБРЩК КОНЕЦ T=00.00

Технологический процесс решения задач на ЭВМ на языке ФОРТРАН приведен на рисунке 70.

Задача. Рассчитать потребность вычислительного центра (ВЦ) в устройствах по подготовке машинных носителей.

Постановка задачи. Рассчитать потребность ВЦ в устройствах по подготовке машинных носителей на перфокартах (ПК) и перфолентах (ПЛ) за месяц.

Сведения об объеме работ на ВЦ по созданию машинных носителей за месяц приведены в таблице 28.

Производительность устройства по подготовке данных на перфокартах (УПДК) — 12,5 тыс. знаков в час;

Таблица 28

Объемы работ по ВЦ за месяц

Шифр вида работ	Виды работ	Объемы работ (тыс. знаков)			
		УПДК		СТА	
		цифр	алф.	цифр	алф.
1	Расчеты по сочетанию отраслей	—	—	1550	1200
2	Расчеты технологических карт производственных бригад по растениеводству	1550	1100		
3	Учет выходной продукции и ее реализация	600	150		
4	Учет труда и зарплаты в совхозах	8100	560		
5	Прочие работы	—	—	480	720
6	Непредвиденные работы	4760	3560	5740	2000
7	Работы вне плана	8000	2000	4000	3000

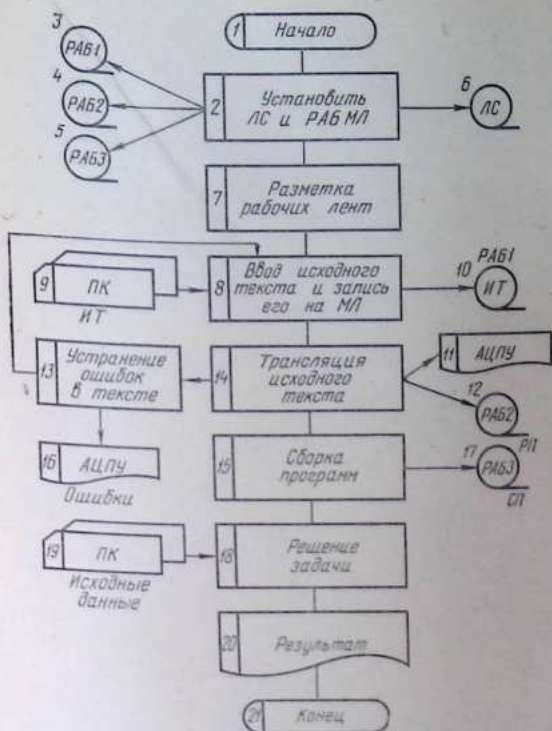


Рис. 70. Структурная схема решения задачи на ЦВМ на алгоритмическом языке ФОРТРАН.

производительность устройства по подготовке данных на перфолентах (старт—стопного телеграфного аппарата СТА) — 4,5 тыс. знаков в час. В месяце — 25 рабочих дней; длительность рабочего дня — 8,25 ч.

Выбор алгоритма решения задачи. Необходимо рассчитать: а) месячный объем работ для УПДК и СТА по формулам:

$$P1 = \sum_{j=1}^7 (ПКЦ_j + ПКА_j); \quad (217)$$

$$P2 = \sum_{j=1}^7 (ПЛЦ_j + ПЛА_j), \quad (218)$$


```

010 010
010 020
010 030
010 040
010 050
010 060
010 070
010 080
010 090
010 100
010 110
010 120
010 130
010 140
010 150
010 160
010 170
010 180
010 190
010 200
010 210
010 220
010 230

10
100
15
20
25
30

DIMENSION ПКЧ(7), ПКА(7), ПЛЧ(7), ПЛА(7)
READ (BK1,10) (МКЧ(J), ПКА(J), ПЛЧ(J), ПЛА(J), J=1,7)
FORMAT (4F8.2)
P1=0.0
P2=0.0
DO 100 J=1,7
P1=P1+МКЧ(J)+ПКА(J)
P2=P2+ПЛЧ(J)+ПЛА(J)
CONTINUE
P3=P1/(12.5*8.25)
P4=P2/(4.5*8.25)
P5=P3/25.0
P6=P4/25.0
WRITE (ПЧ1,15)
FORMAT (61X,6HРАСЧЕТ)
WRITE (ПЧ1,20)
FORMAT (33X,61HPOTPEБHOCTИ BЧ B УСТРОЙСТВАХ ПО ПОДГОТОВКЕ МАШИ
1HМНХ НОСИТЕЛЕЙ)
WRITE (ПЧ1,25)
FORMAT (128X)
WRITE (ПЧ1,30)
FORMAT (37X,53(1H=))
WRITE (ПЧ1,35)

```

[illegible]

где P_1, P_2 — объемы работ для УПДК и СТА за месяц (тыс. знаков);

ПКЦ $_j$ — объем цифровой информации на ПК по j -ой работе;

ПКА $_j$ — объем алфавитной информации на ПК по j -ой работе;

ПЛЦ $_j$ — объем цифровой информации на ПЛ по j -ой работе;

ПЛА $_j$ — объем алфавитной информации на ПЛ по j -ой работе;

б) количество необходимых УПДК и СТА определяют по формулам:

$$N_{\text{упдк}} = \frac{P_1}{A_1 B C}; \quad (219)$$

$$N_{\text{ста}} = \frac{P_2}{A_2 B C}, \quad (220)$$

где $N_{\text{упдк}}$ — количество устройств УПДК, шт.;

A_1 — производительность УПДК, тыс. знаков/ч;

B — длительность рабочего дня, ч;

C — число рабочих дней в месяц;

$N_{\text{ста}}$ — количество устройств СТА, шт.;

A_2 — производительность СТА, тыс. знаков/ч.

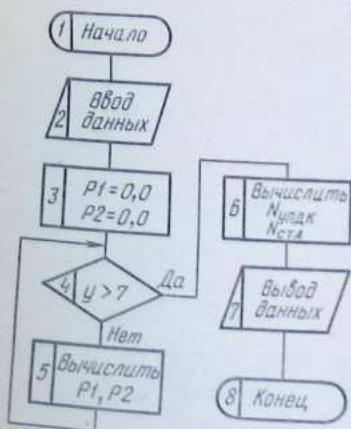


Рис. 71. Блок-схема решения задачи на ЦВМ.

По предложенному алгоритму решения задачи составляют программу для решения задачи на ЭВМ «Минск-32». Программу составляют на алгоритмическом языке ФОРТРАН IV. Блок-схема программы приведена на рисунке 71.

В качестве примера приведем текст части программ и исходные данные на специальных бланках (см. табл. 26 и 27).

После этого программу и исходные данные с помощью специальных устройств (УПДК,

где P_1, P_2 — объемы работ для УПДК и СТА за месяц (тыс. знаков);

ПКЦ $_j$ — объем цифровой информации на ПК по j -ой работе;

ПКА $_j$ — объем алфавитной информации на ПК по j -ой работе;

ПЛЦ $_j$ — объем цифровой информации на ПЛ по j -ой работе;

ПЛА $_j$ — объем алфавитной информации на ПЛ по j -ой работе;

б) количество необходимых УПДК и СТА определяют по формулам:

$$N_{\text{упдк}} = \frac{P_1}{A_1 B C}; \quad (219)$$

$$N_{\text{ста}} = \frac{P_2}{A_2 B C}, \quad (220)$$

где $N_{\text{упдк}}$ — количество устройств УПДК, шт.;

A_1 — производительность УПДК, тыс. знаков/ч;

B — длительность рабочего дня, ч;

C — число рабочих дней в месяц;

$N_{\text{ста}}$ — количество устройств СТА, шт.;

A_2 — производительность СТА, тыс. знаков/ч.

По предложенному алгоритму решения задачи составляют программу для решения задачи на ЭВМ «Минск-32». Программу составляют на алгоритмическом языке ФОРТРАН IV. Блок-схема программы приведена на рисунке 71.

В качестве примера приведем текст части программ и исходные данные на специальных бланках (см. табл. 26 и 27).

После этого программу и исходные данные с помощью специальных устройств

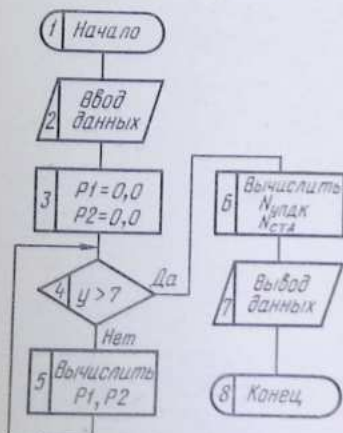


Рис. 71. Блок-схема решения задачи на ЦВМ.

ФОРТРАН «Минск-32» (ред. 5—75) Распределение памяти программы ШАКАЛ

Таблица 32

ФВЫ		ФГПЦ		Программы				ФПГ			
								Метри			
10	3 000010		100	0 000066	15	3 000017	20	3 000023		25	3 000042
30	3 000044		35	3 000047	40	3 000064	45	3 000101		50	3 000116
55	3 000121		60	3 000137	65	3 000155					
I	3 000235	P1		Область	2	Переменные					
P5	3 00242	P6		3 000236		3 000237	P3	3 000240	P4		3 000248
				3 000243							
ПКЦ	3 000244	ПКА		3 000253	2	Массивы					
				Область		3 000262	ПЛА	3 000271			
				П.ПЦ	3						
				Область							
				Рабочие ячейки		1 000000—1 000010					

Длина основных областей: 446

Длина рабочей области: 11

Сборщик Редакция 07-75		Заказ на сборку		12.07.1978		00.26			
Заказ на сборку									
ИМП	ШАКАЛ								
ИМСП	↑ РАБ2								
ИМЛП	ВЕСНА								
ИМЛСП	↑ РАБ2								
Сборка программы ВЕСНА									
Программа	Основное поле	Рабочее поле	Индексное поле	Имя МЛ	Общие области	Внутренние программы	Сегменты	Дата образования	Редакция
ШАКАЛ	000000В	000000В	000000В	↑ РАБ2		ФВЫ ФГПЦ * ФПГ *		1978.07.12	
ФВЫ	000446В	000011В	000000В	***ЛС				1975.07.01	02—75
ФГПЦ	003014В	000071В	000020В	***ЛС				1973.06.14	03—73
ФПГ	003250В	000710В	000040В	***ЛС				1973.10.02	04—73
Длина основного поля:		003532В							
Длина рабочего поля:		000723В							
Длина индексного поля:		000060В							
Программа ВЕСНА помещена на МЛ ↑ РАБ2									

Расчет потребности ВЦ в устройствах по подготовке машинных носителей

Виды устройств и подготовка машинных носителей	Месячный объем работ, тыс. знаков	Норма выработки, тыс. знаков/ч	Количество необходимых устройств
1. СТА	18 690.00	04,5	20,14
2. УПДК	30 380.00	12,5	11,78

Следовательно, для вычислительного центра (ВЦ) при указанном объеме работ за месяц необходимо 12 УПДК и 21 СТА.

Глава III

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

§ 1. Основная задача линейного программирования

В основе экономико-математических исследований лежит математическое моделирование исследуемого экономического явления или процесса, т. е. описание количественных закономерностей этого явления или процесса при помощи математических выражений. Математическая модель является абстрактным отображением реального процесса и в меру своей абстрактности может характеризовать его более или менее точно.

Математическая модель становится самостоятельным объектом исследования.

Среди математических моделей экономических процессов важное место занимают линейные модели, где математические соотношения включают в себя переменные первой степени.

Математический аппарат для исследования математических моделей носит название математического программирования, основным содержанием которого являются математические методы решения задач на экстремум, возникающих при планировании и управлении производством. Сущность этих задач заключается в том, чтобы из множества возможных вариантов выбрать наилучший или оптимальный по определенному наперед заданному критерию.

Раздел математического программирования — линейное программирование — оперирует с линейными моделями.

Модели, имеющие переменные не первой степени, составляют область для применения методов нелинейного программирования, которые (методы) на сегодняшний день еще недостаточно разработаны, но эффективны в применении. Исключение составляют методы выпуклого программирования, которые достаточно разработаны и эффективно применяются при решении конкретных народнохозяйственных задач.

В данном изложении основное внимание будет уделено некоторым задачам и методам линейного программирования. Задачами линейного программирования являются определенный класс математических задач на максимум или минимум функции цели, решаемых при помощи методов линейного программирования.

Конкретные производственные задачи, решение которых связано с нахождением экстремума, записываются при помощи математического аппарата в определенном виде, который называется экономико-математической моделью данной задачи. Экономико-математическая модель характеризует наиболее важные стороны исследуемого процесса или явления.

При разработке математической модели задачи строят специальную таблицу, в которой все экономические, технологические и другие требования записывают в виде неравенств и уравнений. Замыкает таблицу целевая функция.

Рассмотрим такую задачу. Пусть предприятие может производить три вида продукции (А, В, С), имея при этом некоторые материальные, денежные и трудовые ресурсы. Количество единиц ресурсов, необходимых для изготовления единицы каждого из видов продукции, указано в таблице 34. В последней строке таблицы указана прибыль, получаемая с единицы каждого вида продукции.

По плану предприятие должно произвести продукции А не менее 35, продукции В — не менее 40, продукции С — не менее 30 единиц.

Определить сколько продукции должно производить предприятие, чтобы получить наибольшую прибыль.

Для решения этой задачи ее нужно записать в математической форме. Обозначим искомые количества ви-

Необходимые ресурсы

Вид ресурсов	Имеющееся количество ресурсов	Затраты ресурсов на единицу продукции		
		А	В	С
Материальные	1500	10	15	12
Денежные	3700	23	25	24
Трудовые	1800	12	17	14
Прибыль		38	41	43

дов продукции А, В и С соответственно через x_1 , x_2 и x_3 . Тогда получим систему линейных неравенств:

$$\left. \begin{aligned} 10x_1 + 15x_2 + 12x_3 &\leq 1500; \\ 23x_1 + 25x_2 + 24x_3 &\leq 3700; \\ 12x_1 + 17x_2 + 14x_3 &\leq 1800; \\ x_1 &\geq 35; \\ x_2 &\geq 40; \\ x_3 &\geq 30. \end{aligned} \right\} \quad (221)$$

В этой системе выражаются условия, что расход данного вида ресурсов (например, для денежных ресурсов $23x_1 + 25x_2 + 24x_3$) не может превышать общего его количества (3700), которое имеется на предприятии. Также должен быть изготовлен минимум соответствующей продукции (например, продукции С: $x_3 \geq 30$). Кроме этого, из условий неотрицательности переменных следует:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \quad (222)$$

При данной постановке задачи, когда даются ограничения по плану, что делает задачу более практической, условие неотрицательности переменных является чисто формальным, так как переменные x_1 , x_2 , x_3 , согласно условию (221), уже заведомо больше нуля. Но при общей постановке задачи линейного программирования, когда на переменные не накладываются условия (221), требование неотрицательности переменных (222) является обязательным, так как нас могут интересовать только положительные значения переменных.

и линейная (целевая) функция

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n \quad (226)$$

относительно этих n неизвестных.

Кроме этих общих условий, в задачах линейного программирования должны быть соблюдены условия неотрицательности переменных:

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_j \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (227)$$

Любая совокупность значений $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, которая удовлетворяет этим условиям, является допустимым вариантом решения. В общем случае их может быть бесчисленное множество.

Если для некоторого допустимого варианта решения линейная функция z (или целевая функция) принимает оптимальное значение (наибольшее или наименьшее), то такой вариант называется оптимальным, который и требуется найти при решении задачи линейного программирования. Формулировка общей задачи линейного программирования будет выражаться так.

Найти совокупность значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, удовлетворяющих в системе ограничительных условий (225) условиям неотрицательности (227) и для которых целевая функция (226) принимает наибольшее (или наименьшее) значение.

Условия (225) можно записать в виде равенств, введя дополнительные переменные $x_{n+p}, p \geq m$:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2; \\ \vdots & \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n + x_{n+i} &= b_i; \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m. \end{aligned} \right\} \quad (228)$$

Такая запись ограничительных условий очень удобна при решении задач линейного программирования основным вычислительным методом — симплекс-методом.

§ 2. Симплекс-метод

Симплекс-метод, или метод последовательного улучшения плана, был разработан американским ученым Дж. Данцигом в 1947 г. Но еще ранее в 1939 г. академиком А. В. Канторовичем был предложен метод раз-

решающих множителей для решения задач линейного программирования, который немногим отличается от симплекс-метода. Симплекс-метод является универсальным для решения любой задачи линейного программирования и позволяет решить задачу за конечное число шагов (итераций). Метод может быть применен как при расчетах на электронно-вычислительных машинах, так и при расчетах вручную.

Решение задач линейного программирования посредством симплекс-метода заключается в следующем.

1. Находят опорный (допустимый по условиям ограничений) план (решение) задачи.

2. Данный опорный план проверяют на оптимальность. Если условие оптимальности не выполняется, то находят новый план, который является более близким к оптимальному, чем предыдущий, или оптимальным.

