

518

3-459

681

М. А. ЗГУТ

**ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ
ЛИНЕЙКА
В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ
РАСЧЁТАХ**

454454



**ИЗДАТЕЛЬСТВО
„С В Я З Ъ“
1966 г.**

Содержание

Предисловие	3
Шкалы логарифмической линейки и запись приёмов вычислений	5
Логарифмирование, потенцирование и отсчёт на шкалах	8
Возведение в квадрат и извлечение корня квадратного	11
Правила определения значности результата	14
Возведение в куб и извлечение корня кубического	18
Произведение двух чисел	19
Частное двух чисел	24
Обратная шкала и выполнение с её помощью операций умножения и деления	26
Умножение и деление на шкалах квадратов	31
Комбинированные вычисления	37
Выполнение операций с тригонометрическими величинами	44
Служебные отметки на шкалах и визире	54
Пересчёт ранее выполненного расчёта	58
Пропорциональные ряды, табличные расчёты	61
Операции с комплексными числами	67
Сложение и вычитание на логарифмической линейке	73
Расчёт параметров и резонансной частоты контуров	79
Расчёт показательных функций	85
Использование логарифмической линейки для графического иллюстрирования результатов расчётов	91
Приложения	92

2—2—4

92—66

Моисей Абрамович Згур

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙКА В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Обложка художника М. Г. Кольцова

Отв. редактор Б. А. Романов
Редактор Е. С. НовиковаТехн. редактор К. Г. Маркоц
Корректор Т. А. Васильева

Сдано в набор 4/III 1966 г.

Подписано в печ. 11/VI 1966 г.

Форм. бум. 60×84/16 7,25 печ. л.

6,74 усл.-п. л. 6,22 уч.-изд. л.

Т-09208 Тираж 75 000 экз. (40+35)

Зак. изд. 12001 Цена 32 коп.

Издательство «Связь», Москва-центр, Чистопрудный бульвар, 2

Типография издательства «Связь» Комитета по печати при Совете Министров СССР,
Москва-центр, ул. Кирова, 40. Зак. тип. 170

Предисловие

Для облегчения вычислений существует множество приборов, начиная от счётов и кончая современными «думающими» громадинами — электронными вычислительными машинами. Среди всех этих приборов логарифмическая линейка выглядит более чем скромно, и тем не менее ею пользуется очень большое число людей. Логарифмическую линейку ценят за компактность, простоту и надёжность. При бережном обращении ею можно пользоваться десятки лет.

Правда, точность вычислений на логарифмической линейке невысока: погрешности расчётов могут достигать 2—3%. Однако на практике множество расчётов и нельзя выполнить точнее, так как сами исходные величины известны с такими же погрешностями, особенно в прикладной электронике. Например, параметры полупроводниковых приборов, по данным заводов-изготовителей, могут иметь разброс $\pm 10\%$ и больше. Основную массу резисторов и конденсаторов выпускают с допусками $\pm 5\%$ и $\pm 10\%$. Показания значительного числа измерительных приборов верны с погрешностью $\pm 1\%$, $\pm 2\%$, $\pm 5\%$.

Каждый год десятки тысяч студентов впервые берут в руки логарифмическую линейку. Однако далеко не все, овладевшие азами вычислений на этом приборе, утруждают себя освоением техники комбинированных вычислений и упускают значительную часть преимуществ, которые могли бы получить, особенно при однотипных расчётах.

Настоящая книга рассчитана на студентов и инженерно-технических работников, занимающихся расчётами в области электроники. Объяснения в ней ведутся в основном с помощью условных графических схем вычислений, которые рассчитаны на зрительную память, натренированную в запоминании радиосхем. Поскольку значительное число студентов овладевает знаниями в системе заочного обучения, автор счёл необходимым привести целый ряд полезных советов, известных практикам, но обычно отсутствующих в руководствах, например, специфические приёмы расчёты таблиц, методику производства пересчётов и др.

Книга имеет два приложения. Первое из них — это шкалы двойных логарифмов, которые читатель может вырезать и наклеить на торец своей линейки и таким образом существенно расширить круг возможных расчётов. Второе приложение — справочник схем по простым и комбинированным вычислениям. Пользуясь им, можно легко восстановить в памяти разобранные, но забытые приёмы вычислений. Справочник имеет такую форму и размеры, которые позволяют хранить его в футляре логарифмической линейки вместе с последней и, таким образом, всегда иметь под руками.

Автор надеется, что методика изложения и особенно широкое применение схем вычислений, отличающие эту книгу от других подобного рода, облегчат читателям освоение логарифмической линейки и использование её наиболее целесообразным способом.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность Б. А. Романову, который не только исключительно тщательно просмотрел всю рукопись и дал ряд советов по её содержанию и оформлению, но также представил материал из собственной брошюры, изданной во ВЗЭИС в 1962 г. Этот материал был использован автором для существенного пополнения главы, посвящённой работе с комплексными числами.

Автор

Шкалы логарифмической линейки и запись приёмов вычислений

Логарифмическая линейка состоит из *корпуса, движка и визира* (бегунка) (рис. 1). На лицевой стороне линейки, частично на корпусе, частично на движке, расположены шкалы в следующем порядке¹⁾.

Снизу у самого края расположена *шкала логарифмов* — единственная из всех, имеющая отметки через равные интервалы. Выше её находится *шкала первых степеней*, которую иногда называют также основной. Точно такая же шкала над ней на лицевой стороне движка называется *шкалой первых степеней движка*; средняя шкала — *обратной*, а верхняя — *шкалой вторых степеней (квадратов) движка*. Одинаковая с ней шкала на корпусе называется соответственно *шкалой вторых степеней корпуса*. Наконец, самой верхней является *шкала третьих степеней (кубов)*. На обратной стороне движка имеется три шкалы (снизу вверх): *тангенсов, синусов и тангенсов малых углов* (меньше $5^{\circ}43'$) и *синусов* (для углов больше $5^{\circ}43'$). В дальнейшем для краткости будем обозначать шкалы буквами и римскими цифрами, как показано в таблице к рис. 1. На торце некоторых линеек расположены шкалы двойных логарифмов A_1 и A_{10} . Подробно об этих шкалах рассказано на стр. 85.

Начинающий изучать логарифмическую линейку встречается с проблемой: как записать тот или иной приём вычисления. Словесная запись требует много времени, плохо запоминается и не наглядна. Во всех отношениях гораздо удобнее пользоваться графической записью таких приёмов, рассчитанной на зрительную память. Такая запись особенно удобна для тех, чья зрительная память хорошо натренирована длительной практикой запоминания радиосхем.

¹⁾ Имеется ряд линеек, особенно иностранного производства, в которых порядок расположения шкал изменён и, кроме того, добавлено несколько дополнительных шкал.

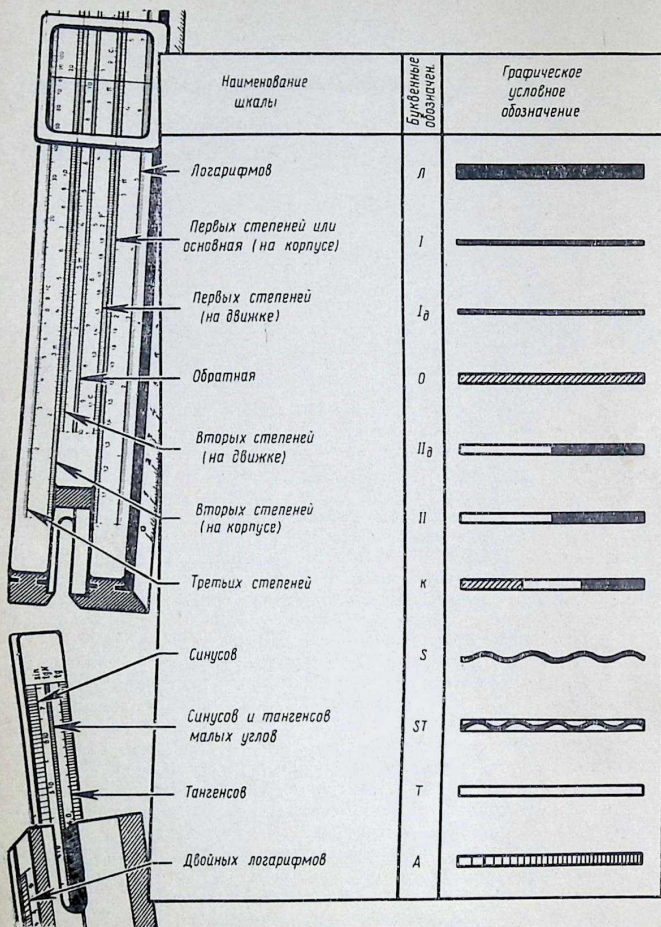


Рис. 1. Расположение шкал на логарифмической линейке и их условные обозначения

Схемная запись приёмов вычислений, использованная в дальнейшем, отличается простотой и удобством начертания условных схем. Её основные особенности заключаются в том, что:

1. Отдельные шкалы логарифмической линейки условно изображают линиями разного характера (см. таблицу к рис. 1). Так, шкала первых степеней I , которой пользуются чаще других, обозначена тонкой прямой линией (простейший символ). В условном обозначении шкал квадратов (II , II_d) хорошо отражено, что каждая из них состоит из двух одинаковых частей. Аналогичным образом в условном обозначении шкал кубов (K) графически указано наличие трёх одинаковых частей. Шкалу синусов изображает волнистая линия, напоминающая синусоиду.

2. Расположение нужных чисел на шкалах в схематической записи указывают стрелками. Очередность отсчёта чисел отмечают количеством «перьев» на «наконечнике» стрелки (рис. 2). При большом числе перьев их целесообразно группировать по три. Зрение человека устроено так, что с одного взгляда можно сосчитать не более трёх предметов, а опознание большего количества требует уже некоторой логической работы. Например, четыре предмета узнают, как две пары.

3. Место расположения окончательного результата вычисления отмечают зачернённым «наконечником» в форме треугольника. Если необходимо указать ещё и некоторый промежуточный результат, то его отмечают стрелкой с незачернённым «наконечником».

4. Все числа, исходные в вычислении, обводят кружком или овалом, все результаты — прямоугольной рамкой.

5. В тех случаях, когда вычисление нельзя выполнить в один приём, приводится нужное число схем последовательных этапов вычислений.

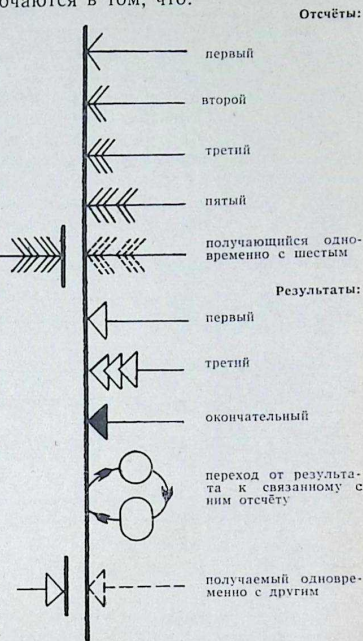


Рис. 2. Условные знаки для обозначения места размещения чисел и последовательности их отсчёта

Логарифмирование, потенцирование и отсчёт на шкалах

Логарифмом числа называют степень, в которую необходимо возвести основание, чтобы получить число. Например, если $100 = 10^2$, то $\lg_{10} 100 = 2$. В десятичных логарифмах основанием служит число 10, в натуральных — число 2,718282.

Шкала логарифмов L имеет деления, разделённые равными интервалами, т. е. является равномерной. Она содержит десять крупных делений, обозначенных цифрами от 0 до 10. Каждое из них закрывает интервал, разбитый на десять более мелких. В свою очередь, каждый мелкий интервал содержит пять ещё более мелких интервалов. Длина одного крупного интервала в наиболее широко распространённом типе логарифмических линеек составляет 25 мм, или, иначе, масштаб этой шкалы 1:25.

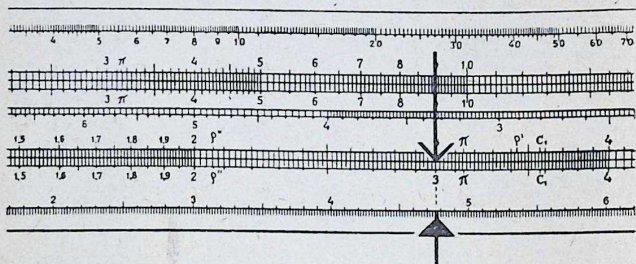


Рис. 3. Пример логарифмирования

Основная шкала I неравномерна. На ней в определённом масштабе отложены отрезки, соответствующие десятичным логарифмам чисел от одного до десяти, но против пометок этой шкалы обозначены не логарифмы чисел, а сами эти числа. Масштаб шкалы I тоже 1:25. Таким образом, шкалы I и L имеют одинаковые длину и масштаб. Кроме того, они совмещены своими началами и концами. Поэтому против любой пометки шкалы I на шкале L можно отсчитать длину отрезка, который выражает логарифм числа, представленного этой пометкой. Например, против числа 3,00 на шкале I можно прочесть на шкале L величину его десятичного логарифма 0,477 (рис. 3). Пользуясь этой парой шкал, можно решать и обратную задачу: по логарифму числа, взятому на шкале L , находить само число (его иногда называют антилогарифмом) по противстоящей отметке на шкале I . Таким образом, эти две шка-

лы, всегда неизменно расположенные одна относительно другой, образуют пересчётный график (номограмму).

Схемы выполнения операций логарифмирования и потенцирования приведены на рис. 4.

Словами эти операции можно записать следующим образом. *Схема а.* Берём (устанавливаем визирную линию) по шкале первых степеней число a и под этой же визирной линией, но уже по шкале логарифмов отсчитываем мантиссу числа a . *Схема б.* Берём по шкале L мантиссу логарифма числа a и над ним по шкале I отсчитываем значащие цифры числа a . Не забывайте только точно устанавливать визирную линию.

При определении логарифма или антилогарифма очень важно не ошибиться в отсчёте делений, особенно по шкале I . Эта шкала неравномерна, значения интервалов между делениями или, как говорят, *цена деления*, по её длине неодинаковы. В радиотехнических приборах и аппаратах большей частью приходится иметь дело с равномерными шкалами, и отсчёт по неравномерным логарифмическим шкалам первое время потребует усиленного внимания.

Шкала I начинается не с нуля, как привычно, а с единицы. Это и естественно, так как $\lg 1 = 0$. Взять (т. е. установить визиром) на логарифмической шкале I нуль невозможно, так как $\lg 0 = -\infty$.

Известно, что при перестановке запятой в числе у логарифма этого числа изменяется только характеристика, а мантисса остаётся неизменной, например:

$$\begin{aligned}\lg 2 &= 0,301, \\ \lg 20 &= 1,301, \\ \lg 2000 &= 3,301, \\ \lg 0,2 &= \bar{1},301, \\ \lg 0,002 &= \bar{3},301.\end{aligned}$$

Выше было отмечено, что на шкале I отложены отрезки, пропорциональные логарифму чисел от 1 до 10. Теперь можно сказать, что на этой шкале отложены мантиссы логарифмов любых вещественных чисел, не оговаривая заранее порядок этих чисел (понятие порядка числа, рассмотрено подробно на стр. 15). В таком случае число 2 на шкале I может означать и 2, и 2000, и 0,002. В свете подобных рассуждений очевидно, что на шкале L расположены не логарифмы чисел от 1 до 10, а только мантиссы логарифмов, но уже любых вещественных чисел.

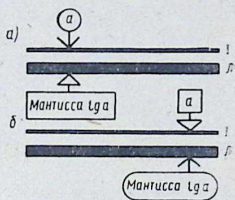


Рис. 4. Схемы: а) логарифмирования, б) потенцирования

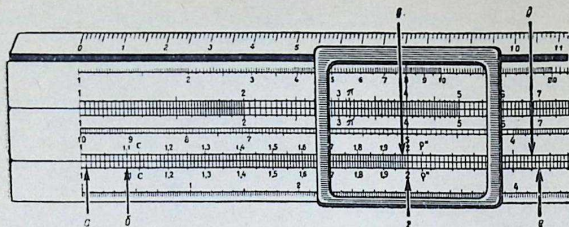
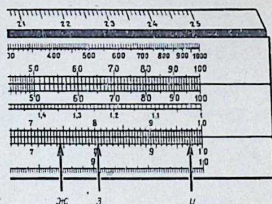


Рис. 5. Примеры отсчёта на шкале первых степеней



Таким образом, на логарифмической шкале числа читают и отсчитывают, не интересуясь сначала местом расположения запятой. Это место находят позже и отдельно. Так, например, соответственно пометкам на рис. 5, числа нужно отсчитывать следующим образом:

Пометка	Отсчёт	Числовая запись	Пометка	Отсчёт	Числовая запись
а	один—нуль—один	101	е	два—шесть—четыре	264
б	один—один	11	ж	семь—четыре—пять	745
в	один—девять—восемь	198	з	восемь—нуль—пять	805
г	два	2	и	девять—семь—пять	975
д	два—шесть	26			

Эти цифры часто называют значащими.

При отсчёте третьей значащей цифры иногда приходится располагать визирную линию между делениями и производить оценку интервалов «на глаз». Для того чтобы при этом ошибаться меньше, рекомендуется мысленно, в зависимости от положения визирной линии, разбивать интервал между двумя соседними штрихами на две, три или четыре равные части, как показано на рис. 6. Можно принять, не допуская большой погрешности, что на таком малом интервале мелкие деления располагаются равномерно.

Осуществляя подобные отсчёты, нужно приучать себя располагать визирную линию всегда точно, учитывая, что всякое заметное на глаз смещение её сказывается на точности окончательного результата¹⁾.

Легко заметить, что имеется определённая закономерность в длине штрихов шкал логарифмической линейки. Чем «старше по рангу» деление, тем более длинным штрихом оно отмечено, а деления равного значения имеют штрихи равной длины. Это облегчает отсчёт. После некоторой практики взгляд сначала «цепляется» за штрих, помеченный цифрой (самый «старший по рангу»), затем за более мелкий и т. д.

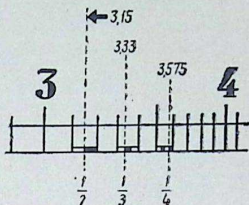


Рис. 6. Деление интервалов «на глаз»

Задание 1. По числам найти логарифмы, а затем по логарифмам — числа. Это и последующие задания следует выполнять в следующем порядке: закрыть листком бумаги все ответы и производить нужные операции, записывая результат. Затем сверить ответы и, если они не сойдутся, повторить вычисление, разыскивая причину ошибки.

Число	Логарифм числа	Число	Логарифм числа	Число	Логарифм числа	Число	Логарифм числа
23,4	1,369	11,05	1,043	0,201	$\bar{1},303$	521	2,717
8,25	0,916	4,03	0,605	0,0525	$\bar{2},720$	0,00807	$\bar{3},907$
20,5	1,312	97,2	1,988	0,000325	$\bar{4},512$	0,0243	$\bar{2},385$
373	2,572	701	3,846	0,983	$\bar{1},992$		
1590	3,201	4160	3,619	10,45	$\bar{1},019$		

Возведение в квадрат и извлечение корня квадратного

Шкала вторых степеней II так же, как и шкала I, неравномерна, так как построена по логарифмическому закону: она состоит из двух одинаковых половин с цифрами у делений каждой половины от 1 до 10 (в некоторых линейках вторая половина этой шкалы помечена цифрами от 10 до 100). Для того чтобы уяснить связь

¹⁾ Для уменьшения погрешности от параллакса отсчёта рекомендуется при каждом отсчёте располагать линейку так, чтобы визирная линия находилась на равном расстоянии от обоих глаз.

между пометками шкал *II* и *I*, обратимся сначала к двум обычным равномерным шкалам с масштабом, различающимся ровно вдвое (рис. 7), начала которых совмещены. Легко видеть, что числам нижней линейки противостоят вдвое большие числа верхней. Масштабы шкал *I* и *II* логарифмической линейки также различаются ровно вдвое. Так как хорошо известно, что

$$2\log a = \log a^2 \text{ и } \frac{1}{2} \log a = \log \sqrt{a},$$

то против всех чисел шкалы *I* на шкале *II* располагаются квадраты этих чисел и, наоборот, против чисел шкалы *II* на шкале *I* располагаются их корни. Например, против числа 2,5, взятого на шкале *I*, на шкале *II* получим число шесть—два—пять ($6,25=2,5^2$), а под числом 9 шкалы *II* находится на шкале *I* число 3 ($\sqrt{9}=3$). Поэтому шкала *II* и называется шкалой вторых степеней, или шкалой квадратов.

Операцию возведения в квадрат можно условно выразить схемой рис. 8а, т. е. квадрат числа, взятого на шкале *I*, при помощи черты визира находят на шкале *II*. Легко заметить, что если числа, возводимые в квадрат, лежат в интервале от 1 до 10, то результат получается в пределах от 1 до 100 ($1^2=1$; $3^2=9$; $4^2=16$; $10^2=100$). Более того, квадраты этих чисел имеют величину от 1 до 10, если они отсчиты-

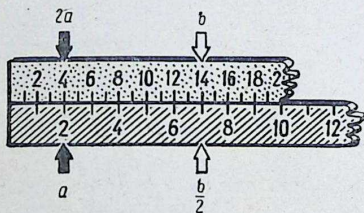


Рис. 7. Соотношение делений на равномерных шкалах разного масштаба

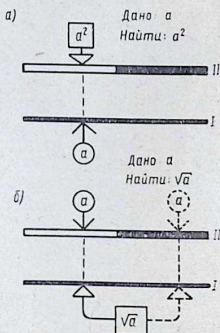


Рис. 8. Схемы вычисления: а) квадрата числа, б) корня квадратного

ваются в левой половине шкалы *II* (например, $3^2=9$), и в интервале от 10 до 100, если в правой половине (например, $5^2=25$). Поэтому-то часто правую половину (правую подшкалу) шкалы *II* оцифровывают в десятках, а не в единицах.

При возведении в квадрат чисел 2,3 и 7,26 на шкале *II* получается один и тот же результат: пять—два—девять. Но для числа

2,3 он лежит в левой, а для числа 7,26 — в правой подшкале. Значит, $2,3^2=5,29$, а $7,26^2=52,9$.

В тех случаях, когда число, возводимое в квадрат, меньше единицы или больше десяти, его можно представить в виде простого числа, умноженного на соответствующую степень десяти, например, $(7260)^2 = (7,26 \cdot 10^3)^2 = 7,26^2 \cdot (10^3)^2 = 52,9 \cdot 10^6$. Число 52,9 вычисляется на линейке, всё остальное можно делать в уме. Аналогичным образом выполняется вычисление: $(0,0726)^2 = (7,26 \cdot 10^{-2})^2 = 7,26^2 \cdot 10^{-4} = 52,9 \cdot 10^{-4} = 5,29 \cdot 10^{-3}$. Этот приём основан на том, что квадрат произведения равен произведению квадратов сомножителей.

Подобная форма представления чисел вообще удобна, так как позволяет очень легко получить и примерную величину результата возведения в степень. Ведь гораздо легче представить себе, чему равен квадрат семи «с чем-то», нежели квадрат семи тысяч. Кроме того, на этом методе основывается, как будет показано дальше, ряд способов определения места запятой в числе, которое получается в результате вычислений.

Отметим, что цена многих делений шкалы квадратов иная, чем шкалы первых степеней, так как эти шкалы имеют разные масштабы. На первых порах это обстоятельство часто служит причиной ошибок.

Задание 2. Возвести числа в квадрат

N	N^2	N	N^2	N	N^2
1,01	1,02	12,4	$1,54 \cdot 10^2$	0,015	$2,25 \cdot 10^{-4}$
1,12	1,25	17,6	$3,10 \cdot 10^2$	0,182	$3,31 \cdot 10^{-2}$
1,36	1,85	19,3	$3,72 \cdot 10^2$	0,00273	$7,45 \cdot 10^{-6}$
1,98	3,92	215	$4,20 \cdot 10^4$	0,00375	$14,1 \cdot 10^{-6}$
2,03	4,12	275	$7,56 \cdot 10^4$	0,341	$11,6 \cdot 10^{-2}$
2,45	6,00	314	$9,86 \cdot 10^4$	0,412	$17,0 \cdot 10^{-2}$
4,15	17,2	431	$18,6 \cdot 10^4$	0,541	$29,3 \cdot 10^{-2}$
4,55	20,7	587	$34,5 \cdot 10^4$	0,712	$50,7 \cdot 10^{-2}$
5,25	27,6	774	$59,9 \cdot 10^4$	0,0886	$78,5 \cdot 10^{-4}$
7,15	51,1	8250	$68,1 \cdot 10^6$	0,00093	$86,5 \cdot 10^{-8}$
8,42	70,9	94600	$89,5 \cdot 10^8$	0,0964	$93,0 \cdot 10^{-4}$
9,38	88,0	969000	$93,9 \cdot 10^{10}$	0,995	$99,0 \cdot 10^{-2}$

Извлечение корня квадратного представляет собой операцию, обратную возведению в квадрат, и может быть представлено схемой рис. 86. Пусть, например, нужно извлечь корень квадратный

из числа 9,5. В какой половине шкалы II его нужно брать? Если взять его в левой подшкале, то $\sqrt{9,5}=3,42$, а если — в правой, то $\sqrt{9,5}=9,75$. В данном случае не возникает сомнений, что подкоренное число следует брать на левой подшкале. Это и естественно, так как по приведённым выше соображениям можно считать, что она содержит числа в интервале от 1 до 10. В этом интервале находится и число 9,5. Если бы подкоренным оказалось число 95, то по тем же рассуждениям его следовало взять в правой подшкале. Действительно, $\sqrt{95}=9,75$.

Если подкоренное число меньше единицы или больше сотни, то прежде чем осуществлять извлечение корня, нужно так преобразовать это число, чтобы оно было представлено двумя частями. Первая из них должна быть не меньше единицы и не больше ста, а вторая — составлять некоторую степень десяти. Имея в виду, что из второй части придётся извлекать квадратный корень, следует заранее взять степень десяти чётной. Фактически, это равноценно разбиванию числа на грани по две цифры в каждой. В самом деле:

$$\sqrt{6,25} = 2,5;$$

$$\sqrt{62,5} = 7,91;$$

$$\sqrt{6250} = \sqrt{62,5 \cdot 10^2} = \sqrt{62,5} \cdot \sqrt{10^2} = 7,91 \cdot 10 = 79,1;$$

$$\sqrt{62500} = \sqrt{6,25 \cdot 10^4} = \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{10^4} = 2,5 \cdot 10^2 = 250;$$

$$\sqrt{0,00625} = \sqrt{62,5 \cdot 10^{-4}} = \sqrt{62,5} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 7,91 \cdot 10^{-2} = 0,0791;$$

$$\sqrt{0,0625} = \sqrt{6,25 \cdot 10^{-2}} = \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{10^{-2}} = 2,5 \cdot 10^{-1} = 0,25;$$

Для закрепления навыков следует попрактиковаться в извлечении корня квадратного, используя данные задания 2.

Правила определения значности результата

В предыдущей главе, разбирая приёмы вычисления корня квадратного, пришлось сформулировать правила или приёмы рассуждений для определения места расположения запятой, или, как говорят, значности результата. Аналогичные и даже более сложные правила пришлось бы формулировать и для других операций. Однако такие правила трудно запоминать, тем более, что их набирается много. В практике вычислений подобными правилами редко кто пользуется, особенно если приходится определять значность результата цепочки последовательных вычислений.

Длительная практика работы со счётной линейкой привела к повсеместному применению *метода прикидок*, т. е. грубо приближённых и упрощённых вычислений, направленных в основном только на определение хотя бы примерной величины результата.

Собственно методом прикидок мы фактически уже начали пользоваться в конце предыдущей главы.

Основой метода прикидок является работа с числами, представленными в «нормальной» форме (нормализованными). Любопытно, что в ряде больших электронно-вычислительных машин (машин с «плавающей запятой») используется именно такая система представления чисел, поскольку она обеспечивает хорошую точность вычислений и большой диапазон представляемых чисел.

Для того чтобы разобрать идею нормализации, рассмотрим какое-либо конкретное число, например 1062. Оно может быть записано не только так, но и в бесконечном количестве иных форм, например, в следующих:

1062

106,2·10

10,62·10²

1,062·10³

0,1062·10⁴

0,001062·10⁶

и т. д.

Общим для всех этих форм является то, что заданное число в них представлено двумя частями — сомножителями, причём второй сомножитель обязательно является определённой степенью десяти. *Нормализованным* будем называть число, выраженное двумя сомножителями, из которых первый равен или больше единицы и меньше десяти, а второй представляет определённую целую степень десяти. В разобранном примере нормализованным можно назвать только то число, которое записано в форме

1,062·10³

Первую часть нормализованного числа, которая в данном примере составляет 1,062, назовём «мантиссой» (от латинского «прибавка»). Показатель степени второй части числа (в данном примере это 3) принято называть порядком числа¹⁾.

Всё сказанное относится в основном к терминам и названиям, которые, однако, нужно понимать чётко и правильно, чтобы хоро-

¹⁾ Понятие «порядок» получило сейчас широкое распространение и используется не только в математике, но проникло во множество областей знания. Часто можно услышать, как про некоторую величину говорят, что она «того же порядка», что и другая. Это значит, что указанные величины различаются только мантиссой, т. е. не более чем в 10 раз. Так же ясен смысл выражения, когда речь идёт о разнице, например, на два или три порядка. Что же касается понятия «мантисса», то в обычной практике его применяют реже в основном при оценке «логарифма» числа.