3. Найденный опорный план также проверяют на оптимальность. В случае выполнения условий оптимальности расчеты заканчивают или же переходят к пункту 2.

Рассмотрим задачу линейного программирования:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j &\leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m; \\ x_j &\geq 0; \quad j=1,2,\dots,n; \\ z &= \sum_{j=1}^n c_jx_j \end{aligned} \quad (229)$$

или

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+k} &= b_i, \quad k=1,\dots,m; \\ x_j &\geq 0 \\ z &= \sum_{j=1}^n c_jx_j, \quad i=1,\dots,m. \end{aligned} \quad (230)$$

Для удобства будем считать, что все переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$ свободны, что ранг* матрицы $\|a_{ij}\|$ коэффициентов системы равен n .

* Рангом матрицы называется такое число r , что у матрицы существует хотя бы один отличный от нуля минор r -го порядка и равны нулю все миноры $r+1$ и высшего порядка.

Минором k -го порядка матрицы называется определитель, составленный из элементов a_{ik} , расположенных на пересечении выбранных i строк и k столбцов.

Решая задачу симплекс-методом, на первом этапе необходимо найти опорное решение.

Условием нахождения опорного решения является неотрицательность свободных членов ($B_i \geq 0$), в случае выполнения этого условия имеем опорное решение

$$x_1=0, \quad x_2=0, \quad x_3=0, \dots, x_n=0, \quad x_{n+1}=b_1, \\ x_{n+2}=b_2, \dots, x_{n+m}=b_m. \quad (231)$$

Так как системы ограничений, описывающие практические задачи, имеют неотрицательные свободные члены, то за исходное опорное решение принимаем (231).

Алгоритм нахождения опорного плана в случае, если некоторые свободные члены отрицательны, в данном изложении не рассматриваем [14].

Нахождение оптимального плана связано с построением так называемой симплексной таблицы и выполнением арифметических операций.

Рассмотрим алгоритм симплекс-метода для нахождения оптимального решения задачи линейного программирования.

Найти максимальное значение функции

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \longrightarrow \max \quad (232)$$

при ограничениях

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m. \quad (233)$$

Запишем ограничения (233) в виде равенств:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + x_{n+k} = b_i, \quad k \leq m. \quad (234)$$

Запишем систему ограничений (234) и (232) в виде симплексной таблицы.

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$\dots -x_p \dots$	$-x_n$	b_i
x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	$\dots a_{1p} \dots$	a_{1n}	b_1
x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	$\dots a_{2p} \dots$	a_{2n}	b_2
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_{n+q}	a_{q1}	a_{q2}	a_{q3}	$\dots a_{qp} \dots$	a_{qn}	b_q
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_{n+k}	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	$\dots a_{mp} \dots$	a_{mn}	b_m
z	$-c_1$	$-c_2$	$-c_3$	$\dots -c_p \dots$	$-c_n$	Q

Каждая строка (допустим, первая) этой таблицы получается следующим образом:

$$x_{n+1} = -a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + b_1$$

или окончательно

$$a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1,$$

что полностью совпадает с условием.

Если в z -строке имеются отрицательные элементы, то выполняем следующие пункты:

1. В качестве разрешающего выбираем столбец, который содержит отрицательный элемент z -строки (например, p -й столбец).

2. Отбираем все положительные коэффициенты этого столбца и на них делим соответствующие свободные члены; затем выбираем наименьшее соотношение

$$\frac{b_q}{a_{qp}} = \min \left\{ \frac{b_i}{a_{ip}} \right\}. \quad (225)$$

Знаменатель соотношения $\frac{b_q}{a_{qp}}$ дает нам разрешающий элемент — a_{qp} ; q -строка называется разрешающей.

3. Делаем шаг модифицированного жорданова исключения, заменяем разрешающий элемент обратным ему по величине и записываем в новую симплексную таблицу. Каждый элемент разрешающего столбца и разрешающей строки делим на разрешающий элемент; кроме того, меняем знаки элементов разрешающего столбца на противоположные и все полученные результаты записываем в новую таблицу:

$$a'_{ip} = -\frac{a_{ip}}{a_{qp}}; \quad a'_{qj} = \frac{a_{qj}}{a_{qp}} \quad (236)$$

$$i=0, 1, \dots, m; \quad j=0, 1, \dots, n.$$

Остальные элементы вычисляем по формуле:

$$a'_{ij} = \frac{a_{ij}a_{qp} - a_{ip}a_{qj}}{a_{qp}} = a_{ij} - a_{ip}a'_{qj}. \quad (237)$$

и записываем в новую симплексную таблицу.

Таким образом, после шага модифицированного жорданова исключения элемент z -строки z_p станет положительным. Если все остальные элементы z -строки положительны, то полученный план является оптимальным и задача решена.

Если же в z -строке есть отрицательные элементы, поступаем с ними так же, как и с z_p (пункты 1—3). Конечное число шагов в z -строке все элементы будут положительны (оптимальное решение) или будет так вариант: столбец, содержащий отрицательный элемент в z -строке не имеет ни одного положительного коэффициента — в этом случае функция z не ограничена сверху.

Пример. Решить задачу симплекс-методом:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 &\leq 31; & 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 31; \\ 7x_1 + 9x_2 &\leq 107; & 7x_1 + 9x_2 + x_4 &= 107; \\ x_1 + 4x_2 &\leq 50; & \text{или} & x_1 + 4x_2 + x_5 &= 50; \\ z = 12x_1 + 10x_2 &\longrightarrow \max & z = 12x_1 + 10x_2 &\longrightarrow \max. \end{aligned}$$

Составим симплексную таблицу

	$-x_1$	$-x_2$	1
x_3	3	2	31
x_4	7	9	107
x_5	1	4	50
z	-12	-10	0

 $\leftarrow \min \left\{ \frac{31}{3}, \frac{107}{7}, \frac{50}{1} \right\} = \frac{31}{3}$

	$-x_3$	$-x_2$	1
x_1	1/3	2/3	31/3
x_4	-7/3	13/3	104/3
x_5	-1/3	10/3	119/3
z	4	-2	124

 $\min \left\{ \frac{31}{3}; \frac{2}{3}; \frac{104}{3}; \frac{13}{3}; \frac{119}{3}; \frac{10}{3} \right\} \rightarrow$
 $\rightarrow \left\{ \frac{31}{2}; \frac{104}{13}; \frac{119}{10} \right\} = \frac{104}{13}$

	$-x_3$	$-x_4$	1
x_1	9/13	-2/13	5
x_2	-7/13	-3/13	8
x_5	57/39	-10/13	13
z	38/39	6/13	140

Ответ: $\max z = 140$ при $x_1 = 5, x_2 = 8$.

Раньше мы решали задачу линейного программирования, в которой нужно было найти максимальное значение целевой функции. Но встречается много задач на нахождение минимума целевой функции. Предлагается следующий подход. Чтобы решить задачу минимизации, нужно положить

$$z = -c_1x_1 - c_2x_2 - \dots - c_nx_n \quad (238)$$

и решать задачу максимизации полученной целевой функции при условии (233), так как

$$\min z = -\max z. \quad (239)$$

Кроме того, задачу минимизации целевой функции (238) при условиях (239) можно решать непосредственно симплекс-методом, не сводя ее к задаче максимизации. Достаточно изменить критерий оптимальности (теперь им будет отсутствие положительных элементов в z -строке, тогда $\min z = Q$) и правило выбора разрешающего элемента (разрешающий элемент следует брать в столбце над положительным коэффициентом z -строки).

Кроме обычного симплекс-метода, для решения задач линейного программирования существует ряд его разновидностей: двойственный симплекс-метод, модифицированный симплекс-метод и др.

Двойственный симплекс-метод целесообразно применять при решении задач с большим числом отрицательных свободных членов. Первая особенность метода заключается в том, что он позволяет обходиться без искусственных переменных, увеличивающих размерность задачи, а вторая — дает возможность приступить к решению задачи, начиная с произвольного базисного решения.

Эта особенность двойственного симплекс-метода важна при расчете вариантов задач, близких по объему ресурсов к задаче, для которой найдено оптимальное решение. В этом случае применение двойственного симплекс-метода дает возможность находить оптимальный план при изменении ресурсов за несколько шагов решений, не повторяя всего решения задачи.

Модифицированный симплекс-метод [14] применяют при решении задач на электронно-вычислительных машинах. Если пользоваться обычным симплекс-методом, то даже при сравнительно небольших размерах задачи $m \times n$ велико, и ощущается нехватка оперативной памяти.

где $b_i \geq 0$ и система ограничений не содержит единичной матрицы. Для получения единичной матрицы к каждому равенству прибавляют по одной переменной $x_{n+i} \geq 0$, ($i=1, 2, \dots, m$), которые называются искусственными. Таким образом, система уравнений (242) приводится к единичному базису, называемому искусственным.

Теперь рассмотрим расширенную задачу

$$\max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j - M \sum_{i=1}^m x_{n+i} \quad (243)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (244)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n),$$

здесь M — сколь угодно большое положительное число.

Соотношения (243—244) определяют новую задачу, которую назовем M -задачей.

Исходным опорным планом задачи является

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0, \dots, x_n = 0, \quad x_{n+1} = b_1, \dots, x_{n+m} = b_m. \quad (245)$$

M -задача может быть решена симплекс-методом, при этом через конечное число итераций будет найдено либо оптимальное решение, либо установлено, что система ограничений исходной задачи несовместна.

Для решения M -задачи составим исходную симплексную таблицу.

№ строки			x_1		$\dots x_p \dots$	x_n
1	M	x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	$\dots a_{1p} \dots$	a_{1n}
2	M	x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	$\dots a_{2p} \dots$	a_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
q	M	x_{n+q}	a_{q1}	a_{q2}	$\dots a_{qp} \dots$	a_{qn}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	M	x_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	$\dots a_{mp} \dots$	a_{mn}
$(m+1) z$			$-c_1$	$-c_2$	$\dots -c_p \dots$	$-c_n$
$m+2$			$-\sum a_{i1}$	$-\sum a_{i2}$	$\dots -\sum a_{ip} \dots$	$-\sum a_{in}$

№ строки	x_{n+1}		x_{n+i}	b_i
1	1	...	0	b_1
2	0	...	0	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
q	0	...	0	b_q
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	0	...	1	b_m
$(m+1)z$	0	...	0	0
$m+2$	0	...	0	$\sum_{i=1}^m b_i$

Решение начинаем с выбора разрешающего столбца по наибольшему отрицательному элементу $(m+2)$ -ой строки.

Процесс расчета новых симплексных таблиц проводим до полного исключения искусственных переменных. При этом все элементы $(m+2)$ -й строки будут равны нулю. Получен опорный план исходной задачи. (В случае, когда в $(m+2)$ -й строке не окажется отрицательных элементов при наличии искусственных переменных, система ограничений исходной задачи несовместна.)

После получения опорного плана исходной задачи находим оптимальный план с использованием обычного симплекс-метода.

Пример. Найти $\max z = 3x_1 + 5x_2$

$$\text{при ограничениях } \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 = 12; \\ 3x_1 + x_2 = 10. \end{cases}$$

Решение. Система ограничений не содержит единичной матрицы. Прибавим к каждому уравнению по одной неотрицательной искусственной переменной и перейдем к расширенной задаче.

Найти: $\max z = 3x_1 + 5x_2 - Mx_3 - Mx_4$

$$\text{при ограничениях } \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 12; \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 10. \end{cases}$$

1			x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	←
2	M	x_3	2	6	1	0	12	
3	M	x_4	3	1	0	1	10	
$(m+1)z$			-3	-5	0	0	0	
$(m+2)$			-5	-7	0	0	-22	

$$\min \left\{ \frac{12}{6}; \frac{10}{1} \right\}; \min \left\{ \frac{12}{6} \right\}$$

			x_1	x_2	x_3	x_4	b_i
1		x_2	1/3	1	1/6	0	2
2	M	x_4	8/3	0	-1/6	1	8
$(m+1)z$			-4/3	0	5/6	0	10
$m+2$			-8/3	0	7/6	0	8

$$\min \{2:1/3; 8:8/3\}; \min \{8:8/3\}$$

		x_1	x_2	x_3	x_4	b_i
1	x_2	0	1	3/16	-1/8	1
2	x_1	1	0	-1/16	3/8	3
$(m+1)z$		0	0	31/36	1/2	14
$m+2$		0	0	1	1	0

В результате второй итерации из базиса была исключена последняя искусственная переменная x_4 . Все элементы $(m+2)$ -ой строки равны нулю (кроме двух, относящихся к искусственным переменным, которые в расчет не принимаем). Поэтому $(m+2)$ -ая строка исключается из дальнейших расчетов. Получим опорный план исходной задачи.

Анализируем z -строку. Все элементы этой строки положительны, поэтому полученный опорный план является оптимальным. Ответ:

$$\max z = 14 \text{ при } x_1 = 3, x_2 = 1.$$

№ строки	x_{n+1}		x_{n+i}	b_i
1	1	...	0	b_1
2	0	...	0	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
q	0	...	0	b_q
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	0	...	1	b_m
$(m+1)z$	0	...	0	0
$m+2$	0	...	0	$\sum_{i=1}^m b_i$

Решение начинаем с выбора разрешающего столбца по наибольшему отрицательному элементу $(m+2)$ -ой строки.

Процесс расчета новых симплексных таблиц проводим до полного исключения искусственных переменных. При этом все элементы $(m+2)$ -й строки будут равны нулю. Получен опорный план исходной задачи. (В случае, когда в $(m+2)$ -й строке не окажется отрицательных элементов при наличии искусственных переменных, система ограничений исходной задачи несовместна.)

После получения опорного плана исходной задачи находим оптимальный план с использованием обычного симплекс-метода.

Пример. Найти $\max z = 3x_1 + 5x_2$

$$\text{при ограничениях } \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 = 12; \\ 3x_1 + x_2 = 10. \end{cases}$$

Решение. Система ограничений не содержит единичной матрицы. Прибавим к каждому уравнению по одной неотрицательной искусственной переменной и перейдем к расширенной задаче.

Найти: $\max z = 3x_1 + 5x_2 - Mx_3 - Mx_4$

$$\text{при ограничениях } \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 12; \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 10. \end{cases}$$

1			x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	←
2	M	x_3	2	6	1	0	12	
3	M	x_4	3	1	0	1	10	
$(m+1)z$			-3	-5	0	0	0	
$(m+2)$			-5	-7	0	0	-22	

$$\min \left\{ \frac{12}{6}; -\frac{10}{1} \right\}; \min \left\{ \frac{12}{6} \right\}$$

			x_1	x_2	x_3	x_4	b_i
1		x_2	1/3	1	1/6	0	2
2	M	x_4	8/3	0	-1/6	1	8
$(m+1)z$			-4/3	0	5/6	0	10
$m+2$			-8/3	0	7/6	0	8

$$\min \{2:1/3; 8:8/3\}; \min \{8:8/3\}$$

		x_1	x_2	x_3	x_4	b_i
1	x_2	0	1	3/16	-1/8	1
2	x_1	1	0	-1/16	3/8	3
$(m+1)z$		0	0	31/36	1/2	14
$m+2$		0	0	1	1	0

В результате второй итерации из базиса была исключена последняя искусственная переменная x_4 . Все элементы $(m+2)$ -ой строки равны нулю (кроме двух, относящихся к искусственным переменным, которые в расчет не принимаем). Поэтому $(m+2)$ -ая строка исключается из дальнейших расчетов. Получим опорный план исходной задачи.

Анализируем z -строку. Все элементы этой строки положительны, поэтому полученный опорный план является оптимальным. Ответ:

$$\max z = 14 \text{ при } x_1 = 3, x_2 = 1.$$

§ 4. Задача о размещении комбикормовых заводов

Для успешного решения вопроса интенсификации отраслей животноводства и птицеводства необходимы комбикормовые заводы с определенной мощностью производства, размещенные соответствующим образом [18].

Определение оптимального размещения комбикормовых заводов сводится к минимизации функции эксплуатационных расходов (может быть выбран и другой критерий, допустим, затраты труда и т. д.).

При решении задачи необходимо:

- найти число и номера хозяйств, в которых целесообразно разместить комбикормовые заводы;
- рассчитать мощность этих заводов;
- найти схему прикрепления к этим заводам хозяйств района;

Математическая модель задачи имеет вид:
эксплуатационные расходы

$$L = C \left[\gamma \sum_j l_{0j} x_j + \beta \sum_{ij} l_{ij} x_{ij} \right] + \sum_j f(x_j) x_j \longrightarrow \min \quad (246)$$

при условии

$$\begin{aligned} \sum_i x_{ij} &= X_j; \\ \sum_j x_{ij} &= b_i; \\ x_{ij} &\geq 0 \quad (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n), \end{aligned} \quad (247)$$

где

i — номер хозяйства;

j — номер комбикормового завода;

$C = 0,07$ руб/т·км — стоимость перевозки 1 т комбикорма на 1 км;

$\gamma = 2 - \beta$ — удельное количество добавок в комбикорме, доставляемых на заводы из пункта $j=0$, $\gamma = 20\% - 1\%$.

В регионе существует пункт (цех) по изготовлению добавок к комбикорму ($j=0$). Добавки необходимо доставить к комбикормовым заводам ($j=1,2, \dots, n$). Затем от заводов комбикорм в необходимом количестве доставляют ко всем хозяйствам данного региона ($i=1,2, \dots, n$).

l_{0j} — расстояние от пункта $j=0$ (т. е. пункта, где производят добавки к комбикорму) до j -го завода, км;

x_j — мощность j -го завода, т;

$\gamma \sum_j l_{0j} x_{ij}$ — объем перевезенных добавок на j -ые

заводы от пункта, где производят добавки, т/км;

$C \left(\gamma \sum_j l_{0j} x_j \right)$ — стоимость перевозки добавок от пункта,

где производят добавки, к комбикормовым заводам, руб.;

$\beta = 1,8 \div 1,99$ — кратность перевозок от заводов до хозяйств;

l_{ij} — расстояние от i -го хозяйства до j -го завода, км;

x_{ij} — количество комбикорма, доставляемого в i -ое хозяйство j -ым заводом, т;

$\beta \sum_{ij} l_{ij} x_{ij}$ — объем перевозок комбикорма от всех

комбикормовых заводов ко всем хозяйствам региона, т/км;

$C \left(\beta \sum_{ij} l_{ij} x_{ij} \right)$ — стоимость всех перевозок комбикорма по региону, руб.;

b_i — потребность в комбикорме i -го хозяйства;

$f(x_i)$ — эксплуатационные расходы на приготовление 1 т комбикорма на заводе с x_i мощностью, руб/т;

$\sum_i f(x_i) x_i$ — суммарные эксплуатационные расходы

на производство всего комбикорма, руб.

Задача решалась для хозяйств Кагарлыкского района Киевской области. Были определены следующие данные: общая суточная потребность в комбикормах — 152,5 т с распределением по 27 хозяйствам с учетом их специализации по производству животноводческой и птицеводческой продукции (табл. 35), размещение заводов и расстояния между ними по имеющимся и строящимся дорогам (рис. 72), эксплуатационные расходы на приготовление 1 т комбикормов по фактическим цехо-

Суточная потребность в комбикормах

№ хозяйства	Колхоз	Специализация	Суточное потребление комбикорма, т
1	Имени Богдана Хмельницкого	Откорм крупного рогатого скота	3,78
2	«Коммунар»	То же	7,35
3	«Прогресс»	» »	8,33
4	«Дружба»	Свиноводство	17,00
5	«Большевик»	»	2,63
6	«Днепро»	»	14,78
7	Имени Кирова	»	13,58
8	«Маяк»	»	11,00
9	«Червоний Жовтень»	Птицеводство	6,52
10	«Перемога»	Молочное скотоводство	7,54
11	«Шлях до комунізму»	» »	9,39
12	«Зоря комунізму»	» »	3,78
13	«Жовтневої революції»	» »	1,82
14	«Верховної Ради»	» »	3,26
15	«Нове життя»	» »	3,56
16	Имени Ильича	» »	2,14
17	Имени Чапаева	» »	4,68
18	«Коммунист»	» »	3,61
19	«Дніпрова Зоря»	» »	2,63
20	«Червоний маяк»	» »	2,52
21	«Ударник»	» »	2,08
22	«Переможець»	» »	3,28
23	Имени Энгельса	» »	2,36
24	Имени Димитрова	» »	5,70
25	Имени Петровского	» »	2,88
26	«Здобуток Жовтня»	» »	1,40
27	Совхоз «Кагарлыкский»	» »	5,92

вым расходам и расчетным эксплуатационным расходам на приготовление комбикормов непосредственно в хозяйствах с использованием добавок. При этом производственная функция $f(X)$ аппроксимируется уравнением

$$f(X) = a_0 + a_1 e^{-a_2 x}, \quad (248)$$

где $a_0 = 2,0$; $a_1 = 3,5$; $a_2 = 0,0205$.

Варианты размещения комбикормовых заводов приведены в таблице 36. Из таблицы видно, что оптимальным вариантом следует считать размещение двух заводов в пунктах 1 и 6 на район с производительностью 132,3 и 20,2 т/сут. При этом эксплуатационные расходы

Варианты размещения комбикормовых заводов

Показатели	Варианты размещения									
	1	2	3	4						
Пункты размещения заводов	1	1	6	1	6	16	20			
Производительностью, т/сут.	152,5	132,9	20,0	118,2	17,3	17,0	80,5	14,8	42,3	14,3
Номера прикрепленных потребителей (см. табл. 35)	27	1-5 7-18 22 и 27	6 и 20 25	1-5 7-18 22 27	6 20	23 и 19 21 и 24 25 и 26	1-5 7-18 22 27	6 8	4 и 5 8 15 16	20 и 23 24 и 25 26
Снижение годовых эксплуатационных расходов, тыс. руб.	27,8	44,2	29,0						24,6	

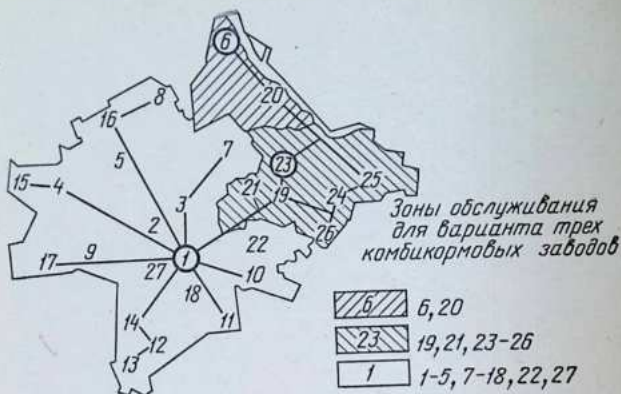


Рис. 72. План размещения хозяйств и схема дорог.

снизятся на 44,2 тыс. руб в год по сравнению с пригот-
влением комбикормов в каждом хозяйстве района.

§ 5. Задача планирования оптимального состава и использования машинно-тракторного парка

Задачу планирования оптимального состава и ис-
пользования машинно-тракторного парка можно сфор-
мулировать в трех вариантах:

оптимальное комплектование машинно-тракторного
парка;

оптимальное пополнение (доукомплектование) ма-
шинно-тракторного парка;

оптимальное использование машинно-тракторного
парка.

Второй вариант наиболее общий, остальные можно
рассматривать как его частные случаи.

Постановка задачи. Рассчитать план пополнения ма-
шинно-тракторного парка хозяйства (количество машин
каждой марки, которое необходимо приобрести в допол-
нение к имеющимся в хозяйстве) [24].

Известны: перечень, объемы и сроки выполнения
сельскохозяйственных работ; перечень агрегатов, при
помощи которых они (работы) выполняются; дневная
производительность и прямые производственные за-
траты.

В качестве критерия оптимальности могут быть: показатели себестоимости механизированных работ, приведенных затрат.

Экономико-математическая модель

Введем следующие обозначения:

- J — множество видов работ;
- S_j — множество агрегатов, которыми может быть выполнена j -ая работа ($j \in J$);
- I — множество видов машин;
- T — множество расчетных периодов;
- τ_t — продолжительность t -го расчетного периода ($t \in T$);
- t_j^o, t_j^f — соответственно начальный и конечный периоды выполнения j -ой работы ($t \in T, j \in J$);
- P_j — объем j -ой работы ($j \in J$);
- a_j^s — дневная производительность s -го агрегата ($s \in S_j$) на j -ой работе;
- C_j^s — прямые эксплуатационные затраты на выполнение j -го вида работы S -ым агрегатом в течение дня;
- λ_i^s — количество машин i -го вида входящих в s -ый агрегат;
- Q_i — имеющееся в наличии количество машин i -го вида;
- C_i — стоимость приобретения одной машины i -го вида;
- α_i — процент отчислений на реновацию машин i -го вида;
- J' — подмножество работ, взаимосвязанных между собой по способам и срокам выполнения ($J' \in J$);
- $A_{j_1 j_2}^1$ — коэффициент соизмеримости объемов взаимосвязанных работ j_1, j_2 ;
- $D_{j_1 j_2}^{1/2}$ — возможные смещения в объемах взаимосвязанных работ j_1, j_2 ;
- β — коэффициент эффективности капиталовложений;
- k_j — коэффициент учета погодных условий при выполнении j -ой работы;
- x_i — основная искомая переменная, количество машин i -го вида, которое необходимо купить;

x_{jt}^s — вспомогательная переменная, количество агрегатов S -го вида, которое нужно использовать на j -ой работе в t -ый период.

Найти минимум приведенных затрат

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} \sum_{t \in T} k_j \tau_t C_j^s x_{jt}^s + \sum_{i \in I} (\alpha_i + \beta) \bar{C}_i x_i \longrightarrow \min \quad (249)$$

при условиях:

1) планируемые объемы работ должны быть выполнены полностью и в заданные сроки:

$$\sum_{t=t_j^0}^{t_j^1} \sum_{s=S_j} k_j \tau_t a_{jt}^s x_{jt}^s = P_j; \quad (250)$$

2) взаимосвязанные работы следует проводить в соответствующей последовательности при согласованности способов их выполнения:

$$\sum_{t=t_j^0}^{t_{j1}^1} \sum_{s=S_{j1}} A_{j1}^{j2} k_j a_{j1t}^s x_{j1t}^s - \sum_{t=t_{j2}^0}^{t_{j2}^1} \sum_{s=S_{j2}} k_{j2} \tau_t a_{j2t}^s x_{j2t}^s \geq D_{j1}^{j2}; \quad (251)$$

3) ограничения по количеству машин каждого вида:

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} \lambda_i^s x_{jt}^s \leq (Q_t + x_i) t; \quad (252)$$

4) все искомые величины должны быть неотрицательными:

$$x_i, \quad x_{jt}^s \geq 0; \quad (253)$$

5) при решении задач с учетом ограничений по трудовым ресурсам вводят дополнительно:

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} M_i^s x_{jt}^s \leq R_{it}, \quad (254)$$

где R_{it} — имеющееся количество механизаторов l специальности;

M_i^s — количество механизаторов l -ой специальности, обслуживающих s -ый агрегат;

6) если имеется ограничение по капитальным вложениям, то

$$\sum_{i \in I} C_i x_i \leq F, \quad (255)$$

где F — имеющиеся средства на приобретение техники.

Для решения первого варианта (оптимальное комплектование машинно-тракторного парка) необходимо в математической модели второго варианта изменить условие 3):

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} \lambda_i^s x_{jt}^s \leq x_i. \quad (256)$$

При решении третьего варианта (оптимальное использование существующего машинно-тракторного парка без возможности докупки машин) необходимо в математической модели второго варианта изменить условие (252) и функцию цели (249).

Условие (252) будет следующим:

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} \lambda_i^s x_{jt}^s \leq Q_i. \quad (257)$$

Функция цели будет иметь вид:

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_j} \sum_{t \in T} k_j \tau_j C_j^s x_{jt}^s \longrightarrow \min. \quad (258)$$

Задача оптимизации пополнения машинно-тракторного парка решается, как правило, на перспективу до 5 лет.

В качестве исходной информации используют данные перспективных планов хозяйств, типовые нормы выработки на механизированных работах, технологические карты, данные метеостанции за ряд лет.

На основании планов устанавливают производственную программу и планируемую структуру посевных площадей.

Технология возделывания и уборки культур определяет перечень и сроки выполнения полевых работ по каждой культуре, а типовые нормы выработки — производительность агрегатов и расход топлива. По сведениям метеослужбы устанавливают коэффициент погоды.

Прямые эксплуатационные затраты C_j^s складываются из зарплаты трактористов-машинистов, прицепщиков и вспомогательных рабочих с учетом отчислений на отпуск, социально-страховых отчислений и надбавок за классность и стаж работы; затрат на ТСМ; на капитальные

и текущие ремонты, техобслуживания и затраты на хранение.

Балансовую стоимость машин C_1 определяют по прейскурантной цене с учетом затрат на доставку, монтаж, обкатку.

Коэффициент эффективности капитальных вложений β для сельского хозяйства равен 0,25.

Коэффициент учета погодных условий k_1 определяют как отношение количества дней в периоде, благоприятных по погодным условиям для выполнения работы, к их календарному количеству.

Пример. Ввиду большой размерности при решении задачи оптимизации и использования всего МТП поставим более частную задачу: определить план пополнения машин для сеноуборочных работ.

Площадь 1000 га. Урожайность сена 16 ц/га.

Календарные сроки выполнения сеноуборочных работ приведены ниже:

Кошение	5—20/VII	$k_1 = 0,72$
Сгребание	8—23/VII	$k_1 = 0,7$
Прессование	8—23/VII	$k_1 = 0,7$
Транспортировка	8—23/VII	$k_1 = 0,7$

Наличие сеноуборочной техники:

Трактор ДТ-75,	6 шт. по	2460 руб. каждый
Трактор МТЗ-50,	22 шт. »	2252 руб. »
Трактор Т-25,	4 шт. »	1500 руб. »
Косилка К-2,1М,	50 шт. »	85 руб. каждая
Грабли ГВК-6,	4 шт. »	400 руб. каждые
Пресс-подборщик ПСВ-1,6,	6 шт. »	1650 руб. каждый
Тележка 2ПТС-4,	20 шт. »	1140 руб. каждая
Погрузчик СНУ-0,5,	3 шт. »	614 руб. каждый

Технико-экономические характеристики сеноуборочных машин приведены в таблице 37.

Предварительная обработка информации. Необходимо сначала построить календарный график выполнения работ, так как без этого нельзя построить систему переменных и ограничений развернутой экономико-математической модели.

График строят по следующему правилу: на горизонтальной оси фиксируется шкала календарного времени, на вертикальной — вида работ. Определяют периоды, границами которых являются даты начала и конца работы. В середине периода ни одна работа не должна начинаться или кончаться (см. табл. 38).

Исходя из календарного графика, получаем следующие периоды:

t_1 — 5 — 7 августа	$\tau_1 = 3$ дня
t_2 — 8 — 20 августа	$\tau_2 = 13$ дней;
t_3 — 21 — 23 августа	$\tau_3 = 3$ дня.

Технико-экономические характеристики сеноуборочных машин

Работа	Состав агрегата			Норма выработки за 10 ч, га	Эксплуатационные затраты за 10 ч (руб.)
	марка трактора	марка машины	число машин в агрегате		
Кошение	ДТ-75	К-2,1	5	35,6	52,38
	МТЗ-50	К-2,1	3	21,9	40,14
	Т-25	К-2,1	2	16,0	19,54
Сгребание	МТЗ-50	ГВК-6	1	38,0	25,13
	Т-25	ГВК-6	1	34,0	18,18
Прессование	ДТ-75	ПСБ-1,6	1	17,5 т	47,47
	МТЗ-50	ПСБ-1,6	1	12,4 т	45,53
Транспортировка тюков на 10 км	МТЗ-50	2ПТС-4	1	6,0 т	26,02
	МТЗ-50	СНУ-0,5	1	32,0 т	28,44

Таблица 33

Календарный график работы

I период					II период										III период				
					Транспортировка Прессование Сгребание														
кошение																			
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
Дни августа месяца																			

Перечень переменных и ограничений. Основные переменные:

x_1	— приобретаемое количество тракторов	ДТ-75
x_2	»	МТЗ-50
x_3	»	Т-25
x_4	»	косилок
x_5	»	граблей
x_6	»	пресс-подборщиков
x_7	»	тележек
x_8	»	погрузчиков
		СНУ-0,5

При решении задачи должны выполняться следующие ограничения:

Ограничения по объему работ: кошение сена (га); сгребание сена (га); прессование в тюки (т); транспортировка тюков (т); погрузка тюков (т).

Ограничения по согласованию объемов и последовательности взаимосвязанных работ. Чтобы записать эти ограничения, рассчитывают коэффициент соизмеримости объемов работ A_{i1}^{j2} . В данном случае он отличается от 1, так как применены разные единицы измерения работы (в га и т);

$$A_1^1 = \frac{1600}{1000} = 1,6; \quad A_2^2 = \frac{1600}{1000} = 1,6.$$

Поэтому условие 6-е имеет вид:

$$\begin{aligned} &1,6 \cdot 0,72 [3 (35,6x_{11}^1 + 21,9x_{11}^2 + 16,0x_{11}^3) + \\ &+ 13 (35,6x_{12}^1 + 21,9x_{12}^2 + 16,0x_{12}^3)] = \\ &= 0,70 \cdot 13 \cdot 32,0x_{22}^1 + 0,70 \cdot 3 \cdot 32,0x_{23}^1 \end{aligned} \quad (259)$$

или

$$\begin{aligned} &123,02x_{11}^1 + 75,64x_{11}^2 + 55,29x_{11}^3 + 533,13x_{12}^1 + 327,96x_{12}^2 - \\ &- 239,61x_{12}^3 - 291,20x_{22}^1 - 67,2x_{23}^1 = D. \end{aligned} \quad (260)$$

Аналогично формируется условие 7-е.