шо разобраться в последующих объяснениях и, в частности, в объяснениях, касающихся метода прикидок.

Задачей прикидки является определение порядка результата. Рассмотрим конкретную задачу. Пусть, например, требуется определить порядок величины результата такого выражения:

$$X = \frac{2,75 \cdot 1062}{\pi^2 \cdot 0,00082}.$$

Сначала нормализуем все числа, входящие в правую часть равенства:

$$X = \frac{2,75 \cdot 1,062 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 8,2 \cdot 10^{-4}}.$$

Теперь округлим все мантиксы до ближайших целых чисел:

$$X \approx \frac{3 \cdot 10^3}{10 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}.$$

Эта приближённая дробь состоит из таких простых чисел, что не составит труда подсчитать её величину в уме и определить степень десяти:

$$X \approx 0,4 \cdot 10^6 \approx 4 \cdot 10^5.$$

Число $4 \cdot 10^5$ и есть результат прикидки. Если этот же расчёт произвести «точно» при помощи логарифмической линейки, то получим результат: три—шесть—один. Сопоставив его с результатом прикидки, можно с уверенностью утверждать, что правильный ответ в данном случае будет $3,61 \cdot 10^5$, так как мантикка результата не может иметь величину ни 361, ни 0,361.

Для того чтобы впоследствии, производя проверки или отыскивая ошибки, легче было разобраться в записи вычислений, часто всё, что относится к прикидке, помещают в прямоугольные скобки. Кроме того, конечно, запись делают не так подробно, а примерно в следующем виде:

$$X = \frac{2,75 \cdot 1062}{\pi^2 \cdot 0,00082} = \left[\frac{3 \cdot 10^3}{10 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^5 \right] = 3,61 \cdot 10^5.$$

В нарушение формальных правил математики здесь все равенства записаны, как точные, хотя все они являются приближёнными. Однако на такое нарушение обычно идут, имея в виду простоту записи и вообще учитывая, что все вычисления на логарифмической линейке являются неточными.

Важно не изменять последовательности записи чисел, чтобы впоследствии, при проверке, легко было найти, какому из «точных» соответствует каждое приближённое число.

187454
Делать прикидку нужно самым грубым образом, не стремясь к получению хотя бы приближённо верного результата, а преследуя единственную цель: определить порядок числа. Так, в приведённом примере число $0,00082$ ещё правильнее было округлить не до $8 \cdot 10^{-4}$, а просто до 10^{-3} . Тогда результат прикидки было бы найти ещё проще, и, хотя он получился бы равным $3 \cdot 10^5$, это нисколько не помешало бы выяснить порядок результата вычислений.

Метод прикидок экономит время, уменьшает вероятность ошибок, особенно при комбинированных вычислениях, а главное — не вызывает необходимости запоминать большое число правил по определению порядка результата. При выполнении некоторых простых операций можно обходиться даже без записи прикидки, если исходить из некоторых конкретных обстоятельств, зависящих от вида операций. Например, при возведении чисел во вторую степень, как указывалось, можно исходить из того, что если на шкале I расположены числа от 1 до 10, то на шкале II — от 1 до 100.

Для того чтобы больше не возвращаться к системе записи при вычислениях, нужно остановиться ещё на одной рекомендации.

Обычно при технических вычислениях расчёт ведут по формулам, в которых отдельные величины должны быть выражены во вполне определённых единицах. В связи с этим часто происходят ошибки вследствие неправильного выбора единиц при подстановке чисел. В других случаях результат вычислений получается неудовлетворительным по причине неудачного выбора исходных данных. Короче говоря, по разным поводам приходится проверять или пересчитывать уже проделанные расчёты. Строгая система записи этих расчётов значительно облегчает проверку и перерасчёт, особенно при пользовании счётной линейкой. Нет слов, что все записи должны вестись чётко, разборчивым почерком, должно строго соблюдаться «эшелонирование» при дробных выражениях — это общие и прописные истины. Речь идёт о другом. Практика показывает, что самым рациональным является следующий порядок записи:

- 1) наименование искомого результата или № формулы;
- 2) сама формула в буквенной записи;
- 3) подстановка чисел в формулу. Числа при этом нужно записывать на тех же местах, где расположены соответствующие буквенные обозначения формулы. Кроме того, множители для подстановки величин в нужных единицах должны быть записаны рядом с соответствующими числами;
- 4) прикидка порядка. Округлённые числа должны располагаться в тех же местах записи, что и точные;
- 5) результат вычислений с указанием размерности.

Примером записи, выполненной с соблюдением указанного порядка, может служить рабочая запись, приведённая на рис. 9.

В полную меру преимущество такой последовательности в записи вычислений станет понятным позже, после пояснения техники пересчёта, связанного с изменением исходных данных.

$$\begin{aligned}
 & \text{12 Индуктивность катушки} \\
 & L = \frac{2,53 \cdot 10^4}{C \cdot f^2} = \frac{2,53 \cdot 10^4}{220 \cdot 10^{-12} (650 \cdot 10^3)^2} = \\
 & = \left[\frac{3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,6^2 \cdot 10^6 \cdot 10^6} = 0,5 \cdot 10^3 \right] = \\
 & = 0,273 \cdot 10^3 \text{ мкГн} = 273 \text{ мкГн}
 \end{aligned}$$

Рис. 9. Пример правильной записи вычислений

Возведение в куб и извлечение корня кубического

Шкала третьих степеней, или кубов, K , расположенная в самом верху лицевой стороны счётной линейки, имеет масштаб втрое меньше масштаба шкалы I . Соответственно этому шкала K состоит из трёх одинаковых частей, и на ней располагаются отметки кубов чисел, противостоящих на шкале I . Схемы, приведённые на рис. 10а, поясняют процесс возведения в третью степень и извлечения корня кубического.

Определению значности результата, а также выбору подшкалы при извлечении корня кубического могут содействовать те соображения, что в первой подшкале шкалы K расположены числа от 1 до 10 (например, $2^3=8$), во второй — от 10 до 100 (например, $3^3=27$) и в третьей — от 100 до 1000 (например, $5^3=125$). При извлечении корня кубического нужно подкоренное число представлять в такой форме, чтобы степень десятки была кратной трём, т. е. фактически разбивать на грани по три цифры в каждой. В остальном работа со шкалой кубов мало

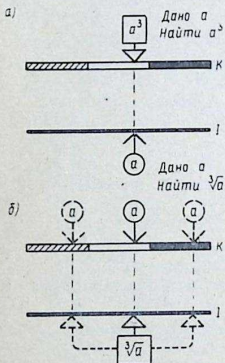


Рис. 10. Схемы возведения в куб (а) и извлечения корня кубического (б)

отличается от работы со шкалой квадратов. Вследствие меньшего масштаба на шкале K становится трудным отсчитывать уже третий знак.

Для приобретения устойчивых навыков в работе с этой шкалой следует выполнить задание 3, обращая особое внимание на то, что цена делений на этой шкале иная, чем на предыдущих.

Задание 3. Числа левых колонок возвести в третью степень, а затем из чисел правых колонок извлечь кубический корень.

N	N^3	N	N^3
3,16	31,6	815	$541 \cdot 10^6$
4,52	92,3	3410	$39,7 \cdot 10^9$
2,47	15,1	1685	$4,78 \cdot 10^9$
8,26	563,0	74,6	$415 \cdot 10^3$
6,43	266,0	0,0723	$378 \cdot 10^{-6}$
5,91	206,0	0,268	$19,25 \cdot 10^{-3}$
2,07	8,87	0,001025	$1,08 \cdot 10^{-9}$
1,84	6,23	0,664	$293 \cdot 10^{-3}$
5,11	133,0	0,0489	$117 \cdot 10^{-6}$

Произведение двух чисел

До сих пор подвергались разбору шкалы, расположенные на корпусе линейки, в результате чего их взаимное размещение не может быть изменено. Рассмотрим теперь операции, в которых используют шкалы как корпуса, так и движка.

Прежде всего, заметим, что шкала I_d отличается от шкалы I только местом своего размещения. Точно также одинаковы шкалы II и II_d .

Для того чтобы разобрать принципы работы со шкалами, которые могут быть взаимно смещены, начнём с простого. Если к линейке с равномерными делениями приложить другую линейку с такими же равномерными делениями (рис. 11а), то можно осуществить сложение отрезков и соответственно чисел, выражаемых этими отрезками. Подобным же образом можно производить вычитание отрезков (рис. 11б).

Шкалы I и I_d являются логарифмическими, отрезки, отложенные на них, пропорциональны логарифмам чисел, а из теории логарифмов известно, что

$$\log a + \log b = \log(ab) \text{ и } \log a - \log b = \log \frac{a}{b}.$$

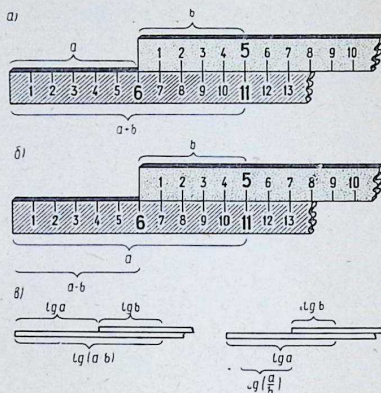


Рис. 11. Сложение (а) и вычитание (б) отрезков равномерных шкал, то же для логарифмических шкал (в)

Отсюда ясен метод получения произведения двух чисел, выраженный схемой рис. 12. Исходя из этой схемы, легко сформулировать последовательность манипуляций с линейкой, необходимых для перемножения двух чисел. Для того чтобы помножить число a на число b , нужно сдвинуть движок так, чтобы начало шкалы I_d (пометка 1) совместилось с числом a на шкале I , и далее установить визирную линию на число b на шкале I_d . Тогда против числа b на шкале I окажется произведение ab . Так, к примеру, можно получить произведения $2 \cdot 3 = 6$ или $3,5 \cdot 2,62 = 9,17$.

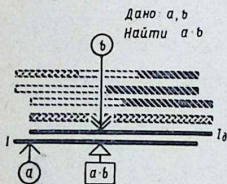


Рис. 12. Схема получения произведения двух чисел

Если, однако, таким же способом попытаться получить произведение

$X = (2,7 \cdot 7,1)$, то число 7,1, взятое на движке, окажется в той его части, которая выдвинута из корпуса и, так сказать, «висит в воздухе». Аналогичную картину можно наблюдать, если попытаться сложить числа 5 и 8 на линейках с равномерными делениями, но длиной 10 см. Как видно из рис. 13а, в этом случае результат сложения, пометка 13, получается за пределами нижней линейки. Если снизу приставить ещё одну, уже третью, линейку, показанную на рисунке пунктиром, то сумму 13 можно отсчитать против пометки 3 этой дополнительной линейки. Фактически, значения делений дополнительной линейки будут не от 1 до 10, а уже от 10 до 20. Однако из этого же рисунка видно, что нет необходимости применять третью линейку и что сложение можно выполнить посредством двух линеек. Нужно только против числа 5 установить не начало, а конец верхней линейки (рис. 13б). Правда, теперь результат сложения потребуется увеличить на 10.

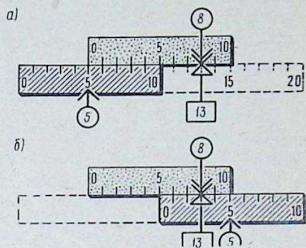


Рис. 13. Сложение на подвижных линейках с равномерными делениями и ограниченной длиной: подвижная линейка установлена на нужное деление началом (а) и концом (б)

При перемножении чисел с помощью логарифмических шкал нужно, очевидно, поступать аналогичным образом. В приведённом выше примере перемножения чисел $(2,7 \cdot 7,1)$ нужно на шкале I взять число 2,7, против него установить конец шкалы I_d , а произведение 19,2 отсчитать на шкале I против числа 7,1, взятого на шкале I_d (рис. 14). Такой приём, когда вместо начала устанавливаются конец шкалы, называют переброской движка. Переброска движка не меняет сути вычисления, и поэтому условимся не отмечать допустимости переброски на условных схемах, но всегда подразумевать её.

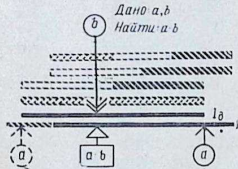


Рис. 14. Вместо начала к первому сомножителю можно подвести конец движка

Отметим попутно одно обстоятельство, не имеющее принципиального значения, но в некотором отношении способствующее рационализации работы на линейке. Поскольку от перемены мест сомножителей произведение не изменяется, то то же самое произведение можно получить, взяв число 7,1 на шкале I , а число 2,7 — на движке. Теперь движок не придётся выдвигать

из корпуса так далеко, как в предыдущем случае. Считается, что лица, хорошо умеющие считать на линейке, редко выдвигают движок больше чем на 20% его длины.

Порядок результата при перемножении можно определить несколькими способами, из которых чаще всего пользуются методом прикидок. Для последнего примера запись, вместе с записью прикидки, будет иметь следующий вид:

$$X = 2,7 \cdot 7,1 = [3 \cdot 7 = 21] = 19,2.$$

Для практики в приёмах умножения рекомендуется самостоятельно выполнить задание 4. Первые примеры этого задания записаны полностью с указанием прикидки. Все остальные даны без прикидки, в форме таблицы, в которой приведены ответы, получающиеся, если каждое число левой колонки последовательно перемножить на все числа верхней строки. При выполнении задания прикидки нужно делать и записывать для всех произведений.

Задание 4. Вычислить произведения:

- а) $146 \cdot 625 = [10^2 \cdot 5 \cdot 10^2 = 5 \cdot 10^4] = 9,12 \cdot 10^4$;
 б) $9,12 \cdot 0,00845 = [10 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-2}] = 7,71 \cdot 10^{-2}$;
 в) $7,71 \cdot 10^{-2} \cdot 298 = [8 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^2 = 24] = 22,98$.

Первый сомножитель	Второй сомножитель					
	0,564	4660	0,134	4,87	26,8	976
25,3	14,27	$1,18 \cdot 10^5$	3,39	123,2	678	24700
0,438	0,247	2040	0,0587	2,13	11,74	427
11,25	6,35	52400	1,507	54,8	302	11000
6,42	3,62	29900	0,86	31,3	172	62700
0,00905	0,0051	42,2	0,00121	0,0441	0,2425	8,83
1,93	1,09	9000	0,259	9,40	51,7	1884
7,12	4,02	33180	0,954	34,7	190,8	6950
3,57	2,01	16630	0,478	17,4	95,7	3480
8,28	4,67	38600	1,11	40,3	222	8080

Иногда удобно рассматривать шкалу с логарифмическими делениями, как небольшой участок бесконечно длинной логарифмической шкалы. Пусть некоторый интервал такой шкалы содержит числа от 1 до 10. Тогда левее его будет точно такой же интервал с границами от 0,1 до 1, а ещё левее — от 0,01 до 0,1 и т. д. В свою очередь, вправо будут размещаться участки шкалы: от 10 до 100,

от 100 до 1000, от 1000 до 10 000 и т. д. (рис. 15). Это легко представить и без рисунка, если вспомнить расположение отметок на шкале кубов. Подобная точка зрения позволяет рассматривать, например, умножение с помощью конца движка как переход на соседнюю шкалу с порядком чисел на один больше. Пользуясь

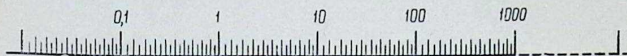


Рис. 15. Бесконечная логарифмическая шкала

этой же идеей при извлечении корня квадратного из числа 0,03 можно рассуждать так: левая половина шкалы квадратов содержит числа от 1 до 10. Следовательно, число 0,3 лежит на одну подшкалу левее, а число 0,03 — на две подшкалы левее. Если к логарифмической линейке приставить слева ещё одну, то число 0,03 должно оказаться на левой подшкале этой дополнительной линейки; поэтому число 0,03 для извлечения квадратного корня нужно брать на левой подшкале шкалы II (рис. 16).

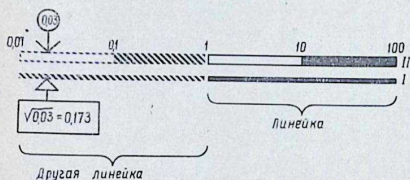


Рис. 16. Выбор подшкалы для извлечения корня квадратного

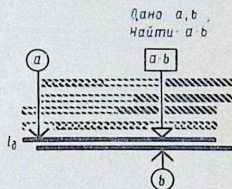


Рис. 17. Схема второго способа получения произведения

Способ умножения, разобранный выше, не является единственным. При комбинированных вычислениях иногда возникает необходимость получить произведение на шкале I_d , а не на шкале I . В этом случае перемножение приходится производить по схеме, представленной на рис. 17. Фактически здесь происходит такое же сложение отрезков, как и в разобранный выше способе, но сами отрезки располагаются иначе, так что суммарный отрезок оказывается на шкале движка. В целях приобретения навыков в этом приёме следует проделать часть примеров задания 4, но так, чтобы произведение отсчитывалось на шкале I_d .

Частное двух чисел

Основой операции деления на счётной линейке, как это было показано на рис. 11, является вычитание отрезков. Практически вычислить частное можно по любой из четырёх схем, приведённых на рис. 18. Однако первой из этих схем пользуются чаще, поэтому будем считать её основной. Остальные схемы пригодятся нам для некоторых приёмов комбинированных вычислений.

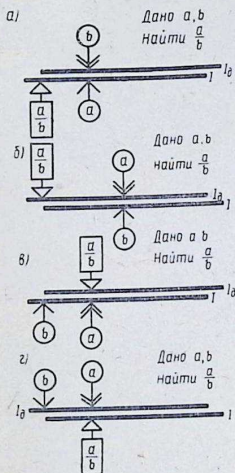


Рис. 18. Получение частного:

- а) на шкале I ; б) на шкале I_d ; в) делимое и делитель на шкале I , частное на шкале I_d ; г) обращённая схема (в)

По основному приёму, как видно из рис. 18а, для того, чтобы разделить число a на число b , нужно взять первое на шкале I , совместить с ним число b на движке и тогда против начала (или конца) шкалы I_d можно на шкале I отсчитать частное. Отрезок, представляющий в логарифмическом масштабе частное, равен разности отрезков, тоже в логарифмическом масштабе, делимого и делителя. Проверить этот приём можно на простейшем примере, разделив, скажем, 8 на 4.

Схема, приведённая на рис. 18б, даёт возможность получить частное на шкале движка и по сути мало чем отличается от схемы рис. 18а, представляя её обращение. Проверить правильность её можно хотя бы на том же простейшем примере.

В схеме рис. 18в как делитель, так и делимое отсчитываются на шкале I , а частное — на шкале I_d . При этом с числом b можно, в зависимости от того, как расположатся на шкале I числа, совмещать либо начало, либо конец движка. Здесь нет смысла особо останавливаться на причине, открывающей возможность такой замены — эта причина достаточно подробно была разобрана в схемах умножения чисел.

Наконец, в схеме рис. 18г делитель и делимое отсчитывают на движке, а частное — на корпусе. Эта схема является обращением предыдущей.

Техникой деления можно овладеть, только проделав определённый минимум упражнений. Поэтому нужно основным методом про-

делать все примеры задания 5, а остальными — хотя бы треть примеров для каждого. Записи нужно вести аккуратно, с прикидкой и иметь перед глазами схему.

Задание 5. Найти частное двух чисел:

а) $\frac{3,54}{1,9} = 1,863$; б) $\frac{4,24}{5,72} = 0,741$; в) $\frac{7,17}{12,21} = 0,587$; г) $\frac{12,21}{8,45} = 1,44$; д) $\frac{0,0815}{1092} =$
 $= \left[\frac{8 \cdot 10^{-2}}{10^3} = 8 \cdot 10^{-5} \right] = 7,46 \cdot 10^{-5}$; е) $\frac{74600}{0,245} = \left[\frac{7 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-1}} = 3,5 \cdot 10^5 \right] = 3,045 \cdot 10^5$;

ж) каждое из делимых разделить на все делители поочерёдно.

Делимое	Делитель			
	37,9	0,794	1,34	65,4
114,7	3,02	144,4	85,6	1,75
0,873	0,023	1,1	0,651	0,0133
2380	62,8	3000	1775	364
46,1	1,216	58,1	34,4	0,705
0,909	0,024	1,145	0,678	0,0139
596	15,73	751	445	9,11

В заключение обратим внимание на то, что при делении основным способом против конца шкалы I на шкале I_d оказывается величина, обратная искомому частному $\frac{a}{b}$, т. е. величина $\frac{b}{a}$. Это легко разобрать на схеме рис. 19а. На конце шкалы I имеется число 10, или, поскольку порядок нас сейчас не интересует, это всё

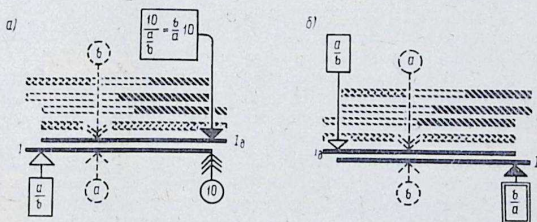


Рис. 19. Побочные результаты при делении:
а) по основному способу, б) по обращённому способу

равно, что единица. Частное $\frac{a}{b}$ на шкале I с этой единицей (или 10) занимают положение, соответствующее третьему способу деления. На движке получается результат деления: $1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$.

Такой же результат получается при делении по второму способу

Дано. a
Найти. $\frac{1}{a}$

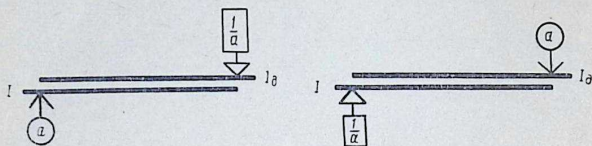


Рис. 20. Схемы получения обратных величин

(обращённому), только теперь обратный результат получается на шкале I (рис. 19б).

Вообще, на будущее можно учесть, что таким способом легко получать обратные величины (схемы рис. 20).

Обратная шкала и выполнение с её помощью операций умножения и деления

Обратная шкала O , расположенная посреди лицевой стороны движка, в отличие от всех иных шкал логарифмической линейки, идёт справа налево, хотя по масштабу и по отметкам является точной копией шкалы I_d .

Для того чтобы понять назначение этой шкалы, вернёмся опять к шкалам с равномерными делениями и рассмотрим рис. 21а. На нём изображены две одинаковые десятисантиметровые линейки, причём у верхней из них деления идут справа налево. Легко заметить, что сумма любой пары противостоящих друг другу цифр составляет 10. Это, если разобраться вполне естественно, так как сумма оцифрованных отрезков в любом случае равна общей длине каждой из линеек.

Шкалы I_d и O логарифмической линейки являются логарифмическими. Поэтому у их противостоящих отметок будет равна деся-

ти не сумма, а произведение. Следовательно, схема на рис. 21б даёт возможность решать задачи такого содержания: $ab=10$ или, иначе, $b=\frac{10}{a}=\frac{1}{a} \cdot 10$. Число 10 в правой части равенства сказывается на значности результата, но не оказывает влияния на значащие цифры. Поэтому можно утверждать, что числа на шкале O обратны противостоящим числам шкалы I_d и наоборот:

$$a = \frac{1}{b}; \quad b = \frac{1}{a};$$

$$c = \frac{1}{\frac{1}{c_0}} = \frac{1}{c_0}.$$

Здесь индекс O указывает, что число с этим индексом взято на обратной шкале.

Такая взаимосвязь чисел шкал I_d и O даёт возможность очень быстро вычислять табличные ряды значений обратных величин; например, по сопротивлениям находить проводимости:

$$G_1 = \frac{1}{R_1}; \quad G_2 = \frac{1}{R_2}; \quad \dots \quad G_n = \frac{1}{R_n}$$

или, наоборот, — по проводимостям сопротивлений.

Шкала обратных чисел, как и обычная шкала, позволяет производить операции умножения и деления. Так, например, чтобы умножить число a на число b , можно выполнить операцию: $ab =$

$$= \frac{a}{\frac{1}{b}} = \frac{a}{b_0}, \quad \text{т. е. вместо того, чтобы число } a \text{ множить на число } b$$

шкалы I_d , можно разделить его на то же число, но взятое на обратной шкале. Аналогично операцию деления одного числа на другое можно представить в виде

$$\frac{a}{b} = a \frac{1}{b} = ab_0,$$

т. е. заменить деление одного числа на другое умножением на то же число, взятое на обратной шкале.

Операции умножения и деления с помощью обратной шкалы представлены схемами на рис. 22а и б соответственно. Для запо-

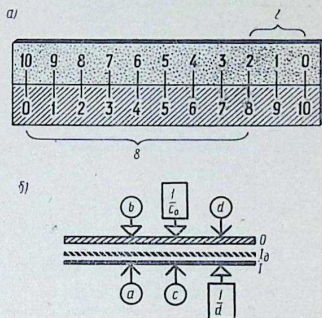


Рис. 21. Принцип использования обратной шкалы

минания приёмов вычисления рекомендуется фраза, бытующая у учащихся: «На обратной шкале всё нужно делать наоборот», т. е. когда нужно множить — делить и делить, когда требуется мно-
 а)

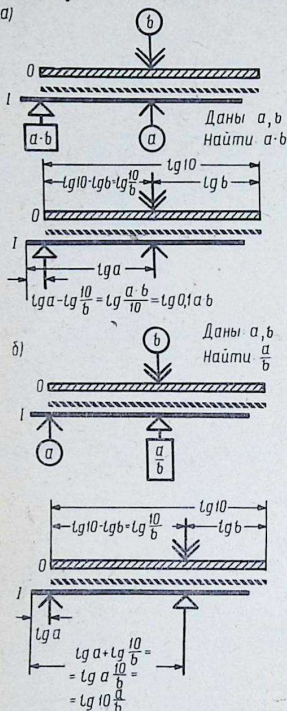


Рис. 22. Вычисления с применением обратной шкалы:
 а) умножение, б) деление

Для овладения техникой работы на обратной шкале следует выполнить задания 4 и 5, пользуясь обратной шкалой. Нужно только всё время не упускать из вида, что цифры на этой шкале увеличиваются справа налево и, например, отметка 3,5 находится слева от отметки 3, а не справа, как это привычно.

Обратная шкала очень удобна для вычисления выражений типа $X_C = \frac{1}{\omega C}$. Для расчёта такой формулы можно вычислить произведение ωC так, чтобы результат перемножения получился на шкале I_d , а затем величину, обратную этому произведению, можно отсчитать при том

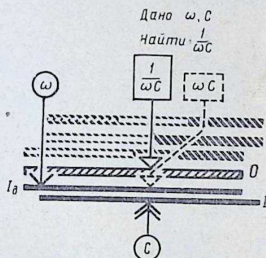


Рис. 23. Вычисление реактивного сопротивления конденсатора

же положении риски визира на шкале O , как показано на схеме рис. 23. Фактически, это уже комбинированное вычисление, причём, заметим, выполненное одной установкой движка.

Попутно стоит обратить внимание на то, что совместное использование шкалы O со шкалами II и K даёт возможность полу-

чать соответственно квадраты и корни квадратные или кубы и корни кубические обратных чисел (рис. 24). Для выполнения этих операций нужно точно совместить крайние штрихи шкал движка и корпуса линейки.

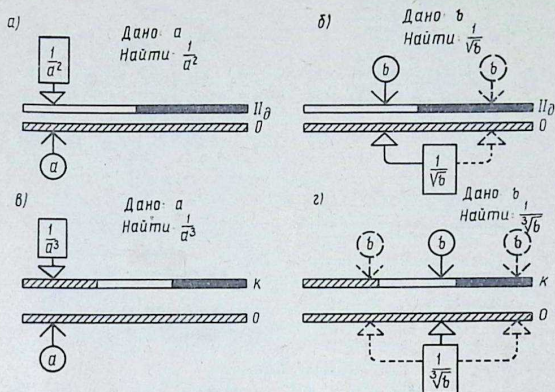


Рис. 24. Вычисления с использованием шкал O , II и K :
а) квадрат обратного числа; б) корень квадратный обратного числа; в) куб обратного числа; г) корень кубический обратного числа

На некоторых логарифмических линейках, особенно прежних выпусков, обратной шкалы нет. А так как она всё же бывает нужна для вычислений, её можно создать, перевернув движок «вверх ногами», как показано на рис. 25.

В результате такой манипуляции шкала I_d оказывается на верхней части движка, а оцифровка делений возрастает справа налево. Некоторое неудобство, правда, заключается в том, что все цифры на шкале в этом положении движка тоже получают расположенными «вверх ногами», но это создаёт только незначительное затруднение отсчёту, да и то на первых порах.

Как видно из рис. 25, при перевёрнутом таким образом движке обратной оказывается не только шкала I_d , но и шкала II_d . Обратной шкалы квадратов нет и на самых современных логарифмических линейках, а между тем она очень удобна при ряде вычислений, в частности, для перевода частот в длины волн или наоборот — длин волн в частоты.

Для того чтобы один раз по длине волны найти частоту или, наоборот, по частоте найти длину волны, достаточно в соответствии с известными формулами $f_{(гц)} = \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda_{(м)}}$ и $\lambda_{(м)} = \frac{3 \cdot 10^8}{f_{(гц)}}$ однократно

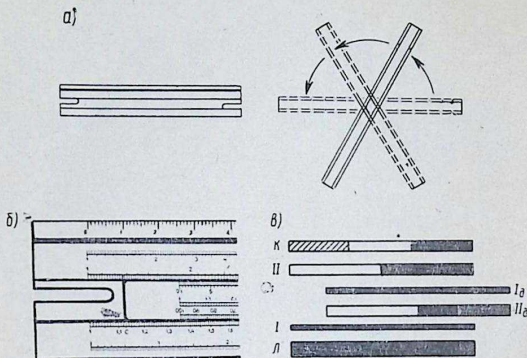


Рис. 25. Перевернутый движок:

а) перевёртывание движка, б) перевёрнутый движок в линейке, в) изображение перевёрнутого движка на условной схеме

произвести обычное деление любым из разобранных способов. Иначе обстоит дело, когда нужно выполнить такой перевод для

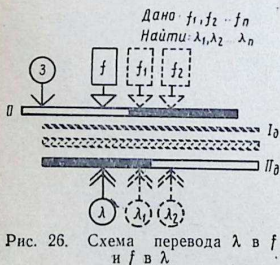


Рис. 26. Схема перевода λ в f и f в λ

целого ряда величин, например, при вычислении какой-либо таблицы. В этом случае вычисления удобно вести по схеме рис. 26, используя шкалы квадратов корпуса и перевёрнутого движка¹⁾. Собственно, здесь происходит деление числа 3 на λ посредством «умножения» на обратной шкале, а вычисления ведутся на шкалах квадратов, чтобы избежать необходимости перебрасывать движок. Нужно только учитывать, что переход на

¹⁾ Приём впервые опубликован в журнале «Radio und Fernsehen», декабрь 1964 г., № 24, стр. 767 (Morgensotho «Umrechnung von frequenzen auf wellenlangen und von Wellenlangen auf frequenzen mit dem Rechenchieber»).

шкалы квадратов связан со снижением точности вычислений. Для обратного перевода величин можно применить ту же схему, поменяв только в ней местами f и λ .

Умножение и деление на шкалах квадратов

Операции на шкалах квадратов в принципе не отличаются от операций на шкалах первых степеней. Для непривычного человека некоторая трудность заключается только в том, что не сразу удаётся свыкнуться с меньшей ценой делений. Кроме того, шкала корпуса здесь находится сверху, а движка — снизу. Эти обстоятельства обычно и лежат в основе ошибок вычислений. Поэтому для приобретения необходимых навыков рекомендуется часть предыдущих заданий, относящихся к умножению и делению, проделать и на шкалах квадратов.

Умножение и деление на шкалах вторых степеней, вследствие меньшего масштаба этих шкал, происходит с несколько меньшей точностью, чем при работе на шкалах первых степеней. Поэтому во всех тех случаях, когда важно реализовать наибольшую из возможных точностей нужно работать на шкалах I , I_d и O . Иначе обстоит дело, если по содержанию расчётов можно ограничиться меньшей точностью. В этом случае, при некоторых обстоятельствах, использование шкал II и II_d для умножения и деления может оказаться очень удобным, например, когда одно число приходится умножать на последовательный ряд других чисел. Если это делать на шкалах первых степеней, то время от времени приходится производить переброску движка. На шкалах вторых степеней этого делать не нужно, так как конец движка, который на шкалах первых степеней «повисает в воздухе», здесь попадает на соседнюю шкалу и всё перемножение можно выполнить, передвигая один только визир. Более обстоятельно этот вопрос будет рассмотрен дальше, при разборе табличных расчётов.

Комбинированные вычисления

Умножение и деление на шкалах первых степеней

Простые действия, разобранные выше, являются основными, но главное достоинство логарифмической счётной линейки заключается в возможности комбинировать эти действия для быстрого

вычисления сложных выражений, содержащих одновременно несколько перечисленных действий. Вместе с тем, пока не освоены достаточно хорошо простые действия, нет смысла приниматься за комбинированные, так как в последних важно усвоить не конкрет-

ные расчёты, а *методы комбинирования* простых приёмов. Только тогда можно рассчитывать, что каждую новую конкретную задачу удастся решить наиболее просто и с максимальной экономией труда.

Общий принцип комбинированных вычислений состоит в том, что результат одного частного действия непосредственно используют в качестве исходного для следующего. При этом нужно стремиться к тому, чтобы число манипуляций с линейкой (передвижений движка и визира) было минимальным, т. е. чтобы результат вычисления получался, как говорят, «одним махом».

Имея в виду эту общую цель, рассмотрим несколько конкретных задач, на примере которых легко будет усвоить правильную, рациональную методику.

Пусть, например, необходимо найти произведение трёх следующих сомножителей:

$$X = 194 \cdot 475 \cdot 0,27 = [2 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^{-1} = 3 \cdot 10^4] = ?$$

Прикидка показывает, что результат должен иметь порядок десятков тысяч. Вычисление точного результата можно произвести несколькими способами.

Можно сначала перемножить числа 1—9—4 и 4—7—5, установив первое из них на шкале I , а второе, после установки начала движка против первого, на движке (схема рис. 27а). Результат этого вычисления (примерно 9—2—2) мы не отсчитываем на шкале I , а лишь «запоминаем» его визиром, т. е. устанавливаем визир

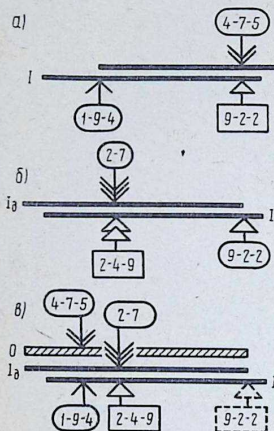


Рис. 27. Вычисление произведения трёх чисел:

а) и б) последовательные этапы при использовании шкал I и I_a , в) одной установкой

на число 4—7—5. Для того чтобы этот промежуточный результат помножить на третий сомножитель, число 2—7, нужно, не трогая визира, подвести под его волосок конец (или при другом сочетании чисел — начало) движка и против числа 2—7, взятого на шкале I_d , прочесть на шкале I окончательный результат (рис. 27б). Получим число 2—4—9, что в соответствии с прикладкой будет означать 2490. Возьмём на заметку, что в проведённом вычислении пометки разных шкал пришлось совмещать четыре раза.

Теперь сделаем это же вычисление иным способом. Первое произведение получим с помощью шкал I и O , как показано на схеме рис. 27в. Помятуя, что «на обратной шкале всё делают наоборот», совмещаем отметку 1—9—4 шкалы I с отметкой 4—7—5 шкалы O . Конец движка при этом на шкале I покажет промежуточный результат 9—2—2, на который мы не обращаем внимания. Для второго перемножения теперь нет необходимости передвигать движок, так как своим концом он уже установлен на промежуточный результат. Достаточно передвинуть визир так, чтобы его линия оказалась над числом 2—7 на шкале I_d . На шкале I можно отсчитать при этом окончательный результат: 2—4—9. Как видно, при таком способе расчёта не нужно было второй раз передвигать движок. Помимо экономии времени, здесь, и это, пожалуй, гораздо важнее, пометки пришлось совмещать всего три раза. Каждый отсчёт, каждое совмещение штрихов, ввиду несовершенства зрения и некоторой неточности гравировки шкал, связаны с определённой ошибкой. При неудачном стечении обстоятельств эти ошибки суммируются. Поэтому чем меньшим числом отсчётов, установок достигается результат, тем меньше его погрешность. В этом заключается очень важное отличие и преимущество комбинированных вычислений перед простым рядом последовательных вычислений, приводящих к заведомо менее точному результату.

К сожалению, длительная практика обучения работе на логарифмической линейке показывает, что значительный процент учащихся, не оценив всех преимуществ комбинированных вычислений, ограничивается освоением только элементарных приёмов и в последующей своей деятельности реализует только незначительную часть возможностей этого счётного прибора. В разобранном вычислении такие малоквалифицированные расчётчики иногда выписывают промежуточные результаты и даже определяют их порядок и тратят на такой расчёт в три—пять раз больше времени, чем в действительности нужно.

Иногда в комбинированных вычислениях уменьшения числа установок достигают в результате одного только изменения последовательности операций.

Вот, к примеру, на практике неоднократно встречается необходимость вычисления дробей, числитель и знаменатель которых содержит ряд сомножителей, например:

$$\bar{E} = \frac{PnN\Phi}{60a} = \frac{8 \cdot 1850 \cdot 136 \cdot 0,24}{60 \cdot 4} = \left[\frac{10 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10 \cdot 5} = 2 \cdot 10^3 \right] = ?$$

Неопытный расчётчик сначала перемножит все числа числителя, а потом дважды осуществит деление на числа знаменателя, пользуясь при этом только шкалами I и I_d , как показано на цепочке схем рис. 28. В результате такой неквалифицированной работы потребуется 5 раз перемещать движок и, по крайней мере, 10 раз совмещать деления.

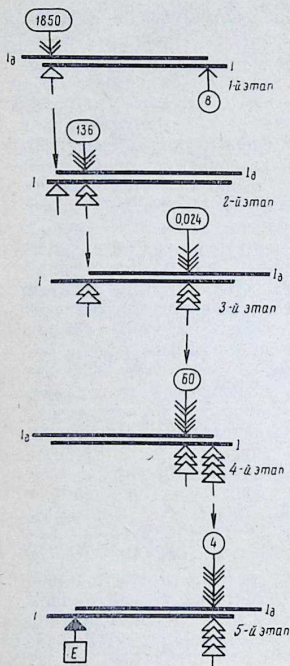


Рис. 28. Вычисление громоздкой дроби нерациональным способом

Гораздо рациональнее, как показывает опыт, делать такие вычисления «ёлочкой», т. е. чередовать операции умножения и деления. Последовательность выполнения расчёта по этой формуле при использовании «ёлочки» схематически показана на рис. 29а и может быть изображена ещё и так: $8 \quad 1850 \quad 0,024 \rightarrow 136$.

Здесь движок потребуется передвигать уже всего три раза и совмещать деления только шесть раз. Ясно, что ошибки отсчётов при таком вычислении будут меньше.

Конечно, можно вычисление вести и в ином порядке:

$$850_0 \quad 0,024 \rightarrow 136^1) \quad (\text{рис. 29б}).$$

$$\downarrow \quad \uparrow$$

$$60_0 \quad \rightarrow \quad 4$$

Однако по сравнению с предыдущим выигрыша не получается. Можно придумать ещё и другую последовательность вычислений.

Из примера, иллюстрированного рис. 29а и б, можно сделать ошибочное заключение, что при вычислении «ёлочкой» совместное применение шкал I_d и O не даёт особых преимуществ перед использованием одной только шкалы I_d и что поэто-

¹⁾ Индекс O , как и раньше, означает, что цифры с таким индексом берут на обратной шкале.

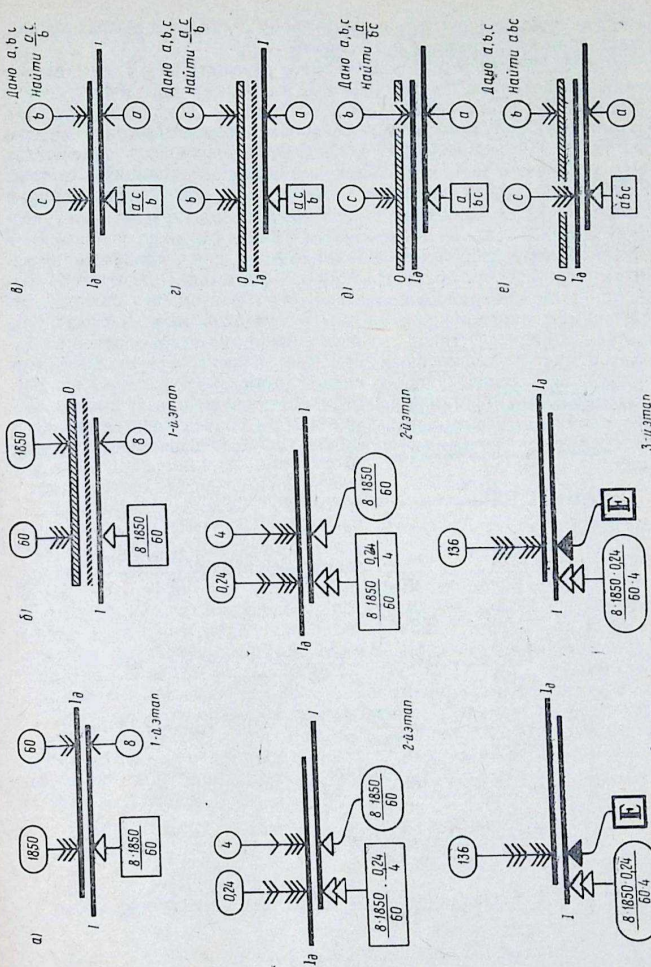


Рис. 29. Рациональные методы вычисления громоздкой дроби: а) с использованием двух шкал, б) с использованием трёх шкал, в) возможные комбинации использования одной установки на трёх шкалах

му нет смысла загружать память запоминанием ещё нескольких дополнительных приёмов вычислений.

Убедиться, что это не так, можно, рассматривая схемы вычислений, приведённые на рис. 29а, г, д и е. Схемы рис. 29в и г, действительно, не различаются по итогу, так как каждая из них даёт возможность получить за одну установку одно «умножение» и одно «деление». Иное дело — две последние схемы. Они позволяют за одну установку получать такие комбинации операций, которые нельзя осуществить никаким иным способом без использования обратной шкалы. Схема рис. 29д позволяет получить за одну установку два «деления», а схема 29е — два «умножения».

Подобные возможности следует иметь в виду, продумывая схемы вычислений для большого объёма однотипных расчётов. Правда, при этом приходится считаться с тем фактом, что при сдвиге иногда числа на нём могут оказаться за пределами корпуса линейки. В таких случаях приходится отказываться от использования рассмотренных приёмов и смириться с необходимостью производить большее число установок.

В целях приобретения нужных навыков в пользовании «ёлочкой» необходимо выполнить задание 6, стараясь каждое вычисление сделать несколькими способами с использованием разных шкал.

Задание 6. Вычислить следующие примеры:

$$h_{\lambda} = \frac{2\pi SN}{\lambda} \mu_h = \frac{2\pi \cdot 0,8 \cdot 75}{450 \cdot 10^{-2}} 675 = \left[\frac{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^2}{5 \cdot 10^2 \cdot 10^2} \right] = 4,8] = 5,65 \text{ м};$$

$$\kappa_{0\text{макс}} = \frac{a_{\text{доп}} K_{\text{ф1}}}{100} \cdot \frac{C_{\text{н мин}}}{C_{\text{п}}} = \frac{12,6 \times 0,464}{100} \frac{125}{0,03} = 2,44 \times 10^2;$$

$$M_{\text{с}} = \frac{PN}{2\pi \cdot 9,81 \text{ а}} \phi I_{\text{я}} = \frac{2 \cdot 360}{2\pi \cdot 9,81 \cdot 2} 27,43 \cdot 10^{-3} \cdot 32 = 5,13 \text{ кгм};$$

$$E_2 = E_1 \frac{W_2 K_2}{W_1 K_1} = 3408 \frac{30 \cdot 0,956}{360 \cdot 0,935} = 290 \text{ в};$$

$$F = \frac{EKSZ}{N\eta} = \frac{50 \cdot 1,3 \cdot 1200 \cdot 1,2}{35 \cdot 0,47} = 5690 \text{ лм};$$

$$C = \frac{2\pi l \varepsilon r \varepsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi \cdot 3000 \cdot 4,2 \cdot 8,86 \cdot 10^{-12}}{\ln \frac{10,5}{8}} = 17,93 \text{ мкф}$$

$$\approx 2,3 \lg 1,48 = 2,3 \cdot 0,17.$$

Сочетание действий на шкалах первых степеней, квадратов и кубов

Все шкалы корпуса между собой, равно как и шкалы движка между собой, находятся во вполне определённой взаимосвязи. Это обстоятельство позволяет значительно расширить круг задач, решаемых с помощью комбинированных вычислений.

Пусть, например, по известной формуле требуется вычислить мощность: $P = I^2 R = 5,35^2 \cdot 92 = [2,5 \cdot 10 \cdot 10^2 = 2,5 \cdot 10^2] = ?$

Конечно, эту задачу можно решать, как произведение трёх сомножителей: $P = 5,35 \cdot 5,35 \cdot 92$, но совершенно очевидна иррациональность пути, при котором такое достижение алгебры, как квадрат, заменяется произведением.

$$P = I^2 R = 5,35^2 \cdot 92 = 264$$

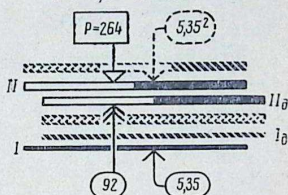


Рис. 30. Схема вычисления формулы $I^2 R$

Гораздо более правильным представляется решение, изображённое схемой рис. 30. Над числом 5,35, взятым на шкале I , на шкале II находится его квадрат. Поэтому, установив визир на числе 5,35 шкалы I , подводим под линию этого визира начало или конец любой из половин шкалы II_d . Удобнее всего подвести отметку 10, так как при этом движок оказывается выдвинутым из корпуса менее всего.

Теперь, если можно так выразиться, мы переходим с первого этажа на второй. Против квадрата числа 5,35 на шкале II (отметки 2—8—7) установлен конец первой половины шкалы II_d . Для умножения на 92 нужно передвинуть визир до отметки 9—2 на II_d и против неё на шкале II прочесть ответ: 2—6—4. В соответствии с прикидкой это означает 264 вт. Таким образом, в этом примере вычисление производилось в два этапа. Сначала, в результате перехода со шкалы I на шкалу II был найден квадрат одного сомножителя, а затем, уже на шкалах вторых степеней, было осуществлено само умножение.

Другая задача:

$$X = \frac{\omega^2 M^2}{L} = \frac{(2\pi fM)^2}{L} = \frac{(2 \cdot \pi 120 \cdot 10^3 \cdot 70 \cdot 10^{-6})^2}{210 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \left[\frac{(2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6}} = \frac{36 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^{-4}} = 18 \cdot 10^6 \right] = ?$$

Здесь имеет смысл сначала выполнить перемножение чисел числителя на шкалах первых степеней, потом этот частный резуль-

тат возвести в квадрат и уже этот квадрат, действуя «на втором этаже», разделить на знаменатель дроби. Последовательность этих операций, выполняемых всего за два перемещения движка, схематически показана на рис. 31.

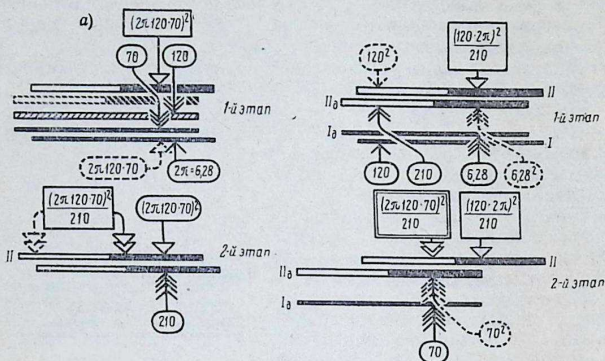


Рис. 31. Схемы вычисления формулы $X = \frac{\omega^2 M^2}{L}$:

а) раздельные действия с числами в разных степенях, б) «ёлочка»

Иногда, желая сохранить последовательность вычислений в том порядке, в каком записаны числа в формуле, вычисление ведут обычной «ёлочкой», переходя, в зависимости от необходимости, со шкал первых степеней на шкалы вторых степеней и обратно. Пример подобной последовательности для вычисления той же формулы приведён в правой части рис. 31. Поскольку здесь имеет место возведение в квадрат, равноценные по мантиссе ответы могут быть получены в обеих половинах шкалы II.

Выражения, в которых сочетаются действия над числами первой степени и корнями квадратными, выполняются по аналогичной идее, только для получения корней приходится переходить со шкал II и II_d на шкалы I и I_d соответственно, т. е. «спускаться со второго этажа на первый». Вычисление семи примеров, содержащих такие операции, приведено в виде схем на рис. 32.

Вычисления, в которых приходится сочетать действия над числами в первой степени с кубами или корнями кубическими, выполнить на логарифмической линейке часто бывает труднее предыдущих, так как на движке нет шкалы кубов, в результате чего можно осуществлять переходы только между шкалами корпуса

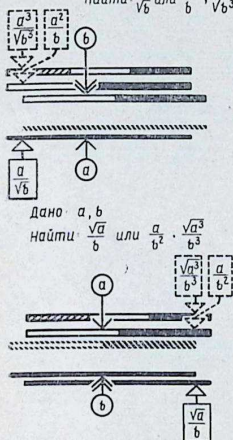
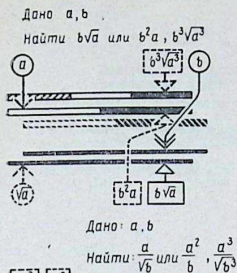
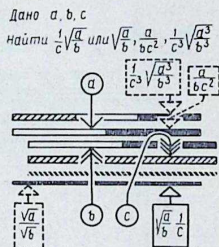
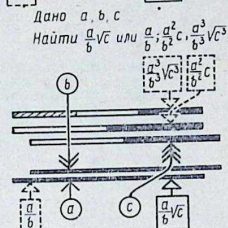
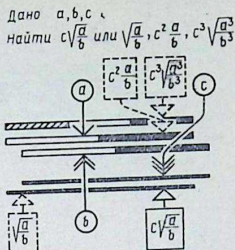
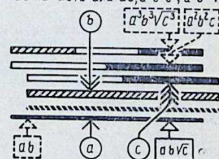


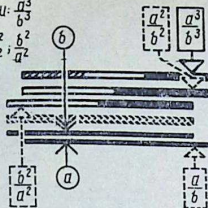
Рис. 32. Схемы вычисления формул, содержащих корни квадратные и числа в первой степени



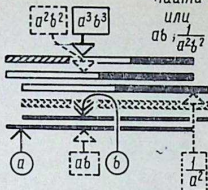
Дано a, b, c
Найти $ab\sqrt{c}$ или $ab; a^2b^2c, a^3b^3\sqrt{c^3}$



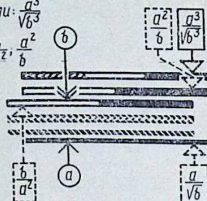
Дано a, b
 Найти: $\frac{a^3}{b^3}$
 или $\frac{a^2}{b}, \frac{b^2}{a^2}$



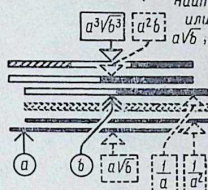
Дано: a, b
 Найти: $a^3 b^3$
 или $a b, \frac{1}{a^2 b^2} \cdot a^2 b^2$



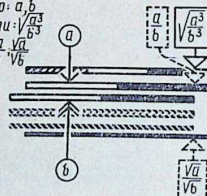
Дано: a, b
 Найти: $\frac{a^3}{\sqrt{b^3}}$
 или $\frac{a}{\sqrt{b}}, \frac{b}{a^2}, \frac{a^2}{b}$



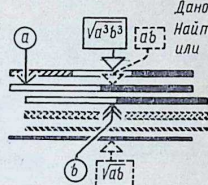
Дано: a, b
 Найти: $a^3 \sqrt{b^3}$
 или $a \sqrt{b}, \frac{1}{a \sqrt{b}}, \frac{1}{a^2 b}, a^2 b$



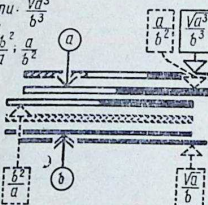
Дано: a, b
 Найти: $\sqrt{\frac{a^3}{b^3}}$
 или $\frac{a}{b}, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$



Дано a, b
 Найти: $\sqrt{a^3 b^3}$
 или $\sqrt{a b}, a b$



Дано: a, b
 Найти: $\frac{\sqrt{a^3}}{b^3}$
 или $\frac{\sqrt{a}}{b}, \frac{b^2}{a}, \frac{a}{b^2}$



Дано a
 Найти: a^6
 или a^2, a^4

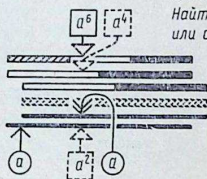


Рис. 33. Схемы комбинированных вычислений с привлечением разных шкал лицевой стороны логарифмической линейки

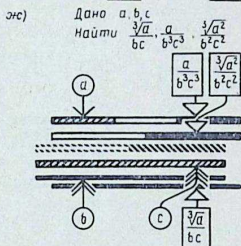
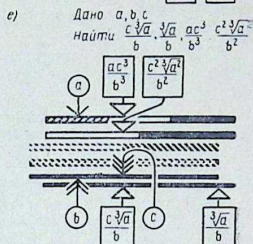
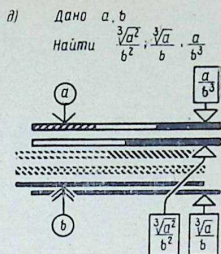
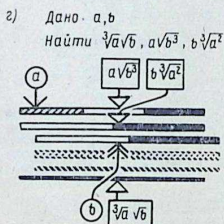
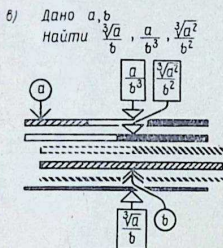
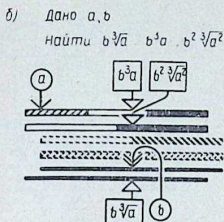
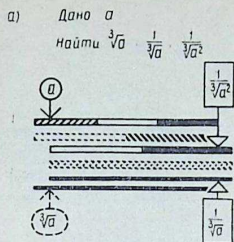
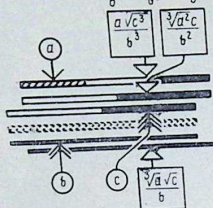


Рис. 34. Схемы комбинированных вычислений с привлечением всех логарифмических шкал лицевой стороны логарифмической линейки (продолжение на стр. 42)

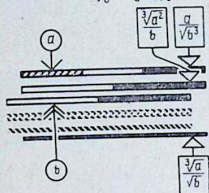
3)

Дано a, b, c
Найти $\frac{\sqrt[3]{a}}{b} \sqrt{c}, \frac{a\sqrt{c^3}}{b^3}, \frac{c\sqrt[3]{a^2}}{b^2}$



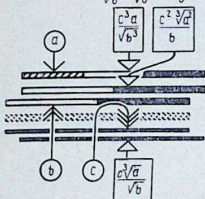
ж)

Дано a, b
Найти $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}, \frac{\sqrt[3]{a^2}}{b}, \frac{a}{\sqrt[3]{b^3}}$



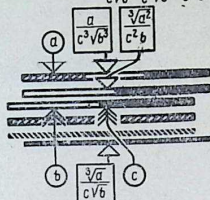
з)

Дано a, b, c
Найти $\frac{c\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}, \frac{c^3 a}{\sqrt[3]{b^3}}, \frac{c^2 \sqrt[3]{a^2}}{b}$



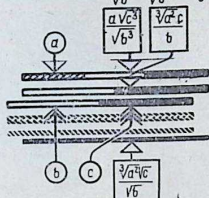
л)

Дано a, b, c
Найти $\frac{\sqrt[3]{a}}{c\sqrt{b}}, \frac{a}{c^3\sqrt[3]{b^3}}, \frac{\sqrt[3]{a^2}}{c^2 b}$



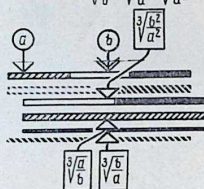
м)

Дано a, b, c
Найти $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}} \sqrt{c}, \frac{a\sqrt{c^3}}{\sqrt[3]{b^3}}, \frac{\sqrt[3]{a^2}c}{b}$



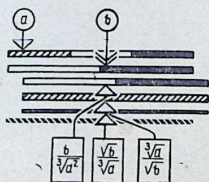
н)

Дано a, b
Найти $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}, \sqrt[3]{\frac{b}{a}}, \sqrt[3]{\frac{b^2}{a^2}}$



о)

Дано a, b
Найти $\frac{b}{\sqrt[3]{a^2}}, \frac{\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a}}, \frac{\sqrt[3]{a}}{b}$



(Продолжение рис. 34)

(K и I). По этой причине иногда приходится преобразовывать куб в произведение квадрата на первую степень. Схемы нескольких примеров с использованием шкалы K даны на рис. 33.

На рис. 34 дана сводка некоторых простых комбинированных вычислений с привлечением всех шкал лицевой стороны счётной линейки, за исключением шкалы логарифмов. Последнюю удаётся использовать в комбинированных вычислениях непосредственно очень редко, так как с её помощью нельзя найти характеристику логарифма. Приходится находить логарифм или антилогарифм отдельно, если можно — до вычисления, а если задача не позволяет это, то, прерывая вычисление.