Ограничения по балансу машин определяют следующим образом (пример для трактора ДТ-75):

$$1,0x_{12}^1 + 1,0x_{22}^1 \leq 6 + x_1 \quad (261)$$

или

$$1,0x_{12}^1 + 1,0x_{22}^1 - x_1 \leq 6. \quad (262)$$

Остальные ограничения по балансу машин строят аналогично.

Целевую функцию определяют в соответствии с приведенной ранее формулой целевой функции.

Анализ результатов решения задачи. В результате решения задачи получаем план комплектования машинно-тракторного парка и интенсивности использования агрегатов, выбранных в оптимальном плане.

По данным результатов решения составляют заказ на технику (табл. 41), которую можно приобрести для доукомплектования парка машин.

Наряду с заказом на технику составляют план ее использования (табл. 42), который является обоснованием ее заказа.

§ 6. Задача размещения ремонтных предприятий

Как и всякая задача, задача отыскания оптимальной перспективной сети ремонтных предприятий требует четкой формулировки, с одной стороны, того, что известно или можно определить до решения задачи, а с другой стороны — того, что требуется установить.

Сеть ремонтных предприятий, полностью удовлетворяющих потребность в ремонте техники, в которой суммарная стоимость всех ремонтов вместе со стоимостью

Ограничения	I период		II период		K-2,1	MT3-50 ГВК	T-45 ГВК
	ДТ-75 K-2,1	MT3-50 K-2,1	T-75 K-2,1	ДТ-75 K-2,1			
	$x_{1,1}^1$	$x_{1,1}^2$	$x_{1,1}^2$	$x_{1,2}^1$	$x_{1,2}^2$	$x_{2,2}^1$	$x_{2,2}^2$
1. Кошение сена	76,89	47,28	34,56	333,21	204,98	119,76	309,4
2. Сгребание сена						345,80	
3. Прессование							
4. Транспортировка							
5. Погрузка							
6. Все скошенное сено должно быть вывезено	123,02	75,64	55,29	533,13	327,96	239,61	
7. Все сгребенное сено должно быть спрессовано							495,04
8. Баланс по ДТ-75 в I периоде	I					533,28	
9. > ДТ-75 > II >				I			
10. > > ДТ-75 > III >							

Переменные величины	Прессование		Транспорт		Сгребание	
	II период		II период		III период	
	ДТ-75 ПСБ	МТЗ-50 ПСБ	МТЗ-50 ПТС	МТЗ-50 СНУ	МТЗ-50 ГВК	Т-25 ГВК
	$x_{3,2}^1$	$x_{3,2}^2$	$x_{4,2}^1$	$x_{4,2}^2$	$x_{2,3}^1$	$x_{2,3}^2$
Ограничения						
1. Кошение сена						
2. Сгребание сена					79,8	71,4
3. Прессование	159,25	112,84	54,61			
4. Транспортировка						
5. Погрузка						
6. Все скошенное сено должно быть вывезено				291,2		
7. Все сгребенное сено должно быть спрессовано	-159,25	-112,84		-291,2		114,24
8. Баланс по ДТ-75 в I периоде					127,68	
9. » » ДТ-75 » II »	I					
10. » » ДТ-75 » III »						

Продолжение

11.	»	»	»	MT3-50	»	I	»
12.	»	»	»	MT3-50	»	II	»
13.	»	»	»	MT3-50	»	III	»
14.	»	»	»	T-25	»	I	»
15.	»	»	»	T-25	»	II	»
16.	»	»	»	T-25	»	III	»
17.	»	»	»	K-2,1	»	I	»
18.	»	»	»	K-2,1	»	II	»
19.	»	»	»	ГВК-6	»	II	»
20.	»	»	»	ГВК-6	»	III	»
21.	»	»	»	ПСБ-1,6	»	II	»
22.	»	»	»	ПСБ-1,6	»	III	»
23.	»	»	»	2ПТС-4	»	II	»
24.	»	»	»	2ПТС-4	»	III	»
25.	»	»	»	СНУ-0,5	»	II	»
26.	»	»	»	СНУ-0,5	»	III	»

Приведенные затраты

—432,8

—414,3

—236,8

—258,8

—52,8

—32,2

Переменные величины	Прессование		Транспорт		Приобретение						
	III период		III период		ДТ-75 ПСБ	МТЗ-50 ПТС	МТЗ-50 СНУ	ДТ-75	МТЗ-50	Т-25	К-2,1М
	ДТ-75 ПСБ	МТЗ-50 ПСБ	ДТ-75 ПТС	МТЗ-50 СНУ							
Ограничения	$x_{3,3}^1$	$x_{3,3}^2$	$x_{3,3}^1$	$x_{3,3}^2$	$x_{3,3}^1$	$x_{3,3}^2$	$x_{4,3}^2$	x_1	x_2	x_3	x_4
1. Кошение сена											
2. Сгребание сена											
3. Прессование	36,75	26,04									
4. Транспортировка					12,6						
5. Погрузка							67,2				
6. Все скошенное сено должно быть вывезено							—67,2				
7. Все сгребенное сено должно быть спрессовано	—36,75	—26,04									
8. Баланс по ДТ-75 в I периоде								—1			
9. » » ДТ-75 » II »								—1			
10. » » ДТ-75 » III »	1							—1			

11.	»	»	MT3-50	»	I
12.	»	»	MT3-50	»	II
13.	»	»	MT3-50	»	III
14.	»	»	T-25	»	I
15.	»	»	T-25	»	II
16.	»	»	T-25	»	III
17.	»	»	K-2,1	»	I
18.	»	»	K-2,1	»	II
19.	»	»	ГВК-6	»	II
20.	»	»	ГВК-6	»	III
21.	»	»	ПСБ-1,6	»	II
22.	»	»	ПСБ-1,6	»	III
23.	»	»	2ПТС-4	»	II
24.	»	»	2ПТС-4	»	III
25.	»	»	СНУ-0,5	»	II
26.	»	»	СНУ-0,5	»	III

243 Приведенные затраты

Переменные величины	Приобретение				Вид ограничений	Объем ограничений
	ГВК-6	ПСБ-1,6	2ПТС-4	СНУ-0,5		
Ограничения		х ₆	х ₇	х		
1. Кошение сена					=	1000
2. Сгребание сена					=	1000
3. Прессование					=	1600
4. Транспортировка					=	1600
5. Погрузка					=	1600
6. Все скошенное сено должно быть вывезено					≠	0
7. Все сгребенное сено должно быть спрессовано					≠	0
8. Баланс по ДТ-75 в I периоде					≠	6
9. » » ДТ-75 » II »					≠	6
10. » » ДТ-75 » III »					≠	6

11.	»	»	»	MT3-50	»	I	»								22
12.	»	»	»	»	»	MT3-50	»	II	»						22
13.	»	»	»	»	»	MT3-50	»	III	»						22
14.	»	»	»	»	»	T-25	»	I	»						4
15.	»	»	»	»	»	T-25	»	II	»						4
16.	»	»	»	»	»	T-25	»	III	»						4
17.	»	»	»	»	»	K-2,1	»	I	»						50
18.	»	»	»	»	»	K-2,1	»	II	»						50
19.	»	»	»	»	»	ГВК-6	»	II	»	-1					5
20.	»	»	»	»	»	ГВК-6	»	III	»	-1					5
21.	»	»	»	»	»	ПСВ-1,6	»	II	»	-1					6
22.	»	»	»	»	»	ПСВ-1,6	»	III	»	-1					6
23.	»	»	»	»	»	2ПТС-4	»	II	»		-1				20
24.	»	»	»	»	»	2ПТС-4	»	III	»		-1				20
25.	»	»	»	»	»	СНУ-0,5	»	II	»			-1			3
26.	»	»	»	»	»	СНУ-0,5	»	III	»			-1			3
Приведенные затраты										-148	-618,8	-427,5	-245,6		min

Заказ на сельскохозяйственную технику

	Марка машины	Стоимость машины, руб.	Требуется по расчету, шт.	Наличие, шт.	Заказ	
					количество, шт.	стоимость, руб.
Трактор	ДТ-75	2460	9	6	3	7380
Трактор	МТЗ-50	2252	29	22	7	15764
Трактор	Т-25	1500	4	4	—	—
Косилка	К-2,1М	85	48	50	—	—
Грабли	ГВК-6	400	4	4	—	—
Пресс-подборщик	ПСБ-1,6	1650	9	6	3	4950
Тележка (прицеп)	2ПТС-4	1140	24	20	4	4560
Погрузчик	СНУ-0,5	614	5	3	2	1228

План использования техники

Календарный период	Работа	Состав агрегата			Число используемых агрегатов, шт.
		марка энерго-машин	марка с.-х. машин	число машин, шт.	
5—7/VIII	Кошение сена	ДТ-75	К-2,1М	5	8,0
	» »	МТЗ-50	К-2,1М	3	—
	» »	Т-25	То же	2	4,0
8—20/VIII	» »	ДТ-75	» »	5	—
	» »	МТЗ-50	» »	3	—
	» »	Т-25	» »	2	1,7
	Сгребание сена	МТЗ-50	ГВК-6	1	—
	» »	Т-25	То же	1	2,3
21—23/VIII	Прессование	ДТ-75	ПСБ	1	8,2
	» »	МТЗ-50	—	1	—
	Транспортировка	МТЗ-50	2ПТС-4	1	23,8
	» »	То же	СНУ-0,5	1	4,5
	Сгребание	» »	ГВК-6	1	—
	» »	Т-25	—	1	4,0
	Прессование	ДТ-75	ПСБ	1	8,2
	» »	МТЗ-50	—	1	—
	Транспортировка	МТЗ-50	2ПТС-4	1	23,8
	» »	МТЗ-50	СНУ-0,5	1	4,5

транспортировки ремонтируемой техники от пункта потребления к ремонтным предприятиям (и обратно) и стоимостью приведенных капитальных вложений на строительство новых и реконструкцию существующих предприятий минимальна, будем называть оптимальной сетью ремонтных предприятий.

В данной задаче можно считать известными следующие экономические факторы, влияющие на искомую оптимальную сеть ремонтных предприятий:

а) удельная себестоимость ремонта на действующих и новых предприятиях при различных вариантах производственной мощности или усредненная аналитическая зависимость удельной себестоимости ремонта от производственной мощности ремонтного предприятия;

б) затраты на перевозку ремонтируемой машины (или условной единицы ремонта в тех случаях, когда проводится агрегирование — приведение сельскохозяйственных машин к некоторой условной единице) от каждого из принятых в расчете пунктов размещения действующих и новых предприятий до каждого пункта, по которому задан спрос;

в) капитальные вложения на реконструкцию действующих и строительство новых предприятий при различных вариантах мощности;

г) перспективная потребность в ремонте сельскохозяйственных машин в территориальном разрезе;

д) существующая сеть ремонтных предприятий, т. е. пункты расположения действующих предприятий и их производственные мощности;

е) возможные пункты строительства новых предприятий;

ж) ликвидационное сальдо, т. е. дополнительные затраты, возникающие при ликвидации или сохранении ремонтного предприятия (в зависимости от предприятия эти затраты могут быть положительными или отрицательными).

Количественные оценки всех перечисленных экономических факторов мы считаем известными потому, что известен ряд способов их получения.

Теперь для полной постановки нашей задачи осталось сформулировать вторую часть задачи, т. е. указать, что требуется установить в процессе решения.

В задаче оптимального размещения ремонтных предприятий требуется установить:

1. Какие действующие предприятия следует сохранить, расширить или ликвидировать?

2. Где построить новые предприятия и какой мощности, чтобы при этом: был удовлетворен спрос в ремонте; общая сумма затрат на ремонт, транспортировку сельскохозяйственной техники от пунктов спроса к ремонтным предприятиям (и обратно), строительство новых предприятий и реконструкцию существующих была минимальной? При этом имеется в виду, что затраты на строительство новых предприятий и реконструкцию существующих приведены к текущим затратам на ремонт и транспортировку с помощью коэффициентов народнохозяйственной эффективности (нормы прибыли).

Задача размещения несколько расширяется из-за введения пунктов обмена, в которых требующую ремонта сельскохозяйственную технику заменяют пригодной к эксплуатации (отремонтированной или новой).

Гипотеза о целесообразности такого расширения основана на тех соображениях, что существование пунктов обмена сокращает время задержки в работах, использующих рассматриваемую сельскохозяйственную технику, и, кроме того, затраты на ее транспортировку от пунктов обмена к ремонтным предприятиям меньше затрат на транспортировку техники от пунктов спроса к ремонтным предприятиям.

Кроме того, уже сама проверка этой гипотезы на конкретных расчетах представляет немалый интерес для экономистов.

Однако введение пунктов обмена требует некоторой переформулировки основной задачи размещения. А именно к пунктам а) — ж) требуется добавить новые пункты, т. е. дополнительно определить до решения;

з) возможное расположение пунктов обмена;

к) удельную себестоимость хранения (обмена) на различных обменных пунктах при разных вариантах их емкости;

л) удельные капитальные вложения на строительство пунктов обмена с разными емкостями;

м) затраты на транспортировку от пунктов спроса к пунктам обмена и к ремонтным предприятиям.

Аналогично к пунктам 1) и 2) требуется добавить пункт:

3) установить, где построить пункты обмена и какой емкости, а в минимизируемую сумму общих затрат до-

бавить приведенные затраты на строительство пунктов обмена, их содержание и необходимую транспортировку ремонтируемой техники к пунктам обмена (и от них).

Все сказанное верно, если до решения задачи не существовало пунктов обмена. Если же пункты обмена уже существуют, то к пунктам а) — м) прибавляется следующая информация об этих пунктах;

н) места расположения пунктов обмена и их емкость;

о) удельные капитальные вложения на реконструкцию действующих пунктов обмена при различных емкостях до и после реконструкции. А к пунктам 1) — 3) добавляется пункт;

4) установить, какие пункты обмена ликвидировать, а какие реконструировать и до какой емкости.

Математическая формулировка задачи. Рассматриваемая задача размещения предприятий и пунктов обмена может быть приведена к задаче математического программирования. Для этого введем некоторые математические понятия и обозначения, соответствующие экономическим факторам а) — о). Каждому пункту, где существует или может быть построено ремонтное предприятие, припишем номер i , который будем использовать также для обозначения предприятия, расположенного в этом пункте. Если имеется m таких пунктов, то номер i принимает значения $1, 2, \dots, m$. Производственную мощность i -го предприятия будем обозначать через x_i , т. е. x_1 — это производственная мощность 1-го предприятия, x_2 — 2-го предприятия и т. д., x_m — производственная мощность m -го предприятия.

Обменным пунктам припишем номера от $m+1$ до $m+k$ (если имеется k обменных пунктов). Аналогично будем обозначать через x_i объем (мощность) i -го обменного пункта.

Удельную себестоимость ремонта на i -ом предприятии с производственной программой x_i будем обозначать через $f_i(x_i)$. Аналогично будем обозначать удельную себестоимость обмена на i -ом обменном пункте.

Существующую производственную мощность i -го предприятия и существующий объем i -го обменного пункта будем обозначать через x_i^c .

Капитальные вложения (включающие ликвидационное сальдо) на реконструкцию i -го предприятия (или обменного пункта) для повышения его мощности (или

емкости) от существующей x_i^c до проектируемой x_i будем обозначать через $g_i(x_i, x_i^c)$.

Удельную стоимость транспортировки от j -го пункта спроса к i -ому пункту обмена или i -ому предприятию будем обозначать через C_{ij} , а от i_1 -го пункта обмена к i_2 -ому предприятию — через $d_{i_1 i_2} / x_{i_1} x_{i_2}$. Считается, что весь спрос на ремонт техники сосредоточен в n пунктах спроса, которым приписаны номера j от 1 до n . При этом спрос j -го пункта равен a_j условных единиц.

Теперь дадим математическую формулировку требованиям I и II, сформулированным в предыдущем параграфе.

Если обозначить через x_{ij} количество условных единиц сельскохозяйственной техники, которую ремонтирует на i -ом предприятии j -ый пункт спроса, то требование I формулируется в математической постановке задачи следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m+k} x_{i1} &\geq a_1 \\ &\vdots \\ \sum_{i=1}^{m+k} x_{in} &\geq a_n \quad j=1 \div n. \end{aligned} \quad (263)$$

Первая из формул (263) означает, что спрос I потребителя, которому потребуется отремонтировать a_1 условных единиц техники, будет полностью удовлетворен. Второе и последующие уравнения из систем уравнений (263) содержат аналогичные утверждения относительно второго и соответственно последующих пунктов спроса.

Для формулировки II требования достаточно уяснить, что: 1) суммарные расходы T на транспортировку всей ремонтируемой техники равны

$$T = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m+k} C_{ij} x_{ij} + 2 \sum_{i=m+1}^{m+k} \sum_{j=1}^n d_{ij} (x_{ij}) x_{ij}; \quad (264)$$

расходы на транспортировку от пунктов спроса n к ремонтным предприятиям m и пунктам обмена k (туда и обратно).