Задание 7. Вычислить следующие выражения:

$$P = \frac{I_a^2 R_a}{2} = \frac{25^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7100}{2} = \left[\frac{6 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^3}{2} = 21 \cdot 10^{-1} \right] = 2,22 \text{ вт};$$

$$A = \frac{L_1 I_0^2}{l_{\text{ст}} O_{\text{ст}}} \cdot 10^8 = \frac{22 (1,8 \cdot 10^{-3})^2}{16 \cdot 3} \cdot 10^8 = \left[\frac{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10 \cdot 3} \cdot 10^8 = 1,3 \cdot 10^2 \right] = 149;$$

$$R_0 = \frac{6,5 \cdot D_{\text{ср}}^n}{d^2} \cdot 10^{-4} = \frac{6,5 \cdot 3 \cdot 120}{0,25^2} \cdot 10^{-4} = \left[\frac{5 \cdot 3 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-4} = 4 \right] = 3,74 \text{ ом};$$

$$\Delta R = \frac{\omega_0^2 M^2}{R} = \frac{(2\pi f_0 M)^2}{R} = \frac{(2\pi \cdot 120 \cdot 10^3 \cdot 351 \cdot 10^{-6})^2}{209} =$$

$$= \left[\frac{4 \cdot 10 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^2} = 2 \cdot 10^2 \right] = 335 \text{ ом};$$

$$L = Q^2 R^2 C = 0,64^2 \cdot 2500^2 \cdot 25 \cdot 10^{-12} =$$

$$= \left[\overset{0,5^2}{\underset{\downarrow}{0,25}} \cdot \overset{3^2}{\underset{\downarrow}{9}} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 45 \cdot 10^{-6} \right] = 64 \cdot 10^{-6} \text{ гн};$$

$$R_s = 1600 \left(\frac{h_{\pi}}{\lambda} \right)^2 = 1600 \left(\frac{0,5 \cdot 6}{55} \right)^2 = \left[1,5 \cdot 10^3 \frac{9}{25 \cdot 10^2} \approx 5 \right] = 4,76 \text{ ом};$$

$$n = 4,7 \cdot 10^{-5} \sqrt{f_{\text{в}} R_t} = 4,7 \cdot 10^{-5} \sqrt{5 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 10^4} = [5 \cdot 10^{-5} \cdot 7 \cdot 10^3 =$$

$$= 3,5 \cdot 10^{-1}] = 0,364;$$

$$M = 1,54 \cdot L \sqrt{\frac{R_{\text{н}}}{R_3}} = 1,54 \cdot 300 \sqrt{\frac{110 \cdot 10^3}{37,6 \cdot 10^3}} = \left[2 \cdot 3 \cdot 10^2 \sqrt{\frac{10^5}{4 \cdot 10^4}} = \right.$$

$$\left. = 9 \cdot 10^2 \right] = 791 \text{ мкгн};$$

$$R_{\text{н}} \leq \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{f_0 C_{\text{аг}} S}} = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{0,4 \cdot 0,005 \cdot 1,5}} = \left[\frac{5 \cdot 10^3}{\sqrt{4 \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1}} = \right.$$

$$\left. = \frac{5 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-2}} = 1,2 \cdot 10^5 \right] = 115 \text{ 000 ом};$$

$$E = \frac{9500 \sqrt{P_s}}{r} = \frac{9500 \sqrt{9,5}}{350} = 83,6 \frac{\text{мкв}}{\text{м}};$$

$$L_s = 1,38 \frac{W^2 P_s \delta'}{h} \cdot 10^{-8} = 1,38 \frac{3200^2 \cdot 8 \cdot 0,365}{4,5} \cdot 10^{-8} =$$

$$= \left[1 \cdot \frac{9 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 0,4}{5} \cdot 10^{-8} = 8 \cdot 10^{-2} \right] = 0,0917 \text{ гн.}$$

Выполнение операций с тригонометрическими величинами

Три шкалы, помещённые на оборотной стороне движка, позволяют находить по углу величину тригонометрических функций, а также по этим функциям — угол. Кроме того, они дают возможность выполнить ряд комбинированных вычислений с привлечением тригонометрических функций.

Прежде чем разбирать работу на этих шкалах, напомним некоторые формулы из тригонометрии, которыми часто приходится пользоваться, решая на счётной линейке задачи, содержащие тригонометрические величины:

$$\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} (90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} (90^\circ - \alpha)} \quad (\text{применяется, когда } 45^\circ < \alpha < 90^\circ),$$

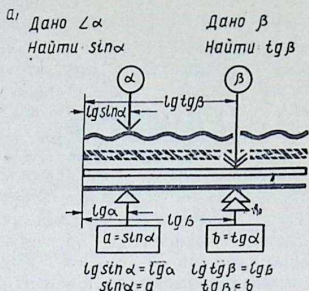
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg} (90^\circ - \alpha)} = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha).$$

Это — так называемые формулы приведения, которые в полном объёме можно свести в следующую таблицу.

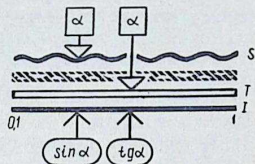
Исходная функция	Приведённая функция при угле исходной функции			
	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ - \alpha$
sin	$\mp \cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
cos	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$\mp \cos \alpha$
tg	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

Если вынуть движок, перевернуть его обратной стороной и вновь вставить в корпус так, чтобы начала (или концы) всех шкал совместились, то три его шкалы S , ST , T окажутся правильно ориентированными относительно шкалы I . Они образуют с ней номограмму для определения углов по тригонометрическим функциям и, наоборот, — значений тригонометрических функций по углам. Действительно, на шкале T отложены логарифмы тангенсов углов, а на шкале S — логарифмы синусов углов, хотя числовые пометки на этих шкалах обозначают сами углы. Масштаб этих шкал не отличается от масштаба шкалы I , поэтому, если начала тригонометрических шкал совместить с началом шкалы I , то против углов, взятых на шкалах T и S , на шкале I будут отсчитываться соответственно тангенсы или синусы этих углов (схема на рис. 35). Выполнение обратной операции — определение угла по синусу или по тангенсу, заключающееся в переходе со шкалы I на тригонометрические шкалы, — очевидно и не требует специальных пояснений (рис. 35б).

Крайние штрихи на шкале I вне зависимости от порядка, который придаётся числам этой шкалы, различаются в 10 раз. Поэтому на шкалах T и S размещается только небольшой диапазон углов: на шкале тангенсов от $5^{\circ}43'$ ($\operatorname{tg} 5^{\circ}43' = 0,100$) до 45° ($\operatorname{tg} 45^{\circ} = 1$), а на шкале синусов от $5^{\circ}44'$ ($\sin 5^{\circ}44' =$



б) Дано $\operatorname{tg} \alpha$ Дано $\sin \alpha$
Найти α Найти α



в) Дано α Дано $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha$
Найти $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha$ Найти α

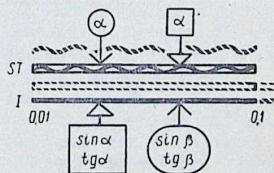


Рис. 35. Простейшие действия с тригонометрическими величинами:
а) определение синуса и тангенса по углу, б) определение угла по синусу и тангенсу, в) синусы и тангенсы малых углов

$=0,100$) до 90° ($\sin 90^\circ = 1$). Иными словами, шкала I в этом применении имеет уже вполне определённые границы: от 0,1 до 1,0.

Для меньших углов служит одна общая шкала ST (рис. 35а). Общей она сделана потому, что при малых углах Δ с очень небольшой погрешностью справедливо равенство $\operatorname{tg} \Delta \approx \sin \Delta = \Delta$. Эту шкалу можно рассматривать, как продолжение влево шкал T и S , которые слились в одну общую шкалу. Совершенно очевидно, что значения величин функций, соответствующие углам, отложенным на шкале ST , лежат в пределах от 0,01 до 0,1, т. е. опять шкала I имеет вполне определённые границы.

При работе на тригонометрических шкалах следует особенно внимательно относиться к отсчёту делений и всё время не упускать из виду, что $1^\circ = 60'$, а $1' = 60''$. Это составляет существенное отличие тригонометрических шкал от обычных, построенных в десятичном исчислении.

Логарифмический характер шкал приводит к необходимости изменять цену делений на протяжении относительно коротких отрезков. Интервалы между соседними штрихами в разных местах этих шкал имеют величины: 1° , $30'$, $10'$, $5'$, $2'$, $1'$, $30''$. На этой почве лица, не имеющие ещё достаточного опыта, часто совершают ошибки.

Следует иметь в виду, что в некоторых логарифмических линейках малого размера, особенно иностранного производства, тригонометрические шкалы соотнесены со шкалой II , на которой и приходится вести отсчёт.

Как отмечалось выше, при разобранном взаимном расположении шкал их можно рассматривать как номограмму для определения тангенсов и синусов по углам и углов по тангенсам и синусам, причём в одном случае шкала I понимается, как простирающаяся от 0,1 до 1,0, а в другом, при малых углах, — от 0,01 до 0,1. Такое перевёрнутое положение движка удобно для выполнения ряда операций умножения и деления с участием синусов и тангенсов углов. Схемы нескольких таких вычислений приведены на рис. 36.

Работать с перевёрнутым движком удобно в тех случаях, когда всё время приходится вести вычисления с тригонометрическими величинами. В тех же случаях, когда требуется только однократно по синусу или тангенсу найти угол или выполнить обратную операцию, нет необходимости переворачивать движок. С обратной стороны корпуса линейки имеется два выреза с отсчётными штрихами. Совместив со штрихом на обороте линейки отметку угла на соответствующей тригонометрической шкале, отсчитывают значения синуса или тангенса на шкале I_d против начала или конца шкалы I . Очень важно прочно запомнить, что отсчёт в этом случае нужно производить по шкале движка, а не корпуса.

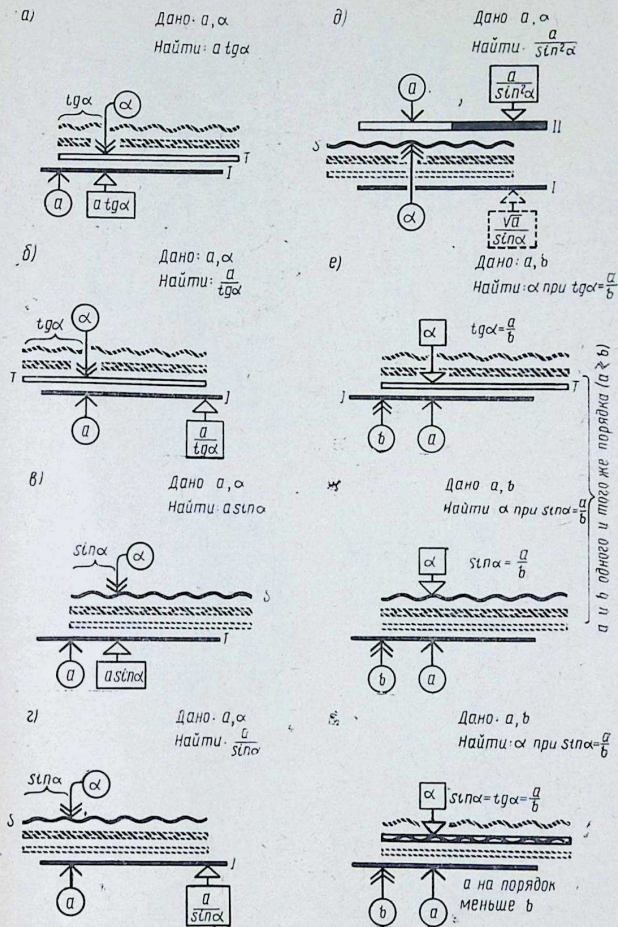
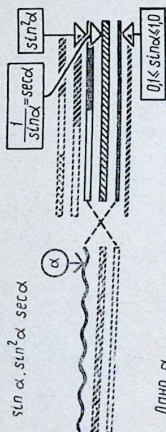


Рис. 36. Умножение и деление с участием тригонометрических функций

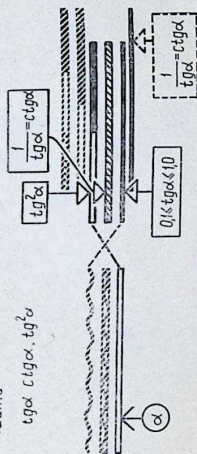
Дано: α
найти

$$\sin \alpha, \sin^2 \alpha, \sec \alpha$$



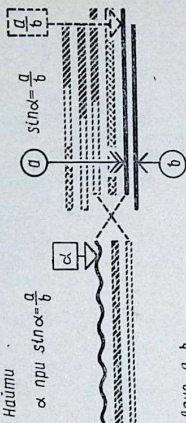
Дано: α
найти

$$\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha, \operatorname{tg}^2 \alpha$$



Дано: a, b
найти

$$\alpha \text{ при } \sin \alpha = \frac{a}{b}$$



Дано: a, b

найти

$$\alpha \text{ при } \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

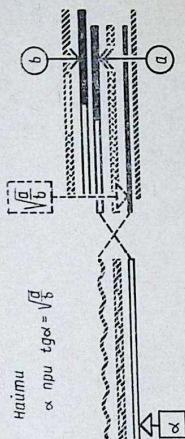
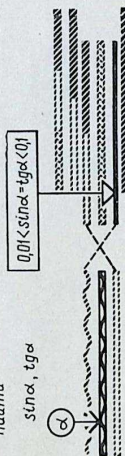
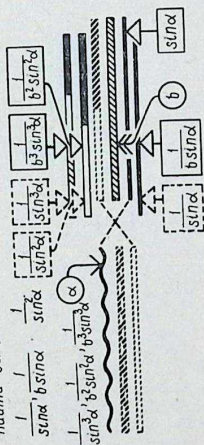


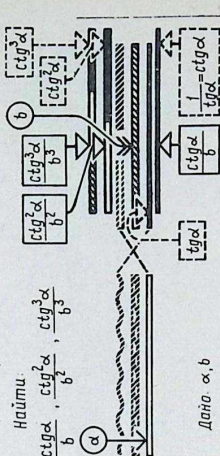
Рис. 37. Схемы операций с тригонометрическими величинами без перевёртывания движка

Дано $\alpha \leq 5^{\circ}40'$

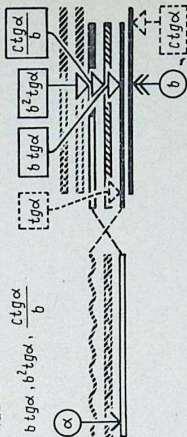
Найти

 $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha$ Дано α, b
Найти $\sin \alpha$ Дано α, b

Найти

 $\operatorname{ctg} \alpha, \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{b^2}, \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha}{b^3}$ Дано α, b

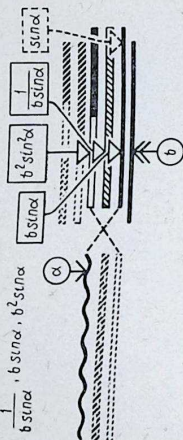
Найти

 $b \operatorname{tg} \alpha, b^2 \operatorname{tg} \alpha, \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{b}$ 

(Продолжение рис. 37)

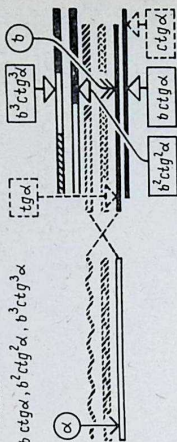
Дано α, b
Найти

$$\frac{1}{b \sin \alpha}, b \sin \alpha, b^2 \sin \alpha$$



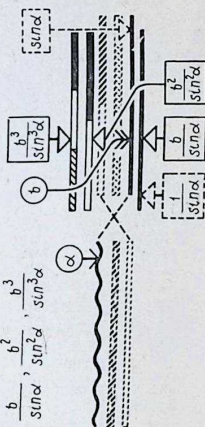
Дано α, b
Найти

$$b \sin \alpha, b^2 \sin^2 \alpha, b^3 \sin^3 \alpha$$



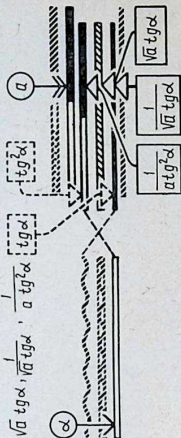
Дано α, b
Найти

$$\frac{b}{\sin \alpha}, \frac{b^2}{\sin^2 \alpha}, \frac{b^3}{\sin^3 \alpha}$$



Дано α, a
Найти

$$\sqrt{a} \operatorname{tg} \alpha, \frac{1}{\sqrt{a} \operatorname{tg} \alpha}, \frac{1}{a \operatorname{tg}^2 \alpha}, \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$$

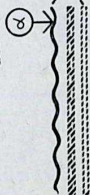


(Продолжение рис. 37)

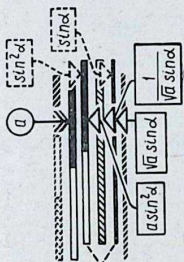
Дано: α, a

Найти:

$$a \sin \alpha, \sqrt{a} \sin \alpha, \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \alpha$$

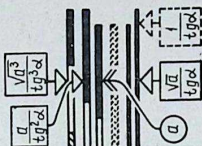


$$5^{\circ}44' < \alpha < 90^{\circ}$$



$$5^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

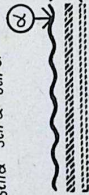
Дано: α, a
Найти:
 $\frac{\sqrt{a}}{a}, \frac{a}{\sqrt{a}}, \frac{\sqrt{a^3}}{a}, \frac{a}{\sqrt{a^3}}$



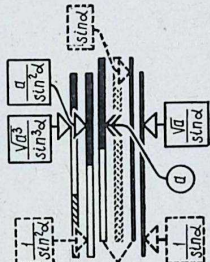
Дано: α, a

Найти:

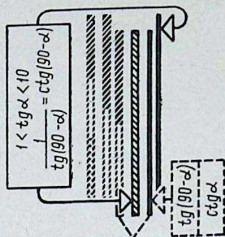
$$\frac{\sqrt{a}}{a}, \frac{a}{\sqrt{a}}, \frac{\sqrt{a^3}}{a}, \frac{a}{\sqrt{a^3}}$$



$$5^{\circ}44' < \alpha < 90^{\circ}$$



$$45^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$$



(Продолжение рис. 37)

Закреплению в памяти нужного правила может способствовать фраза «в тригонометрии всё находится на движке», которую иногда с успехом употребляют студенты. Кроме того, нужно постараться с самого начала хорошо заучить значение цифр на шкалах первых степеней: 0,1—1 для шкал S и T , и 0,01—0,1 — для шкалы ST . Схемы этих операций приведены на рис. 37. На этом рисунке введено новое обозначение: пунктирное перекрестие, изображающее связь между лицевой стороной линейки и оборотной стороной движка. Оно настолько наглядно, что не нуждается в дополнительных пояснениях.

Рассматривая приведённые схемы, следует попутно отметить, что на шкале II_d одновременно получаются квадраты синуса или тангенса, а на шкалах I и II — соответственно обратная величина и квадрат обратной величины этих тригонометрических функций.

В практике счётной работы встречается необходимость оперировать с тригонометрическими функциями, углы которых превышают те, которые отложены на шкалах линейки. Кроме того, приходится иметь дело не только с синусами и тангенсами. Во всех этих случаях приходится прибегать к расчёту по формулам приведения, помещённым для напоминания в начале настоящей главы.

Задание 8. По функции найти угол, по углу — функцию, вычислить примеры:

$$\sin 45^\circ = 0,707$$

$$\sin 12^\circ 10' = 0,2108$$

$$\sin 25^\circ 30' = 0,431$$

$$\sin 6^\circ 5' = 0,106$$

$$\sin 62^\circ 30' = 0,887$$

$$\sin 48^\circ 30' = 0,749$$

$$\operatorname{tg} 34^\circ 30' = 0,687$$

$$\operatorname{tg} 8^\circ 15' = 0,145$$

$$\operatorname{tg} 65^\circ 20' = 2,18$$

$$\cos 20^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \sin 70^\circ = 0,94$$

$$\cos 55^\circ 20' = \sin 34^\circ 40' = 0,569$$

$$\operatorname{tg} 67^\circ = \operatorname{ctg}(90^\circ - 67^\circ) = \operatorname{ctg} 23^\circ =$$

$$\sin 1^\circ 30' = \operatorname{tg} 1^\circ 30' = 0,0262 \qquad = \frac{1}{\operatorname{tg} 23^\circ} = 2,36$$

$$\operatorname{tg} 4^\circ = 0,0699$$

$$\operatorname{tg} 80^\circ = \operatorname{ctg} 10^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 10^\circ} = 5,67$$

$$\operatorname{tg} 35^\circ 30' = 0,713$$

$$\operatorname{ctg} 39^\circ 40' = 1,206$$

$$\operatorname{tg} 6^\circ 10' = 0,108$$

$$\operatorname{ctg} 4^\circ 10' = 13,73$$

$$\operatorname{tg} 15^\circ 50' = 0,284$$

$$h_d = l \cdot \sin \Theta = 24,5 \cdot \sin 15^\circ = [2 \cdot 10 \cdot 0,2 = 4] = 6,35 \text{ м};$$

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 3 \cdot \cos 65^\circ = [2 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot \sin 25^\circ = 3 \cdot 10^2] = 279 \text{ вт};$$

$$U_{\kappa} = \frac{30 \cdot I_0}{C_1 \sin \alpha h} = \frac{30 \cdot 250 \cdot 10^{-3}}{12,3 \cdot 10^{-2} \sin \left(\underbrace{\frac{2\pi}{45^\circ} \cdot 8}_{0,994} \right)} = \left[\frac{3 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-2} \sin \left(\underbrace{\frac{3,6 \cdot 10^2 \cdot 8}_{4,5 \cdot 10}}_{\frac{7 \cdot 10}{0,8}} \right)} = \right. \\ \left. = \frac{9}{8} \cdot 10^2 = 10^2 \right] = 62,8 \text{ в.}$$

Следует указать на одно интересное свойство схем вычислений на логарифмической линейке, которое можно условно назвать правилом перестановок.

Пусть, к примеру, имеется некоторая задача, для которой придумана схема вычисления на логарифмической линейке; пусть также одна из установок в этих вычислениях представляет собой обычное умножение, условно изображённое схемой рис. 38а. Исходными величинами для расчёта являются величины a и b , а величина c представляет собой результат вычисления. Иными словами, a и b — это аргументы, а c — это функция.

В практике вычислений иногда возникает необходимость изменить ход расчёта; одну из исходных величин сделать искомой, а ту, которая была искомой, — сделать исходной. В приведённом примере с операцией умножения может потребоваться, чтобы искомой величиной стала, скажем, b . При этом придётся умножение заменить делением, а схему рис. 38а изменить на схему рис. 38б.

Сравнивая две последние схемы, можно без труда заметить, что они различаются только «наконечниками» стрелок. Всё остальное: расположение и перечень использованных шкал, а также места расположения чисел — осталось без изменений. Можно убедиться, что такая закономерность имеет место в любой схеме с самыми сложными действиями в пределах одной установки.

Поэтому можно сформулировать такое общее правило переста-

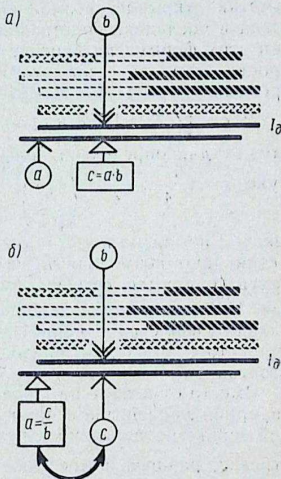


Рис. 38. К правилу перестановок

новок: при смене аргумента в формуле, вычисляемой одной установкой на счётной линейке, в схеме этого вычисления достаточно только поменять местами стрелки.

Служебные отметки на шкалах и визире

Некоторые постоянные настолько часто встречаются в практике вычислений, что для удобства их наносят на шкалы логарифмической линейки ещё при её изготовлении. Пометки, очень точно нанесённые в соответствии с этими постоянными, обозначают общепринятыми буквами. Вот перечень основных пометок:

1) $\pi = 3,141\,593$. Нанесена на шкалы I , I_d , II , II_d ; используется для определения длины окружности по диаметру (в формуле $c = \pi d$ и во множестве других формул, например $\omega = 2\pi f$). Наличие такой отметки открывает возможность не подставлять π в формулы, когда в последние подставляют числовые величины. При вычислении этих формул на линейке можно не подставлять 3,14, а писать просто π и за счёт этого получить необходимую экономию времени.

2) $c = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,128$ и $c_1 = \sqrt{\frac{40}{\pi}} = 3,568$. Нанесены на шкалы I и I_d ; служат для определения площади круга (S) по диаметру в формуле $S = \pi \frac{d^2}{4} = \frac{d^2}{\frac{4}{\pi}} = \left(\frac{d}{\frac{2}{\sqrt{\pi}}}\right)^2 = \left(\frac{d}{c}\right)^2$. Схема вычисления площади

круга с помощью пометок c и c_1 приведена на рис. 39а. Эти же отметки дают возможность решать и обратную задачу: по сечению круга (например, сечению провода) находить диаметр по формуле $d = c\sqrt{S}$ в соответствии со схемой рис. 39б. Так как здесь происходит извлечение корня квадратного, то, в соответствии с результатом прикидки, приходится выбирать один из полученных ответов.

Вместо отметки c на шкалах наносят иногда на визире рядом с визирной линией две вспомогательные черты, удалённые от основной линии на величину отрезка от пометки I до пометки c , т. е. отрезка, равного в масштабе $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$. При наличии таких дополни-

тельных визирных линий можно при определении площади круга или диаметра вообще не пользоваться движком, а обходиться перемещением одной только визирной рамки, как показано на рис. 39в.

3) $\rho = \frac{\pi}{180^\circ} = 0,0175$. Нанесена на шкале I_d некоторых линейек; показывает, сколько радиан содержится в градусе; используется для перевода градусов в радианы и обратно. Для этой же цели

иногда применяется другой значок: $\rho^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,29$ на шкалах I и I_d . Этот значок показывает, сколько градусов содержится в радиане, т. е. величину, обратную предыдущей.

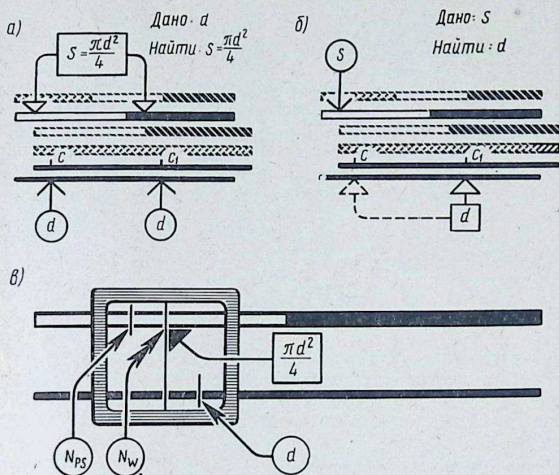


Рис. 39. Вычисление с помощью отметок на шкалах площади круга по диаметру (а) и диаметра по площади круга (б), а также использование визира с тремя линиями (в)

4) $\rho' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 = 3437,7$. Эта отметка, наносимая иногда на шкалах I и I_d , показывает сколько угловых минут содержится в радиане; используется для перевода угловых минут в радианы и обратно.

5) $\rho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206\,264$. Нанесена на шкалах I и I_d ; показывает, сколько угловых секунд содержится в радиане; используется для перевода угловых секунд в радианы и обратно.

6) $\rho_{11} = \frac{400}{2\pi} = 63,66$. Нанесена на шкалах I и I_d ; показывает, сколько градусов содержится в радиане. Как известно, градусом называют угол, равный 0,01 от прямого. Град представляет собой ос-

новную единицу десятичной системы измерения углов и имеет производные единицы: дециграды, сантиграды и т. п. Отметка ρ_{11} используется для перевода из градусов в радианы и обратно.

7) $M = \frac{1}{\pi} = 0,3183$. Эту отметку наносят на правой половине шкал II и II_d и используют в различных расчётах, в которых число π входит в подкоренное выражение.

На специализированных линейках встречается ещё ряд отметок. Иногда владельцы обычных линеек, которым часто приходится выполнять специализированные расчёты, наносят такие отметки сами. Для этого в нужном месте процарапывают лезвием бритвы или сапфировой иглой, заправленной в автоматический карандаш. Тонкие штрихи и осторожно окрашивают их нитрокраской. К таким специальным отметкам относятся, например, следующие:

8) $f = \frac{1}{4\pi^2} = 2,53 \cdot 10^{-2}$. Используется при расчёте индуктивности и ёмкости контура:

$$C = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Lf^2}; \quad L = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Cf^2}.$$

9) 736. Бывает нанесена на левой половине шкал II и II_d линеек старых выпусков. Предназначена для операции перевода лошадиных сил в ватты (формула $N_{лс} = 736 N_{вт}$). В некоторых линейках для этой же цели используют две дополнительные линии на визире (рис. 39).

10) Cu, A, B, N, Ma, K (чёрные). Проставляются на шкале I : значки коэффициента, входящего в формулу для вычисления сопротивления R постоянному току круглого провода диаметром d и длиной l в известной формуле: $R = \frac{\rho l}{S}$. В этой формуле R — в омах, d — в миллиметрах, l — в метрах, удельное сопротивление материала провода ρ — в $\frac{ом \cdot мм^2}{м}$, S — поперечное сечение провода в квадратных миллиметрах. Указанную формулу для вычислений нужно преобразовать следующим образом:

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho l}{\frac{\pi d^2}{4}} = \left(\frac{4}{\pi} \rho \right) \frac{l}{d^2} = K_R^2 \frac{l}{d^2}.$$

Величина коэффициента K_R зависит только от материала провода. В соответствии с наименованием этого материала и выбирается буква значка. Вычисление ведут по схеме, представленной на рис. 40а. Само собой разумеется, что эту схему можно преоб-

разовать таким образом, чтобы по сопротивлению находить длину или диаметр. Величины коэффициента K_R для различных, наиболее ходовых, материалов приведены в таблице:

Материал	$\rho, \frac{\text{ОМ} \cdot \text{ММ}^2}{\text{М}}$	K_R	Значок у пометки
Медь	0,01724	0,1482	Сu
Алюминий	0,02695	0,1854	А
Бронза	0,02365	0,1737	В
Никелин	0,3998	0,7135	Н
Манганин	0,4248	0,7361	Ма
Константан	0,0867	0,7882	К

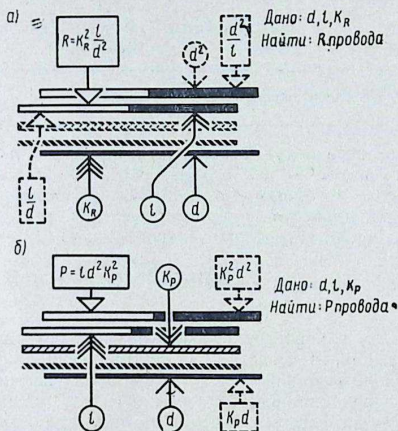


Рис. 40. Вычисление с помощью специальных значков:

а) сопротивления постоянному току круглого провода, б) веса круглого провода

11) Сu, А, В, Н, Ма, К (красные). Проставлены на шкале O ; значки коэффициента, входящего в формулу веса круглого провода определённых материала, диаметра и длины. Если P — вес провода в килограммах, d — диаметр провода в миллиметрах, l — длина провода в метрах, V — общий объём провода в кубиче-

ских сантиметрах, а σ — удельный вес материала провода, то справедливы следующие равенства:

$$P = \frac{V\sigma}{10^3} = \frac{1}{10^3} l \cdot 100 \frac{S}{100} \cdot \sigma = l \frac{\pi d^2}{4} \sigma \cdot 10^{-3} = ld^2 \left(\frac{\pi\sigma}{4} \right) \cdot 10^{-3} = ld^2 K_P^2.$$

Значение коэффициента K_P определяется материалом провода и для некоторых материалов приведено в таблице:

Материал	$\sigma, \frac{гp}{см^2}$	$K_P \cdot 10^{-3}$	Значок у пометки
Медь	8,93	2,642	Сu
Алюминий	2,71	1,458	А
Бронза	8,85	2,637	В
Никелин	8,78	2,621	N
Манганин	8,52	2,585	Ma
Константан	8,88	2,638	K
Усреднён., кроме аллюм. — 2,623			P

Вычисление веса ведут по схеме, указанной на рис. 406.

12) e — на шкале A_1 (см. стр. 85). Представляет собой основание натуральных логарифмов $e=2,718\ 282\dots$. Применяется в расчётах переходных процессов и процессов в длинных линиях, где в формулах это число встречается в дробной степени.

Пересчёт ранее выполненного расчёта

В технике очень распространена так называемая спиральная система расчёта. При этой системе из общих соображений выбирают некоторые исходные данные, по которым, пользуясь цепочкой формул, иногда очень длинной, рассчитывают все нужные величины. Цепочкой этот ряд формул называют потому, что в каждую последующую из них входят величины, взятые из одной или нескольких предыдущих. В конце подобного расчёта часто обнаруживается, что конечный результат получился почему-либо неудовлетворительным. Например, по окончании расчёта трансформатора оказывается, что обмотка не умещается в окне сердечника, выбранного в начале вычислений. Приходится повторять расчёт, изменив исходные данные. Если и в этом случае результат не удовлетворяет расчётчика, то он вынужден бывает повторять вычисления, каждый раз изменяя исходные данные. Правда, сравнивая результаты нескольких пересчётов, можно уже составить суждение о том, как

влияет на конечный результат то или иное изменение исходных данных, и более сознательно производить это изменение.

В отличие от спиральной, прямая система расчёта сразу даёт нужный конечный результат. Однако и в этой системе расчёта иногда приходится пересчитывать цепочку формул, если в начале или в середине этой цепочки при проверке обнаружена ошибка.

Знание нескольких простых приёмов комбинированных вычислений и методики пересчёта позволяет намного сократить время выполнения подобной работы.

Для того чтобы уяснить основную идею такого пересчёта, рассмотрим пример. Пусть имеется уже выполненный по следующей формуле расчёт:

$$u_x = \frac{J_m \cdot 3000}{C_1 \sin \alpha h} = \frac{23,3 \cdot 3000}{36,4 \cdot 0,725} = \left[\frac{2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^3}{4 \cdot 10 \cdot 1} = 1,5 \cdot 10^3 \right] = 2,65 \cdot 10^3 e$$

Пусть также, неважно по какой причине, в этом расчёте необходимо изменить число 23,3 на 27,1. Конечно, можно заново переписать всю строку расчёта, заново сделать прикидку и, наконец, заново произвести сам расчёт. Это потребует сравнительно много труда и времени.

Гораздо проще и экономнее выполнить следующий расчёт:

$$u'_x = 2,65 \cdot 10^3 \frac{27,1}{23,3} = 3,07 \cdot 10^3$$

(схема вычислений приведена на рис. 41а).

Здесь *результат* предыдущего расчёта разделён на 23,3 и таким образом это число «выведено» из формулы, а затем умножен на 27,1, т. е. последнее «введено» в формулу взамен числа 23,3. Такая операция выполняется одним из способов комбинированных вычислений, разобранных выше, и, как легко усвоить из приведённого примера, не изменится, если формула будет содержать любое, гораздо большее число членов. Что же касается значности окончательного результата после пересчёта, то она не может сильно измениться или это изменение можно легко определить без специальной прикидки.

Практически, в целях экономии труда, формулу не записывают заново, как это сделано выше для u'_x , а просто перечёркивают соответствующие числа и над или под ними пишут новые значения:

$$u_x = \frac{J_m \cdot 3000}{C_1 \sin \alpha h} = \frac{\overset{27,1}{23,3} \cdot 3000}{36,4 \cdot 0,725} = \left[\frac{2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^3}{4 \cdot 10 \cdot 1} = 1,5 \cdot 10^3 \right] = \overset{3,07}{2,65} \cdot 10^3 e$$

Естественно, что если число, подлежащее изменению, расположено в знаменателе, то «выводить» его нужно, умножая результат на такое же число, а новое взамен «вводить» посредством де-

ления. По такой же идее можно заменять числа, стоящие под корнем или возводимые в квадрат:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{8}{18} \cdot 10^{-6} \cdot 175 \cdot 10^{-12}}} = \left[\frac{1}{6\sqrt{2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12}}} \right] = \frac{1}{6 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 0,8 \cdot 10^7 = 8,62 \cdot 10^6 \text{ гц}$$

(схема рис. 41б). Заметим, что, поскольку числа 1—8 и 2—0 мало отличаются одно от другого, нет смысла задумываться над тем,

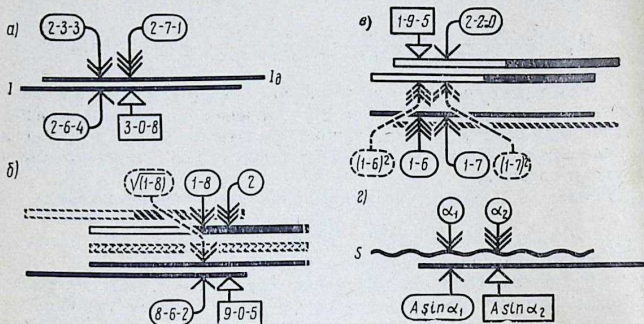


Рис. 41. Техника пересчёта:

а) схема замены числа первой степени, б) схема замены подкоренного числа, стоящего в знаменателе, в) схема замены числа во второй степени, г) схема замены синуса угла

в какой подшкале их следует брать. Важно только, чтобы они находились в пределах одной и той же подшкалы, если они имеют один и тот же порядок. В приведённой схеме новый результат получен, как $f' = 8,62 \cdot 10^6 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1,8}}$.

Аналогичным образом исправлен результат в выражении

$$L = 6,28 \cdot N^2 \left(\ln \frac{4D_{cp}}{c} - 0,5 \right) \cdot 10^{-3} = \left[6,28 \cdot 108 \cdot 10^2 \left(\ln \frac{4 \cdot 108}{85} - 0,5 \right) \cdot 10^{-3} \right] = 5 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 15 \cdot 10 = 150 \text{ мкГн}$$

(схема рис. 41в).

Таким образом, в каждом конкретном случае приходится заново придумывать схему пересчёта, сообразуясь с местом расположения и степенью заменяемого числа.

Если в результате первого пересчёта конечный ответ получается неудовлетворительным, то пересчёт приходится производить заново. В таком случае перечёркивают и вносят исправления карандашом другого цвета, например красным, зелёным, синим и т. д. Рабочие записи при таком способе работы получаются не совсем аккуратными, но зато экономится много времени и труда. В связи с возможностью таких пересчётов рабочие записи следует вести просторно, с большими интервалами между строками.

В заключение следует сказать несколько слов о пересчёте выражений, в которых изменению подвергается сомножитель, представляющий собой синус или тангенс. Подобный пересчёт удобнее выполнять, перевернув движок тригонометрическими шкалами наружу, как показано на рис. 41г.

Логически продолжая разобранные методы, можно составить схемы вычислений, при которых замене подвергается не одно, а два или даже три числа. Составление таких схем предлагается произвести читателю в порядке задания к данной главе.

Пропорциональные ряды, табличные расчёты

Совместим отметку 1 шкалы I_d с отметкой 2 шкалы I . Тогда против отметок шкалы I_d на шкале I оказываются вдвое большие величины: против числа 2,5 — число 5, против числа 3 — число 6 и т. д., поскольку это обычная схема умножения. Общая схема разобранной операции приведена на рис. 42б. Из этой схемы следует, что, желая помножить число a на ряд чисел b , можно воспользоваться только одной установкой движка, а нужный ряд произведений получить очень экономно посредством необходимого числа последовательных установок визира. Визир, как правило, легче переставлять, чем движок. Правда, правая часть движка при этом выходит за пределы корпуса, и когда очередной множитель оказывается на этой части, приходится перебрасывать движок. Это не совсем удобно, и если не требуется особой точности, лучше все эти операции производить на шкалах вторых степеней, где нет необходимости делать переброску движка.

Примером, иллюстрирующим необходимость использования такого приёма, может служить следующая задача: требуется составить таблицу допустимых токов для обмоточных проводов сечением от $0,1 \text{ мм}^2$ до 1 мм^2 при норме плотности тока $2,5 \text{ а/мм}^2$, 3 а/мм^2 и $3,5 \text{ а/мм}^2$. Расчёт, выполненный в соответствии с форму-

лой $I_{\text{доп}} = S\Delta$ по указанному выше способу, даст таблицу, в которой каждая колонка относится к другому значению Δ .

Очень важно усвоить следующие, чисто технические приёмы. Прежде всего, здесь расчёт следует вести «по вертикали», т. е.

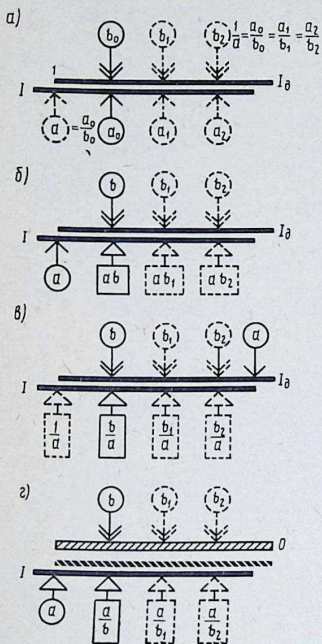


Рис. 42. Вычисления с участием ряда чисел:

- а) схема получения пропорции, б) схема умножения одного числа, на ряд других, в) деление ряда чисел на один делитель, г) деление одного делимого на ряд делителей

просчитывать колонку. Этого правила следует придерживаться при расчёте любых таблиц. Ведь все числа каждой колонки, как правило, рассчитываются при одной установке на линейке или хотя бы по одной схеме. Если вместо этого производить расчёты по строкам, то для каждого вычисления придётся производить новую установку, что сразу сказывается на снижении точности расчётов и увеличении времени выполнения операций. Непрерывная смена схем вычислений быстро утомляет расчётчика, и очень скоро он начинает ошибаться в установке чисел, выборе подшкал или аналогичных, чисто методических вопросах.

Преимущество расчёта по вертикали состоит также и в значительном облегчении определения порядка расчётных величин. Собственно, этот порядок приходится определять только для самого верхнего числа каждой колонки. В табличных расчётах характерным является монотонное, постепенное изменение величины вдоль колонки. Поэтому, определив порядок для первого числа колонки, легко можно сообразить порядок всех остальных чисел, даже если этот порядок в одном или нескольких местах колонки увеличится или уменьшится.

Другой, тоже чисто технический приём легко понять, если внимательно посмотреть на приведённую таблицу. В ней каж-

$S, \text{ мм}^2$	Допустимый ток, a		
	$\Delta=2,5 \text{ а/мм}^2$	$\Delta=3 \text{ а/мм}^2$	$\Delta=3,5 \text{ а/мм}^2$
0,1	0,25	0,3	0,35
0,15	0,375	0,45	0,525
0,2	0,5	0,6	0,7
0,25	0,625	0,75	0,88
0,3	0,75	0,9	1,05
0,35	0,875	1,05	1,23
0,4	1,000	1,2	1,4
0,45	1,125	1,35	1,58
0,5	1,25	1,5	1,75
0,55	1,38	1,65	1,93
0,6	1,5	1,8	2,1
0,65	1,625	1,95	2,28
0,7	1,75	2,1	2,45
0,75	1,875	2,25	2,63
0,8	2,0	2,4	2,8
0,85	2,13	2,55	2,98
0,9	2,25	2,7	3,15
0,95	2,38	2,85	3,33
1,00	2,5	3,0	3,5

дые три строки отделены более широким интервалом (для этой цели можно использовать также черту). Такое разделение облегчает чтение строк и устраняет ошибки за счёт записи чисел на несоответствующие строки. Ошибки последнего вида особенно часто встречаются при расчётах по вертикали. Членение на группы именно по три строки в каждой связано с упоминавшейся в начале особенностью восприятия человеком нескольких предметов.

Важно правильно подготовиться к табличному расчёту. Табличный расчёт почти всегда требует затраты большого труда, поэтому имеет смысл сначала тщательно его продумать в направлении максимальной рационализации. Эта рациональность должна заключаться и в выборе наименее трудоёмких схем вычислений и в учёте тех факторов, которые создают опасность снижения точности. Некоторая затрата времени на обдумывание и составление схем в конечном итоге значительно сокращает общий расход вы-

числительной работы и способствует уменьшению числа ошибок.

Приём получения произведения одного числа на ряд других чисел представляет собой частный случай использования правила пропорций, изображённого схематически на рис. 42а. Если совместить число a_0 шкалы I с числом b_0 шкалы I_d , то против начала или конца движка получим число a , представляющее собой частное a_0/b_0 ; но противостоящие числа a_1 и b_1 , a_2 и b_2 и им подобные дадут то же самое частное, а это можно записать следующим образом:

$$\frac{a_0}{b_0} = \frac{a_1}{b_1} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = a.$$

Это выражение представляет собой пропорцию.

Подобную пропорцию можно использовать, например, когда нужно уменьшить чертёж в отношении 2:3. Совместив отметку 2 шкалы II_d с отметкой 3 шкалы II , против чисел на шкале II получим ряд чисел на шкале II_d , представляющих 2/3 от исходных. Такая пропорция может быть также использована для облегчения отсчёта по шкале некоторых многопредельных стрелочных измерительных приборов, в которых приходится учитывать несоответствие градуировки фактическому пределу измерений. В данном примере рекомендовано использование шкал квадратов для того, чтобы не возникала необходимость в переброске движка. Естественно, что при желании получить большую точность, приходится пользоваться шкалами первых степеней и производить переброску движка.

Если требуется делить ряд чисел: b_1, b_2, b_3 и т. д. — на одно и то же число a , то пользуются установкой, представленной на схеме рис. 42в, т. е. сначала делят единицу на a , а затем $\frac{1}{a}$ мно-

жат, передвигая визир, на ряд чисел b_1, b_2, b_3 и т. д. Если же, наоборот, требуется одно и то же число делить на ряд делителей, то в соответствии со схемой рис. 42г, деление производят с помощью обратной шкалы. Конечно, для этих же задач можно придумать и другие схемы.

После всего сказанного можно сообразить, как, комбинируя действия на шкалах первых и вторых степеней, вычислять ряды типа:

$$\begin{aligned} & a\sqrt{b_1}; \quad a\sqrt{b_2}; \quad a\sqrt{b_3}; \quad \dots; \quad a\sqrt{b_n}, \\ & ab_1^2; \quad ab_2^2; \quad ab_3^2; \quad \dots; \quad ab_n^2, \\ & \frac{b_1}{\sqrt{a}}; \quad \frac{b_2}{\sqrt{a}}; \quad \frac{b_3}{\sqrt{a}}; \quad \dots; \quad \frac{b_n}{\sqrt{a}}, \\ & \sqrt{\frac{a}{b_1}}; \quad \sqrt{\frac{a}{b_2}}; \quad \sqrt{\frac{a}{b_3}}; \quad \dots; \quad \sqrt{\frac{a}{b_n}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{ab_1}; \quad \sqrt{ab_2}; \quad \sqrt{ab_3}; \quad \dots; \quad \sqrt{ab_n}, \\ & \sqrt{\frac{b_1}{a}}; \quad \sqrt{\frac{b_2}{a}}; \quad \sqrt{\frac{b_3}{a}}; \quad \dots; \quad \sqrt{\frac{b_n}{a}}, \\ & a^2 b_1^2; \quad a^2 b_2^2; \quad a^2 b_3^2; \quad \dots; \quad a^2 b_n^2, \\ & \frac{a^2}{b_1^2}; \quad \frac{a^2}{b_2^2}; \quad \frac{a^2}{b_3^2}; \quad \dots; \quad \frac{a^2}{b_n^2}, \\ & \frac{b_1^2}{a}; \quad \frac{b_2^2}{a}; \quad \frac{b_3^2}{a}; \quad \dots; \quad \frac{b_n^2}{a}. \end{aligned}$$

Задание 10. Составить схемы приведённых вычислений.

Привлекая для вычислений шкалы тригонометрических величин, можно получить возможность производить расчёты рядов типа:

$$\begin{aligned} & a \sin \alpha_1; \quad a \sin \alpha_2; \quad a \sin \alpha_3; \quad \dots; \quad a \sin \alpha_n, \\ & a \operatorname{tg} \alpha_1; \quad a \operatorname{tg} \alpha_2; \quad a \operatorname{tg} \alpha_3; \quad \dots; \quad a \operatorname{tg} \alpha_n, \\ & a \sin^2 \alpha_1; \quad a \sin^2 \alpha_2; \quad a \sin^2 \alpha_3; \quad \dots; \quad a \sin^2 \alpha_n, \\ & a \operatorname{tg}^2 \alpha_1; \quad a \operatorname{tg}^2 \alpha_2; \quad a \operatorname{tg}^2 \alpha_3; \quad \dots; \quad a \operatorname{tg}^2 \alpha_n \end{aligned}$$

и целый ряд других. Такие ряды удобно просчитывать на линейке с движком, перевёрнутым тригонометрическими шкалами наружу.

Существенным в табличных расчётах является то, что неизменное во всех перечисленных рядах число a может быть также и результатом вычисления некоторого сложного выражения, найденного ранее, например, посредством «ёлочки». В качестве примера этого можно привести расчёт резонансной кривой одиночного контура. Расчёт этот, как известно, ведут по формуле

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{df_0} \right)^2}}.$$

Пусть задано, что $d=0,0021$, $f_0=465$ кГц и что $\frac{I}{I_0}$ нужно расчитать для расстройки Δf , изменяющейся в пределах от 0 до 16 кГц. Для осуществления табличного расчёта сначала нужно определить величину

$$a = \frac{2}{df_0} = \frac{2}{0,0021 \cdot 465} = \left[\frac{2}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^2} = 2 \right] = 2,05.$$

Здесь частота $f_0=465$ взята в килогерцах с учётом того, что и Δf будет взято в килогерцах. Это избавляет от необходимости

употреблять в числителе и знаменателе множители, которые всё равно позже сократятся. Конечно, это совсем небольшая экономия в записях, но из множества таких приёмов мелкой экономии составляется большая экономия времени.

Теперь можно составлять таблицу и рассчитывать её по колонкам в соответствии с рекомендациями, приведёнными выше.

Δf	$\left(\frac{2\Delta f}{df_0}\right)^2 = a^2 \Delta f^2$	$1 + \left(\frac{2\Delta f}{df_0}\right)^2$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Delta f}{df_0}\right)^2}} = \frac{1}{I_0^2}$
0	0	1	1
0,25	0,263	1,263	0,888
0,5	1,05	2,05	0,7
0,75	2,36	3,36	0,545
1,0	4,2	5,2	0,438
1,25	6,56	7,56	0,364
1,5	9,5	10,5	0,308
1,75	12,9	13,9	0,268
2,0	16,8	17,8	0,237
• • • •	• • • •	• • • •	• • • •
• • • •	• • • •	• • • •	• • • •

Схемы вычисления второй и четвёртой колонок приведены на рис. 43. Что касается третьей колонки, то её расчёт ведётся в уме, а для $\left(\frac{2\Delta f}{df_0}\right)^2 > 100$ числа этой колонки принимаются равными

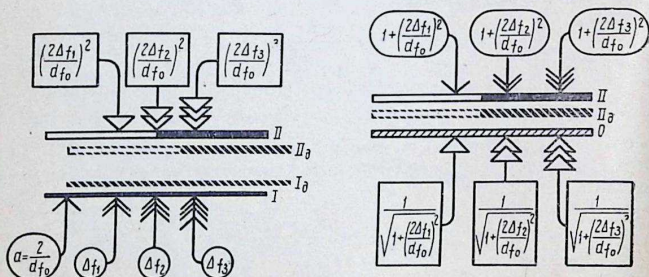


Рис. 43. Схемы расчёта таблицы резонансной кривой

числам второй колонки, так как добавление единицы не может изменить отсчёта на шкалах линейки.

В тех случаях, когда приходится производить пересчёт таблиц, экономнее будет перечёркивать неверные числа и *рядом* с ними писать исправленные. Тогда получается дополнительная, хорошо читаемая колонка исправленных чисел и меньше вероятность последующих ошибок чтения. В предвидении подобных поправок нужно стараться составлять таблицу так, чтобы между колонками оставалось достаточно свободного места. В отличие от этого, между строками больших интервалов делать не стоит, так как иначе колонка и соответственно таблица получаются несуразно длинными.

Операции с комплексными числами

Общие соображения

В радиотехнике комплексные числа, в основном, используют для расчёта сопротивлений, причём вещественной частью всегда является активное сопротивление, мнимой — реактивное сопротивление и комплексным — полное сопротивление. Имея в виду это использование, дальнейшие пояснения будем вести в терминах сопротивлений.

Известно, что комплексное число можно представить в трёх формах:

- 1) алгебраической $Z = R + iX$;
- 2) тригонометрической $Z = z(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, где модуль полного сопротивления $z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{X}{\sin\varphi}$, а фазовый угол можно найти из выражения $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R}$;

- 3) показательной $Z = ze^{i\varphi}$ или полярной $Z = z \angle \varphi$.

Логарифмическая линейка даёт возможность осуществлять переход от одной формы комплексного числа к другой, пользуясь указанными формулами и способами вычислений на счётной линейке, разобранными ранее. Однако более быстро и рационально, а следовательно, и более точно эту работу можно осуществить, используя приёмы, разработанные проф. Акульшиным. При большом количестве подобных вычислений они значительно сокращают вычислительную работу.

При расчёте по методу Акульшина работают с линейкой, движок которой перевёрнут тригонометрическими шкалами наружу. Благодаря этому легко можно комбинировать действия на тригонометрических шкалах и шкале первых степеней.

большее число, а визир — на меньшее. При $R > X$ оперировать приходится непосредственно с фазовым углом, а при $X > R$ — с углом, дополнительным к фазовому.

Задание 12. По активному и реактивному сопротивлениям найти модуль полного сопротивления и фазовый угол:

$$Z = 3 + i5; \quad Z = 5,84 e^{i59^\circ};$$

$$Z = 11,2 + i24; \quad Z = 26,5 e^{i65^\circ};$$

$$Z = 14,5 + i32,6; \quad Z = 35,7 e^{i66^\circ};$$

$$Z = 200 + i645; \quad Z = 674 e^{i71^\circ 45'}.$$

Приёмы вычислений приходится несколько изменить, если угол φ очень мал или приближается к 90° . Так, если $R > 10X$ или $X > 10R$, то угол отсчитывают по шкале ST , в первом случае непосредственно, во втором — как дополнительный. В тех же случаях, когда $R > 100X$ или $X > 100R$, угол по-прежнему отсчитывают по шкале ST , но уменьшают его в 10 раз, причём для $X > 100R$ нужно брать угол дополнительным. Во всех перечисленных случаях полное сопротивление Z принимают равным большей из составляющих, что вполне справедливо в пределах погрешностей, свойственных логарифмической линейке.

Задание 13. По активному и реактивному сопротивлениям найти модуль полного сопротивления и фазовый угол:

$$Z = 76 + i5,7; \quad Z = 76 e^{i4^\circ 18'};$$

$$Z = 3 + i0,2; \quad Z = 3 e^{i3^\circ 50'};$$

$$Z = 3 + i0,05; \quad Z = 3 e^{i0^\circ 57,3'};$$

$$Z = 5,7 + i76; \quad Z = 76 e^{i(90^\circ - 4^\circ 18')} = 76 e^{i85^\circ 42'};$$

$$Z = 0,2 + i3; \quad Z = 3 e^{i(90^\circ - 3^\circ 50')} = 3 e^{i86^\circ 10'};$$

$$Z = 0,05 + i3; \quad Z = 3 e^{i(90^\circ - 5,7')} = 3 e^{i89^\circ 54,3'}.$$

При коэффициентах R и X могут стоять различные знаки, а сочетание этих знаков определяет, в какой четверти располагается радиус-вектор, изображающий комплексное число Z , а соответственно этому, какую истинную величину имеет угол φ .

В таблице приведены различные случаи для одного примера, причём во всех случаях величина z остаётся неизменной и равной 10,3.

Алгебр. форма	$Z = +9 + i5$	$Z = -9 + i5$	$Z = -9 - i5$	$Z = +9 - i5$
Номер четверти	I	II	III	IV
Чертёж				

Для того чтобы не ошибиться в определении угла, если он превышает 90° , рекомендуется сделать самый грубый чертёж, из которого сразу становится ясным, какую истинную величину имеет этот фазовый угол.

В заключение необходимо дать ещё одну рекомендацию. Если фазовый угол больше 180° , то вместо положительных его значений, отсчитываемых против часовой стрелки, имеет смысл записывать отрицательный угол, который по абсолютному значению получается меньшим. К примеру, вместо того, чтобы писать $10e^{i330^\circ55'}$, лучше воспользоваться отрицательным углом $10e^{-i29^\circ5'}$. Практика показывает, что при дальнейших вычислениях реже происходят ошибки.

Полезно иметь в виду то обстоятельство, что разобранные приёмы можно использовать для гораздо более широкого круга задач отыскания гипотенузы и одного из углов в прямоугольных треугольниках.

Переход от показательной и тригонометрической форм к алгебраической

В этом расчёте исходными являются формулы:

$$Z = z(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{или} \quad Z = ze^{i\varphi},$$

т. е. известны z и φ , а нужно найти $Z = R + iX$, т. е. R и X .

Исходя из выражений $\frac{X}{z} = \sin \varphi$ и $\frac{R}{z} = \cos \varphi$, приходим к формулам пересчёта:

$$X = z \sin \varphi; \quad R = \frac{X}{\tan \varphi} \quad \text{или} \quad R = z \cos \varphi.$$

Схема этих вычислений приведена на рис. 45а, т. е. X находят, как $z \sin \varphi$, а R — как $z \cos \varphi = z \sin(90^\circ - \varphi)$, путём простого перемножения на шкалах S и T .

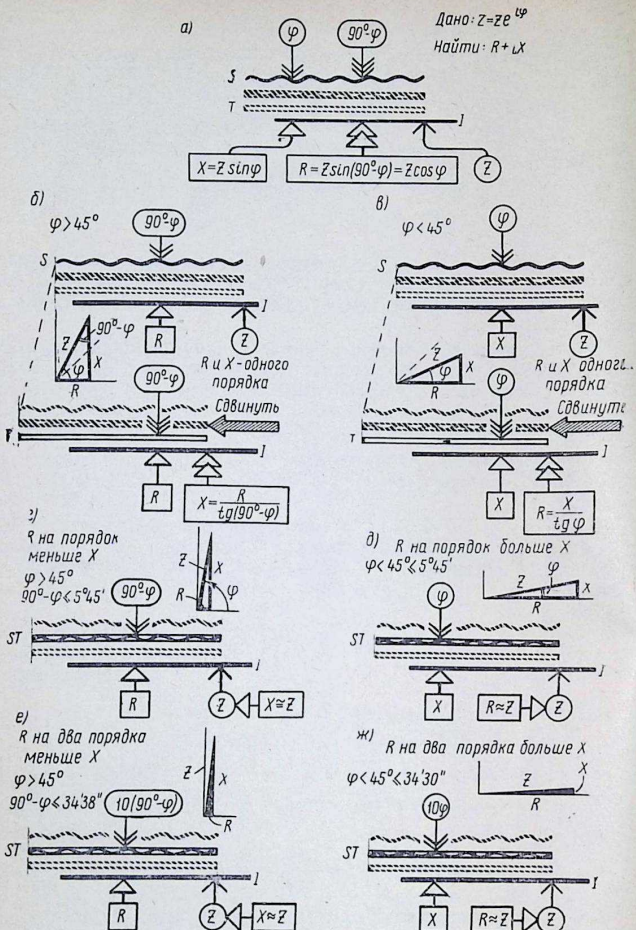


Рис. 45. Вычисление активной и реактивной составляющих по модулю полного сопротивления и фазовому углу

Этим способом удобно пользоваться, когда угол φ лежит в пределах примерно от 20° до 84° . При меньших значениях угла φ дополнительный угол $90^\circ - \varphi$ оказывается в той части шкалы синусов, в которой деления расположены особенно густо, вследствие чего точность отсчёта величины R сильно падает. Поэтому для углов, меньших примерно 30° , величину R находят делением $\frac{X}{\operatorname{tg} \varphi}$ по схемам рис. 45б—ж. Это, конечно, менее удобно, поскольку каждый раз приходится сдвигать движок, но зато обеспечивает необходимую точность вычисления.