расходы на транспортировку от пунктов обмена k к ремонтным предприятиям m (туда и обратно)

емкости) от существующей x_i^c до проектируемой x_i будем обозначать через $g_i(x_i, x_i^c)$.

Удельную стоимость транспортировки от j -го пункта спроса к i -ому пункту обмена или i -ому предприятию будем обозначать через C_{ij} , а от i_1 -го пункта обмена к i_2 -ому предприятию — через $d_{i_1 i_2} / x_{i_1} x_{i_2}$. Считается, что весь спрос на ремонт техники сосредоточен в n пунктах спроса, которым приписаны номера j от 1 до n . При этом спрос j -го пункта равен a_j условных единиц.

Теперь дадим математическую формулировку требованиям I и II, сформулированным в предыдущем параграфе.

Если обозначить через x_{ij} количество условных единиц сельскохозяйственной техники, которую ремонтирует на i -ом предприятии j -ый пункт спроса, то требование I формулируется в математической постановке задачи следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{m+k} x_{1t} &\geq a_1 \\ &\vdots \\ \sum_{t=1}^{m+k} x_{nt} &\geq a_n \quad j=1 \div n. \end{aligned} \quad (263)$$

Первая из формул (263) означает, что спрос I потребителя, которому потребуется отремонтировать a_1 условных единиц техники, будет полностью удовлетворен. Второе и последующие уравнения из систем уравнений (263) содержат аналогичные утверждения относительно второго и соответственно последующих пунктов спроса.

Для формулировки II требования достаточно уяснить, что: 1) суммарные расходы T на транспортировку всей ремонтируемой техники равны

$$T = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^{m+k} C_{1j} x_{1j} + 2 \sum_{t=m+1}^{m+k} \sum_{j=1}^n d_{1j} (x_{1j}) x_{1j}; \quad (264)$$

расходы на транспортировку от пунктов спроса n к ремонтным предприятиям m и пунктам обмена k (туда и обратно).

расходы на транспортировку от пунктов обмена k к ремонтным предприятиям m (туда и обратно)

2) суммарные расходы P на ремонтных предприятиях и на ее об-
таж:

$$P = \sum_{i=1}^{m+k} f_i(x_i) x_i$$

3) суммарные капитальные вложения в строительство и реконструкцию ремонтных за-
тов обмена:

$$K = \sum_{i=1}^{m+k} g_i(x_i, x_i^e)$$

Поэтому общая сумма всех затрат Z на ремонт техники, равна:

$$Z = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m+k} C_{ij} x_{ij} + 2 \sum_{i=m+1}^{m+k} \sum_{j=1}^n g_{ij} + \sum_{i=1}^{m+k} f_i(x_i) x_i + \sum_{i=1}^{m+k} g_i(x_i, x_i^e)$$

Поскольку неизвестными в общей сумме считаем лишь переменные x_{ij} , а II требование минимизировать эти общие затраты, то заданного перспективного размещения ремонтных пунктов эквивалентно удовлетворения. приятий и обменных пунктов эквивалентно задаче математического программирования.

Задача. Найти x_{ij} , минимизирующие функционал

$$Z = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m+k} C_{ij} x_{ij} + 2 \sum_{i=m+1}^{m+k} \sum_{j=1}^n d_{ij}(x_{ij}) x_{ij} + \sum_{i=1}^{m+k} f_i(x_i) x_i + \sum_{i=1}^{m+n} g_i(x_i, x_i^e)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m+k} x_{ij} \geq a_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Потребность всех n пунктов спроса будет удовлетворена.

Пример. Решение задачи планирования животноводческих комплексов на промышленной основе (симплекс-методом).

Постановка задачи. В районе решено создать молочные комплексы на следующее поголовье:

I на 1500 голов; II на 500 голов;
III на 1000 голов; IV на 400 голов,

причем комплексов на 1500 коров может быть построено не более трех.

Поголовье коров молочного стада в районе планируется на уровне не менее 10 тыс. голов, план сдачи молока 40 тыс. т, объем кормов, которым располагает район, 60 тыс. т кормовых единиц, затраты живого труда не должны превышать 2 млн. чел.-дней.

Основные технико-экономические показатели различных типов комплексов приведены в таблице 43.

Таблица 43

Технико-экономические показатели комплексов

Показатели	Варианты комплексов			
	I	II	III	IV
Среднегодовое поголовье коров, гол.	1500	500	100	400
Среднегодовой удой на фуражную корову, кг	4300	4200	4400	3400
Себестоимость 1 ц молока, руб.	14	16	20	13
Расход кормов на 1 ц молока, кг корм. ед.	100	120	110	100
Затраты труда на 1 ц молока, чел.-дней	0,4	0,4	0,5	0,2

Задание: а) записать модель задачи в структурной форме;

б) определить, каким математическим методом можно решить данную задачу;

в) составить матрицу экономико-математической задачи по оптимальному выбору типовых проектов молочных комплексов для данного района (критерием оптимальности применять минимум затрат на производство молока);

г) решить задачу на ЭВМ «Минск-32»;

д) в случае получения нецелочисленного результата довести окончательное решение до целочисленного при помощи обычных приближений.

Выбрать типовые проекты молочных комплексов так, чтобы затраты на производство молока были минимальными

$$\sum_{i=1}^n C_i x_i \longrightarrow \min \quad (270)$$

при условиях:

1) общее поголовье коров по району должно быть не менее заданной величины

$$\sum_{i=1}^n a_{1i} x_i \geq A_1; \quad (271)$$

2) план по реализации молока государству должен быть выполнен

$$\sum_{i=1}^n a_{2i}x_i \geq A_2; \quad (272)$$

3) объем кормов не должен превышать имеющихся ресурсов по району

$$\sum_{i=1}^n a_{3i}x_i \leq A_3; \quad (273)$$

4) затраты живого труда не должны превышать имеющихся ресурсов по району

$$\sum_{i=1}^n a_{4i}x_i \leq A_4; \quad (274)$$

5) комплексов на 1500 голов может быть построено не более трех

$$x_1 \leq 3. \quad (275)$$

Ход работы

а) экономико-математическая модель задачи.

Введем следующие обозначения:

i — множество конкретных типовых проектов молочных комплексов ($i = 1, 2, 3, \dots, n$);

x_i — число конкретных типовых проектов молочных комплексов;

a_{1i} — среднегодовое поголовье коров в i -ом типовом комплексе;

a_{2i} — среднегодовой удой в i -ом типовом комплексе;

a_{3i} — расход кормов на производство молока в i -ом типовом комплексе;

a_{4i} — затраты живого труда на производство молока в типовом комплексе;

C_i — себестоимость производства молока в i -ом типовом комплексе;

A_1 — поголовье коров молочного стада, планируемое в районе;

A_2 — план реализации государству молока по району;

A_3 — объем расхода кормов по району на содержание молочного стада;

A_4 — затраты труда по району на содержание молочного стада;

б) все искомые величины должны быть неотрицательными

$$x_i \geq 0. \quad (276)$$

б) данная задача решается при помощи симплекс-метода;

в) коэффициенты матрицы задачи по оптимальному выбору типовых проектов молочных комплексов рассчитывают на основании таблицы 43 и исходя из ограничений задачи. Величины a_{2i} рассчитывают путем умножения величины среднегодового удоя на одну фуражную корову в i -ом комплексе на среднегодовое поголовье коров в i -ом комплексе. Величины a_{2i} выражаются в тоннах. Коэффициенты матрицы a_{3i} и a_{4i} рассчитывают путем умножения средне-

годового удоя в i -ом комплексе (a_{2i}) на величину расхода кормов (затрат живого труда на производство 1 т молока в i -ом комплексе соответственно). Аналогично рассчитываются коэффициенты функционала C_i .

Матрица задачи — в таблице 44.

Т а б л и ц а 44

Матрица

Ограниче- ния	Переменные величины	Варианты комплексов				Вид огра- ничений	Объем ограни- чений
		I x_1	II x_2	III x_3	IV x_4		
Поголовье коров, гол.		1 500	500	1 000	400	$\geq$	10 000
Производство мо- лока, т		6 450	2 100	4 400	1 360	$\geq$	40 000
Расход кормов, т корм. ед.		6 450	2 520	4 840	1 360	$\leq$	60 000
Затраты труда, чел.-дни		25 800	8 400	22 000	2 720	$\leq$	2 000 000
Комплексы I типа	1						3
Функционал							
Себестоимость мо- лока, руб.		903 000	336 000	880 000	176 800	$\rightarrow$	min

При решении задачи на ЭВМ были получены следующие результаты:

$$x_1 = 2.9999999$$

$$x_2 = 4.8749996$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 7.6562507.$$

Значение целевой функции равно 57 006 397 руб.

Округлив результаты решения, получим, что в районе необходимо построить три комплекса I типа ($x_1=3$), пять комплексов II типа ($x_2=5$) и восемь комплексов IV типа ($x_4=8$) (при этом значение функционала, естественно, возрастет).

§ 7. Транспортная задача

Постановка задачи линейного программирования. Задачу рационального способа транспортировки некоторого продукта математически можно представить следующим образом. Пусть имеется m пунктов отправления, в каждом из которых находится определенное количество однородного продукта, подготовленного для отправки: в первом пункте отправления имеется a_1 единиц этого продукта, во втором — a_2 , в i -ом — a_i , в m -ом — a_m .

единиц. Имеется n пунктов назначения, причем в первый пункт назначения нужно доставить b_1 единиц продукта, во второй — b_2 в j -ый — b_j и n -ый — b_n единиц. Предполагается, что общее количество продукта в пунктах отправления равно суммарной потребности в этом продукте во всех пунктах назначения, т. е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (277)$$

Кроме того, известно, что каждый пункт отправления соединен с каждым пунктом назначения (общее число маршрутов $m \times n$), известна стоимость перевозки одной единицы продукта из i -го пункта отправления в j -ый пункт назначения c_{ij} . Общая стоимость перевозки по любому маршруту пропорциональна количеству перевозимого продукта. Вышеприведенные положения удобно свести в таблицу стоимости (табл. 45).

Таблица 45

Таблица стоимости перевозок

	b_1	b_2		b_j		b_n
a_1	c_{11}	c_{12}		c_{1j}		c_{1n}
a_2	c_{21}	c_{22}		c_{2j}		c_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_i	c_{i1}	c_{i2}		c_{ij}		c_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_m	c_{m1}	c_{m2}		c_{mj}		c_{mn}

Строкам соответствуют пункты отправления, а столбцам — пункты назначения. На пересечении i -ой строки и j -го столбца находится стоимость c_{ij} перевозки единицы продукта из i -го пункта отправления в j -ый пункт назначения. Обозначим количество единиц продукта, поступающего из i -го пункта отправления в j -ый пункт назначения через x_{ij} . Планом перевозок будем называть совокупность перевозок, обеспечивающую все потребно-

Таблица объемов перевозок

	b_1	b_2		b_j		b_n
a_1	x_{11}	x_{21}		x_{1j}		x_{1n}
a_2	x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_i	x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
a_m	x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}

сти пунктов назначения за счет вывоза всего продукта из пунктов отправления.

Любой план перевозок задается совокупностью чисел x_{ij} ($i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$). Эти числа должны удовлетворять следующим условиям:

из каждого пункта отправления должен быть вывезен весь имеющийся там продукт

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad (i=1, \dots, m); \quad (278)$$

в каждом пункте назначения должна удовлетворяться потребность в продукте

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (j=1, \dots, n); \quad (279)$$

кроме того, все числа $x_{ij} \geq 0$; для всех $i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$.

План перевозок можно представить следующим образом (табл. 46).

Общая стоимость перевозок по всем маршрутам

$$F = \sum_{i=1}^m \left| \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \right| \longrightarrow \min. \quad (280)$$

Решение транспортной задачи заключается в отыскании такого плана перевозок, при котором суммарная стоимость перевозок была бы минимальной. С точки зрения передачи информации задачу можно представить так: пусть столбцы таблицы стоимостей означают различные виды каналов обслуживания, а строки — различные планы заявок. Каждое число b_j показывает, сколько каналов содержит данный вид, а число a_i — сколько имеется заявок класса i . Числа C_{ij} характеризуют время обслуживания заявки i -го класса каналом обслуживания j -го вида. Цель задачи — распределить заявки между каналами так, чтобы суммарное время обслуживания было минимальным.

Открытая модель транспортной задачи. В предыдущей задаче предполагалось, что количество вывезенного продукта из пунктов отправления равно общему количеству продукта в пунктах назначения, т. е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (281)$$

В действительности это условие может не выполняться, т. е.

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j, \quad (282)$$

или

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j. \quad (283)$$

В том случае, когда в пунктах отправления товаров имеется больше, чем требуется в пунктах назначения, система уравнений (282) оказывается несовместной, так как часть продуктов должна остаться в пунктах отправления. Поэтому условие задачи (278) следует переписать так:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (284)$$

В этой задаче под допустимым планом перевозок понимают такой план, который удовлетворяет все потребности в продуктах в пунктах потребления и вместе с тем

учитывает недопустимость превышения вывоза продукта, имеющегося в m пунктах отправления.

Цель задачи — определить план, имеющий наименьшую стоимость перевозок. Эта задача называется открытой моделью транспортной задачи в отличие от приведенной выше, которая называется закрытой моделью.

В заключение покажем, что открытую модель транспортной задачи можно свести к закрытой модели. Для этого используем следующий прием. Введем еще один фиктивный пункт потребления $(n+1)$ -й, для которого положим:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j, \quad (285)$$

т. е. в $(n+1)$ -й пункт будет вывозиться весь избыточный продукт. Стоимость перевозки из каждого пункта отправления в фиктивный пункт потребления положим равной нулю. В случае (283) наблюдается превышение спроса над предложением. Для удовлетворения пунктов потребления вводим фиктивного поставщика (дополнительная $m+1$ строка) мощностью

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i. \quad (286)$$

Стоимость перевозки также полагаем равной нулю. В результате приходим к закрытой модели транспортной задачи, в которой количество продуктов в пунктах отправления равно количеству продуктов в пунктах назначения. Следовательно, чтобы решить открытую модель транспортной задачи, достаточно решить задачу, полученную введением фиктивного $(n+1)$ -го пункта потребления или $(m+1)$ -го пункта отправления, а количество продуктов, запланированное к перевозке в этот пункт или отправлению из него, не перевозить.

Являясь одной из задач линейного программирования, транспортная задача может быть, естественно, решена алгоритмом симплекс-метода. Но непосредственно применять симплекс-метод к транспортной задаче нецелесообразно и крайне нерационально, так как, являясь универсальным методом решения любой задачи линейного программирования, он не учитывает следующей специфики условий транспортной задачи: ограничения

заданы в виде уравнений; каждая неизвестная входит лишь в два уравнения; коэффициенты при неизвестных единица; большая размерность моделей.

Ввиду исключительной практической важности этой задачи, для ее решения созданы частные алгоритмы (специальные) значительно менее громоздкие, чем алгоритмы симплекс-метода.

Методы решения транспортной задачи. Из множества методов решения транспортной задачи наиболее распространены: метод условных стоимостей, потенциалов, распределительный, венгерский, Форда-Фулкерсона, отклонений от средних значений, разрешающих слагаемых, дифференциальных рент и Δ -метод.

Рассмотрим один из них, а именно метод потенциалов, предложенный Л. В. Канторовичем и М. К. Гавуриным и несколько позже независимо от них Данцигом (США).

Общая постановка транспортной задачи. Всего ограничений будет $m+n$, ранг такой системы будет $r \leq m+n-1$. Рангом матрицы называется наибольший из порядков миноров, отличных от нуля. Линейно-независимых уравнений также будет $m+n-1$ и базисное решение будет иметь не более $m+n-1$ отличных от нуля неизвестных. Запишем условия транспортной задачи в виде таблицы, которая имеет $m+1$ клетку по вертикали и $n+1$ клетку по горизонтали (см. табл.).