Как видно из рис. 45, выбор способа и схемы вычисления целиком зависит от величины фазового угла. Для случаев, когда фазовый угол находится в пределах первого квадранта, на рис. 45 приведены пояснительные чертежи треугольников сопротивлений. Для фазовых углов, превышающих 90° , нужно, как это сделано в таблице на стр. 71, построить грубо приближённый чертёж и по нему определить знаки у активной и реактивной составляющих.

Задание 14. По модулю и фазовому углу найти активную и реактивную составляющую.

$$Z = 105 e^{i31^\circ 30'}; \quad Z = 89,5 + i55;$$

$$Z = 7,3 e^{i9^\circ 15'}; \quad Z = 7,22 + i1,17;$$

$$Z = 42 e^{i66^\circ}; \quad Z = 19,1 + i38,4;$$

$$Z = 42 e^{i0^\circ 55'}; \quad Z = 42 + i6,7.$$

Сложение и вычитание на логарифмической линейке

Среди тех, кто пользуется логарифмической линейкой, распространено мнение, что на счётной линейке получить сумму и разность чисел невозможно, да и, кроме того, в этом нет необходимости: проще сложить или вычесть в уме или на бумаге. Между тем овладение приёмами суммирования открывает, например, возможность рассчитывать пифагорову теорему, т. е. вычислять формулы типа $z = \sqrt{R^2 + X^2}$, а это, даже и вычисляя на бумаге, сделать не так просто. Приходится пользоваться счётной линейкой и, не зная метода комбинированных вычислений, производить для расчёта каждого треугольника следующие операции:

- 1) с помощью логарифмической линейки находить квадрат R и записывать его на бумаге;
- 2) с помощью логарифмической линейки находить квадрат X и записывать его на бумаге;
- 3) складывать в уме или на бумаге найденные квадраты;

4) из полученной суммы с помощью логарифмической линейки извлекать корень квадратный.

Между тем все эти операции можно заменить одним комбинированным вычислением, требующим записи на три числа меньше и исключающим запись промежуточных результатов на бумаге и фактически само сложение. Большую пользу указанные вычисления могут принести и при других расчётах.

В отличие от всех приёмов, рассмотренных ранее, при сложении разница в порядке слагаемых чисел представляет большую важность, так как $2+3=5$, а $20+3=23$. Иными словами, в зависимости от порядка слагаемых будет определяться не только порядок результата сложения, но и его мантисса.

Схема сложения чисел одного и того же порядка приведена на рис. 46а. Как видно из этой схемы, для

сложения нужно начало движка установить против меньшего слагаемого на шкале I и против второго слагаемого, взятого там же, отсчитать некоторое промежуточное число X . Эта операция фактически представляет собой деление, при котором частное $X = \frac{b}{a}$ отсчитывается на шкале первых степеней движка. Если теперь, переместив визир, прибавить к этому числу единицу, то против числа $(X+1)$, установленного на шкале I_d , на шкале I получим искомую сумму $(a+b)$.

В самом деле, при последней установке число a умножается на число $(X+1)$, в результате чего на шкале I получается

$$a(X+1) = a\left(\frac{b}{a} + 1\right) = b + a.$$

К примеру, если $a=2$, $b=3$, то $X=1,5$; $(X+1)=2,5$; $a+b=5$ (5 отсчитывается на шкале I против отметки 2,5 шкалы I_d).

Другой пример. Пусть требуется найти сумму $A=345+624$. Её можно представить в виде $A=10^2(3,45+6,24)$. Теперь, суммируя

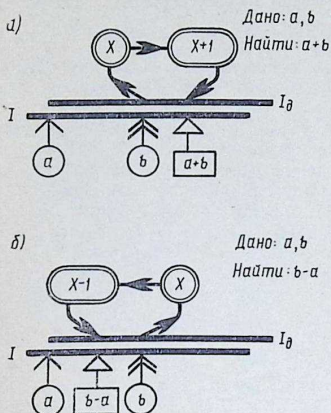


Рис. 46. Схемы сложения (а) и вычитания (б) чисел

в пределах скобки способом, указанным выше, находим $X=1,81$; $(X+1)=2,81$ и, окончательно, $A=10^2 \cdot 9,7=970$. Это всего на единицу меньше истинной суммы, так что погрешность не превышает нормы, свойственной логарифмической линейке.

Аналогичным образом можно определить сумму $C=0,02+0,074=10^{-2} (2+7,4)=10^{-2} \cdot 9,4=0,094$.

В некоторых случаях, например, при сложении чисел 8,5 и 9 значение $(X+1)$ оказывается на движке за пределами корпуса. При этом нужно, определив величину $(X+1)$, перебросить движок и установить у отметки b теперь уже его конец. Далее, как обычно, по значению $(X+1)$ на шкале I можно прочесть сумму. Естественно, что при этом порядок суммы получается на единицу выше, чем у слагаемых. Например, сумма чисел первого порядка 8,5 и 9 будет 17,5, т. е. уже число второго порядка. Это легко понять, если принять во внимание, что для получения $(X+1)$, в данном случае $(1,06+1)=2,06$, придётся по шкале I_d переместиться далеко за пределы шкалы I , которая, будучи частью бесконечной логарифмической шкалы, справа от себя имеет точно такой же участок с отметками от 10 до 100. При переброске движка реальная шкала I линейки играет роль этого воображаемого продолжения, но порядок чисел на ней уже на единицу больше.

Несколько более сложными получаются операции, если сами слагаемые между собой различаются на один порядок.

Пусть требуется сложить числа 20 и 3. Повторив предыдущую установку, получим $X=\frac{3}{20}=0,15$. Для того чтобы прибавить еди-

ницу, нужно уйти по движку направо. Но, если принять, что $X=0,15$, то самое правое деление шкалы I_d в данном случае будет 1, а требуется взять число $(X+1)=1,15$. Эта пометка, если опять рассматривать логарифмическую шкалу как часть бесконечной, будет находиться на воображаемом продолжении движка (рис. 47). Теперь предположим, что это продолжение и есть данный реальный движок. Тогда против пометки 1,15 шкалы I_d получим на шкале I искомую сумму 23.

При обратном соотношении значностей, т. е. когда требуется просуммировать 2 и 30, та же исходная установка даст $X=\frac{30}{2}=15$ и $(X+1)=16$. Против этого числа шкалы I находим на шкале корпуса искомую сумму 32.

Нетрудно, основываясь на приведённых примерах, сформулировать следующее, легко запоминающееся правило *первого числа*. Если первое (меньшее по значащим цифрам) слагаемое *больше* второго, то нужно прибавлять *больше* единицы, т. е. 10. Если же первое слагаемое по значности *меньше* второго, то нужно прибавлять *меньше* единицы, т. е. 0,1.

Складывать на линейке числа, различающиеся на два порядка, не имеет смысла, так как точность результата очень низка. Проще принять сумму равной большему числу. Тогда, например, $200+2$ будет не 202, а 200. Погрешность составляет 1%, что меньше по-

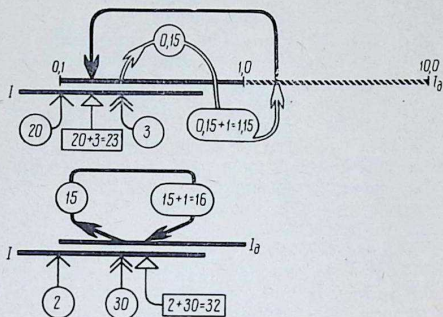


Рис. 47. Схемы сложения двух чисел, различающихся на один порядок

грешностей отсчёта, который можно надёжно получить на логарифмической линейке.

Задание 15. Найти суммы:

$$16+40=$$

$$1,75+4,75=$$

$$0,022+0,083=$$

$$7,3+7,5=$$

$$33,9+6,5=$$

$$136+53=$$

$$711+986=$$

$$48,8+77,7=$$

$$2,14+69,4=$$

Порядок операций при вычислении разности двух чисел, изображённый схемой рис. 46б, отличается от порядка сложения только тем, что единицу не прибавляют к числу, а вычитают. В остальном вычитание не отличается от сложения.

Сложение квадратов чисел и вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника можно представить схемой рис. 48а. Отложив на шкале I числа a и b , на шкале II получим квадраты этих чисел. Число X теперь будет на шкале II_d . На этой же шкале фиксируем число $(X+1)$, против которого на шкале II оказывается сумма квадратов, а под ней, на шкале I , — корень квадратный этой суммы.

Подобным же образом, пользуясь схемой рис. 48б, можно вычислить разность квадратов и корень квадратный этой разности.

Правило для определения числа, прибавляемого к X или вычитаемого из него, остаётся прежним. Нужно только стараться оперировать числами первого порядка, представляя всякое многозначное число как произведение мантиссы на степень десятки.

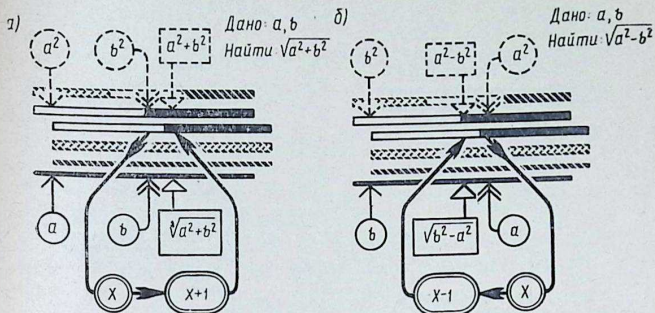


Рис. 48. Схемы сложения (а) и вычитания (б) квадратов чисел

Задание 16. Вычислить, пользуясь пифагоровой теоремой:

1) гипотенузу при катетах:

2 и 3	0,07 и 0,064
16 и 40	5,4 и 6,3
830 и 427	0,1 и 1,8

2) катет при другом катете и гипотенузе:

6,7 и 9,3	0,355 и 0,365
30,8 и 75,2	0,0452 и 0,0093
446 и 893	4,4 и 6,71.

Очень удобно использовать приёмы сложения и вычитания с помощью логарифмической счётной линейки для другого вида вычислений — определения эквивалентного сопротивления двух параллельно включённых сопротивлений, т. е. для формул вида:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Таковую же структуру имеют формулы общей индуктивности двух катушек, включённых параллельно, и общей ёмкости двух конденсаторов, включённых последовательно.

Вторая форма записи, приведённой выше, свидетельствует о том, что здесь по сути дела производят сложение обратных чисел.

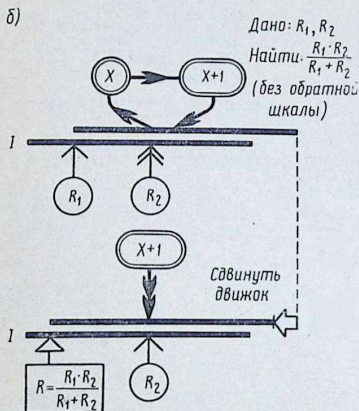
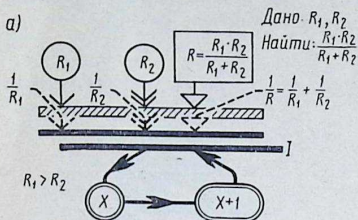


Рис 49. Схемы суммирования обратных чисел:

- а) с использованием обратной шкалы,
б) без обратной шкалы

обычных чисел и может быть сформулировано так. Если первое (большее по значащей цифре) слагаемое больше второго на один порядок, то к X нужно прибавлять меньшее число, т. е. 0,1 и наоборот.

Поэтому естественно будет привлечь для таких вычислений обратную шкалу O . Схема вычислений при сложении обратных чисел представлена на рис. 49а. Движок смещают так, чтобы число R_1 (большее из сопротивлений), взятое на шкале O , оказалось против начала шкалы I . Этим самым против начала шкалы I на шкале I_d устанавливается число, обратное R_1 . Аналогично этому против числа R_2 оказывается проводимость $\frac{1}{R_2}$. Если теперь к числу X , найденному на шкале I , прибавить единицу, то на шкале I_d против $(X+1)$ окажется сумма проводимостей $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, а на обратной шкале — общее сопротивление R .

Практически, при расчётах нет необходимости отсчитывать проводимости. Можно оперировать только сопротивлениями.

Легко также сообразить правило первого числа для операций с обратными числами разных порядков. Оно будет обратным правило сложения

В некоторых старых линейках нет обратных шкал. В таких линейках вычисления можно вести по схеме рис. 49б. Первый этап позволяет вычислить $X = \frac{R_2}{R_1}$ на шкале I_d . Определив $(X+1)$, а $X+1 = \frac{R_2}{R_1} + 1$, и сместив движок так, чтобы последнее совпало с числом R_2 , мы выполним операцию деления R_2 на $\left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$ и против конца движка получим частное

$$\frac{\frac{R_2}{R_1} + 1}{\frac{R_2}{R_1} + 1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R.$$

Этот приём, естественно, менее удобен, чем предыдущий, так как приходится сдвигать движок, а не визир.

Задание 17. Рассчитать общее сопротивление двух резисторов при параллельном их соединении (все величины в омах)

3 и 4	(1,71)	172 и 210	(94,6)
14 и 27	(9,2)	210 и 17,2	(15,9)
85 и 35	(24,8)	210 и 1,72	(1,71)
85 и 3,5	(3,36)	0,045 и 0,3	(0,039)
85 и 350	(68,4)	1140 и 790	(467)

Нетрудно составить схемы вычислений для отыскания одного из параллельных сопротивлений по второму и эквивалентному.

Расчёт параметров и резонансной частоты контуров

В практике работы электротехников и радиотехников такие вычисления встречаются столь часто, что для этой цели есть смысл придумать специальные приёмы комбинированных расчётов. Задача сводится к вычислению результатов по следующим формулам:

$$\begin{aligned} 1. L_{(гн)} &= \frac{1}{4\pi^2 f_{(гц)}^2 C_{(ф)}} \text{ или } L_{(мкгн)} = \frac{2,53}{f_{(кгц)}^2 C_{(пф)}}; \\ 2. C_{(ф)} &= \frac{1}{4\pi^2 f_{(кгц)}^2 L_{(гн)}} \text{ или } C_{(пф)} = \frac{2,53}{f_{(гц)}^2 L_{(мкгн)}}; \\ 3. f_{(гц)} &= \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{(гн)} C_{(ф)}}} \text{ или } f_{(гц)} = \frac{10^5}{\sqrt{\frac{C_{(пф)} L_{(мкгн)}}{2,53}}}; \end{aligned}$$

$$4. \rho_{(ом)} = \sqrt{\frac{L_{(мкгн)}}{C_{(мкф)}}}; \quad 5. d = \frac{R_{(ом)}}{\rho_{(ом)}}; \quad 6. Q = \frac{1}{d}.$$

Число 2,53 представляет собой мантиссу результата вычисления дроби $\frac{1}{4\pi^2}$. Коэффициент 2,53 нужно запомнить или аккуратно нанести в виде цветного тонкого штриха с пометкой f на шкалу II .

1. Определение индуктивности контура по резонансной частоте и ёмкости¹⁾

В соответствии со схемой на рис. 50а, против числа 2,53, взятого на шкале II , на шкале II_d устанавливаем число, соответствующее

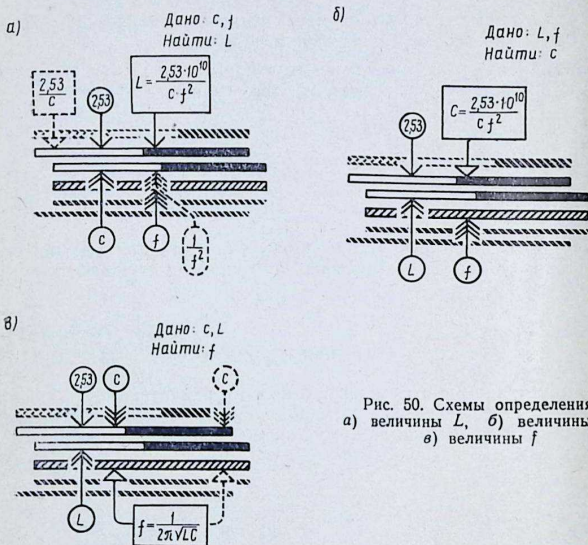


Рис. 50. Схемы определения:
а) величины L , б) величины C ,
в) величины f

щей ёмкости контура C . Против начала (или конца) движка на шкале II получаем частотное $\frac{2,53}{C}$. Далее, на шкале O визиром

¹⁾ Этот и следующие два метода впервые были опубликованы в журнале *Wireless World* (февраль, 1954).

устанавливаем число, соответствующее резонансной частоте. Это значит, что одновременно на шкале I_d отсчитывается число $\frac{1}{f}$, а на шкале II_d — число $\frac{1}{f^2}$. При данной установке получается, что на число $\frac{2,53}{C}$ умножается число $\frac{1}{f^2}$. Поэтому визир на шкале II зафиксировывает произведение, вернее, мантиссу произведения $\frac{2,53}{Cf^2} = L$, что и является искомым результатом.

Значность результата определяют по прикидке, поэтому совершенно безразлично, в каких единицах взяты на линейке величины частоты (герцы, килогерцы или мегагерцы) и ёмкости (пикофаряды, тысячи пикофарад, фарады, но не старые единицы — сантиметры).

Задание 18. Найти индуктивность катушки контура, если:

$$1) C = 150 \text{ пф}; \quad f = 465 \text{ кГц};$$

$$L = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Cf^2} = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{150 \cdot 465^2} = \left[\frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^2 \cdot 1,6 \cdot 10 \cdot 10^4} = 10^3 \right] = 780 \text{ мкГн};$$

$$2) C = 450 \text{ пф}; \quad f = 1125 \text{ кГц};$$

$$L = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Cf^2} = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{450 \cdot 1125^2} = \left[\frac{3 \cdot 10^{10}}{5 \cdot 10^2 \cdot 10^6} = 0,6 \cdot 10^2 \right] = 44,4 \text{ мкГн}.$$

2. Определение ёмкости конденсатора контура по резонансной частоте и индуктивности катушки

Вычисление ведут в той же последовательности, что и в предыдущем случае, но вместо значения C на движке ставят значение L , а в ответе получают C (рис. 506).

Задание 19. Найти ёмкость конденсатора контура, если:

$$1) L = 12,8 \text{ мкГн}; \quad f = 3,56 \text{ МГц};$$

$$C = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Lf^2} = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{12,8 \cdot 3,56^2 \cdot 10^6} = \left[\frac{2,53 \cdot 10^{10}}{10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^6} = 1,5 \cdot 10^2 \right] = 156 \text{ пф};$$

$$2) L = 7,9 \text{ мкГн}; \quad f = 7,2 \text{ МГц};$$

$$C = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{Lf^2} = \frac{2,53 \cdot 10^{10}}{7,9 \cdot 7,2^2 \cdot 10^6} = \left[\frac{2,53 \cdot 10^{10}}{10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^6} = 0,5 \cdot 10^2 \right] = 61,8 \text{ пф}.$$

3. Определение резонансной частоты по индуктивности катушки и ёмкости конденсатора

В данном вычислении первая операция не отличается от того, что было в предыдущем случае; в результате её против начала или конца движка на шкале *II* оказывается число $\frac{2,53}{L}$. Если теперь взять на шкале *II* число, соответствующее *C* (рис. 50б), то это приведёт к выполнению деления на шкалах квадратов, при котором результат деления получается на шкале *II_д*. Этот результат будет $\frac{C}{\frac{2,53}{L}} = \frac{LC}{2,53}$, однако под этой же визирной линией, но уже на шкале *I_д*, будет находиться квадратный корень последнего выражения, т. е. $\sqrt{\frac{LC}{2,53}}$, а на шкале *O* — обратная величина корня, т. е. $\sqrt{\frac{2,53}{LC}}$ или, иначе, искомый результат.

При извлечении корня квадратного величину *L* или *C* есть возможность взять как в первой, так и во второй половинах шкалы квадратов. Результат при этом получится разным, правильным он может быть только один. В конечном итоге эту двузначность можно свести к проблеме правильного выбора подшкалы, в которой следует брать число *C*. Для того чтобы не устанавливать специальных правил и вместе с тем надёжно получить верный результат, нужно произвести прикидку, и тогда будет ясно, на какой подшкале надлежит брать *C*, чтобы результат вычислений сошёлся с прикидкой.

Задание 20. Найти резонансную частоту контура, если:

- 1) $L = 1,2 \text{ мГн}; C = 50 \text{ т. пф.}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-9}}} = \left[\frac{1}{6\sqrt{50 \cdot 10^{-12}}} = \right. \\ &= \left. \frac{1}{\frac{6 \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{42}} = 0,25 \cdot 10^5 \right] = 20,6 \text{ кГц}; \end{aligned}$$

- 2) $L = 8,4 \text{ Гн}; C = 200 \text{ т. пф.}$

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{8,4 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 10^{-12}}} = \left[\frac{1}{6\sqrt{10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-9}}} = \right. \\ &= \left. \frac{1}{6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} = 10^2 \right] = 123,5 \text{ кГц}; \end{aligned}$$

3) $L = 12,5 \text{ мкгн}; C = 75 \text{ нф};$

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 75 \cdot 10^{-12}}} = \left[\frac{1}{6 \sqrt{10 \cdot 10^{-6} \cdot 7,5 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}} \right] =$$

$$= \frac{1}{\frac{6 \cdot 3 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10}} = 5 \cdot 10^6 = 5,2 \text{ Мгц.}$$

4. Определение волнового сопротивления контура, его добротности и затухания

Важным и широко применяемым параметром, определённым образом характеризующим колебательный контур, является его волновое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$. Вычисление этого сопротивления можно производить по схеме рис. 51а. Схема не требует особых

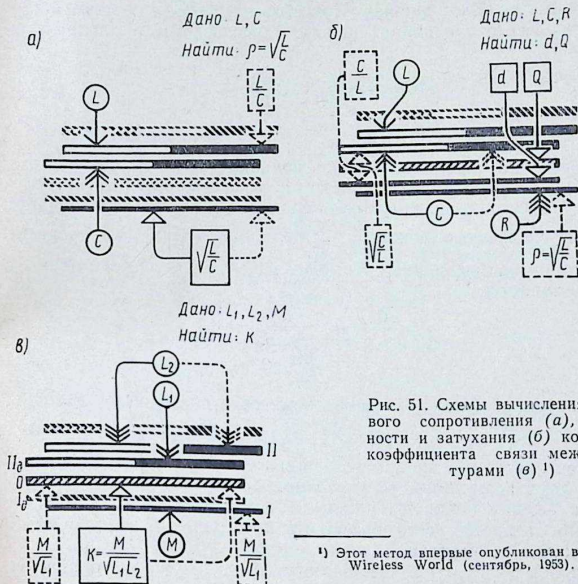


Рис. 51. Схемы вычисления волнового сопротивления (а), добротности и затухания (б) контура и коэффициента связи между контурами (в) ¹⁾

¹⁾ Этот метод впервые опубликован в журнале Wireless World (сентябрь, 1953).

пояснений, нужно только не забывать, что при извлечении корня квадратного верным может быть только один из возможных результатов, а какой именно — указывает прикидка.

Иное дело — расчёт добротности и затухания контура. На рис. 51б представлена схема вычисления, по которой, используя всего одну установку, можно вычислить как затухание, так и добротность по общеизвестным формулам:

$$d = \frac{R}{\rho} = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}}; \quad Q = \frac{1}{d}.$$

Как следует из схемы, первая операция не отличается от предыдущей и состоит в вычислении волнового сопротивления по индуктивности и ёмкости контура. Если волновое сопротивление контура в готовом виде содержится в условии задачи, то его можно взять сразу на шкале I , установив против этой отметки конец (или, если нужно, начало) движка. При этом на шкале I_d против начала (или соответственно конца) шкалы I оказывается обратная величина:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Если теперь на шкале I взять величину R , то против пометки этой величины на шкале I_d окажется искомый результат: затухание d . Действительно, при таком расположении шкал получается операция умножения величины $\sqrt{\frac{L}{C}}$ на сопротивление R — операция, при которой произведение оказывается на движке. Таким образом, здесь получается

$$\sqrt{\frac{C}{L}} R = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = d.$$

На обратной шкале O против отметки d оказывается величина добротности $Q = \frac{1}{d}$. Учитывая, что в этих вычислениях производится извлечение корня квадратного, приходится выбирать один верный из двух возможных результатов. Практически это можно свести к выбору половины шкалы, в которой взято C . Результат этого выбора проще всего установить на основании предварительной прикидки результата.

Условия задачи, естественно, могут быть изменены; например, может оказаться, что добротность входит в число заданных вели-

чин, а отыскивается R или другой параметр. В этом случае придётся соответственно изменить стрелки на схеме.

Задание 21. Рассчитать волновое сопротивление, добротность и затухание контуров с параметрами, приведёнными в таблице.

Параметры деталей контуров			Рассчитываемые параметры		
L	C , пф	R , ом	r , ом	Q	d
316 мкГн	222	52	1193	23	$4,35 \cdot 10^{-2}$
210 мкГн	120	8,6	1322	153,7	$6,54 \cdot 10^{-3}$
4 мГн	160	41,5	5000	120,5	$8,34 \cdot 10^{-3}$
250 мкГн	820	5,3	553	104	$9,62 \cdot 10^{-3}$
0,67 мГн	36	24	4310	179,5	$5,59 \cdot 10^{-3}$
75 мкГн	95	9,3	890	95,5	$1,1 \cdot 10^{-2}$

Расчёт показательных функций

В практике радиотехнических расчётов довольно часто приходится определять результат вычислений по формулам типа:

$$X = a^b,$$

$$X = \sqrt[b]{a},$$

причём степень b представляет собой смешанное или дробное число. На логарифмической линейке общего назначения, разбиравшейся выше, такого рода расчёты приходится выполнять в следующем порядке:

- 1) отыскивать логарифм числа a (мантиссу с помощью шкал I и J , характеристику — в уме);
- 2) умножить или делить этот логарифм на b (шкалы I и I_d);
- 3) потенцировать результат умножения или деления (по мантиссе логарифма, используя шкалы I и J).

Существуют линейки с дополнительными шкалами, которые позволяют получить искомым в таком вычислении результат всего одной установкой. На этих шкалах отложены двойные логарифмы, чаще всего натуральные логарифмы от логарифмов десятичных. Рассмотрим принцип использования этих дополнительных шкал, которые в дальнейшем будем обозначать буквой A , и на условных схемах — чертой с поперечной штриховкой (см. рис. 1).

Если прологарифмировать равенство $x = a^b$, используя натуральные логарифмы, то получится $\ln x = \ln(a^b) = b \ln a$.

Если теперь прологарифмировать последнее равенство, но используя уже десятичные логарифмы, то будем иметь:

$$\lg \ln X = \lg(b \ln a); \quad \underbrace{\lg \ln X}_{\text{шкала } A} = \underbrace{\lg b}_\text{шкала } I + \underbrace{\lg \ln a}_\text{шкала } A.$$

Причина, по которой первый раз был взят натуральный логарифм, а второй раз — десятичный, имеет определённый практический смысл, который будет раскрыт несколько позже.

Из последнего равенства следует, что задачу возведения любого числа a в произвольную степень b оказывается возможным свести к сложению отрезков шкалы обычных логарифмов I или I_d и шкалы двойных логарифмов A . Аналогичным образом можно показать, что извлечение корня произвольной степени b можно свести к вычитанию из отрезка шкалы A отрезка шкалы I .

На обычных отечественных линейках шкалы двойных логарифмов нет. В приложении к этой книге приведена такая шкала модуля 25 см и объясняется, как наклеить шкалу на линейку.

Фактически шкала A состоит из двух шкал: A_1 и A_{10} , расположенных одна под другой. Шкала A_1 содержит деления от 1,1 до 2,7, а шкала A_{10} — от 2,7 до 10^5 .

Принцип построения шкал двойных логарифмов мало чем отличается от принципа построения обычных логарифмических шкал. Ранее указывалось, что шкала I образована отметками десятичных логарифмов, хотя против этих отметок и поставлены цифры, соответствующие не логарифму, а числу, из которого получен логарифм. Масштабом для нанесения отметок шкалы I служит равномерная шкала L . Аналогичным образом поставлены на шкалах A_1 и A_{10} отметки натуральных логарифмов, для которых масштабной является шкала десятичных логарифмов I . Таким образом, на шкалах A_1 и A_{10} нанесены относительно равномерной шкалы L двойные логарифмы, хотя против отметок этих двойных логарифмов и стоят цифры, соответствующие логарифмируемым числам. Естественно, что шкала двойных логарифмов очень сильно сбегается к концу. Это — закономерный результат двойного логарифмирования.

Из сказанного выше вытекает, что против чисел, взятых на шкалах A_1 и A_{10} , на шкале I будут находиться натуральные логарифмы этих чисел, а на шкале L — десятичные логарифмы от натуральных логарифмов (рис. 52а). Так как основанием натуральных логарифмов является число $e = 2,718\ 282$, то приходится учитывать не только мантиссу, но и характеристику этих натуральных логарифмов, иначе шкалы A_1 и A_{10} нельзя будет использовать совместно с остальными. В связи с этим обстоятельством пределы

значений отметок на шкале I будут уже вполне определёнными и разными для шкал A_1 и A_{10} . Числам от 1,1 до 2,7 шкалы A_1 соответствуют значения натуральных логарифмов от 0,1 до 1,0, а числам от 2,7 до $3,5 \cdot 10^4$ шкалы A_{10} соответствуют значения логарифмов от 1,0 до 10. Для удобства запоминания индекс названия шкалы (A_1 и A_{10}) соответствует значению правой отметки шкалы I .

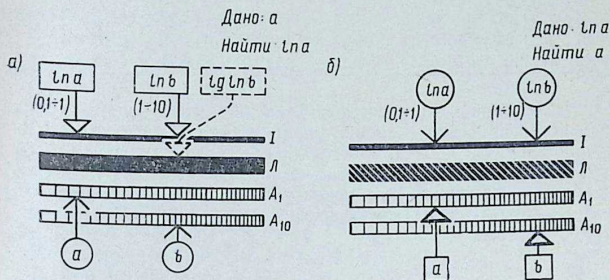


Рис. 52. Схемы использования шкал двойных логарифмов для логарифмирования (а) и потенцирования (б)

Переход со шкалы I на шкалы A_1 или A_{10} даёт возможность производить потенцирование натуральных логарифмов (рис. 52б). Некоторые затруднения возникают, если логарифмируемое число лежит за пределами шкал двойных логарифмов. В таком случае приходится пользоваться обычными правилами логарифмирования, рассматривая, например, $\lg 862$, как $\lg 8,62 + \lg 10^2$, или $\lg 0,0862$, как $\lg 8,62 - \lg 10^2$. Суммирование приходится выполнять уже без помощи линейки. Для справки в табличке приведены значения натуральных логарифмов некоторых степеней.

Число	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
Натуральный логарифм	2,303	4,605	6,908	9,210	11,51

Проще, однако, запомнить один только логарифм 10, а логарифмы других степеней десяти получать умножением.

Задание 22. Произвести логарифмирование и потенцирование аналогично заданию I .

N	$\ln N$	N	$\ln N$	N	$\ln N$	N	$\ln N$
1,44	0,365	9,04	2,2	5700	8,65	0,2	-1,709
1,87	0,626	12,3	2,51	6350	8,76	0,85	-0,16
2,21	0,792	245	5,5	13200	9,45	0,052	-2,96
2,76	1,015	860	6,75	32100	10,37	0,0068	-5,00
6,51	1,87	1370	7,22	76800	11,25	0,0009	-7,07
7,45	2,05	3440	8,14	125000	11,74	0,0003	-8,12

Возведение числа в некоторую степень с использованием шкалы двойных логарифмов — сравнительно простая операция (схема рис. 53а) и мало чем отличается от обычного умножения. К примеру, используя шкалу A_1 , легко вычислить, что $1,44^{2,5} = 2,48$. Может, однако, случиться, что показатель степени b , отложенный на шкале I_d , окажется на том участке движка, который выдвинут из

корпуса и, следовательно, находится уже за пределами шкалы A_1 . Так, к примеру, получится, если искать 2^2 . В этом случае нужно произвести перекидку движка (схема рис. 53б) и результат вычисления искать уже на шкале A_{10} .

Известные трудности представляет возведение в степень десятичных дробей, так как на шкалах A_1 и A_{10} , имеющих пределы от числа 1,05, дробей нет.

Если, например, нужно вычислить $X = 0,5^{2,3}$, то приходится поступать следующим образом. Записывают десятичную дробь в форме простой дроби и сначала возводят в нужную степень порознь числитель и знамена-

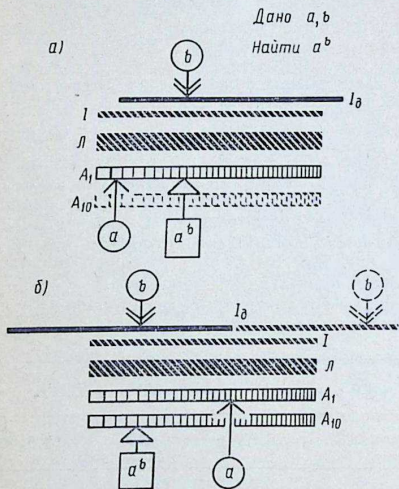


Рис. 53. Схемы использования шкал двойных логарифмов для возведения в степень в пределах одной шкалы (а), в пределах двух шкал (б)

тель, а потом, работая на шкалах первых степеней, вычисляют окончательный результат:

$$X = 0,5^{2,3} = \left(\frac{5}{10}\right)^{2,3} = \frac{5^{2,3}}{10^{2,3}} = \frac{40,3}{200} = \left[\frac{4 \cdot 10}{2 \cdot 10^2} = 2 \cdot 10^{-1}\right] = 0,202.$$

Конечно, примерно тот же результат можно получить, пользуясь обычным образом десятичными логарифмами, т. е. шкалами *I* и *Л*. Тогда запись вычисления получится следующей:

$$X = 0,5^{2,3},$$

$$\lg 0,5 = \bar{1},7,$$

$$\lg (0,5^{2,3}) = \bar{1},7 \cdot 2,3 = -0,3 \cdot 2,3 = -0,69 = \bar{1},31,$$

$$0,5^{2,3} = 0,204.$$

(Точнее, не по линейке, $0,5^{2,3} = 0,203$.)

Последнее вычисление всё же несколько длиннее, чем при использовании шкал двойных логарифмов и гораздо больше действий приходится делать в уме.

Извлечение корня произвольной степени по технике сходно с делением чисел. В самом деле, если $X = \sqrt[b]{a}$, то

$$\ln X = \ln \sqrt[b]{a} = \frac{\ln a}{b} \text{ и } \lg \ln X = \lg \left(\frac{\ln a}{b}\right) = \lg \ln a - \lg b.$$

Схема этой операции приведена на 54а. Понять её принцип будет легче, если проверить схему на простом примере, вроде $\sqrt[3]{100}$. На этом же рисунке показана схема для того случая, когда показатель степени оказывается на выдвинутой части движка и при-

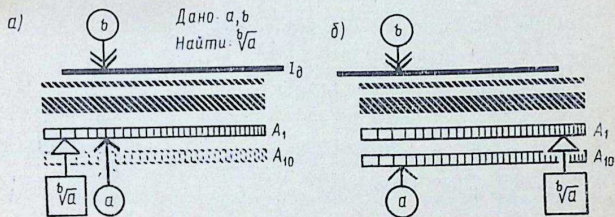


Рис. 54. Схема извлечения корня:

а) когда подкоренное число и корень размещены на одной шкале, б) когда подкоренное число и корень размещены на разных шкалах

ходится переходить со шкалы A_{10} на шкалу A_1 . Так нужно действовать, к примеру, при отыскании $\sqrt[3]{8}$.

В вычислениях встречаются случаи, когда некоторое число нужно возвести в дробную степень. При этом можно рассуждать двумя способами. По первому способу учитывают, что дробная степень получается при извлечении корня. При этом степень корня есть число, обратное показателю степени (вспомним, $a^{0,5} = a^{1/2} = \sqrt{a}$). Для того чтобы вычислить $8^{0,3}$, можно произвести преобразование:

$$8^{0,3} = \sqrt[0,3]{8} = \sqrt[3,34]{8}$$

— и дальше вычислять на шкалах A_1 и A_{10} корень уже рассмотренным способом.

По другому способу прибегают к искусственному приёму, который легче всего рассмотреть на том же примере. Число $8^{0,3}$ представляют, как $8^{0,3} \frac{8}{8} = \frac{8^{1,3}}{8}$. Теперь числитель можно без особого труда возвести в степень 1,3 посредством логарифмической линейки и после последующего деления получить желаемый результат:

$$8^{0,3} = \frac{8^{1,3}}{8} = \frac{15}{8} = 1,875.$$

Легко сообразить, как вычислять результат возведения дроби в дробную степень:

$$\begin{aligned} X = 0,54^{0,821} &= \left(\frac{5,4}{10}\right)^{0,821} = \frac{5,4^{1,821} \cdot 10}{5,4 \cdot 10^{1,821}} = \frac{21,6 \cdot 10}{5,4 \cdot 66,5} = \\ &= \left[\frac{2 \cdot 10 \cdot 10}{5 \cdot 5 \cdot 10} = 0,7\right] = 0,596. \end{aligned}$$

Задание 23. Вычислить следующие выражения:

$$R = \frac{1}{2F \cdot C \ln \frac{U_m}{E_{g0}}} = \frac{1}{2 \cdot 1300 \cdot 1540 \cdot 10^{-12} \ln \frac{150}{15}} = 108,4 \text{ ком};$$

$$T = 2\tau_3 \ln \frac{A}{D(E - U_0)} + 2t_1 = 2 \cdot 275 \ln \frac{62}{3,32(250 - 30)} + 2 \cdot 45 = 1270 \text{ мксек};$$

$$P_2 = P_1 e^{-2b} = 400 \cdot e^{-2 \cdot 0,065} = 352 \text{ вт};$$

$$\tau_p = C_g R_g \approx \frac{\tau}{\ln \frac{E_a + I_1 R_{a1} - U_k}{E_a - I_1 R_k + |E_{g02}|}} = \frac{104,5}{\ln \frac{200 + 2,2 \cdot 30 - 16}{200 - 2,2 \cdot 1,5 + 8}} = 485 \text{ мсек}.$$

Использование логарифмической линейки для графического иллюстрирования результатов расчёта

Результаты расчётов, особенно табличных, часто бывает удобно представить в форме наглядных графиков. При этом многие функциональные зависимости, например частотные характеристики, имеет смысл, и уже стало традицией, изображать в виде графиков с логарифмической и полулогарифмической сеткой¹⁾.

Рассчитывать логарифмическую шкалу для каждого графика очень хлопотно. Поэтому на практике для нанесения делений на оси таких графиков обычно используют шкалы логарифмической линейки.

В простейшем случае одну из шкал линейки (I_d , II_d или K) с помощью циркуля-измерителя (при этом нужно беречь линейку от царапин) или бумажной полоски переносят на соответствующую ось графика. Однако не всегда масштаб такой шкалы имеет нужную величину. Для изменения масштаба логарифмической шкалы можно предложить несколько приёмов.

1. **Применение масштабного транспаранта.** На кусок кальки с линейкой переносят логарифмическую шкалу AB (рис. 55). Примерно против середины этой шкалы выбирают полюс P , соединяют все деления с полюсом прямыми и продолжают эти прямые дальше направо, за AB . Наконец, проводят на транспаранте ряд прямых $a, b, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$, параллельных шкале AB .

Для того чтобы разметить деления на некоторой оси MM , транспарант накладывают на эту ось и перемещают его так, чтобы одна из линий a_n, b_n совместилась с градуируемой осью или оказалась ей параллельной, а крайние из нужного числа радиальных линий сетки прошли через точки MM . Теперь деления с транспаранта можно перенести на чертёж, перекалывая их иглой.

2. **Выбор участка бесконечной логарифмической шкалы.** При разметке обычной равномерной шкалы совершенно безразлично, какой участок линейки с эталонными делениями переносится на градуируемую ось. Можно, к примеру, считать, что на рис. 11а деления переносят с нижней линейки на верхнюю, причём результат не изменится, если в качестве первого деления на линейке взять шестое или любое другое.

Аналогичный результат получится, если такую же систему разметки применить для логарифмических шкал. Существенная разница здесь будет заключаться только в размере размечаемого

¹⁾ Логарифмической называют такую сетку, в которой логарифмический масштаб применён по обоим осям. В полулогарифмической сетке по одной оси отложены равномерные деления, а по второй — логарифмические.

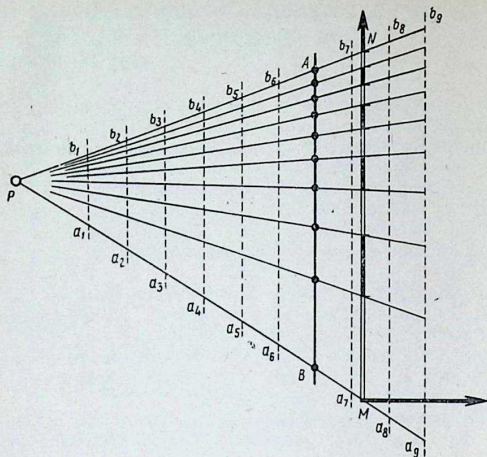


Рис. 55. Транспарант для разметки логарифмических шкал

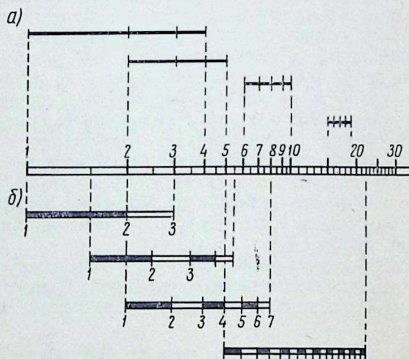


Рис. 56. Выбор участка логарифмической шкалы

участка, длина которого, учитывая неравномерность логарифмической шкалы, будет зависеть от того, какое деление взято первым. Из рис. 56а видно, как меняется длина размечаемого участка по мере перемещения его вдоль шкалы. Имея в виду такую особенность логарифмической шкалы, можно придумать приём, обеспечивающий размещение на выбранном отрезке оси требуемого числа делений. Очевидно, придётся передвигать ось вдоль логарифмической шкалы (или наоборот), пока на последней, против соответствующего отрезка оси, не окажется нужного числа делений, как показано на рис. 56б.

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Некоторые практические сведения по эксплуатации логарифмической линейки

Значительное число типов плоских логарифмических счётных линеек имеет корпус, склеенный из нескольких слоёв высококачественной древесины, чтобы ослабить возможное коробление. Линейку нужно беречь от излишне большой температуры и влажности, иначе её коробит и точность расчётов на ней падает.

Внутри корпуса заделаны плоские пружины, обеспечивающие плотное, без зазоров, перемещение движка. Во время работы с линейкой рекомендуется слегка нажимать концами пальцев на середину её оборотной стороны (рис. 57). Корпус освобождает движок, и последний можно легко установить тогда точно в нужное положение. Другой приём, служащий той же цели, заключается в том, что корпус захватывают указательным и большим пальцами левой руки, а согнутым безымянным пальцем надавливают на оборотную сторону линейки (показано на том же рисунке).

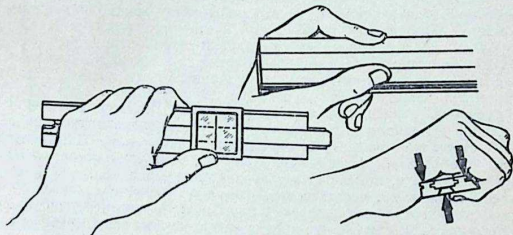


Рис. 57. Приёмы освобождения движка

Если пружины корпуса ослабли и между движком и стенками корпуса появилась щёлка, то пружины нужно немного подогнуть. Для этого следует вынуть движок и сжать корпус руками.

В целях обеспечения свободного хода движка, особенно в новой линейке, рекомендуется протереть тальком или парафином направляющие движки, скользящие в пазах корпуса.

Целлулоидное покрытие линейки непрочное. При небрежном хранении линейки без футляра на её поверхности появляются царапины. Со временем в эти царапины забивается грязь, они начинают смотреться наряду с делениями шкалы и отсчёт на линейке затрудняется. В процессе работы целлулоидное покрытие

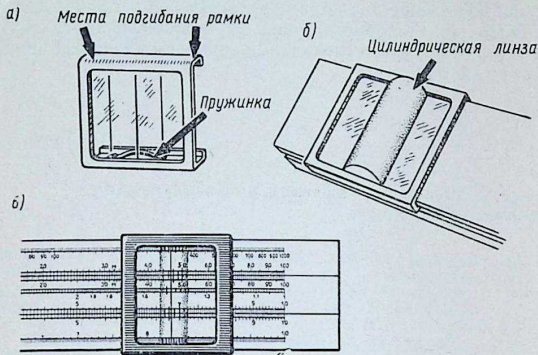


Рис. 58. Регулировка и исправление визира (а), цилиндрическая линза на визире (б), результат применения линзы (в)

линейки иногда загрязняется. Для очистки от грязи её можно протереть ваткой, смоченной тёплой мыльной водой. Если поверхность линейки запачкана чернилами, особенно от авторучки, то вместо воды ватку можно увлажнить спиртом или одеколоном. Протирать такой ваткой нужно уже осторожно, так как есть риск, что будет вымыта краска из гравировки штрихов и цифр.

Очень важно следить за тем, чтобы визирная линия на плоско-параллельном стекле визира была строго перпендикулярна шкалам линейки. Эта перпендикулярность нарушается, если хоть немного деформирована алюминиевая рамка визира. Проверить перпендикулярность можно на некоторых делениях шкалы. Например, если на шкале 1 визирная линия установлена точно на число 2, то на шкале К столь же точно эта визирная линия должна проходить через отметку 8. Если обнаружен перекося визирной линии, то нужно осторожно подогнуть один из уголков рамки, помеченных стрелочками на рис. 58а.

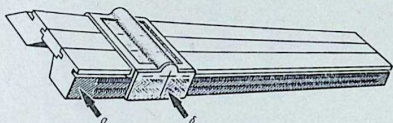
Плотное, без качаний, перемещение визира по линейке достигается применением внутри визира маленькой плоской пружинки, выгнутой дугой и приклепанной одной стороной. Эта пружинка иногда застревает в распрямлённом состоянии. Её можно освободить обычной иголкой, но делать это нужно осторожно, чтобы не сорвать пружинку с заклёпки.

В некоторых типах линейек на визире устанавливают или приклеивают к стеклу цилиндрическую линзу (рис. 58б). Такая линза не искажает штрихов шкалы по вертикальному направлению, но увеличивает изображение вдоль шкалы. Первое обстоятельство позволяет сохранить высокую точность совмещения штрихов, а второе — облегчает отсчёт интервалов между штрихами. На рис. 58в хо-

рошо видно, насколько удобен отсчёт при использовании цилиндрической линзы. Требуется не так много труда, чтобы изготовить такую линзу самому из кусочка органического стекла, которое хорошо обрабатывается напильником и отлично полируется почти любой полировальной пастой, нанесённой на кусок сукна.

Шкала двойных логарифмов

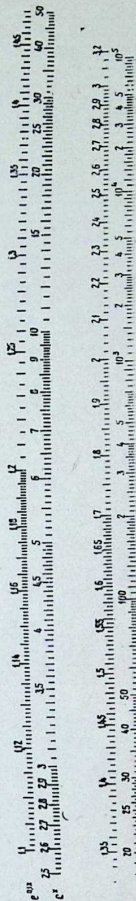
Вырезать аккуратно обе части шкалы и наклеить их внахлест, чтобы совместились деления при помощи клея БФ-2 на торцовую поверхность линейки под шкалой *Л*, как показано на этом рисунке. Предварительно торцовую часть нужно поскоблить лезвием безопасной бритвы и обезжирить бензином или хотя бы одеколоном. В це-

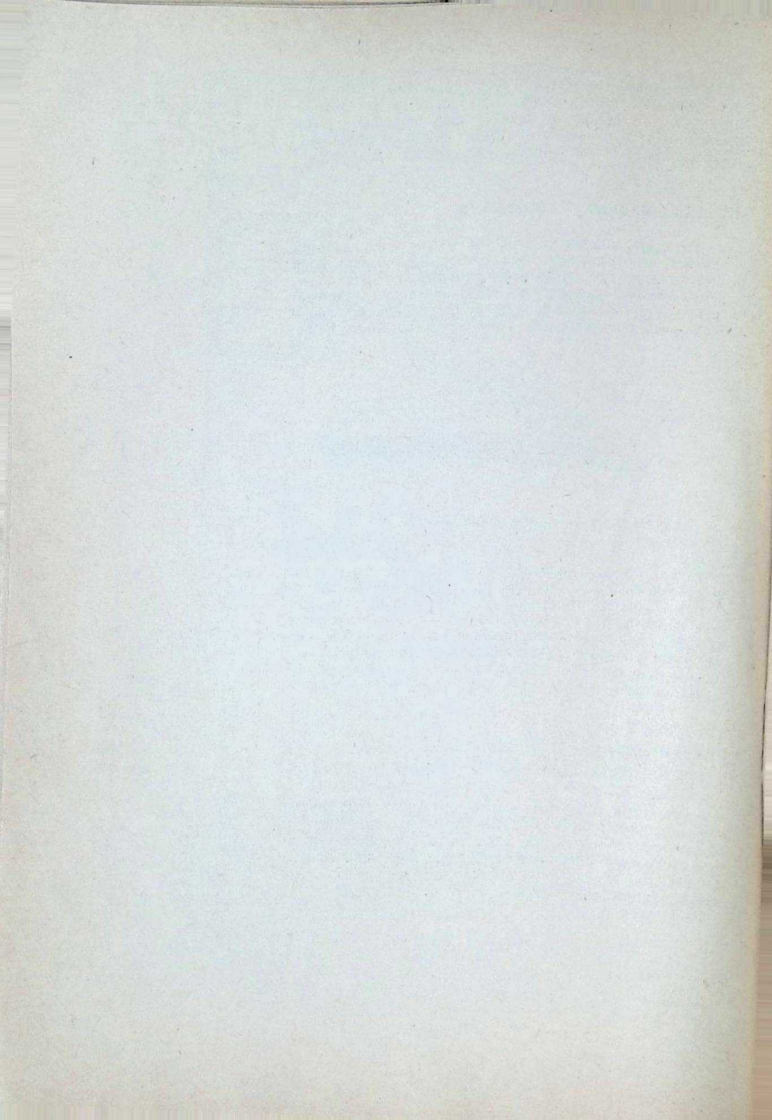


лях защиты этой дополнительной шкалы от царапин, загрязнения и следов пальцев, её полезно промазать ровным и тонким слоем клея также и снаружи. Отсчёт делений на этой шкале производится с помощью риска на прозрачной целлулоидной пластинке, приклеиваемой к торцу визира тем же клеем БФ-2. Можно использовать целлулоид от прозрачного чертёжного угольника. Наклеить эту пластинку нужно с таким расчётом, чтобы риска визира устанавливалась на начало шкалы *1*, когда риска пластинки стоит точно на отметке 2.72 шкалы *A₁₀* (у левого её края) подшкалы e^x .

Справочник схем по простым и комбинированным вычислениям

Для того чтобы изготовить этот справочник, нужно вырезать его листки по намеченным линиям, перегнуть их по пунктирной линии, сложить их в порядке нумерации и скрепить скобками от школьной тетради. При закладывании справочника в футляр логарифмической линейки нужно беречь страницы его от сминания.





	Стр.
Рекомендации . . .	3
Постоянные, значения которых наносят на линейку . . .	3
ab	4
$\frac{a}{b}$	6
$\frac{a}{b^2}$	8
$\frac{a}{b^3}$	8
$a\sqrt{b}$	10
$\frac{1}{\sqrt{a}}$	11
$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$	12
ab^2	13
$\frac{1}{a}$	14
$\frac{1}{a^2}$	15
$\frac{1}{a^3}$	16
ab^3	17
a^2	18
a^3	20
$\sqrt{a}$	22
$\sqrt[3]{a}$	4
$\frac{1}{\sqrt{a}}$	26
$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$	28
$\frac{1}{\sqrt{a^2}}$	29
$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$	30

Постоянные, значения которых наносят на линейку:

$$\pi = 3,142; \quad c = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,128; \quad c_1 = \sqrt{\frac{40}{\pi}} = 3,568;$$

$$\rho = \frac{\pi}{180^\circ} = 0,0175 \text{ или } \rho_0 = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,29;$$

$$\rho'' = \frac{180}{\pi} \cdot 60 \cdot 60 = 206\,000; \text{ перевод радиан в угловые секунды;}$$

$$\rho' = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 60 = 3440; \text{ перевод радиан в угловые минуты;}$$

$$\rho_{\text{н}} = \frac{400}{2\pi} = 63,7; \text{ перевод из градусов в радианы;}$$

$$e = 2,718 \text{ — основание натуральных логарифмов; } \ln N = 2,3 \lg N.$$

$$3 \quad \text{площадь круга по диаметру; } S = \frac{\pi d^2}{4} = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \text{ и } d = c\sqrt{S};$$

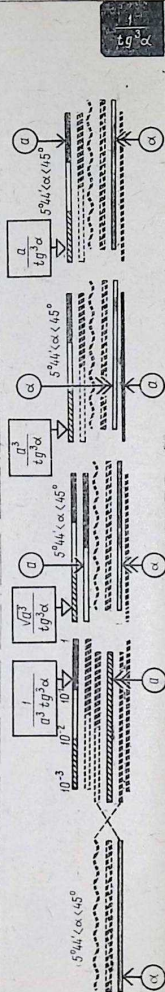
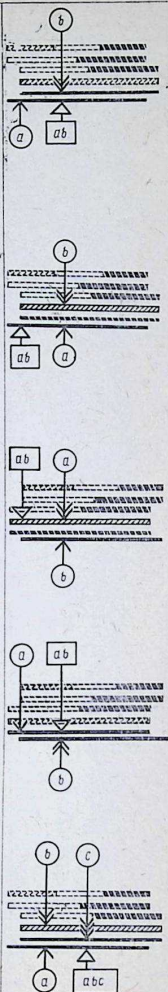
РЕКОМЕНДАЦИИ

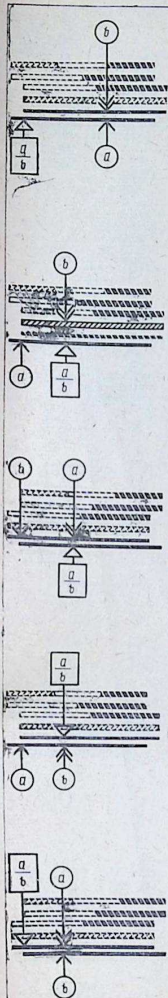
1. Любой расчёт сопровождать прикидкой.
2. Записи вычислений делать аккуратно, с большими интервалами между строк, строго, распределяя по нужным уровням дробные черты.
3. При перерасчётах не переправлять числа, а перечёркивать их, записывая новое значение сверху.
4. Табличные расчёты производить по «вертикали».
5. Перед сложным или комбинированным вычислением продумать и, если нужно, составить схему вычислений.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
+ —	32
Спец. формулы	34
R, X	36
Z, φ	38
$\log$	40
$a^b, b\sqrt{a}$	41
$\sin \alpha$	42
$a \sin \alpha$	44
$\sqrt{a} \sin \alpha$	44
$\frac{1}{\sin \alpha}$	48
$\sin \alpha = \frac{m}{n}$	50
$\sin^2 \alpha$	54
$\frac{1}{\sin^2 \alpha}$	56
$\sin^3 \alpha$	60
$\frac{1}{\sin^3 \alpha}$	62
$\lg \alpha$	64
$\lg \alpha = \frac{m}{n}$	68
$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \frac{\lg \alpha}{\lg \beta}$	69
$\frac{1}{\lg \alpha}$	70
$\frac{1}{\lg^2 \alpha}$	72
$\frac{1}{\lg^3 \alpha}$	73
$\frac{1}{\lg^2 \alpha}$	74
$\frac{1}{\lg^3 \alpha}$	76

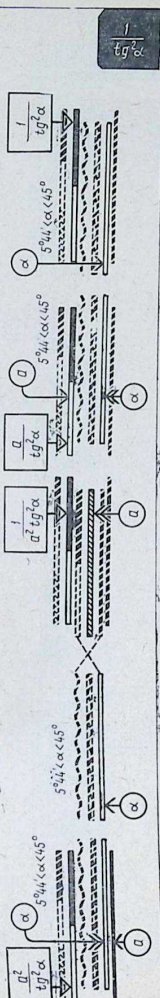
СПРАВОЧНИК
СХЕМ
ВЫЧИСЛЕНИЙ



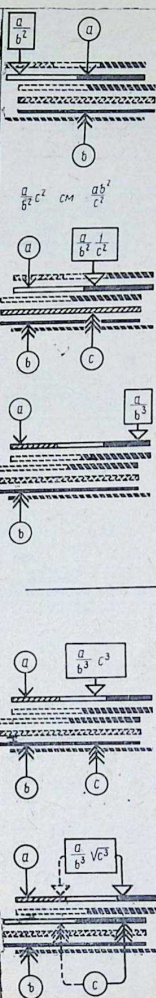


6

75



$$\frac{1}{tg^2 \alpha}$$



$$\frac{a}{b^2} c^2 \text{ CM } \frac{a b^2}{c^2}$$

$$\frac{a}{b^2} \frac{1}{c^2}$$

$$\frac{a}{b^3}$$

$$\frac{a}{b^3} c^3$$

$$\frac{a}{b^3} \sqrt{c^3}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

$$(1.44 \text{ g})$$

$$50^{\circ}44' < \alpha < 45^{\circ}$$

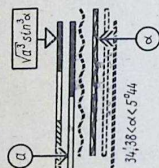
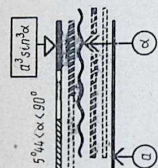
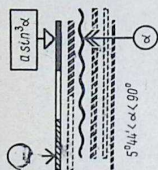
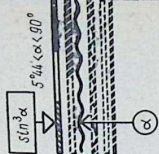
$$tg^2 \alpha$$

$$t^3 \alpha$$

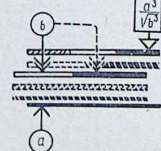
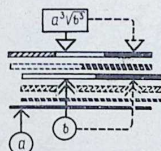
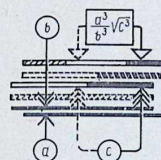
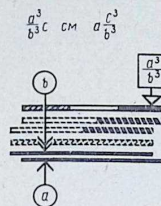
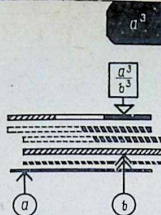
$$(1.44 \text{ g})$$