Назовем r клеток таблицы базисными или заполненными и будем записывать в них выбранный нами план перевозок. В каждой клетке будет записано определенное количество груза $x_{ij} > 0$. Остальные клетки таблицы назовем свободными, так как в них $x_{ij} = 0$. Соответственно все переменные задачи разделятся на базисные и свободные. Назовем опорным или начальным планом задачи такой, для которого все базисные $m+n-1$ переменные будут больше нуля, а свободные равны нулю. План перевозок представляет собой решение транспортной задачи. Решая задачу, мы должны удовлетворить потребность всех пунктов $b_1, b_2, \dots, b_n$ в определенном грузе, который сосредоточен в пунктах $a_1, a_2, \dots, a_m$. Чтобы удовлетворить потребность пункта b_1 , мы будем доставлять туда грузы, используя пути $11, 21, \dots, m1$, т. е. клетки первого столбца таблицы. Для удовлетворения пункта b_2 используем пути $12, 22, \dots, m2$, т. е. клетки второго столбца и т. д. В столбце b_1 рассмотрим клетку

(путь) 11. Допустим, что для пункта b_1 мы перевезем груз именно этим путем. При этом возможны три случая:

1) $a_1 > b_1$, т. е. мы полностью удовлетворяем потребность пункта b_1 , при этом в пункте a_1 остается еще какое-то количество груза, который мы можем доставить в любые оставшиеся неудовлетворенными пункты $b_2, b_3, \dots b_n$;

C_{11} x_{11}	C_{12} x_{12}	$\vdots$	C_{1n-1} x_{1n-1}	C_{1n} x_{1n}	a_1
C_{21} x_{21}	C_{22} x_{22}	$\vdots$	C_{2n-1} x_{2n-1}	C_{2n} x_{2n}	a_2
$\dots$	$\dots$	$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
C_{m1} x_{m1}	C_{m2} x_{m2}	$\vdots$	C_{mn-1} x_{mn-1}	C_{mn} x_{mn}	a_m
b_1	b_2	$\vdots$	b_{n-1}	b_n	$\sum_i b_i = \sum_i a_i$

2) $a_1 < b_1$, т. е. груза, сосредоточенного в пункте a_1 , недостаточно для полного обеспечения пункта b_1 .

В этом случае недостающее количество груза мы завезем из какого-либо пункта $a_2, a_3, \dots a_m$;

3) $a_1 = b_1$, т. е. из пункта назначения все полностью вывезено в удовлетворенный пункт потребления.

В третьем случае нужно положить $x_{11} = a_1 = b_1$

1) $x_{11} = b_1$	$x_{12} = a_1 - b_1$	2) $x_{11} = a_1$	$0 \dots 0$	3) $x_{11} = a_1$	$0 \dots 0$
0				0	
$\vdots$				$\vdots$	
$\vdots$		$x_{21} = b_1 - a_1$		$\vdots$	
$\vdots$				$\vdots$	
0				0	

Пример. Решить транспортную задачу для планирования и размещения животноводческих комплексов на промышленной основе.

Определить, в каких хозяйствах, сколько и какие должны быть использованы типовые проекты при создании одного или нескольких молочных комплексов, чтобы общие затраты на их строительство (суммарная стоимость ското-мест) в районе были наименьшими; записать структурную модель и оформить матрицу задачи; определить,

каким методом можно решить задачу; в случае получения нецелочисленного ответа с помощью обычных приближений довести результаты решения задачи до целых чисел.

Постановка задачи. В районе принято решение: все поголовье коров молочного стада (12 тыс. голов) сконцентрировать в четырех хозяйствах, в которых планируется создать соответствующие животноводческие комплексы. Имеются три типовых проекта на строительство комплексов на 1500, 1000 и 500 голов. Причем максимально в районе могут быть построены четыре комплекса на 1500, четыре — на 1000 и четыре — на 500 голов. Размещение поголовья коров должно составить по хозяйствам, голов: в I — 3000, во II — 2000, в III — 4000 и IV — 3000. Стоимость ското-места при строительстве комплексов в разных хозяйствах определена в таблице 47.

Таблица 47

Стоимость ското-места

Поголовье коров в комплексах	Стоимость ското-места, руб., в хозяйствах			
	1	2	3	4
1500	1400	1600	1500	1450
1000	1600	1800	1700	1600
500	1800	1700	1700	1900

Ход работы. Данную задачу необходимо привести к задаче транспортного типа. Вместо поставщиков будут представлены хозяйства, в которых планируется создать животноводческие комплексы, а вместо потребителей — виды комплексов (или наоборот).

Итак, имеются четыре хозяйства и три типа комплексов (на 1500, 1000 и 500 голов). А также оговорено, что можно построить лишь по четыре типовых комплекса, т. е. 6 тыс. коров можно разместить в четырех комплексах по 1500 голов в каждом, 4 тыс. коров — в четырех комплексах по 1000 голов и остальные 2 тыс. коров — в двух комплексах по 500 голов.

Таким образом, матрица задачи будет иметь размеры (4×3) (3×4) , а общий вид ее будет соответствовать обычной матрице (лице) транспортной задачи (см. табл. 46).

Экономико-математическая модель задачи имеет вид: минимизировать функционал

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (287)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = B_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (288)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = A_j \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (289)$$

$$x_{ij} \geq 0,$$

причем $\sum_{i=1}^n B_i = \sum_{j=1}^m A_j$ (закрытая модель транспортной задачи),

где x_{ij} — поголовье коров, которое следует разместить в i -ом хозяйстве, в комплексах j -го типа ($i=1, 2, 3, 4$ — хозяйства, $j=1, 2, 3$ — типы комплексов);

C_{ij} — стоимость одного ското-места в i -ом хозяйстве при строительстве комплекса j -го типа;

A_j — максимальное поголовье, которое может находиться в комплексах j -го типа;

B_i — максимальное поголовье, которое может находиться в i -ом хозяйстве. Матрица задачи имеет следующий вид (табл. 48).

Т а б л и ц а 48

Матрица

Типы комплексов (голов)	Номера хозяйств				Размещение голов по комплексам (A_j)
	1	2	3	4	
I (1500)	1400 x_{11}	1600 x_{12}	1500 x_{13}	1450 x_{14}	6000
II (1000)	1600 x_{21}	1800 x_{22}	1700 x_{23}	1600 x_{24}	4000
III (500)	1800 x_{31}	1700 x_{32}	1700 x_{33}	1900 x_{34}	2000
Размещение коров по хозяйствам (B_i)	3000	2000	4000	3000	$\Sigma = 12\ 000$

В результате решения задачи на ЭВМ были получены результаты: $x_{11}=3000$; $x_{13}=3000$; $x_{23}=1000$; $x_{24}=3000$; $x_{32}=2000$ при значении функционала $F=18\ 600\ 000$ рублей. Следовательно, в первом хозяйстве нужно построить два комплекса по 1500 голов; в третьем — два комплекса по 1500 голов и один на 1000 голов; во втором хозяйстве — четыре комплекса по 500 голов; в четвертом хозяйстве — три комплекса по 1000 голов.

Решим данную задачу ручным способом. Составим таблицу для решения. Пример составления опорного плана.

В верхнем углу каждой клетки записана стоимость одного ското-места при строительстве конкретного комплекса в разных хозяйствах.

Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов состоит из предварительного шага и повторяющегося общего шага.

Предварительный шаг. Для составления первоначального (опорного) плана используем метод северо-западного угла (диагональный метод). Согласно этому методу, заполнение таблицы начинается с верхней левой клетки (1,1). Так как $A_1 > B_1$, то все поголовье, кото-

Таблица 49

Типы комплексов	Номера хозяйства				Размещение по комплексам
	1	2	3	4	
I	1400 3000	1600	1500	1450 3000	6000A ₁
II	1600	1800	1700 4000	1600	4000A ₂
III	1800	1700 2000	1700	1900	2000A ₃
Размещение 300 коров по хозяйствам		2000	4000	3000	Σ = 12 000
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	

рое находится в первом хозяйстве (3000), необходимо разместить в комплексах I типа. Но в комплексах I типа необходимо еще разместить 3000 голов (6000—3000). Поголовье IV хозяйства, следовательно, можно поместить в комплексы I типа (клетка 1,4). В комплексах II типа необходимо поместить 4000 голов, а в III хозяйстве как раз находится 4000 голов, следовательно, все поголовье этого хозяйства помещаем в комплексы II типа (см. клетку 2,3).

Аналогично размещаем поголовье II хозяйства в комплексах III типа (см. клетку 3,2).

Таким образом, мы распределили все имеющиеся поголовье в районе по комплексам разного типа, т. е. составили опорный план, но без учета min затрат на строительство.

Общий шаг: а) для получения первоначального плана построим систему потенциалов, т. е. для всех заполненных клеток таблицы 50 должно выполняться условие

$$u_i + v_j = C_{ij}, \quad (29c)$$

где u_i — столбец искусственных переменных;

v_j — строка искусственных переменных;

C_{ij} — стоимость ското-места в i -ом хозяйстве при строительстве комплекса j -го типа.

По условию потенциальности нужно иметь $m+n-1$ заполненных клеток (т. е. $3+4-1=6$). У нас заполнено только 4 клетки. Следовательно, в две любые клетки нужно поставить значение $x=0$. Пусть $x_{13}=0$ и $x_{22}=0$ (см. стр. 262).

Строим систему потенциалов:

$$\begin{aligned} u_1 + v_1 &= 1400 & u_2 + v_3 &= 1700 \\ u_1 + v_4 &= 1450 & u_3 + v_2 &= 1800 \\ u_1 + v_3 &= 1500 & u_3 + v_2 &= 1700. \end{aligned}$$

Решим данную систему уравнений.

Пусть $u_1=0$. Тогда $v_1=1450$, $v_3=1500$, $u_3=100$, $u_2=200$, $v_2=1600$, $v_1=1400$;

Рабочая таблица решения задачи методом потенциалов

					v_j
	1400	1600	1500	1450	0
	3000		0	3000	6000
	1600	1800	1700	1600	
		0	4000		4000
	1800	1700	1700	1900	200
		2000			2000
	3000	2000	4000	3000	100
	1400	1600	1500	1450	$\Sigma = 12\ 000$
u_i					

б) построенную систему исследуем на потенциальность (т. е. полученный план проверяем на оптимальность). План оптимален тогда, когда для всех незаполненных клеток

$$C_{ij} \geq v_j + u_i. \quad (291)$$

В данном случае условие оптимальности нарушено:

$$C_{24} < u_2 + v_4 \quad (292)$$

1600 < 1650 на 50 единиц, необходимо улучшить данный план;

в) для замены первоначального плана новым организуем цикл следующим образом. Назовем циклом в таблице ломаную линию, которая удовлетворяет таким условиям: каждый отрезок этой линии соединяет лишь две клетки отдельной строки или столбца и при этом линия замкнута. Заполненные (базисные) клетки всегда образуют разомкнутую цепь, и, чтобы образовать цикл, нужно присоединить свободную клетку.

Вершины цепи отмечают поочередно знаками «+» и «-», начиная с клетки, в которой нарушено условие потенциальности.

Вершины, отмеченные знаком «+», образуют положительный полуцикл, а отмеченные знаком «-», отрицательный полуцикл. В отрицательном полуцикле выбираем минимальный элемент $\theta = x_{ij} \min$. Прибавляем его к клеткам, отмеченным знаком «+», и вычитаем из клеток, отмеченных знаком «-».

В нашем примере отмечаем клетку (2,4) знаком «+». Соединим с клеткой (2,3) и обозначим ее знаком «-». Замкнем цепь, соединив клетки (1,3) и (1,4), и отметим их соответственно «+» и «-» (см. табл. 48).

В данном отрицательном полуцикле выберем минимальный элемент

$$\theta = \min \{x_{14} = 3000, x_{23} = 4000\} = 3000.$$

Этот элемент прибавим и вычтем в соответствующих клетках и получим новый план решения задачи (см. табл. 51).

Таблица оптимального решения задачи

u'_i						v'_j
	1400	1600	1500	1450	6000	0
3000			3000			
1600		1800	1700	1600		
		0	1000	3000	4000	200
1800		1700	1700	1900		
		2000			2000	100
3000		2000	4000	3000	$\Sigma = 12\ 000$	
1400		1600	1500	1400		

г) для нового плана также строим систему потенциалов. Составим ограничения для базисных клеток

$$\begin{aligned}
 u'_1 + v'_1 &= 1400 & \text{Пусть } u'_1 &= 0. \\
 u'_1 + v'_3 &= 1500 & \text{Тогда } u'_2 &= 200 \\
 u'_2 + v'_2 &= 1800 & u'_3 &= 100 \\
 u'_2 + v'_3 &= 1700 & v'_1 &= 1400 \\
 u'_2 + v'_4 &= 1600 & v'_2 &= 1600 \\
 u'_3 + v'_2 &= 1700 & v'_3 &= 1500 \\
 & & v'_4 &= 1400
 \end{aligned}$$

д) исследуем данную систему на потенциальность. Получим, что для всех свободных клеток выполняемые условия

$$C_{ij} \geq v'_j + u'_i, \quad (293)$$

следовательно полученный новый план является оптимальным.

Результаты решения данной задачи таковы:

в первом хозяйстве необходимо построить два комплекса I типа (на 1500 голов), во втором — четыре комплекса III типа (на 500 голов), в третьем — два комплекса I типа (на 1500 голов) и один комплекс II типа (на 1000 голов), в четвертом — три комплекса II типа (на 1000 голов) при общей стоимости ското-мест 18,6 млн. руб.

§ 8. Понятие о динамическом программировании

Многие задачи экономики, энергетики и электрификации сводятся к отысканию экстремума функции многих переменных при ограничениях на переменные и области их изменения. Решать эти задачи методами дифференциального исчисления трудно из-за дискретного в большинстве случаев характера функций и ограничений на функции. Нахождение оптимального решения путем пе-

ребора всех вариантов требует много времени даже при использовании вычислительных машин.

Одним из методов оптимизации, применяемых при решении задач упорядочения перебора вариантов, является метод динамического программирования. Этот метод в отличие от методов линейного программирования не зависит от характера целевой функции и не требует линейности исходных зависимостей. Метод динамического программирования обычно применяют в том случае, если исследуемую задачу можно представить как многошаговую, т. е. разбить ее на ряд последовательных шагов или этапов. Тогда на каждом шаге выбирают такой вариант, при котором выбранная последовательность вариантов была бы наилучшей с точки зрения заданного критерия оценки. Решение на каждом шаге выбирают, исходя не из узких интересов этого шага, а из интересов задачи в целом, и далеко не всегда стремление к максимальному эффекту на каком-то шаге приводит к максимальному эффекту для всей задачи.

Пример. Требуется в кратчайшее время добраться на автомобиле из пункта *A* в пункт *B*, которые связаны между собой сетью дорог различного качества и пропускной способности, причем можно перейти с одной дороги на другую.

Дороги от пункта *A* в пункт *B* различного характера: это асфальтированное шоссе, мостовые, ремонтируемые участки, участки с железнодорожными переездами, узкие проселочные дороги и т. д. Очевидно, не всякий кратчайший путь будет скорейшим при разных скоростях движения по этим дорогам. Представим процесс выбора пути в виде четырех шагов (рис. 73). Для этого отрезок *AB* разделим на четыре равные части и через эти точки проведем вертикали. Шагом будем считать переход с одной вертикали на другую, т. е. преодоление $\frac{1}{4}$ расстояния между *A* и *B*. Из множества путей на каждом шаге нужно выбирать такой, чтобы на весь путь от *A* в *B* ушло минимальное время.

Не всегда выбор лучшего участка дорог на каком-то шаге будет оптимальным решением, так как на последующих шагах на этом пути могут встретиться плохие участки, которые «съедят» весь полученный ранее выигрыш во времени. Без учета будущего можно планировать только последний шаг. Поэтому процесс динамического программирования начинается не от начала к концу, а от конца к началу. Понятно, что спланировать последний шаг можно, зная, чем кончился предыдущий, т. е. нужно, исходя из последних решений, полученных для предпоследнего шага, принять оптимальное решение для последнего. У нас последний шаг — это переход с вертикали 3 на 4 с пятью возможными положениями в конце третьего шага. Они отмечены кружками, в которых указано время в часах, необходимое для достижения пункта *B* за четвертый шаг.

Аналогично рассмотрим пути перехода с вертикали 2 на 3 и положения, получающиеся в результате второго шага; укажем время

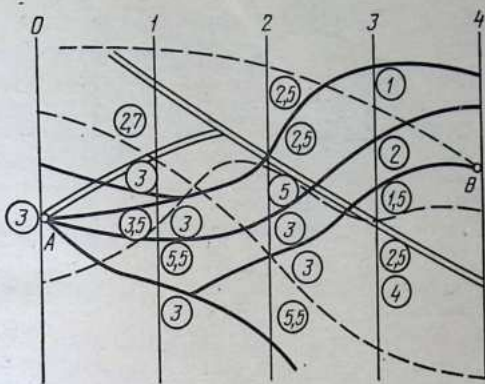


Рис. 73. Иллюстрация процесса выбора кратчайшего пути методом динамического программирования.

перехода с вертикали 2 в пункт B. При этом если из какого-либо положения на вертикали 2 есть пути в различные положения на вертикали 3, то для положений после второго шага записывается минимальное время двух последних шагов.

Обозначим минимальное время для четвертого шага t_{3-4}^* , тогда

$$t_{2-4}^* = \min(t_{2-3} + t_{3-4}^*). \quad (294)$$

Продолжая аналогичным образом, получим:

$$t_{1-4}^* = \min(t_{1-2} + t_{2-4}^*) \quad (295)$$

и далее

$$\min t_{AB} = t_{0-4}^* = \min(t_{0-1} + t_{1-4}^*). \quad (296)$$

Очевидно, существует оптимальное число шагов, которое можно разбить весь процесс решения, так как при малом количестве шагов резко возрастает число вариантов, которые необходимо просмотреть на данном шаге; при слишком большом числе шагов возрастает объем вычислений, а количество вариантов на каждом шаге перестает убывать.