7,3

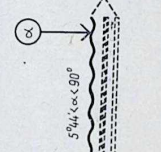
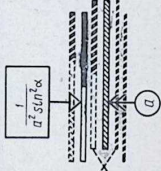
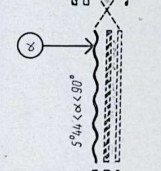
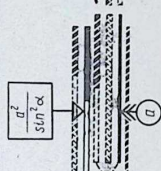
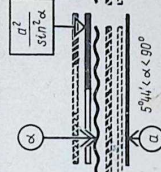
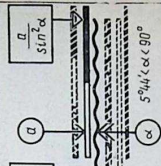
8



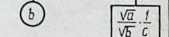
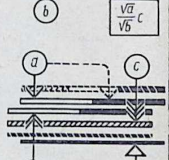
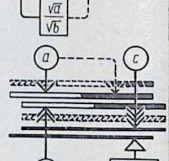
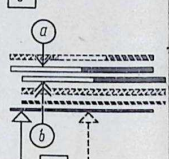
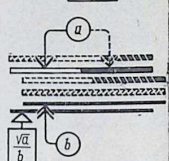
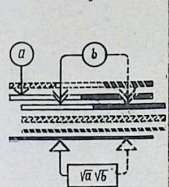
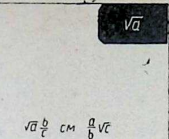
60



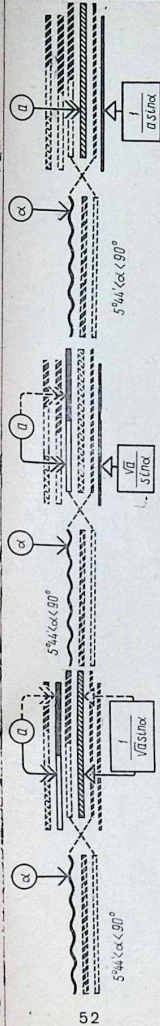
21



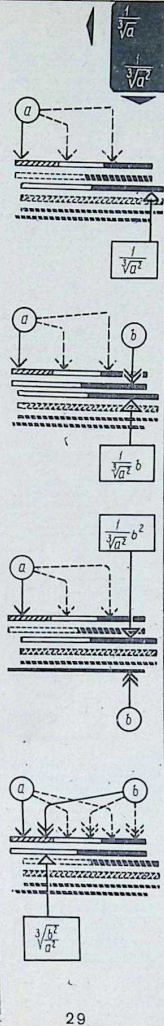
58



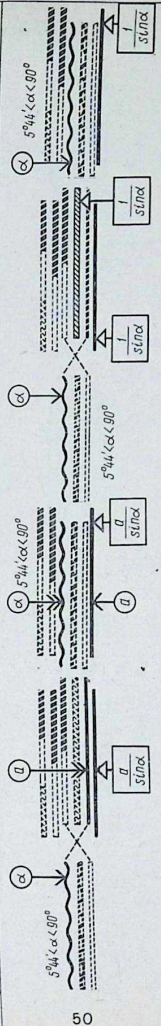
23



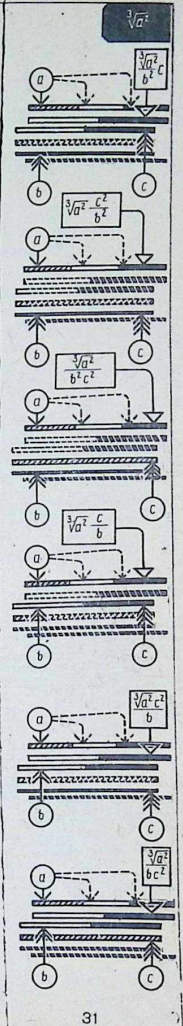
52



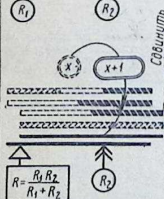
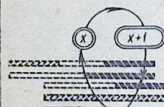
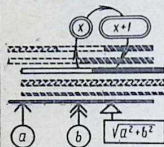
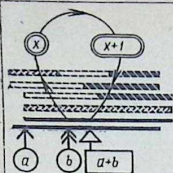
29



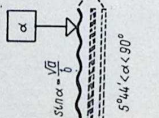
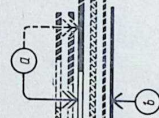
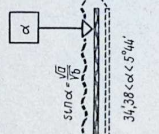
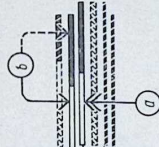
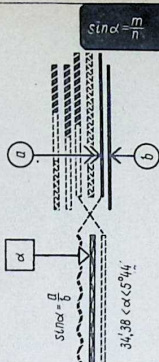
50



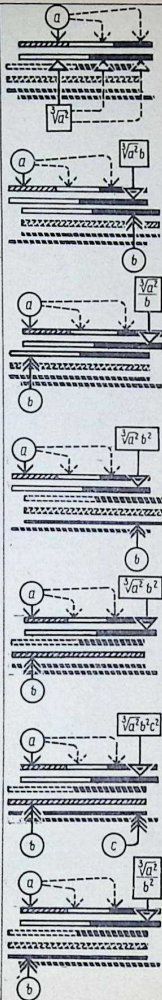
31



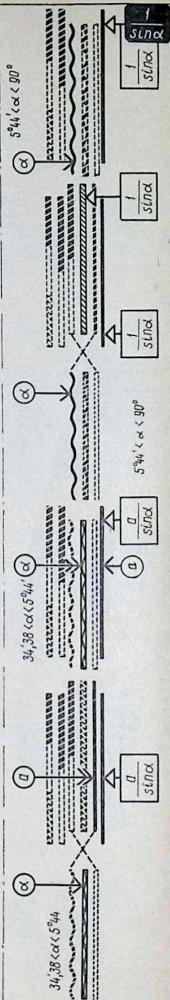
32



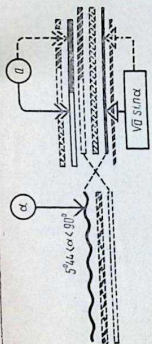
49



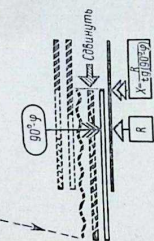
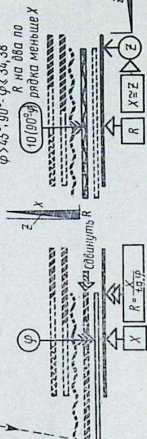
30



51



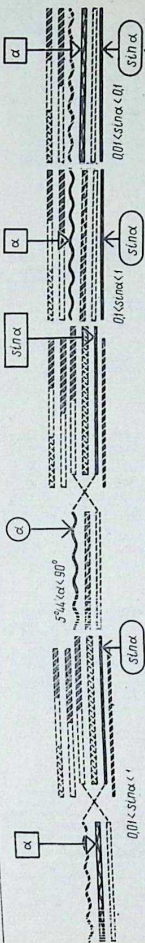
$\varphi \ll 34,38^\circ$ R на два порядка больше X



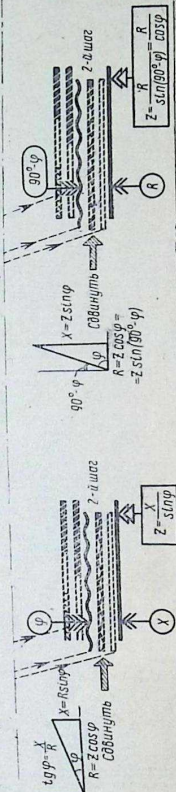
37

 R, X
$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha \text{ радиан}$$

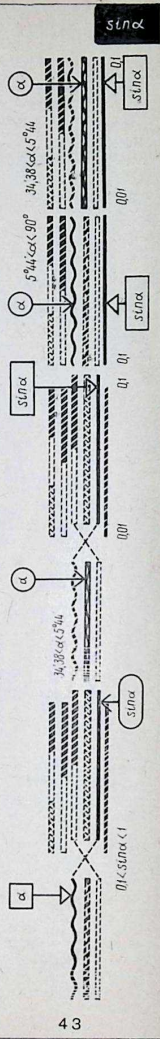
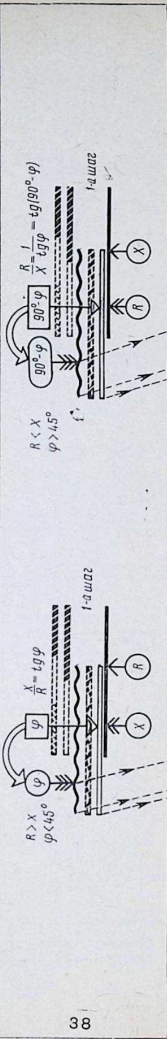
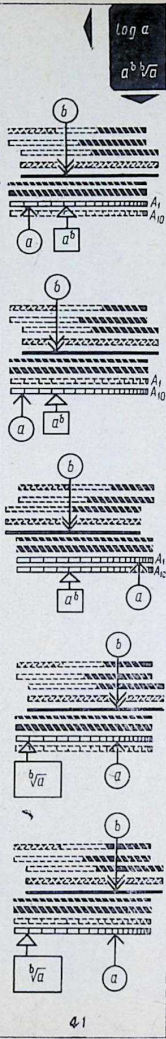
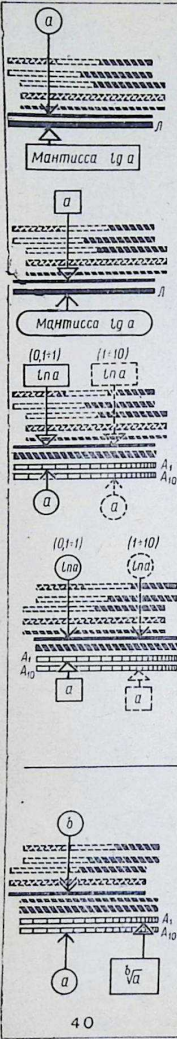
при $\alpha < 34',38$



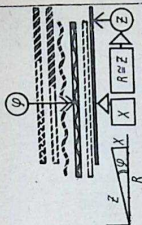
4.2

 z, φ 

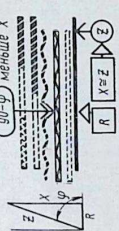
39



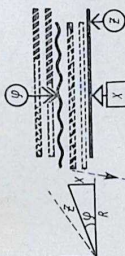
$\varphi < 5^\circ 44'$ R на порядок больше X



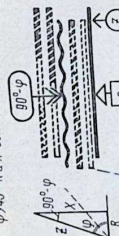
$\varphi > 45^\circ, 90^\circ - \varphi < 5^\circ 44'$
R на порядок
меньше X



$\varphi < 45^\circ$ R и X одного порядка

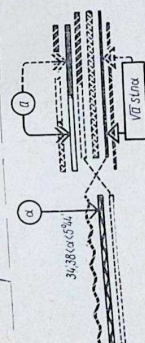
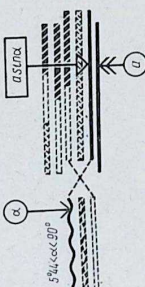
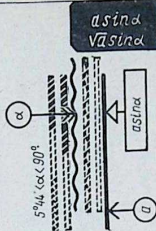


$\varphi > 45^\circ$ R и X одного порядка

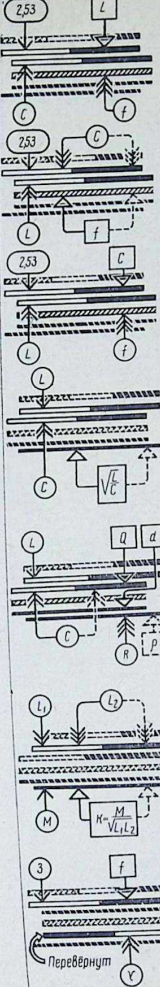


36

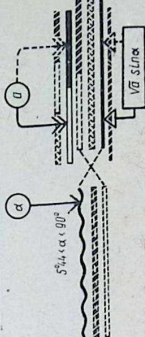
$as \sin \alpha$
 $V \sin \alpha$



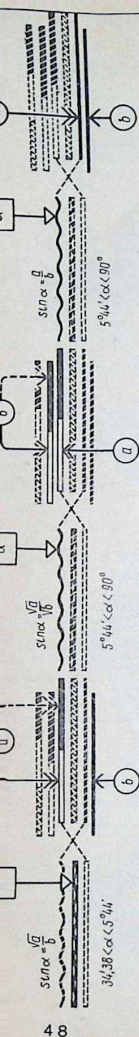
45



34

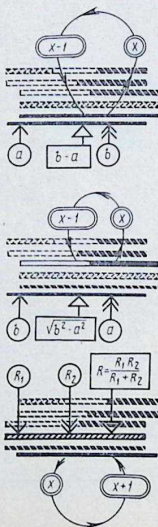


47

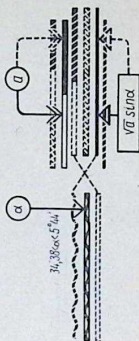


48

Схемы изображены для случая, когда операции выполняются с числами одного порядка. Числа, различающиеся на один порядок, складывают (или вычитают) по правилу первого числа. Сложение (и вычитание) обычных чисел. Если первое (меньшее по значащим цифрам) число больше второго (например, 20 и 3), то нужно прибавлять к X (или вычитать) 10, если же меньше — то 0,1. Сложение (и вычитание) обратных чисел. Если первое (большее по значащим цифрам) число больше второго (например, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{20}$), то нужно прибавлять к X 0,1, если же меньше — то 10. Когда числа различаются на два и больше порядков, то меньшим числом пренебрегают.

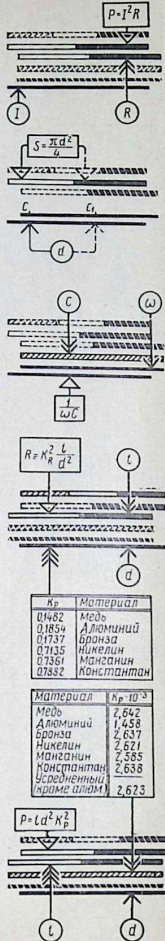


33

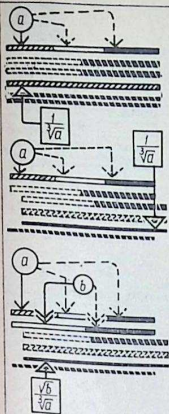


46

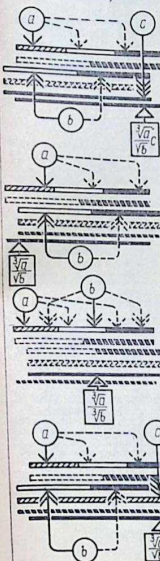
Спец. формулы



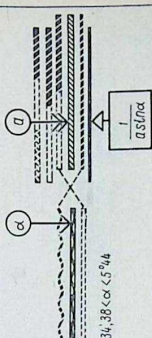
35



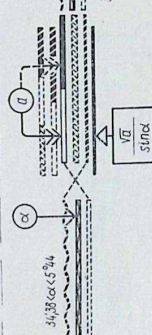
Окончание со стр 27



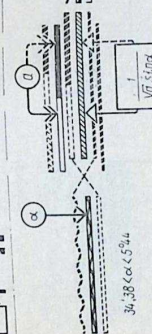
28



$34,38 < \alpha < 59,44$

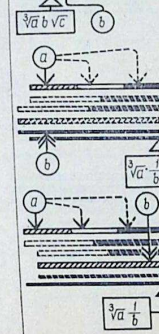
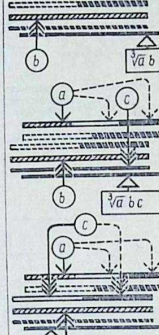
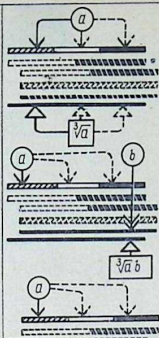


$34,38 < \alpha < 59,44$

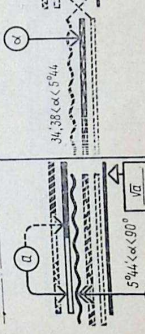
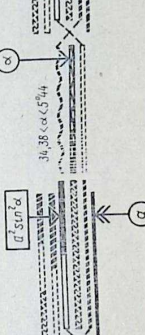
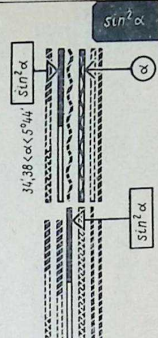


$34,38 < \alpha < 59,44$

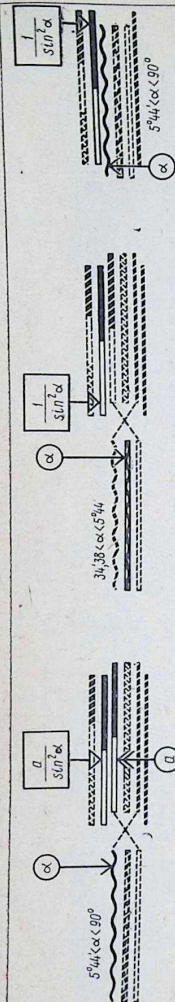
53



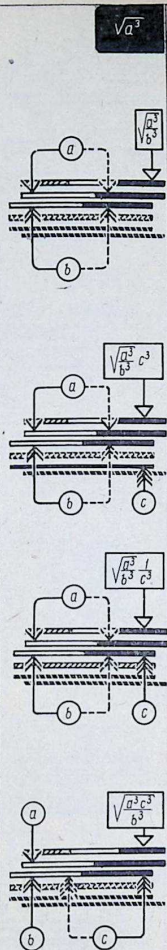
26



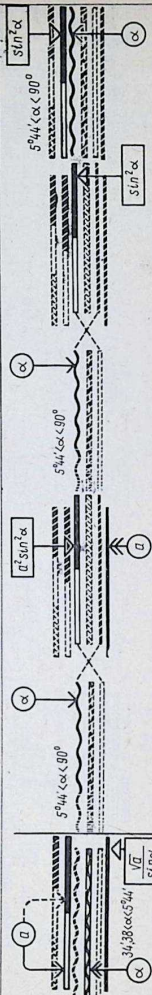
55



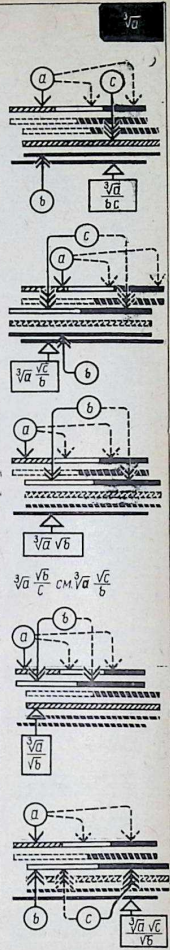
56



25

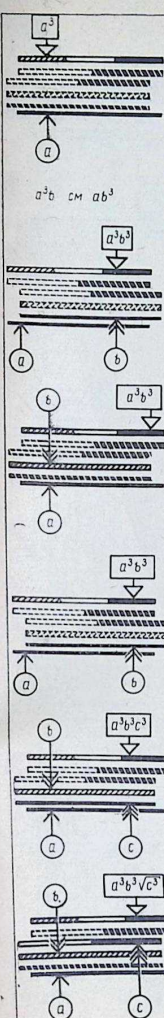


54

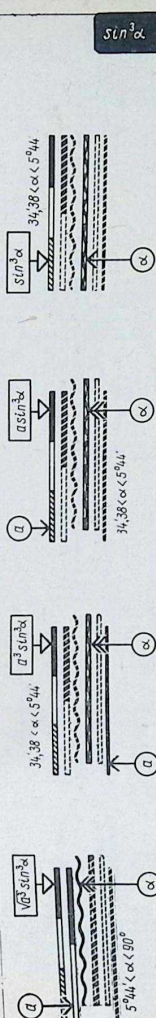


Продолжение на обороте внизу

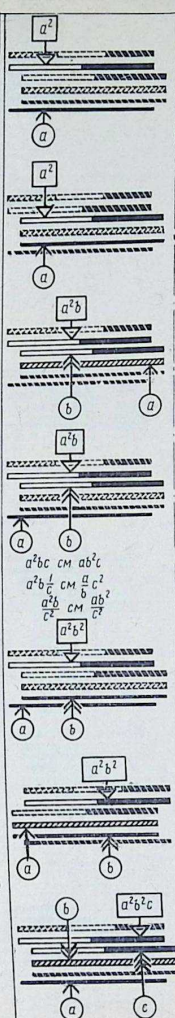
27



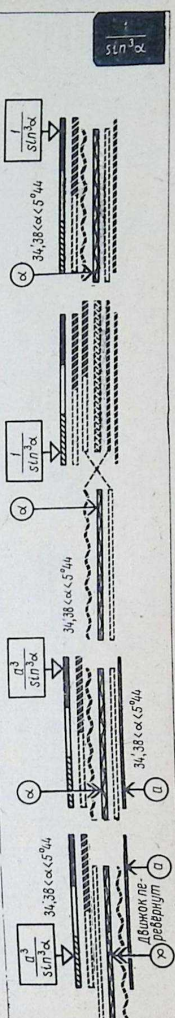
20



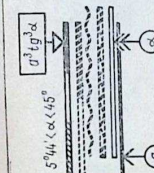
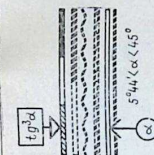
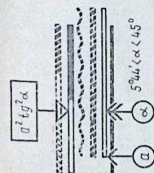
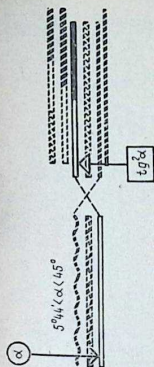
61



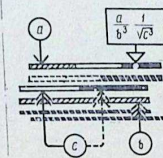
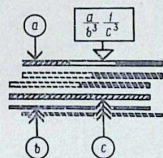
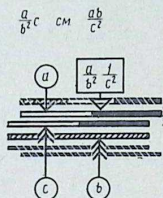
18



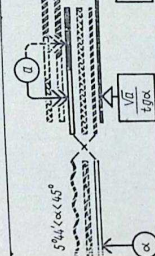
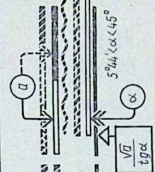
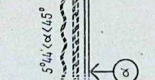
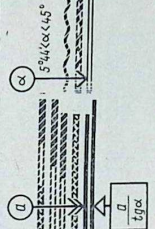
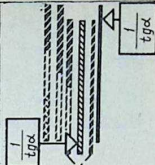
63



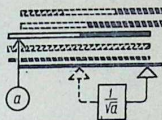
72



9



70



$$\frac{1}{\sqrt{a}} b \text{ CM } \frac{a}{\sqrt{b}}$$

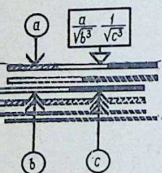
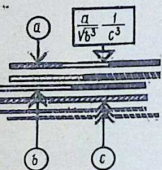
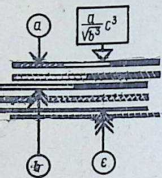
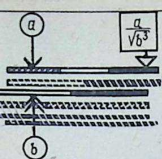
$$\frac{1}{\sqrt{a}} \frac{b}{c} \text{ CM } \frac{a}{b \sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{b} \text{ CM } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{1}{a \sqrt{b} \sqrt{c}} \text{ CM } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b} \sqrt{c}}$$

11

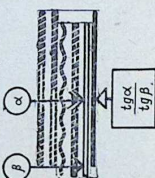
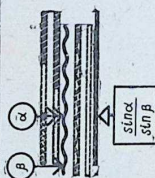
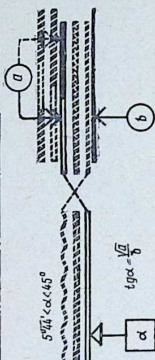
$$\frac{a \sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$



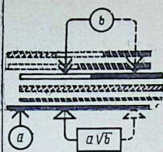
12

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{n}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$



69

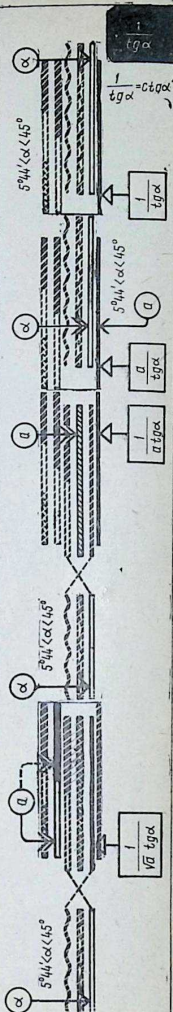


$$a \sqrt{b} c \text{ cm. } a b \sqrt{c}$$

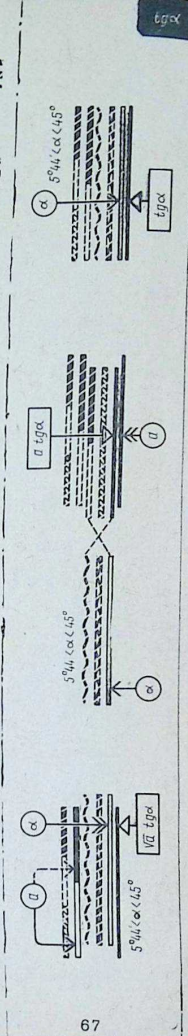
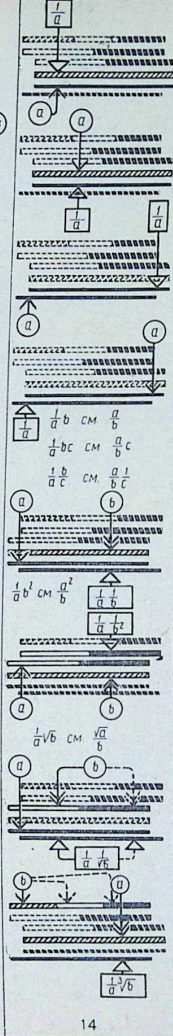
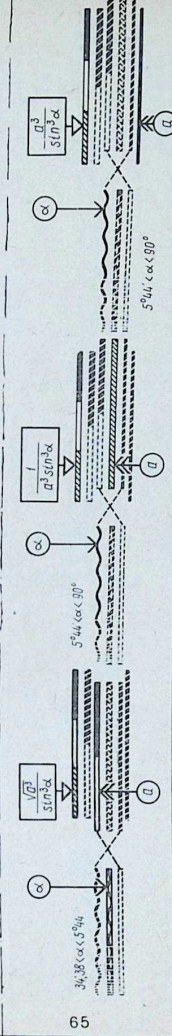
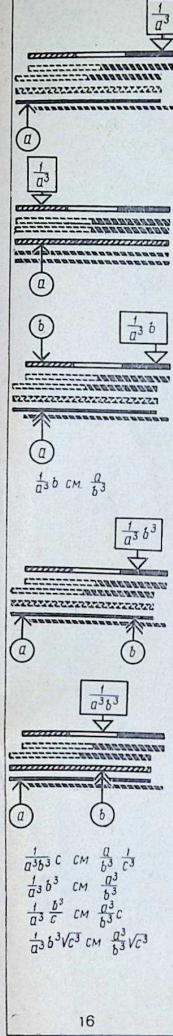
$$a \sqrt{b} \frac{1}{c} \text{ cm. } \frac{a}{b} \sqrt{c}$$

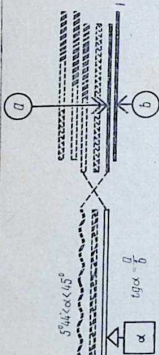
$$a \sqrt{b} \frac{1}{\sqrt{c}} \text{ cm. } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} c$$

10

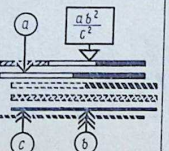
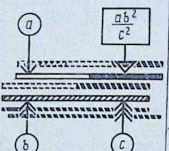
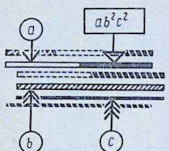
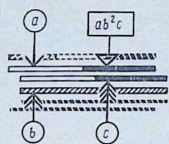
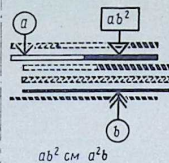


71

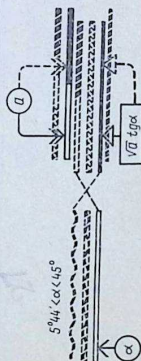
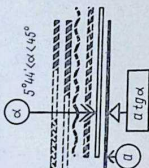
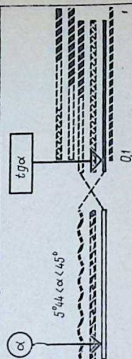




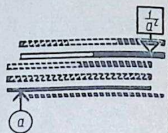
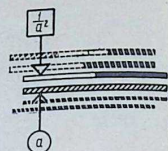
68



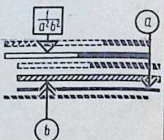
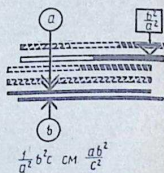
13



66



$$\frac{1}{a^2} b \quad \text{CM.} \quad \frac{a}{b^2}$$



15