Перечислим некоторые задачи, которые можно решать методом динамического программирования:

- определение способа подключения резервных элементов для максимизации надежности устройства;
- определение набора товаров различных видов для максимизации общей стоимости товаров;
- определение размеров запасов ресурсов для минимизации общих издержек;

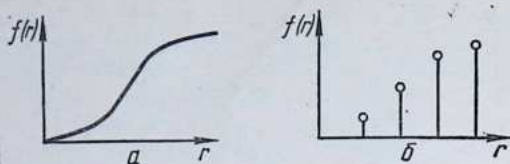


Рис. 74. Функция дохода $f(r)$:

a — непрерывный характер; b — дискретный характер.

распределение капиталовложений по отраслям промышленности;

определение порядка обработки деталей на нескольких станках для минимизации общего времени обработки и т. д.

Общим для всех задач является перевод системы из начального состояния A в конечное B таким образом, чтобы критерий оптимальности достигал экстремума.

Метод динамического программирования заключается в том, чтобы, рассматривая процесс перемещения системы из A в B как n -шаговый процесс, построить оптимальную траекторию движения системы по шагам, начиная с конца процесса. Пошаговое представление процесса позволяет вместо решения сложной задачи многократно (по шагам) решить простую задачу.

Трудности задачи динамического программирования заключаются в выборе параметров, характеризующих состояние системы, и в разделении процесса решения на этапы.

Метод динамического программирования характеризуется поиском оптимального продолжения процесса относительно состояния, достигнутого в данный момент, т. е. оптимальное поведение обладает тем свойством, что независимо от первоначального состояния и решения в начальный момент последующие решения должны составить оптимальное поведение относительно состояния, получающегося в результате первого решения. Подобным образом можно решать задачи распределения ограниченных ресурсов при известных функциях дохода [14].

На рисунке 74 показан типичный вид функции дохода $f(r)$. График показывает, что малые количества ресурса r , выделенного для предприятия, не приносят дохода; при достаточно больших r рост дохода замедляет-

ся. Функция дохода может иметь непрерывный (а) или дискретный (б) характер.

Следуя описанной ранее схеме и зная доход $f_i(r)$, полученный при выделении r единиц ресурса для i -го предприятия, можно оптимальным образом распределить общее количество ресурсов R по N предприятиям. Шагом в этом случае будет выделение некоторого количества ресурсов r для очередного предприятия. Таким образом, число шагов будет равно N .

$$\sum_{i=1}^N r_i = R. \quad (297)$$

Очевидно, что равенство должно выполняться при любом варианте распределения ресурсов по предприятиям. Если за критерий принять максимум дохода от всех предприятий $F_N(R)$, то функциональное уравнение для процесса распределения ограниченных ресурсов R по N предприятиям будет иметь вид:

$$F_N(R) = \max [f_N(r_N) + F_{N-1}(R - r_N)], \quad (298)$$

$$0 \leq r_N \leq R.$$

При поиске максимума $F_N(R)$ аргумент пробегает значения от 0 до R , поэтому в случае непрерывных функций $f(r)$ задается конечное множество значений аргументов, например $0, \Delta, 2\Delta, \dots, n\Delta = R$. Промежуточные значения можно определять интерполяцией. При решении задач на ЦВМ методом динамического программирования составляют таблицы $F_n(r)$ для $n=1, 2, \dots, N$ по уравнениям (298).

Найдя для данного R величину r_N , которая максимизирует $F_N(R)$, определяем уже для $R - r_N$ значение r_{N-1} , которое максимизирует $F_{(N-1)}(R - r_N)$ и т. д. Таким образом, обращаясь каждый раз к таблицам значений $F_n(r)$ для $n=1, 2, \dots, N$, составленным в процессе вычислений, находим набор $r_1, r_2, \dots, r_N$, т. е. количества ресурсов, выделенные для каждого предприятия, при которых достигается максимум $F_N(R)$, где

$$R = \sum_{i=1}^N r_i.$$

Пример. Найти оптимальный способ распределения ограниченных ресурсов R для трех предприятий. Функции дохода заданы в таблице 52.

Зависимость функции дохода для каждого предприятия от ресурса

r	$f_1(r)$	$f_2(r)$	$f_3(r)$
0	0	0	0
10	30	40	50
20	60	100	200
30	150	200	250
40	400	300	250
50	500	300	250
60	500	300	250

В процессе вычислений r меняется от 0 до R с шагом $\Delta=10$. Вычисляют по уравнениям (298). Очевидно, что $F_1(R)=f_1(R)$. Значения $f_1(R)$ для различных R записываем во втором столбце таблицы 52. В третьем столбце записываем значения r_1^* , которые при данном R максимизируют $F_1(R)$, затем с помощью $F_1(R)$ определяем $F_2(R)$ для различных R

$$F_2(R) = \max [f_2(r_2) + F_2(R - r_2)].$$

$$0 \leq r_2 \leq R.$$

Записываем значения $F_2(R)$ в четвертом, а r_2^* максимизирующее $F_2(R)$ в пятом столбце таблицы 53. Аналогично определяем $F_3(R)$ и r_3^*

Т а б л и ц а 53

Иллюстрация метода динамического программирования

R	$F_1(R)$	r_1^*	$F_2(R)$	r_2^*	$F_3(R)$	r_3^*
0	0	0	0	0	0	0
10	30	10	40	10	50	10
20	60	20	100	20	200	20
30	150	30	200	30	250	30
40	400	40	400	0	400	0
50	500	50	500	0	500	0
60	500	50	540	10	600	20
70	500	50	600	20	700	20
80	500	50	700	30	750	30
90	500	50	800	40	800	0
100	500	50	800	40	900	20

Пусть $R=100$. По таблице 52 для $R=100$ находим $r_N=r_3^*=20$. Затем в строке, соответствующей значению ресурса, оставшегося для двух других предприятий и равного $R-r_3^*=80$, находим $r_2^*=30$. Аналогично находим $r_1^*=50$ по значению $R-r_3^*-r_2^*=50$. Таким образом,

при $R=100$ оптимальным распределением будет $(r_1^*, r_2^*, r_3^*) = (60, 30, 20)$, а максимальное значение $F_3(100) = 900$, при $R=40 - (40, 0, 0)$, $F_3=400$; при $R=80 (50, 0, 30)$, $F_3=750$; при $R=90 - (50, 40, 0)$, $F_3=800$.

§ 9. Задачи массового обслуживания и теории надежности

При анализе технических и экономических проблем встречается специфический класс задач, относящихся к массовому обслуживанию. Эти задачи характеризуются наличием обслуживающей системы, на вход которой в какие-то неизвестные заранее моменты времени поступают требования (заявки). Например, на телефонную станцию (обслуживающая система) поступают вызовы абонентов (требования), в ремонтную мастерскую поступают машины на ремонт. В первом случае требование удовлетворяется, если каналы обслуживания свободны. Если же канал занят, требование получает отказ. Во втором случае, если все обслуживающие каналы (бригады ремонтников) заняты, то требование становится в очередь.

Системы массового обслуживания можно разделить на два основных типа: системы с отказами и системы с ожиданием. Время ожидания в очереди может быть неограниченным или ограниченным, т. е. требование прождав некоторое время, покидает очередь и остается необслуженным.

Система массового обслуживания характеризуется пропускной способностью, определяющейся числом каналов, их производительностью и характером потока требований.

Предмет теории массового обслуживания — это установление зависимости между характером потока требований, производительностью отдельного канала, числом каналов и эффективностью обслуживания. Характеристики эффективности обслуживания в зависимости от условий задачи и целей исследования могут быть: средний процент отказов, среднее время простоя, среднее время ожидания, средняя длина очереди и т. д.

Пропускная способность системы (среднее количество требований, обслуживаемых в единицу времени) зависит от характера потока требований. Поток требова-

ний, поступающих на вход системы массового обслуживания, можно считать потоком случайных событий, так как моменты поступления требований заранее неизвестны.

Поток событий можно изобразить последовательностью моментов их появления на оси времени. Если моменты появления событий разделены одинаковыми интервалами, поток таких событий называется регулярным. Однако для системы массового обслуживания типичен поток требований, появляющихся в произвольные моменты времени. Поток событий называется ординарным, если вероятность попадания на элементарный участок Δt двух и более событий есть величина малая по сравнению с вероятностью попадания одного события на этот участок.

Поток событий называется стационарным, если вероятность попадания какого-то количества событий на определенный участок времени зависит только от длины этого участка и не зависит от того, где на оси времени расположен этот участок. Поток событий называется потоком без последствия, если для любых непрерывающихся участков времени количество событий, попадающих на один из них, не зависит от количества событий, попадающих на другие участки.

Ординарный стационарный поток без последствия называется простейшим или стационарным пуассоновским. Пуассоновским поток называется потому, что для ординарного потока без последствия число событий, попадающих на участок τ , распределено по закону Пуассона

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} e^{-\lambda\tau}, \quad (299)$$

где $\lambda\tau = a$ — математическое ожидание количества событий на участке τ ;

λ — плотность потока;

$P_m(\tau)$ — вероятность того, что за время τ произойдет m событий.

При $m=0$

$$P_0(\tau) = e^{-\lambda\tau} \quad (300)$$

есть вероятность того, что за время τ не произойдет ни одного события. Отсюда $P_0(\tau) = 1 - e^{-\lambda\tau}$ вероятность то-

го, что за время t произойдет хотя бы одно событие. Кроме характера потока требований, работа системы определяется ее собственными характеристиками: числом каналов и работоспособностью каждого канала. Работоспособность каждого канала характеризуется временем обслуживания одного требования.

В общем случае время обслуживания требования — случайная величина, и поэтому нужно задать закон распределения времени обслуживания.

Если поток требований является пуассоновским, а время обслуживания $T_{об}$ распределено по показательному закону

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (301)$$

при $t > 0$,

где $\mu = \frac{1}{t_{об}}$; $t_{об}$ — среднее время обслуживания требования, то задача теории массового обслуживания имеет простое аналитическое решение. Если же системы массового обслуживания образуют сеть, то в этом случае требования, выходящие из одних систем массового обслуживания с различными вероятностями, поступают на входы других систем или уходят из сети. В таких ситуациях прибегают к моделированию работы системы или сети методом статистических испытаний (метод Монте-Карло).

Обычно при решении инженерно-экономических задач нужно достичь экстремального (минимального или максимального) значения некоторого критерия (функции стоимости). При исследовании работы систем массового обслуживания обычно минимизируются расходы из-за простоя и ожидания, потери вследствие ухода требования без обслуживания и т. д. Обозначим среднюю длину очереди $q_{ср}$, среднее количество необслуженных требований $\varphi_{ср}$, среднее число свободных каналов $s_{ср}$, стоимость простоя канала в единицу времени $C_{п}$, стоимость ожидания требования в единицу времени $C_{ож}$, доход от обслуживания требования $C_{д}$, число каналов k , рассматриваемый интервал времени T . В качестве критерия можно выбрать функцию, которую нужно минимизировать

$$s(k) = (C_{ож}q_{ср} + C_{п}s_{ср} + C_{д}\varphi_{ср}) T \longrightarrow \min. \quad (302)$$



Рис. 75. Одноканальная схема обслуживания с ожиданием.

Рассмотрим одноканальную систему с ожиданием (рис. 75) и показательным временем обслуживания, на вход которого поступает простейший поток требований. Очевидно, что в этом случае $k=1$; $\varphi_{\text{ср}}=0$; $s_{\text{ср}}$ равно вероятности того, что в системе нет ни одного требования.

Коэффициент использования системы

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu}. \quad (303)$$

Опуская промежуточные выкладки [16], напишем:

$$P_0 = 1 - \psi, \quad (304)$$

где P_0 — вероятность состояния простоя в момент t .

Средняя длина очереди

$$q_{\text{ср}} = \frac{\psi^2}{1 - \psi}; \quad (305)$$

$$s(1) = \left[C_{\text{ож}} \frac{\psi^2}{1 - \psi} + C_{\text{п}} (1 - \psi) \right] T. \quad (306)$$

Таким образом, зная расходы, связанные с ожиданием, простоем и обслуживанием, можно для данного потока определить расходы за определенный интервал времени в данной системе массового обслуживания. Изменяя число каналов k и параметр обслуживания μ , можно получить экстремальное значение выбранного критерия.

Пример. Имеется ремонтная мастерская, восстанавливающая вышедшие из строя электроприборы. Предположим, что поток требований (неисправных приборов) простейший, а время обслуживания показательное.

Пусть в среднем за день поступает 28 неисправных приборов, среднее время обслуживания 12 мин = 0,2 ч, $C_{\text{ож}} = 0,5$ руб./ч, треб. $C_{\text{п}} = 1$ руб/ч.

Тогда будем иметь

$$\lambda = \frac{28 \text{ треб.}}{7 \text{ ч}} = 4 \text{ треб/ч};$$

$$\mu = \frac{1}{t_{\text{об}}} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ треб/ч},$$

$$\psi = \frac{\lambda}{\mu} = 0,8; \quad q_{\text{ср}} = \frac{\psi^2}{1 - \psi} = \frac{0,8^2}{1 - 0,8} = 3,2.$$

Итак, средняя длина очереди 3,2 требования; вероятность простоя $P_0 = 1 - \psi = 0,2$, расходы за месяц составят:

$$s = (0,5 \cdot 3,2 + 1 \cdot 0,2) 7,25 = 315 \text{ руб.}$$

Посмотрим, как изменятся расходы, если среднее время обслуживания сократится на 2,4 мин. = 0,04 ч.

$$\mu = \frac{1}{0,2 - 0,04} = 6,25; \quad \psi = 0,64; \quad q_{\text{ср}} = \frac{0,41}{0,36} = 1,14;$$

$$P_0 = 0,36; \quad s = (0,5 \cdot 1,14 + 1 \cdot 0,36) 7,25 = 163 \text{ руб.}$$

Расходы снизились на 315—163 руб. = 152 руб. в месяц.

Все операции, выполняемые машиной «Минск-22», можно разделить на два класса:

а) характер выполнения операции I класса не повторяется другими операциями;

б) характер выполнения операций II класса повторяется несколькими операциями.

Допустим, коды операций +10, +11, +12, +13, ... +17 означают операцию сложения с различными модификациями.

Код сложения первая цифра +1, а вторая цифра показывает модификацию, т. е. какие числа участвуют в операции сложения и куда будет записан результат сложения.

Перечень модификации приведен в таблице 1.

Т а б л и ц а 1

Перечень модификаций

Признак модификации		Содержание модификаций
операции с фиксированной запятой m	операции с плавающей запятой m^*	
0	4	$(\Sigma) = (a_2) * (a_1) \rightarrow a_2$
1	5	$(\Sigma) = (a_2) * (a_1)$
2	6	$(\Sigma) = \text{РПД} * (a_1) \rightarrow a_2$
3	7	$(\Sigma) = \text{РПД} * (a_1)$

Символ * обозначает арифметическую или логическую операцию.

(a) — код, хранящийся в ячейке с адресом a; $x \rightarrow a$ — засылка числа x в ячейку с адресом a.

Четвертая строка таблицы с признаками 3 и 7 означает, что операция осуществляется над двумя числами, одно из которых хранится в ячейке a_1 , а второе есть результат предыдущего действия (РПД) и хранится в P_2 . Результат операции остается в сумматоре (Σ).

Полный перечень команд машины приведен в таблице 2.

Арифметические операции

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
+1M +2M +3M +4M +5M	Сложение Вычитание Умножение Деление Вычитание модулей	+2M 00 $a_1 a_2$ +1M 00 $a_1 a_2$ +3M 00 $a_1 a_2$ +4M 00 $a_1 a_2$ +5M 00 $a_1 a_2$	Операции выполняются согласно модификации М (см. табл. 1) а) для операций с фиксированной запятой при получении кода полного нуля вырабатывается признак «0»; при $ x \geq 1$ — «авост» (для операции деления «авост», если делитель = 0); б) для операций с плавающей запятой при получении кода нормализованного нуля вырабатывается признак «0», при $p > 63$ — «авост» (для операций деления «авост» при ненормализованном делителе)
-72	Сложение рядков по	-72 90 $a_1 a_2$	(Cmp) = $p(a_2) + p(a_1) \rightarrow a_2$ (Cmt) = $m(a_2)$ Если $p(a_2) + p(a_1) < -63$ вырабатывается признак «0», если $p(a_2) + p(a_1) > 63$ — «авост»
-73	Вычитание рядков по	-73 00 $a_1 a_2$	(Cmp) = $p(a_2) - p(a_1) \rightarrow a_2$ (Cmt) = $m(a_2)$ Если $p(a_2) - p(a_1) < -63$, вырабатывается признак «0», если $p(a_2) - p(a_1) > 63$, — «авост»
-75	Нормализация	-75 00 $a_1 a_2$	Нормализуется (a_1) фикс. Порядок нормализации p норм. $\rightarrow a_2 + 1$ (a_1) норм $\rightarrow a_2$
-70	Получение младших разрядов произведения	-70 00 $a_1 a_2$	(Cm) = 36 младших разрядов [(a_2)(a_1)] фикс
-71	Получение остатка от деления	-71 00 $a_1 a_2$	(Cm) = остаток от деления [(a_2) : (a_1)] фикс Sign (Cm) = Sign (a_2)
-76	Подсчет единиц	-76 00 $a_1 a_2$	κ — число единиц (a_1), $2^{-36} \kappa \rightarrow a_2$

Операции над кодами

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
+0 m^*	Сравнение (поразрядное сложение)	+0 $m^* 00 a_1 a_2$	Поразрядное сравнение кодов (a_2) и (a_1) или (См) и (a_1) Операция выполняется согласно модификации m^* (см. табл. 1)
+6 m	Сдвиг логический	+6 $m 00 a_1 a_2$	Код (a_2) сдвигается на $p(a_1)$ разрядов: если $p(a_1) > 0$ сдвиг влево; если $p(a_1) < 0$ — вправо. Модификации операции m (см. табл. 1)
+6 m^*	Сдвиг арифметический	+6 $m^* 00 a_1 a_2$	Цифровая часть (a_2) сдвигается на $p(a_1)$ разрядов: если $p(a_1) > 0$ сдвиг влево; если $p(a_1) < 0$, — вправо
+7 m	Логическое умножение	+7 $m 00 a_1 a_2$	Поразрядное логическое произведение чисел (a_2) и (a_1) или (См) и (a_1)
+7 m^*	Логическое сложение	+7 $m^* 00 a_1 a_2$	Поразрядная логическая сумма чисел (a_2) и (a_1) или (См) и (a_1)
-10	Передача кода	-10 00 $a_1 a_2$	$(a_1) \rightarrow a_2$
-11	Передача с переменной знака	-11 00 $a_1 a_2$	$\neg(a_1) \rightarrow a_2$
-12	Передача модуля	-12 00 $a_1 a_2$	$ a_1 \rightarrow a_2$
-13	Снятие кода с клавишного набора	-13 00 0000 a_2	Код, набранный на 37-разрядном клавишном наборе, $\rightarrow a_2$
-14	Присвоение знака	-14 00 $a_1 a_2$	$ a_2 \text{ Sign}(a_1) \rightarrow a_2$
-15	Передача адреса из регистра	-15 00 0000 a_2	Код, хранимый в регистре PI , $\rightarrow a_2$; индекс-адрес команды всегда «00»
-16	Присвоение порядка	-16 00 $a_1 a_2$	$m(a_2) p(a_1) \rightarrow a_2$
-74	Циклическое сложение	-74 00 $a_1 a_2$	(a_1) и (a_2) складываются с переносом из знакового разряда в 36-й результат $\rightarrow a_2$

Операции обращения к внешним устройствам

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
—07	Реверс перфоленты	—07 00 0000 0000	Происходит обратная перемотка перфоленты до «границы ввода»
—50	Ввод цифровой с перфоленты	—50 00 0000 a_2	С перфоленты вводится массив цифровых кодов в ячейки памяти, начиная с a_2 . Размер массива установлен «границей ввода»; Σ контр. $\rightarrow$ См
—51	Ввод цифровой контрольный с перфоленты	—51 00 0000 0000	То же, запись в МОЗУ не происходит; Σ контр. $\rightarrow$ См
—52	Ввод текстовой с перфоленты	—52 00 0000 a_2	То же, в ячейки памяти, начиная с a_2 вводится массив алфавитно-цифровых кодов; Σ контр. $\rightarrow$ См
—53	Ввод текстовой контрольный с перфоленты	—53 00 0000 0000	То же, запись в МОЗУ не происходит; Σ контр. $\rightarrow$ См
—60	Выдача кодов на печать (ТБПМ — 16/1200) или перфоратор № 1	—60 00 Sa_2	(a_2) перфорируется или печатается. Тип устройства вывода и вид вывода определяет константа S
—61	Выдача кодов на перфоратор № 2 или телетайп	—61 00 Sa_2	(a_2) перфорируется или печатается на телетайпе. Вид вывода опред. S
—40	Подвод зоны НМЛ в прямом направлении	—40 00 pql	p — номер шкафа НМЛ ($p=0, 1, 2, 3$)
—41	Подвод зоны НМЛ в обратном направлении	—41 00 pql	q — номер лентопротяжного механизма ($q=0, 1, 2, 3$)
—46	Чтение с магнитной ленты (поиск зоны в прямом направлении)	—46 00 pql	l — номер ячейки магнитной ленты, начиная с которой производится запись (считывание), состоит из номера зоны
—45		45 00 Ka_2	

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
—47 —45	Чтение с магнитной ленты (поиск зоны в обратном направлении)	—47 00 pql —45 00 Ka_2	(от 00 до 77) и номера ячейки зоны (от 0000 до 3777), K — количество переписываемых кодов ($K = 0000 \div 3777$)
—46 —43	Запись на магнитную ленту (поиск зоны в прямом направлении)	—46 00 pql —43 00 Ka_2	a_2 — адрес ячейки МОЗУ, начиная с которой производится запись или считывание
—47 —43	Запись на магнитную ленту (поиск зоны в обратном направлении)	—47 00 pql —43 00 Ka_2	
—46 —44	Контрольное чтение с магнитной ленты (поиск зоны в прямом направлении)	—46 00 pql —44 00 $K 0000$	
—47 —44	Контрольное чтение с магнитной ленты (поиск зоны в обратном направлении)	—47 00 pql —44 00 $K 0000$	
—03	Пуск-останов перфокарты	—03 00 $K 0000$	13 $p.=0$ — подача карт на перфорацию. 13 $p.=1$ — прекращение подачи карт на перфорацию
—17	Ввод с телетайпа	—17 00 $a_1 a_2$	Код (a_2) сдвигается на число разрядов, указанное в (a_1), после чего к младшим 5 разрядам (a_2) логически прибавляется код символа телетайпа
—54	Ввод с перфокарт	—54 00 Ka_2	K — число вводимых карт, a_2 — начальный адрес в МОЗУ, 13 $p.=0$ — ввод с помощью форматной карты, 13 $p.=1$ — ввод копии карт

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
—62	Вывод на АЦПУ	—62 00 rr_0Ka_2	Занесение в буфер ($r_0=0$) или печать ($r_0=1$) содержимого буфера: а) занесение К—начало буфера для размещения кода; $r=0$ —десятичное число с плавающей запятой; $r=1$ —восьмеричное число; $r=2$ —десятичное число с фиксированной запятой; $r=4$ —символ АЦПУ из 6 старших разрядов; $r=5$ —текст; $r=6$ —десятичное число без знака; $r=7$ —гашение буфера; б) печать $r=1$ —интервал при печати; $r=5$ —печать без гашения с протяжкой бумаги; $r=6$ —печать с гашением без протяжки бумаги; $r=7$ —печать с гашением и протяжкой бумаги
—63 —63 —63	Вывод на перфокарты	—64 00 0000 a_1^1 —63 00 0000 a_2^2 —63 00 0000 a_3^3	Коды (a_1^1), (a_2^2) и 6 старших разрядов (a_3^3), включая знак, перфорируются в одной строке карты

Операции управления.

Таблица 5

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
—00	Останов	—00 00 a_1a_2	(a_1) → Р1, (a_2) → См, после чего останов машины.
—30	Безусловный переход	—30 00 a_1a_2	(Р2) = РПД Безусловная передача управления команде (a_1). РПД → a_2
—31	Переход к подпрограмме	—31 00 a_1a_2	Безусловная передача управления команде (a_1). В ячейку a_2 засылается

Код операции	Название операции	Вид команды	Пояснения
—32	Условный переход по знаку	—32 00 $a_1 a_2$	код — 3000 к + 1 0000, где к — показания СчАК в момент исполнения команды «—31»
—33	Условный переход по переполнению	—33 00 $a_1 a_2$	Передача управления команде (a_1), если $\text{РПД} \geq 0$, или (a_2), если $\text{РПД} < 0$
—34	Условный переход по нулю	—34 00 $a_1 a_2$	Передача управления команде (a_2), если РПД выработал «авост» (признак перевыполнения). В остальных случаях — (a_1)
—35	Условный переход по ключу	—35 00 $K a_2$	Передача управления команде (a_1), если РПД выработал признак «0». В остальных случаях — (a_1).
—37	Условный переход по несовпадению	—37 00 $a_1 a_2$	Передача управления команде (a_1), если ключ К включен. В остальных случаях следующей по номеру команде.
—20	Управление циклом	—20 а $a_1 a_2$	Передача управления команде (a_1), если (a_2) $\neq \neq \text{РПД}$ или (a_2) $\neq (P2)$. В противном случае — следующей команде.
—06	Разрешение — запрещение прерывания	—06 00K0000	(а) $= n - k \cdot \Delta_1 \cdot \Delta_2$. Передача управления команде (a_1), если $n - k \geq 0$. Если $n - k < 0$ — следующей по порядку команде
—36	Снятие блокировки прерывания	—36 00 $a_1 a_2$	Прерывание: 1) $k=0001$, свободен ТБПМ (перф. № 1) — управление передается команде (0020); 2) $k=0002$, свободен телетайп (перф. № 2) — команде (0021); 3) $k=0004$, свободно УПч — 22 — команде (0022); 4) $k=0010$, встреча с псевдокодом — команде (0023); 5) $k=0020$, ввод с телетайпа (старт — стоп) — команде (0024). Запрещение прерывания: $k=40\ 000$ Управление передается команде (a_1), (a_2) $\rightarrow$ СМ

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Материалы XXV съезда КПСС. М., Политиздат, 1976.
2. Основные направления развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 гг. М., Политиздат, 1976.
3. Алферова З. В. и др. Математическое обеспечение ЭВМ. М., «Статистика», 1974.
4. Анисимов Б. В., Голубкин В. И. Аналоговые вычислительные машины. М., «Высшая школа», 1971.
5. Балацкова-Подольскова С. И. и др. ФОРТРАН ЭВМ «Минск-32» М., «Статистика», 1975.
6. Бирштейн А. А. и др. Электронные вычислительные машины и программирование. М., «Статистика», 1975.
7. Браславец М. Е. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства. М., «Экономика», 1971.
8. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. Под ред. Анисимова Б. В. М., «Высшая школа», 1975.
9. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1973.
10. Горошенко М. К. и др. Применение АВМ при разработке систем автоматизации технологических процессов в пищевой промышленности. М., «Пищевая промышленность», 1976.
11. Гуревич Т. Ф., Лушук В. О. Сборник задач по математическому программированию. М., «Колос», 1977.
12. Дробушевич Г. А. Вычислительные машины и основы программирования. Минск, «Высшая школа», 1973.
13. Исаев И. П. и др. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. М., «Транспорт», 1977.
14. Калихман Л. И. Линейная алгебра и программирование. М., «Высшая школа», 1967.
15. Кампе-Немм А. А. Решение инженерных задач на моделирующих ЭВМ. М., «Энергия», 1970.
16. Кузин Л. Т. Математические методы в экономике и организации производства. М., МИФИ, 1968.
17. Кузнецов Ю. Н. и др. Математическое программирование. М., «Высшая школа», 1976.
18. Кукта Г. М., Терехов А. П. Размещение комбикормовых заводов «Механизация и электрификация соц. с/х», № 2, 1971.
19. Мартыненко И. И., Саркисян В. И. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. М., «Колос», 1975.
20. Основы построения больших информационно-вычислительных сетей. М., «Статистика», 1976.

21. Петров А. В. и др. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. М., «Высшая школа», 1975.
22. Первин Ю. А. Основы ФОРТРАНа. М., «Наука», 1973.
23. Печатающие устройства для вывода информации из ЭВМ. М., ВИМИ, 1973.
24. Практикум по математическому моделированию экономических процессов в сельском хозяйстве. М., «Колос», 1975.
25. Речевые средства ввода—вывода данных для ЭВМ., ВИМИ, 1975.
26. Рубанов В. И. и др. Архитектура современных ЭВМ., ВИМИ, М., 1974.
27. Сергованцев В. Т., Бледных В. В. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. М., «Статистика», 1978.
28. Урмаев А. С. Практикум по моделированию на АВМ, М., «Наука», 1976.
29. Урмаев А. С. Основы моделирования на аналоговых вычислительных машинах. М., «Наука», 1974.
30. Фуруншиев Р. И. Вычислительная техника и ее применение (Уч. пособие). Минск., «Высшая школа», 1975.
31. Фуруншиев Р. И. Вычислительная техника (практикум). Минск, «Высшая школа», 1976.
32. ФОРТРАН. Под ред. Ющенко Е. Л. Киев, «Вища школа», 1976.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Раздел первый	
АНАЛОГОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ (АВМ)	
Глава I. Устройство и назначение	11
§ 1. Назначение и блок-схема	11
§ 2. Операционный усилитель	14
§ 3. Типичные нелинейные характеристики	31
§ 4. Основные эксплуатационные характеристики АВМ. Точность решения задач	35
Глава II. Подготовительные операции и методы решения инженерных задач на АВМ	38
§ 1. Методика подготовки к решению задач	38
§ 2. Приведение заданной системы уравнений к виду, удобному для моделирования	40
§ 3. Методы решения дифференциальных уравнений на электронных моделях	43
§ 4. Масштабные соотношения в машинах непрерывного действия	48
§ 5. Масштабирование по времени	51
Глава III. Решение инженерных задач на АВМ	52
§ 1. Настройка нулей в УПТ и индикация перегрузок	52
§ 2. Установка и расчет передаточных коэффициентов	53
§ 3. Составление структурной схемы решения задачи на АВМ	57
§ 4. Задание начальных условий	63
§ 5. Моделирование возмущающих воздействий	65
§ 6. Пример решения задачи на АВМ	68
	285

Раздел второй

ЦИФРОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ (ЦВМ)

Глава I. Цифровые вычислительные машины и их применение

74

- § 1. Структурная схема ЦВМ 78
- § 2. Математические основы ЦВМ. Понятие о системе счисления 95
- § 3. Понятие о прямом, дополнительном и обратном кодах, применяемых в ЦВМ 98
- § 4. Выполнение арифметических действий над числами в ЦВМ 99
- § 5. Форма представления чисел в ЦВМ 103
- § 6. Элементы математической логики 105
- § 7. Элементы и узлы цифровых вычислительных машин 111
- § 8. Элементы ЦВМ в микроминиатюрном исполнении 114
- § 9. Единая система электронных вычислительных машин (ЕС, ЭВМ) 118

Глава II. Клавишные вычислительные машины и их применение

126

- § 1. Основные принципы устройства и развития клавишных машин 126
- § 2. ЭКВМ «Электроника-ДД» 130
- § 3. ЭКВМ «Искра-111» 134
- § 4. ЭКВМ «Искра-122» 138

Раздел третий

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ В ИНЖЕНЕРНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Глава I. Подготовка задач для решения на цифровых вычислительных машинах

145

- § 1. Методика подготовки и решения задач на ЦВМ 145
- § 2. Способы описания алгоритмов 147
- § 3. Программирование в символических и условных адресах 151
- § 4. Стандартные подпрограммы 159
- § 5. Автоматизация программирования 161

Глава II. Алгоритмический язык ФОРТРАН

165

- § 1. Алфавит языка и типы данных 165
- § 2. Первичные структуры языка 166
- § 3. Операторы 172
- § 4. Невыполняемые операторы 181
- § 5. Процедуры языка ФОРТРАН 184
- § 6. Технологический процесс обработки информации на ЭВМ на алгоритмическом языке ФОРТРАН 186

Глава III. Решение задач оптимизации	212
§ 1. Основная задача линейного программирования	212
§ 2. Симплекс-метод	216
§ 3. Метод искусственного базиса (М-метод)	222
§ 4. Задача о размещении комбикормовых заводов	226
§ 5. Задача планирования оптимального состава и использования машинно-тракторного парка	230
§ 6. Задача размещения ремонтных предприятий	237
§ 7. Транспортная задача	254
§ 8. Понятие о динамическом программировании	265
§ 9. Задачи массового обслуживания и теории надежности	271
Приложение	276
Указатель литературы	283

**Иван Иванович Мартыненко,
Владимир Иосифович Саркисян**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
В ИНЖЕНЕРНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ
РАСЧЕТАХ**

Редактор *Л. М. Рунова*
Художественный редактор *З. П. Зубрилина*
Технический редактор *Н. А. Никонова*
Корректор *Н. Я. Туманова*

ИБ № 1456

Сдано в набор 15.06.79. Подписано к печати 04.03.80.
Т—01666. Формат 84×108¹/₃₂. Бумага тип. № 2.
Гарнитура литературная. Печать высокая.
Усл. печ. л. 15,12. Уч.-изд. л. 14,65. Изд. № 134.
Тираж 25 000 экз. Заказ № 1899. Цена 85 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Колос», 107807, ГСП,
Москва, Б-53, ул. Садовая-Спасская, 18.

Московская типография № 11 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательства, полиграфии
и книжной торговли.
Москва, 113105, Нагатинская ул., д. 1.

